Universidad de Barcelona

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas

Programa de Doctorado en Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas

Bienio 2001-2003

Tesis Doctoral

CREATIVIDAD
Y
DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE EN MATEMÁTICAS PARA LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Presentada por:
Elba Cristina Sequera Guerra

Dirigida por:
Dr. Joaquim Gimenez Rodríguez y Dr. Jordi Servat Susagne

BARCELONA, FEBRERO 2007

II PARTE

PROBLEMA
y
MARCO METODOLÓGICO

(1974) La suma

Capítulo 3

Problema de estudio

El genio científico va acoplado con la capacidad de "sorprenderse". El científico observa un fenómeno que muchos otros han visto ya antes que él, sin por ello haberse roto la cabeza. Lo que aparece a los ojos se convierte en problema, y ése es el comienzo de su descubrimiento.
Henry Poincaré (1908)

A la gente nos gusta que las cosas sean blancas o negras... El problema es que hay muchos matices en el trabajo creativo…
Una idea creativa tiende a venir a trozos y pedazos y se desarrolla con el tiempo. Pero el tiempo durante el cual una idea se desarrolla tiende a ser incómodo… Para ayudar a los estudiantes a ser creativos, anímelos a aceptar y ampliar el período en el cuál sus ideas no va a converger. Enséñelos que la incertidumbre y la incomodidad relacionada forman parte de vivir una vida creativa.
Robert Sternberg (2001)

Los slogans de la revolución en las matemáticas escolares incluyen las palabras Descubrimiento y Entendimiento. Deberían también haber incluido la Creatividad. La revolución no se ha completado, de hecho nunca lo será. A pesar de algunos gritos para dar marcha atrás, yo creo que tenemos una urgente necesidad nacional de mejorar las matemáticas escolares. Esto significa entrenamiento y formación continua de los profesores para identificar, favorecer y mejorar la habilidad matemática creativa en todos los niveles, pero especialmente en los más altos.
Alan Tammadge (1979)

En este capítulo se explica el planteamiento del problema, las preguntas y los objetivos de la investigación.

3.1 Planteamiento del problema

De la amplia revisión bibliográfica realizada sobre creatividad, creatividad en matemática, creatividad en educación matemática y creatividad en la enseñanza de la matemática en la formación inicial de maestros, se dedujo que, a pesar de lo mucho que se subraya y se habla de la necesidad de la creatividad en general, de la creatividad en la enseñanza más en concreto y de la creatividad en la enseñanza de la matemática en la formación inicial de maestros en particular, no existe ningún método que permita afirmar si hay o no creatividad en el conjunto de la enseñanza o en cualquiera de sus pasos constituyentes.

El objetivo principal de esta investigación es la construcción de un instrumento para caracterizar creatividad en la enseñanza de la matemática en la formación inicial de maestros, y ello tanto en tareas como en acción de clases y en logros de los alumnos. El segundo objetivo es determinar si el instrumento construido cumple con la función para la que lo hemos diseñado.

Para ello:

- primero, aplicamos el instrumento en la Facultad de Formación del Profesorado de la Universidad de Barcelona al grupo estudio constituido por 20 alumnos de la Diplomatura de Maestro en Educación Física y Lenguas Extranjeras cursantes de la asignatura Bases per l`Ensenyament de les Matemàtiques, y lo hicimos en tres aspectos de la formación: tareas, acción de clase y logros de los alumnos.
- segundo, efectuamos una valoración respectiva de los resultados obtenidos en cada una de las tres aplicaciones.

- y tercero, efectuamos una valoración general de las tres valoraciones realizadas, lo cual nos permitió obtener las Conclusiones.

De acuerdo a esta vertebración del eje de la investigación, retomando las nociones de ambiente, proceso y producto de la creatividad visto al final de la primera parte, formulamos las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo identificar el potencial creativo de tareas de formación docente en un <u>ambiente</u> de aprendizaje en el que transcurre el <u>proceso</u> de desarrollo profesional en matemáticas para futuros profesores de Primaria?

2. ¿Qué tipo de rasgos creativos desarrollan los futuros profesores?

3.2 Objetivos de la investigación

Para responder a las preguntas de la investigación, definimos los siguientes objetivos generales:

1. Elaborar un instrumento para detectar elementos de creatividad en distintos aspectos en la Formación inicial de profesorado de Primaria en Matemáticas

2. Utilizar el instrumento en un caso específico de formación para identificar el potencial creativo de tareas, acción de clases y logros de los alumnos.

Para lograr estos objetivos generales, se plantean los siguientes objetivos específicos:

1. Construir un marco teórico para identificar qué elementos relacionan la creatividad y la Educación Matemática. (Capítulos 1 y 2).

2. A partir de los objetivos establecidos en este Capítulo 3, desarrollar una metodología adecuada. (Capítulo 4).

3. Elaborar una caracterización de indicadores, descriptores y rasgos de potencial creativo en Formación inicial de profesorado de Primaria en Matemáticas. (Capítulos 5, 6, y 7).

4. Identificar el potencial creativo de tareas en la Formación inicial de profesorado de Primaria en Matemáticas a partir del instrumento elaborado (Capítulos 8 y 9).

5. Identificar elementos de enseñanza-aprendizaje creativo en la acción de clase en la Formación inicial de profesorado de Primaria en Matemáticas. (Capítulo 8 y 10).

6. Reconocer elementos de creatividad en el desarrollo de un grupo de estudiantes en la Formación inicial de profesorado de Primaria en Matemáticas a través de sus respuestas en distintos tipos de conocimiento profesional. (Capítulo 8 y 11).

Capítulo 4

Tipo de Investigación y Contexto

Nuestras demostraciones se basan en la lógica, pero es la intuición la que nos permite descubrir.
Henry Poincaré (1908)

Afirmar que se da importancia a la creatividad y no evaluarla equivale a reducirla al terreno de las meras intenciones.
Saturnino de la Torre (1991)

Con relativa frecuencia los medios de comunicación se hacen eco del escaso rendimiento de los estudiantes españoles de los primeros niveles del sistema educativo en Matemáticas, tomando como referencia estudios de evaluación realizados a escala nacional o internacional. También muchos profesionales de la enseñanza, consideran críticamente la situación actual, denuncian un panorama desolador, y observan cierta degradación de la enseñanza de las Matemáticas en Primaria. Uno de los agentes, quizá el más influyente, en la formación de los alumnos es el profesor y una de las causas que pudieran provocar la situación anteriormente mencionada se refiere a la formación inicial del profesorado en el área de Matemáticas.
Lorenzo Blanco, Encarnación Castro, y Mª Victoria Sánchez (2001) en SEIEM

En este capítulo se define el tipo y las fases de la investigación. Se describe la muestra y el contexto dentro del cual se desarrolla: Enseñanza presencial con soporte hipermedia, contenidos, y organización del curso Bases para la enseñanza de la Matemática. Se explica las técnicas de recogida de datos.

4.1 Tipo de Investigación

En nuestra investigación usamos fundamentalmente la metodología etnográfica descriptiva de acuerdo al planteamiento de Cerda (1991). Los principales problemas de la investigación descriptiva según este autor son:

a) Establecer criterios para la selección de elementos que serán descritos.
b) Recoger la información pertinente.
c) Sistematización y presentación.

Señala Cerda que el método descriptivo es recomendable cuando se quiere lograr algunos de estos objetivos, que coinciden en esencia con lo que pretendemos en esta investigación:

- Caracterizar globalmente el objeto de estudio
- Determinar el o los objetos sociales que tienen ciertas características
- Describir el contexto en el cual se presenta el fenómeno
- Describir las partes, categorías o clases que componen el objeto de estudio
- Describir el desarrollo del objeto de estudio
- Describir las relaciones del objeto de estudio con otros objetos

Precisa Cerda que una de las funciones principales del método descriptivo es la capacidad para seleccionar las características fundamentales del objeto de estudio y su descripción detallada dentro del marco conceptual de referencia. En este sentido, resalta que es importante *ubicar los indicadores cuantitativos y cualitativos que posibiliten esta descripción y caracterización* (Cerda, 1991:73). Explica el autor que, aunque la mayoría de estudios, diseños o investigaciones tienen de una forma u otra un carácter descriptivo, existe una lista donde se destaca este procedimiento, como los estudios de casos, los estudios longitudinales, los estudios de comunidad, los estudios predictivos. Coincidiendo con este aspecto, esta investigación también tiene las características:

a) Estudio de caso
b) Etnográfico con observación, descripción e interpretación de un proceso (Goetz y Lecompte, 1988)
c) Análisis de datos fundamentalmente cualitativos

4.2 Fases de la investigación

El estudio se realizó a lo largo de cuatro años desde el año 2002 hasta el año 2006 en las fases:

Primera fase: Construcción del instrumento para detectar elementos de creatividad en tareas, acción de clases y logros de los alumnos. Esta fase comprendió revisión bibliográfica sobre creatividad, creatividad en matemática, creatividad en educación, creatividad en educación matemática y creatividad en formación de maestros de matemática.

Segunda fase: Aplicación del instrumento a cada caso tareas, acción de clase y logros de los alumnos, evaluación de los resultados obtenidos de la aplicación del instrumento y elaboración de conclusiones.

Tercera fase: La propia primera aplicación del instrumento llevó a la reelaboración, pues permitió detectar debilidades y faltas. Este instrumento mejorado es el que se expone directamente en la tesis.

4.3 Muestra

La muestra de sujetos para esta investigación estuvo formada por:

- Dos grupos, de 10 alumnos cada uno cursantes de la asignatura *Bases per l` Ensenyament de les Matemàtiques* de la Diplomatura de Maestro en Educación Física y Lenguas Extranjeras, ofrecida por la Facultad de Formación del Profesorado de la Universidad de Barcelona en el **curso 2002-2003**. Bases per l` Ensenyament de les Matemàtiques es una asignatura obligatoria correspondiente al primer año de la carrera Diplomatura de Lenguas Extranjeras, y al segundo año de la Diplomatura de Educación Física. En el momento de realizar las observaciones, la asignatura se encontraba en el primer año de formación de maestros.

- Dos docentes de la asignatura, que son además quienes construyeron el dossier electrónico estudiado.

4.4 Contexto

En la formación de maestros para educación Primaria existe una serie de condiciones que determinan en cierta medida su estructura y desarrollo:

1) Se forma un maestro en la especialidad, bien sea Lenguas Extranjeras, Educación Física o Música Primaria generalista cuyo título le habilitará para impartir docencia bien sea en su especialidad o en toda la Primaria. En el caso de matemáticas, el número de horas que los futuros maestros dedicarán al estudio de la enseñanza/aprendizaje del conocimiento

matemático es el más bajo de todos los planes de este siglo en España (Blanco, Castro, y Sánchez, 2001)[1].

2) Existe poca conexión de los futuros maestros con la acción profesional. Las asignaturas tienen poca componente práctica. Los estudiantes diseñan tareas para los niños pero no pueden ponerlas en práctica con los alumnos. No es suficiente una formación centrada en contenido didáctico ya que no se aprende sólo por observación de cómo se hacen las clases.

3) También hay que tener en cuenta la deficiente base matemática de los alumnos, lo cual hace necesario muchas veces que el formador deba recuperar contenidos que ya deberían estar aprendidos. Algunos trabajos ponen de manifiesto las deficiencias que los estudiantes para maestros presentan en relación con la matemática escolar de Educación Primaria (Contreras y Blanco, 2001).

4.4.1 Enseñanza presencial con soporte hipermedia

La investigación educativa en este último lustro nos está mostrando que la capacidad de ser creativo en un determinado ámbito profesional no está ligada sólo a cualidades personales más o menos trabajadas y/o estimuladas, sino a las condiciones del entorno y al conocimiento del ámbito específico. Mostramos en el estudio de caso elementos del desarrollo de un profesional creativo en el

[1] (…) La comparación con planes de estudios anteriores muestra que la carga lectiva dedicada a la formación matemática de los maestros, se había reducido en más del 50 % en relación con los Planes de estudio de 1971.Una revisión posterior de los nuevos Planes de Estudio (Rico y Carrillo, 1999), señala que en la especialidad de Maestro de Primaria, la formación en matemática y su didáctica apenas alcanza el 8% de la carga lectiva total; en, el resto de las especialidades sólo es del 2%. Lo que muestra la progresiva desaparición de la educación matemática en los planes de estudio en la formación inicial del profesorado de Primaria. (Blanco, Castro, y Sánchez, 2001).

ámbito docente, así como las dificultades con las que se encuentran los procesos de formación de corta duración de maestros, para enfrentar ese problema.

Usar un espacio virtual de aprendizaje permite al alumno capacidad de autogestión y aprendizaje sobre estos métodos, que se vienen usando con éxito en sitios como las ZER (Zonas de Escolarización Rural), en donde se trabaja a distancia. La incorporación a espacios de formación globalizados, como el Espacio Europeo de Formación Universitaria, nos lleva a exigencias nuevas en todos los terrenos, como el de la formación docente semipresencial que implica establecer relaciones con el alumnado por internet.

Los medios tecnológicos nos están permitiendo desarrollar una formación docente con una orientación más profesional. Ahora bien, la formación para impartir matemáticas en algunas especialidades de formación de maestro como Educación Física y Lengua Extranjera, es muy precaria, y se reduce exclusivamente a una sola disciplina troncal, actualmente de 6 créditos. Por ello nos preguntamos si es posible incidir en una formación creativa con elementos semipresenciales mediante las Tecnología de Información y Computación, no sólo para agilizar las competencias profesionales requeridas por las directrices europeas, sino también para permitir una formación que prepare para la acción y el desarrollo profesional de forma que sean más y mejores usuarios, construyendo contenidos en forma colaborativa.

Ante esta situación, el grupo GIDECEM, publicó un dossier electrónico en la página web de la Biblioteca Digital de la Universidad con el contenido de la asignatura y posteriormente un texto guía (Servat y otros, 2001). La elaboración y desarrollo de la site-dossier de formación apoya el desarrollo semipresencial de tareas en la red como actividades prácticas guiadas. Además, para la estructura de la site-dossier el Grupo GIDECEM considera los entornos de aprendizaje en base a cinco componentes básicos (Jonassen y Rahrer-Murphy, 1999): *espacio proyecto-problema, relato de casos, recursos informáticos, herramientas cognitivas y herramientas de formación*. Con algunas tareas del dossier electrónico realizamos el estudio del potencial creativo de tareas en el proceso de formación.

4.4.2 Contenidos y organización del curso

El curso Bases para la Enseñanza de la Matemática corresponde a 7,5 créditos, contabilizados en unas 60 horas presenciales, que se considera un total de 150 horas efectivas de trabajo de alumnado (como exigencia europea) divididas en tres grandes bloques, cada uno de los cuales contiene 15 temas:

Bloques del Dossier electrónico

1. Elementos generales	2. Aritmética	3. Geometría
Se hace ver la importancia de las matemáticas como forma de interpretación del mundo que nos rodea. Se trabaja el sentido de la actividad matemática como es la resolución de problemas. Se trabaja y se reconoce el valor de temas profesionales como es el currículum las formas de enseñar y aprender , gestión y evaluación de las Matemáticas a Primaria.	Se reconoce: El valor de la aritmética escolar, el papel que jueguen los modelos elementales de los números y operaciones. Las pautas por adquirir sentido numérico. El significado básico de fracciones y decimales para el tratamiento de las medidas elementales.	Se propone el reconocimiento de los elementos básicos para trabajar el espacio con el alumnado de Primaria. Se enfatiza en el papel de la observación, la representación del entorno y el arte, las relaciones espaciales de referencia, posición, forma, igualdad, etc. Se observan finalmente algunas propiedades y características métricas.

Fig. 4.4.2.1

Objetivos del Curso

El curso tiene por finalidad ofrecer los elementos básicos para poder enseñar matemáticas como maestro en Primaria reconociendo los contenidos necesarios, y conociendo los elementos curriculares más elementales de la materia.

Objetivos específicos del curso

- Identificar el papel de las matemáticas de interpretación, modelización y problematización del mundo que nos rodea, y reconocer el papel importante de la resolución de problemas como forma de enfrentar muchas situaciones cotidianas. Al mismo tiempo, reconocer estrategias y razonamientos matemáticos propios de los niños y adultos y el papel de los diversos lenguajes propios de las matemáticas para representar realidades cotidianas.
- Revivir las matemáticas elementales que tienen que permitir saber dar razón del sentido de los contenidos matemáticos de la Educación Primaria, para ayudar a los niños de Primaria y también reconocer el papel de las matemáticas en el mundo actual. Énfasis especial en los aspectos aritméticos y geométricos.
- Identificar recursos básicos profesionales para la enseñanza de las matemáticas en Primaria de forma que el futuro maestro se pueda enfrentar con una clase, conociendo las herramientas más básicas del área, identificando algunas de las dificultades propias del alumnado de esta Etapa y sabiendo diseñar actividades adecuadas para ayudar al alumnado en la materia.

Organización del material del dossier electrónico

Cada uno de los módulos está organizado de la siguiente manera:

- ✓ Explicaciones generales sobre los bloques y los temas que constituyen el texto básico de trabajo del curso. Presenta, paso a paso, cada uno de los aspectos a trabajar, ejemplificando y concretando el contenido en fichas de trabajo con ejercicios.

- ✓ Cada tema tiene información guiada complementada con referencias bibliográficas, páginas webs, gráficas.

- ✓ Las actividades prácticas las realiza el alumnado mayoritariamente de forma personal o bien se realizan en el aula sin ningún control específico por parte del tutor, que en esta fase de trabajo se limita a responder dudas.

Los ejercicios propuestos en cada módulo son la materialización del aprendizaje adquirido con la realización de un grupo de actividades prácticas que se controlan y evalúan explícitamente. Los elementos de navegación utilizados siguen un diseño constructivista semejante al que se observa en Bairral, Giménez y Togashi (2001).

Seguimiento tutorial como espacio comunicativo

El profesor asesora y orienta el trabajo complementario que se considere oportuno para un buen dominio de la materia. El docente está disponible el horario que se indique al inicio de curso. La acción tutorial permite la enseñanza presencial con soporte hipermedia.

4.5 Técnica de recogida de datos

4.5.1 Tareas del dossier electrónico

En nuestro trabajo de investigación estudiamos y describimos el potencial creativo de tareas de los tres Bloques del dossier electrónico que conforman parte del contenido del curso Bases para la Enseñanza de la Matemática:

- Bloque 1: Matemática y Sociedad
- Bloque 2: Aritmética
- Bloque 3: Geometría

La site-dossier muestra dificultades de los estudiantes, tareas interactivas con matemáticas elementales, y situaciones simuladas de preparación didáctica, basada en tres componentes del contenido: matemático-epistemológico, estratégico-profesional y actitudinal (Bairral, Gimenez, y Togashi, 2001), (Bairral, 2002). El tratamiento del contenido se desarrolló a través de reflexiones y propuestas temáticas organizadas hacia el desarrollo profesional (Burgués, 2005).

4.5.2 Del registro de la acción de clase

Las características del proceso seguido para realizar la observación de los momentos de la acción de clase fueron los siguientes:

- Es una observación de la modalidad *participativa de tipo abierta*: profesores y alumnos sabían que eran observados y quién era el observador.

- Se realizaron 18 observaciones de clases de una hora y de dos horas, de acuerdo al horario correspondiente: los días lunes las clases tenían una duración de dos horas, y los días miércoles de una hora. Se grabaron en vídeo 10 de estas clases de uno de los dos formadores. Se recogieron datos también en un diario de la investigadora.

- Al final de cada clase se realizaba una entrevista del tipo no dirigida (Cerda, 1991) al formador. Era una entrevista profunda, abierta e informal. En este tipo de entrevista existe plena libertad por parte del entrevistador para hacer todo tipo de preguntas, así como existe libertad del entrevistado para expresar sus opiniones y sentimientos. En el Anexo Nº 1 está la trascripción de un extracto de estas entrevistas.

- Los datos rápidos inmediatos de la observación se registraron en notas de campo que después se traducen en ayudas para el diario.

- Se seleccionaron dos clases de dos horas para el análisis de los momentos creativos en la acción de clases.

- En el siguiente esquema se especifican las características de las clases seleccionadas, que llamaremos clase Nº 1 (C1) y clase Nº 2 (C2):

	Clase N º 1 (C1)	**Clase N º 2 (C2)**
Tema	Bloque 1: Matemática en la Esuela y la Sociedad Currículo de Matemática en la Escuela Primaria	Bloque 3: Geometría Apropiamiento del Espacio: sobre la generación y la caracterización de formas en Primaria
Fecha de observación	03-03-2003	05-03-2003
Lugar:	Universidad de Barcelona. Edificio Migdia. Aula 2013	
Hora:	9:00 a.m. a 11:00 a.m.	9:30 a.m. a 10:30 a.m.

Descripción del Alumnado	Estudiantes entre aproximadamente 18 y 24 años Regular asistencia 25 alumnos de los cuales 12 son chicos y 13 chicas
Descripción del Profesor:	Profesor titular con 20 años de experiencia en la enseñanza universitaria
Descripción del ambiente	Un laboratorio de matemática con cinco mesas, cada una con seis sillas, que permiten un trabajo en equipo y libertad en los movimientos del profesor y de los alumnos. Hay estantes con material para la enseñanza de la matemática, TV, vídeo y computador con acceso a internet.

Fig. 4.5.2.1

- La Clase N º 1 se escoge por las características del tema, pues corresponde al Bloque Inicial donde se trata el currículo de Matemática en la Escuela Primaria, básico para el futuro maestro de Primaria.
- La Clase N º 2 se selecciona por las características de la estrategia usada; la tarea en esta clase es poco usual, como veremos en capítulo 8.

4.5.3 Del registro de las respuestas de los alumnos

Se observaron las respuestas de tareas de los dos grupos de alumnos, formado cada uno por 25 estudiantes, quienes entregaron un "Paquete de actividades" por e-mail a cada uno de sus profesores al inicio del cuatrimestre. En el conjunto de tareas se consideraban tres aspectos (ver Anexo 2):

a) Sobre el contenido matemático,

b) sobre aprender a hacer de maestro

c) para hacer una reflexión sobre el contenido matemático.

