



La llengua d'Arquimedes en *De Sphaera et Cylindro*

Ramon Masià Fornos

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tdx.cat) i a través del Dipòsit Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX ni al Dipòsit Digital de la UB. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX o al Dipòsit Digital de la UB (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tdx.cat) y a través del Repositorio Digital de la UB (diposit.ub.edu) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR o al Repositorio Digital de la UB. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR o al Repositorio Digital de la UB (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tdx.cat) service and by the UB Digital Repository (diposit.ub.edu) has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized nor its spreading and availability from a site foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository is not authorized (framing). Those rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

UNIVERSITAT DE BARCELONA
FACULTAT DE MATEMÀTIQUES
DEPARTAMENT DE PROBABILITAT, LÒGICA I ESTADÍSTICA

T E S I

per a obtenir el títol de

Doctor

per la Universitat de Barcelona

presentada i defensada per

Ramon MASIÀ FORNOS

La llengua d'Arquimedes en *De Sphaera et Cylindro*

Tesi codirigida pel
Dr. Josep PLA I CARRERA i el
Dr. Pau GILABERT BARBERÀ
defensada el 16 d'abril de 2012

Signatures:

Doctorand: Ramon Masià Fornos

Director: Dr. Josep Pla i Carrera

Director: Dr. Pau Gilabert Barberà

Agraeixo a totes aquelles persones que, de manera directa o indirecta, m'han ajudat a portar a terme aquest projecte, moltes de les quals, malauradament, no puc encabir en aquestes línies (en algun cas perquè ni tan sols les conec; concretament, les qui desenvolupen eines de lliure distribució a la xarxa i que, sense saber-ho, formen part d'aquest treball). En primer lloc, als meus avis, pares i germans, pel seu suport incondicional. També al professorat de totes les institucions acadèmiques en les quals m'he format. Vull agrair, especialment, la direcció pacient i constant del professor Josep Pla i Carrera, qui per primer cop em va posar en contacte amb aquesta matèria i, més tard, em va escoltar interessat quan li proposava les idees, una mica confuses al principi, en què volia treballar. El professor Pau Gilabert ha estat, sens dubte, la persona que ha llegit amb més cura i deteniment tots els textos de la tesi i, com a director, m'ha fet molts suggeriments que han millorat substancialment la traducció. És per això que li ho agraeixo, i aprecio especialment l'esforç incansable d'aquests darrers mesos difícils. Les correccions finals de l'Eulàlia Lledó i de la Teresa Sancho han estat de gran utilitat; els responsables del projecte ALGO, Bernard Vitrac i Fabio Acerbi, m'han facilitat materials i una nova perspectiva en la disciplina, així com una acollida molt cordial. Per a tots ells, el meu agraïment. I per al Ferran Sáez, per raons més subtils i antigues.

Finalment, he d'agrair als meus fills, el Toni i el Ferran, les interrupcions constants, sense les quals aquesta tesi mai no hagués estat possible, i a la Teresa, la majoria de les coses, que tampoc no ho serien sense ella.

In the learning process we are not contributing
to any body of knowledge except our own.

H. Northrop Frye

Acercarnos a este texto (como a cualquier otro)
es saber entenderlo tal como es.

Peter Kingsley

ἤβουλήθη δὲ τὸν τρόπον ἀναγράψας ἐξενεγκεῖν.

Archimedis Ad Eratosthenem Methodus

ἄνδρα μοι ἔννεπε, Μοῦσα, πολύτροπον.

Od. 1.1

Índex

Índex de taules	11
Índex de figures	15
Convencions	17
Introducció	21
I La llengua matemàtica grega	25
1 Thomas Little Heath	29
1.1 Objectes matemàtics	30
1.2 Relacions i construccions	36
1.3 Operacions	37
1.4 Elements de segon ordre	40
1.5 Miscel·lània	42
2 Charles Mugler	45
3 Germaine Aujac	55
4 Reviel Netz	59
4.1 El lèxic matemàtic	59
4.1.1 El principi d'un concepte/una paraula	61
4.1.2 La natura holística del lèxic	62
4.1.3 Connectors lògics	63
4.2 Fórmules	63
4.2.1 La taxonomia de les fórmules	64
5 Michel Federspiel	71
5.1 Sobre el caràcter definit/indefinit del significat	73
5.2 Regles	76
6 Fabio Acerbi	81
6.1 L'estructura general d'una proposició matemàtica	82

6.1.1	Enunciat i conclusió	83
6.1.2	La suposició instanciada, ἔκθεσις, i la determinació, διορισμός	84
6.1.3	La construcció	86
6.1.4	Anàfora	87
6.1.5	Demostració	88
6.2	El problema de la generalitat en la matemàtica grega	93
6.2.1	El valor expositiu del verb «ésser» en l'exposició	94
6.2.2	La funció de les lletres denotatives	95
6.2.3	El paper del diagrama	96
6.2.4	L'estructura indefinida dominant	96
6.2.5	La xarxa anafòrica	97
6.3	La sintaxi lògica	98
6.3.1	El tractament de la generalitat	98
6.3.2	Modalitat	100
6.3.3	Condicional i paracondicional	101
6.3.4	Negació	102
6.3.5	Conjunció i disjunció	103
6.3.6	La suma d'objectes matemàtics	104
6.3.7	Altres connectius	105
	Conclusió	107
	II La llengua d'Arquimedes i la seva traducció	111
	Aproximació metodològica	113
7	<i>Sph. et Cyl.</i>	117
7.1	Breu descripció dels continguts	117
7.1.1	El llibre primer	117
7.1.2	El llibre segon	127
7.2	Estructura de l'obra	130
7.2.1	Descriptors bàsics del contingut	131
8	Aspectes lèxics: llenguatge de primer i segon ordre	137
8.1	Lemes, formes i ocurrencies	137
8.2	Diferències lèxiques entre els corpus A i B	143
8.2.1	Lemes exclusius	149
8.2.2	Lemes comuns	151
9	Aspectes lèxics: llenguatge matemàtic i no matemàtic	159
9.1	<i>Con. et Spher.</i> d'Arquimedes	160
9.1.1	Lemes, formes i ocurrencies	160
9.1.2	Diferències lèxiques	162
9.2	<i>Elementa</i> d'Euclides	175
9.2.1	Lemes, formes i ocurrencies	175

