

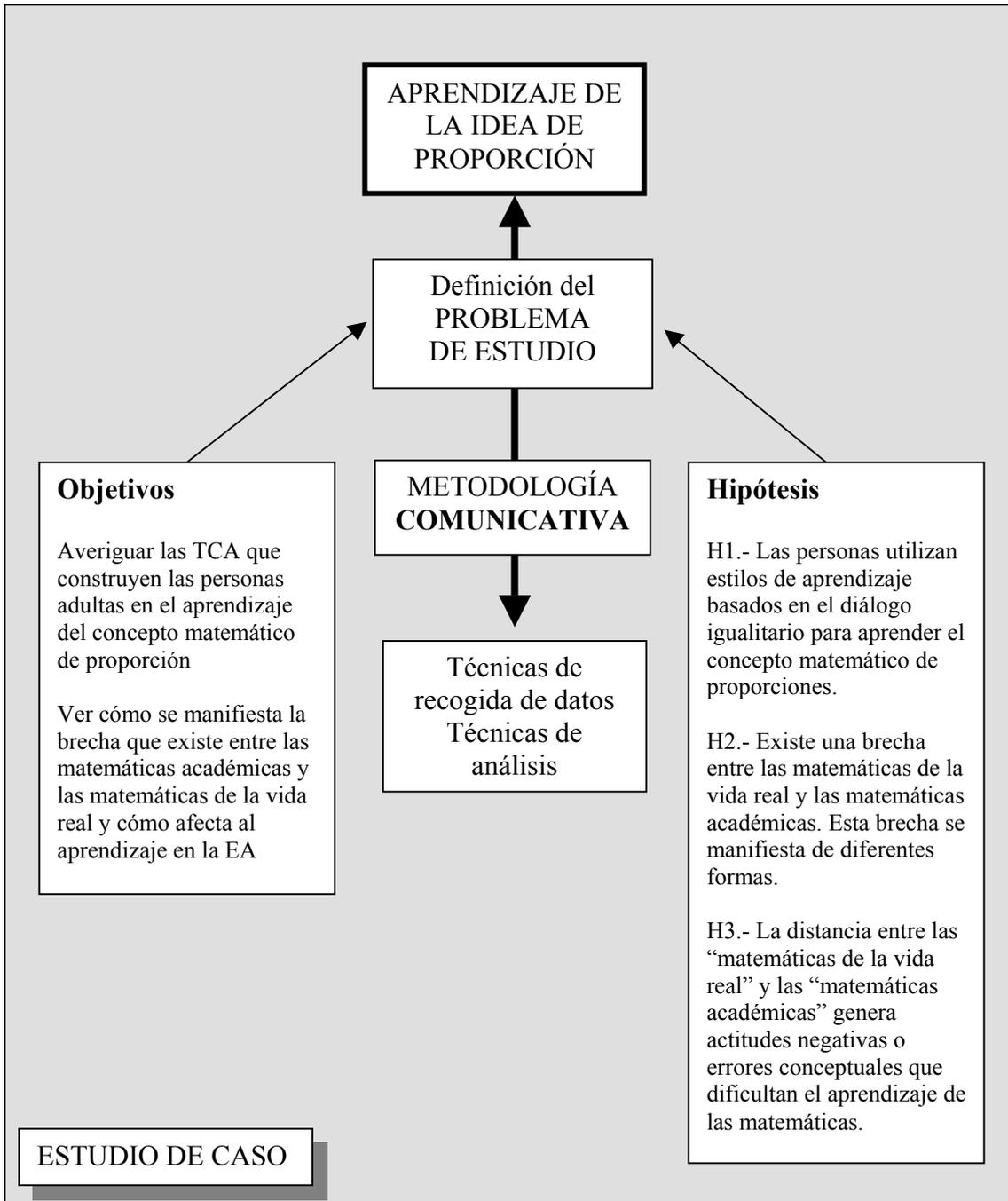
PARTE II

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA, HIPÓTESIS Y METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

*“Si no se trata de que la imaginación desvaríe, sino de que componga bajo la vigilancia de la razón, tiene que haber algo completamente seguro...: la posibilidad del objeto mismo. Entonces es lícito, por lo que hace a la realidad del objeto, atenerse a la mera opinión, la cual, para no ser arbitraria, ha de vincularse, como fundamento explicativo, con lo realmente dado y, por lo tanto, cierto; entonces se llama hipótesis.”
(Emmanuel Kant)*

“La cuestión de si puede llegarle verdad real al pensamiento humano no es una cuestión de teoría, sino una cuestión práctica. En la práctica es donde el hombre tiene que probar la verdad, esto es, la realidad y la fuerza, la terranalidad de su pensamiento... Sólo se hacen hipótesis en vista de algún fin determinado.” (Karl Marx).

ESQUEMA CONCEPTUAL DE LA PARTE II



Aquí comienza la segunda parte de esta tesis. Se explica cuál es el planteamiento metodológico que se ha utilizado durante la investigación que se ha realizado en una escuela de personas adultas de Barcelona. Se empieza por concretar el tema de la investigación en el capítulo sobre la definición del problema de estudio. En este capítulo se exponen los objetivos que han llevado a la realización de esta tesis y se concretan las hipótesis de la investigación. En el capítulo siguiente (sobre las proporciones) se sitúa la base teórica de los contenidos matemáticos que se han utilizado a lo largo de toda la investigación. Se hace un breve repaso de algunos trabajos conocidos en el tema de las proporciones para situar la investigación que realizamos aquí y justificar la importancia del tema. A su vez, también se explica el concepto de proporción y se concreta a qué nivel de profundización llegamos en este trabajo. En el capítulo propiamente sobre la metodología, se explica primero el debate que existe entre la metodología cuantitativa y la cualitativa y se especifica la opción que hemos tomado en nuestro trabajo. Se explica el enfoque comunicativo y la importancia de adoptar un enfoque metodológico como éste. Se concretan después aspectos más técnicos, como son la selección de la muestra y las técnicas de recogida de la información. Dada la importancia del enfoque didáctico con el que trabajamos, se destina un apartado completo a explicar el contexto de la investigación (la escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martí) y el tipo de aprendizaje que se utiliza en esta escuela (el aprendizaje dialógico). El punto central de esta tesis es la investigación del efecto del diálogo sobre el aprendizaje durante varias sesiones de trabajo (haciendo entrevistas, tertulias comunicativas o resolviendo ejercicios en el aula). Finalmente, en el último capítulo de esta parte se explica el modelo que hemos elaborado para analizar la información recogida, que tiene como innovación más relevante el uso de una técnica de análisis del discurso (las trayectorias cognitivas de aprendizaje) como herramienta metodológica.

6. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA E HIPÓTESIS

En este capítulo se expone cuál es el objetivo de la tesis doctoral. Se plantea primero el marco general del problema y se concreta el ámbito de estudio desde el punto de vista del contenido matemático (las proporciones). A partir de ese punto definimos cuál es el objetivo de la investigación, para acabar estableciendo el modelo de hipótesis a contrastar con el análisis de la información recabada durante el trabajo de campo.

6.1. El marco general del problema

Todo trabajo de investigación comienza por la definición del problema para el que se desea encontrar una solución o una respuesta. Definir un problema significa comunicar al lector o a la lectora en qué se está trabajando y cuál es el objetivo (o los objetivos) de ese trabajo.¹²⁴

Partimos de que todas las personas tenemos conocimientos matemáticos y los aplicamos diariamente para resolver los problemas con los que nos encontramos cada día.¹²⁵ Lo que ocurre es que esa capacidad es poco reconocida, porque, por lo

¹²⁴ Ruiz Olabuénaga, 1996.

¹²⁵ Para hacer esta afirmación nos basamos en el concepto de “inteligencia cultural” del aprendizaje dialógico (Flecha, 2000). Diversas investigaciones muestran cómo todas las personas tenemos la capacidad de aprender cosas. Hasta los años sesenta los estudios que se habían

general, existe un mito en torno a las matemáticas: son consideradas como “materia difícil”, “asignatura sólo reservada para las personas que sacan buenas notas” y otros calificativos parecidos.¹²⁶ Creemos que este mito se convierte muchas veces en una auténtica barrera para el aprendizaje, porque genera miedos o rechazos que bloquean a la persona que está aprendiendo matemáticas. Por otro lado, además de esta predisposición emocional hacia las matemáticas, las personas que nos dedicamos a su enseñanza también nos encontramos a veces ante otra dificultad: la interpretación errónea de un concepto matemático concreto.

Estos problemas pueden ser abordados desde un punto de vista instrumental (exclusivamente de los contenidos), normativo (relativo a las normas que rigen el funcionamiento de ese concepto matemático) o cognitivo (que entra en el terreno de la representación que nos formamos en la mente de dicho concepto y la manera en cómo exteriorizamos todo ese proceso). O alguna combinación de esos tres puntos de vista.

Lo que pretendemos aquí es ver, desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, algunos de los procesos afectivos y cognitivos que influyen en el desarrollo de las habilidades comunicativas matemáticas en el proceso de aprendizaje. Por eso se plantean situaciones de aprendizaje siguiendo la idea de “la producción de aprendizaje” (Giménez, 1997), muy próximo al enfoque de la *resolución de problemas*. Con la ayuda de las tecnologías de la información y de la comunicación, se proponen situaciones matemáticas para estimular a las

realizado sobre la inteligencia y las habilidades básicas adolecían de un gran reduccionismo dado que se centraban en las primeras etapas de la vida. El concepto de inteligencia que se manejaba en aquel momento era un concepto académico. Más tarde otras investigaciones establecieron una diferencia entre *inteligencia fluida* e *inteligencia cristalizada* (Cattel, 1971) y luego entre *inteligencia académica* e *inteligencia práctica* (Scribner, Cole, 1977; Sternberg, Wagner, 1986). Este hallazgo es de importancia crucial porque da base científica para afirmar que existen diferentes maneras de aprender matemáticas, como afirman los autores de la etnomatemática (D’Ambrosio, 1999; Knijnik, 1996). Para un análisis de los diferentes modelos de “inteligencia” desde la didáctica de las matemáticas y la psicología del aprendizaje en matemáticas, ver Godino, 2002 y Skemp, 1980.

¹²⁶ Este “mito” aparece con frecuencia en multitud de trabajos sobre el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, en la introducción de Skemp a *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* podemos leer: “me fui interesando progresivamente en el problema de aquellos alumnos que, no obstante ser inteligentes y muy trabajadores, “no podían hacer matemáticas”. Esto parecía no tener sentido.” (Skemp, 1980: 19). Este “mito” es una de las ideas más enraizadas en la enseñanza de las matemáticas, hasta el punto que todas las personas lo asumimos cuando estamos estudiando matemáticas y no hay ni una sola (salvo casos excepcionales) que afirme que las matemáticas son una disciplina fácil. Ver también Kline, 1973.

personas adultas a buscar formas matemáticas de resolver dichas situaciones, en un contexto de aprendizaje dialógico.

No nos interesa plantear una investigación en el sentido restringido del aprendizaje como memorización o adquisición de unas pautas de resolución de problemas. Nos interesa más utilizar un concepto amplio del aprendizaje de las matemáticas, acorde con el discurso general que existe en la didáctica de las matemáticas desde hace algunos años. En la actualidad ya no tiene sentido invertir esfuerzos y tiempo sólo en repetir ejercicios una y otra vez, lo importante es explicar y entender el por qué del uso de un determinado algoritmo matemático para resolver una situación concreta.

Por ese motivo utilizamos la propuesta de currículum que propone D'Ambrosio (1999). Este autor brasileño, cuando habla de las habilidades matemáticas, distingue entre tres elementos principales: *literacia*, *materacia* y *tecnoracia*.¹²⁷

Estos tres elementos forman parte de una definición amplia de las matemáticas, no circunscrita a los procedimientos más o menos mecánicos de la resolución de problemas, sino a la capacidad que todas las personas tenemos para enfrentarnos de manera reflexiva y crítica (es decir, como protagonistas) a los problemas matemáticos.

Senai (1998) concreta la definición de D'Ambrosio. Esta autora habla de cuatro grandes bloques temáticos, a saber: 1) los números (naturales y racionales absolutos, en formas decimal y fraccionaria), 2) las medidas grandes y las

¹²⁷Por *literacia* D'Ambrosio entiende la "capacidad de procesar información escrita y hablada, que incluye lectura, escritura, cálculo, diálogo, ecálogo, multimedia e Internet, en la vida cotidiana (instrumentos comunicativos)." (D'Ambrosio, U. 1999: 49). En el caso de la *materacia*, el didacta brasileño entiende que es la "capacidad de interpretar y analizar signos y códigos, de ofrecer y utilizar modelos y simulaciones en la vida cotidiana y de elaborar abstracciones sobre representaciones de lo real. (instrumentos intelectuales). (D'Ambrosio, U., 1999: 49). La *tecnoracia* dice que es la "capacidad de usar y combinar instrumentos, simples o complejos, incluido el propio cuerpo, evaluando las posibilidades, las limitaciones y la adecuación a las necesidades y situaciones diversas. (instrumentos materiales). (D'Ambrosio, U. 1999: 50). Al hablar de estos tres conceptos (*literacia*, *materacia* y *tecnoracia*), D'Ambrosio explica en una nota que "en portugués se utiliza la palabra *literacia*. En inglés *literacy* es de uso frecuente, pero *matheracy* parece haber sido usado con anterioridad por el ilustre educador matemático japonés Tadasu Kawaguchi, en un sentido más restringido que el que propongo. Nunca he visto *technoracy*, aunque se utilice *technological literacy*. (D'Ambrosio, U. 1999: 49 –nota a pie-).

pequeñas medidas, 3) el espacio y la forma, y 4) el tratamiento de la información. Dentro de estos bloques se pueden encontrar procesos cognitivos que van desde la lectura, notación y ordenación de las cantidades, hasta la interpretación de gráficos o el uso de los ejes de coordenadas para situar en el espacio o en el tiempo los acontecimientos que nos rodean.¹²⁸

Nosotros nos centramos en un contenido específico: las proporciones. El motivo que nos lleva a hacer esta acotación es que las personas que formaban parte del *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela de La Verneda – Sant Martí escogieron este tema por su aplicación práctica en la vida real.

6.2. Los objetivos específicos de la tesis doctoral

Se puede formular lo dicho hasta aquí diciendo que tenemos dos objetivos en esta tesis.

El primer objetivo es **averiguar las trayectorias cognitivas¹²⁹ que construyen las personas adultas en el aprendizaje del concepto matemático de proporción, al utilizar el aprendizaje dialógico**, para ver cómo podemos mejorar la enseñanza de las matemáticas y lograr encontrar vías para transformar el mito que existe en torno a esta disciplina científica.¹³⁰

Pero detrás de este primer objetivo (explícito) subyace otro objetivo, más de fondo, que consiste en ver **cómo se manifiesta la brecha que existe entre las matemáticas académicas y las matemáticas de la vida real y de qué manera afecta al propio proceso de aprendizaje de las personas adultas.**

¹²⁸ Ver Senai, 1998.

¹²⁹ Al referirnos a las “trayectorias cognitivas” nos estamos situando en la tradición cognitivista de las teorías del aprendizaje. Como es sabido, tradicionalmente ha existido un debate entre la corriente atomista (Skinner, pavlov, Watson, Gagné, etc.) y la corriente cognitivista (Piaget, Vigotsky, Skemp, etc.).

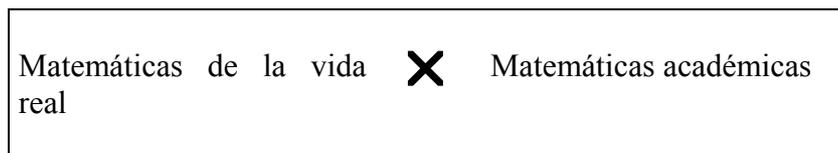
¹³⁰ Me refiero aquí a la creencia de que las matemáticas son una disciplina difícil de aprender.

En pocas palabras, lo que nos interesa aquí es analizar las diversas trayectorias cognitivas que desarrollan las personas adultas cuando resuelven actividades sobre proporciones, teniendo en cuenta el contexto instrumental, normativo y afectivo en el que se produce este aprendizaje y que creemos que está relacionado estrechamente con la existencia de la brecha a la que hacemos referencia.

6.3. Las hipótesis de trabajo

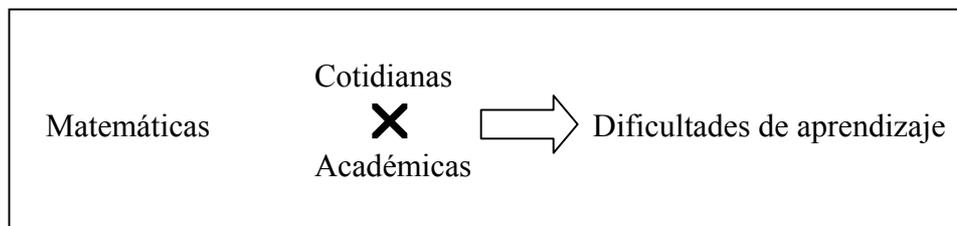
La primera hipótesis de trabajo que se propone en esta tesis es la siguiente:

Hipótesis 1: Existe una brecha entre las matemáticas de la vida real y las matemáticas académicas. Esta brecha se manifiesta de diferentes formas.



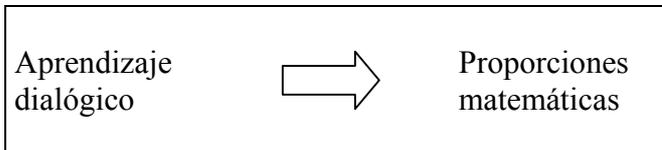
En segundo lugar se plantea esta otra hipótesis de trabajo:

Hipótesis 2: La distancia entre las “matemáticas de la vida real” y las “matemáticas académicas” genera actitudes negativas que dificultan el aprendizaje de las matemáticas.



La tercera hipótesis de trabajo es la siguiente:

Hipótesis 3: Las personas utilizan estilos de aprendizaje basados en el diálogo igualitario para aprender el concepto matemático de proporciones.



Así pues, pensamos que las personas adultas utilizan diversas estrategias basadas en el diálogo igualitario para aprender a resolver problemas matemáticos. Asumimos, en principio, que todas las personas tienen capacidades matemáticas y que las ponemos en práctica en nuestras vidas cotidianas. Estas “matemáticas de la vida real” no son iguales que las que se estudian en la escuela. Por ello nuestra primera hipótesis es que existe una brecha entre las matemáticas de la vida real y las matemáticas académicas que se manifiesta de diferentes formas.

Por lo general las personas adultas identificamos como “matemáticas” aquellas operaciones que aprendemos en la escuela, pero no ocurre lo mismo con aquellas actividades cotidianas que, a pesar de tener un trasfondo claramente matemático, no son identificadas como tales. Este aspecto nos lleva a proponer una segunda hipótesis: esta distancia entre las “matemáticas de la vida real” y las “matemáticas académicas” es lo que genera actitudes negativas que dificultan el aprendizaje de los conceptos de proporción y de cálculo.

7. SOBRE LA IDEA DEL CONCEPTO MATEMÁTICO DE PROPORCIÓN

En este capítulo se explica el concepto matemático de “proporción”. Primero se justifica la elección de este concepto como objeto de estudio a lo largo de la tesis. Después pasamos a presentar la proporcionalidad desde el punto de vista de su definición matemática. Se comentan las diferentes condiciones que un enunciado tiene que cumplir para ser considerado como “proporción”. Finalmente, se propone una aproximación al concepto desde diferentes niveles de abstracción, que nos servirá después para interpretar la forma que tienen las personas adultas para trabajar con las proporciones.