El paquete de actividades propuesto por el profesor de la asignatura constaba de seis tareas del dossier electrónico, dos tareas para cada aspecto. Se estudian los temas: Qué son las mates, Heurística y razonamiento, Currículo de matemáticas en primaria, Enseñar y aprender matemáticas, Aprender a

gestionar y a evaluar la actividad matemática en primaria. De las 50 respuestas recogidas se escogieron 20 correspondientes a 10 alumnos de cada grupo. La selección se hizo en función de aquellas respuestas respondidas en forma completa, tanto la parte a, b, c del paquete de actividades, como con respecto a los apartados de cada actividad. Una de ellas, con rasgos de potencial creativo sobre el contenido matemático y otra con rasgos de potencial creativo en el conocimiento estratégico-didáctico. A continuación, se muestra y justifica la selección de las tareas.

1) "Como aprender a hacer de maestro"

Tarea 1: Zumo de tomate

*Ahora te conviertes en maestro/a de final de Ciclo Mediano (9-10 años). (a) Tienes que preparar una clase sobre medidas y resolución de problemas, y has pensado que el elemento provocador sea el zumo de tomate. (b) Explica los contenidos concretos que te propones trabajar en los primeros 20 minutos de clase. ¡No olvides decir el material que necesitas! (c) Describe bien con cuál frase empezarías la clase. (d) Imagina y escribe un posible diálogo de los muchos que intuyes que se pueden producir a continuación. (*e) Explica una posible frase que dices para provocar reflexión y síntesis al final de estos 20 minutos. (Tema 3 y 4).*

La tarea pertenece al Bloque 1 Matemática en la Escuela y la Sociedad, del tema 3 Curriculum matemático en Primaria, actividad 7. Para facilitar lectura la denominamos "Zumo de tomate". En esta tarea se propone a los alumnos preparar y escribir una clase una clase sobre medidas y resolución de problemas, donde el elemento provocador sea el zumo de tomate. Esta tarea fue seleccionada porque:

- Según el IPCT instrumento para caracterizar el potencial creativo en las tareas del dossier electrónico, esta tarea es la que tiene la mayor cantidad de rasgos asociados en el contenido didáctico del Bloque 1, un total de ocho.

- Es una tarea muy completa, pues se pide preparar la clase, indicar los materiales a usar, explicar los contenidos, y escribir un posible diálogo que pueda surgir en la clase.

- El tema sobre el cual desarrollarán la clase es concreto y sencillo.

- Se promueve fundamentalmente el conocimiento estratégico-didáctico del futuro maestro.

- Es interesante que se proponga a los alumnos redactar un posible diálogo, pues además de incitarlos a imaginar, se puede mirar en los mismos: creencias, errores en el contenido matemático, asignación de problemas estereotipados, etc. Es acertado, que en la tarea además se pida resumir la frase con la que comenzaría la clase y con la que cerraría la misma. Esto incita al alumno precisar las actividades y le da oportunidad de realizar síntesis, que no todos son capaces de realizar y que constituye un elemento para que el profesor se aproxime a detectar cuáles son esas dificultades que tienen los alumnos a la hora de diseñar tareas y a la hora de desarrollarla. Y aquí está quizás, el valor fundamental de esta tarea, que sin llevarla a cabo en la práctica, se aproxima a lo que pudiera ser la actuación del futuro docente.

2) "Para hacer una reflexión sobre el contenido matemático"

Tarea 2: Sol

Mide en un día de sol, la extensión de la sombra de un objeto en diferentes horas del día. Observa el cambio de posición del punto final. Haz también un dibujo (o fotografía) del movimiento de la sombra. Da una explicación de lo que ha pasado. ¿Qué contenidos matemáticos se trabajan en estas actividades?

La tarea pertenece al Bloque 3 Geometría, del tema 1 Conociendo el espacio, actividad Plano 1. Para facilitar la lectura la denominamos "Sol" En esta tarea se propone a los alumnos medir en un día de sol, la altura de la sombra de un objeto en diferentes horas del día y se les pide que dar una explicación de lo que ha pasado. Esta tarea fue seleccionada porque:

- Según el IPCT instrumento para caracterizar el potencial creativo en las tareas del dossier electrónico, esta tarea tiene cinco rasgos en el contenido matemático. Es una cantidad de rasgos significativos considerando que es la segunda tarea del Bloque 3 que tiene mayor cantidad de rasgos asociados en el contenido matemático.

- Se trabajan varios contenidos matemáticos como:
  - De Geometría y Trigonometría planas: propiedades angulares de triángulos y cuadriláteros; razones trigonométricas; transformaciones geométricas (semejanza).
  - De Geometría y Trigonometría esférica: Ángulos diedros, planos bisectores, rectilíneo de un diedro (el ángulo plano que se forma al cortar el diedro por un plano perpendicular a la arista); proyecciones y secciones; representación de puntos en la esfera.

- De Astronomía: la esfera celeste, movimiento aparente del Sol, coordenadas (longitud y latitud); eje de rotación de la Tierra y el eje magnético, etc.
- Representaciones gráficas para representar el movimiento de la sombra y la variación de su longitud; máximo de funciones.

▪ Se incita a realizar representación de un fenómeno de la vida real.

▪ Se estimula a usar el entorno como elemento de conocimiento matemático.

Capítulo 5

Construcción del Instrumento

El individuo creativo es capaz de tolerar la ambigüedad conceptual:
No se angustia por el desorden configurativo,
sino que lo percibe más bien, como invitación a una síntesis de orden superior.
George Demos y John Gowan (1976)

Todas las noches creía haberlo conseguido,
pero al rayar de nuevo el alba
descubría al instante el error de los resultados que había obtenido la víspera.
Al séptimo día, finalmente, las murallas se derrumbaron.
(Laurent Schwartz, matemático)

En cualquier trabajo científico, desde la búsqueda y el planteo del problema hasta el control de la solución y desde la invención de las hipótesis guías hasta su elaboración deductiva, intervienen la percepción de las cosas, acontecimientos y signos; la imaginación o representación visual; la formación de conceptos de diverso grado de abstracción; la comparación que lleva a establecer analogías y la generalización inductiva junto con la loca conjetura; la deducción tanto formal como informal; análisis toscos y refinados, y probablemente muchas otras maneras de formar, combinar y rechazar ideas, pues digamos de paso, la ciencia está hecha de ideas y no de hechos.
Mario Bunge (1986)

En este capítulo se explica el proceso de construcción del instrumento para detectar elementos de creatividad en tareas del dossier electrónico, acción de clases y respuestas de los alumnos en el conocimiento matemático y en el conocimiento didáctico. Se explica el proceso de triangulación, se muestra el diseño del sistema de los constructos asociados al instrumento: conocimiento, indicadores, descriptores y rasgos. Finalmente se expone el instrumento construido.

5. 1 Introducción

Se genera un instrumento para detectar elementos de creatividad en la enseñanza de la matemática en la formación inicial de maestros, en particular en tareas, acción de clases y respuestas de los alumnos. Al ser aplicado a una determinada estrategia metodológica (tareas puestas por el formador, tareas del dossier electrónico, libros de texto, pósteres, etc.) utilizada en dicha enseñanza, el instrumento elaborado permite: A) detectar cualitativamente su potencial creativo; y B) efectuar también una cierta cuantificación de dicho potencial. El instrumento fue construido a través de un proceso de triangulación donde:

1) Recogíamos información de las fuentes[16] y seleccionábamos aquellas frases que permitían caracterizar la creatividad en la enseñanza de la matemática;

2) Aplicábamos estas frases a tareas del dossier electrónico utilizadas en la formación inicial de maestros.

3) Discutíamos los tres investigadores reformulando las frases hasta darles forma de rasgos.

Después de configurar dicho instrumento de manera general, como primera práctica lo aplicamos a las tareas del dossier electrónico antes mencionado. Entendemos que *el potencial creativo de las tareas del dossier electrónico es el conjunto de las distintas oportunidades que puede ofrecer una tarea para desarrollar la creatividad en los alumnos en tanto que futuros maestros.*

[16] Para definir los rasgos del potencial creativo hemos realizado una revisión bibliográfica y nos basamos en el contenido resumido en los capítulos 1 y 2.

Detectar elementos de creatividad en la enseñanza de la matemática en la formación inicial contribuiría a mejorar el diseño de tareas proporcionando elementos para enriquecerla. Además tenerla identificada, permitiría estimularla y potenciarla.

Compartimos el planteamiento de S. de la Torre (2006) la necesidad de evaluar deriva de su importancia, valorar es otorgar valor, evaluar es valorar con criterio para un determinado fin. Si la creatividad fuera irrelevante o carente de importancia, podríamos permitirnos pasar de su evaluación. Pero es precisamente su importancia social y educativa la que nos insta a tomarla en consideración, a valorarla y comprobar su desarrollo o crecimiento. Es conveniente tener en consideración la evaluación de la creatividad en el currículo escolar si realmente la planteamos en los objetivos. Si aparece en los objetivos y no en la evaluación, estamos programando en el vacío. Es preciso llevar a cabo su evaluación en proyectos de investigación en los que se plantea la creatividad como problemática u objeto de estudio. Nuestro estudio es un primer paso, pretendemos primero caracterizar, ver dónde hay creatividad, precisar qué es creatividad y para estudios posteriores su evaluación, lo cual sugerimos en capítulos 13 de Perspectivas de la investigación.

5.2 Proceso de triangulación

El principio de triangulación es la técnica más conocida y utilizada para alcanzar los niveles de credibilidad interna y externa en una investigación cualitativa. En la triangulación se usan múltiples fuentes, métodos e investigadores con la intención de ampliar el ámbito, densidad y claridad de los constructos desarrollados en el curso de la investigación y corregir los sesgos que aparecen cuando el fenómeno es examinado por un solo observador, con una técnica y desde un solo ángulo de observación (Cerda, 2000).

La elaboración del instrumento fue un proceso no lineal donde:

1) Seleccionamos una lista de unas 100 frases u oraciones de distintas fuentes sobre: creatividad, creatividad en matemática, creatividad en educación, creatividad en educación matemática, creatividad en formación de maestros de matemática.

2) Estas frases las redujimos a 80 y las agrupamos según las componentes del desarrollo profesional docente: conocimiento didáctico, conocimiento actitudinal, conocimiento matemático; siguiendo el esquema de Bairral y Giménez (2002). Al final, lo redujimos sólo a las componentes conocimiento matemático y conocimiento didáctico, porque veíamos que la componente conocimiento actitudinal merecía un estudio aparte y que no alcanzaríamos a realizarlo por limitación de tiempo.

3) Intentamos agrupar estos rasgos además de las componentes del desarrollo profesional, según habilidades de desarrollo de pensamiento (Sánchez, 2002). Esta clasificación no nos convenció porque había muchos aspectos que dejábamos fuera.

4) Así que decidimos, agrupar los rasgos en los indicadores de creatividad (Guilford, 1950): originalidad, flexibilidad, fluidez y elaboración. Esta clasificación se adecuaba más a los objetivos que nos habíamos planteado.

5) Observamos que además de los indicadores, podíamos hacer otra clasificación, donde podrían agruparse según categorías que describieran mejor el aspecto creativo relacionado con la enseñanza de la matemática. Fuimos colocando etiquetas para cada grupo de rasgos y discutíamos cuál lo

representaba mejor. A su vez, estas etiquetas, que luego llamamos *descriptores*, eran elementos que debían definir cada indicador.

6) Nos dedicamos a poner el acento en cada rasgo: lo leíamos varias veces, ajustábamos su redacción, lo aplicábamos a tareas, lo redefiníamos, eliminábamos o creábamos otro nuevo en función de encontrar ejemplos adecuados.

7) Realizamos una primera aplicación al Bloque 3 de Geometría y de nuevo se realizaron las correcciones que considerábamos necesarias para que el instrumento tuviera validez de contenido. Si un rasgo no era operacional, se eliminaba.

Es así como en este proceso se producen tres triangulaciones según el esquema que sigue:

- **Triangulación 1.** La hemos llamado teórica porque tiene como vértices las fuentes bibliográficas sobre: sobre creatividad, creatividad en matemática, creatividad en educación, creatividad en educación matemática y creatividad en formación de maestros de matemática. En esta fase buscábamos las frases.

- **Triangulación 2.** Consistía en las reuniones entre los dos tutores y la investigadora. Leíamos y discutíamos las frases hasta convertirla en un rasgo y buscábamos los descriptores más apropiados para agruparlas y ubicar los indicadores donde debían ser colocados, usando como criterios que el descriptor relacionara el aspecto creativo y el matemático. También había que considerar si el rasgo y el descriptor recogían mejor el aspecto matemático o el didáctico. En ese momento se agrupaban en categorías de contenido profesional.

- **Triangulación 3.** En esta fase se aplicaban los rasgos a distintas tareas del dossier electrónico. Para aplicar esta triangulación, primero había que clasificar la tarea según el contenido que predominaba más, matemático o didáctico, y luego se le iban aplicando los distintos rasgos. Observábamos cómo al aplicarlo servían o no, porque muchas veces cuando se aplicaba el rasgo no era operativo y esto obligaba ha redactarlo de nuevo e incluso a eliminarlo.

- **Macro triangulación:** Abarca las triangulaciones 1, 2 y 3. Durante casi dos años este proceso se iba repitiendo: búsqueda, selección y aplicación de frases; hasta llegar a la elaboración del instrumento.

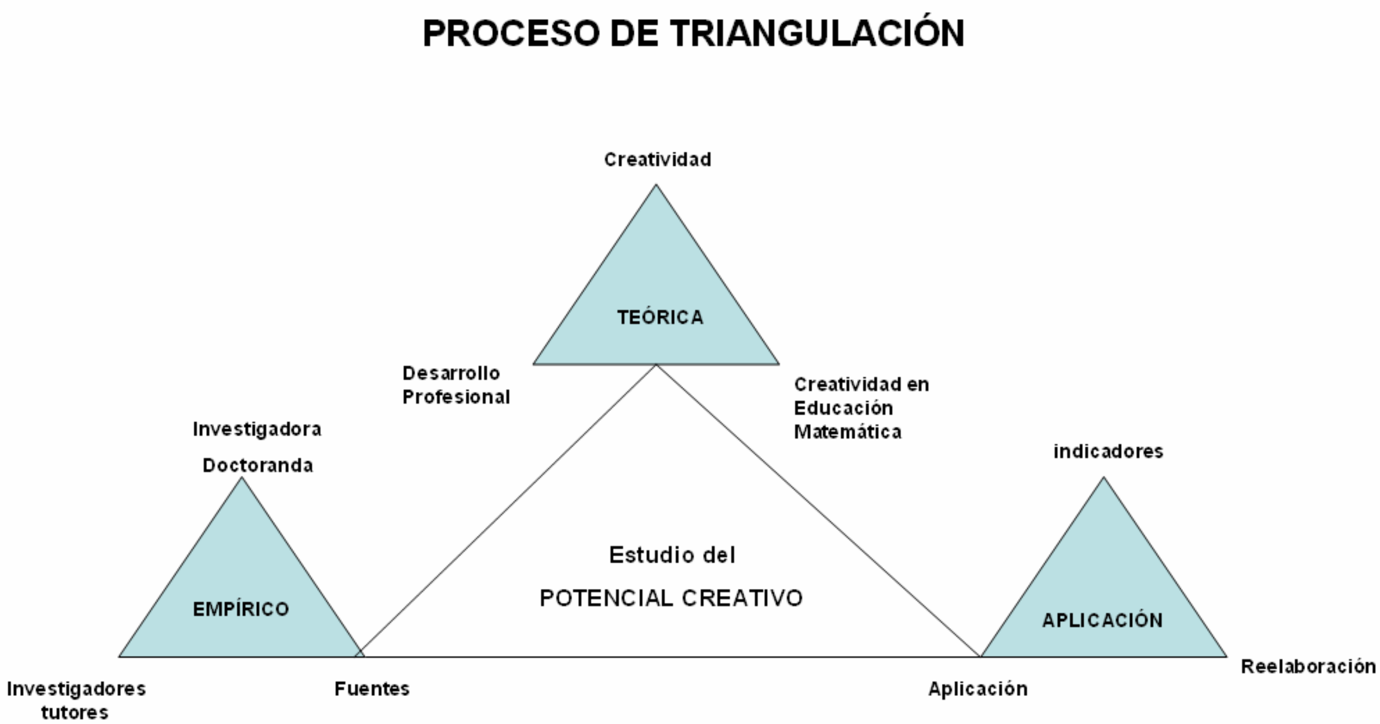

Fig. 5.2.1

5.3 Descripción de constructos asociados al instrumento

El instrumento consta de cuatro apartados (elementos): conocimiento, indicadores, descriptores y rasgos, ordenados según la siguiente relación subjuntiva: Conocimiento comprende el ámbito matemático y el didáctico; para cada ámbito se sitúan los mismos indicadores, y para cada indicador unos descriptores y por cada uno de los descriptores, un conjunto de rasgos. Ver figura 5.3.1.

Fig. 5.3.1

- **Conocimiento Profesional**: Lo constituye la integración del saber teórico y del saber práctico que permitirá al futuro docente desenvolverse en su carrera profesional. Aquí consideramos que *el conocimiento matemático* comprende aquellas destrezas que tiene el alumno para operar con las matemáticas escolares. *El conocimiento didáctico* está conformado por aquellas competencias que lo preparan para ser un formador matemático, preparar secuencias didácticas, elaborar materiales didácticos y seleccionar contenidos de la matemática escolar.

- **Indicadores:** Son las cualidades, palabras o frases que permiten reconocer la presencia de potencial creativo en la tarea o donde sea. En el instrumento tomamos en cuenta los indicadores: originalidad, flexibilidad, fluidez y elaboración, que hemos citado en el capítulo anterior y que están presentes en todo tipo de comportamiento creador (Guilford, 1950):

✓ *Originalidad*: Es lo primero en aparecer, lo irrepetible, lo poco frecuente, lo novedoso, y lo que promueve asociaciones remotas. El futuro profesor con originalidad se evade de un sistema conceptual previo y construye uno nuevo que afecta tanto a las ideas como a las personas. Por ejemplo, el profesor promueve la invención de problemas desafiantes. Esto significa que se propone problemas con finales abiertos y se anima a buscar distintas soluciones (aritméticas, algebraicas, geométricas, combinatorias, etc.) en su solución.

✓ *Flexibilidad*: Lo abierto, lo que cambia. El futuro profesor trabaja con formas no rígidas, escapa de soluciones frecuentes, percibe significados en situaciones relevantes, es receptivo y tolerante ante la ambigüedad, mira los problemas desde diferentes puntos de vista, usa los errores de los estudiantes como estrategia de aprendizaje.

✓ *Fluidez:* Lo que mana, lo que brota de formas diversas, y cuántas más mejor. El futuro profesor con fluidez tiene capacidad para producir gran cantidad de ideas, alternativas, planteamientos, soluciones, combinaciones, contribuciones. El futuro profesor comunica usando correctamente el lenguaje matemático, formula la explicación del trabajo a realizar en clases, usa variedad en las técnicas de enseñanza, hace comparaciones, establece semejanzas y diferencias.

✓ *Elaboración*: Lo complejo. El futuro profesor diseña sus clases con detalle, de manera cuidadosa y minuciosa. Tiene la capacidad de elaboración que le permite imaginar los pasos siguientes, una vez se han concebido las imágenes, pensamientos o frases.

- **Descriptores:** Son palabras que sirven para operativizar el indicador en la enseñanza de la matemática en la formación inicial de futuros docentes. Es decir, es la palabra o frase que sirve para describir la relación entre creatividad y enseñanza de la matemática en la formación inicial de futuros docentes. Dependiendo del ámbito matemático o didáctico se reconocen distintos descriptores para cada uno de los indicadores. El instrumento final tiene 20 descriptores, 9 para el conocimiento matemático y 11 para el conocimiento didáctico.

- **Rasgos:** Son aquellas frases que sirven para caracterizar cada descriptor de forma lo más operativa posible. En el instrumento tenemos definidos 53 rasgos, 24 para el conocimiento matemático y 29 para el conocimiento didáctico.

En las páginas siguientes se muestra el instrumento para detectar elementos de creatividad en tareas, acción de clases y respuestas de los alumnos para el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico en la formación inicial de maestros con los respectivos códigos asignados para facilitar la reducción de datos. En los capítulos 6 y 7 se definen estos elementos.