9.2.2	Diferències lèxiques	177
9.2.3	Lemes comuns	179
9.3	Obres no matemàtiques <i>vs.</i> obres matemàtiques	190
9.4	Conclusions	195
10	El llenguatge de la demostració	199
10.1	Temps i modes verbals	199
10.1.1	Present	200
10.1.2	Aorist	201
10.1.3	Perfet	203
10.1.4	Participi	204
10.1.5	Altres	212
10.2	Partícules	212
10.2.1	Enunciat i conclusió	213
10.2.2	Exposició i determinació	217
10.2.3	Construcció	219
10.2.4	Demostració i anàfora	219
10.3	Grups de lletres denotatives	222
10.3.1	La proporció de lletres denotatives dins d'una proposició	225
10.4	Ordenació dels termes d'una relació	225
10.5	Indicadors metamatemàtics	230
10.6	Desviacions de l'estil demostratiu	231
10.7	Conclusions	231
11	Traducció	235
11.1	L'article i les lletres denotatives	236
11.2	L'estructura verbal	238
11.2.1	El participi	240
11.2.2	El verb $\epsilon\mu\iota$	241
11.3	Les partícules	243
11.3.1	Conjuncions	243
11.3.2	Disjuncions	246
11.3.3	Partícules conclusives	247
11.3.4	Altres partícules	247
11.4	Criteris lèxics de la traducció	249
	Conclusions i línies de futur	267
	Bibliografia	273
	Apèndixos	277

Índex de taules

2.1	Funció de les preposicions.	49
6.2	Predicats i relacions bàsiques de <i>El.</i> i <i>Data</i>	89
7.1	Classificació de les proposicions <i>EC</i> 1.23–44 segons diversos criteris	133
7.2	Classificació de les proposicions de <i>Sph. et Cyl.</i>	134
8.1	Nombre d'ocurrències i percentatge dels deu lemes més freqüents.	138
8.2	<i>Hápx legomena</i> de <i>Sph. et Cyl.</i> , per proposició.	139
8.3	Nombre d'ocurrències (#) de lemes amb forma única de verbs, substantius i adjectius que no són <i>hápx</i>	142
8.4	Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per categoria gramatical de <i>Sph. et Cyl.</i>	144
8.5	Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per a les categories flexives.	145
8.6	Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per al corpus A.	147
8.7	Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per a les categories flexives del corpus B.	148
8.8	Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per a les categories flexives del corpus A.	149
8.10	Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) exclusius del corpus A.	150
8.11	Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) exclusius del corpus B.	150
8.12	Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per a les categories flexives exclusives del corpus A.	150
8.13	Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per a les categories flexives exclusives del corpus B.	151
8.14	Nombre i percentatge de lemes (l) i ocurrències (o) comuns als corpus A i B, agrupats per categoria gramatical. Les dades de la taula són globals.	151
8.16	Nombre i percentatge de formes i ocurrències de lemes comuns presents en A.	152
8.15	Nombre i percentatge de lemes (l) i ocurrències (o) de termes flexius comuns als corpus A i B.	152

8.17	Nombre i percentatge de formes i ocurrencies de lemes comuns presents en B.	153
8.18	Nombre i percentatge de formes i ocurrencies de lemes flexius comuns presents en A.	153
8.19	Nombre i percentatge de formes i ocurrencies de lemes flexius comuns presents en B.	153
8.20	Percentatge dels 10 lemes més freqüents dels corpus A i B.	154
8.21	Estabilitat en la posició dels lemes entre el corpus A i el B.	156
9.1	Nombre d'ocurrencies i percentatge dels deu lemes més freqüents a <i>Con. et Spher.</i>	161
9.2	Nombre d'ocurrencies i percentatge dels deu lemes més freqüents a la part deductiva de <i>Con. et Spher.</i>	161
9.3	Lemes amb més formes de <i>Sph. et Cyl.</i> i <i>Con. et Spher.</i>	162
9.4	Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies en les proposicions de <i>Sph. et Cyl.</i>	162
9.5	Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies en les proposicions de <i>Con. et Spher.</i>	163
9.6	Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies només de categories flexives en les proposicions de <i>Sph. et Cyl.</i>	163
9.7	Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies de categories flexives en les proposicions de <i>Con. et Spher.</i>	163
9.8	Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies comuns/exclusius de <i>Sph. et Cyl.</i> i <i>Con. et Spher.</i>	164
9.9	Nombre i percentatge de lemes exclusius i ocurrencies en les proposicions de <i>Sph. et Cyl.</i>	165
9.10	Nombre i percentatge de lemes exclusius i ocurrencies en les proposicions de <i>Con. et Spher.</i>	165
9.11	Nombre d'ocurrencies dels lemes exclusius més freqüents (més de 5 ocurrencies) de <i>Sph. et Cyl.</i> i <i>Con. et Spher.</i>	166
9.12	Lemes i ocurrencies comunes de <i>Sph. et Cyl.</i> i <i>Con. et Spher.</i> , i la seva variació percentual (var.).	168
9.13	Variació percentual de les categories gramaticals entre <i>Sph. et Cyl.</i> i <i>Con. et Spher.</i> , sense tenir en compte l'article i les lletres denotatives.	169
9.14	Llista dels 10 lemes comuns més freqüents de <i>Sph. et Cyl.</i> i <i>Con. et Spher.</i> , tret de l'article i de les lletres denotatives.	170
9.15	Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a <i>Sph. et Cyl.</i> i <i>Con. et Spher.</i>	170
9.16	Nombre d'ocurrencies i percentatge dels deu lemes més freqüents dels <i>El.</i>	175
9.17	Nombre d'ocurrencies i percentatge dels deu lemes més freqüents a les proposicions d' <i>El.</i>	176
9.18	Lemes amb més formes d' <i>El.</i>	177
9.19	Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies en les proposicions de <i>El.</i>	178