La “proporción” es un concepto que aparece muy a menudo en nuestras vidas.¹³¹ Preparar una receta de cocina y tomar proporcionalmente las cantidades de los ingredientes según el número de comensales, repartir los gastos del alquiler de un piso entre un grupo de amigos según el sueldo de cada uno de ellos o administrar correctamente un medicamento en la proporción adecuada para cada franja de edad, son sólo algunos ejemplos. Las proporciones sirven para acciones muy diversas: para ahorrar gastos en la elaboración de productos estandarizados (como las pantallas de TV, para PC, de móvil, etc.), para hacer estimaciones (como

¹³¹ Van Groenestijn (2002), por ejemplo, en la investigación que ha hecho sobre las habilidades numéricas en la educación básica de personas adultas, escribe sobre las proporciones: “*Proportions are a basic concept that occur in many everyday life, work and societal activities.*” (van Groenestijn, 2002: 122).

calcular el doble de lo que te has gastado o la mitad, por ejemplo), para calcular una muestra estadística en una investigación social, para dibujar la figura de una persona en un cuadro, para decidir el grosor de las viguetas de una casa en construcción, etc.

El lenguaje cotidiano está lleno de referencias y de expresiones que nos remiten a la idea de “proporción”. Sin embargo, esta palabra se utiliza en sentidos y en contextos muy diferentes, como se puede ver en los diferentes ejemplos que ofrecemos. En el cuadro adjunto recogemos algunos significados semánticos de la palabra “proporción”.¹³² Puede utilizarse como un sinónimo de “parte” o “trozo”, cuando decimos frases tales como “Juan se ha comido la misma proporción de pastel que yo”. En otras ocasiones utilizamos “proporción” para referirnos a cualidades tales como el tamaño, la cantidad o medida de una cosa o, sencillamente, la constitución estética de un objeto cualquiera. Por otro lado, las “proporciones” también pueden permitirnos establecer relaciones entre varios objetos o acontecimientos. Este tercer sentido es el que más nos acerca al concepto matemático de proporción.

- | |
|--|
| <p><i>a) La palabra proporción puede sustituir palabras de uso cotidiano como:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><i>a.1) Parte, trozo</i><i>a.2) De forma, de manera</i><i>a.3) Según</i> <p><i>b) otras veces indica cualidad o aspecto:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><i>b.1) En sentido general</i><i>b.2) Estéticamente bien construido o formado</i><i>b.3) Tamaño</i><i>b.4) Cantidad o medida</i> <p><i>c) Como expresión de una comparación o relación</i></p> <ul style="list-style-type: none"><i>c.1) Acción de “relativizar”</i><i>c.2) Entre dos números</i><i>c.3) Comparando fracciones</i><i>c.4) Comparando dos magnitudes, sean éstas explicitadas o no</i><i>c.5) Como tasa, índice o tanto por ciento</i> |
|--|

Cuadro 7.1. Sentidos semánticos de la palabra proporción. Fuente: Fiol y Fortuny, 1990: 20.

¹³² Fiol y Fortuny, 1990.

7.1. Justificación de la elección del concepto de “proporción”

El tema de las proporciones ha sido elegido por las mujeres del *Grupo de matemáticas dialógicas*. Ha sido escogido por lo importantes que son las proporciones en nuestra vida cotidiana. Una importancia que se resalta en los principales estudios internacionales que existen sobre habilidades matemáticas. TIMSS (2003), por ejemplo, recoge las proporciones como uno de los contenidos matemáticos básicos del tema correspondiente a los “números”.¹³³ Como dicen Singer, Kohn y Resnik (1997), las proporciones son uno de los conceptos matemáticos más intuitivos que utilizamos.¹³⁴ Esas intuiciones se desarrollan cada día en múltiples facetas de la vida cotidiana.

Por otro lado, resulta que el concepto de proporcionalidad también es uno de los conceptos básicos de las matemáticas que más confusiones y errores provoca. Goffree (2000) escribe:

“Mucha gente tiene problemas con los porcentajes, tanto en la escuela como en la vida cotidiana. Las dificultades más comunes que aparecen en el trabajo con porcentajes puede ilustrarse con el ejemplo siguiente:

El 27 de octubre el índice de Dow Jones cayó un 7,2%. Al día siguiente todo estaba en orden, puesto que el índice había subido un 7,2%. Antes de la caída del 27 de octubre el índice estaba en 7698.0555. ¿Tenía el mismo valor después de la subida?” (Goffree, 2000: 152).

Por ese motivo ha sido escogido este concepto, de mutuo acuerdo con las personas participantes en el *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela de La Verneda – Sant Martí. Como dice Pólya (1979), las actividades matemáticas planteadas en la clase tienen que ser de interés para los y las estudiantes. Esta es una condición

¹³³ Los dominios de contenido matemáticos que aparecen en el TIMSS son 5: números, álgebra, medición, geometría y datos. Dentro de los números encontramos: los números naturales, las fracciones y decimales, los números enteros y la razón, proporción y porcentaje. TIMSS, 2003:26.

¹³⁴ Singer, Kohn y Resnik (1997) trabajan en el ámbito de la educación infantil, pero hacen un repaso teórico y conceptual de las proporciones desde el punto de vista de la psicología del aprendizaje que ofrece elementos interesantes, como la teoría de Resnik y Greeno sobre las dos líneas para desarrollar conceptos numéricos, como son los esquemas “protocuantitativos” y el saber contable (*counting knowledge*).

previa sin la cual es muy difícil que el aprendizaje motive a las personas que están en la clase. Y la motivación aparece como una variable muy relevante en el éxito o fracaso de un aprendizaje.

7.2. Algunas investigaciones sobre la proporcionalidad

La proporcionalidad ha sido un tema en torno al cual se ha realizado un gran abanico de investigaciones, desde el trabajo que realizaron Inherlder y Piaget (1968).¹³⁵ Como dicen Hoyles, Noss y Pozzi (2001) la mayor parte de los estudios realizados a lo largo de estos años muestran que las respuestas de los estudiantes a las actividades sobre problemas de proporciones están muy influidas por los factores del contexto, como son el tipo de ratios que se requieren, los números concretos que aparecen en la tarea o el propio contexto del problema.

“Desde entonces, la investigación ha mostrado que las respuestas de los estudiantes son altamente sensibles a las tareas y los factores del contexto, como el tipo de ratio requerido (Karplus, Pulos, & Stage, 1983), los números concretos de la tarea (Clark & Kamii, 1996; Hart, 1984), y el contexto del problema (Clarkson, 1989; Lawton, 1993; Noelting, 1980a, 1980b; Vergnaud, 1983).” (Hoyles, Noss y Pozzi, 2001: 6).

Desde el punto de vista de la educación de personas adultas, la proporcionalidad ha sido un tema muy estudiado en relación a las profesiones y a las actividades de la vida cotidiana. Así existen trabajos como el que realizan los propios Hoyles, Noss y Pozzi (2001) sobre el uso de las proporciones en el ámbito sanitario, las investigaciones de Carraher & Schliemann y Nunes,¹³⁶ sobre las matemáticas y la vida cotidiana y el trabajo que presentan Singer, Kohn y Resnik (1997) sobre el estudio del conocimiento de las proporciones en diferentes contextos (desde la perspectiva de la psicología del aprendizaje),

¹³⁵ Hoyles, Noss y Pozzi, 2001.

¹³⁶ Carraher, Carraher, & Schliemann, 1985; Nunes, Schliemann, Carraher, 1993; Schliemann & Carraher, 1992.

7.3. Definición de la proporcionalidad.

La proporcionalidad es una noción relacional que se utiliza para comparar magnitudes de igual o distinto orden. Hablar de proporciones implica hablar de “magnitudes” y de “medidas”.

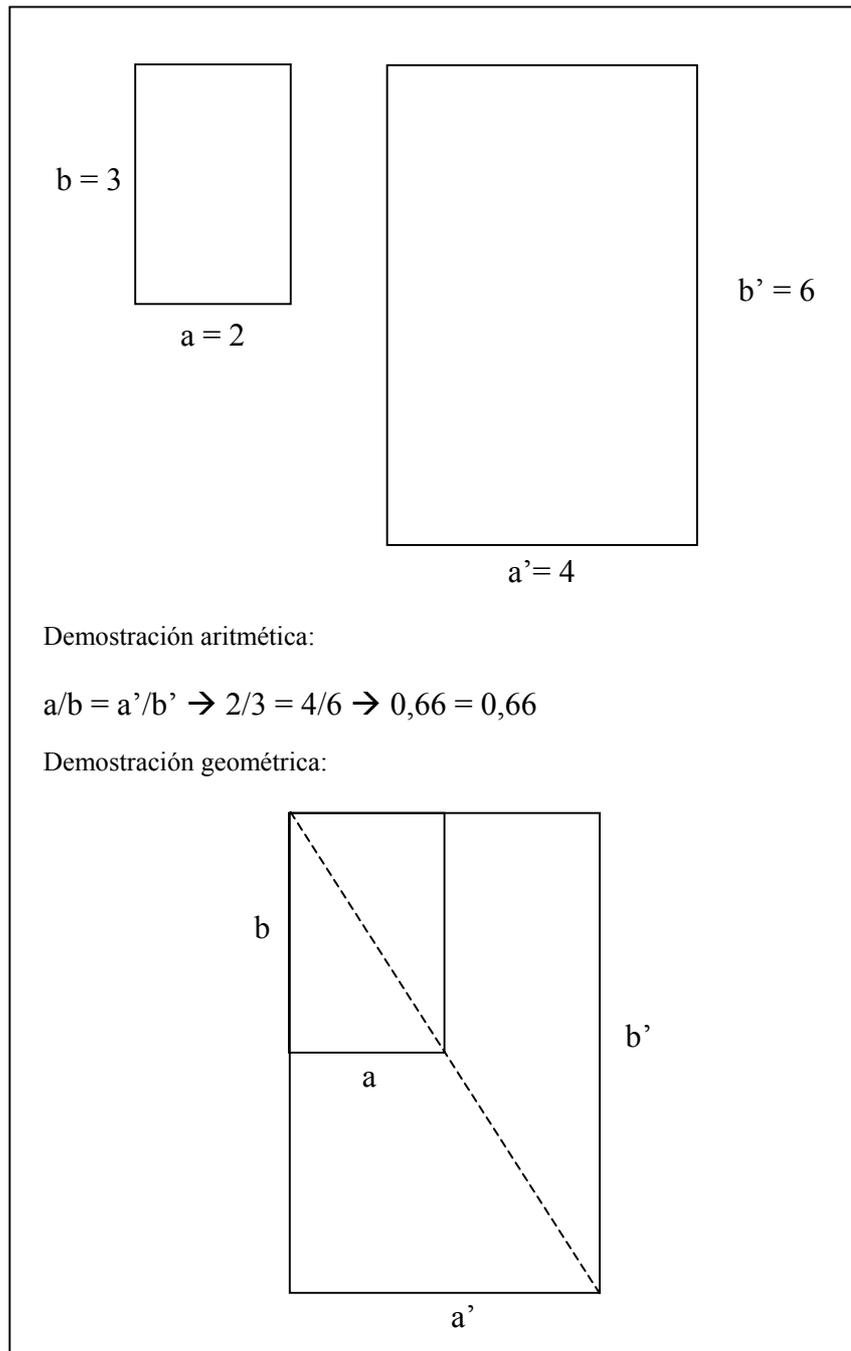


Figura 7.1. Cálculo de la relación proporcional.

Siguiendo a Fiol y Fortuny (1990), la magnitud se entiende como “*un conjunto no vacío M con una relación de orden ($<$) y una operación interna ($+$) tal que: $(a, b, c \in M)$ ” (Fiol y Fortuny, 1990: 29). Los valores de este conjunto M aparecen ordenados, ya sea de manera creciente, ya sea de manera decreciente. De cualquiera de las dos formas, los valores de este conjunto M cumplen las propiedades transitiva,¹³⁷ asociativa,¹³⁸ conmutativa,¹³⁹ la simplificación,¹⁴⁰ la diferencia¹⁴¹ y la divisibilidad.¹⁴² La proporción se establece como una relación entre dos valores de una misma magnitud o de magnitudes diferentes. Esta relación aparece en forma de cociente, de tal manera que si tenemos dos unidades (ab y $a'b'$), decimos que son proporcionales si $a/b = a'/b'$, siendo una relación simétrica. Por ejemplo, dos rectángulos diferentes como los de la figura adjunta, son proporcionales entre sí, si cumplen esta condición.*

La proporcionalidad nos remite a dos ideas de relación. Por un lado, nos da una idea “estática” de la relación entre dos magnitudes (Behr y otros, 1992; Giménez, 1989). Así, por ejemplo, cuando tenemos un mapa dibujado a escala, la proporción es lo que permite pasar del mapa a la realidad y al revés. Los rectángulos de la figura adjunta también son un ejemplo estático de proporcionalidad, porque simplemente nos indica un cambio en el tamaño (en este caso, el doble o la mitad, según se mire).

Por otro lado, la proporcionalidad también se puede referir a una relación de carácter funcional (Rouchier, 1980; Rico, 1985). Éste es el caso de las situaciones en las que aparecen dos (o más magnitudes) y las relaciones que se establecen entre ellas, como en el caso de tablas de cantidades y precios o en el caso de la perspectiva entre dos objetos cuya distancia va variando respecto del mismo punto de observación. Así pues, desde un punto de vista funcional, podemos hablar tanto de proporciones aritméticas, como de proporciones geométricas.

¹³⁷ $a < b$ y $b < c$ implica que $a < c$.

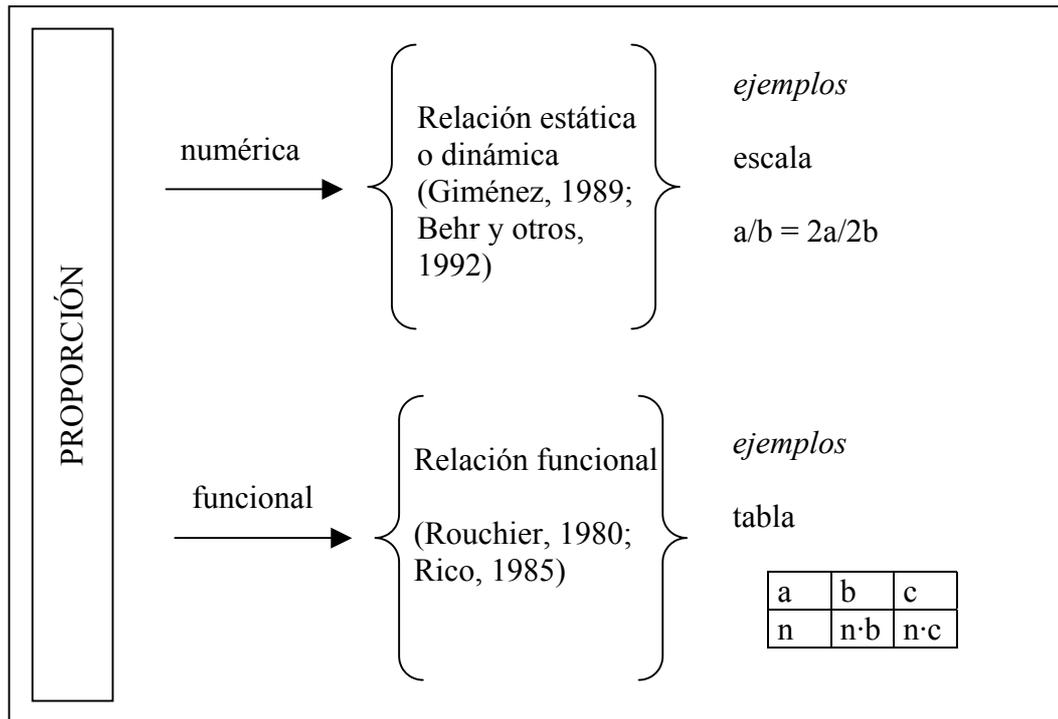
¹³⁸ $(a+b)+c = a+(b+c)$.

¹³⁹ $a+b = b+a$.

¹⁴⁰ $a+c = b+c$ implica que $a=b$.

¹⁴¹ $a < b$ si y sólo si existe un c tal que $a+c = b$.

¹⁴² Para cada a en M y n número natural existe un b , $b \in M$, tal que $a = n \cdot b$ donde $nb = b + \dots + b$ con n -sumandos.



Cuadro 7.2. Conceptos de proporción.

Tal y como explican Fiol y Fortuny (1990), la proporción cumple las siguientes propiedades: la simetría, la semejanza, la aditividad y la continuidad. Estas propiedades nos permiten identificar cuándo una situación es proporcional a otra en sentido matemático y verificar dicha proporcionalidad en la medida que cumple todas las propiedades señaladas por estos dos autores.

Las propiedades que destacan ambos autores en su libro nos sirven para definir también (desde el punto de vista del contenido matemático) las diferentes actividades que se han utilizado durante la investigación.¹⁴³ Por otro lado, también constituyen un punto de referencia para analizar los diálogos que se han producido en el aula, mientras las personas participantes del *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela han tratado de resolver las actividades propuestas. En el capítulo del análisis del trabajo de campo dedicaremos un amplio espacio a analizar el vínculo que existe entre el dominio de los contenidos matemáticos y el dominio cognitivo de las matemáticas (TIMSS, 2003).

¹⁴³ Ver capítulo 10 de esta tesis.

I. Propiedad de simetría

$P(a,b) = P(b,a)$ para todo $a, b \in M$.

II. Propiedad de semejanza

$P(ra,rb) = P(a,b)$, para todo $r > 0$ y $a, b \in M$

III. Aditividad

$P(a,b) + P(a,c) = P(a,b + c)$

Si $a \leq b$ y $b \leq c$ siendo $a, b, c \in M$.

IV. Continuidad

$\lim_{n \rightarrow \infty} P(a_n, b_n) = P(a,b)$ si $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ $b = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.

Cuadro 7.2. Propiedades de la proporción. Fuente: Fiol y Fortuny, 1990: 39.

7.4. Aproximación a la idea de proporción

Como se puede apreciar, el concepto de proporcionalidad es un concepto complejo, desde el punto de vista matemático, que tiene multitud de matices que nos llevan a hablar de ejemplos completamente diferentes de situaciones proporcionales. Pero, además, desde el aprendizaje existen diferentes maneras de aproximarse a este concepto.

En primer lugar podemos hablar de una “aproximación cualitativa” al concepto de proporción. Ello ocurre cuando vemos que una serie de dos (o más) objetos (o cantidades) aumentan o disminuyen con una cierta regularidad. La primera percepción (la diferencia que “vemos” entre el objeto (o la cantidad) más grande y la más pequeña) es una apreciación cualitativa de una relación que existe entre ambos objetos (o cantidades). Hablar de la naturaleza, de las condiciones o de la forma que adopta esa relación, nos lleva ya a un análisis mucho más profundo, en el que aparecen rasgos concretos de la idea matemática de “proporción”. En el momento en que describimos numéricamente esa relación (para intentar descubrir

una cierta regularidad que nos lleve a hablar de “relación proporcional”, siempre y cuando dicha relación numérica cumpla las condiciones que ya se han explicado en el apartado anterior) entramos ante una aproximación cuantitativa. Sin embargo, antes de llegar a la idea cuantitativa, aparece la noción de “doble” (o “mitad”), que se encuentra a medio camino entre lo intuitivo de la percepción y la sistematización del razonamiento matemático.¹⁴⁴

La aproximación cuantitativa se refiere al cálculo numérico de la relación que existe entre dos magnitudes, pero se queda simplemente en el terreno de lo descriptivo. La aproximación más elaborada a la idea de proporción (y, posiblemente, también con mayor contenido de abstracción) es la propia teorización del concepto.¹⁴⁵ En este caso ya no se trata únicamente de describir numéricamente la relación que se establece entre las dos cantidades consideradas, además se busca una explicación, una norma (matemática) suficientemente generalizable como para ser capaz de explicar otras situaciones concretas.

Sin embargo, esta última aproximación se escapa a los límites de las matemáticas como conjunto de habilidades básicas, que es lo que nos interesa en este trabajo. Por ese motivo lo que hemos hecho a lo largo del trabajo de campo es priorizar los tres primeros pasos en la aproximación a la idea de proporción y no nos ha preocupado tanto el punto de vista teórico (que creemos que es tarea de las personas que dedican su tiempo a cultivar las matemáticas).

¹⁴⁴ Por ese motivo es mucho más fácil aprender y manejarse con la idea de “doble” o “mitad”, que con la idea de “tercio” y la dificultad está en decir qué significa el 23% de una cantidad dada. A nivel cognitivo, es mucho más fácil operar partiendo la unidad en dos trozos iguales, que tener que partirla en más de dos y operar con una parte de la partición.