CONOCIMIENTO	INDICADOR y su código	DESCRIPTORES y su código	RASGOS: *A través de las tareas se promueve que el futuro maestro...*	CÓDIGO Rasgos
MATEMÁTICO *Conocer y usar hechos, procedimientos propios de las matemáticas de forma que se tenga competencia suficiente de la materia para la enseñanza*	**ORIGINALIDAD MO**	Conexionismo MOC	a) Descubra asociaciones remotas entre conceptos matemáticos b) Relacione explícitamente estándares (elementos curriculares) matemáticos diferentes c) Establezca analogías en la resolución de problemas	MOC1 MOC2 MOC3
		Novedad MON	a) Resuelva problemas con final abierto b) Fomenta mediante la construcción e interpretación de imágenes c) Use la intuición mediante resolución de problemas a partir de lo informal d) Invente sus propias estrategias para resolver problemas	MON1 MON2 MON3 MON4
	FLEXIBILIDAD MFL	Interdisciplinaridad MFLI	a) Fomente las aplicaciones de la matemática a otras asignaturas del currículo b) Identifique relaciones matemáticas en la multiplicidad de la cultura que nos rodea c) Relacione con la matemática descubrimientos o hechos actuales interesantes para la comunidad científica	MFLI1 MFLI2 MFLI3
		Contextualización MFLC	a) Fomente la capacidad de observación de su entorno desde un punto de vista matemático b) Reconozca y encuentre problemas o situaciones diferentes asociadas a un determinado contenido c) Reconozca y aplique situaciones matemáticas a la vida cotidiana	MFLC1 MFLC2 MFLC3
		Interpretación MFLN	a) Organice datos de formas diferentes para seleccionar aquellos que son relevantes a un determinado fin b) Traduzca y analice situaciones de distintas maneras para reconocer conocimientos nuevos y con ello establecer relaciones de clasificación y jerarquía	MFLN1 MFLN2
		Adaptabilidad MFLA	a) Formule, a partir de situaciones, problemas que se puedan resolver de diferentes formas y utilice distintos enfoques (algebraicos, geométricos, combinatorios) así como inducción, generalización, etc. b) Relacione situaciones problemáticas (cotidianas o no) con ámbitos de significado de manera que permita reconocer distintos tipos de problemas	MFLA1 MFLA2
	FLUIDEZ MFU	Comunicación MFUC	a) Comunique lo que desarrolla usando distintos lenguajes (verbal, gráfico,…) con coherencia y claridad permitiendo que se reconozca el valor de cada uno en la situación dada	MFUC1
		Discernimiento MFUD	a) Identifique semejanzas y diferencias entre acciones o procesos matemáticos para reconocer la relevancia de dichos procesos en el quehacer matemático	MFUD1
	ELABORACIÓN ME	Complejidad de relaciones MEC	a) Mediante modos de representación diversos construya jerarquías conceptuales b) Reconstruya organizadamente conceptos básicos de la matemática escolar c) Generalice procedimientos a partir de la construcción de patrones o *esquemas* d) Use sistemas representativos (gráfico, escrito, oral) diferentes para reconocer el contenido e) Construya modelos y redes para facilitar la comprensión de diversas estructuras o situaciones semejantes	MEC1 MEC2 MEC3 MEC4 MEC5

CONOCIMIENTO	I NDICADOR y su código	DESCRIPTORES y su código	RASGOS: *A través de las tareas se promueve que el futuro maestro…*	CÓDIG
PROFESIONAL DIDÁCTICO *Saber* ***(1) usar el conocimiento para enseñar*** *conociendo los diseños curriculares y modelos propios del sistema educativo en el que el docente se encuentra y se adapte a la realidad escolar en cuanto al uso de estilos y materiales* ***(2) gestionar el discurso*** *que construye el conocimiento para mantener una relación social que ayude al alumno y al grupo lo mejor posible y permita situar el conocimiento* ***(3) mantener el valor*** *de la interacción como productora de conocimiento*	**ORIGINALIDAD** **DO**	Sorpresa Eficiente DOS	a) Identifique o elabore propuestas de aula no convencionales en el planteamiento de actividades matemáticas b) Elabore problemas con final abierto y reflexione sobre los distintos tipos de solución	**DOS1** **DOS2**
		Divergencia DOD	a) Use preguntas divergentes y promueva abrir debates de discusión en clase sobre la construcción de objetos matemáticos b) Incite las diferencias de manera que lleve a usar habilidades de preguntarse sobre formas diferentes de conocimiento c) Reconozca respuestas posibles diferentes de alumnos de distintos niveles	**DOD1** **DOD2** **DOD3**
		Reinvención DOR	a) Incorpore elementos curriculares adecuados para mejorar secuencias y contenidos didácticos dados o proponga alternativas coherentes b) Construya o adapte escenas posibles de clase asociadas a un contenido determinado c) Reconozca el proceso de descubrimiento escolar	**DOR1** **DOR2** **DOR3**
	FLEXIBILIDAD DFL	Apertura DFLA	a) Reconozca la observación como valor didáctico, asumiendo el riesgo a hablar sobre procesos de aula b) Relacione matemática con el entorno en la construcción novedosas de tareas escolares y formatos diferentes c) Use el material didáctico de formas distintas reconociendo ventajas y desventajas de cada uso d) Formule problemas con significados diferentes asociados a un mismo contenido	**DFLA1** **DFLA2** **DFLA3** **DFLA4**
		Mediación DFLM	a) Compare distintas situaciones matemáticas (elaboradas, de textos escolares, etc.) para seleccionar aquellas que tengan mayor posibilidad de desarrollar el pensamiento flexible en sus futuros alumnos b) Utilice tecnologías adecuadamente, como medio eficaz para el reconocimiento de estructuras y para ayudar a la construcción de esquemas en las tareas que propone	**DFLM1** **DFLM2**
	FLUIDEZ DFLU	Adecuación Diversificada DFUC	a) Analice las diferentes situaciones, estructuras y dificultades de problemas que proponen libros de texto de primaria o similares b) Seleccione tareas adecuadas de propuestas elaboradas redefiniéndolas de maneras diferentes e incorporándole adaptaciones novedosas de acuerdo al objetivo c) Diseñe actividades diversas de forma secuenciada para el aprendizaje de contenidos a partir de situaciones planteadas	**DFUA1** **DFUA2** **DFUA3**
		Comunicación DFUC	a) Promueve el diseño de presentaciones visualmente de forma novedosa con la información más relevante de los comentarios de algún autor sobre el contenido matemático a través de la elaboración de murales, pósteres y distintas presentaciones	**DFUC**
	ELABORACIÓN DE	Desarrollo selectivo DED	a) Adecue tareas con secuencias bien organizadas y considere la factibilidad de adquirir o construir lo necesario en las actividades propuestas en condiciones dadas del alumnado b) Use de forma controlada y justificada la experimentación en el planteamiento de propuestas didácticas c) Reconozca conocimientos previos básicos para trabajar cierto contenido en clase, los explicite e indique cómo va A integrarlos	**DED1** **DED2** **DED3**
		Integración Curricular DEI	a) Use variedad de instrumentos y formulaciones para controlar y regular el trabajo sobre un cierto contenido, reconociendo el valor de dicho instrumentos b) Fomente la elaboración de situaciones, análisis curriculares o didácticos en los que use el error como aprendizaje c) Permite diseñar actividades ricas en aulas heterogéneas y reconocer formas diferentes según la diversidad de los alumnos	**DEI1** **DEI2** **DEI3**
		Conexionismo curricular DEC	a) Analice interacciones que el docente impulsa en una clase para facilitar el contenido matemático b) Describa características de la construcción del conocimiento de los alumnos de primaria a partir de diálogos de clase	**DEC1** **DEC2**
		Reconstrucción reflexiva DER	a) Describa la concepción de enseñanza aprendizaje de maestros asociada a relatos de clase dado o bien produzca tareas correspondientes a concepciones dadas. b) Mejore los análisis curriculares afianzando el pensamiento metacognitivo c) Reflexione críticamente sobre el currículo de primaria e incorpore propuestas de cambio	**DER1** **DER2** **DER3**

Capítulo 6

Estructura del instrumento para conocimiento matemático

Necesitamos problemas que sean un reto. Deben ser fascinantes interesantes, emocionantes, importantes, que provoquen suspenso... son bienvenidos los problemas abiertos, que representan retos con contextos y resultados sorprendentes.... debemos conectar los problemas con las experiencias cotidianas de los individuos, debemos conectarnos con el campo de experiencia y las áreas de interés de nuestros estudiantes. Ellos tienen que poder identificarse, con el problema y sus posibles soluciones.
Hartwig Meissner (2005)

Una de les millors classes de matemàtiques que recordo fou un dia a la botiga de la meva mare, on una senyora que treballa amb ella em va ensenyar a restar. Amb molta paciència, la dona va agafar un grapat de clips i bolígrafs i em va explicar de manera pràctica com funcionava la resta. Després em va anotar unes quantes operacions i les vem anar fent juntes amb l'ajuda dels clips i els bolígrafs. Va ser molt divertit, em va il·lusionar aprendre quelcom nou i em va semblar molt interessant.
Núria, estudiante de magisterio (2002)

La nostra cultura és molt individualista. A Tarragona, on hi havia més ambient de poble, es feia més fàcil trobar gent com Nuria que t´ expliquen les seves vivències educatives.
Profesor J1 (2002)

En este capítulo se explican los elementos indicadores, descriptores y rasgos para el análisis del potencial creativo en el conocimiento matemático. Se da ejemplos de aplicación de cada uno de los rasgos en tareas del dossier electrónico.

6.1 Indicadores, descriptores y rasgos en el *conocimiento matemático*

A continuación, definimos cada uno de los indicadores, descriptores y rasgos, en el conocimiento matemático, que conforman el instrumento para detectar elementos de creatividad. Así mismo, se mostrará un ejemplo de detección de rasgos en tareas del dossier electrónico[16].

6.1.1 Originalidad

Recordaremos ante todo que, para nuestro estudio, ser original implica promover de forma explícita que el sujeto dé muestras de algo que no estaba construido previamente por él o por otro, de manera que pueda recordarlo o reelaborarlo. Los procesos originales de alto nivel están al alcance de muy pocos. La originalidad en el conocimiento matemático puede caracterizarse con los descriptores que llamamos: **Conexionismo** y **Novedad.**

Conexionismo

Una de las características de la creación de imágenes que permite la construcción matemática, es el establecimiento de unas *relaciones conceptuales entre dos o más conceptos,* de modo que surge una nueva idea que integra diferentes aspectos de los conceptos iniciales anteriores (Ervynck, 1991). Con ello se busca que el futuro maestro aprenda a:

- Desenvolverse en situaciones donde tenga que usar relaciones que ya había utilizado en otras actividades y pueda integrarlas a lo que está haciendo.

[16] La tareas usadas en la aplicación del instrumento corresponde a Servat y otros, 2001. Dossier electrònic *"Bases per a l'ensenyament de les matemàtiques"*. Barcelona. Universitat de Barcelona. Disponible en internet en la página de inicio : http://dossiers.ub.edu/docs/6453/index_pd.htm

- Conectar contenidos matemáticos, comprendiendo que la matemática constituye un campo integrado de estudio. De manera que el futuro maestro los incorpore en su enseñanza.

Entendemos que para potenciar un trabajo creativo son necesarias las conexiones y promover asociaciones remotas entre conceptos matemáticos. Crear originalmente contenido comprende e implica hacer conexiones. En este sentido, para Ramirez y Usön (1998) los conceptos en matemáticas pueden conectarse de mil maneras, y afirman que es necesario crear el hábito de establecer conexiones. La NCTM (2000) señala que uno de los principios de aprendizaje que debe estar definido en los programas de enseñanza son las conexiones. Esto es, las tareas matemáticas deben capacitar a todos los estudiantes para reconocer y usar las conexiones entre ideas matemáticas y comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan, se construyen unas sobre otras. El establecimiento de conexiones ayuda a:

a) Producir un todo coherente

b) Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos

c) Reconocer modelos

e) Mejorar competencias de razonamiento matemático.

Distinguimos los siguientes rasgos para operativizar el conexionismo en la formulación de las tareas. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

a) Descubra asociaciones remotas entre conceptos matemáticos

Hay distintos tipos de relaciones o conexiones que esperamos constatar. Diremos que una tarea promueve las asociaciones remotas si provoca respuestas inusitadas e inteligentes conseguidas desde premisas muy distantes o remotas que saltan sobre lo evidente, yendo más allá de lo aprendido

(Guilford, 1962). En efecto, es importante incitar en el estudiante la búsqueda de relaciones entre conceptos que precisamente no son explícitas en los enunciados pero, posibles de descubrir. Esto coincide con lo que Poincaré (1908) denominaba relaciones ocultas, necesarias en la creación matemática. Se trata de reconocer situaciones en las que se incentivan observaciones que hagan que el alumno descubra conexiones no tan obvias de encontrar. Nos interesa que en la formación se estimule en el alumno el asombro cuando ven conexiones ocultas (Huckstep, 2002). Más aún considerando lo que afirman Contreras y Blanco(2000) acerca de que los estudiantes de primaria y secundaria no tienen demasiadas oportunidades de hacer matemáticas ni de construir un conocimiento rico e interconectado a partir de situaciones que permitan el establecimiento de conjeturas. Los alumnos no suelen estar entrenados en actividades metacognitivas y de resolución de problemas, que sería el paso necesario anterior al establecimiento de relaciones.

El tipo de relaciones que se considera son las de tipo estructural. No toda acción metacognitiva promueve conexión, pero sin pregunta reflexiva no hay conexión posible. Una tarea que potencia la creatividad debe estimular que se descubran estructuras, atributos, acciones, actitudes, comportamientos, relaciones entre elementos matemáticos.

Ejemplo: En la actividad *Espacio 3: Formas en el espacio,* del Bloque 3: Geometría del dossier electrónico encontramos:

Situación:

Vivim en un espai tridimensional que fa que els objectes tinguin una aparença determinada. No tots els objectes tenen forma fixa (els líquids no la tenen), però n'hi ha molts que sí i aquesta és la primera característica que copsem d'ells.

<u>*Acción Reflexiva 1*</u>

<u>*Fes una llista d'objectes que estàs veient ara*</u>*, de manera*

que cada un tingui alguna diferència amb l'anterior en relació a la forma (no consideris tamany, ni color). Escriu la diferència que hi ha entre cada dos elements. Fes agrupacions dels objectes de la llista anterior, posant junts els que tinguin alguna característica comuna.

Acción Reflexiva 2
Quines són les característiques que t'ajuden a fixar-te en les formes dels objectes que tens al voltant? Quines penses que són les paraules clau per poder fer una descripció d'una forma?

En este caso, no podemos decir que se trata de relaciones remotas pero si se sugieren frases que hacen que el futuro docente busque relaciones más allá de observaciones. Si se supera la observación directa, se despierta en el alumno interrogantes que antes no se planteaba. Así se le da la oportunidad de establecer agrupaciones en las que las características se ponen en evidencia incitando el aprendizaje por descubrimiento, y con ello la posibilidad de creación de tareas que promueven el conexionismo.

b) Relacione explícitamente estándares (elementos de contenido estándar aceptado por la institución general) matemáticos diferentes

Las conexiones entre las representaciones y el contenido deberían destacarse tanto en el currículo como en las lecciones y en el material de enseñanza.

Ejemplo: En la actividad Plano 1: *El pla a partir de l`espai* correspondiente al tema *Apropament a l`espai* del Bloque 3: Geometría, se establece relación entre el uso de diagramas (mundo de representaciones), el elemento curricular (lo que se hace en clase), el contenido científico (el movimiento del sol), el contenido matemático situacional (hay una referencia que se marca en el suelo). Del fenómeno observado a la realidad observada.

> *Mesura en un dia de sol, la llargada de l'ombra d'un objecte a diferents hores del dia. Observa el canvi de posició del punt final. O bé fes també un dibuix (o fotografia) del moviment de l'ombra. Dona una explicació del que ha passat. Quins continguts matemàtics s'han treballat en aquestes activitats?*

c) Establezca analogías en la resolución de problemas

La construcción de analogías es usada frecuentemente en la construcción matemática. Las analogías sirven para ayudar a comprender una determinada noción o fenómeno, a través de las relaciones que el individuo establece con un sistema análogo que le es conocido. La incorporación de nuevos conceptos requiere de la activación de ideas o esquemas sobre los cuales pueda asentarse la nueva información, y una de las funciones de una analogía es facilitar el aprendizaje (Vasini y Donati, 2001). Una de las condiciones básicas para que las analogías cumplan su función en la creación, es que los estudiantes participen activamente en su construcción. Autores como Oliva y otros (2001) apoyan este planteamiento y señalan que si los alumnos se instruyen para crear, aplicar y modificar sus propias analogías, en oposición a la mera aplicación de analogías desde el exterior, se contribuye a la autorregulación de sus explicaciones sobre fenómenos científicos. Es importante seleccionar cuáles analogías deben utilizarse y a través de qué estrategia didáctica.

> Ejemplo: En la actividad *Ampliació 2: Enrajolant l`espai,* correspondiente al tema Mosaicos y Poliedros del Bloque 3 de Geometría, se plantea al alumno que así como se puede recubrir el plano con figuras bidimensionales, también se puede plantear la situación en el espacio. Se da el ejemplo de cómo en la naturaleza se hacen composiciones con prismas hexagonales como los Gigantes de Irlanda y se compara mediante un gif. animado con los panales de las abejas y agrupaciones de Toblerone. Teniendo en

cuenta este comentario, se le plantea al alumno las siguientes preguntas, poniendo el énfasis en el uso de la analogía:

Podriem omplir l'espai amb cossos sense deixar forats?
Quins cossos servirien?
Tenint en compte el que saps dels mosaics, quins cossos podries fer?

En este caso, se alude a lo realizado en otra actividad en la que se pedía embaldosar el plano. Allí se descubrió que los hexágonos regulares se embaldosan según los ángulos.

Novedad

La originalidad va ligada a la novedad, y a veces se usan como sinónimos. Monreal (2000) distingue tres enfoques que definen la novedad:

1) Se relaciona con la baja frecuencia estadística, es decir, lo que sucede pocas veces; sin embargo, advierte la relatividad de este planteamiento porque hay sucesos que son frecuentes en un espacio y población, y no lo son en otros espacios y poblaciones.
2) Se interpreta desde una perspectiva cronológica: Lo nuevo es hacer algo primero en la historia y, por lo tanto, va unida al primero que lo hizo.
3) Se dice que una respuesta es nueva porque es única en un grupo determinado o porque el individuo se evade de un sistema conceptual previo y construye uno nuevo que afecta tanto a las ideas como a las personas.

En nuestro estudio, consideramos la novedad relacionada con la propuesta que promueve dar respuestas diferentes a otras que fueron dadas en el entorno del sujeto y son interpretadas como diferentes por el mismo sujeto, coincidiendo con el planteamiento para la resolución de problemas realizado por Garret (1988). Este autor considera que una resolución de problemas de máxima creatividad debe incluir utilidad, novedad y originalidad.

Distinguimos los siguientes cuatro rasgos para operativizar la novedad en la formulación de las tareas. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

a) Resuelva problemas con final abierto

Existe una diferencia entre los denominados problemas "abiertos" y "cerrados" Garret (1988). Problemas cerrados son aquellas situaciones que tienen bien sólo una respuesta o más de una pero totalmente definidas. El resolutor generalmente sabe cuándo ha llegado a una respuesta y sabe que hay una respuesta a la que llegar. Por ejemplo, ¿cuánta alfombra necesito para cubrir el piso de esta habitación? Hay, por otro lado, situaciones para las que puede haber varias respuestas de las que ninguna de ellas sea correcta o equivocada en términos absolutos, sino simplemente la más adecuada para un conjunto dado de circunstancias. Esto son problemas abiertos. Posiblemente están involucrados un conjunto de factores en conflicto y nunca podemos estar seguros de haber llegado siquiera a la mejor respuesta. Estas situaciones abiertas carecen de una solución definida. Por ejemplo, ¿qué calidad de alfombra debo poner en esta habitación? Las dos situaciones anteriores tienen cierta similitud. Se pueden solucionar potencialmente dentro de un paradigma dado o resolverse dando información suficiente. Igualmente ambas resaltan la utilidad. Según Garret (1988), algunas implicaciones para el currículo de ciencias que tiene el suministro de experiencias con resolución de problemas abiertos son:

a) Se fomenta verdaderos intentos de llegar a una comprensión real de los aspectos planteados

b) Se estimula la originalidad
c) Se fomenta la formulación de hipótesis
d) Se generan problemas nuevos
e) Se fortalecerá una actitud más flexible y realista hacia los logros de la ciencia
f) Se apreciarán las limitaciones del proceso científico
g) Se logrará una enseñanza a través de, y no al margen de, los procesos científicos.

Otros autores, como Meissner (2000), también coinciden en que en la educación matemática se necesitan problemas desafiantes, provocadores, que tengan resultados sorprendentes; problemas con un final abierto. Sugiere el planteamiento de problemas conectado con las experiencias de la vida diaria individual de los estudiantes de manera tal que los estudiantes sean capaces de identificarse con el problema y con su posible solución.

Ejemplo: En la actividad 4 correspondiente al tema Heurística del Bloque 1 Matemáticas en la escuela y la sociedad, se plantea una situación donde dos chicos quieren ser ingenieros de tránsito de su ciudad. Quieren diseñar un trazado de las calles por donde pasará el tránsito de manera que haya mayor fluidez de la que existe actualmente. Para ello deben colocar un semáforo en cada uno de los cruces de las calles. A partir de esta situación, se formulan preguntas para poder ayudar a estos chicos en su labor de colocar los semáforos. Reconocemos que se provoca la novedad en la propia propuesta que no han visto nunca:

Podem plantejar situacions problemàtiques semblants a la que ens hem plantejat.

b) Fomente mediante actividades problemáticas la construcción e interpretación de imágenes

La palabra imaginación proviene del latín imaginatio y que significa, visión, imagen. Según el diccionario de Ciencias de la Educación, imaginación es la actividad mental basada en la percepción, la memoria y el pensamiento, mediante el cual se reproducen imágenes (imaginación reproductiva) y se crean asociaciones entre éstas (imaginación productiva). En educación matemática, Dienes (1974) hace referencia a la imaginación en el sentido de visualización, donde la imagen constituye una herramienta para la resolución de problemas y construcción de conceptos. Los estudiantes para maestros tienen dificultades para encontrar semejanzas y diferencias o relaciones de inclusión entre conceptos matemáticos en general, y geométricos en particular, así como para analizar las variables de un concepto y la imagen que tienen asociada a casos particulares de los mismos (Contreras y Blanco, 2000). Muchas investigaciones han reconocido las imágenes restringidas o incluso erróneas de los conceptos (Gutiérrez y Jaime, 1996). En este sentido, en nuestro trabajo consideramos importante proporcionar tareas donde el alumno pueda imaginar situaciones en las que el contenido matemático, sea de nivel de dificultad alto o no, y le incite a formularse preguntas para reflexionar y resolver problemas.

Ejemplo:

Obté tots els tetracubs. N´hi ha més que els de la figura? Ordena'ls i nomena'ls amb un lletra.

Emplena un quadre amb el nombre d'elements de cadascun i el tipus de cares. Suposant que l´aresta del cub val 1, calcula les àrees totals de tots els tetracubs possibles.