9.20	Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies comuns/exclusius de <i>Sph. et Cyl.</i> i <i>Con. et Spher.</i>	178
9.21	Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies exclusives en les proposicions de <i>Sph. et Cyl.</i>	179
9.22	Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies exclusives en les proposicions de <i>El.</i>	179
9.23	Nombre d'ocurrencies dels lemes exclusius més freqüents (més de 5 i de 50 ocurrencies, respectivament) de <i>Sph. et Cyl.</i> i <i>El.</i>	180
9.24	Lemes i ocurrencies comunes de <i>El.</i> i <i>Sph. et Cyl.</i> , i la seva variació percentual (var.)	182
9.25	Llista dels 10 lemes comuns més freqüents de <i>El.</i> i <i>Sph. et Cyl.</i> , eliminant l'article i les lletres denotatives.	183
9.26	Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a <i>El.</i> i <i>Sph. et Cyl.</i> , i amb una suma de freqüències superior a les 10 ocurrencies.	184
9.27	Estimació dels percentatges dels deu lemes més freqüents en els corpus no matemàtics estudiats.	193
9.28	Percentatges dels 11 lemes més freqüents en el corpus arquimedià.	194
9.29	Percentatges dels 11 lemes més freqüents en <i>El.</i> i <i>Metrica.</i>	194
10.1	Taula de les ocurrencies verbals, classificades per temps i modes	206
10.2	Taula de les formes verbals, classificades per temps i modes	207
10.3	Presència dels participis a <i>Sph. et Cyl.</i> , per temps. Els percentatges fan referència al temps, només en el TOTAL fa referència al percentatge global.	208
10.6	Nombre (#) i percentatge (%) de partícules en l'enunciat, l'exposició i la determinació de les proposicions de <i>Sph. et Cyl.</i>	214
10.7	Nombre (#) i percentatge (%) de partícules en la construcció, la demostració, l'anàfora, la conclusió, i el total de les proposicions de <i>Sph. et Cyl.</i>	215
10.8	Nombre de formes, ocurrencies i ocurrencies/forma classificades per nombre de caràcters de cada grup de lletres denotatives.	223
10.9	Nombre d'ocurrencies que mantenen les lletres ordenades alfabèticament, o bé, desordenades (grups de 2 a 4 lletres).	224
10.10	Nombre de formes que mantenen les lletres ordenades alfabèticament, o bé, desordenades (grups de 2 a 4 lletres).	224
11.3	Ocurrencies de $\chi\alpha$ i $\tau\epsilon$ en les diferents parts de les proposicions de <i>Sph. et Cyl.</i>	246
11.4	Proposta de traducció dels lemes exclusius de la introducció epistolar de <i>Sph. et Cyl.</i> , organitzats per categories gramaticals.	249
11.5	Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de <i>Sph. et Cyl.</i> , i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre significat.	252
11.6	Agrupació de lemes de <i>Sph. et Cyl.</i> segons la proximitat semàntica.	261

Índex de figures

7.1	Il·lustració d'una línia còncaua sobre un costat, i d'una altra que no ho és.	119
7.2	Il·lustració d'una línia còncaua sobre un costat, i d'una altra que no ho és.	121
7.3	Poligonals A i B que aproximen una corba C	122
7.4	Polígons regulars inscrit i circumscrit en un cercle.	124
7.5	Diagrama corresponent a la proposició EC 1.34.	125
7.6	Figura composta de troncs de con amb bases iguals, coronada per dos cons, al capdamunt i al capdavant.	126
7.7	Il·lustració de EC 11.2.	129
9.1	Evolució dels percentatges dels lemes de cada corpus ordenats de major a menor, i normalitzats. L'eix X representa la posició normalitzada del lema, i l'eix Y representa el percentatge.	191
10.1	Regressió entre la longitud d'una proposició i el nombre de grups de lletres designadores.	226
10.2	Regressió entre la longitud d'una proposició i el nombre de grups de lletres designadores pels grups P_1 (en verd), d'una banda, i P_2 (en vermell) i P_3 (en blau), d'una altra.	227

Convencions

En un treball com aquest, on apareixen passatges en diverses llengües i els mots no s'usen sempre en la funció bàsica referencial, cal incloure la llista de les convencions gràfiques més usuals, que, d'altra banda, acostumen a ser les habituals (vegeu [Pujol & Solà \[1995\]](#)):