¹⁴⁵ Este nivel es el que solemos encontrar en los manuales y tratados de matemáticas, por ejemplo, el trabajo que hemos utilizado de Fiol y Fortuny, 1990. Históricamente encontramos ejemplos claros en la matemática helena que hemos heredado de la Grecia clásica. En esta época ya encontramos la idea de proporción que aparece en el concepto de “ semejanza ” que utiliza Thales en su teorema, que ha llegado hasta nosotros gracias a los escritos de otros pensadores, como Proclo –que cita a Eudemo–, Diógenes Laercio –que a su vez cita a Apolodoro–, Calímaco y Jerónimo (Montesinos Sirera, 2000). Más tarde volvemos a encontrar claramente el tema de las proporciones en el teorema de Pitágoras o en *Los elementos* de Euclides, momento en que los pensadores griegos ya han introducido en la ciencia matemática la idea de infinito a través de las medidas inconmensurables, que no son otra cosa que intentos fallidos de encontrar una relación numérica entre el lado de un rectángulo y su diagonal (en el dominio de los números racionales). La idea moderna de proporción añade la relación de funcionalidad (que aparece en los análisis de la matemática infinitesimal y, especialmente, en los trabajos de Gauss sobre la derivación y las integrales).

En el análisis del trabajo de campo utilizaremos dos categorías (el “reconocimiento generalizado” y la “interpretación comprensiva”), que nos sirven para entrar en las formas de razonamiento (desde el punto de vista cognitivo) que utilizan las personas adultas.

8. LA METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presenta la metodología que hemos utilizado a lo largo de la investigación. Primero justificamos la elección de las herramientas metodológicas. Para ello examinamos las ventajas y desventajas de las metodologías cuantitativa y cualitativa. Después exponemos el paradigma metodológico que hemos utilizado: la metodología comunicativa, y justificamos, tanto desde el punto de vista ontológico como epistemológico, su elección.

8.1. El debate sobre metodología cuantitativa o cualitativa

Una vez que el problema de investigación está definido, la siguiente decisión que se tiene que tomar es concretar la metodología más adecuada para responder a las preguntas que nos hemos planteado en las hipótesis (Ruiz Olabuenaga, 1996).

Podemos escoger entre una metodología de carácter cuantitativo y otra que sea cualitativa. No es que una metodología sea mejor que la otra. La decisión de cuál vamos a utilizar depende en gran medida de los objetivos que nos hayamos marcado en la definición del problema que estamos estudiando.

La metodología cuantitativa es indicada para realizar descripciones detalladas de la realidad. En cambio tiene unas limitaciones grandes cuando entramos en el terreno de la explicación. A pesar de que es posible elaborar modelos de

explicación causal (como el *path analysis* o los análisis de redes basados en coeficientes de contingencia), el análisis cuantitativo siempre queda supeditado al intervalo de confianza establecido por las probabilidades (y eso siempre y cuando no incurramos en alguno de los dos tipos de errores estadísticos más usuales, es decir, o bien aceptar la hipótesis nula cuando es errónea, o bien rechazarla cuando es cierta). En cambio, la metodología cuantitativa es una herramienta muy potente para realizar descripciones de la población (es posible conocer la distribución de frecuencias, la media, la dispersión y otras medidas que indican relaciones entre variables, como el chi-cuadrado, por ejemplo).

La metodología cualitativa, en cambio, nos sirve para introducirnos en el terreno de las emociones, de lo cognitivo y permite encontrar explicaciones a los fenómenos de estudio en la biografía o en los sistemas de creencias de las personas. El problema es que por lo general son mucho más particularistas que las técnicas cuantitativas y es más difícil realizar extrapolaciones de los resultados de la muestra a la población. En este caso no es aceptable establecer intervalos de confianza, ni probabilidades de que lo que le ha ocurrido a una persona responda a una curva normal (o cualquier otro modelo estadístico de comportamiento). Para lograr hacer estas afirmaciones el volumen de información necesario sería tan elevado que hace imposible cualquier esfuerzo de intentarlo.

Teniendo en cuenta las hipótesis que nos hemos marcado en esta investigación, la metodología que más se ajusta a nuestras necesidades es la cualitativa. Este tipo de metodología nos permite, mejor que cualquier otra, el acceso al terreno cognitivo, para encontrar alguna explicación sobre cómo influyen estas variables en el aprendizaje de ciertas habilidades matemáticas básicas. La metodología cualitativa nos permite acercarnos de una manera más efectiva a los procesos afectivos y cognitivos que experimentan las personas durante su aprendizaje. En nuestra investigación no nos interesa mostrar una imagen externa del resultado del aprendizaje, sino que tratamos de ver cómo funciona el aprendizaje de las proporciones (en concreto, pero también de cualquier otro contenido matemático que aparezca en cada situación concreta) en un entorno de aprendizaje dialógico.

Y lo hacemos **con las personas participantes**, teniendo en cuenta sus valoraciones, sus explicaciones, porque consideramos que quienes mejor conocen los procesos emocionales y cognitivos que experimentan durante el aprendizaje son las propias personas que están aprendiendo. Éste es un criterio fundamental, que define la base teórica de las herramientas metodológicas que hemos utilizado. Esa base es la metodología comunicativa.

Por ese motivo escogemos una metodología cualitativa, ya que siempre resulta más próxima que un sondeo que puede encargarse a una empresa externa ajena por completo a la realidad que estamos estudiando.

Finalmente, contrastaremos las explicaciones de las personas participantes con los resultados que van logrando a lo largo de su aprendizaje. La “triangulación” entre el punto de vista del sujeto investigado y el punto de vista del investigador / docente también ofrece una visión más amplia y contrastada de lo que es el aprendizaje dialógico de las matemáticas.

8.2. El paradigma metodológico comunicativo

En esta investigación se utiliza el paradigma metodológico comunicativo desarrollado por CREA. Esta perspectiva metodológica ha sido ampliamente contrastada por numerosas investigaciones y actualmente está reconocida a nivel internacional por los principales institutos y centros científicos de investigación de todo el mundo. Ejemplo de ello es que la metodología comunicativa forma parte del currículum académico de algunas asignaturas de investigación que se imparten en estudios de doctorado que ofrecen universidades de la categoría de *Harvard University* (en Estados Unidos), por ejemplo.

La metodología comunicativa retoma elementos tanto de la tradición objetivista, como de la perspectiva constructivista, que han sido dos de las grandes corrientes ontológicas que han hegemonizado el ámbito de la metodología hasta el momento.

Para la tradición objetivista (también conocida como escuela positivista), la realidad social puede ser estudiada como si estuviera formada por sucesos comparables a los fenómenos físicos.¹⁴⁶ Dichos sucesos son mensurables y comparables entre sí. Por ello los investigadores que están dentro de esta corriente utilizan la estadística como herramienta para realizar sus investigaciones.

En cambio, desde la tradición constructivista los fenómenos sociales (la educación, el trabajo, el reparto de roles, las instituciones, etc.) son construcciones sociales que dependen de los significados que les atribuyen las personas.¹⁴⁷ Por ese motivo los investigadores de esta corriente prefieren la metodología cualitativa para poder acceder a dichos significados.

La perspectiva comunicativa adopta elementos de ambas tradiciones metodológicas y los reelabora en una perspectiva propia centrada en la capacidad de las personas para tomar decisiones en un mundo que se nos aparece como externo a nosotros y, por tanto, susceptible de ser conocido por métodos no introspectivos (es decir, que podemos utilizar las técnicas cuantitativas para entender según qué puntos de vista de los sucesos que ocurren a nuestro alrededor).

Estos puntos de vista tienen profundas consecuencias epistemológicas. Como es sabido, la epistemología es uno de los grandes retos que tiene que afrontar cualquier investigación mínimamente seria. ¿Cómo encontramos el conocimiento verdadero? Desde el punto de vista de la tradición objetivista, es posible conocer los fenómenos (físicos o sociales) que existen *per se* al margen de las personas que los investigan. En cambio, para las personas que se sitúan bajo el constructivismo tales fenómenos son construcciones sociales y dependen de la

¹⁴⁶ Durkheim hablaba de *hechos sociales* como fenómenos externos a los individuos y susceptibles de ser analizados de manera objetiva. En esta línea se desarrolló el estructuralismo francés.

¹⁴⁷ Un trabajo que se cita normalmente en sociología, en esta línea, es la obra de Berger y Luckmann: *La construcción social de la realidad*. En este libro ambos autores defienden cómo las sociedades en realidad son resultado de un montón de acuerdos sobre rutinas que después se institucionalizan y se “separan” de las personas que las han hecho posibles. Por ejemplo, la división sexual del trabajo se debe a que en un principio hubo hombres y mujeres que decidieron repartirse las tareas de una manera concreta y eso fue pasando de padres a hijos, hasta que llegó un momento en que se pierde el referente de la agencia en la decisión y aparece como una institución ajena a las personas que la forman.

interpretación de la persona que está investigando (aquí aparece con especial virulencia el problema de la objetividad del conocimiento).¹⁴⁸

Las características principales del paradigma comunicativo se concretan de la siguiente manera:

- 1) Supera el dilema sujeto/objeto de las ciencias sociales, partiendo de la base de que no existe un desnivel metodológico relevante entre científicos expertos y legos, considerando como fuentes de información las diferentes aportaciones de todos los participantes, sin predominio de una sobre otra.
- 2) Se diseñan las acciones que contribuyen a superar las desigualdades en base a las consideraciones de practicidad y transformación. Todo el proceso de investigación se encuentra estrechamente vinculado con las prácticas que ya están realizando estas transformaciones y se estudia la manera de generalizarlas. En este sentido una tesis en didáctica de las matemáticas no puede renunciar a la aplicabilidad de sus resultados.
- 3) Los datos vinculados con las prácticas más concretas se complementan con un exhaustivo contraste con los diferentes avances en ciencias sociales y educativas, la combinación rigurosa de técnicas cuantitativas y cualitativas. De todas maneras, en el caso de esta tesis doctoral utilizaremos técnicas cualitativas debido a que nos van a resultar más útiles para responder al objetivo que nos hemos marcado.
- 4) En el análisis de los datos respecto a la realidad social (es decir, todo aquello que entra dentro del ámbito de los hechos sociales, sea política, cultura, educación, etc.), se estudia el resultado de acuerdos intersubjetivos realizados entre personas. Por eso la mejor manera de aproximarse de forma científica y

¹⁴⁸ Este problema, en las ciencias sociales, a veces ha sido muy mal resuelto, especialmente desde las teorías postmodernas, que directamente niegan que sea posible el conocimiento porque la verdad (el conocimiento verdadero) depende de la persona que lo describe (y de su situación de poder). Por ejemplo, en la antropología, la corriente anglosajona (con Clifford Gertz a la cabeza) afirma que la verosimilitud de una interpretación cultural, como la descripción del cuadro de costumbres de los indígenas de una isla del Pacífico, depende de lo bien escrita que esté la obra, no de si se corresponde con los hechos empíricos o no. Lo que se dice es verdad, porque lo legitima la posición (de poder) del investigador que enuncia la interpretación.

rigurosa a este tipo de fenómenos es dejar participar de manera igualitaria a las personas que intervienen en la investigación, para que aporten sus puntos de vista y ayuden a enriquecer el cuadro de lo que realmente está sucediendo en ese marco de estudio.

8.3. Justificación de la elección de la metodología

Desde el punto de vista ontológico, nos interesa utilizar la metodología comunicativa porque partimos del supuesto de que la realidad que queremos estudiar es algo más que un conjunto de procesos, acciones y actitudes que sólo podemos explicar de manera “probabilística”, como se afirma desde posturas positivistas o neopositivistas. Nosotros partimos de un realismo histórico, es decir, de que los procesos afectivos y cognitivos (y las acciones consecuentes) de las personas adultas ante las diferentes situaciones matemáticas se explican por su propia historia personal, por su condición económica, étnica y de género. No es el resultado de una elección probable entre un cúmulo de posibilidades de acción.

En cuanto a la epistemología, justificamos la elección de la metodología comunicativa porque se basa en una concepción subjetivista y basada en valores, frente a la perspectiva dualista / objetivista propia del método positivista. La metodología comunicativa responde mejor a nuestro objeto de estudio, porque a nosotros no nos interesa estudiar las reacciones de las personas a una serie de problemas matemáticos que hayamos establecido de antemano. El aspecto que a nosotros nos interesa es provocar situaciones de aprendizaje, para que las mismas personas planteen enunciados de problemas matemáticos y apliquen sus propias estrategias para resolverlos y nos expliquen, con sus propias palabras, cómo se enfrentan a esas situaciones nuevas y van logrando aprender. Por tanto, tenemos que adoptar necesariamente un punto de vista subjetivista (basado en el diálogo igualitario con la persona).

Esta elección epistemológica nos plantea una serie de problemas, tales como los metodológicos, como advierte Ruiz Olabuénega (1996). Para resolverlos es

importante introducir en la investigación una serie de controles de calidad, que son diferentes según el paradigma epistemológico que se utilice. Así, desde una perspectiva positivista o neopositivista se aplicarían criterios de validez, tales como la fiabilidad de la investigación, la consistencia interna del discurso o la precisión. En cambio, desde el punto de vista comunicativo se tiene en cuenta la validez del contenido y de la metodología.

Respecto de los contenidos, asumimos que el mundo social es un mundo interpretado por los sujetos. De la misma forma, todo lo que ocurre dentro de la clase de matemáticas en la escuela es interpretado por las personas que están en el aula. Esta consideración es especialmente relevante en el caso de las personas adultas, puesto que todas y cada una de ellas tienen una historia personal que las condiciona a la hora de interpretar cada una de las situaciones de aprendizaje que ocurren dentro del aula. Desde un punto de vista positivista rechazaríamos cualquier tipo de interpretación y justificaríamos la validez de nuestro trabajo tan sólo en la medida de que cumpla o no las reglas de fiabilidad del discurso. No obstante, esta manera de proceder dejaría fuera del análisis todo lo que es la interpretación de las personas adultas, lo cual restaría validez claramente al trabajo. Sin embargo, nosotros asumimos que los significados y definiciones aportados a las situaciones se producen a través de un proceso de comunicación intersubjetivo y ponemos como requisito ineludible que dicha comunicación tiene que producirse en un espacio igualitario. De esta manera se rompe con lo que Habermas (1987) denomina “desnivel metodológico”, que es la distancia que separa al investigador de las personas que son objeto de la investigación. La interpretación del investigador podría, de lo contrario, llegar a imponerse por encima de la “verdad” de los procesos que están sucediendo y dar lugar a unas conclusiones totalmente sesgadas e incorrectas.

Por otro lado, si asumimos este enfoque es porque los investigadores y las investigadoras son cada vez más conscientes de que las categorías de análisis utilizadas para realizar descripciones y proponer explicaciones plausibles son símbolos que pertenecen al contexto y, por tanto, también forman parte del fenómeno estudiado. No podemos pretender que estemos realizando un trabajo neutral (como se diría desde el enfoque positivista), sino que hay que reconocer la

influencia que tenemos, como integrantes de la realidad que estamos estudiando y en la que participamos como investigadores y como docentes.¹⁴⁹

Por otro lado, la perspectiva comunicativa igual que tiene ventajas frente al positivismo (y algunos inconvenientes, como la falta de objetividad o la dificultad para establecer comparaciones con situaciones similares), también presenta alguna ventaja respecto a otros paradigmas, como es el caso del realismo, que en su versión ingenua pretende que los fenómenos pueden ser estudiados de manera independiente. En este sentido coincidimos más con el realismo analítico, que tiene en cuenta que todos los fenómenos se basan en unos supuestos culturales y sociales. Pero a diferencia de éste, desde el paradigma comunicativo, esos supuestos se hacen explícitos mediante el diálogo igualitario, a fin de controlar su influencia en el proceso investigado. Así muchas veces nos vamos a encontrar que una dificultad de aprendizaje puede ser explicada por la propia historia personal (por el contexto de vida, por los estereotipos culturales e históricos, etc.).

Respecto al discurso, otro de los aspectos que vamos a tener en cuenta en el enfoque que hemos decidido escoger es la coherencia. Nuestra intención es provocar situaciones de aprendizaje en las personas participantes. El diálogo se utiliza en este caso como herramienta para “sacar a la luz” los argumentos, para ver de qué manera reflexiona la persona. Bajo este proceder existe una metodología que ya utilizaran autores como Piaget (1968) o Vigotsky (1979). Ambos autores, pese a las diferencias que los separan, pusieron a las personas que participaban en sus experimentos ante situaciones que rompían con su concepción del mundo, de manera que tenían que reestructurar sus esquemas de conocimiento previos para buscar la solución correcta.

Todas estas consideraciones justifican la elección de la metodología comunicativa, ya que es un paradigma metodológico que parte de la no

¹⁴⁹ Existen varias metodologías que parten del supuesto de la no neutralidad del investigador. Una muy conocida es la investigación-acción. Este enfoque lo utilizó por primera vez Kurt Lewin en 1944. Se refiere a un tipo de metodología que combina los avances sociales y los cambios sociales. En la “investigación-acción” se plantea un estudio en el que se incluye la reflexión por parte de todas las personas que participan en la investigación y el cambio de la situación de partida, a través de la ejecución del plan de acción definido en el marco de la investigación. Ver Cortés Gómez, W., Leiva Milanés, P. 2004.

neutralidad de la persona que investiga y de la intersubjetividad de la producción de los aprendizajes. Teniendo esto en cuenta, se asume que hay que crear situaciones de igualdad, en el sentido de que las personas investigadas son sujetos activos dentro de la investigación, con sus ideas previas y su manera de entender el mundo, con sus sentimientos y sus emociones, con sus manías y sus preferencias, etc. Sería un error metodológico grave el obviar esta realidad y actuar con la prepotencia del investigador experto que tiene la explicación de cuanto acontece en la realidad.

9. LA SELECCIÓN DE LA MUESTRA: UN ESTUDIO DE CASO

En este capítulo se explica cómo se ha seleccionado la muestra para este trabajo. Hemos realizado un estudio de caso, que ha sido el *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela de La Verneda – Sant Martí, de Barcelona. En estas líneas se justifica por qué hemos elegido dicha escuela. Para ello se hace un repaso de la historia de la misma, así como del método didáctico que se aplica en ella, a fin de contextualizar y situar el marco de la investigación.

La decisión de utilizar una metodología cualitativa nos ha marcado a la hora de seleccionar la muestra. A diferencia del caso cuantitativo, donde lo importante es el grado en que las características de las variables de la muestra coinciden con las del universo poblacional, en el caso cualitativo no disponemos de ninguna herramienta estadística para asegurar dicha representatividad. Por ello lo que nos interesa es que la muestra seleccionada sea significativa, es decir, que las personas que integren dicha muestra sean personas que por su posición, por su historia de vida o por cualquier otro criterio, puedan aportar conocimientos relevantes sobre el tema estudiado.

Por todo esto nuestra opción ha sido optar por un **estudio de caso**: el *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela de La Verneda – Sant Martí. Los criterios que se han utilizado para seleccionar este grupo de matemáticas han sido seis: a) es una experiencia única, reconocida a nivel internacional;¹⁵⁰ b) las estrategias didácticas que se utilizan en esta escuela son coherentes con la metodología de trabajo que se propone en esta tesis; c) la gran afluencia de personas adultas que asisten a esta escuela, que cuenta con más de 1.700 personas matriculadas; d) la facilidad de desplazamiento, dado que el recinto de la escuela está situado dentro de Barcelona; e) el acceso a este centro; y f) mis colaboraciones como voluntario en el *proyecto Òmnia* dando clases de informática para personas adultas y en la clase de matemáticas (en los diversos niveles que se imparten en la escuela) desde el año 2000 hasta el 2004.

Se trata de una selección intencional justificada por los seis criterios mencionados. Si bien existe un componente de azar en las personas concretas que han acabado formando parte del *Grupo de matemáticas dialógicas*, lo cierto es que la elección de dicho grupo en la escuela de personas adultas de la Verneda – Sant Martí ha sido intencional. Por ese motivo no existe modo alguno de estimar la probabilidad de que cada persona haya sido incluida en la muestra, ni se pueden hacer inferencias respecto del universo poblacional. A continuación hacemos un inciso para explicar cómo es la escuela de La Verneda y el aprendizaje dialógico que en ella se aplica.