Un cub te un desenvolupament pla que es un hexominó. Dels 35 diferents que es poden obtenir (figura esquerra), quins són desenvolupaments plans d´un cub? Representa la resta de tetracubs en

> *tots els sistemes i analitza les avantatges i els inconvenients de cada representació.*
> *Elabora un informe on es reflecteixi les relacions que es poden establir entre la col·lecció de tetraminós i la col·lecció de tetracubs.*

c) Use la intuición mediante la resolución de problemas a partir de lo informal

Pensamos que fomentar la intuición es un rasgo de originalidad en cuanto se potencia la creación de relaciones a partir de las imágenes (Pirie y Kieren, 1992) Para Pirie y Kieren, lo intuitivo tiene que ver con lo que otros autores llaman informal, que se pone en funcionamiento en una situación contextualizada real o próxima al estudiante. En alguna ocasión lo llama etnomatemático e indica que es una condición necesaria para cualquier elaboración matemática. En este sentido, la intuición no se relaciona con resolución sino con punto de partida para elaborar un conocimiento nuevo. Relacionar algo con lo conocido por el sujeto sería considerarlo como reconocimiento al conocimiento previo, que es un paso clave en la construcción de nuevos significados. En el caso de la resolución de problemas, Schoenfeld (1992) habla de conocimiento intuitivo cuando se refiere a las estrategias primarias que desarrolla un sujeto en la resolución de problemas. Es así como en educación matemática se considera la intuición matemática como aquel proceso que nace de la sistemática resolución de problemas. Creemos que el formador puede estimular el uso de la intuición para resolver problemas.

> Ejemplo: En la actividad *Pla 1: El pla a partir de l`espai,* correspondiente al tema Apropament de l`espai del Bloque 3 de Geometría, observamos este rasgo porque se promueve que el alumno vea mediante observaciones un fenómeno que va a ser matematizado y reconozca que eso da una función:

> *En un día de sol mide la longitud de la sombra de un objeto a diferentes horas del día.*

Se quiere que el alumno encuentre la relación informal: la sombra disminuye y luego aumenta debido a la inclinación del sol en las diferentes horas.

> *Observa el cambio de posición del punto final. O bien, haz un dibujo o fotografía del movimiento de la sombra. Da una explicación de lo que ha pasado. ¿Qué contenidos matemáticos se trabajan en estas actividades?*

Con ello se fomenta la construcción de imágenes y se promueve la conciencia del fenómeno y el control del mismo.

d) Invente sus propias estrategias para resolver problemas

A través de la tarea, se da la oportunidad al futuro maestro de probar distintos métodos de resolución, e incluso de inventar su propia estrategia para resolver problemas. Esta es la base para la divergencia que fomenta la creación de nuevas estrategias. La propuesta de problemas desafiantes en clase promueven el afán de superación, la curiosidad por saber cuál es la solución de otros compañeros y discusiones para comentar unas u otras soluciones (Bellot, 2001). Schoenfeld (1992) entiende que la resolución de problemas es, en el espíritu de Polya, aprender a enfrentarse con tareas nuevas y no familiares, cuando los métodos relevantes de solución (incluso si se dominan sólo parcialmente) no son conocidos. Compartimos la reflexión que hace Callejo (2002) con respecto a que se puede aprender a resolver problemas y favorecer este aprendizaje pero es difícil de enseñar. En efecto, dice Callejo que se pueden proponer problemas sugerentes, despertar el interés por esta actividad matemática, dar pautas, ayudar a los estudiantes a explicitar sus procesos de pensamiento, y a reflexionar sobre ello; sin embargo, la manera de abordar la resolución de problemas es algo muy personal y, en este sentido, lo que se puede hacer es ayudar a cada estudiante a descubrir su propio estilo, sus capacidades y sus limitaciones. No se trata, pues de transmitir a los estudiantes métodos, reglas heurísticas o "trucos" sino las actitudes profundas que han conducido a ellos, partiendo de su propia experiencia. Con ello se fomenta la creatividad, para lo cual es necesario combinar la práctica con una metodología de trabajo apropiada y el examen, el análisis, la discusión y la crítica de los procesos de resolución. Es importante que cualquier estrategia de resolución sea respetada y que cualquier línea de avance, por divergente que pueda parecer, sea estimulada (Ramírez y Usón, 1998)[17].

Ejemplo: en la actividad 4 correspondiente al tema *Heurística* del Bloque 1: Matemáticas en la escuela y la sociedad, se estimula al estudiante a proponer estrategias para resolver la situación dada:

Podem plantejar situacions problemàtiques semblants a la que ens hem plantejat. Podem calcular el nombres d'àrees que podem trobar quan es creuen dues línies? I quan se'n creuen 5? I quan es creuen 12 línies?.

Compareu els resultats i el procés que heu utilitzat en les dues situacions que s'han plantejat.

Al pedir la comparación se requiere de los sujetos la reflexión sobre los procesos análogos usados.

[17] El sistema educativo oculta la variedad como si de algo subversivo se tratara. Sólo se puede sumar de una manera, sólo hay un desarrollo del cubo, sólo se puede explicar una idea con las palabras frías y oscuras de un libro de texto. Pero para poder fomentar la variedad en nuestros alumnos y alumnas, para poder emplearla como instrumento didáctico, es preciso sentirla. (Ramírez y Usón, 1998: 237)

6.1.2 Flexibilidad

Formar en la flexibilidad matemática indica reconocer que hay diferentes formas de presentación del conocimiento, a partir de las cuales se desarrollan no sólo expresiones representativas diferentes sino metodológicas, puntos de partida diferentes. Suponemos que si el futuro maestro relaciona disciplinas, analiza métodos y modelos, y aprende a proponer diferentes aplicaciones a una conceptualización; podrá crear espacios nuevos y valorar que los estudiantes también lo hagan. Coincidimos con Callejo (2002) al plantear que para desarrollar la creatividad en matemática en los alumnos, debe fomentarse la flexibilidad en la resolución de problemas (resolver un problema de una forma y luego hacerlo de otras maneras) y flexibilidad en la formulación de problemas (formular problemas que se puedan resolver de diferentes formas). Caracterizamos la flexibilidad en el conocimiento matemático con los siguientes descriptores: **interdisciplinaridad, contextualización, interpretación** y **abertura.**

Interdisciplinaridad

El concepto de interdisciplinaridad abarca muchos significados y matices diferentes. La idea común es la de promover el mayor contacto entre disciplinas diferentes o incluso entre distintas ramas de una misma disciplina, ya sea para resolver un problema concreto, ya para comparar distintos enfoques y metodologías aplicados a una misma situación, o bien, en algunos casos, para crear nuevas disciplinas (Nieto, 1999).

En nuestra investigación consideramos el descriptor interdisciplinaridad como la potenciación de relaciones de la matemática escolar con otras asignaturas del currículo, con otras áreas del conocimiento en general y con diversas culturas, reconociendo métodos comunes y desarrollos análogos a respuestas de orígenes diferentes. En este momento, nos interesa la interdisciplinaridad en cuanto nos permite que el sujeto construya conocimiento porque lo sitúa y sabe reconocer un ejemplo clave, una respuesta nueva, una relación impensada. Desde el punto de vista epistemológico–histórico, muchos conceptos matemáticos se han desarrollado a través de las otras disciplinas. La idea de función, gracias a la física; la de proporcionalidad como razón se basa en conocimientos de música, etc. No se trata de saber más sino de relacionar y conocer las fuentes del conocimiento escolar para identificar mejor lo que implica mayor dificultad. Por un lado, se trata la hipótesis de que quien conecte con otras disciplinas pueda utilizar esas conexiones como imágenes en la construcción de nuevos contextos mediante analogías y metáforas. Por otro lado, da la oportunidad de generar contextos porque se tienen vinculaciones de tipo epistemológico y semántico. En la función del profesor de primaria, los ejemplos no son tan espectaculares como hablar de máximos y mínimos en geometría y en economía para poder distinguir lo que ocurre, pero existen buenos ejemplos. Aunque no es suficiente hablar de cultura o historia si no está conectada a las referencias del alumno y tiene valor para él.

Distinguimos los siguientes tres rasgos para operativizar la interdisciplinaridad en la formulación de las tareas. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

a) Fomente las aplicaciones de la matemática a otras asignaturas del currículo

Una de las exigencias de los programas educativos es promover tareas donde se relacione la matemática con otras asignaturas del currículo. Es lo que a la vista de muchos daría esa "justificación de enseñar matemáticas", el sentido del "para qué de la matemática". Sin embargo, creemos que los objetivos de la enseñanza de la matemática van más allá de esto. En este sentido, compartimos el planteamiento realizado por Gómez (2005):

> No hemos de volver a hablar de las matemáticas desligadas del contexto de las otras disciplinas. Las matemáticas son humanidades, historia del arte, van ligadas a la física, a las nuevas tecnologías como a la telefonía móvil, la informática… En el nuevo sistema educativo ya no tendría sentido hablar de asignaturas., sino que se debería apostar por un bloque tecnológico o científico con una fuerte interdisciplinaridad y coordinación. (Gómez, 2005: 32).

Ejemplo: en la actividad *Música 1: Proporciones y música*, correspondiente al tema Proporcionalidad geométrica del Bloque 3: Geometría, se propone observar las relaciones entre proporciones y música a partir de las relaciones observadas entre las cuerdas de una guitarra.

Calcula aproximadament les fraccions corresponents a corda total/corda del mi, corda total/corda del fa, corda total/corda del sol, etc.

Lo interesante es que se combina con la posibilidad de establecer la relación pitagórica.

b) Identifique relaciones matemáticas en la multiplicidad de la cultura que nos rodea

Esta frase es, quizás una de las más usadas cada vez que se habla de mejorar la enseñanza de la matemática. Sin embargo, tendríamos que preguntarnos desde las aulas de formadores de maestros hasta qué punto realmente se estimula la variedad de tareas para que el futuro docente viva la matemática que hay en su cultura e identifique el valor cultural de la actividad matemática. De hecho, Bishop (1999) decía que esto forma parte de la enculturación matemática. Es importante comenzar a reconocer la vinculación del contenido con la cultura del aprendiz. Tal como explica Gómez (2005):

> Las matemáticas están presentes en las facturas de gas y de luz, en los códigos de barras, en los planos, en la bolsa. Si estos elementos se introducen en el sistema educativo podemos usarlo como un recurso no sólo para motivar al alumnado, sino también para formar ciudadanos que capten cuándo les tomen el pelo y cuándo no… (Gómez, 2005: 32).

Saber que hay sistemas de numeración diferentes puede no ser en sí mismo un objetivo creativo, pero seguro que identificar las diferencias fomenta la flexibilidad del pensamiento. Identificar el sistema o estructura del sistema monetario del euro y compararlo con el sistema de las libras o de los dólares, permite identificar estructuras y hace que se pueda crear nuevos sistemas.

Ejemplo: En la actividad 1 correspondiente al tema *Sistema de Numeración* del Bloque 2: Aritmética, se incita al alumno a captar el valor de los números desde su multiplicidad de significados, historia y representaciones.

El número dotze no només és important pel rellotge, el calendari o la rossassa de la catedral de Lleó. Explica diverses representacions possibles del número 12 que l'han fet important en la història.

Un caso particular de este rasgo consiste en *fomentar la exploración de las matemáticas en distintas culturas distinta a la occidental*, identificando patrones con ellas o cómo responden a un mismo fin con formas diferentes. Creemos que es importante que el futuro maestro se anime a indagar sobre matemática de otras culturas y observe que hay una riqueza de contenido en esta disciplina más allá de lo que puede ofrecer el mundo occidental. Los sistemas de numeración de los mayas, la riqueza geométrica de la artesanía de Mozambique, los cuadrados mágicos de China, entre otros temas, constituyen una diversidad cuyo conocimiento estimularía la flexibilidad de los futuros maestros.

Ejemplo: En la actividad 2: *Los mayas y la numeración posicional*, correspondiente al Bloque 2: Aritmética, se incita a comparar y reconocer semejanzas y diferencias entre distintos sistemas de numeración de distintas culturas:

> *Una història ràpida dels sistemes de numeració antics ens fa veure que el zero va trigar en descobrir-se. Alguns sistemes són additius, com l'egipci i el kuna. Altres són posicionals, com el decimal, el dels babillonis i els maies. Els puntets, les ratlles i el símbol del zero eren suficients per a escriure qualsevol quantitat. Els maies escrivien en blocs de 20 en lloc de 10, i en vertical en lloc d'horitzontal. Altres sistemes són hibrids, com el xinés. En un sistema posicional qualsevol nombre es pot escriure com a suma de potències d'una base. Comenta, amb ajut del text de L. Radice, el potencial del nostre sistema decimal i les semblances amb el sistema maia.*

c) Relacione con la matemática descubrimientos o hechos actuales interesantes para la comunidad científica

Aquellas tareas en las cuales se reconoce la presencia de la matemática en los avances y desaciertos de la ciencia, tienen elementos de creatividad. En actividades como la visita a museos, a ferias o a exposiciones, la lectura del periódico o mirar las noticias en la televisión, el alumno puede identificar el uso de la matemática. Alsina (2002) habla de los aprendizajes nuevos que merecen ser aprendidos, y señala que una forma de averiguar cuáles son estos aprendizajes es realizarse la pregunta: *¿Cuántas ideas o cosas nacidas en el siglo XX explicamos en clase?* (Alsina, 2002:15). Este autor indica que se debería de considerar temas como: Mecanismos tecnológicos, máquinas, robots, codificación, códigos de barras, recogida de datos, encuestas, tratamientos de la información, visualización, predicción de la salud, esperanza de vida, medio ambiente, datos, intervenciones, etc. Estos temas, dice el autor, son vivos y actuales, y darían aspectos necesarios para aprender ahora.

Ejemplo: en la actividad 6: *Potencias de diez,* correspondiente al tema Sistemas de numeración del Bloque: 2 Aritmética, se estimula al alumno a reconocer cómo a través de las potencias de 10 se puede visualizar la escala del Universo.

Les potències de 10 ens mostren l'escala de l'Univers. Els tamanys relatius de les coses es veuen fent clic AQUI
Explica i representa d'alguna forma esquemàtica les relacions entre les potències de 10.

Contextualización

Consideramos contextualizar como un descriptor de flexibilidad en cuanto permite que el futuro docente identifique multiplicidad de contextos asociados a un mismo contenido, incentiva a que distinga cuáles son más apropiados o no, y quizás a partir de allí podrá crear su propio sistema contextual más apropiado a un determinado contenido, y potenciar el valor de contextualizar más allá de motivar. Debemos reconocer que no es fácil tener experiencia en el análisis de contexto, pero permite identificar patrones semióticos, relativizar el uso de representaciones, etc.

La contextualización es quizás uno de los términos que está en boga en el último lustro en la enseñanza de la matemática, así como en los años 90 lo que predominaba era el enfoque en la resolución de problemas. Es importante que los estudiantes tengan la oportunidad de experimentar las Matemáticas en contexto (NCTM, 2000). Cuando se enseña matemática es necesario incentivar la creatividad con relación al contexto, el uso creativo del entorno y la realidad actual; esto será siempre motivante e interesante para el alumno (Alsina, 2002). Godino, Batanero y Font (2003) dicen que hay que procurar incorporar "actividades ricas" que comprendan aspectos como problemas contextualizados y contextualización de contenidos. Éstas son afirmaciones de investigadores en didáctica de la matemática que compartimos, y creemos efectivamente que la contextualización es uno de los descriptores a tener en cuenta en la formulación de tareas con potencial creativo.

Distinguimos los siguientes tres rasgos para operativizar este indicador:

a) Desarrolle la capacidad de observación de su entorno desde un punto de vista matemático

Consideramos importante fomentar el reconocimiento de multiplicidad de observaciones para obtener conclusiones, identificar elementos y construir objetos matemáticos. Uno de los rasgos que describe a la propia creatividad es ser un buen observador, ver más allá de lo que otras personas no ven. En este sentido, en la formación de maestros reconocemos como rasgo creativo la observación del entorno desde un punto de vista matemático.

La observación no se reduce al sentido visual geométrico, ligado a la percepción, aunque sea esta situación donde más ejemplos vamos a encontrar. Más bien se relaciona con observar características que permiten definir unas ideas, reconocer ejemplos cruciales, y distinguir el valor de prototipos de simples ejemplos sabiendo efectuar variaciones aunque conservando características. Es reconocido como un estándar del NCTM que a lo largo de la escolaridad, los profesores pueden contribuir haciendo preguntas que ayuden a sus alumnos a encontrar matemáticas en su mundo.

> Ejemplo: En la actividad 4, denominada *Describiendo la preparación de una pizza,* correspondiente al tema Enseñar y aprender matemáticas en primaria del Bloque 1: Matemática en la escuela y

la sociedad, se muestra el texto escrito por una niña de ocho años de tercer nivel cuando la profesora le pidió que explicase con precisión como preparaba una pizza. Se pide:

<u>Discutir la profunditat</u> de l'escrit des del punt de vista de la continuitat, l'ús de les connexions verbals, l'ús de temps verbals, la capacitat de distinguir detalls... i <u>la importància que té per a les matemàtiques.</u>

b) Distinga problemas contextualizados respecto de ejercicios

Se trata de promover en el futuro maestro la capacidad de seleccionar problemas realmente contextualizados y desafiantes. Porque muchos problemas que aparecen en libros textos o que se proponen desde la institución escolar, son ejercicios en los que se busca la operación adecuada y nada más. Algunos, con contextos muy pobres. Coincidimos con Ramirez y Usön (1998) en que un sector del sistema educativo confunde aprender con repetir. En matemáticas se fomenta esta situación cuando:

> (…) en lugar de hacer problemas se reduce todo a ejercicios de aplicación de rutinas previamente establecidas, o cuando no se extraen conclusiones de las respuestas obtenidas o de los gráficos realizados, como si ellos solos, por sí mismos, al captar nuestra mente su fotografía, produjeran ya conocimientos. Incluso para seguir con provecho una clase magistral es necesaria una actitud activa"(Ramirez y Usön, 1998: 183)

Consideramos que la tarea potencia la creatividad cuando se estimula que el alumno aprenda a distinguir, en problemas elaborados por él, cuándo éstos tienen un contexto apropiado o cuándo propone un imaginario inexistente.

Ejemplo: En la actividad 3 *Problemas y ejercicio correspondiente* al tema Heurística del Bloque 1 Matemática y sociedad, se plantean al alumno varias situaciones donde debe distinguir cuáles son ejercicios y cuáles son problemas:

Explica quins dels enunciats et semblen exercicis i quins problemes.
Explica per què per matemàtiques és resoldre situacions problemàtiques.
A vegades no es plantegen problemes sinò exercicis en els que es demana buscar resultats operatius sense cap contextualització

c) Aplique la matemática en situaciones de la vida cotidiana

Aplicar la matemática en situaciones de la vida cotidiana es la consigna principal en la última década en la enseñanza de la matemática. Se recomienda que los contenidos estén relacionados con la vida cotidiana para que el aprendizaje sea significativo. Esto implica relacionar la matemática con la experiencia del alumno, desde que se levanta a desayunar y distribuye cantidades hasta que se rige por horarios para ir a clases, etc. se profundizará en la relación entre matemáticas y realidad. Es importante que, además de que los alumnos aprendan matemáticas como parte de su educación básica, sepan por qué las aprenden. En efecto, a través del contexto desarrollarán una actitud crítica y flexible ante el uso de las matemáticas en problemas que deberán afrontar en la vida real. Al resolver un problema en un contexto eficaz, los alumnos desarrollan la capacidad de analizar dicho problema y de organizar la información (Reeuwijk van, 1997). Font (2005) resalta la necesidad de que el futuro maestro sean conscientes de que las matemáticas surgen de la modelización de la realidad y que hay muchos contextos diferentes en los que se aplican las matemáticas.

Ejemplo: en la actividad 3 *Las matemáticas y los medios de comunicación,* correspondiente al tema Pensar las Matemáticas del Bloque 1: Matemática y sociedad, se pide al alumno que constate la presencia de la matemática en los medios de comunicación: prensa, radio y televisión y, a partir de allí, se propone:

Fer una interpretació amb "ulls matemàtics" dels continguts d'aquests mitjans. Explica amb exemples el que has trobat i on estan les matemàtiques. Discuteix amb els companys/es les respostes donades.

Interpretación

Luego de una observación desde un punto vista matemático, es fundamental una interpretación de los datos, saber organizarlos y ver más allá de los datos. Se crea organizando datos. En este sentido, coincidimos con Alsina (2002) al afirmar que hay que estimular en los futuros maestros la creatividad interpretativa. El formador de maestro debe verificar si los estudiantes saben interpretar los elementos matemáticos presentes en informaciones, donde tiene especial interés, los casos numéricos, tantos por ciento, significado de máximo y mínimo, entre otros.

Distinguimos los siguientes dos rasgos para operativizar la interpretación. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

a) Organice datos de formas diferentes para seleccionar aquellos que son relevantes a un determinado fin

Compartimos el planteamiento realizado por Goleman, Kaufman y Ray (1992) según el cual reunir información precisa es esencial para las primeras etapas del proceso creativo. Cuanta más cantidad de buena información se tenga acerca de un problema, tanto mejores son las probabilidades de encontrar una solución. Para ello, entre otras acciones, se comienza por saber lo que dice el enunciado del problema. No olvidemos que un texto producido por un docente no siempre es comprendido por los alumnos.

La etapa de recolección de datos en el proceso creativo va seguida según Goleman, Kaufman y Ray, por una "codificación selectiva", la habilidad de separar la información importante de la irrelevante, y la aplicación de lo encontrado como elemento que permite reconocer propiedades. La clave del pensamiento creativo es ser capaz de detectar la "señal relevante" entre el "ruido irrelevante". Al resolver problemas, uno de los pasos a tener en cuenta es la selección y organización de datos en distintas formas para buscar la solución. Justamente una de las fases del modelo de solución de problemas de Polya (1973), es comprender el problema, y para ello la persona debe cerciorarse de que conoce la incógnita, los datos y las condiciones que relacionan estos datos. Para estimular este rasgo a través de las tareas hay que proporcionar problemas que se puedan resolver de distintas formas, con variedad de datos, y saber ayudarle con elementos de registro representativos diferentes.