- Les cometes franceses, «», les usarem per a inserir una citació, quan aquesta es faci en la mateixa línia del text; en canvi, quan la citació estigui en un paràgraf diferenciat, no apareixeran aquestes marques, i serà distingible només per la sagnia del paràgraf. Les cometes franceses també les usarem per a denotar el significat; *e.g.* l'expressió «línia recta» denotarà el concepte recollit pel text tancat per les cometes i que podríem assenyalar amb d'altres expressions més o menys sinònimes. Si dintre d'unes cometes franceses és necessari utilitzar novament les cometes, s'usaran les simples.
- La *cursiva*, a banda de l'ús habitual per als títols d'obres citades, la utilitzarem en funció metalingüística per a denotar el significat, especialment d'un mot o d'una expressió curta. Per exemple: «línia recta» pot denotar-se, en català, senzillament amb el terme *recta*. També usarem la cursiva en la primera aparició d'un mot més o menys tècnic.
- L'*èmfasi* l'usarem per a indicar que el text en qüestió s'usa amb una certa connotació: o bé el significat és lleugerament diferent de l'ús habitual, o bé es vol destacar d'alguna manera. Aquesta connotació, és clar, dependrà del context concret.
- Amb els termes grecs no usem ni les cometes franceses, ni la cursiva, ni l'èmfasi, perquè, en general, només s'usen en un context lingüístic referencial.
- L'expansió d'alguns termes dins d'una citació s'usarà per a la detecció fàcil dels mots que es volen destacar. Així, per exemple, en la citació següent hem destacat el terme *recta*: «la *recta* és la línia més curta entre dos punts».
- Les claus angulars, <>, i els claudàtors, [], s'usaran de la forma habitual en el text de la traducció (el primer per a indicar propostes d'algun editor, normalment, d'Heiberg, el segon, per a indicar seclusions). En canvi, en la resta del text, les claus angulars s'usaran per afegir-hi un text que pugui aclarir més la lectura de la citació, mentre que els claudàtors amb punts suspensius, [...], s'usaran només per a indicar que falta una part del text, i que s'omet, normalment, perquè allargaria la citació innecessàriament.
- Usarem sempre els nombres naturals en la forma numèrica i no els numerals (cardinals) corresponents. Quan es pugui produir alguna ambigüitat o una lectura confusa, usarem el numeral llatí, especialment en el recompte d'ocurrències: per exemple, per expressar breument que hi ha 3 ocurrències d'un cert terme en la proposició 5 del llibre I de *Sph. et Cyl.* escriurem «*EC* 1.5 (tris)».

- Usarem els signes lingüístics habituals per a indicar que una construcció és incorrecta o inexistent (*), o dubtosa (?); v.g. «*La casa hi ha una», «?Va posar la roba a aquell armari».

Altres convencions:

- Usarem abreviatures habituals, en cursiva normalment: *op.cit.* (obra citada), *e.g.* (per exemple), *cf.* (compareu), *n.b.* (noteu), etc.
- Qualsevol referència a obres de l'antiguitat grecollatina la farem, com és habitual, en llatí i en cursiva. Abreujarem el títol seguint els criteris establerts pels diccionaris Bailly (grec) i Quicherat-Daveluy (llatí). En qualsevol cas, les dues obres més citades són *Sph. et Cyl.* (*Sobre l'Esfera i el Cilindre* d'Arquimedes), i *El.* (*Elements* d'Euclides).
- La citació d'una *proposició*¹ concreta de *Sph. et Cyl.* la farem d'aquesta forma convencional i abreujada:² *EC llibre.proposició*, on *llibre* denotarà el llibre (i o ii), i *proposició* denotarà la *proposició* a què fem referència; en el llibre i hi ha 54 *proposicions*³ i en el llibre ii n'hi ha 11.⁴
- En la traducció de *Sph. et Cyl.*, que oferim en un apèndix, no hi hem posat cap tipus d'aparat crític ni de notes, perquè en aquest treball la feina de crítica textual se suposa ja realitzada; és a dir, ens trobem davant de l'edició d'un text esdevinguda ja referència;⁵ la tasca d'interpretació, en canvi, se suposa encara no realitzada (del tot).⁶

Finalment, tancarem aquest apartat preliminar precisant el significat d'alguns termes clau que, o bé són polisèmics i poden donar lloc a confusió segons la filiació acadèmica de qui llegeixi aquestes línies, o bé s'usen abastament i caldria donar-ne una definició operativa i/o comentari aclaridor.⁷

Proposició Una *proposició* matemàtica és una unitat textual, usualment ben delimitada, on es demostra una certa afirmació matemàtica, o bé es construeix un cert *objecte* matemàtic. En el primer cas, som davant d'un *teorema*, en el segon, davant d'un *problema*. Normalment, en qualsevol *proposició*, poden distingir-se sempre diverses parts (tradicionalment, *enunciat*, *exposició*, *determinació*, *construcció*, *demostració* i

¹Una *proposició*, com veurem, és la unitat bàsica d'un text matemàtic, en la qual podem dir, sumàriament, que es demostra una afirmació perfectament delimitada.

²Les diverses edicions d'aquest obra no tenen totes la mateixa divisió en *proposicions*. Nosaltres no seguim exactament la més autoritzada, la d'Heiberg, si bé les diferències no són moltes. En qualsevol cas, degut a l'orientació del nostre treball, aquest fet no té gaire importància.

³Que denotem, per ordre: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 12FANERON, 13, 14, 15, 16, 16LEMMATA, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 31PORISMA, 32, 33, 34, 34PORISMA, 35, 36, 37, 38, 38PORISMA, 39, 39PORISMA, 40, 40PORISMA1, 40PORISMA2, 41, 42, 43, 44. Hi falten la introducció epistolar, les definicions i les assumpcions, que designem de forma similar. Aquesta formulació permet reconèixer fàcilment la de l'edició d'Heiberg.

⁴Que hem denominat 0, 1, 2, 2PORISMA, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8ALLOS, 9.

⁵Evidentment, això és una simplificació, perquè pensem que la nostra feina també repercutirà en aquesta tasca crítica, però, com en qualsevol altra activitat científica, és imprescindible simplificar el model i les hipòtesis, per a poder seguir endavant. Després, un cop acabat el treball, caldria avaluar la repercussió en la tasca d'edició.