9.1. La escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martí

La escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martí se encuentra situada en el barrio de Barcelona que lleva el mismo nombre. Esta escuela nace en 1978, en forma de reivindicación popular de la gente del barrio de La Verneda, en el contexto de cambio político de la transición democrática. La Verneda era en esa época un barrio formado principalmente por las familias inmigrantes, que viajaron

¹⁵⁰ La experiencia de la escuela de La Verneda - St. Martí es la primera experiencia española que aparece en la *Harvard Educational Review*, que es la revista científica de educación más difundida en todo el mundo. Ver Sánchez, M. "A School where people dare to dream" en *Harvard Educational Review*, vol.69, núm. 3, fall 1999.

durante los años sesenta desde el sur de España a zonas como Cataluña, Madrid o el País Vasco.

Las décadas de los setenta y ochenta son unas etapas de fuertes transformaciones, en las que los movimientos sociales tuvieron un papel muy activo como agentes de cambio.

En 1978 un grupo de vecinos y vecinas del barrio de la Verneda ocuparon un edificio, la antigua sede de la Sección Femenina. Las personas que vivían en el barrio querían una escuela de personas adultas. Con este motivo salieron a la calle y durante el curso académico 1978-1979 se hicieron “clases en la calle”, a las que asistieron un grupo de 20 personas adultas. Mediante la presión popular, con manifestaciones y otras muestras de sus reivindicaciones, las personas que en aquel momento vivían en el barrio lograron que el edificio de la Sección Femenina se cediese a la comunidad. En asamblea popular se decidió que el edificio se destinase a cubrir algunas necesidades colectivas básicas, como eran el tener una biblioteca o una guardería, por ejemplo. Entre las reivindicaciones también estaba la escuela de personas adultas, que se situó en la quinta planta del actual edificio del Centro Cívico de La Verneda – Sant Martí.

Una participante de los inicios, en un artículo publicado en la *Harvard Educational Review*, relata así su recuerdo del comienzo de la escuela:

“El edificio en el que estáis ahora es un Centro Cívico. Anteriormente perteneció al régimen de Franco, por lo que a finales de los 70 y, con el proceso democrático, quedó vacío y sin función... El año 1978, se decidió ocupar el edificio y crear un centro cultural con aquellos servicios que el barrio reivindicaba: guardería, centro de educación de personas adultas, grupo de jóvenes... Nosotros, los vecinos de barrio, decidimos cómo queríamos que fuera y qué hacía falta para conseguirlo. Después, una vez ya teníamos el centro, parte de nuestra lucha se enfocó a que las diferentes administraciones asumiesen sus responsabilidades y nos diesen los recursos necesarios. De todo eso, lo que continúa pasando es la forma en la que se participa y se toma partido. Lo que se consiguió fue un proyecto cultural muy amplio para el barrio y que queda recogido en nuestro centro. Este centro aglutina gran parte de la vida cultural y servicios de barrio y, por eso aquí, en la quinta planta del

Centro, es donde está situada la Escuela de Adultos de la Verneda – Sant Martí.”
(Sánchez, 1999: 52).¹⁵¹

Así nace la escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martí. Las personas que impulsaron el movimiento conocían perfectamente la tradición libertaria y popular de experiencias como “la Barraca”, las tertulias que durante el siglo XVIII se hacían en Azcoitia, las Misiones Pedagógicas, la Escuela Moderna y la Escuela Nueva, y tantas otras iniciativas populares de personas que se habían unido para luchar por una educación para todo el mundo y revertieron esa experiencia en la creación de un nuevo modelo de escuela: la escuela de La Verneda.¹⁵² Durante el primer año, las personas implicadas en el proyecto transmitieron su ilusión por todas partes: en casa, en el lugar de trabajo, en los espacios públicos del barrio. Así, poco a poco, más personas comenzaron a tener ganas de apuntarse a la escuela y al año siguiente ya se contaba con más de cien inscripciones, tendencia que ha ido aumentando desde entonces, hasta los casi dos mil participantes actuales, en el curso 2003-2004.

Todo este movimiento de transformación se produce en un contexto de cambio político hacia la democracia, que abarcó todos los espacios de la vida cotidiana. En el terreno de la enseñanza también se comienzan a producir cambios para transformar la situación tan complicada en la que había quedado la educación durante el régimen dictatorial de Franco. Durante estos años se producen avances y retrocesos. En 1978-79, por ejemplo, los maestros de EGB dejan de percibir el suplemento económico por dar clases nocturnas a personas adultas. Su reacción inmediata fue el abandono de la educación de personas adultas: se dejó de dar clase. Esa decisión provocó importantes protestas y manifestaciones, sobre todo durante las fechas de inicio del año académico. En 1982, cuando los socialistas entraron en la Moncloa, se creó la Subdirección General de Educación Compensatoria, órgano del que dependía el Servicio de Educación Permanente de Personas Adultas. Dentro de este servicio se desarrollaron diversos planes de actuación: alfabetización, red española de experiencias locales de desarrollo comunitario, entre otras.

¹⁵¹ Esta cita corresponde a Carmen, una persona participante. Citado en Sánchez, 1999.

¹⁵² Flecha, López, y Saco, 1988.

Por otro lado, desde 1973 ya encontramos un renacimiento de la tradición libertaria en el surgimiento de iniciativas populares de alfabetización. Los barrios bilbaínos de Betolaza y Otxarcoaga son ejemplo de ello (1969-1970), igual que los cursos de desarrollo comunitario de Horcajada (escuelas campesinas), de 1970. Durante estos años llega a España la experiencia de Paulo Freire y de sus Círculos de Cultura populares.

En 1973 se comenzó a reunir en Barcelona un colectivo de educadores que trabajaban en el *Camp de la Bota*, en la Barceloneta, en el barrio de Santa Rosa y en Can Serra, alrededor de un punto común: la metodología de Freire. Este grupo de personas enseguida formaron una Coordinadora de Escuelas de Adultos.

Muerto Franco, se produjo una gran movilización que culminó con la huelga general de Vitoria, en 1976. En Barcelona, por lo que respecta a la enseñanza, se celebró la “XI Escola d’Estiu”, donde se puso de manifiesto la voluntad de cambio y renovación del movimiento educativo en España. En esa escuela de verano se optó por la escuela pública, se decidió renunciar a las subvenciones propias de las entidades colaboradoras y se pidió a la delegada del MEC maestros para adultos, especializados y financiados por el Estado.

A partir de aquel momento se inició un movimiento nuevo por lo que respecta a la Educación de personas Adultas (EA) heredada del franquismo. Durante el curso 1977-78 se crearon unos cursos de especialización, en el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Barcelona, destinados a profesionales de la EA. Según una resolución de 6 de octubre de 1973, a Barcelona le correspondían 71 plazas de educadores adultos, de las cuales tan sólo se habían cubierto 36. Ante esta situación la Coordinadora decidió presionar a la Delegación del Ministerio de Educación, a fin de que las plazas restantes fueran ocupadas por personas que de manera voluntaria ya estaban trabajando en escuelas populares de personas adultas. Finalmente se consiguió la demanda y el curso siguiente se lograron 80 plazas más, ocupadas por personas que ya tenían experiencia en la formación de personas adultas y que además se habían acreditado con los cursos del Instituto de

Ciencias de la Educación de la Universidad de Barcelona. Todo esto estaba creando una EA muy diferente de la heredada del franquismo.

Durante la segunda mitad de 1977 la Coordinadora decidió fundar el SEPT (Servicios de Educación Permanente de los Trabajadores) para afrontar el nuevo contexto de cambio. La finalidad del SEPT fue asumir las actividades que no era posible organizar de manera asamblearia y en concreto la elaboración de materiales, la investigación y las relaciones con otras instituciones.

En 1979 este movimiento entró en crisis a raíz de un traspaso de competencias mal hecho entre el Gobierno Central y la *Generalitat de Catalunya*, que no quería hacerse cargo de la EA. La *Generalitat* finalmente tuvo que asumir dicha responsabilidad. Este suceso obligó a congelar las negociaciones con la Delegación del Ministerio de Educación para conseguir 151 nuevas plazas. Además SEPT y Coordinadora pierden contacto y cada una de las dos entidades toma un camino diferente.

En el curso de 1982-83 la *Generalitat* creó el Servicio de Formación Permanente de Adultos, y por otro lado algunas escuelas de adultos consiguieron una participación altísima en sus aulas. La Verneda era una de ellas.¹⁵³ Ante esta situación se propuso la creación de una asociación y de una editorial para la creación de materiales específicos para adultos. De esta manera nacen la AEPA (Asociación de Educación Permanente de Adultos) y El Roure (Cooperativa de Producción de Educación y Cultura), con el soporte de ESICO y *Serveis de Cultura Popular*. Durante estos años aparecen otras entidades, como FACEPA (Federación de Asociaciones Culturales de Educación de Personas Adultas), con la finalidad de coordinar las actuaciones en EA de las diversas asociaciones a nivel estatal que hay en este ámbito, o CREA (Centro Especial de Investigación en Teorías y Prácticas Superadoras de Desigualdades), fundado en 1991, con el objetivo de producir investigación científica y de calidad que ayude a superar las desigualdades sociales.

¹⁵³ Ese año tres profesores a jornada completa y 30 colaboradores más se encargaban de tirar adelante una escuela con más de 1000 personas en las aulas.

Las personas adultas de la escuela de La Verneda – Sant Martí participan durante estos años activamente en la reivindicación de una educación de personas adultas pública y de calidad. En 1999, junto con otras asociaciones de personas participantes, Ágora y Heura (las dos asociaciones de participantes que gestionan la escuela de La Verneda) firman la *Declaración de derechos de las personas participantes*, donde por primera vez se deja por escrito que la educación es un derecho inalienable de las personas adultas y tiene que servir como instrumento de emancipación para superar las desigualdades sociales y las relaciones de poder.¹⁵⁴ Por otro lado, ese mismo año comienzan a celebrarse anualmente los congresos de Alfabetización, a los que acuden personas adultas de todo el Estado. En el año 2000 se celebra el *I Congreso de participantes en tertulias literarias dialógicas*, donde más de 300 personas (entre participantes, educadores, profesorado universitario, personal de administraciones culturales y educativas) pusieron en marcha un espacio de debate y participación desde donde construir una educación para todos y todas, a través del debate literario. Ese mismo año otras 400 personas se reunieron en el *II Congreso de participantes en alfabetización: consenso en las prioridades para el siglo XXI*. En ese congreso se pusieron las bases para orientar el futuro de la educación de adultos. Se llegó a dos acuerdos: por un lado, garantizar que las voces y votos de las personas participantes sean las que definan los proyectos y entidades en EA; y, por otro, lograr que las entidades de personas participantes sean espacios generadores de ilusión y participación.

En julio del 2000 se celebraron las *I Trijornadas de Educación Democrática de Personas Adultas*. Esta fecha marca un hito en la EA, porque supuso la recuperación de la coordinación entre el ámbito de la investigación y de la actividad profesional de los maestros y maestras de EA, con las asociaciones de personas participantes, perdida en 1979. Y además en este proceso las personas adultas participaron de manera activa, con plena capacidad de decisión y de voto, algo que hasta ese momento nunca antes se había dado tan plenamente. Fueron tres días de jornadas que acabaron en la Escuela de La Verneda, donde las

¹⁵⁴ “La educación, derecho inalienable de las personas adultas, ha de servir como un instrumento de emancipación que posibilite la superación de las desigualdades sociales y de las relaciones de poder. La educación pasa por el reconocimiento y el diálogo entre las diversas formas culturales y estilos de vida que conviven en la misma comunidad.” (Preámbulo). AA.VV. *Declaración de los derechos de los participantes*. Zaragoza, 3 de julio de 1999.

principales entidades de la EA española se agruparon para formar la CONFAPEA (Confederación de Federaciones y Asociaciones de personas Participantes en Educación de Adultos) y el movimiento de la REDA (red de entidades que luchan por una Educación Democrática de personas Adultas).

La escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martí es una escuela única, porque después de 25 años de existencia continúa manteniendo la energía y la ilusión de una escuela basada en las reivindicaciones de un movimiento de base y participando plenamente en todo el movimiento de educación de personas adultas. A lo largo de estos años las personas participantes y el equipo del profesorado han desarrollado una forma conjunta de gestionar la escuela, basada en el principio de la igualdad: todo el mundo participa en las decisiones que se toman en la escuela. Las personas participantes crearon dos asociaciones, Ágora y Heura, que son las entidades que gestionan la escuela a todos los niveles (desde la concreción de las líneas curriculares marcadas por la administración educativa, hasta la decisión de qué recursos comprar para la escuela).

La gestión de esta escuela se hace en espacios abiertos (la asamblea, el consejo de centro y la reunión de coordinación mensual), donde todas las personas tienen la oportunidad de debatir democráticamente a fin de tomar las diferentes decisiones que marcan el funcionamiento de la escuela.

“La asamblea, que se reúne una vez al año, está abierta a todo el profesorado y a las personas participantes, voluntarias, así como a representación vecinal y del Centro Cívico. Puede ser convocada, si hay alguna cuestión que lo requiere, en el periodo entre reuniones anuales. En estas asambleas se practica la democracia directa. Este proceso de toma de decisiones, que también ha estado promovido en otros movimientos comunitarios, permite que cualquier persona pueda presentar problemas para que sean resueltos en común. El Consejo de Centro se reúne una vez cada mes y medio, y es el forum donde se debaten el funcionamiento y las directrices de la escuela. El Consejo está formado por una persona representante de cada grupo, de los educadores y educadoras, de las comisiones de trabajo, de las dos asociaciones de participantes y algún representante del Centro Cívico y de la

*Coordinadora de entidades del Barrio VERN.*¹⁵⁵ *Las personas que participan en él pueden formular toda clase de preguntas y temas de interés, proponer y debatir nuevas actividades, y crear comisiones. Además, se pone a debate público la gestión de los recursos (humanos, materiales o económicos). Las decisiones sobre el uso de los recursos públicos se toman de maneras diferentes, pero siempre siguiendo los principios generales de la Escuela. Cuando se observa alguna necesidad, se presenta en las reuniones de Coordinación Mensual. Entonces, se constituye una comisión, la cual trabaja según las prioridades y los criterios establecidos en el Consejo. La decisión final siempre le corresponde al Consejo.”* (Sánchez, 1999: 65-66).

Como se puede apreciar, la participación igualitaria y de base es uno de los rasgos de identidad de la escuela.

Por eso la manera de funcionar y de organizar las clases hacen que los principios de solidaridad y de igualdad sean mucho más que dos simples conceptos. Al mantenerse el espíritu de los debates populares y del asociacionismo vecinal, la escuela se convierte en un espacio de diálogo compartido, donde todas las personas pueden comentar sus ilusiones y compartirlas con otras personas, para hacer un sueño común mediante el diálogo igualitario y el consenso. De esta forma y velando siempre para que estos principios no se olviden, ni se dejen a merced de las pretensiones de poder y de protagonismo de personas (o colectivos) individuales, que alguna vez han tratado de imponer su punto de vista al margen del diálogo igualitario, es como se ha conseguido mantener viva la experiencia hasta hoy.

En la escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martí la perspectiva didáctica que se utiliza es el aprendizaje dialógico. Este método (a través de sus siete principios de actuación) abre las puertas a la participación de todas las personas y a la creación de oportunidades de aprendizaje para todo el mundo. Como decía Freire lo importante es *transformar las dificultades en posibilidades* y eso es precisamente lo que hacen cientos de personas día a día, en la escuela de

¹⁵⁵ VERN, Coordinadora d'Entitats de la Verneda – Sant Martí, es una entidad paraguas donde participan asociaciones de vecinos y vecinas, clubs deportivos, centros infantiles y juveniles de tiempo libre, asociaciones culturales, de montañismo, etc. Se creó con la finalidad de coordinar las actuaciones de mejora del barrio.

La Verneda. A través del esfuerzo, de la solidaridad, del compartir sueños e ilusiones, de valorar la experiencia y las vivencias de cada cual, las personas adultas que han pasado por la escuela (varios miles ya) han logrado superar vacíos y barreras en su aprendizaje y algunas de esas personas están hoy cursando estudios universitarios.

9.2. El aprendizaje dialógico

La teoría del aprendizaje dialógico¹⁵⁶ es un enfoque teórico y metodológico multidisciplinar, que parte de la observación directa de la realidad. La novedad de esta teoría reside en que parte de la práctica cotidiana explicada por las propias personas participantes y a partir de ahí se buscan autores cuyas aportaciones teóricas también sirven para explicar la realidad descrita por la gente.

El *aprendizaje dialógico* se basa en los siguientes principios: diálogo igualitario, inteligencia cultural, transformación, dimensión instrumental, creación de sentido, solidaridad e igualdad de diferencias (Flecha, 1997, 2000).

- ❖ *El diálogo igualitario*. Es el diálogo que se produce entre dos o más personas, cuando el valor de sus aportaciones se considera en función de la validez de sus respectivos argumentos y no de su posición de poder o autoridad dentro del grupo. Por ejemplo, diálogo igualitario es aquel tipo de diálogo que se da en un grupo de amigos que están estudiando juntos un tema cualquiera, donde ninguno de ellos intenta imponer sus opiniones por encima del resto, sino que comentan el tema en base a argumentaciones fundadas en el conocimiento científicamente demostrable que cada cual tiene de ese tema. Asimismo diálogo igualitario es el que utiliza el profesor o profesora que expone sus conocimientos en la clase, en base a argumentos bien fundamentados y no en base a su posición de autoridad sobre los y las estudiantes.

¹⁵⁶ Flecha, 1997, 2000; Flecha, Gómez, Puigvert, 2001.

- ❖ *La inteligencia cultural.* Todas las personas tenemos inteligencia cultural. El concepto de inteligencia cultural abarca desde la inteligencia que utilizamos en los contextos académicos (que ha sido bautizada con diversos nombres, según el investigador o investigadora que ha trabajado sobre ella), hasta la inteligencia que usamos para resolver problemas de tipo práctico (que también se conoce bajo diversos nombres). La inteligencia cultural es un conjunto de conocimientos y procedimientos individuales de origen social. Se desarrolla a través de la convivencia con otras personas, mediante el diálogo diario, del intercambio de conocimientos con otras personas en nuestros entornos de relación. Por eso es cultural, porque se produce en todas partes, pero depende de cada contexto concreto. No obstante, a pesar de las diferencias que puedan existir por lo que respecta a los contenidos concretos, todas las personas tenemos inteligencia cultural y el criterio para que un procedimiento o un conocimiento sea más válido que otro es su capacidad para resolver problemas o explicar los acontecimientos del mundo. La desigualdad entre las personas se da cuando preferimos unas maneras de hacer y unas explicaciones por encima de otras, no en función de su capacidad de explicación, sino de otros criterios acientíficos. El principio de inteligencia cultural establece que todas las formas de inteligencia (académicas o prácticas, inductivas o deductivas, elaboradas o simples) son válidas, si realmente sirven para explicar lo que ocurre en el mundo y/o resolver las situaciones problemáticas que se nos presentan y no hay unas explicaciones más válidas que otras.

- ❖ *Transformación.* La educación tiene que servir para abrir las puertas al conocimiento a todas las personas, no para reproducir situaciones de desigualdad social. Existe numerosa bibliografía de estudios que tratan de demostrar que la educación es una forma de reproducción de las desigualdades sociales (desde quienes afirmaron que la escuela es un aparato ideológico del estado que utilizan las clases dirigentes para perpetuar la estructura desigual de clases, como Althusser (1974), hasta quienes afirman, aun hoy, que la escuela es una institución cultural que transmite el *habitus* de las clases dirigentes y discrimina a quienes pertenecen a las clases inferiores, como es el caso de Bourdieu (1979), por poner tan sólo dos ejemplos). Estos estudios sirven para generar una actitud de desconfianza en la educación y que no sirve

de nada para todas aquellas personas que realmente quieren aprender y tener acceso a las mismas oportunidades a las que pueden optar las personas que tienen títulos universitarios. El principio de la transformación resalta la capacidad de la educación para transformar nuestras vidas, dotar de nuevos significados a aquello que estamos haciendo y dar mayores oportunidades a las personas para poder elegir (el tipo de trabajo, por ejemplo).¹⁵⁷ En el caso de la educación de personas adultas, este principio se refiere al cambio que experimentan las personas participantes en sus vidas cuando pasan, en muchos casos, de ser personas analfabetas, a poder leer y escribir, o del fracaso escolar a su acceso a la universidad. Con este cambio las personas participantes transforman realmente sus vidas y su ámbito de actuación.