Ejemplo: En la actividad 5 *Poliedros de tipos diversos,* correspondiente al tema Mosaicos y Poliedros del Bloque 3: Geometría se propone una tarea donde se incita al alumno a observar, comparar, identificar diferencias, y buscar las propiedades de suma de ángulos.

Amb els mosaics recobrim una superfície plana amb polígons. El cub, la piràmide i altres son cossos que també tenen la seva superfície recoberta amb polígons. Aquesta analogia ens permet relacionar el pla i l'espai. Agafa tot tipus de capses de cartró (de sabates, toblerone, piràmides...) que trobis. Ens fixem en les cares i els vertex. Registra les dades següents en la taula de la dreta: Tipus de cares que formen la capsa, Cares que concorren en cada vertex, Suma d'angles als vertex diferents de la capsa. Quina diferència hi ha entre els valors de la suma dels *angles que has trobat i els valors que ja coneixem en els vertex de qualsevol mosaic?*

b) Traduzca y analice situaciones de distintas maneras para reconocer conocimientos nuevos y, con ello, establecer relaciones de clasificación y jerarquía

Creemos que para desarrollar el potencial creativo del futuro maestro es necesario ponerlo en frente de variedad de problemas para que los examine, los analice más que resolverlos, y luego, a partir de este análisis, pedirle que formule elementos para mejorar estos problemas de manera que sean más interesantes para sus futuros estudiantes. También a partir de estos problemas, incentivar al alumno a construir otros diferentes. En este sentido, encontramos interesante la estrategia que implementan Godino y otros autores (2004) en el proyecto de Matemática para Maestros, donde, al comienzo de cada unidad de contenido, se propone a los maestros un análisis de problemas tomados de libros de textos de primaria para que, además de resolverlos, los comparen, establezcan semejanzas y diferencias para cada enunciado, propongan otro problema del mismo tipo, construyan enunciados alternativos a aquellos que no le parezcan lo suficientemente claros para los alumnos. Además, con esta estrategia se actúa sobre lo profesional.

Ejemplo: En la actividad 1 *Situaciones fraccionarias,* correspondiente al tema Aprender a enseñar medida, fracciones y decimales, del Bloque 2: Aritmética, se estimula a usar las fracciones como un modelo matemático para trabajar situaciones diversas, básicamente de cantidad, de medida y de relación:

Observa les situacions següents que fan servir fraccions. Representa-les gràficament de diverses maneres. Analitza el significat en cada cas i intenta fer una classificació. Compara-la amb la que proposem i torna-ho a fer, si cal, amb aquella classificació.

En este ejemplo se ven tres pasos del análisis por parte del observador: significación, clasificación y contraste.

Adaptabilidad

Consideramos que potenciar la creatividad en los futuros maestros exige proporcionarles una variedad de problemas y situaciones que les permitan afrontar cambios y adaptarse a ellos. La persona creativa mira las cosas de una manera diferente, asume nuevas posibilidades y nuevas alternativas (Csikscentmihaly, 1998). Efectivamente, la creatividad está relacionada con características del pensamiento como tolerancia y flexibilidad a la ambigüedad o a lo impredecible. Tiamina (2000) enfatiza que si se quiere enseñar a la gente a ser más creativas o a que resuelvan los problemas de forma crítica, primero se tiene que definir el pensamiento creativo como una actividad cognitiva que consiste en buscar una o varias soluciones nuevas para un problema. La autora señala que el pensamiento creativo incluye el pensamiento crítico e involucra tanto la generación como la evaluación de las ideas. De acuerdo a esta afirmación, reconocemos también la adaptabilidad ligados al aspecto social de cómo familiarizarse con el medio escolar.

Distinguimos los siguientes dos rasgos para operativizar la adaptabilidad. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

a) Formule a partir de situaciones problemas que se puedan resolver de diferentes formas y utilice distintos enfoques (algebraicos, geométricos, combinatorios) así como inducción, generalización, etc.

La capacidad de mirar las cosas desde distintos ángulos y de buscar soluciones desde distintos enfoques, es un aspecto presente en la historia de la matemática. Consideramos importante estimular al alumno a identificar y a utilizar métodos diversos de resolución de problemas. Sobre todo, es fundamental que el futuro docente se atreve a usarlos porque en su desarrollo profesional justamente se enfrentará con alumnos muy diversos que, a su vez, tienen distintas maneras de aprender y, en consecuencia, distintas formas de resolver problemas (Blanco y Ruiz, 1995).

Ejemplo: En la actividad 6 correspondiente al tema Heurística del Bloque 1: Matemáticas y sociedad, se propone un problema para resolverlo de distintas formas:

Aquest model lineal s'ha construït col·locant 9 punts equidistants en una mateixa circumferència.
<u>Plantegeu diferents mètodes de resolució de les qüestions següents</u>:
a) Trobar quantes línies són necessàries per construir aquest model de 9 punts.
b) Trobar quantes línies són necessàries per construir un model similar amb 12 punts.
A partir dels resultats obtinguts en els apartats a) i b), resoleu les qüestions següents:
c) Trobar quantes línies son necessàries per construir un model similar amb 100 punts.
d) Trobar quantes línies son necessàries per construir un model amb n x n punts.

b) Relacione situaciones problemáticas (cotidianas o no) con ámbitos de significado de manera que permita reconocer distintos tipos de problemas

Las observaciones organizadas que tienen como objetivo estimular al futuro maestro a reconocer en distintas situaciones problemas de matemática, tienen elementos creativos. De acuerdo a Corbalán (1997) se trata de aportar las pautas para que cada alumno o alumna se construya sus propias "gafas matemáticas", que son invisibles porque están alojadas en el cerebro, y que permitan distinguir las facetas matemáticas el mundo y que *sería conveniente que fueran reversibles: para ver fuera de la clase las matemáticas y para traer la realidad a las clases* *de matemáticas* (Corbalán, 1997: 24). Actividades como observar una foto, una noticia, la secuencia de varios pases en un juego de fútbol o de billar, gráficas de movimientos del viento, pueden estimular la sensibilidad para ver problemas. Coincidimos con Alsina (2004): *"lo importante es que los problemas no se basen en realidades caducadas o falseadas"*, lo cual considera uno de los errores en los cuales se cae cuando se pretende elaborar problemas con un *"decorado atractivo"*.

Ejemplo: En la tarea 5 denominada *Aula con Sandías,* del tema Cuadrados y cubos, generación de formas del Bloque 3: Geometría, se pide a los alumnos que observen una noticia sobre unos campesinos japoneses que han introducido las sandías en cubos de vidrio para colocarlas en el refrigerador y facilitar el almacenaje. A partir de esta situación, se les plantea:

Escriviu al menys 8 preguntes apropiades per a reflexionar amb l'alumnat de Cicle Mitjà, i 8 preguntes apropiades per a Cicle Superior de Primària.

6.1.3 Fluidez

Como se indicó, la fluidez se asocia a la capacidad de generar muchas ideas. Ahora bien, recordando a Hadamard (1947), la invención es discernimiento; pero para poder elegir, debe haber muchas combinaciones entre las cuales elegir. Se trata que el estudiante reconozca problemas y se de cuenta que, mientras más problemas diferentes se atreva a construir, será más fácil generar nuevos desafíos. De acuerdo a esto, identificamos dos descriptores de fluidez que llamamos **comunicación** y **discernimiento**.

Comunicación

Entendemos que a los futuros docentes hay que proporcionarle tareas para que usen el lenguaje matemático cada vez más correctamente. Es importante que los futuros maestros tomen conciencia que la matemática va más allá de operar con números y resolver problemas. En la enseñanza de la matemática, es fundamental saber comunicar, saber expresar las soluciones y explicar situaciones matemáticas. Uno de los principios para la Educación Matemática sugerido por la NCTM (2000) es la competencia en comunicación. Es así como enfatizan que *los alumnos que tienen oportunidades, incentivo y apoyo para hablar, escribir, leer y escuchar en las clases de matemáticas, se benefician doblemente: comunican para aprender matemáticas y aprenden a comunicar matemáticamente* (NCTM, 2000: 64).

Distinguimos un rasgo para operativizar la comunicación. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

Comunique lo que desarrolla usando distintos lenguajes (verbal, gráfico,…) con coherencia y claridad permitiendo que se reconozca el valor de cada uno en la situación dada

Consiste es estimular al alumno a usar distintos lenguajes para expresar y comunicar ideas matemáticas. Así se estimula que el futuro maestro redacte informes, elabore conclusiones, compare con sus compañeros las producciones realizadas, y admita sus limitaciones comunicativas. También creemos que una fuente rica de creatividad la constituye organizar y planificar con los alumnos la elaboración de pósteres, murales, collage, cuentos, obras de teatro, poemas, canciones, presentación en power point, microfilm. En esta línea, reseñamos un trabajo interesante sobre elaboración de pósteres en formación de maestros realizado en la Universitat de Barcelona por Burgués y Codina (2006). Todos estos recursos constituyen otras formas de comunicación. Es muy importante realizar la actividad teniendo siempre presente el contenido matemático. Y ello porque también se corre el riesgo de que la elaboración de estos recursos se convierta sólo en una exhibición de destrezas artísticas. En este caso, creemos que el papel del formador es fundamental para reorientar el proceso.

> Ejemplo: En la actividad *Espai 1: Descrivim diferents tipus d`espai,* correspondiente al tema Apropament a l`espai del Bloque 3: Geometría, se pide al alumno que piense en un espacio en el que se mueve a menudo y que a partir de ello represente ese espacio de tres formas distintas:
>
> *Dibuixa'l. Explica'l com si ho fessis per telèfon. Explica'l amb una carta. Descriu ara la teva ciutat o poble per explicar-la a una persona australiana que has conegut per internet.Quines diferències hi ha entre els tres sistemes de representació que has fet servir (gràfic, verbal oral i verbal escrit)? Quins elements comuns hi ha entre les teves descripcions i altres dels teus companys/es?*
> *Per poder fer aquesta activitat en què has necessitat fixar-te? (elements de referència, línies, distancies, orientació, formes...*
> *Quins elements de descripció són necessaris per situar un objecte o per descriure un recorregut?*

Discernimiento

La invención es discernimiento (Hadamard, 1947). Saber elegir la solución más adecuada entre varias soluciones a un problema, y seleccionar un problema entre varios, es fundamental a la hora de planificar una clase, y más aún si queremos incorporar elementos creativos. El profesor juega un papel importante en la elección de tareas y de problemas matemáticos. Hay problemas que son divertidos pero que no conducen al desarrollo de ideas matemáticas para una clase en un momento determinado (NCTM, 2000).

Distinguimos un rasgo para operativizar el discernimiento. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro***:***

Identifique semejanzas y diferencias entre acciones o procesos matemáticos para seleccionar los más adecuados en el quehacer matemático

Consideramos que un elemento creativo en la formación de maestros consiste en realizar actividades que promuevan la búsqueda de semejanzas y diferencias entre las distintas acciones del quehacer matemático. Yackel y Cobb (1996) señalan que el contexto de la actividad del estudiante se amplía más allá de escuchar, al intentar dotar de sentido a las explicaciones de los demás identificicando semejanzas y diferencias entre diversas soluciones.

> Ejemplo: En la actividad *Imagina una actividad con patatas fritas,* correspondiente al tema Aprender a enseñar la multiplicación y la división del Bloque 2: Aritmética, se muestra el caso de una maestra de una clase de 8-9 años que trabaja con el elemento provocador de las patatas fritas. La profesora pregunta si en el caso de que haya 52 patatas por bolsa, cuántas tocarán para los 24 niños de la clase. Se muestra cuatro respuestas diferentes de los alumnos.
> A partir de esta situación, se le pregunta al futuro maestro:

> *¿Por qué este problema es una buena forma de introducir la relación entre multiplicación y división?*
> *Explica las respuestas de cada uno de los niños. Plantea un problema similar con una otra motivación. ¿Cuáles diferencias serían esperables si la situación se planteara después de haber trabajado el algoritmo de la multiplicación?*

Con ello se pide al futuro maestro enfrentarse a respuestas diferentes del alumnado y a reconocer las ventajas e inconvenientes de cada una de las respuestas dadas.

6.1.4 Elaboración

Entendemos por elaboración al proceso por el cual se estructura conocimiento y se organiza, mediante la incorporación sucesiva de significados (Rergeluth Stein, 1988). La elaboración en la formación de maestros se puede potenciar animando a los estudiantes a cuidar el detalle en la elaboración de sus producciones, diferenciar, integrar y concebir redes de relaciones entre conceptos matemáticos. La elaboración en el conocimiento matemático puede caracterizarse con el descriptor que llamamos **complejidad de relaciones**.

Complejidad de relaciones

Coincidimos con Morin (1999) que el conocimiento pertinente debe afrontar la complejidad y que la educación debe promover una "inteligencia general" capaz de referirse de manera multidimensional a lo complejo y al contexto, dentro de una concepción global. Todo está conectado con todo. Morín se refiere a la complejidad como principio articulador del pensamiento. Es importante que el futuro maestro aprenda a detectar, comprender y elaborar relaciones estructurales entre los distintos conceptos matemáticos y su relación con el mundo que nos rodea.

Distinguimos los siguientes cinco rasgos para operativizar el descriptor complejidad de relaciones: A través de la tarea se promueve que el futuro maestro*:*

a) Mediante modos de representación diversos, construya jerarquías conceptuales y las explique adecuadamente

Para el aprendizaje de la matemática es fundamental proporcionar tareas donde se incite a realizar clasificación y a establecer jerarquías (Piaget, 1990). Dubinsky

(1996) [18] manifiesta que para lograr que los estudiantes adquieran conocimiento matemático no es suficiente dictarles clases mejores y motivantes, darles cursos previos, formularles problemas a partir de situaciones reales. Más bien, es necesario buscar explicaciones y soluciones basadas en lo que está pasando en la mente de los estudiantes, a través del desarrollo de una teoría o de una perspectiva teorética sobre los procesos mentales. Ante una situación problemática producida por estímulos externos, el sujeto tiene un desequilibrio (conflicto cognitivo) y entonces actúa sobre ellos, manipula objetos físicos o mentales, asimila y acomoda la nueva información, se da cuenta de las invariantes, las acciones son interiorizadas para formar los procesos. Luego el sujeto es capaz de abstraer los procesos y los encapsula como objetos. Los objetos pueden ser desencapsulados para volver a los procesos desde los cuales se han formado. Finalmente, las acciones, procesos, objetos, se pueden organizar en esquemas y se produce la equilibración (Dubinski, 1996). El futuro docente puede encontrarse en estos procesos si se promueve actividades ricas y novedosas ante las que no se había encontrado antes.

Ejemplo: En la actividad 6 denominada *Potències de deu,* correspondiente al tema Sistemas de Numeración del Bloque 2: Aritmética, se muestra la siguiente figura:

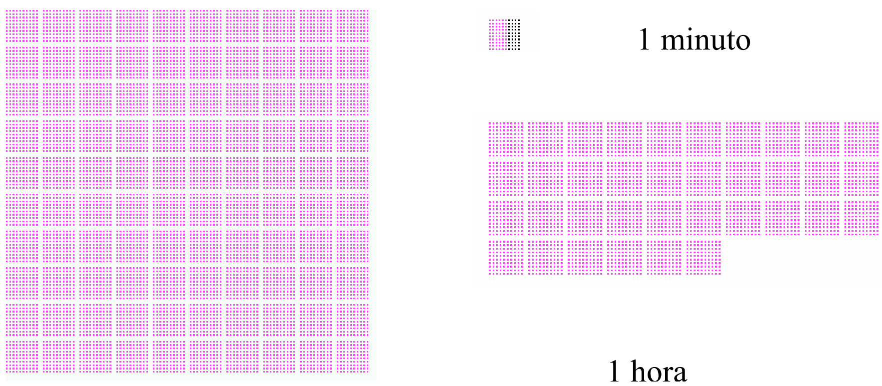

Fig.6.1.4.1

[18] Dubinsky (1996), precursor de la teoría neopiagetana denominada APOS (Acciones, procesos, objetos, esquemas), pretende explicar lo que ocurre en la mente de un individuo cuando construye el conocimiento matemático.

A la izquierda se representa un día, donde cada puntito indica un segundo. A la derecha, se observa proporcionalmente lo que equivale a un minuto y a una hora. A partir de esta situación se plantea lo siguiente:

> *Explica i representa d'alguna forma esquemàtica les relacions entre les potències de 10.*
> *Amb aquesta <u>Unitat pretenem copsar que el sistema decimal ens permet visualitzar aspectes com el temps</u>. <u>Veiem també com és bó tenir punts de referència vinculats a la realitat de les potències de 10.</u>*

b) Reconstruya organizadamente conceptos básicos de la matemática escolar

Se trata de promover tareas donde el alumno reconstruya conceptos básicos como, por ejemplo, área, función, proporción que se supone ya han aprendido en su experiencia escolar. Para poder construir estructuras complejas se necesita conocer sus elementos. Los futuros maestros tienen que desdoblarse: por una parte son alumnos que aprenden, mientras que por otra parte han de pensar como un maestro. Con ello se consigue que el futuro docente tenga argumentos para desarrollar el contenido de formas diferentes y así pueda hablar desde su propia experiencia.

Ejemplo: En la actividad *Cálculo de áreas,* correspondiente al tema Distancia y área del Bloque 3: Geometría, se revisan procedimientos distintos para calcular áreas:

> *Observa los procedimientos que usas para calcular el área de dos triángulos que has dibujado, en cuadraditos. ¿Cuáles procesos usas (descomposición, duplicación, ampliación, sustracción y simetría.)?*
> *Ahora fíjate en las dos figuras. <u>Explica los procedimientos que usas para justificar que tienen la misma área.</u>*
> *El área del triángulo ABC no es la mitad del rectángulo EFGB como piensan muchos estudiantes, sino la mitad del rectángulo MNBC que es más complejo de obtener, porque necesita de los puntos auxiliares P y Q y no los puntos M y N sobre la cuadrícula. Para ver la altura sobre BC*

desde A tenemos que llegar a R desde A; para ello los estudiantes deben saber hacer paralelas y perpendiculares en una trama del geoplano.

c) Generalice procedimientos a partir de la construcción de patrones o esquemas

Incitar a los alumnos a construir generalizaciones es uno de los eslabones más altos en la enseñanza de la matemática, puesto que matematizar es estimularlo en la aplicación y construcción de patrones. *Los niños pueden aprender a reconocer patrones matemáticos en los ritmos de las canciones que cantan, al identificar la forma hexagonal de un panal y al contar el número de veces que pueden saltar a la comba con éxito.* (NCTM, 2000: 68). Los estudiantes para profesor generalmente no han tenido a menudo experiencias de ese tipo, y por ello deben adquirirla en este momento para desarrollar lo creativo que hay en ello.

Ejemplo: En la actividad *Cálculo de áreas,* correspondiente al tema Distancia y área del Bloque 3 Geometría, se observa este rasgo:

Utilitza el geoplà per a dibuixar una figura de 5 costats on cap costat estigui sobre les linies del geoplà. Busca un procediment per a calcular l'àrea en quadradets.
Són sempre els mateixos procediments?
Elaboreu un informe sobre els procediments que es fan servir per a calcular àrees de figures curvilinies. I quin procediment es pot fer servir per a calcular l'àrea d'un cercle, sabent el radi.

A partir de una situación simple y pedir un informe, exige reconstituir el conocimiento y establece las relaciones necesarias para dar un escrito bueno matemáticamente.

d) Use sistemas representativos (gráfico, escrito, oral) diferentes para reconocer el contenido

Se estimula al futuro docente a que aprenda a construir distintos sistemas de representación para explicar situaciones matemáticas. En las tareas se muestran varias situaciones y el alumno debe ser capaz de buscar una representación que la defina. *El hecho de que las representaciones sean herramientas tan eficaces puede ocultar lo difícil que ha sido desarrollarlas, y lo que es más importante, cuánto trabajo lleva entenderlas.* (NCTM, 2000: 71). Es importante que los alumnos tengan oportunidades no sólo de aprender las formas convencionales de representación, sino también de construir, perfeccionar y usar sus propias representaciones como herramientas para apoyar el aprendizaje y hacer matemáticas. Cambiar las representaciones implica variar un elemento central en una configuración epistémica (Godino, Batanero, y Font, 2006). No se trata sólo de usar una gráfica en lugar de una tabla, sino de ser consciente de lo que significa ese cambio.

> Ejemplo: En la actividad denominada *Métodos del tema Aprender a enseñar medidas, fracciones y decimales,* del Bloque 2: Aritmética, se presenta el caso de la Maestra Mercè de 6º nivel que enseñaba el tema de fracciones. Les propone el problema: *Tengo 4 pasteles y tengo que dar 3/5 a cada niño; ¿a cuántos niños les puedo dar y cuánto me sobra?* Luego se muestran las respuestas de dos grupos con distintas representaciones. Se hace la siguiente pregunta a los futuros maestros:
>
> *Explica el que havia succeït. Per què s'havia sorprés la mestra? Quina diferència hi ha entre les respostes dels dos grups? Quina explicació o ajuda oferiries com a resposta?*

Al pensar sobre el resultado, el alumno se ve obligado a reflexionar sobre relaciones entre el contenido de la división y sus significados como reparto o proporción.

e) Construya modelos y redes para facilitar la comprensión de diversas estructuras o situaciones semejantes

Los modelos matemáticos sólo pueden observarse después de haber observado muy detenidamente un determinado subsistema o situación real, y después de haberlo simplificado abstrayendo sus rasgos esenciales. El modelado constituye una herramienta de orden superior que depende del adecuado uso de muchas de las herramientas del pensamiento creativo como analogía, abstracción, imaginación. El aspecto más importante del modelado es que puede proporcionar a su creador el dominio completo de una determinada situación, objeto o idea, o, por el contrario, poner claramente de relieve sus puntos débiles (Root-Bernstein, 2002). Los estudiantes de todos los niveles deberían tener oportunidades de modelizar matemáticamente una amplia variedad de fenómenos, en la forma apropiada para cada nivel (NCTM, 2000). En una formación creativa de maestros creemos que, no pueden faltar actividades dirigidas a promover la modelización matemático. Coincidimos con las afirmaciones de Godino, Batanero, y Font (2003), sobre la importancia de incorporar la modelización en la didáctica de matemática para maestros desde una perspectiva ontosemiótica:

> El dar un papel primordial a la resolución de problemas y a la actividad de modelización tiene importantes repercusiones desde el punto de vista educativo. Sería cuanto menos contradictorio con la génesis histórica de las matemáticas, al igual que con sus aplicaciones actuales, presentar las matemáticas a los alumnos como algo cerrado, completo y alejado de la realidad. Debe tenerse en cuenta, por una parte, que determinados conocimientos matemáticos permiten modelizar y resolver problemas de otros campos y por otra, que a menudo estos problemas no estrictamente matemáticos en su origen proporciona la base intuitiva sobre la que se elaboran nuevos conocimientos de matemática. (Godino, Batanero, y Font, 2003: 22).