⁶En aquest cas, es tracta gairebé d'un contrasentit, però creiem que és la millor manera d'aïllar el nostre objecte d'estudi, que és la llengua d'Arquimedes i la seva traducció.

⁷Cal tenir en compte que, si bé el significat d'alguns d'aquestes termes és atemporal, els termes de caire matemàtic es circumscriuen, molt sovint, només a la matemàtica grega. Adoptarem, doncs, aquest significat i exclusivament en aquest àmbit.

conclusió), divisió ja reconeguda en l'Antiguitat, com a mínim des de Procle (vegeu [Friedlein \[1873, 203.1-207.25\]](#)).

Lema És un terme que pot donar lloc a confusions perquè s'utilitza tant en matemàtiques com en lingüística. Des d'un punt de vista matemàtic, un *lema* és un tipus específic de proposició matemàtica que acostuma a introduir resultats evidents i, probablement, ja demostrats en algun altre lloc. Des d'un punt de vista lingüístic, cadascuna de les entrades d'un diccionari podria considerar-se un *lema*. És un concepte que poden recollir altres mots, com ara, *paraula*, *mot*, *terme*, etc, però que no conté cap de les ambigüitats d'aquestes. El terme *lema* forma part, gairebé sempre, especialment en la lingüística computacional, de la terna *lema/forma/ocurrència*: cadascun dels mots d'un text és una *ocurrència*; totes les ocurrències idèntiques d'un text constitueixen una *forma*. Aquest serà el significat habitual d'aquests termes en el nostre treball, tot i que també recorrerem esporàdicament al significat matemàtic de *lema*. El context serà decisiu a l'hora de desfer qualsevol possible ambigüitat. De cara a distingir un lema d'una forma o d'una ocurrència, escriurem tots els lemes grecs sense cap signe diacrític i sempre en minúscula.

Hápax legomena També es pot abreujar com a *hápax* (usarem aquesta forma transliterada i no el terme català *hàpax*). Es tracta d'un lema que té una única ocurrència en un text determinat. Hem encunyat també el terme *semihápax* per aquells lemes que només tenen una única forma en un text determinat.

Partícula Usarem el terme *partícula* d'una manera més *agosarada* del que s'acostuma a fer en estudis gramaticals. Inclourem dintre d'aquesta categoria tots els nexes coordinatius i subordinatius usats en els textos matemàtics (les conjuncions), així com altres elements relacionals. Ho fem per a simplificar l'estudi, però també perquè dintre dels textos matemàtics els usos de tots aquests elements tenen funcions quasi exclusivament lògiques i, per tant, la classificació és coherent dins del nostre context.

Determinat/indeterminat El francès i l'anglès usen els termes definit/indefinit per classificar els articles. El català usa determinat/indeterminat. Nosaltres seguirem aquesta convenció. Tanmateix, quan els termes s'hagin d'aplicar en d'altres contextos més amplis usarem aquest criteri: preferirem el parell definit/indefinit en tots els casos, excepte per a descriure el caràcter determinat/indeterminat del referent (i, en canvi, parlarem del caràcter definit/indefinit del significat).

Hipotaxi/parataxi Termes d'origen grec sinònims dels termes subordinació/coordinació. En qualsevol cas, normalment, la parataxi inclou també la unió asindètica o juxtaposició (és a dir, sense cap nexa d'unió, llevat eventualment d'un signe de puntuació). És per això que preferim la dupla hipotaxi/parataxi, perquè és més completa.

Pròtasi/apòdosi També anomenats antecedent/consegüent. Són les dues parts bàsiques d'un període condicional.

Introducció

En un interessant article del 1984, [Berggren \[1984\]](#), explicava, divertit, una anècdota dels seus inicis com a investigador:

Around the year 1970, I wrote to Ken May to ask his advice on which areas would be most fruitful for research, and I listed a variety of areas, asking for his opinion on each one. As was Ken's custom, he replied by returning my letter, annotated with his marginalia. I do not remember all the areas or his answers, but two do stand out in my memory. The one was 'modern mathematics' and the other was 'Greek mathematics.' Next to the first he had penned an enthusiastic 'Yes. badly needs work'; next to the second there was only the laconic 'Over-researched.' No one who has given advice to another will be surprised to learn I decided to do the history of Greek mathematics.

A final dels 90, jo mateix havia d'escoltar unes paraules semblants. En els cursos de doctorat gaudia del mestratge del professor Samsó en ciència àrab. En aquell moment, encara no tenia clara la línia que podria seguir el meu projecte d'investigació, tret que volia emmarcar-lo en l'àmbit de la matemàtica grega. Durant un temps vaig estar temptat d'aprendre àrab per a poder aprofundir més en les traduccions àrabs dels textos grecs, però, malauradament, no ho vaig fer. Un dia, potser calibrant els dubtes que tenia, el professor Samsó va dir-me que per què no em decantava per treballar en l'àmbit de la matemàtica àrab, de la qual encara hi havia molt per dir i molts manuscrits per descobrir, perduts en les biblioteques de l'Orient i del Magreb. Va afegir que, de fet, de la matemàtica grega pràcticament ja estava tot dit i, especialment, tots els manuscrits ja trobats, catalogats i editats, gairebé de forma definitiva.

Redactant aquestes notes introductòries, he tornat a evocar aquestes fets, associant-los a d'altres de recents: durant la segona meitat dels anys 90 Michel Federspiel va iniciar una revolució molt important en la conceptualització de la matemàtica grega, més gran del que ell mateix podia sospitar. Aquesta revolució permet justificar, fins i tot, la revisió d'algunes edicions presumptament *definitives* (el cas de *Arithmetica* de Diofant és paradigmàtic, com em comentava fa uns mesos un reconegut especialista en la matèria).