- ❖ *La dimensión instrumental.* Todo aprendizaje tiene una dimensión instrumental, es decir, sirve para algo y transmite una serie de conocimientos concretos. El principio de la dimensión instrumental en el aprendizaje dialógico implica que no se tiene que rebajar nunca el nivel de exigencia en el aprendizaje, sino que se tienen que buscar fórmulas para asegurar que todas las personas participantes aprenden cualquier tipo de conocimiento. La dificultad de lo que se enseña no es nunca una excusa para no enseñarlo y pasar a otra cosa. Además esta dificultad a menudo reside en la poca confianza que se transmite a las personas participantes sobre su propia capacidad de aprender. La dimensión instrumental es la que asegura la calidad de la formación ofrecida.

- ❖ *La creación de sentido.* El aprendizaje en el caso de la educación de personas adultas basado en el aprendizaje dialógico se caracteriza por la creación de sentido. Las personas adultas que van a la escuela descubren nuevos conceptos y conocimientos, que transforman sus imágenes previas del mundo objetivo y dotan de un nuevo sentido a sus vidas. Un ejemplo claro de ello es el caso de cualquier señora, cuya actividad doméstica nunca ha sido valorada y que se apunta a una escuela de personas adultas. En la escuela esta persona aprende

¹⁵⁷ Esto significa que son los profesores y profesoras los principales responsables de reconocer diversos tipos de aprendizaje y saber encontrar la fórmula para que la escuela realmente cumpla con su objetivo de ser un servicio a la sociedad, para que la gente aprenda los conocimientos socialmente demandados.

una serie de conocimientos que la hacen sentirse útil y eso conlleva crear un nuevo sentido a su vida, como persona que ahora tiene una formación de la que antes carecía. Su día a día se transforma y cobra un nuevo sentido, porque la visión que tienen de ella, comenzando por sus personas más cercanas, cambia al empezar a participar en conversaciones de las que antes se veía excluida, por ejemplo.

- ❖ *Solidaridad.* La solidaridad es un aspecto muy importante. Las personas intercambiamos entre nosotras lo que sabemos y nos preguntamos mutuamente nuestras dudas cuando tenemos algún problema, para encontrar entre todas la solución. Es muy usual ver en las aulas a las personas participantes que comentan entre ellas los conceptos nuevos, se ayudan e intentan encontrar la mejor forma de aprender las cosas. Esta es la solidaridad que se reivindica en este principio del aprendizaje dialógico. Los aprendizajes, si se desarrollan de una forma solidaria, se aceleran mucho más. Cuando se etiqueta a las personas y se las califica como “lentas” o cuando se las considera poco capaces de adquirir ciertos aprendizajes a partir de determinadas edades, se les está imponiendo una importante barrera para que puedan seguir avanzando. El principio de solidaridad significa todo lo contrario, significa que las personas participantes se ayudan mutuamente y se preocupan de que todo el mundo tenga las mismas opciones de seguir avanzando en los aprendizajes, independientemente de su edad o de sus estudios previos. La solidaridad genera cambio, compromiso, y es el motor que hace avanzar nuestras sociedades.

- ❖ *Igualdad de diferencias.* La igualdad de diferencias significa respetar las diferencias de todas las personas y ofrecerles las mismas oportunidades a todas ellas. Esto quiere decir que el respeto no significa ofrecer unos conocimientos a unas personas y otros a otras personas, justificando estos procedimientos con el argumento de respetar las diferencias de cada cual. Significa que se tienen que ofrecer las mismas oportunidades a todo el mundo y, respetar la manera en que cada cual aprende esos conocimientos. Por poner un ejemplo, no significa rebajar el nivel de las clases de matemáticas en una escuela de un barrio marginado, sino ofrecer los mismos contenidos y buscar

la manera que resulte más fácil y más próxima a esas personas para aprender. Por tanto, este principio implica tener muy en cuenta las demandas y las necesidades de las personas participantes y respetar sus rasgos propios. Hay que ofrecer una igualdad en el trato y en los aprendizajes.

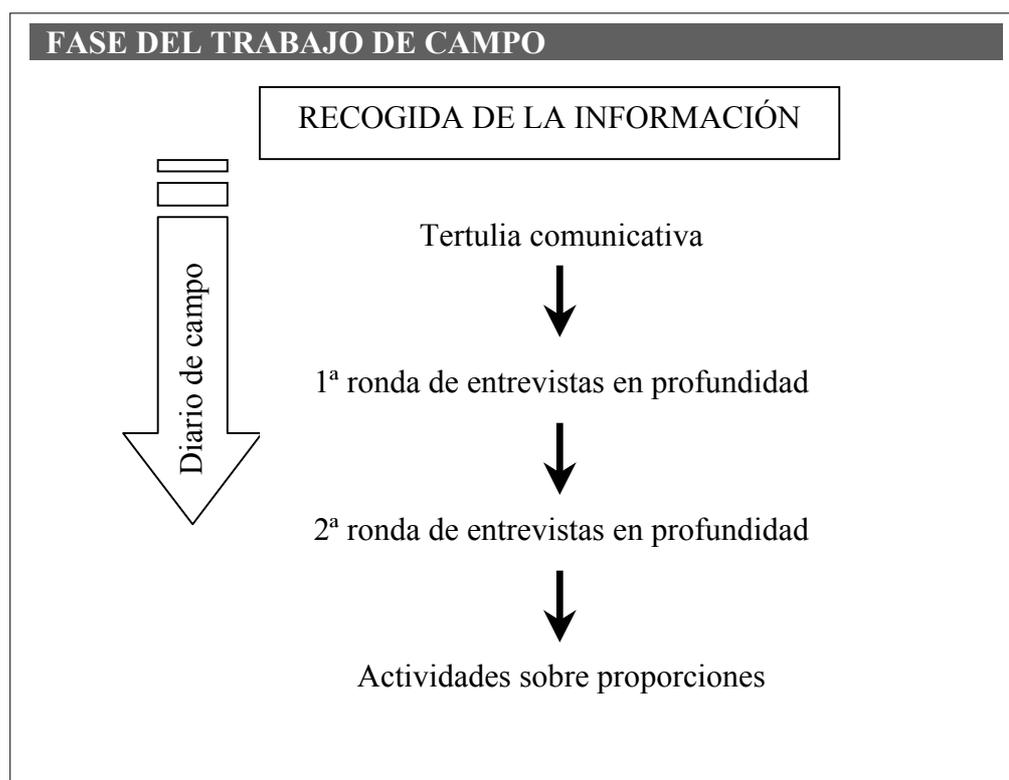
10. TÉCNICAS DE RECOGIDA DE LA INFORMACIÓN

En este capítulo se comenta qué técnicas de recogida de datos se han utilizado a lo largo de la investigación. Para ello se hace una breve descripción de la herramienta y después se justifica por qué se ha utilizado dicha técnica y no otra. Se incluyen los guiones utilizados para aplicar cada una de las herramientas, así como los criterios que se han tenido en cuenta a la hora de definirlos.

El trabajo de campo se ha llevado a cabo en tres etapas: estudio exploratorio, realización de entrevistas y de nuevo una segunda vuelta de entrevistas, con una actividad final que fue grabada en vídeo digital.

Para recoger la información hemos utilizado las siguientes técnicas:

- a) *Realización de un diario de campo*
- b) *Tertulia comunicativa*
- c) *Entrevistas en profundidad*
- d) *Realización de varias actividades sobre proporciones (tanto en formato de libro como en formato informático)*



Esquema 10.1. Esquema de la secuenciación del trabajo de campo.

10.1. Breve descripción del diario de campo

El diario de campo es una técnica etnográfica cualitativa que procede de la Antropología. Permite constatar la percepción de la persona que investiga de todos aquellos acontecimientos que suceden durante el período del trabajo de campo. Tiene la ventaja de que es un documento donde se deja constancia de todo lo que ha sucedido en la clase. De todas maneras, la desventaja de esta técnica es que está sujeta al punto de vista de quien observa y anota en el diario lo que sucede, de manera que hay que establecer mecanismos para minimizar este efecto “perverso”. A fin de evitar las interpretaciones de la persona que escribe el diario, es importante anotar los acontecimientos de la manera más objetiva y rigurosa posible, utilizando siempre las palabras de las personas protagonistas del acontecimiento. No obstante, se trata de una técnica claramente subjetivista. Esta técnica la hemos utilizado como una fuente documental de las actividades del *Grupo de matemáticas dialógicas*. Además, también la hemos usado para

identificar claramente el punto de vista del investigador y de esta manera, poder establecer mecanismos de control para evitar interpretaciones sesgadas de la realidad.

10.2. Breve descripción de la tertulia comunicativa

Las tertulias comunicativas son también una técnica cualitativa. La tertulia es una técnica de recogida de información que se caracteriza por la discusión en grupo de un tema concreto, acordado por todas las personas participantes.

Las tertulias se basan en tres premisas fundamentales: 1) el estudio del mundo de la vida cotidiana se basa en la reflexión de los propios actores; 2) los actores orientan sus acciones dependiendo de sus propias interpretaciones, que resultan de la interpretación de los otros; y 3) los actores están permanentemente interpretando y definiendo sus vidas a partir de su situación actual respecto de los otros y respecto del contexto en el que viven.

La tertulia o grupo de discusión no siempre se desarrolla en una situación de diálogo entre iguales. Muchas veces el planteamiento de los grupos de discusión se basa en una acción estratégica deliberada de la persona que investiga, para conseguir "sacar a la luz" aspectos "ocultos" mediante la organización consciente de la tertulia, de acuerdo con unos criterios sólo conocidos por la persona que investiga. En otras ocasiones la persona que investiga se sitúa por encima del grupo de la tertulia y juzga los argumentos que se plantean desde su posición de privilegio.

Desde el punto de vista comunicativo se plantea la tertulia o grupo de discusión como *diálogo igualitario*. Tanto la persona que investiga como la persona investigada están situadas en un mismo plano de igualdad. Sus intervenciones tienen la misma autoridad: su validez depende de la veracidad de los argumentos que esgrimen.

Un argumento es verdadero o válido siempre que se ajuste a la realidad que describe o explica, según las normas establecidas a través del consenso en el que han participado todos y todas las personas. El objetivo es reflexionar conjuntamente (y provocar reflexiones) sobre la concepción de las matemáticas que tiene cada persona participante, para identificar entre todos y todas las percepciones y las explicaciones que les dan.

10.3. Guión de la tertulia comunicativa

En primer lugar lo que hizo el investigador fue explicar el motivo de la tertulia y qué se pretendía hacer con la información que se pedía. Se presentaron los objetivos de la tesis y se pidió la colaboración de todas las personas del *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela.

El tema fundamental en torno al que giró la tertulia fue la valoración de la experiencia del uso de los ordenadores como herramientas didácticas para aprender matemáticas.

GUIÓN PARA LA TERTULIA COMUNICATIVA

1. Presentar la situación.
2. Valoración de la experiencia del trimestre anterior: ¿qué les pareció el sitio web?
¿Qué aspectos destacarían del uso de los ordenadores para aprender matemáticas?
¿Les gusta o no les gusta? ¿Es positivo? ¿Cómo mejorar el tema?
3. Comentar las siguientes valoraciones:
 - Que no estuviera hecha la página del todo desde el principio.
 - El tema de la falta de costumbre a la página (a cómo funciona, etc.)
 - Dificultades en la comprensión de la finalidad de las actividades (no se sabía qué se tenía que hacer bien, en cada actividad de las planteadas).
 - Problemas con el uso de los ordenadores.
 - Falta de hábito en el trabajo con los ordenadores, que tiene como resultado no estar familiarizados con entornos de trabajo informatizados, no con el método de trabajo en paralelo con diversos programas simultáneos.
 - Desconocimiento de cómo funciona la interfície del sitio web del grupo de matemáticas.
 - Dificultades porque la mayoría de la información de Internet viene en inglés y no se entiende.

Cuadro 10.1: Pautas para la realización de la tertulia comunicativa. Estos temas han sido propuestos *a priori* por la persona investigadora, a consulta y asesoramiento con sus directores de tesis.

En concreto se pidió una valoración tanto de la herramienta (la web site), como del uso de ésta (y las dificultades o posibilidades que eso podía entrañar) y la opinión sobre los aspectos más destacados de la experiencia. En el cuadro 10.1 se adjunta el guión orientativo que se utilizó para hacer la tertulia.

10.4. Justificación del uso de esta técnica de recogida de la información

El uso de una tertulia comunicativa en esta investigación se justifica porque la tertulia es una herramienta eficaz que permite aproximarnos a las creencias, opiniones y sentimientos que la clase, como colectivo, experimenta.

Las personas cuando viven, estudian o realizan actividades en colectivo, comparten una serie de esquemas de conocimiento y acuerdan unos criterios de sentido comunes, con los que valoran las actuaciones de las personas que están a su alrededor. Esto es especialmente cierto dentro del aula, como han mostrado diversas investigaciones.¹⁵⁸

Por otro lado, las tertulias comunicativas nos permiten acceder de manera igualitaria al diálogo intersubjetivo que se genera dentro del aula, entre las personas participantes. Es importante remarcar este punto, porque uno de los criterios de las tertulias comunicativas es la participación de la persona que investiga como un miembro más del grupo.

10.5. Breve descripción de las entrevistas en profundidad

Una entrevista en profundidad es una técnica de recogida de información de carácter cualitativo.¹⁵⁹ La entrevista en profundidad consiste en un diálogo pautado, que se produce entre la persona que investiga y la persona investigada.

¹⁵⁸ Son conocidos los trabajos de Paul Willis desde el punto de vista etnográfico, dentro de escuelas de jóvenes.

¹⁵⁹ Ver Blanchet, et al. 1989.

La entrevista puede ser estructurada totalmente (cerrada), semi-estructurada o abierta. En el primer caso el guión está predefinido por la persona que investiga y, la persona entrevistada responde exclusivamente a las preguntas que figuran en el guión. En el segundo caso existen unos temas de interés que guían el desarrollo de la entrevista, pero la persona entrevistada tiene libertad para hacer nuevas aportaciones no contempladas *a priori*. En el tercer caso no existe un guión preestablecido y el diálogo se produce libremente en torno a un tema previamente acordado.

En nuestro caso se ha utilizado una entrevista semi-estructurada en torno a varios temas de didáctica de las matemáticas.

10.6. Guión de las entrevistas

Las entrevistas siempre comenzaban con una breve introducción del entrevistador, en la que se explicaba el motivo de la entrevista y el contexto en el que se hacía (la realización de una tesis doctoral sobre didáctica de matemáticas en la educación de personas adultas).

El guión de las entrevistas en profundidad se estructuró en torno a los siguientes temas de didáctica de las matemáticas:

- Aspectos de las matemáticas que motivan a la persona entrevistada y aspectos que la desmotivan.
- Diferencia entre diversos modelos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- Utilidad de las matemáticas.
- Estrategias personales para aprender matemáticas que utiliza cada persona.
- Diferencia entre el modelo académico y el modelo cotidiano de las matemáticas.
- Realización de algún ejercicio concreto.
- Opinión sobre el uso de ordenadores como herramienta didáctica en la clase de matemáticas.

En el cuadro 10.2 se muestran las pautas que se utilizaron para orientar la primera entrevista en profundidad.

PRESENTACIÓN.

¿Cuáles son las cosas de matemáticas que te gustan? ¿Por qué?
 ¿Hay algo que no te guste?
 ¿Por qué crees que las matemáticas que aprendes ahora en la escuela son más difíciles que las que viste cuando eras pequeña?
 ¿Por qué estás estudiando ahora matemáticas “otra vez”?
 ¿Para qué crees que sirven las matemáticas? ¿Tú para que las utilizas normalmente? ¿Puedes poner algún ejemplo?
 ¿Qué es lo que haces tú para aprender matemáticas? ¿Cómo las aprendes en casa, por ejemplo? ¿Si no te sale algo, que haces: 1) en clase; 2) en casa; 3) en el ordenador?
 ¿Cómo resolverías estas situaciones?
 (presentar dos ejercicios, uno de operaciones de suma/resta/multiplicación/división y otro de pensar)

MODELO A	MODELO B
$1625 - 45 =$	¿Cuándo se restan números enteros en la vida real? Por ejemplo, ¿Cuándo puedes restar $1000 - 850$? ¿Y cuándo $850 - 1000$? ¿Puedes restar en la vida real $-1000 - 850$?
$2305 + 32,03 =$	
$1025 \cdot 0,24 =$	
$2367 / 14,05 =$	¿Y el caso de $(-2)-(-3)$?

PROPUESTAS

1 Quieres amueblar de nuevo tu cocina. Resulta que quieres poner armarios en la pared y cubrirla toda con los armarios. Tienes una pared de 5 metros de largo. Si quieres poner tres armarios, ¿cuánto tienen que medir cada uno de los tres para que ocupen toda la pared y quepan?

2 ¿Cuánto es más o menos 1025 pesetas, en euros? ¿Sabes lo que es redondear?

3 Supón que cobras 120 000 pesetas al mes (721 €, vaya). ¿Cuánto crees que puedes gastarte en ropa ahora, en las rebajas (más o menos), durante este mes (ten en cuenta que también tienes que pagar el piso, comer, etc.)? ¿Sabes lo que es la aproximación?

4 ¿Cuánto crees que mide esta habitación de largo? ¿Y cómo lo has sabido? Y entonces, ¿cuántos metros cuadrados dirías tú que tiene? ¿Has tenido que medir superficies alguna vez? ¿Y cómo lo has hecho? ¿Lo habías estudiado en el colegio? ¿Lo aprendiste viéndolo hacer a alguien? ¿Preguntando cómo se hace?...

5 Si estoy leyendo un libro y te digo que me he leído el 75%, ¿tú cuánto crees que me he leído del libro? ¿Cómo lo sabes? ¿Sueles utilizar vasos para medir las cantidades en la cocina, cuando cocinas? Si una receta dice, poner 1/2 litro de leche, ¿eso cuánto es? ¿Y 250 ml? ¿A cuánto equivale? ¿Cómo lo sabes? Y si en una receta para 4 personas dice poner dos limones y medio litro de leche y tú la quieres hacer para 8 personas, ¿cuánto pones entonces de leche y de limones? ¿Cómo lo sabes? ¿Sabías que has estado aplicando conceptos de matemáticas como la proporcionalidad, la estimación, el uso de números racionales...?

¿El ordenador sirve para algo? ¿Qué has aprendido en las clases de matemáticas por ordenador?
 ¿Cómo te gustaría que fuesen las clases de matemáticas por ordenador?
 ¿Qué es lo que te resulta fácil del programa de Internet? ¿Y qué es lo que ves difícil de utilizar? ¿Por qué?
 Comentar sobre los ejercicios anteriores, por qué hay algunos que son exactamente iguales que los del sitio web. Ver las diferencias con la persona participante de hacer/comentar las actividades en la entrevista o hacerlo delante del ordenador. ¿Dónde está la diferencia?

Cuadro 10.2. Pautas para la realización de la primera entrevista en profundidad. Estos temas han sido propuestos *a priori* por la persona investigadora, a consulta y asesoramiento con sus directores de tesis.

Después de esta primera entrevista se realizó otra ronda de entrevistas en profundidad, en las que se comentaron temas que habían aparecido durante la primera ronda. Los guiones se confeccionaron en función de las respuestas que cada una de las personas había dado durante la primera entrevista. Por ese motivo, el guión de cada una de las entrevistas es específico para cada una de las personas.