Muchos estudios reflejan el valor de promover procesos de modelización en la función matemática a todos los niveles (Aravena, 2001), (Mason, 2005).

Ejemplo: En la tarea *Plano 1* del Tema Conociendo el espacio del Bloque 3 Geometría, se propone a los estudiantes que en un día de sol midan la sombra de un objeto a diferentes horas del día; en base a esto, se pregunta:

> *Observa el cambio de posición del punto final. Haz también un dibujo (o fotografía) del movimiento de la sombra.*
> *Da una explicación de lo que ha pasado.*
> *¿Qué contenidos matemáticos se trabajan en estas actividades?*

Al pedir que se realice un proceso de modelización del movimiento solar, se está estableciendo una red compleja de contenidos que debería ser conocida por el docente de Primaria.

Resumiendo

En forma general potenciar la creatividad en el conocimiento matemático en nuestro estudio consiste en la intersección de los indicadores de originalidad, flexibilidad, fluidez y/o elaboración con la componente profesional. De esta intersección, surgen para la estructura del instrumento en el conocimiento matemático 9 descriptores y 24 rasgos. Los descriptores considerados se muestran en el cuadro.

LO CREATIVO					
		Originalidad	**Flexibilidad**	**Fluidez**	**Elaboración**
LO PROFESIONAL	Conocimiento Matemático	Conexionismo Novedad	Interdisciplinaridad Contextualización Interpretación Adaptabilidad	Comunicación Discernimiento	Complejidad de relaciones

Fig. 6.1.4.2

Capítulo 7

Estructura del instrumento para conocimiento didáctico

La propia planificación es una actividad creativa. Se puede ver como la
"creación de una obra de teatro" (...) Como tal proporciona a los maestros un
lienzo en blanco sobre el que expresar su originalidad.
¡Qué emocionante poder decidir cómo presentar el aprendizaje por medio de
juegos, actividades, proyectos, preguntas que realizar, datos que descubrir! (...)
El currículo está ahí, para que lo presentemos,
para que lo dividamos en escenas y actos que mostrar a nuestro público,
a nuestra clase.
Florence Beetlestone (1998)

Estuve mirando en casa, cosas que... que digo, claro,
porque cuando tú lo explicas en la pizarra, pues no sé,
creo que ellos tienen que ver la aplicación en la vida real y entonces,
se me ocurrió lo del billete de 10 euros y las monedas de diez y
lo del paquete de Kleenex, que vienen 10 Kleenex,
para que entendieran el concepto de agrupación de las decenas.
Tony (2003) Estudiante del Magisterio

He hecho una unidad de programación de matemáticas y educación física.
He buscado las figuras geométricas en la pista polideportiva,
hay circunferencias, hay rectángulos, pueden haber varias mitades,
cálculo de distancias y finalmente hay que hacer una estadística,
por ejemplo de nueve ocasiones de gol ha marcado 3,
entonces aquí ya intervienen las fracciones, claro,
porque lo relaciono con la educación física y es una forma más clara de verlo.
Claro cuando tú hablas de la velocidad,
también puedes relacionarlo con el deporte, pues mira,
la velocidad de reacción es que en Ronaldinho corre más que este, ¿no?
Doménech (2003) Estudiante del magisterio

En este capítulo se explican los elementos indicadores, descriptores y rasgos para el análisis del potencial creativo en el conocimiento didáctico. Se da ejemplos de aplicación de cada uno de los rasgos en tareas del dossier electrónico.

7.1 Indicadores, descriptores y rasgos en el *conocimiento didáctico*

La formación creativa de docentes de matemáticas motiva tanto al formador como al estudiante a convertir cada clase en un descubrimiento de tareas, situaciones, actividades, evaluaciones, que tengan como finalidad un aprendizaje sorprendente y diferente de la matemática y si se puede además, divertido. Así mismo, se mostrará un ejemplo de detección de rasgos en tareas del dossier electrónico [4].

7.1.1 Originalidad

Ser original en el conocimiento didáctico implica asumir la construcción del currículo y no reducir la tarea profesional como a un mero cumplimiento de obligaciones. La originalidad en el conocimiento didáctico la caracterizamos con los siguientes descriptores: **sorpresa, divergencia** y **reinvención**

Sorpresa

Actuar con sorpresa es algo que motiva y provoca (Freinet, 1919). Para Freinet no es sólo importante la observación en el proceso de enseñanza aprendizaje; está también, sobre todo, la necesidad de comprender y la necesidad de actuar. La ciencia no es a su juicio un cuerpo doctrinal acabado que deba enseñarse dogmáticamente, sino un movimiento hacia el conocimiento objetivo que es preciso organizar. El punto de partida es la sorpresa y la necesidad, a la vez, de compartir con otro la propia sorpresa y de buscar una explicación. Alsina (2004) reivindica que, más allá de la creatividad técnica en la resolución de problemas,

[4] La tareas usadas en la aplicación del instrumento corresponde a Servat y otros, 2001. Dossier electrònic *"Bases per a l'ensenyament de les matemàtiques"*. Barcelona. Universitat de Barcelona. Disponible en internet en la página de inicio : http://dossiers.ub.edu/docs/6453/index_pd.htm

la creatividad consiste en seleccionar enunciados sorprendentes. El autor señala que:

> la "sorpresa" en clase de matemáticas no ha de tener un sentido de sobresalto o desconcierto pero sí que puede tener el sentido de sorprender, de incrementar la atención o de crear un sentimiento participativo de admiración y satisfacción, un "¡ajá!" o un "¡eureka!" (Alsina, 2004: 5).

Alsina distingue varios tipos de sorpresa en la enseñanza de la matemática: Sorpresa ante la belleza y las características de un objeto matemático, Sorpresa ante la genialidad de una argumentación o razonamiento, sorpresa ante la visualización de un problema, sorpresa ante la aparición de una solución inesperada, sorpresa ante el vínculo imprevisible entre dos técnicas, dos conceptos o dos ramas del conocimiento (Alsina, 2004).

La sorpresa se enfrenta con la mediocridad y la repetición, y hace posible que la acción educativa sea individualizada. La sorpresa es compatible con la heterogeneidad, puesto que quien sorprende consigue que todos se impliquen. Un acto que produce una sorpresa eficiente, es el criterio que elegiría Bruner (1962) para definir un acto creativo. Este autor señala que quizás la sorpresa exige lo inesperado (es decir, que no sea un elemento del modelo por el cual preveíamos el entorno) y el interés (es decir, que se relacione con un aspecto de la vida de una persona). Las sorpresas eficientes parecen tener un carácter de evidencia cuando se presentan producen un shock cuando se les reconoce, y a continuación el asombro desaparece. Sin embargo, para reconocerlas hay que estar preparados, tiene que haber una preparación bien sea en el terreno de las matemáticas, de las ciencias o del arte, para discernir lo que es una improbabilidad sin importancia de lo que es una sorpresa eficiente. En este sentido, creemos que es importante que el futuro maestro aprenda a reconocer elementos con sorpresa y a usarla en el diseño de secuencias didácticas.

Distinguimos los siguientes dos rasgos para operativizar la potencialidad de producir sorpresa. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

a) Identifique o elabore propuestas de aula no convencionales en el planteamiento de situaciones o problemas

Se trata de poner al alumno en contacto con variedad de propuestas fuera de lo habitual, propuestas que causen impacto, o de sugerir que se realicen El alumno también puede aprender cómo convertir en familiar lo que es extraño, y convertir en extraño lo que es familiar. Estas acciones que causen sorpresa pueden ser desde mostrar un material didáctico al comienzo de la clase, realizar una pregunta divergente, un juego, plantear un problema desafiante, hasta el simple hecho de mostrar una imagen. El juego en la enseñanza de la matemática se debe revalorizar como una estrategia que favorece el crecimiento de un grupo de aprendizaje, convertirlo en un recurso que puede poner al grupo en actitud de cambio, para favorecer la comunicación, para construir normas, elaborar estrategias o sencillamente para aprender a ganar o perder (Santaló, 1990).

> Ejemplo: En la tarea denominada *El alumno busca un polígono,* correspondiente al tema Distancia y área del Bloque 3: Geometría, se muestra un relato de un maestro de 5º nivel de primaria. En el mismo se cuenta que una alumna, Luciana, dibujó un polígono de 400 lados. Todo comenzó cuando Joan, de la clase de Luciana, formuló una proposición desafiante de construir en un geoplano de 8x8, un polígono con un máximo de número de lados. Es así como surgen propuestas sorprendentes de otros alumnos de la clase; al respecto se le pide al futuro maestro:

A partir d'aqui podem problematitzar... M'ajudeu? Escriviu al menys 8 preguntes apropiades per a reflexionar amb l'alumnat d'11-12 anys.

No sólo es importante porque no se suele preguntar, sino que, además, se pide que se formulen nuevas preguntas.

b) Elabore problemas abiertos y reflexione sobre los distintos tipos de solución

En el aspecto matemático, reconocimos la importancia de que el futuro maestro resuelva problemas abiertos para desarrollar su potencial creativo. Así mismo, en el aspecto didáctico, consideramos fundamental que el estudiante para docente aprenda a formular problemas abiertos. Sin embargo, reconocemos que no es una tarea fácil la construcción de este tipo de problemas, y el formador debe proporcionar oportunidades para realizarlas. Font (2005) señala la importancia de que el futuro maestro observen la diferencia entre distintas tareas que se proponen a los niños, y distingan entre ejercicios, problemas o investigaciones abiertas.

Ejemplo: En la actividad Nº 5 del tema Heurística del Bloque 1: Matemática en la escuela y la sociedad, se propone resolver un problema con una tabla de ajedrez de 8x8, se realizan las siguientes preguntas:

a) Quants quadrats podríem considerar que hi ha?
b) A partir d'aquí, explicant bé el procés, raona quants n'hi haurà en un tauler 6 x 6. i en un tauler 50 x 50?
c) Quants n'hi haurà en un tauler n x n?
d) Quants quadrats hi haurà en un tauler d'escacs rectangular 7 x 5?
e) Quants rectangles 2 x 3 hi haurà en un tauler d'escacs (8x8) ?
f) Quants rectangles a x b hi haurà en un tauler d'escacs (8x8) ?
g) Quants rectangles 5 x 11 hi haurà en un rectangle 7 x 14 ?
h) Quants rectangles a x b hi haurà en un rectangle c x d ?
i) Es pot plantejar una situació similar comptant triangles equilàters en

un triangle equilàter? Quines preguntes similars o noves, ens podríem plantejar en aquesta situació?

Con este ejemplo, se provoca que el futuro docente trate de establecer una analogía que no es inmediata.

Divergencia

Las tareas promueven divergencia si se pueden encontrar formas diferentes de definir objetos matemáticos, de reconocer diferentes formas de seleccionar un contenido, de promover la elaboración de tareas distintas de un mismo contenido curricular, etc. La divergencia es una de las características presentes en las descripciones del pensamiento creativo. La creatividad es considerada como una actividad intelectual que forma parte de lo que se denomina "pensamiento divergente", entendiéndose como tal aquel tipo de pensamiento que, ante un problema específico, puede formular varias respuestas alternativas en oposición a lo que sería el "pensamiento convergente" que ocurriría cuando sólo es posible una solución determinada (Guilford, 1962).

Se reconocen los siguientes dos rasgos para operativizar el descriptor divergencia. A través de la tarea de promueve que el futuro docente:

a) Use preguntas divergentes y promueva abrir debates de discusión en clase sobre la construcción de objetos matemáticos

Estimular la formulación de preguntas ha sido vinculado a la creatividad en general, con una perspectiva que podemos denominar de producto. En efecto, la pregunta es también un producto que hay que elaborar, así como se toma como referentes de creatividad otras ejecuciones, como dibujos, frases, etc. Para algunos autores, hacer preguntas sirve como indicador de originalidad creativa de los sujetos (Corbalán, Martínez y Donolo, 2003). Para este estudio, elaborar preguntas divergentes resulta de la mayor importancia. La formación de personas críticas, reflexivas, autónomas en el pensar, competentes para continuar aprendiendo, capaces de manejar el método de investigación científica y de solucionar problemas, se vincula directamente a la habilidad para formular preguntas y promover debates como formas de acceso al conocimiento. De allí que es importante que el futuro maestro aprenda a reconocer, y con ello a considerar, *preguntas divergentes* en su futuro profesional que lleven al estudiante a hacerse predicciones, a plantear hipótesis o a conjeturar sobre lo que sobrevendrá en una situación hipotética, y que no sólo se remita a la calificación de las respuestas de su futuro estudiante como: verdaderas o falsas. Es difícil conseguir esto, con propuestas que no impliquen al alumnado en una experiencia docente por pequeña que sea.

Ejemplo: En la actividad denominada *Embaldosando el espacio,* correspondiente al tema Mosaicos y Poliedros del Bloque 3: Geometría, a través de tareas geométricas en el plano se pasa a descubrir una propiedad en el espacio. En esta situación, se dice llenar el espacio como forma explicativa diferente de cubrir sin dejar huecos, se plantea al alumno la situación siguiente:

> *"Los mosaicos pueden cubrir el plano con figuras bidimensionales. Podemos plantear esta situación en el espacio. ¿Podríamos llenar el espacio con cuerpos sin dejar huecos? ¿Qué cuerpos servirían?.*

b) Incite las diferencias de manera que lleve a usar habilidades de preguntarse sobre formas diferentes de conocimiento

A través de la tarea se promueve que el alumno diverja sobre realidades aparentes que son presentadas y aceptadas como verdadera, y reconozca respuestas posibles diferentes y las contraste con experiencias vividas.

Coincidimos en este sentido con Gómez (2005) en que aprender matemática desarrolla el espíritu crítico de la sociedad.

Ejemplo: En la tarea denominada *King Kong, Godzilla i la proporcionalitat,* correspondiente al tema Proporcionalidad geométrica del Bloque 3: Geometría, se comenta: "A menudo las películas transforman la realidad", y se señala que, en promedio, un orangután pesa 230 Kg. y mide 1,80 m. de estatura, mientras que el orangután de la película King Kong medía 14,5 metros de estatura. Al respecto, se pide que:

Calcula el seu volum, i el seu pes i explica que King Kong no podia pujar a l'Empire State ni Godzila pot existir!

El problema es una provocación para hacer reflexionar al futuro maestro sobre las relaciones (peso, volumen), los efectos del cubo que representa aumento, y razonar que los esqueletos que deberían aguantar un gran peso no aguantarían, o deberían ser de un material no óseo, como aluminio.

c) Reconozca respuestas posibles diferentes de alumnos de distintos niveles

Con ello se consigue que el futuro maestro observe, contraste, diferencie, las distintas respuestas que podrían dar alumnos de distintos niveles a las tareas propuestas por el maestro. Esto le permite aprender sobre el proceso de aprendizaje de la matemática y cómo elaborar estrategias para enriquecer las tareas de manera tal que favorezcan el aprendizaje.

Ejemplo: En la actividad denominada *Aprender a multiplicar* correspondiente al tema 4 del Bloque 1: Aritmética, se pide al futuro docente que observe tres construcciones que han hecho tres niños a quienes se les ha pedido que encuentren cuántos cubitos tendrá un cuadrado de 9 por 9 cubitos. Aparentemente los niños han pensado lo mismo, pero no es cierto. A partir de esta situación se pide:

Tots arribaran al resultat correcte? Què en podem extreure del coneixement dels nombres que tenen cada un d'aquests tres infants? Enuncia dues propostes diferents que faries com a docent per a que els alumnes busquin quant és 9x9. Quins aventatges té el material de cubets per damunt d'altre material?

Reinvención

Reinvención es un término introducido por diversos autores, pero usado en el Realistic Mathematics Education (Freudenthal, 1973; Gravemeijer, 2004). Con ello se indica que el conocimiento se construye mediante fenómenos y la matematización horizontal y vertical. Una tarea promueve reinvención, si se plantea la elaboración de propuestas curriculares enfocadas hacia la construcción vertical matemática de conocimientos, aunque estos estén ya inventados. Se trata redescubrir el conocimiento matemático como actividad pedagógica.

Identificamos los siguientes tres rasgos para operativizar el descriptor reinvención. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

a) Incorpore elementos curriculares adecuados para mejorar secuencias y contenidos didácticos dados o proponga alternativas coherentes

Consiste en proporcionar al estudiante fragmentos de diálogos de clase escritos o en vídeos, u objetivos y estrategias para desarrollar *secuencias didácticas organizadas,* de manera tal que el alumno pueda incorporar elementos nuevos de matematización vertical. Se potencia la creatividad del futuro maestro cuando se le estimula a utilizar los pocos o muchos recursos que tenga a su disposición para que diseñe secuencias didácticas dadas, realice modificaciones pertinentes, combine actividades tomadas de distintas fuentes, aproveche conversaciones y experiencias que tiene con sus tutores y sus compañeros de trabajo. El diseño de una secuencia es lo más difícil de hacer, y se suele tomar secuencias elaboradas en los libros de texto.

Ejemplo: En la tarea denominada *Observa: El alumnado y la noción de área,* correspondiente al tema Distancia y área del Bloque 3: Geometría, se muestra un diálogo de primer nivel de Primaria entre Silvia y su maestra sobre la noción de área. Se pregunta:

Què en podem extreure del coneixement de l'equivalència que té la Silvia? Què ha fet la professora per tal que la Silvia hagi reconegut que tenen la mateixa àrea? Per què és important que la professora pregunti encara al final si són iguals? Quina importància té haver utilitzat aquest material (que veus a la foto) per ajudar a formar la idea d'àrea?

No sólo se trata de hacer peguntas sino de darle sentido estructural.

b) Construya o adapte escenas posibles de clase asociadas a un contenido determinado

Para el futuro maestro imaginar situaciones de clase le da la oportunidad de valorizar el contenido, improvisar delante de un elemento motivador, y aprovechar el contenido para guiar al logro del contenido matemático.

Ejemplo: En la actividad denominada *Imaginando un aula con zumo de tomate,* correspondiente al tema 3 del Bloque 1: Matemática en la escuela y la sociedad, se propone no sólo que el futuro docente construya un diálogo de clase sino que realice la predicción del mismo:

> *Ahora te conviertes en maestro/a de final de Ciclo Mediano (9 a 10 años). (a) Tienes que preparar una clase sobre medidas y resolución de problemas, y has pensado que el elemento provocador sea el zumo de tomate. (b) Explica los contenidos concretos que te propones trabajar en los primeros 20 minutos de clase. ¡No olvides decir el material que necesitas! (c)Describe bien con qué frase empezarías la clase. (d) Imagina y escribe un posible diálogo de los muchos que intuyes que se pueden producir a continuación. d) Explica una posible frase que dices para provocar reflexión y síntesis al final de estos 20 minutos*

.

c) Reconozca el proceso de descubrimiento escolar

Hacer matemáticas implica descubrir, y la conjetura es el principal camino para el descubrimiento. Los alumnos necesitan múltiples oportunidades para formular conjeturas, y contextos de aprendizaje ricos y atractivos (NCTM, 2000). Son mucho más seguros y eficaces los profesores que ensayan algún tipo de descubrimiento inductivo por sí mismos, antes de usar el método con niños. También tienden a ser más conscientes de los diversos factores que pueden afectar la capacidad de generalizar en los niños (Morine y Morine, 1973). La tarea permite la elaboración de actividades de aula que contengan la producción de conjeturas e hipótesis matemáticas.

> Ejemplo: En la tarea denominada P*lano 2* del tema Conociendo el espacio del Bloque 3: Geometría, se pide al futuro maestro que observe la posibilidad de obtener figuras planas a partir de cuerpos, considerando la sombra, huellas, encajes, secciones, haciendo dibujos y fotografías. A partir de esta situación, se le pide al futuro maestro que experimente con secciones planas del espacio, con una caja transparente con tapa: la rellene con arena fina, la mueva y observe las posibles formas. Se pregunta:

Ahora piensa lo contrario: si te dieran sombras o secciones de un cuerpo, ¿podrías saber qué es? Explica qué es lo mínimo que se debe decir (que sea plano) de un objeto que te permita reconstruirlo.

Con este tipo de cuestiones, se presentan los procesos inversos de construcción y observación que permiten clarificar objetos como las cónicas en la enseñanza con alumnos de primaria. El objeto matemático se interpreta y se construye, no sólo se observa.