Quina importància ha pogut tenir la llengua grega en la formació del talent matemàtic d'Arquimedes? És molt probable que ningú no ho pugui saber mai del cert. Un punt de vista *matematitzant* diria que, en principi, no n'ha de tenir cap, d'importància, perquè la matemàtica és una disciplina intemporal que estableix veritats *eternes*, deslligades, per tant, de la llengua en què s'expressa. L'activitat matemàtica, doncs, depèn, només, de les intuïcions i de la destresa tècnica de qui la practica, independentment del context lingüístic i cultural en què es mogui; són, precisament, les limitacions *tècniques* que l'impedeixen desenvolupar el seu talent al màxim. Una coda comú d'aquesta visió sosté que hi ha resultats matemàtics reduïbles a una versió equivalent més *neutra*, més o menys algebraica; si bé l'expressió pot diferir segons les llengües i les èpoques, aquestes diferències no són, en cap cas, essencials. És fonamentalment per això que, històricament, s'ha explicat la matemàtica grega deslligada dels textos on se'ns ha transmès.

Una visió totalment oposada afirmaria, probablement, que la llengua delimita completament el pensament, inclús el matemàtic, atès que no hi ha pensament sense llenguatge i aquest s'expressa en cada context geogràfic i temporal d'una manera molt específica. Aquesta visió, però, acostuma a plantejar-se més com una petició de principi que com una hipòtesi que cal confirmar d'*alguna manera* (confirmació que, d'altra banda, sembla lluny del que revelen recents investigacions neurobiològiques).

Aquesta tesi no pretén contestar la pregunta, ni, evidentment, tampoc, cloure, ni tan sols entrar, en cap de les discussions que acabem d'apuntar; no és aquest l'espai per a fer-ho. En qualsevol cas, és bo que qui llegeixi aquestes línies pugui copsar les preguntes, de vegades ben simples i, fins i tot, ingènues, que porten a realitzar un treball d'investigació d'aquest tipus; no és de menor importància que conegui, abans de llegir centenars de pàgines més o menys abstruses, els prejudicis que amenacen l'equanimitat de l'autor (com a mínim d'aquells de què en sóc conscient).

La investigació sobre la matemàtica grega depèn, en primer terme, com tota investigació lligada a l'antiguitat grecolatina, de la filologia; sense bones edicions dels textos matemàtics grecs és impossible la tasca de l'historiador de la matemàtica grega. Tanmateix, no és suficient disposar d'una bona edició dels textos; cal ser conscients, com saben tots els investigadors de l'Antiguitat, que estem davant d'un paisatge en ruïnes (de vegades, ruïnes superposades), en què la selecció dels materials s'ha produït de forma més o menys atzarosa (en el cas dels textos matemàtics, la major part del material supervivent sembla requerir el contacte dels autors i/o *editors* amb les institucions culturals d'Alexandria); que la transmissió també ha provocat una distorsió difícil d'avaluar, per la incúria, per la voluntat de completar-los, o per l'interès de *canalitzar-los* cap a usos per als quals no estaven previstos en un principi. Finalment, cal tenir en compte el tipus de continguts que es transmet en aquests textos i, per tant, tenir una certa habilitat en la manipulació dels conceptes i relacions matemàtiques i lògiques involucrades. Ara bé, cal ser prudents i no intentar explicar-los en els termes de la matemàtica i de la lògica en què hem estat ensinistrats. Aquest punt és clau: la notació decimal i, especialment, l'àlgebra i l'anàlisi matemàtica han revolucionat la nostra idea de

la matemàtica i —encara més important— la nostra manera de fer-la i de pensar-la; a més, hem assimilat aquestes eines d'una manera tan pregona que resulta gairebé inevitable projectar-la a l'activitat matemàtica de qualsevol altre moment històric. No és fàcil, doncs, tenir una consciència clara de l'abisme que ens separa de les matemàtiques del passat. En el cas de la matemàtica grega, un dels elements que permetrà distanciar-nos d'aquest abisme (i, així, poder-lo avaluar més objectivament) és l'estudi del sociolecte matemàtic grec, probablement una de les creacions lingüístiques més cabals, productives i duradores de la cultura grega.

Ara bé, és precisament la llengua un dels punts més descuidats en la investigació sobre la matemàtica grega. Si més no, és gairebé inexistent un estudi filològicament seriós i sistemàtic d'aquest sociolecte fins a èpoques ben recents —amb els treballs pioners Federspiel [1995] i Acerbi [2011b], encara que també cal mencionar el notable diccionari de Mugler [1959]. El nostre interès se centrarà, doncs, en la llengua matemàtica grega i, més concretament, en la llengua d'Arquimedes. Dos són els objectius que impulsen aquesta recerca: el primer, la descripció sistemàtica de la llengua matemàtica d'Arquimedes i la comparació amb l'ús canònic que se'n fa als *El.* d'Euclides; el segon, la consecució d'una traducció el més fidel possible a l'estil específic d'Arquimedes.

Aquest treball es podria haver emmarcat en l'àmbit del que s'anomena *estilometria* —vegeu Riba i Civil [2002]. Però, en el repàs als textos bàsics d'aquesta recent i polèmica disciplina, m'he adonat que els seus objectius fluctuaven entre la determinació de l'autoria d'un text i la recerca d'invariables estilístics d'un autor concret. És per això que les eines de treball són tècniques estadístiques complexes aplicades bàsicament als caràcters, però també a les ocurrencies i als lemes, i pràcticament sempre a llengües modernes. La idiosincràsia del nostre corpus, els textos matemàtics grecs, que podem qualificar de sociolecte summament marcat, i el nostre interès descriptiu que persegueix la consecució d'una traducció perfectament argumentada, aconsellaven l'adopció d'una altra perspectiva, potser més clàssica, i el desenvolupament de noves tècniques d'anàlisi semiautomàtic de textos més lligades a l'anàlisi logicosintàctica més tradicional. L'estructura d'aquesta tesi seguirà, doncs, aquesta concepció.