En el cuadro siguiente se adjuntan las preguntas que se hicieron a las diferentes personas del grupo que participaron en la segunda ronda de entrevistas.¹⁶⁰

Entrevista 1

A lo largo de la primera entrevista siempre dices que las matemáticas es una cosa que te gusta. ¿Podrías explicarme mejor eso?

Y respecto del ordenador ¿qué es lo que te gusta? ¿Qué es lo que hace que te guste tanto?

Recuerdo que en la anterior entrevista me comentaste que veías el ordenador como algo muy útil. ¿Tú crees que el ordenador es una herramienta? ¿Por qué crees que el ordenador es tan útil?

¿Piensas que el ordenador potencia la interactividad entre persona y máquina? ¿Y con el resto de compañeras?

¿Qué diferencias ves entre las matemáticas que aparecen en los libros y las que utilizamos en la vida real?

Después de un año de estar juntos he ido viendo vuestros progresos en la clase y cómo os habéis ido animando con las matemáticas. ¿Cómo ves que ha cambiado tu concepto de matemáticas?

Entrevista 2

¿Por qué te gustan las matemáticas?

¿Por qué dices que vas más despacio con el ordenador?

¿Por qué dices que el ordenador es más útil?

¿Por qué dices que las matemáticas que hacéis vosotras no son como las que hacen los matemáticos? ¿Cuál es la diferencia? Entonces, ¿qué significa aprender matemáticas? ¿Para qué?

¿Por qué dices que los ejercicios modelo B son más difíciles que los del modelo A? Dices que lo que te gusta de las matemáticas por ordenador es que te pican para saber cómo se resuelve eso y que te hacen utilizar más la lógica. ¿Puedes explicar más eso?

¹⁶⁰ En la segunda ronda de entrevistas hubo dos personas que no participaron, porque habían dejado de ir por la escuela. Ésta es una de las dificultades más serias con la que nos hemos encontrado durante el trabajo de campo.

¿Por qué dices que poner las cosas sobre el papel te ayuda a que se te queden más en la memoria?

¿Qué es para ti un ordenador cuando estás aprendiendo matemáticas? ¿Por qué?

Entrevista 3

Dices que lo que más te gusta de matemáticas son las cuentas, ¿por qué? ¿Y los paréntesis? ¿Y las ecuaciones? ¿Por qué?

Dices que los problemas los resuelves a tu manera. ¿Crees que eso es también hacer matemáticas? ¿Por qué?

¿Por qué ves difícil aprender, por ejemplo, el tema del m.c.m. e igualar los denominadores para eliminarlos?

Cuando dices que te fijas en los ejercicios que ya tienes resueltos, ¿qué quieres decir? ¿cómo lo haces?

¿Por qué dices que no sabes explicar los resultados que obtienes? ¿Qué significa saber explicar los resultados?

Entrevista 4

¿Por qué dices que el ordenador hacía más llevaderas las matemáticas a la gente que les gustan?

Dices que el tener que averiguar por uno mismo/-a las cosas es más difícil. ¿Por qué? ¿Dónde está la dificultad?

¿Por qué te da miedo estropear el ordenador si lo tocas?

¿Por qué crees que entender las matemáticas es descubrir el por qué de las cosas?

¿Qué son las matemáticas para ti entonces?

Dices que primero hay que saber resolver la pregunta del tipo A y después vienen las del tipo B (ej. dividir y armarios de la cocina.) ¿Por qué?

¿Por qué dices que el modelo A es muy monótono?

¿Por qué dices que entre las dos es más fácil aprender las matemáticas o resolver un ejercicio?

¿Por qué crees que es diferente hacer las cosas sobre el papel o sobre la pantalla que de memoria?

¿Cómo se suma €375 y €1028 grosso modo?

¿Por qué crees que el ordenador anula a las personas?

¿Por qué dices que es importante poder comentar las cosas con las compañeras?

Entrevista 5

¿Por qué dices que las matemáticas te gustan?

¿Por qué dices que las ves difíciles? ¿Dónde está la dificultad para ti?

¿Por qué dices que lo fácil en matemáticas es hacer sumas, restas, multiplicaciones y divisiones..., y lo difícil, por ejemplo, es hacer problemas como el reparto de la tarta, p.e.?

¿Por qué dices que comentar con la compañera ayuda a resolver los problemas?

¿Por qué crees que es mejor apuntar las cosas que haces en el ordenador en la libreta?

¿Por qué crees que el ordenador es difícil de utilizar?

¿Por qué sabes hacer las cosas de cabeza y cuando las ponemos en el libro o en el ordenador dices que no las sabes hacer? ¿Cuál es la diferencia?

Sin embargo, tú sabes aplicar las matemáticas perfectamente: recuerdo que me pusiste un ejemplo de ahorrar comprando mairra en vez de comprar merluza fresca, mucho más cara. ¿Qué son para ti las matemáticas?

¿Por qué te gustan más los ejercicios modelo A que los del modelo B, si los sabes hacer bien todos?

¿Qué son las ecuaciones?

Cuadro 10.3. Pautas para la realización de la segunda entrevista en profundidad. Estos temas han sido propuestos *a priori* por la persona investigadora, a consulta y asesoramiento con sus directores de tesis.

Con esta segunda ronda de entrevistas se contrastó la interpretación que había hecho el investigador de las respuestas que dieron las personas participantes durante la primera ronda de entrevistas.

10.7. Justificación del uso de esta técnica de recogida de información

Se utilizó la entrevista en profundidad porque esta técnica permite obtener un tipo de información que sirve para aproximarse a las creencias, tipificaciones, estereotipos y argumentaciones de las personas participantes sobre la didáctica de las matemáticas.

En esta investigación hemos utilizado las entrevistas con dos objetivos principales: 1) explorar qué concepto tienen las personas adultas de las matemáticas y su relación con ellas y 2) profundizar en las reflexiones sobre los aspectos de las proporciones y del cálculo, provocando situaciones en las que las propias personas participantes reflexionan sobre situaciones matemáticas y llegan a conclusiones.

Las entrevistas en profundidad se han planteado desde la concepción epistemológica de la metodología comunicativa. Desde esta concepción se asume que las personas interpretan el mundo social en el que viven. Por tanto, para entender un comportamiento, una opinión o una actitud concreta delante de una situación de matemáticas, hay que tener en cuenta los elementos que entran en la interpretación que hace esa persona. Desde el punto de vista comunicativo importan los argumentos basados en pretensiones de validez, que pueden ser debatidos y reflexionados con las personas participantes en términos de igualdad. De esta manera se rompe con el desnivel metodológico que suele existir entre la persona que investiga y la persona participante.

En ocasiones, pese a no ser el tipo de herramienta que en principio se quería utilizar, las personas entrevistadas han hecho referencia a su biografía personal para explicar ciertas actitudes o motivaciones sobre las matemáticas. Por eso, en alguna ocasión, algunas entrevistas en profundidad han adoptado rasgos de relato de vida, para volver después a los temas propuestos *a priori* en la entrevista. La información recogida en esas ocasiones se considera útil, porque desvela motivos personales que explican creencias, conductas o emociones que tienen las personas participantes hacia las matemáticas y cómo las han ido construyendo a lo largo de los años.

10.8. Otras técnicas de recogida de información: la resolución de problemas

Aparte de las técnicas ya comentadas, también se utilizaron actividades sobre proporciones, que se realizaron en el aula y fueron grabadas en vídeo digital. Las actividades se presentaron en dos soportes diferentes: analógico (en soporte papel) y digital (en soporte *html*).¹⁶¹ La grabación se realizó toda durante una misma sesión. Durante la primera parte de la clase las personas adultas resolvieron las actividades del libro de matemáticas. La dinámica de la clase se basó en los principios del aprendizaje dialógico. Todas las personas estaban sentadas en torno a una mesa central, en círculo, mientras dialogaban sobre las preguntas para encontrar la respuesta correcta. Después se levantaron y se pusieron ante los ordenadores (colocados uno junto a otro, en una de las paredes del aula), formando grupos interactivos¹⁶² para resolver las actividades que se presentaron en formato digital.

A continuación se adjunta un cuadro en el que se pueden leer los enunciados de las actividades que se utilizaron del libro de matemáticas de la escuela.

¹⁶¹ Se utilizaron las actividades que aparecen en el libro AA.VV. 2002. *Matemáticas. Educación de personas adultas*. Edición aumentada y corregida. Barcelona: El Roure. Y las actividades que aparecen en la página web <http://www.neskes.net/mates>, construida por las propias personas participantes, con el soporte técnico del investigador.

¹⁶² “Los grupos interactivos son una transformación de la organización de un aula, donde se forman pequeños grupos heterogéneos bajo criterios de rendimiento, etnia, género, etc., en los que con el apoyo de una persona adulta (familiar, voluntaria u otra profesional), que es la dinamizadora del grupo, se trabajan actividades cortas sobre un tema común y se organiza el tiempo de manera que todos los grupos de niñas y niños realicen todas las actividades propuestas. La persona dinamizadora se encarga de que los niños y las niñas se ayuden entre sí, y de que todos y todas hagan la actividad. Una vez se ha acabado el tiempo para la actividad, los niños y las niñas cambian de grupo, con lo cual se encuentran con una actividad nueva y una persona voluntaria diferente.” (García Yeste, C. 2003: 113).

ACTIVIDADES EN SOPORTE DE PAPEL

<contexto: un puesto de venta de verduras en un mercado>

ACTIVIDAD 1

En este puesto del mercado han elaborado una tabla para tener calculados los costes de varias pesadas y así no tener que calcular el importe cada vez que hacen una venta.

Completa la siguiente tabla:

Masa (kg)	1	2	3	4	5	6	7	8
Importe en euros	3	6						

ACTIVIDAD 2

Durante la hora que hemos estado en el puesto se han vendido 10 kilos de champiñones.

Si se mantiene constante el ritmo de venta, ¿qué valores va tomando la magnitud “kilos de champiñones” en la siguiente tabla?

Tiempo en horas	1	2	13	24	35	45	50	100
Kilos de champiñones	10							

¿Cuál es el valor numérico y el significado de la constante (k) en este caso?

ACTIVIDAD 3

Una vez cerrado el mercado, las personas del puesto tienen que limpiar y ordenar. Suponiendo que el rendimiento por hora de trabajo de todas las personas es el mismo, el tiempo que tarden en arreglarlo dependerá del número de personas que colaboren en ello.

Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que el doble de personas no tarda el doble sino la mitad de tiempo:

Número de personas que colaboran	1	2	3	4	5	6
Minutos que tardan	60					

En este caso la constante de proporcionalidad es el tiempo total de trabajo ($k = 60$ minutos). Dividiendo k por los distintos valores de la primera magnitud (número) vamos obteniendo los valores correspondientes de la segunda (minutos).

ACTIVIDAD 4

Teniendo en cuenta que el kilo de lenguado está a 30 euros, completa la siguiente tabla:

Masa en kilos	Importe en euros
1	30
2	
3	
4	

ACTIVIDAD 5

Al llegar el momento de cerrar quedan aún unas cuantas personas sin despachar. Teniendo en cuenta que hacerlo llevaría a un solo dependiente 24 minutos, completa la siguiente tabla:

Nº de dependientes	Minutos que tardarán
1	24
2	
3	
4	

Cuadro 10.4. Enunciados de las preguntas realizadas durante la sesión práctica (I). Fuente: Elaboración propia a partir de AA.VV. 2002. *Matemáticas. Educación de personas adultas*. Barcelona: El Roure.

Estas actividades combinan aspectos de las “matemáticas como ciencia” con elementos de la vida cotidiana de las personas adultas. Por un lado, se trabaja el concepto de constante de proporcionalidad (k) y se ponen ejemplos, tanto de proporcionalidad directa, como de proporcionalidad inversa, desde el punto de vista de la multiplicación por números enteros o de la división entre números enteros también. Por otro lado, las situaciones propuestas recuerdan a espacios de la vida cotidiana de las personas adultas. Y se aprovechan esos contextos para relacionar el contenido matemático con su aplicación cotidiana. Se utilizan conceptos como “doble” o “mitad”, que suelen ser muy habituales en multitud de espacios y momentos de nuestras vidas. Las actividades que aparecen planteadas son del tipo de “completar” e implican encontrar la clave para poderlas solucionar (que en este caso es la constante k de proporcionalidad).

En la página web las actividades provocan situaciones problemáticas que exigen reflexionar para encontrar la solución que satisfaga las condiciones del enunciado. Las soluciones muchas veces no son únicas y lo importante es todo el proceso de argumentación que se produce durante el diálogo dentro de la clase, porque es ahí donde aparecen las diferentes trayectorias cognitivas que utiliza cada persona para llegar a entender, descubrir y encontrar la solución a la situación problemática. En el cuadro siguiente se pueden leer las situaciones propuestas en la página web.

ACTIVIDADES EN SOPORTE DIGITAL

<contexto: una reflexión sobre el espacio que nos rodea>

ACTIVIDAD 6

Si nos acercamos o nos alejamos a las cosas que nos rodean, se hacen más grandes o más pequeñas a nuestra vista. Haz una prueba: júntate con alguien e intenta medir la altura de la puerta de la clase entre los dos.



¿Qué es más grande tu compañero/a o la puerta?
 ¿Crees que si comienzas a caminar hacia delante o hacia atrás llegará un momento en el que tu compañero o compañera será “igual” de alto/a que la puerta? ¿A qué distancia de la puerta se ha puesto para conseguirlo?

Pregúntale a tu compañero o compañera cuánto mide, ¿cuánto crees que mide la puerta?

ACTIVIDAD 7

Ahora coge dos folios. Uno dóblalo por la mitad. ¿Tiene la misma forma que el otro, que está sin doblar? ¿Cómo lo sabes?

ACTIVIDAD 8 <contexto: una situación de la vida cotidiana>

El tema de las proporciones a menudo lo utilizamos en los lugares más insospechados. Imagínate que estás en el mercado y que quieres comprar butifarra. ¿Qué le pasa al precio cuando doblas la cantidad de butifarra que pides? ¿El precio es el doble? Acabas de descubrir que la relación entre precio / cantidad de butifarra es proporcional (cuanta más cantidad de butifarra compres, más dinero tendrás que pagar). ¿Cuánto vale un kilo de butifarra en tu barrio? ¿Y 5 kilos?

¿Crees que es verdad que a más cantidad de producto que compremos, más barato nos sale? ¿Cómo lo sabes? Si un día te encuentras con una oferta que si compras 2 kilos de butifarra, te dan tres, ¿cuánto te has ahorrado en euros?

ACTIVIDAD 9

Ahora piensa en el cambio de moneda: si te dicen que la butifarra va a 2 euros con 5 céntimos el kilo, ¿cuántas pesetas crees que valdría ese kilo? Con las proporciones también puedes solucionar un problema como éste, haciendo sólo una multiplicación. ¿Cómo lo harías?

ACTIVIDAD 10

He comprado 3 kilos de butifarra y más o menos cada persona come 0,25. ¿Para cuántas personas me va a llegar? Si vienen siete amigos a comer a casa, ¿tendrás bastante butifarra? ¿Tendrás que volver a salir a comprar más? ¿Por qué?

Imagínate que estás sola en casa y no te apetece volver a bajar al super. ¿Cuánta butifarra le toca a cada invitado, teniendo en cuenta que tú también vas a comer, claro?

Cuadro 10.5. Enunciados de las preguntas realizadas durante la sesión práctica. (II). Fuente: Elaboración propia a partir de <http://www.neskes.net/mates>.

10.9. Justificación de las actividades propuestas

Antes de nada creemos conveniente acotar el concepto de “problema matemático”, porque es un concepto que aparece varias veces en esta investigación. Este concepto se sitúa en la corriente de la “resolución de problemas”. Un autor destacable de esa corriente de planteamiento es Pólya.¹⁶³ Según García Cruz (2002), Pólya no definió lo que entendía por “problema” hasta 1961, fecha en la que publica su libro *Mathematical Discovery*. A lo largo de ese libro, Pólya (1961) se vio obligado a concretar el sentido que él daba a “problema”:

“Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata.” (Pólya en García Cruz, 2002).

Ahora bien, en el ámbito de la didáctica de las matemáticas existe cierta polémica sobre lo que se puede considerar un “problema” y lo que no. García Cruz (2002) nos remite a la obra de Borasi (1986), que fue una de las primeras personas en intentar clarificar la noción de “problema”. Para ello Borasi (1986) explora el concepto desde cuatro puntos de vista diferentes:

- el contexto del problema
- la formulación del problema
- el conjunto de soluciones que pueden considerarse como aceptables para el problema
- el método de aproximación para alcanzar la solución del problema

¹⁶³ Pólya se interesó en encontrar alguna estrategia didáctica para que los niños y las niñas aprendiesen matemáticas. Lo que se le ocurrió fue proponer el método de la “resolución de problemas” (Pólya, 1979). Pólya creía que la resolución de largas series de problemas, de manera rutinaria, lo que provocaba era el desinterés y la desmotivación entre los niños y las niñas. Por eso, propone usar planteamientos sugerentes, que despierten el interés por encontrar (o descubrir mejor) la solución. En *How to solve it* (1945) Pólya da una “receta”, por pasos, de cómo enfrentarse a un problema matemático para encontrar la solución. La importancia de Pólya es que el manual práctico para educadores que nos ofrece ha sido uno de los más utilizados y citados posteriormente, aunque hoy ha quedado bastante superado por otros autores (Treffers, 1987; Schoenfeld, 1985).

A partir de aquí García Cruz (2002) distingue entre ejercicios, problemas con texto, puzzles, pruebas de una conjetura, problemas de la vida real, situaciones problemáticas y situaciones, tal como queda reflejado en el cuadro siguiente.

Tipo	Contexto	Formulación	Soluciones	Método
<i>Ejercicio</i>	Inexistente	Única y explícita	Única y exacta	Combinación de algoritmos conocidos
<i>Problema con texto</i>	Explícito en el texto	Única y explícita	Única y exacta	Combinación de algoritmos conocidos
<i>Puzzle</i>	Explícito en el texto	Única y explícita	Única y exacta	Elaboración de un nuevo algoritmo Acto de ingenio.
<i>Prueba de una conjetura</i>	En el texto y sólo de forma parcial	Única y explícita	Por lo general única, pero no necesariamente	Exploración del contexto, reformulación, elaboración de nuevos algoritmos.
<i>Problemas de la vida real</i>	Sólo de forma parcial en el texto	Parcialmente dada. Algunas alternativas posibles.	Muchas posibles, de forma aproximada.	Exploración del contexto, reformulación, creación de un modelo
<i>Situación problemática</i>	Sólo parcial en el texto	Implícita, se sugieren varias, problemática	Varias. Puede darse una explícita	Exploración del contexto, reformulación, plantear el problema.
<i>Situación</i>	Sólo parcial en el texto	Inexistente, ni siquiera implícita	Creación del problema	Formulación del problema.

Cuadro 10.6. Tipos de “problemas”. Fuente: García Cruz, 2002.

Esta definición de los diversos tipos de “problemas” matemáticos abre la posibilidad de concretar las actividades sobre proporciones propuestas para resolver en el aula.

En primer lugar empezamos concretando las actividades tomadas del libro de matemáticas de la escuela.