7.2.2 Flexibilidad

Diremos que la tarea promueve flexibilidad didáctica cuando permite identificar formas diferentes del contenido curricular de los estilos de enseñanza y uso de recursos, reconociendo las ventajas e inconvenientes de cada una de las perspectivas abordadas. La flexibilidad en el conocimiento didáctico la caracterizamos con los siguientes dos descriptores que llamamos **apertura** y **mediación.**

Apertura

Hablar de apertura significa ausencia de rigidez en la acción profesional. Esto es, habilidad para jugar con los elementos de un conjunto, operar sin estar atado a formas rígidas, escapar a las soluciones convencionalmente dadas, percibir significados en situaciones o hechos irrelevantes, ser receptivo y tolerante ante la ambigüedad. La apertura también tiene que ver con la aceptación del conflicto y la tensión que surge de la polaridad, tolerancia a las incoherencias y contradicciones, lo no del todo exacto, lo inseguro (Hallman, 1963). Vemos traducida esta concepción de apertura en la enseñanza de la matemática en el siguiente texto de la NCTM (2000):

> Es importante lo que pueden hacer los profesores para desarrollar la disposición de los alumnos para la resolución de problemas, creando y manteniendo un ambiente de clase que, desde educación infantil, les anime a explorar, a arriesgarse, compartir fracasos y éxitos y preguntarse unos con otros. En tal ambiente de apoyo, los alumnos adquirirán confianza en sus capacidades, voluntad para comprometerse y explorar problemas, los propondrán y serán perseverantes en la búsqueda de soluciones. (NCTM, 2000: 57).

Así se indica la apertura como un factor que acompaña a la perseverancia y la autoconfianza. Por otra parte, apertura indica en sí mismo estar dispuesto al cambio y a la novedad pedagógica. En lo social, implica incorporación de reflexión colectiva sobre lo educativo (Millar, 1996), (Burgués, 2006).

Se reconocen los siguientes cuatro rasgos para operativizar el descriptor apertura. A través de la tarea se promueve que el futuro docente*:*

a) Reconozca la observación como valor didáctico, asumiendo el riesgo a hablar sobre procesos de aula

Para percibir significados en situaciones o hechos irrelevantes, es necesaria una agudeza en la observación. De hecho, casi todo conocimiento se origina en la observación tanto es así que es un método clásico de investigación científica. Para discernir la presencia de pautas de acción, abstraer sus principios, establecer analogías entre las propiedades de las cosas, crear modelos e innovar, debemos ser capaces de percibir adecuadamente nuestro mundo (Root-Bernstein, 2002). La observación debe tener un propósito específico, debe ser planeada cuidadosa y sistemáticamente; si es posible, debe llevarse por escrito un control cuidadoso de la misma, especificando su duración y frecuencia. Desde la didáctica de la matemática, la observación es una acción cognitiva que se debe desarrollar en el diseño de tareas (Llinares, 2004). Por ello se trata de poner al futuro maestro en contacto con tareas donde se resalte el valor de la observación sistemática en los procesos de aula.

Ejemplo: En la actividad 2 del tema Enseñar y aprender matemáticas en primaria del Bloque 1: Matemáticas en la escuela y la sociedad, se pide al futuro maestro que observe el caso de Miquel en una clase sobre unidades y decenas:

> *Explica el que coneix dels nombres a partir del que veus al relat. Sobre el contingut. Ha estat útil aquest tipus de càlcul?*
> *Què ens ha permés veure de Miquel?Quina informació s'obté? Considereu que Miquel hauria d'haver dit 56 i hagués estat millor? Ha influït quelcom per a que digués 5 desenes i 6 unitats? Ha estat important veure que sis desenes i dotze unitats era 72 per a resoldre el problema? I en general?*

b) Relacione la matemática con el entorno en la construcción novedosa de tareas escolares y formatos diferentes

Es importante que los futuros maestros sean capaces de usar el entorno en la formulación de problemas escolares, o desarrollen secuencias didácticas como elemento provocador en el inicio de un contenido. Font (2005) afirma: *Los futuros maestros han de ser conscientes de que las aplicaciones matemáticas tienen una fuerte presencia en nuestro entorno* (Font, 2005: 2). En este sentido, resalta la importancia de que los futuros maestros sean conscientes de que lo más importante en la resolución de problemas es que los alumnos de primaria realicen una actividad matemática, viva, dinámica, donde la exploración de situaciones les permita desarrollar su capacidad investigadora, de formulación de conjeturas, de búsqueda de soluciones, de evaluación de las mismas y modificación en caso necesario. Coincidimos con Font en que la resolución de problemas proporciona al maestro la posibilidad de conocer los procesos de razonamiento de sus alumnos, y al no estar estructurada dentro de un tema conceptual concreto permite al profesor la utilización de situaciones diversas.

Ejemplo: En la actividad 3 del tema Gestión y evaluación del aula de matemáticas en primaria correspondiente al Bloque 1: Matemáticas en la escuela y la sociedad, se sugiere visitar el parque Laberinto. Es una actividad singular que permite al alumno trabajar matemáticas de forma diferente a situaciones en las que se privilegia el contenido:

> *"Un tipo de actividad que implica salir del aula y reconocer las matemáticas presentes en un entorno determinado, como el Laberinto es una actividad singular.*
>
> *-Elabora un póster que recoge una idea matemática puntual a partir de una salida o actividad singular."(Bloque, Actividad 5.3)*

Posteriormente, la evaluación de esta actividad a través de la elaboración de un póster servirá para fortalecer las experiencias singulares de los futuros maestros (Burgués y Codina, 2006).

c) Use el material didáctico de formas distintas reconociendo ventajas y desventajas de este nuevo uso

En las propuestas de actividades singulares, el tema es abierto, el formato y el contenido también, luego el futuro docente debe integrar y razonar su valor. Existen tareas donde se muestran distintos materiales didácticos para que el alumno los busque en centros de recursos, en el laboratorio de matemática o por cuenta propia. En algunas tareas es suficiente mostrar una imagen estática o un vídeo donde aparezca el material. Se trata de buscar qué usos se puede dar al material, para qué edades es adecuado, cuáles contenidos matemáticos se pueden desarrollar, y se formulen varias preguntas o situaciones, que inciten al futuro maestro a cuestionarse las ventajas y desventajas de su uso. Así, el material no es sólo acompañante sino que se permite identificar un estilo de laboratorio (Esteve y Giménez, 1988) y apoyar el uso del material como mediador semiótico (Giménez, 2000).

> Ejemplo: En la tarea denominada *figuras y distancia* correspondiente al tema Distancia y área del Bloque 3: Geometría, se hace énfasis en que los materiales para construcción de figuras o cuerpos geométricos nos permiten reconocer propiedades de los mismos objetos creados.

> *"Construeix un quadrat plegant un foli, i retallant després…*
> *Amb tires de fusta foradada o Mecano construeix triangles i quadrilàters. Es pot construir qualsevol figura o bé qualsevol tipus de figura? Observeu que en aquest cas, les mides són fixades. Quines són les condicions restrictives en un geoplà respecte el plegat de paper per a la construcció de figures?*
> *Quins avantatges té l'ús de programes com CABRI? I l'ús de TANGRAM i Mecano per a fer polígons?*

Cada tipo de material permite hacer mejor unas cosas que otras. El objetivo es que el futuro docente sepa justificar dicho uso, lo cual implica más conocimiento que sólo el saber usarlo.

d) Formule problemas con significados diferentes asociados a un mismo contenido

Una tarea con potencial creativo creemos que debe proponer contenidos para que el futuro maestro sea capaz de inventar situaciones asociadas a distintos significados institucionales para un mismo contenido (Godino y Batanero, 1998). Por ejemplo, en las operaciones aritméticas, en el caso de la suma: agregar, unir, añadir,…Identificar con significados implica dar valor a los ámbitos semánticos asociados a los contenidos, ello conlleva reconocer los resultados de la investigación en Educación Matemática. Esto le permitirá construir una variedad de problemas y conocer el significado amplio de contenidos de matemática, como se ve en el siguiente ejemplo:

> Ejemplo: En la tarea *Representant addicions i subtraccions,* correspondiente al tema Ensenyar i aprendre l'addició i la substracció del Bloque 2: Aritmética. Se muestra la variedad de modelos que pueden ser usados para representar la adición y la sustracción, y se presenta cuatro situaciones gráficas de la suma (diagrama, línea numérica, balanza, regletas); con esto, se plantea:
>
> *Els significats diversos que es posen en funcionament com a addició són: afegir, anar d'un lloc a un altre, pesar el mateix, representar la mateixa llargada de tren de cubets. Però quins significats corresponen com a subtracció?*

Mediación

La mediación significa saber reconocer que el contenido no va solo sino que se acompaña de instrumentos que permiten la matematización. No se trata sólo de tener recursos sino de hacer que el trabajo sea realmente significativo es decir, que usemos instrumentos para mediar el aprendizaje. El aprendizaje surge de la adaptación del alumno a un medio que le presenta contradicciones y dificultades. El saber se manifiesta en las nuevas respuestas que es posible dar a partir de una adaptación al medio (Brousseau, 1986). No todos los investigadores interpretan igual esta idea. Se es creativo si se contempla el valor del medio necesario en la construcción de un determinado contenido de manera que se relacione con los anteriores y con el contenido asociado en otros temas. Por ejemplo, la calculadora es un medio para reconocer el significado de que las sumas de dos sumandos que terminan en cinco van a dar resultados que terminan en cero. Eso es un medio. La calculadora hace posible que el alumnado pruebe un montón de números y lance una conjetura.

Se reconocen los siguientes dos rasgos para operativizar el descriptor mediación. A través de la tarea se promueve que el futuro docente:

a) Compare distintas situaciones matemáticas (elaboradas, de textos escolares, etc.) para seleccionar aquellas que tengan mayor posibilidad de desarrollar el pensamiento flexible en sus futuros alumnos

En la formación de maestros consideramos fundamental poner en contacto al futuro maestro con distintos tipos de situaciones de manera tal que pueda realizar comparaciones y justificar cuáles cree que son más ricas para desarrollar el pensamiento en sus alumnos.

> Ejemplo: En la actividad 2 denominada *Los significados de la multiplicación y la división,* correspondiente al tema Aprendiendo a enseñar la multiplicación y división del Bloque 2: Aritmética, se invita a reflexionar sobre distintas situaciones presentadas en varias publicaciones para introducir la multiplicación y la división. Se pregunta:
>
> *Quina idea important sobre multiplicar i dividir porta aquesta activitat amb infants?*
> *Quina idea de multiplicar i dividir es desprén d'un dibuix com el que veus a la part superior?*
> <u>*La visió estàtica que sovint es presenta a molts llibres de l'addició repetida per a mostrar la multiplicació no ajuda a pensar res. En canvi situacions problemàtiques que poden resoldre's per tempteig, poden provocar que s'observi el valor de la multiplicació i divisió…*</u>

b) Utilice tecnologías adecuadamente, como medio eficaz para el reconocimiento de estructuras y para ayudar a la construcción de esquemas en las tareas que propone

Una exigencia constante en la formación de docentes consiste en el uso de nuevas tecnologías en las aulas de clase y al mismo tiempo existe una constatación de que los maestros, en general, se resisten a usar nuevas tecnologías. Sin embargo, acaso nos preguntamos con qué tecnologías se han venido formando los futuros maestros en las aulas de clase universitaria. Así pues, consideramos importante que los estudiantes del magisterio conozcan nuevas tecnologías y que las usen en el diseño de tareas que generan nuevo conocimiento. Además, consideramos que las tecnologías no sólo influyen en cómo se enseñan y aprenden las matemáticas, sino también afecta a qué se enseña y a cuándo aparece un tema en el currículo (NCTM, 2000). Mediante estas observaciones, los estudiantes para maestros pueden reconocer un uso efectivo de los medios tecnológicos, como internet, no sólo para buscar informaciones y describirlas, sino para usar la información como elemento de provocación en sus clases.

> Ejemplo: En la actividad denominada *Organiza una clase sobre polígonos* correspondiente al tema Distancia y Área del Bloque 3: Geometría, se invita al alumno a que consulte la página web sobre el *Proyecto Matemáticas en el contexto (USA)*, donde puede observar el caso de una maestra que da una clase de matemáticas a alumnos entre 11 y 12 años cuyo tema son los polígonos. A continuación, se le realizan las siguientes preguntas:

> *La mestra inicia el treball mostrant senyals amb formes geomètriques. Basats en les imatges, explica la classe de 50 minuts per a l'estudi dels poligons. Quins poligons van ser protagonistes?*
> *<u>Feu-vos preguntes com per exemple: Per què va començar per un octògon i no pel quadrat? Quina reflexió matemàtica es pot provocar quan jugues amb una corda o elàstic amb l'alumnat agafant pels vèrtexs? Què pretenia la mestra mostrant la figura movible de quatre costats iguals? Quina importància té el fet que es faci el trapezi al terra i no d'empeus?</u>*

No se trata de ver en un vídeo sin más, sino de identificar componentes cognitivos y profesionales asociados.

5.2.3 Fluidez

Diremos que la tarea promueve fluidez cuando permite que el futuro maestro identifique diseños diferenciados, reconociendo los valores que les distinguen en cuanto a la construcción de objetos matemáticos. La fluidez va más allá del simple uso de representaciones diferentes. La fluidez en el conocimiento didáctico la caracterizamos con los siguientes dos descriptores, que llamamos: **Adecuación diversificada** y **comunicación crítica**

Adecuación diversificada

Consideramos que una tarea con potencial creativo fomenta el reconocimiento de actividades adecuadas a contenidos u objetivos curriculares, resaltando no sólo su cumplimiento sino su conectividad con otros objetivos o contenidos. Así, se trata no sólo de adaptar el contenido a alumnos con ritmos diferentes, sino de identificar la necesidad de adaptar el propio contenido, proponiendo más o menos actividad según el tiempo de que se dispone. Con ello se puede hacer un trabajo regulador.

Se reconocen los siguientes tres rasgos para operativizar el descriptor adecuación diversificada:

a) Analice las diferentes situaciones, estructuras y dificultades de problemas que proponen libros de texto de primaria, en cuanto al contenido valorando su adecuación

El conocer distintas propuestas de libros de texto va introduciendo al futuro docente en lo que constituye parte de la programación en la institución escolar, aunque reconocemos que es un tipo de tarea profesional que lleva tiempo y debería asociarse con buenas propuestas que puedan realizarse y contrastarse. Es importante que el estudiante observe de forma crítica distintos textos de matemática y aprenda a distinguir ventajas, desventajas, pertinencia, adecuación, errores e inconsistencias de ciertas tareas de los libros de texto.

> Ejemplo: En la actividad 5 denominada *Problemas de adición y sustracción,* correspondiente al tema Enseñar y aprender la adición y la sustracción del Bloque 2: Aritmética, se comenta que la resolución de problemas de sustracción es una actividad donde los alumnos muestran más dificultades ya que se plantea de formas muy diferentes.
>
> *Analitzeu les diferents situacions, estructures i dificultats de problemes de resta que proposa un llibre de text per alumnes de cicle Mitjà de Primària com el que es veu a la imatge. Compara amb un altre text i classifica els tipus de problemes d'alguna forma*

b) Seleccione tareas adecuadas de propuestas ya elaboradas, redefiniéndolas de maneras diferentes e incorporándole adaptaciones novedosas de acuerdo al objetivo

Se pretende que el futuro profesor conozca propuestas didácticas diversas u otros materiales de libros de texto, y sea capaz de realizar modificaciones de manera que se adapten a un cierto grupo de alumnos, incorporando elementos novedosos, no habituales, fuera de lo común:

> El papel del profesor en la selección de tareas y problemas matemáticos importantes es crucial. Si al analizar y preparar un problema se prevén las ideas matemáticas que puedan extraerse al trabajar con él y las preguntas de los alumnos, los profesores pueden decidir si el problema en cuestión ayudará a favorecer sus objetivos matemáticos para la clase. (NCTM, 2000: 56).

Ejemplo:

A partir del siguiente ejemplo trata de reconocer el contenido que pretende usar y propón alguna situación alternativa con material manipulativo. Plantea dos tareas para un niño y comprueba los comportamientos distintos para cada una.

c) Diseñe actividades diversas de forma secuenciada para el aprendizaje de contenidos a partir de situaciones planteadas controlando en la medida de lo posible los resultados escolares

Se trata de dar algunos elementos clave para que el alumno construya, planifique y controle secuencias didácticas, algunas incluso donde el alumno use su imaginación para inventar posibles diálogos de clase. En ese caso, el fututo docente debe imaginar una situación de forma predictiva. Otra actividad que también puede tener elementos creativos es proporcionar al alumno un diálogo de clase incompleto y pedirle que explique cómo seguiría la clase o, por ejemplo, cómo haría para integrar a la clase una alumna que ha llegado tarde o que recién ha llegado al colegio.

Ejemplo: En la tarea denominada *Imaginando un aula con zumo de tomates,* correspondiente al tema El Currículo de matemáticas en primaria, del Bloque 1 Matemáticas en la escuela y la sociedad, se pide a los alumnos que describan la planificación de una clase de 20 minutos cuyo elemento provocador sea el zumo de tomate. En el escrito deben indicar los materiales que usarán, los objetivos, estrategias, e incluso imaginar y redactar un posible diálogo de la clase:

> *"Ahora te conviertes en maestro/a de final de Ciclo Medio (9-10 años). (a) Tienes que preparar una clase sobre medidas y resolución de problemas, y has pensado que el elemento provocador sea el zumo de tomate. (b) Explica los contenidos concretos que te propones trabajar en los primeros 20 minutos de clase. ¡No olvides decir el material que necesitas! (c) Describe bien con qué frase empezarías la clase. (d) Imagina y escribe un posible diálogo de los muchos que intuyes que se pueden producir a continuación. d) Explica una posible frase que dices para provocar reflexión y síntesis al final de estos 20 minutos".*

Al reconocer el potencial creativo de esta tarea en este rasgo, debemos añadir que lo importante sería poder discutir con los colegas las propuestas realizadas.

Comunicación crítica

Consiste en dar oportunidad al futuro maestro de que elabore propuestas para facilitar el aprendizaje de contenidos utilizando distintas formas de comunicación (pósteres, carteleras, power point, murales, etc.). En Codina y Burgués (2006) se relata la experiencia de elaboración de pósteres con futuros maestros, donde se incentiva la creatividad en la propia concepción del póster y el uso de la matemática para elaborarlos, se trabaja contextualización, se evalúa la capacidad de síntesis, se busca la interacción con compañeros al exponerlos, y se potencia la habilidad de comunicar oralmente.

Para operativizar comunicación crítica, se establece el rasgo a través de la tarea se promueve que el futuro docente:

Presente visualmente de forma novedosa la información más relevante de un contenido matemático a través de la elaboración de murales, pósteres y distintas presentaciones gráficas

A través de la comunicación escrita se busca que el futuro maestro desarrolle la habilidad de síntesis, de comunicación y de expresión verbal, mediante el diseño de presentaciones visuales diversas, conectándolas con el conocimiento didáctico.

> Ejemplo: En la actividad denominada *Actividades singulares en matemáticas,* correspondiente al tema Gestión y evaluación en el aula de Matemáticas en Primaria, del Bloque 1: Matemáticas en la escuela y la sociedad, se propone recoger en un póster las ideas matemáticas que han surgido a raíz de la visita de los alumnos al parque:
>
> *Un tipus d'activitat que implica sortir de l'aula i reconèixer les matemàtiques presents en un entorn determinat com el Laberint és una activitat singular.*
> *Elaboreu un pòster que reculli una idea matemàtica puntual a partir d'una sortida o activitat singular.*

7.2.4 Elaboración

La elaboración como indicador de alto nivel creativo en el conocimiento didáctico indica que la tarea promueve un desarrollo crítico sobre las situaciones curriculares, escolares, etc., permitiendo desarrollar condiciones de alto nivel metacognitivo. Caracterizamos la elaboración con los siguientes los descriptores, que llamamos **Desarrollo selectivo, integración curricular** y **reconstrucción reflexiva.**

Desarrollo selectivo

La selección de estrategias para un desarrollo creativo de la clase tiene en cuenta los conocimientos previos de los alumnos y los materiales que necesita para que la clase sea factible. Se reconocen los siguientes tres rasgos para operativizar el indicador:

a) Adecue tareas con secuencias bien organizadas y considere la factibilidad de adquirir o construir lo necesario para las actividades propuestas

Uno de los elementos creativos en la planificación de una clase, es saber escoger materiales adecuados para desarrollar los objetivos. Dependiendo del objetivo, las actividades son complejas. El futuro docente debe saber qué material pedir a sus futuros alumnos (unas cajas de cerillas, latas, cañas, etc.), construir materiales en el aula, buscar materiales en el centro de recursos, etc. Creemos pertinente el comentario de la NCTM (2000):

> No basta, para una enseñanza eficaz, con que las tareas sean útiles. Los profesores deben también decidir qué aspectos destacar de una tarea, cómo organizar y dirigir el trabajo, qué preguntas hacer para implicar a los alumnos, sea cual fuere su nivel de habilidad, y cómo ayudarles sin sustituirles en su proceso de pensamiento, es decir sin eliminar el reto. (NCTM, 2000: 19)

Ejemplo: En la tarea denominada *Coneixes relacions entre les parts del cos?,* del tema Proporcionalidad geométrica del Bloque 3: Geometría, se propone la siguiente reflexión didáctica para un aula con niños entre 11 y 12 años:

> *Segur que has sentit ha parlar dels viatges de Gulliver. <u>Et proposem que expliquis com fer una samarreta per a una persona molt més gran que tu.</u> Coneixes quantes vegades el teu canell cap a la teva cintura? I quantes vegades el teu dit en el teu cap?*
> *A partir d'aquestes idees i amb el suggeriment de les imatges, organitza la classe de 50 minuts.*

Saber improvisar tareas de aprendizaje no siempre es fácil. Con este tipo de preguntas se pretende ayudar a organizar, identificando el contexto asociado a una idea, y considerando que tener una idea no siempre implica saber llevarla a cabo. Si se sabe hacer eso y se tiene imaginación, se puede encontrar formas diferentes, atractivas y elaboradas.

b) Use de forma controlada y justificada la experimentación en el planteamiento de propuestas didácticas

La experimentación consiste en aprender en el contexto de la exploración, descubrimiento e invención, tanto con materiales didácticos como con elementos del entorno. Los alumnos parecen aprender más rápidamente cuando manipulan materiales y llevan a cabo formas activas de investigación. El objetivo de este rasgo aplicado a una tarea es que el futuro docente sepa experimentar actividades que están directamente relacionadas con su entorno, sabiendo el valor del contenido matemático asociado.