El primer bloc de la tesi el formen un grup de capítols dedicats a l'estat de la qüestió, on es repassarà, bàsicament, les aportacions més destacades en la matèria, i desenvolupades de manera cronològica i biogràfica: recollirem els moments clau en l'estudi de la llengua matemàtica grega de la mà dels autors que en van fer les aportacions més interessants.

El segon bloc conforma el nucli de la nostra investigació. D'una banda, hi presentem una descripció comparativa del sociolecte matemàtic i, més concretament, de la llengua d'Arquimedes en *Sph. et Cyl.*; exposarem, aquí, les dades lèxiques més remarcables de l'obra arquimediana. Perquè l'exposició sigui més rica, es presentarà de forma comparativa, seguint aquesta gradació: en primer lloc, es compararan les dues parts bàsiques en què es divideix l'obra; a continuació, es compararà *Sph. et Cyl.* amb altres obres matemàtiques, concretament, una del mateix autor, *Con. et Spher. (Sobre els Conoïdes i els Esferoïdes)*, i una altra de canònica,

El. d'Euclides; finalment, amb tres corpus autorials grecs (Plató, Plutarc i Diodor de Sicília). D'altra banda, proposarem una estratègia sistemàtica de traducció al català, no tan sols d'aquesta obra concreta, sinó de les obres matemàtiques gregues que segueixen un estil demostratiu.

Per acabar, exposarem unes conclusions generals i futures línies de recerca, així com, finalment, presentarem en dos apèndixs una traducció de *Sph. et Cyl.* que segueix els criteris esmentats i una sèrie de taules amb totes les formes que conté aquesta obra, lematitzades i categoritzades.

Part I

La llengua matemàtica grega

L'estudi de la llengua matemàtica grega havia estat tradicionalment oblidat, potser per l'evidència que els matemàtics grecs usaven la llengua habitual i que, per tant, només es tractava de repetir el que deien les gramàtiques generals. A més, la historiografia moderna havia centrat els seus esforços en el «contingut matemàtic» i relegat tota la resta a un segon pla gairebé opac. És fàcil d'entendre, doncs, que Charles Mugler [Mugler 1959, p. 5] hagi de recuperar una frase de F. Hultsch en la qual es planyia que «mathematicam Graecorum dictionem nemo adhuc in lexicis formam redigit» per a constatar la mateixa situació, més de vuitanta anys després. Afortunadament, la situació ha canviat d'una manera radical i, de fet, l'estudi del sociolecte grec dels matemàtics ha soscat els ciments de la disciplina. En aquesta primera part, pretenem donar una visió global d'aquest *idioma* particular.

Podríem haver redactat en aquestes pàgines una mena de manual, compilant els resultats arquitectònicament i bastint l'edifici del sociolecte matemàtic grec. Preferim, però, mostrar-los orgànicament i biogràfica, és a dir, presentar-ne les característiques al ritme que han aparegut, de la mà dels investigadors que les han descobert. D'aquesta manera, es percebrà la filiació entre algunes de les idees i la continuïtat de l'esforç, però també, els salts abruptes entre elles, que han permès superar previsibles estancaments.

Estructurem el bloc en sis capítols, dedicat, cadascun, a les aportacions d'un autor concret, i cenyint-nos essencialment a una de les monografies. Focalitzarem, a més, en aquells punts més propers a l'obra que estudiem, *Sphera et Cylindro*, a partir d'ara *Sph. et Cyl.*, i deixarem de banda d'altres aspectes que són secundaris per a entendre la nostra obra. Quedaran fora, doncs, les qüestions estilístiques lligades a les còniques, a la teoria de nombres, o a la irracionalitat; ni el lèxic, ni la formulació, ni les especificitats logicosintàctiques d'aquests àmbits tenen cap lligam amb l'estil de *Sph. et Cyl.*, tret dels generals. D'altra banda, no ens endinsarem en l'avaluació detallada d'aquestes aportacions, encara que en tinguem objeccions, de vegades importants; la crítica general d'aquesta tradició comportaria un treball de caire diferent al que ara iniciem. En molts casos, a més, les propostes d'uns autors ja matisen, i fins tot s'enfronten directament també a les idees dels anteriors. En la nostra proposta es podrà endevinar algun judici implícit a algunes propostes.

Hem de mencionar un oblit manifest en aquest llistat d'autors: el que és encara el filòleg més important dels darrers segles per a la història de la matemàtica grega, Johan Ludvig Heiberg (1854–1928). Hem estat dubtant de si incloure'l, i hem decidit no fer-ho, perquè, malgrat que ha estat probablement qui millor ha conegut els textos, el seu treball va orientar-se fonamentalment cap a l'ecdòtica, i no pas

cap a l'hermenèutica. A més, en el cas concret d'Arquimedes, la seva investigació es va centrar en el dialecte dòric (*De dialecto Archimedis*, p. 69–94). Tanmateix, sí que cal insistir en les reflexions circumscrites a *Sph. et Cyl.*, essencialment pel que fa a l'evident corrupció del text (*loc.cit.* p. 77):

His omnibus perpensis constare puto, libros Archimedis de sphaera et cylindro et de dimensione circuli non pristina forma ac specie, sed ab homine imperito temporis multo posterioris refictos et sermonis proprietate ac breuitate subtilitateque ingeniosa demonstrationum depriuos ad nos peruenisse.

Finalment, en la conclusió, avaluarem d'una manera succinta aquesta curta tradició d'estudis del sociolecte matemàtic grec i en donarem una visió més de conjunt.