		ENUNCIADO	TIPO DE PROBLEMA	CONTENIDOS MATEMÁTICOS								
ACTIVIDAD 1	Planteamiento	En este puesto del mercado han elaborado una tabla para tener calculados los costes de varias pesadas y así no tener que calcular el importe cada vez que hacen una venta.	--	--								
	Pregunta	Completa la siguiente tabla: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Masa (kg)</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>Importe en €</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>...</td> </tr> </table>	Masa (kg)	1	2	...	Importe en €	3	6	...	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes Sistema de representación aritmético - tabular
Masa (kg)	1	2	...									
Importe en €	3	6	...									
ACTIVIDAD 2	Planteamiento	Durante la hora que hemos estado en el puesto se han vendido 10 kilos de champiñones. Si se mantiene constante el ritmo de venta,	--	--								
	Pregunta	¿qué valores va tomando la magnitud "kilos de champiñones" en la siguiente tabla? <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Tiempo...</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>Kilos...</td> <td>10</td> <td>...</td> <td>...</td> </tr> </table>	Tiempo...	1	2	...	Kilos...	10	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes Sistema de representación aritmético - tabular
	Tiempo...	1	2	...								
Kilos...	10									
Pregunta	¿Cuál es el valor numérico y el significado de la constante (k) en este caso?	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes Concepto matemático de constante k									
ACTIVIDAD 3	Planteamiento	Una vez cerrado el mercado, las personas del puesto tienen que limpiar y ordenar. Suponiendo que el rendimiento por hora de trabajo de todas las personas es el mismo, el tiempo que tarden en arreglarlo dependerá del número de personas que colaboren en ello.	--	--								
	Pregunta	Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que el doble de personas no tarda el doble, sino la mitad de tiempo <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Nº de personas...</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Minutos...</td> <td>60</td> <td>...</td> </tr> </table>	Nº de personas...	1	2	Minutos...	60	...	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes Sistema de representación aritmético - tabular		
	Nº de personas...	1	2									
Minutos...	60	...										
Información	En este caso la constante de proporcionalidad es el tiempo total de trabajo ($k = 60$ minutos). Dividiendo k por los distintos valores de la primera magnitud (número) vamos obteniendo los valores correspondientes de la segunda (minutos).	--	--									
ACTIVIDAD 4	Planteamiento	Teniendo en cuenta que el kilo de lenguaje está a 30 euros...	--	--								
	Pregunta	... completa la siguiente tabla. <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Masa - Kg</td> <td>Importe - €</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>...</td> </tr> </table>	Masa - Kg	Importe - €	1	30	2	...	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes Sistema de representación aritmético - tabular		
Masa - Kg	Importe - €											
1	30											
2	...											
ACTIVIDAD 5	Planteamiento	Al llegar el momento de cerrar, quedan aún unas cuantas personas sin despachar. Teniendo en cuenta que hacerlo llevaría a un sólo dependiente 24 minutos...	--	--								
	Pregunta	... completa la siguiente tabla. <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Nº dependientes</td> <td>Minutos tardan</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> </tr> </table>	Nº dependientes	Minutos tardan	1	24	2	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes Sistema de representación aritmético - tabular
Nº dependientes	Minutos tardan											
1	24											
2	...											
...	...											

Cuadro 10.7. Análisis de las actividades propuestas. Fuente: Elaboración propia.

Ahora pasamos a las actividades que aparecen en la página web.

		ENUNCIADO	TIPO DE PROBLEMA	CONTENIDOS MATEMÁTICOS
ACTIVIDAD 6	Planteamiento	Si nos acercamos o nos alejamos a las cosas que nos rodean, se hacen más grandes o más pequeñas a nuestra vista.	--	--
	Pregunta	Haz una prueba: júntate con alguien e intentad medir la altura de la puerta de la clase entre los dos.	Problema de la vida real	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes
	Pregunta	¿Qué es más grande, tu compañero o la puerta?	Problema con texto	Relación numérica y geométrica de proporcionalidad directa entre magnitudes
	Pregunta	¿Crees que si comienzas a caminar hacia delante o hacia atrás llegará un momento en el que tu compañero o compañera será "igual" de alto/a que la puerta?	Situación problemática	Relación geométrica de proporcionalidad inversa entre magnitudes (perspectiva)
	Pregunta	¿A qué distancia de la puerta se ha puesto para conseguirlo?	Problema con texto	Relación de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Planteamiento	Pregúntales a tu compañero o compañera cuánto miden	--	--
	Pregunta	¿cuánto crees que mide la puerta?	Situación problemática	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes
ACTIVIDAD 7	Pregunta	Ahora coge dos folios. Uno dóblalo justo por la mitad. Tiene la misma forma que el otro, que está sin doblar?	Situación problemática	Semejanza de figuras
	Pregunta	¿Cómo lo sabes?	Situación	Semejanza de figuras
ACTIVIDAD 8	Planteamiento	El tema de las proporciones a menudo lo utilizamos en los lugares más insospechados. Imagínate que estás en el mercado y que quieres comprar butifarra.	--	--
	Pregunta	¿Qué le pasa al precio cuando doblas la cantidad de butifarra que pides?	Situación problemática	Relaciones numéricas de proporcionalidad directa entre magnitudes
	Pregunta	¿El precio es el doble?	Problema de la vida real	Relaciones numéricas de proporcionalidad directa entre magnitudes
	Aclaración	Acabas de descubrir que la relación entre precio/cantidad de butifarra es proporcional (cuanta más butifarra compres, más dinero tendrás que pagar).	--	--
	Pregunta	¿Cuánto vale un kilo de butifarra en tu barrio?	--	--
	Pregunta	¿Y 5 kilos?	Ejercicio	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes / linealidad de la proporcionalidad directa
	Pregunta	¿Crees que es verdad que a más cantidad de productos que compremos, más barato nos sale?	Situación problemática	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Pregunta	¿Cómo lo sabes?	Situación	Relación de proporcionalidad inversa entre magnitudes
ACTIVIDAD 9	Planteamiento	Ahora piensa en el cambio de moneda: si te dicen que la butifarra va a 2 euros con 5 céntimos el kilo	--	--
	Pregunta	¿cuántas pesetas crees que valdría ese kilo?	Problema con texto	Relación numérica de proporcionalidad directa entre magnitudes / linealidad de la proporcionalidad directa
	Aclaración	Con las proporciones también puedes solucionar un problema como éste, haciendo sólo una multiplicación	--	--
	Pregunta	¿cómo lo harías?	Situación problemática	Razón de una magnitud: tasa entre magnitudes
ACTIVIDAD 10	Planteamiento	He comprado 3 kilos de butifarra y más o menos cada persona come 0,25 Kg.	--	--
	Pregunta	¿Para cuántas personas me va a llegar?	Problema de texto	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Planteamiento	Si vienen siete amigos a comer a casa,	--	--
	Pregunta	¿tendrás bastante butifarra?	Situación problemática	Relación numérica de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Pregunta	¿Tendrás que volver a salir a comprar más?	Situación problemática	Relación de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Pregunta	¿Por qué?	Situación	Relación de proporcionalidad inversa entre magnitudes
	Planteamiento	Imagínate que estás sola en casa y que no te apetece volver a bajar al super	--	--
Pregunta	¿Cuánta butifarra le toca a cada invitado, teniendo en cuenta que tú también vas a comer, claro?	Problema de la vida real	Reparto directamente proporcional	

Cuadro 10.8. Análisis de las actividades propuestas. Fuente: Elaboración propia.

A lo largo de estas diez actividades las personas adultas se encontraron ante diversas situaciones problemáticas, que se presentan en estilos completamente diferentes. De esa manera, tanto podemos encontrarnos actividades basadas en una situación problemática, que pueden tener varias soluciones válidas, como otras actividades en las que se propone un problema con texto, de solución única. Esta diversidad en los tipos de problemas que se plantean en cada actividad es una manera de investigar qué tipo de enunciados producen mayor diálogo en el aula.

Nosotros hemos utilizado la resolución de problemas como una forma de provocación y producción (Giménez, 1997) de situaciones de aprendizaje dialógicas en el aula. Las diferentes actividades han sido referentes concretos, cuya intención explícita ha sido la de inducir a las personas adultas a buscar formas y maneras para resolverlas, en un ambiente de diálogo igualitario, conseguido gracias al trabajo en grupos interactivos y en gran grupo (las actividades del libro se resolvieron entre todas las personas participantes, sentadas alrededor de una mesa puesta en el centro del aula).

Por otro lado, el uso de una sesión de grabación de una clase, mientras las personas adultas resolvían una serie de actividades, también supone una forma de tener evidencias de las trayectorias cognitivas que utilizan los adultos cuando construyen argumentos, para tratar de encontrar la solución a un problema determinado. La delimitación de esas “trayectorias cognitivas” es un indicador para ver cómo afecta en el aprendizaje la aplicación del modelo dialógico. De esta manera, la información recogida mediante la grabación nos servirá para contrastar la primera de nuestras hipótesis: las personas utilizamos estilos de aprendizaje basados en el diálogo igualitario para poder desarrollar las habilidades matemáticas básicas.

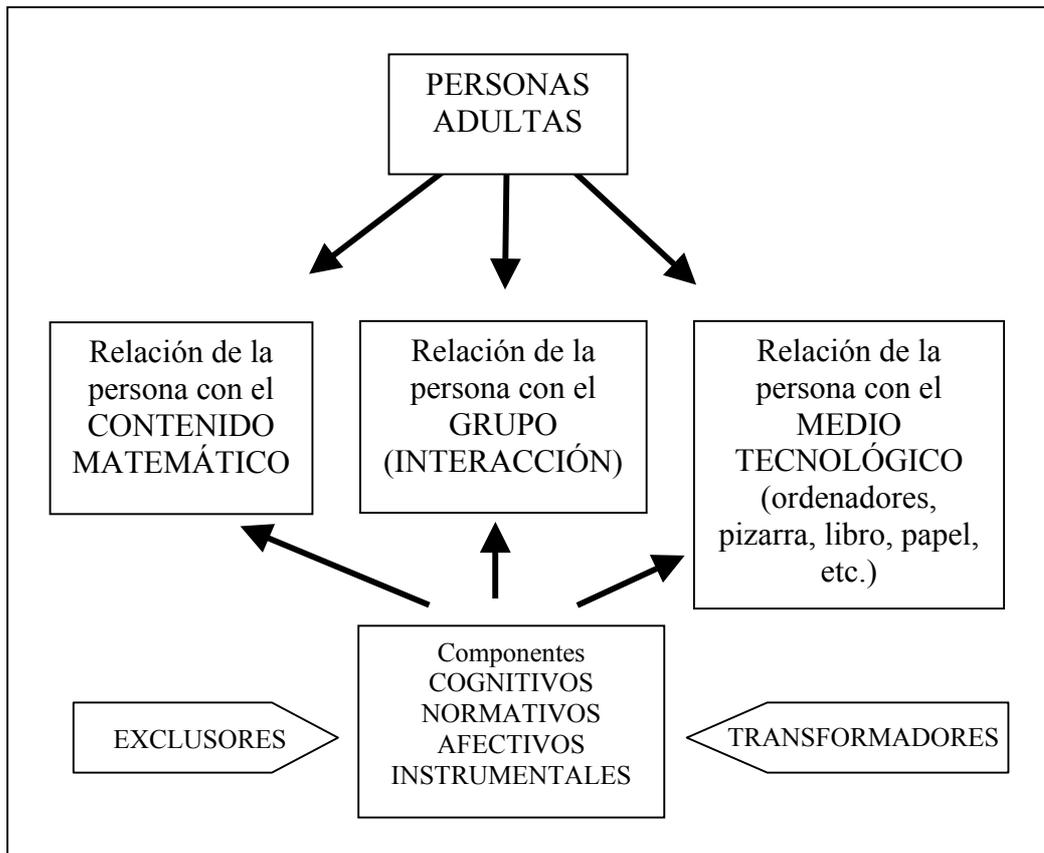
11. LAS TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

En este capítulo entramos en la presentación de las técnicas que hemos utilizado para analizar la información que hemos ido recabando durante el trabajo de campo. Se comentan las dimensiones del objeto de estudio que hemos tenido en cuenta como guías para orientar el análisis y ordenar la información. Después se presenta el modelo de análisis del discurso que hemos elaborado en base a otros marcos teóricos de análisis y a la metodología desarrollada por CREA, el Centro Especial de Investigación en Teorías y Prácticas Superadoras de Desigualdades de la Universidad de Barcelona. Finalmente, se definen las diferentes categorías de análisis del discurso y se presenta la técnica de las trayectorias cognitivas de aprendizaje, herramienta útil para entender cómo se produce el aprendizaje desde el punto de vista cognitivo.

El volumen de la información que hemos ido recabando a lo largo del trabajo de campo nos obliga a tratar de encontrar algún tipo de criterio para ordenar los datos recogidos.

En esta investigación lo que proponemos es un análisis en profundidad de los diálogos que se han recogido mediante grabaciones. Una primera aproximación (que nos permitirá profundizar más tarde en las cuatro variables que señalamos en el modelo teórico que proponemos) nos lleva a distinguir tres dimensiones en la interacción: el contenido matemático propiamente dicho, el grupo-clase y el

medio (llamémosle) tecnológico. El esquema adjunto trata de mostrar de manera visual estas tres dimensiones a las que nos referimos.



Esquema 11.1. Dimensiones de la interacción. Fuente: Elaboración propia.

A lo largo de las entrevistas y de las prácticas dentro del aula fueron apareciendo múltiples aspectos de la interacción, como el diálogo entre dos o más personas sobre problemas matemáticos concretos, el trabajo con las herramientas telemáticas, la combinación de ese trabajo en el aula de ordenadores con las actividades que figuraban en los libros de texto, los propios problemas que iban apareciendo a medida que las personas participantes utilizaban los materiales didácticos propuestos, entre otros muchos elementos más.

Para analizar la información recogida con las entrevistas en profundidad, la tertulia y la resolución de los problemas propuestos, se han tenido en cuenta tanto los elementos del discurso, como el carácter (tono) del mismo. Así, se han analizado las transcripciones tanto de la tertulia comunicativa, como de las

entrevistas en profundidad y de la grabación en vídeo de la resolución de los problemas propuestos en una sesión de clase.

Dentro de cada una de las tres dimensiones de la interacción que hemos señalado arriba, hemos analizado los cuatro tipos de componentes que aparecen a lo largo de los diálogos (cognitivos, normativos, afectivos e instrumentales), teniendo en cuenta si los argumentos que utilizan las personas adultas son exclusores o transformadores y para ello hacemos un análisis del discurso.

11.1. Los elementos del discurso

El análisis de la información recogida con las entrevistas, la tertulia comunicativa y la resolución de problemas se han realizado utilizando un cuadro de análisis en el que se cruzan variables horizontales con variables verticales. En el cuadro que se adjunta se muestran las diferentes variables que se han considerado: cognitivas, afectivas, instrumentales y normativas.¹⁶⁴

Puntos de vista Componentes	Objetivo <i>(verdad)</i>	Social <i>(rectitud)</i>	Subjetivo <i>(validez)</i>
1. Cognitivos		Relación cognitiva	Interiorización de los contenidos matemáticos
2. Afectivos	Actitudes ante el problema matemático	(Auto)escenificación	Relación de sensibilidad espontánea con uno mismo
3. Instrumentales	Conjunto de procedimientos, herramientas, algoritmos, etc.	Relación instrumental	Uso de los contenidos matemáticos
4. Normativos	Reglas heurísticas para resolver los problemas matemáticos	Relación de obligación, de norma	Relación de censura con uno mismo

Cuadro 11.1. Elementos para el análisis del discurso. Elaboración propia a partir de Habermas, 1987.

¹⁶⁴ La propuesta que hacemos aquí no es la única que existe para tratar de construir un modelo comprensivo para la investigación del aprendizaje de las matemáticas. Bishop (1999) dice que “lo que hace falta es un esquema que relacione la enseñanza de las matemáticas con su entorno societal” (Bishop, 1999: 34), y cita el modelo de White (1959), que distingue entre cuatro dimensiones: ideológica, sociológica, sentimental y tecnológica. Nosotros proponemos una categorización algo diferente, partiendo de las matemáticas como disciplina de conocimiento.

Este cuadro tiene su origen en la lectura que hace Habermas (1987) del modelo de análisis que propone Parsons (1971) en *The System of Modern Societies*. Parsons es uno de los sociólogos que ha ofrecido uno de los modelos de análisis social más potentes conocidos hasta la actualidad. Habermas, que es el autor de otro de esos modelos (y el autor de ciencias sociales más citado después de Weber en las bases de datos científicas), hace un recorrido de las aportaciones de la sociología clásica y contemporánea al análisis de la acción social. Cuando se para en Parsons, retoma el modelo del A.G.I.L. elaborado por éste,¹⁶⁵ y hace especial hincapié en la importancia que para el sociólogo norteamericano tuvieron las funciones y las orientaciones de la acción.¹⁶⁶ De hecho Parsons (1971) desarrolló el modelo del A.G.I.L. como un modelo cibernético que integraba los cuatro subsistemas de acción de la sociedad: economía, política, cultura y comunidad societal. Cada uno de ellos se diferencia del otro por la función social que desempeña. Y es cuando Parsons habla de las funciones que aparecen elementos como los valores, las normas, los fines y los medios o recursos (que Habermas denomina “componentes de las orientaciones de acción”).

Tomando como punto de partida este análisis que hace Habermas de la obra parsoniana, así como el desarrollo teórico y metodológico llevado a cabo por CREA en sus proyectos, pensamos encontrar algún criterio de análisis basado en el estudio de componentes implícitos en el aprendizaje de las matemáticas, que nos permitiese contrastar las hipótesis que hemos marcado en esta investigación. Tras el estudio de decenas de investigaciones en este ámbito, hemos visto que la mayor parte se centran en qué significa la alfabetización matemática, cuáles son los contenidos básicos, cómo se secuencian a lo largo del aprendizaje de las personas, cuál es el currículum mínimo que tenemos que aprender durante la enseñanza obligatoria y qué valores y qué competencias tenemos que desarrollar (o mejor dicho, las matemáticas tienen que desarrollar en nosotros). Así, temas

¹⁶⁵ AGIL es un modelo de análisis del sistema social, que integra cuatro subsistemas: economía, política, sistema mantenedor de estructuras (valores) y subsistema integrador (normas). Cada uno de estos cuatro (sub)sistemas tiene una función en la sociedad, que corresponde con la adaptación (A), la consecución de fines (G), la integración (I) y el mantenimiento de patrones y tratamiento de las tensiones (L), respectivamente.

¹⁶⁶ En la página 346 del segundo volumen de la edición de 1998 de *La teoría de la acción comunicativa* aparece un cuadro en el que Habermas distingue los componentes de las orientaciones de acción, los subsistemas y las funciones, que aparecen en la teoría de Parsons.

como matemáticas a lo largo de la vida, habilidades matemáticas, alfabetización numérica y alfabetización matemática, análisis de los componentes cognitivos del aprendizaje, supuestos psicológicos para la resolución de problemas, el papel del profesorado, el desarrollo curricular, los diversos contenidos de las matemáticas, influencias del contexto social, cultural, económico y político, incidencia de las tecnologías de la información y de la comunicación en el aprendizaje y en el desarrollo de nuevos recursos didácticos, impacto de la globalización en la enseñanza de las matemáticas, democratización del aprendizaje y acceso a las ideas-fuerza de las matemáticas (*powerful mathematical ideas*), desarrollo de nuevas técnicas de investigación, papel de las emociones en el aprendizaje de las matemáticas y tantos otros, son sólo una breve muestra de temas que aparecen en las investigaciones que hemos revisado sobre didáctica de las matemáticas.

Tal variedad de temáticas nos llevó a pensar en cómo elaborar un marco teórico comprensivo que fuese común y sirviese para aprehender todas las situaciones que se producen en torno al aprendizaje de las matemáticas (o la mayor parte de ellas). El aspecto que queremos mostrar son las trayectorias cognitivas¹⁶⁷, que construyen las personas adultas en el aprendizaje de algunos conceptos matemáticos básicos, ligados al tema de las proporciones, en un entorno de aprendizaje basado en el diálogo igualitario. Además, queremos ver el papel que tienen en el aprendizaje de esos conceptos los diferentes aspectos que giran en torno a las matemáticas académicas y las matemáticas de la vida real. Por eso lo que nos interesaba en primer lugar eran las variables cognitivas. Sin embargo, reducir todo el análisis a una perspectiva cognitiva dejaba de lado elementos clave como son el contexto, por ejemplo, o el estado de ánimo y las creencias previas de las personas participantes. Por esto, a parte de las variables cognitivas, también hemos considerado interesante introducir la dimensión de las emociones mediante las variables afectivas.

¹⁶⁷ Nosotros proponemos como herramienta de análisis el uso de las “trayectorias cognitivas de aprendizaje”. Son esquemas conceptuales en los que se cruzan dos variables: por un lado, el transcurso del tiempo, que se marca en el eje de ordenadas; por otro, la trayectoria entre el polo concreto y el polo abstracto, que se marca en el eje de abscisas. Este tipo de gráficos nos da una idea visual (en el tiempo) de cómo se desarrolla el discurso, desde lo concreto a lo abstracto, o al revés. Por tanto, la forma y la dirección de la línea final que sigue el razonamiento tiene un significado conceptual.