Ejemplo: En la tarea denominada *Sistema de referencia universal,* correspondiente al tema Conociendo el espacio del Bloque 3: Geometría, se muestra en el comentario al trabajo no sólo una realización simulada, sino reconocer su valor.

> *<u>Quina proposta faríeu a nens i nenes de Primària en cada cicle per aprendre a situar els punts cardinals?</u>*
> *El Sol ens proporciona un sistema de referència, però no és fix. Si sabem observar bé, podem interpretar-lo i ajudar als infants a interpretar-lo. <u>Les experimentacions són el mètode millor.</u>*

c) Reconozca conocimientos previos básicos para trabajar cierto contenido en clase, explicítelos e indique cómo va a controlarlos e integrarlos

El alumno nunca viene en cero, parafraseando las palabras pronunciadas por John Holt (1969) y que siguen teniendo plena vigencia: Decimos a los niños que "vienen a la escuela a aprender", como si los niños no hubiesen estado aprendiendo antes, como si la vida se hubiera quedado fuera de la escuela y el aprendizaje dentro, y no hubiera ninguna relación entre ambos. En este sentido, es importante que el futuro maestro aprenda a determinar qué contenidos previos son importantes en los contenidos nuevos, y a buscar formas para estimular la recuperación de estos conocimientos en sus futuros alumnos.

> Ejemplo: En la actividad 2 del tema *Enseñar y aprender matemáticas en primaria* del Bloque 1: Matemáticas en la escuela y la sociedad, se presenta el relato de una clase y se expone el caso de Miquel, basado en un caso de un artículo de Llinares (2002). En este caso se observa cómo no todo el mundo aprende de la misma manera y cómo para que haya un aprendizaje significativo, novedoso y creativo, es necesario procurar incidir sobre las potencialidades de cada alumno, teniendo en cuenta los conocimientos previos.

> *Descriu els punts fonamentals que indiquin la concepció d'ensenyament/aprenentatge que tenia.*
>
> *Observa el Cas Miquel. Raona sobre la forma de fer l'activitat. Explica el que coneix dels nombres a partir del que veus al relat.*
>
> *La forma de presentar la quantita,t ha estat la millor possible? Analitzar els dos exercicis. El treball, ha estat dirigit? <u>Ha tingut en compte els coneixements previs de l'alumne? En qué?</u>*

Integración curricular

Para una enseñanza creativa debe haber una evaluación creativa (Torre de la, 2006). El futuro docente debe ser capaz de integrar varios elementos curriculares que le ayuden en el diseño de instrumentos variados para la evaluación de los objetivos en el propio proceso de enseñanza y aprendizaje. Creemos que una formación creativa integradora debería incitar al estudiante a indagar sobre distintas formas de control y regulación, analizar propuestas diversas, y proponer, a partir de una secuencia de evaluación dada, la sugerencia de elementos que enriquezcan la evaluación o inventarse formas nuevas.

Se reconocen los siguientes tres rasgos para operativizar el descriptor integración curricular. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

a) Use variedad de instrumentos y formulaciones para controlar y regular el trabajo sobre un cierto contenido

Considerando que la evaluación es una valiosa herramienta para tomar decisiones y para asegurar la profundidad y la calidad del aprendizaje de los estudiantes, la evaluación y la enseñanza deben estar integrados de forma que aquella llegue a constituir, en lugar de algo ocasional, una parte rutinaria de la actividad docente (NCTM, 2000). Así como se varían las tareas para la enseñanza de la matemática, también creemos que es necesario variar las estrategias y situaciones de evaluación, reconociendo su valor formativo, de análisis del proceso, o sumativas. En este sentido, compartimos el planteamiento que se hace en los estándares sobre evaluación:

> (…) las evaluaciones deberían dar ocasión a múltiples enfoques, para obtener así una imagen más acabada y permitir que cada uno muestre sus mejores potencialidades. Los profesores pueden utilizar muchas técnicas de evaluación, incluyendo cuestiones abiertas, tareas donde hay que elaborar la respuesta donde hay que seleccionar una

> respuesta entre varias, tareas prácticas, observaciones, conversaciones, diarios de clase y cuadernos de trabajo. (NCTM, 2000: 25)

Entre las actividades de evaluación, creemos importante fomentar la autoevaluación y la evaluación en grupo en cuanto personalizan y promueven realizar cada vez de forma diferente la tarea. No es lo mismo crear en forma individual que crear en grupo. Hay que sacarle provecho a las actividades grupales; por ejemplo, una actividad lúdica realizada en equipo puede utilizarse como una estrategia de evaluación.

Ejemplo: En la tarea denominada *Evaluación de proyectos de evaluación,* en el tema Gestión y evaluación de las matemáticas en un aula de primaria del Bloque 1: Matemáticas en la escuela y la sociedad, se muestran varios trabajos del proyecto Figuras en la escuela que se realizó en varios centros; a partir de esta situación, se formula lo siguiente:

> *Pots veure un exemple de fitxa d'avaluació per a un altre tema fent clic AQUI. Indica dos criteris que proposaries per a avaluar el treball realitzat. Quins continguts de procediments pots avaluar en aquest Projecte?*

b) Fomente la elaboración de situaciones, análisis curriculares o didácticos en los que use el error como aprendizaje

En la enseñanza de la matemática el estudio sistemático de los errores ayuda a comprender las dificultades que presentan diversos temas y permite diseñar procedimientos de enseñanza adecuados. El señalamiento de un error no basta para corregirlo, como tampoco es suficiente la mayor ejercitación, se requiere profundizar en las posibles causas y determinar procedimientos tendientes a mejorar la situación (Mancera, 1998).

Fomentar la elaboración de situaciones, análisis curriculares o didácticos en los que use el error como aprendizaje consiste en proporcionar herramientas, a través de la tarea, para que el futuro maestro sepa cómo reaccionar ante el error de sus futuros estudiantes, aprenda cómo indicarle al niño que ha cometido un error, y a usarlo en el momento que surge como elemento de aprendizaje. Karp (2003) señala los análisis de los errores de los estudiantes como aspecto importante en la formación de maestros creativos. El error informa al alumno de que algo ha fallado en la realización de la tarea o en la solución del problema, y por lo mismo ha de cambiar de enfoque o estrategia en el modo de abordar el problema subyacente. En un ambiente de aprendizaje creativo, los errores son permitidos; además, se analizan y se discuten:

> Un ambiente distendido, no punitivo, que estimula el diálogo, ayuda al estudiante a expresar sus pensamientos y a perder el temor a cometer errores. Los alumnos de nuestras escuelas tienen miedo a equivocarse cuando el profesor pregunta en clase. ¿Por qué? Porque tienen asumido el carácter sancionador del error. (De la Torre, 1993: 95)

Ejemplo: En la tarea denominada *Multiplicando con las judías*, correspondiente al tema Aprendiendo a enseñar la multiplicación y la división del Bloque 2: Aritmética, se muestra el relato de una maestra que explica cómo enseña a sus alumnos de 8 años la multiplicación utilizando judías, tazas y cucharones. Se realiza el siguiente planteamiento:

El tercer dia hi ha dos infants que estaven malalts els dies anteriors. Què fas per integrar-los a la feina feta?
<u>*Quins continguts apareixen?*</u>
<u>*A què són degudes les errades possibles? Per què és important que apareguin aquestes errades?*</u>

c) Permite diseñar actividades ricas en aulas heterogéneas y reconocer formas diferentes según la diversidad de los alumnos

Es importante que el futuro maestro reconozca la importancia de facilitar el acceso de todos los estudiantes a una enseñanza de las matemáticas de calidad que les incentive a pensar y razonar, y de buscar estrategias para que sus futuros alumnos conecten la matemática con sus vidas y culturas, tomando como base los puntos fuertes del conocimiento y de las formas de conocer que los niños ya poseen cuando acceden a la escuela. Así mismo, aprovechar como una oportunidad de aprendizaje la diversidad de cultura. Experiencias como la del Proyecto Quasar (Silver, Schwan y Scout, 1998) ponen en evidencia los resultados positivos que se logran si:

- Se construye el conocimiento sobre las experiencias vitales de los alumnos, a través de la solución de problemas relacionados con la vida extraescolar del estudiante.

- Se relaciona la matemática con los intereses de los alumnos. Por ejemplo, a muchos estudiantes les interesa la poesía, la literatura y la música; esto puede crear oportunidades para que piensen sobre las matemáticas de forma creativa.

- Se conecta la matemática con la herencia cultural de los alumnos. Se busca materiales culturalmente relevantes que no sólo conduzcan a resultados positivos afectivos, sino también a niveles superiores de participación y a reforzar el aprendizaje de los alumnos.

> Ejemplo: En la tarea denominada *El episodio de Kamrum en el aula de matemáticas,* del tema Pensar las Matemáticas del Bloque 1: Matemática en la escuela y sociedad, se presenta un relato donde una maestra ha resuelto un problema y un chico de la clase arruga el papel donde ha resuelto el problema. El alumno tiene esta

conducta porque cree que la solución que él ha hecho es incorrecta ya que no es igual a la elaborada por su maestra en la pizarra. En la tarea se sensibiliza al futuro maestro sobre la diversidad en el aula:

¿Por qué hablar de normas en el aula? Explica dos conflictos que las ponen de manifiesto en un aula diversa. ¿Por qué se habla de trasgresión de normas ¿En qué sentido? Da ejemplos de cómo resolver la situación
El problema de la diversitat a l'escola cal reconèixer-lo en el marc de l'acompliment de normes. El docent ha d'interpretar aquests fets socials per a fer-hi front, negociant significats matemàtics diferents amb alumnat culturalment diferent

Lo importante aquí es que se da la referencia teórica asociada sobre el problema intercultural y se relaciona con el objeto de norma matemática.

Conexionismo curricular

La tarea potencia conexionismo curricular si permite que el futuro docente identifique el valor que los procesos comunicativos e interactivos en el aula tienen para la construcción del contenido. En efecto, un nivel alto de elaboración creativa se manifiesta porque se establece una visión crítica (reconociendo que hay una distancia entre lo que se quiere y lo que se consigue) (Skovsmose, 1999). Creemos importante que el futuro maestro valore las interacciones de la clase. Godino y Llinares (2000) resaltan el papel que desempeña el lenguaje en el aprendizaje. En particular, en el campo de la educación matemática se ve cómo los estudiantes llegan a aprender lo que es un argumento convincente/válido en matemáticas mediante la negociación de los significados. Esto conduce a lo que se ha denominado *normas sociomatemáticas,* que son, desde la perspectiva social, el correlato de las creencias y valores matemáticos en la perspectiva psicológica. Estas normas sociomatemáticas generan oportunidades de aprendizaje para el profesor. Se reconocen dos siguientes rasgos para operativizar el conexionismo curricular.

a) Analice interacciones que el docente impulsa en una clase para facilitar el contenido matemático

Se trata que a través de la tarea el alumno: a) Estudie relatos concretos de alumnos trabajando, y determinando las ventajas y desventajas de usar ciertas tareas, b) Reconozca, en diálogos de clase, la importancia de utilizar determinados materiales para el aprendizaje de conceptos. El análisis de interacciones de clase en videos da oportunidad a los futuros maestros de integrar en su toma de decisiones los instrumentos conceptuales y técnicos necesarios para enseñar pudiendo llegar a producir aproximaciones críticas en la generación de sus perspectivas (Llinares, 2004).

> Ejemplo: En la actividad denominada *Un aula de patatas fritas,* correspondiente al tema 4 del Bloque 2 de Aritmética, se presenta el caso de una clase con niños de 8-9 años donde la maestra, Julia, introduce la multiplicación y división usando como elemento motivador las patatas fritas. Se muestran cuatro respuestas diferentes dadas por los alumnos que aún no conocen el algoritmo de la multiplicación. Se pide al futuro maestro que identifique la potencialidad de la actividad realizada.

> *Julia: "¿Alguna vez han ido a un lugar de estos que te dan patatas fritas, verdad? Si a una persona le tocan 40, ¿cuántos amigos tendrán en total 1000 ?..." Después de eso, Julia pregunta qué sucede en el caso de que haya 52 patatas por bolsa para los 24 niños de la clase. <u>Per què aquest problema és una bona forma d'introduir la relació entre multiplicació i divisió? Expliqueu les respostes de cada un dels nanos. Plantegeu un problema similar amb una altra motivació. Quines diferències serien esperables si la situació s'hagués plantejat desprès</u>*

> *<u>d'haver treballat l'algorisme de la multiplicació ?</u>*
>
> *Observa las respuestas… ¿Qué diferencias se observarían si la situación se hubiese planteado después de haber trabajado el algoritmo de la multiplicación?"*

b) Describa características de la construcción del conocimiento de los alumnos de primaria a partir de diálogos de clase

El futuro docente debe reconocer el valor de las interacciones en la producción de conocimiento (Yackel y Cobb, 1996). Para Godino y Llinares(2000), las discusiones en el aula permiten que el profesor pueda escuchar y dotar de sentido a las explicaciones de los estudiantes, lo que le permite poder seleccionar las tareas que se les puede presentar a los alumnos de una manera más desafiante en relación al tipo de soluciones que presentan.

Ejemplo: En la actividad *Observa*, correspondiente al tema 3 del Bloque 3: Geometría, se plantea un diálogo de clase de primer grado de Primaria donde se está trabajando el contenido de área. Se pide al futuro maestro que observe el diálogo y que reflexione sobre el conocimiento que tiene la alumna y sobre cómo la maestra promueve el aprendizaje guiado:

> *Profe> Creus que el quadrat que tens a la mà és com el triangle que has enganxat? O qui és més gran?*
> *Silvia> No estic segura.*
> *Profe> Et pots ajudar amb aquests triangles que tens al full ? (assenyala els dos triangles del final del full).*
> *Silvia> Què faig? No sé...*
> *Profe> A veure, quants triangles té el quadrat?*
> *Silvia> Dos*
> *Profe> I quants en té el triangle gran que has enganxat?*
> *Silvia> Ah, són iguals.*
> *Profe> El que...? Són ben bé iguals o fan el mateix? ...*
> *<u>Què en podem extreure del coneixement de l'equivalència que té la</u>*

Silvia? Què ha fet la professora per tal que la Silvia hagi reconegut que tenen la mateixa àrea? Per què és important que la professora pregunti encara al final si són iguals? Quina importància té haver utilitzat aquest material (que veus a la foto) per ajudar a formar la idea d´àrea?

Reconstrucción reflexiva

En una formación creativa se debe presentar actividades que den la oportunidad al futuro maestro -para que al finalizar una clase, curso o año escolar en su vida profesional - de autoevaluarse, reflexionar sobre lo que ha hecho, revisar cómo puede mejorar su trabajo. Smyth (1991) ha resumido cuatro tipos de acción docente reflexiva: descripción, inspiración, confrontación, reconstrucción; con relación a la enseñanza y que corresponden a una series de preguntas a las que debemos intentar responder en proyectos formación docente:

1) Descripción: ¿qué es lo que hago?
2) Inspiración: ¿cuál es lo sentido de la enseñanza que imparto?
3) Confrontación: ¿cómo llegué a ser de esta forma?
4) Reconstrucción: ¿cómo podría hacer las cosas de otra manera?

El descriptor reconstrucción reflexiva abarca el cuarto proceso en términos de las preguntas que formula Smyth: ¿Cómo podría cambiar?, ¿Qué podría hacer diferente? ¿Qué es lo que considero importante desde un punto de vista pedagógico? ¿Qué es lo que tendría que hacer para introducir esos cambios?

Se reconocen los siguientes tres rasgos para operativizar el indicador. A través de la tarea se promueve que el futuro maestro:

a) Describa la concepción de enseñanza-aprendizaje de maestros asociada a relatos de clase dados o bien produzca tareas correspondientes a concepciones dadas

Se busca a través de la tarea que el alumno sea capaz de reconocer distintas teorías de aprendizaje, y que a medida que analice diálogos de clase; describa en relatos de clase elementos sobre la concepción de enseñanza aprendizaje de maestros. Es preciso generar actividades donde el desarrollo profesional pueda adquirirse vinculado a la propia práctica. Es importante propiciar en el futuro maestro un proceso sistemático de adquisición, definición y redefinición de habilidades, conocimientos, destrezas y valores, para el desempeño de la función docente a lo largo de su vida profesional. Todo esto más allá de su iniciativa personal y de su bagaje experiencial, de forma que le permita también ir construyendo y desarrollando sus teorías sobre la enseñanza y el aprendizaje de sus estudiantes en diversos tipos de conocimientos (Grossman, 1990). Valls, J., Llinares, S. y Callejo, M.L. (2006) plantean que entre varias competencias vinculadas a aprender a enseñar matemáticas está llegar a aprender a "ver" e interpretar diferentes aspectos de la enseñanza de las matemáticas. Es decir, aprender a interpretar las características relevantes de una situación de enseñanza y a dotarlas de sentido desde diferentes puntos de vista, como puede ser la información teórica desde la Didáctica de la Matemática, o desde sus propias experiencias previas. Esto ayuda a los estudiantes para maestro a aprender a "ver" e interpretar las múltiples maneras en las que un maestro puede gestionar el pensamiento matemático de sus alumnos.

> Ejemplo: En la tarea de la actividad 2 del tema Enseñar a aprender matemáticas del Bloque 1: Matemáticas en la escuela y la sociedad, se pide un posicionamiento inicial para situarse en un desarrollo del contenido y se promueve que sea capaz de analizarlo con detalle:

No tothom ensenya de la mateixa manera. Reflexiona per uns moments i explica la manera d'ensenyar matemàtiques d'un docent que hagis tingut a Primària. Descriu els punts fonamentals que indiquin la concepció d'ensenyament/aprenentatge que tenia.

De nuevo, hablar de concepciones implica el posicionamiento del futuro maestro que se confronta con supuestos teóricos.

b) Mejore los análisis curriculares afianzando el pensamiento metacognitivo en las tareas que propone y/o analiza

Son tareas donde se resalta la importancia de la reflexión sobre la resolución de problemas de manera que el futuro maestro considere la necesidad de diseñar preguntas o situaciones que estimulen la reflexión de sus futuros alumnos en las tareas que les encargue. Destaca el trabajo realizado por Llinares (2004) en su trabajo sobre generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en Educación Primaria. Su propuesta del formato video-texto proporciona una característica especial de algunos entornos y permite a los estudiantes para maestro ver y escuchar varias veces lo que los alumnos de Primaria dicen y hacen cuando resuelven problemas de matemáticas específicos, lo que permite como él mismo señala *congelar un trozo" del proceso de aprendizaje matemático de los alumnos de Primaria permitiendo a los estudiantes para maestro observar, predecir, criticar, generar o analizar sin la presión del contexto real.* (Llinares, 2004:8).

Ejemplo: En la actividad 1 denominada *Observando un aula lakatosiana,* correspondiente al tema Gestión y Evaluación del aula de Matemática en Primaria del Bloque 1: Matemática en la escuela y la sociedad, se pide al futuro docente que observe la clase explicada en un artículo sobre una clase Lakatosiana. El docente retrata el proceso que sucede en una hora de clase para construir una producción matemática aceptada por el grupo de niños de 11-12 años.

Analitzeu les interaccions que el docent ha promogut i han facilitat l'aprenentatge del contingut. Expliqueu els elements que es fan servir per activar motivació.

El texto es la consecuencia de tres momentos del autor: vivencial (algo que ocurrió), documental del maestro (que registra lo que ocurre), y socializador-investigador (que permite analizar lo que ocurre incluso con los propios alumnos). Se refieren en el artículo muchas informaciones, así como muchas otras se perdieron. Para el maestro-investigador, la tarea comprende reflexión y documentación de sus trabajos.

c) Reflexione críticamente sobre el currículo de primaria e incorpore propuestas de cambio

Además de conocer los elementos fundamentales del currículo escolar, creemos que hay que estimular a los futuros maestros a realizar análisis críticos del mismo currículo y a realizar sugerencias para mejorar las actividades establecidas en los programas de las instituciones correspondientes. Es necesario que el futuro maestro aprenda que, en todo caso, estos materiales son guías para el docente y no "dogmas que han de ser cumplidos al pie de la letra". Además, los marcos curriculares necesitan un examen y una revisión continuos (NCTM, 2000). Es importante, además, adaptar los programas a la localidad, a las condiciones de la institución en la cual trabajará y a las características de sus alumnos. Concienciar al futuro docente sobre que ninguna persona más que el propio maestro conoce la situación en su aula de clase. Considerando estas observaciones, animarlo a asumir la responsabilidad esto implica.

Ejemplo: En la actividad 1 denominada *Los objetivos de matemáticas en primaria,* correspondiente al tema El currículo de matemáticas en la escuela y la sociedad del Bloque 1 se pide observar la estructuración de los currículos de distintos países. A partir de esta situación, se pide:

> *Els principis i estàndards per a les matemàtiques escolars són les orientacions curriculars elaborades als EUA pel National Council of Teachers of Matematics (NCTM 2000)… Compara els blocs dels NCTM 2000 amb els del currículum de primària. Quin bloc de notes trobes a faltar en el currículum de primària? Creus raonable que aquest bloc no formi part del currículum de primària?*

Resumiendo

En forma general potenciar la creatividad en el conocimiento didáctico en nuestro estudio consiste en la intersección de los indicadores de originalidad, flexibilidad, fluidez y/o elaboración con la componente profesional didáctica. De la intersección del conocimiento didáctico con los indicadores de creatividad surgen 11 descriptores y 29 rasgos. Los descriptores considerados se muestran en el cuadro.

LO CREATIVO					
		Originalidad	**Flexibilidad**	**Fluidez**	**Elaboración**
LO PROFESIONAL	Conocimiento Didáctico	Sorpresa Divergencia Reinvención	Apertura Mediación	Adecuación diversificada Comunicación crítica	Desarrollo selectivo Integración curricular Conexionismo curricular Reconstrucción reflexiva

Fig.7.2.4.1