De todas maneras, con esto estábamos tratando dos aspectos fundamentales desde el punto de vista de la agencia (es decir, de aquello relacionado con las personas), pero no teníamos en cuenta ni la propia disciplina (las matemáticas), ni los sistemas de normas que giran en torno a ella. Por ese motivo introdujimos dos tipos de variables más en nuestro “cajón de herramientas conceptuales”: las variables instrumentales y las normativas.

Estos cuatro tipos de variables integran un marco de análisis lo suficientemente comprensivo como para ser aplicado a la mayor parte de los temas antes citados, en el repaso de las investigaciones sobre didáctica de las matemáticas.

Así pues, las variables cognitivas las hemos definido como el tipo de variables que se refieren a cómo se produce el aprendizaje, a fin de poder contrastar la tercera de las hipótesis de trabajo de esta tesis.¹⁶⁸

Variable cognitiva: se refiere a los procesos mentales que utiliza la persona participante para resolver las actividades matemáticas planteadas.¹⁶⁹

Variable cognitiva objetiva: no existe. Por definición, las variables cognitivas son subjetivas.

Variable cognitiva social: son las estrategias cognitivas que se ponen en marcha debido a la colaboración entre dos o más personas para resolver una actividad matemática. (Vigotsky lo ha estudiado mucho)

Variable cognitiva subjetiva: son los procedimientos mentales que utiliza la persona para resolver una actividad matemática.

¹⁶⁸ *Las personas utilizan estilos de aprendizaje basados en el diálogo igualitario para aprender el concepto matemático de proporciones. Esta brecha se manifiesta de diferentes formas.*

¹⁶⁹ Las variables cognitivas han tenido una gran relevancia en la investigación. De hecho, desde el punto de vista de la psicología, uno de los debates abiertos más sugerentes es el que ha mantenido la tradición cognitivista frente a la tradición atomista. Frente a las ideas de Skinner, Thorndike, Hull, etc., Tolman, Piaget y otros autores piensan que el aprendizaje está relacionado con la comprensión, no con una sencilla asociación entre estímulos y respuestas. Las personas atribuimos significado al mundo que nos rodea, por eso cuando actuamos de manera reflexiva, dentro de nuestra mente se está produciendo algo más que una asociación. La descripción (y explicación) de esos procesos es lo que ha traído de cabeza a las disciplinas cognitivas durante todo el siglo XX. Si asumimos todo este trabajo precedente y partimos de que en el fondo de toda actuación humana subyace este principio de atribución de un significado, tenemos que buscar alguna manera de llegar a él. La manera que se ha utilizado (hasta el momento) es el análisis del discurso. La información de que disponemos deja patente que el lenguaje es una de las vías para llegar al universo de la comprensión. Esto aparece en la obra de autores tan diversos como Saussure (1974), que distingue entre “significado” y “significante”, Piaget (1968) que propone la teoría de la equilibración, Vigotsky (1979a) con la relación que establece entre lenguaje y pensamiento, etc. El reto ante el que nos encontramos aquí es encontrar alguna forma para llegar a los procesos mentales que utilizan las personas adultas para resolver las actividades matemáticas propuestas.

Por otro lado, otro de los tipos de variables que se han considerado son las afectivas, que resultan cruciales para explicar un buen aprendizaje o un mal aprendizaje de las matemáticas. Este tipo de variables nos ayudará a contrastar la segunda de las hipótesis del trabajo de campo.¹⁷⁰

Variable afectiva: se refiere al conjunto de emociones, sensaciones, creencias e imágenes de sí misma, que tienen todas las personas.¹⁷¹

Variable afectiva objetiva: es el conjunto de actitudes que tiene la persona frente a la actividad matemática.

Variable afectiva social: es la escenificación que hace la persona que resuelve el problema de sí misma ante el resto de los compañeros/as.

Variable afectiva subjetiva: es la relación de sensibilidad espontánea con uno mismo.

Las variables instrumentales nos sirven para reflejar todo lo que se refiere a los conceptos y conocimientos matemáticos utilizados. En otras palabras, este tipo de variables recogen los contenidos matemáticos que se están aprendiendo en el aula (en nuestro caso, las proporciones matemáticas y todas aquellas relaciones numéricas, aritméticas y geométricas que giran en torno a este tema).¹⁷²

¹⁷⁰ La distancia entre las “matemáticas de la vida real” y las “matemáticas académicas” genera actitudes negativas que dificultan el aprendizaje de las matemáticas.

¹⁷¹ El tema de las emociones cuenta también con una importante trayectoria de investigación. Es tan importante que incluso hubo un grupo de discusión especialmente dedicado a este tema en la edición 25ª del PME, coordinado por English y Goldin. Ver van der Heuvel-Panhuizen, 2001, editado por el Instituto Freudenthal. Existen varias investigaciones sobre las emociones en el aprendizaje de las matemáticas (McLeod, 1992; Goldin, 2000; DeBellis & Goldin, 1997), en las que se trabajan temas como la relación que existe entre el “feeling” y la imaginación matemática, el papel de las emociones en la codificación de la información y su influencia en los aprendizajes, el impacto de la dimensión afectiva en la resolución de problemas, entre otros temas. Es interesante la aportación de Gómez Chacón (2000). Su libro es una contribución al estudio de las emociones y su incidencia en el aprendizaje de las matemáticas.

¹⁷² Todas las investigaciones en didáctica de las matemáticas tienen contenido instrumental. La didáctica de las matemáticas es una disciplina joven que aparece a principios del siglo XX (algunos sitúan su nacimiento en un artículo escrito por Smith en 1905, en la revista *L'Enseignement mathématique*, en la que escribe sobre la necesidad de la creación de una comisión internacional sobre educación matemática). Sin embargo, es después de la segunda guerra mundial que toma especial relevancia, cuando se critica al ejército americano de la baja preparación matemática de la mayoría de los soldados. Esto, junto con el lanzamiento del *Spuntnik* soviético, lleva a hacer un replanteamiento de la enseñanza de las matemáticas. Comienza a haber estudios sobre el tema. Se recogen las aportaciones de los grandes matemáticos de comienzos de siglo (sobre todo de la matemática analítica de Hilbert, Russell y Whitehead) y se crea el movimiento de la *matemática moderna*. Un grupo de estudiantes de matemáticas (que acabarían siendo profesores en diversas universidades del mundo) se inventan un personaje llamado Bourbaki y le atribuyen la creación de un manual de ejercicios destinado a la enseñanza de las matemáticas. Tal manual no era más que un recopilatorio de actividades que se iba engrosando con las contribuciones de todos los miembros del equipo (entre los que figuran Diedonné, Choquet,

Variable instrumental: se refiere al conjunto de conceptos y conocimientos de las matemáticas.

Variable instrumental objetiva: es el conjunto de conceptos, procedimientos, herramientas, etc., que constituyen el conjunto de los conocimientos matemáticos.

Variable instrumental social: es la construcción social de uno o varios elementos pertenecientes al conjunto de conocimientos matemáticos.

Variable instrumental subjetiva: es la percepción que tiene cada persona de uno o varios elementos pertenecientes al conjunto de conocimientos matemáticos.

Finalmente, la variable normativa¹⁷³ es la que nos permite establecer la diferencia que existe entre el uso de procedimientos y normas académicas para resolver los problemas matemáticos y el uso de normas y procedimientos más personales (fruto del sentido común o de la experiencia previa). Esta variable nos permitirá contrastar la primera de las hipótesis de trabajo de esta tesis doctoral.¹⁷⁴

Variable normativa: se refiere al conjunto de normas o reglas establecidas para la resolución de una actividad matemática.

Variable normativa objetiva: es el conjunto de normas o reglas estándares para resolver una actividad matemática. En otras palabras, es el método académico de resolución de actividades matemáticas.

Variable normativa social: es el conjunto de normas o reglas que establece el grupo.

Variable normativa subjetiva: son las normas o reglas que se impone uno mismo a sus actuaciones para resolver las actividades matemáticas.

Gattegno, entre otros), pero que pronto tuvo decenas de tomos. Después de unos años aparece un movimiento de renovación muy crítico que con diversos estudios muestra cómo las matemáticas modernas, en realidad, presuponen una formación matemática previa de los niños/as que, al ser mentira, acaba por producir fracaso y desencanto de las matemáticas. Son los años de la corriente del retorno a lo básico, la recuperación de Euclides y la aparición de la corriente de la resolución de problemas. Igualmente, Dienes (1970) pone las bases del estructuralismo matemático y aparecen otras investigaciones sobre lo que nosotros hemos llamado “las matemáticas de la vida real”.

¹⁷³ Una de las corrientes de investigación más relevantes a nivel normativo es el estructuralismo francés. Chevallard y Joshua (1982) proponen un modelo de análisis sistémico en el que distinguen al profesor, al alumno y al saber enseñado y conceptualizan un sistema de normas que regula las relaciones que se establecen entre todos los elementos. La *nooesfera* es uno de sus conceptos más conocidos y es el espacio donde se concentran todas las transacciones y conflictos que se producen durante la clase. La *noosfera*, dicen, es la capa exterior que contiene a todas las personas que piensan sobre contenidos y métodos de enseñanza. Brousseau (1986) va un poco más allá, en la misma línea, y propone el concepto de contrato didáctico, dentro de su teoría de las situaciones didácticas, que nos lleva directamente al terreno normativo. En esta línea están también los trabajos del grupo de Godino (2002), en España.

¹⁷⁴ Existe una brecha entre las matemáticas de la vida real y las matemáticas académicas. Esta brecha se manifiesta de diferentes formas.

En el análisis de la grabación del vídeo digital nos hemos centrado más en el aspecto cognitivo. Como ya hemos comentado anteriormente, el interés de analizar la grabación de una sesión de clase, mientras las personas adultas resolvían las diferentes actividades planteadas, reside en que nos proporciona información sobre cómo se producen los aprendizajes en un entorno dialógico. Por este motivo la variable más importante en esta fase del análisis es la variable cognitiva, porque nos remite al desarrollo que hacen las personas adultas de los procesos mentales, mientras argumentan sobre la resolución de los problemas propuestos.

Actualmente uno de los modelos de análisis cognitivo más innovadores en la didáctica de las matemáticas es el que proponen Dreyfus, Hershkowitz y Schwarz (1998, 2002). Estos autores centran su análisis en una de las características fundamentales de las matemáticas: la abstracción.¹⁷⁵

La abstracción (como proceso) también consiste en una actividad de reconocimiento de los conocimientos matemáticos que se han convertido en nuevas estructuras cognitivas.¹⁷⁶ La idea principal que esgrimen estos tres autores es que primero tenemos ideas concretas sobre los conceptos matemáticos y es sólo mediante la acción como llegamos a construir una idea abstracta de dichos conceptos. Por tanto, analizan fundamentalmente el aprendizaje como proceso “vertical” en el que se pasa de lo concreto y particular a lo abstracto, mediante la acción que ocurre siempre en un contexto social (idea que recogen directamente de la teoría de la actividad de Leontief, 1981). Ahora bien, también es preciso resaltar que su idea de “verticalidad” no es, en modo alguno, una concepción

¹⁷⁵ Para ver por qué consideramos tan importante la abstracción, baste poner una cita de Skemp (1980): “*Gran parte de nuestro conocimiento cotidiano se aprende directamente a partir de nuestro entorno y los conceptos que se emplean no son muy abstractos. El problema particular (pero también el poder) de las matemáticas estriba en su gran abstracción y generalidad.*” (Skemp, 1980: 35). Es precisamente por causa de esa característica inherente a las matemáticas que es la abstracción, por lo que privilegamos dicho aspecto en el análisis del discurso que planteamos, basado en Dreyfus, Hershkowitz y Schwarz (2001). Ver también Alcalá, 2002; Dienes, 1970; Hempel, 1969; Wilder, 1969; von Mises, 1969.

¹⁷⁶ “(...) we define abstraction as an activity of vertically reorganising previously constructed mathematical knowledge into a new structure.” (Dreyfus, Hershkowitz y Schwarz, 2001).

lineal del aprendizaje. Para estos autores es posible pasar de lo concreto a lo abstracto y volver otra vez a lo concreto de nuevo.¹⁷⁷

El interés de las investigaciones de Dreyfus, Hershkowitz y Schwarz (1998, 2002) reside en el análisis que proponen de los procesos cognitivos, por lo que respecta a la construcción del conocimiento. Hablan de tres elementos: la construcción, el reconocimiento y la “edificación con” (*building with*). Con estas tres categorías tratan de interpretar el diálogo que se produce en el aula cuando los estudiantes y las estudiantes están aprendiendo la lección.

Pero a nosotros lo que nos resulta interesante es la idea que proponen estos tres autores sobre el paso de lo concreto a lo abstracto. En nuestro caso hemos retomado categorías que proceden de los trabajos de la psicología soviética, en especial de Vigotsky (1979a, 1979b), Luria (1979) y Leontief (1981). El primero nos ha legado dos importantes trabajos en *Los procesos psicológicos superiores* y *Pensamiento y lenguaje*, donde muestra la relación que existe entre el lenguaje y el aprendizaje.¹⁷⁸ Según Vigotsky (1979b) las personas utilizamos el lenguaje como vehículo de aprendizaje y es mediante la interacción social como logramos afrontar las dificultades y aprendemos a superarlas. En esa misma línea Luria (1979) afirma que la adquisición del lenguaje otorga a la persona una nueva dimensión de pensamiento: la comprensión. La “palabra” es lo que nos permite a las personas construir y expresar ideas abstractas, en tanto que las palabras son símbolos separados de los objetos a los que se refieren. Considerando que el aprendizaje se produce cuando una persona es capaz de pasar del ámbito concreto de la *inteligencia práctica* a la abstracción propia del pensamiento, resulta que el lenguaje ocupa un lugar central en ese proceso, tal y como dice Luria (1979).¹⁷⁹ Por tanto, para nosotros *lenguaje* tiene dos utilidades claramente diferenciadas:

¹⁷⁷ De todas maneras, también es cierto que no he leído que estos tres autores consideren que es posible aprender “en paralelo” diversos conceptos a la vez, de manera que en una misma persona se están dando varias líneas “verticales” de aprendizaje, que van y vienen de lo concreto a lo abstracto. Esta idea la encontramos bien desarrollada por la escuela de la Gestalt, por ejemplo.

¹⁷⁸ “El momento más significativo en el curso del desarrollo intelectual, que da a luz las formas más puramente humanas de la inteligencia práctica y abstracta, es cuando el lenguaje y la actividad práctica, dos líneas de desarrollo antes completamente independientes, convergen.” (Vigotsky, 1979b: 47-48).

¹⁷⁹ “Es decir, que al abstraer el rasgo característico y al generalizar el objeto, la palabra se convierte en *instrumento del pensamiento y medio de la comunicación*.” (Luria, 1979: 41).

por un lado es *vehículo de comunicación*, pero por el otro, también es *constructor de realidad*. Y lo que nos interesa, desde el punto de vista didáctico, es cómo se construye el conocimiento.

A partir de aquí hemos tratado de encontrar unas categorías de análisis del discurso que nos permitan poder analizar el diálogo que se produce dentro del aula, desde el punto de vista de las variables cognitivas y que además nos den una idea lo más exacta posible del paso de lo concreto a lo abstracto. En ese sentido proponemos las siguientes categorías, de acuerdo con el análisis del discurso de Luria (1979) y las categorías de análisis de Dreyfus, Hershkowitz y Schwarz (1998, 2002):

- RG: reconocimiento generalizado
- CP: caso particular
- DP: diversos casos particulares
- IC: interpretación comprensiva

Estas cuatro categorías (designadas con letras mayúsculas) nos remiten al nivel cognitivo del lenguaje. Pero, además, para entender cómo afectan las interacciones entre las personas dentro de la clase mientras están estudiando un concepto matemático, también es preciso señalar otra serie de categorías (en letras minúsculas) que se refieren a la funcionalidad del aprendizaje. Teniendo en cuenta esta perspectiva *funcional* del lenguaje,¹⁸⁰ distinguimos las siguientes categorías:

- p: provoca
- a: asentimiento
- ed: enunciado dubitativo
- re: respuesta explicativa
- r: respuesta
- ea: enunciado asertivo
- cc: corrección clarificadora

¹⁸⁰ Ponemos al lenguaje el adjetivo de “funcional”, porque el lenguaje es una herramienta que sirve para algo, ya sea comunicar (transmitir ideas), construir significados, enseñar o cualquiera otra función.

Searle (1980) nos ofrece una teorización muy esclarecedora por lo que respecta a la funcionalidad del lenguaje. Este autor se sitúa en el análisis de la intencionalidad. Desde ahí Searle (1980) estudia para qué utilizamos el lenguaje (¿para transmitir sencillamente ideas o para influir sobre el comportamiento de los demás?). La obra de este autor nos permite tener en cuenta, que las situaciones que ocurren en un diálogo entre varias personas están muy relacionadas con la intencionalidad de los hablantes. Searle (1980), remitiéndose a la obra de Austin (1962), distingue los enunciados que emiten las personas según las intenciones que tengan. Así, cuando lo que queremos es transmitir una información, decimos que se trata de un acto de habla *ilocucionario*. En cambio, cuando queremos influir (y cambiar) la conducta o el pensamiento de otra persona, entonces utilizamos un acto de habla *perlocucionario*.

Pensamos que cuando analizamos lo que ocurre en el aula, es interesante tener en cuenta este punto de vista. Por ejemplo, la mayoría de las intervenciones del profesor son habitualmente perlocucionarias, porque busca provocar a las personas participantes para que reflexionen sobre determinados conceptos. Pero la intervención perlocucionaria del profesor puede romper el diálogo igualitario que se produce entre las personas participantes y truncan la construcción de un concepto matemático o, al revés, puede provocar un diálogo que dé como resultado la comprensión de una idea matemática y esto es muy relevante para entender el proceso de aprendizaje en un entorno dialógico.

11.2. El carácter (tono) del discurso

Finalmente, también se ha prestado atención al tono del discurso, para constatar cuándo los argumentos que se daban en el aula eran transformadores (contribuyen a la superación de las dificultades de aprendizaje o a potenciarlo), y cuándo resultaban ser exclusores (los discursos que producen el efecto contrario: desmotivan, rebajan las expectativas, desalientan, etc.).

11.3. Justificación de la elección de las categorías de análisis

¿Por qué hemos elegido estos cuatro tipos de variables? El origen de esta categorización está en la lectura de las tipologías de la acción que ofrece Habermas (1987) en *La teoría de la acción comunicativa* y la metodología comunicativa desarrollada por CREA. La lectura de Habermas y el trabajo realizado en CREA inspiraron una tipología que trata de ser útil para analizar y entender los acontecimientos que ocurren dentro del aula, mientras las personas adultas están haciendo las actividades de proporciones en los ordenadores o en el diálogo entre ellas.

Estas reflexiones sobre lo que queríamos estudiar nos llevaron a concretar, a nivel general, algunas categorías de análisis (intuiciones, declaraciones y argumentos).

Para entender las acciones llevadas a cabo por las personas, mientras estaban aprendiendo matemáticas en los ordenadores, nos pareció necesario encontrar alguna manera de ubicar esas tres categorías en un esquema de conocimiento, que fuese todo lo explicativo posible del aprendizaje de las matemáticas con el ordenador. Fue en este esfuerzo cuando pensamos que utilizar un modelo inspirado en Habermas podía ser útil como referente para interpretar las informaciones recabadas durante el trabajo de campo. Así pues, tomamos como referencia el sistema de acción habermasiano e, inspirándonos en él, identificamos cuatro categorías de componentes diferentes: cognitivos, normativos, expresivos / afectivos e instrumentales.

Pensamos que para entender la acción que llevan a cabo las personas, para resolver un problema matemático, hay que “entrar” de alguna manera, en el propio individuo y ver “desde dentro” qué razones aporta para justificar el uso de una u otra estrategia para solucionar cada problema. Por eso se recurre al diálogo como forma de constatar los diferentes componentes que se han señalado en el discurso de la persona.