Capítol 1

Thomas Little Heath

Thomas L. Heath (1861–1940), en el capítol VIII de *The works of Archimedes* [Heath 1897, p. clivi] intitulat «The terminology of Archimedes», recull els elements bàsics de la terminologia d'Arquimedes i escriu: «the present chapter should repeat many of the explanations of terms of general application which I have already given in the corresponding chapter of my edition of Apollonius' *Conics*» (p. clvi). Reconeix, però, que la varietat de temes dels textos arquimediàns, comparats amb la limitació temàtica de les obres d'Apolloni (centrades fonamentalment en còniques), ha fet necessari eixamplar-ne la redacció que trobem en la edició de les obres d'Apolloni.

Cal insistir, tal com indica el títol, que només es tracta d'un recull terminològic, organitzat temàticament. Una altra qüestió a tenir en compte és que «one element of difficulty in the present case arises out of the circumstance that, whereas Archimedes wrote in the Doric dialect, the original language has been in some books completely, and in others partially, transformed into the ordinary dialect of Greek» (*loc.cit.*). Heath decideix citar el text arquimedià tal i com apareix a la versió d'Heiberg; quan es refereix, però, a un terme concret, sempre ho fa usant l'«ordinary form», és a dir, la forma àtica. Per als nostres objectius, aquest fet no és rellevant, perquè no entrarem en qüestions dialectals, tot i que usarem els mateixos exemples que Heath, eventualment amb formes dòriques.

L'estudi terminològic de Heath s'estructura de forma molt senzilla, agrupant els termes segons la proximitat conceptual. Tanmateix, no hi ha cap subnivell en la classificació, que nosaltres sí que introduïrem per evitar la monotonia d'una mera enumeració de conceptes generals que encapçalen cada grup de termes.¹ Ens centrarem, com sempre en el nostre treball, només en aquella terminologia inclosa en l'obra que estudiem, *Sph. et Cyl.*. L'orientació de la nostra investigació obliga a traduir els termes anglesos pels termes catalans corresponents, la qual

¹La classificació pretén donar la idea que podia tenir Heath de l'estructura lexical, que, en qualsevol cas, era molt vaga.

cosa no significa que recolzem la traducció anglesa.²

1.1 Objectes matemàtics

Punts i línies

Un «punt» és σημείον, «el punt B» és τὸ Β σημείον o senzillament τὸ Β. «Un punt sobre» (una línia o una corba) és σημείον ἐπί (amb genitiu) o ἐν (amb datiu). «En un punt» (parlant d'un angle, per exemple) és πρὸς (amb datiu): «tenint el seu vèrtex en el centre d'una esfera» és κορυφὴν ἔχων πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας. Per línies que es troben, es toquen o es divideixen «en» un punt, s'usa κατά (amb acusatiu), i així, «AE és bisecada en Z» és AE δίχα τεμνέται κατὰ τὸ Ζ. Per a un punt que cau «sobre» o situat «a sobre» d'un altre, s'usa ἐπί o κατά (amb acusatiu), i així «Z caurà sobre Γ» és τὸ μὲν Ζ ἐπὶ τὸ Γ πεσεῖται.

Hi ha punts que es denominen amb termes específics, com ara «extrem» πέρασ, «vèrtex» κορυφή, «centre» κέντρον, «punt de secció» τομή i «el punt mig» τὸ μέσον.

Una «línia» és γραμμή; si és una línia corba és καμπύλη γραμμή i si és una línia recta εὐθεῖα acompanyada eventualment de γραμμή. Així, «la línia recta ΘΛ» és ΘΛ εὐθεῖα. «Les rectes entre els punts» són αἱ μεταξύ τῶν σημείων εὐθεῖαι. Dues darreres expressions: «de les línies que tenen els mateixos extrems la recta és la menor», és a dir, τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν; «rectes tallant-se una a l'altra», és a dir, εὐθεῖαι τεμνούσαι ἀλλήλας.

Les múltiples relacions geomètriques entre punts i línies es denominen de maneres diverses: «una recta traçada des de Γ fins al punt mig de EB» és ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ μέσαν τὰν EB ἀχθεῖσα, així com, «traçada fins al punt mig de la base» és ἐπὶ μέσαν τὰν βάσιν ἀγομένα.

Si les línies passen per un punt, trobem expressions d'aquest tipus: «passarà per N» és ἤξει τοῦ Ν; «caurà per Θ» és πεσεῖται διὰ τοῦ Θ; «les diagonals del paral·lelogram cauen per (es troben en) Θ» és κατὰ δὲ τὸ Θ αἱ διαμέτροι τοῦ παραλληλογράμου πίπτοντι.

En canvi, si les línies es relacionen entre si, tenim les expressions següents: «perpendicular a» és κάθετος ἐπί (amb acusatiu) i «paral·lel a» és παράλληλος (amb datiu) o παρά (amb acusatiu). Així, per exemple, «sigui ΚΛ (traçada) des de Κ paral·lela a ΓΔ» és ἀπὸ τοῦ Κ παρά τὰν ΓΔ ἔστω ἡ ΚΛ. «Rectes que es troben una amb l'altra» és συμπίπτουσαι ἀλλήλαις. I el terme per «unir» és ἐπιζεύγνυω/ἐπιζεύγνυμι; així, «la línia que uneix els punts de contacte» és ἡ τὰς ἀφᾶς ἐπιζεύγνύουσα εὐθεῖα.

²En general, en aquesta primera part, cenyirem la nostra traducció a la que proposen els diversos autors, sense que això signifiqui una adhesió a la traducció. Si ho considerem convenient, però, la canviarem, perquè en aquests capítols preliminars la traducció és un aspecte secundari.

Angles

Un «angle» és γωνία. Hi ha tres tipus d'angles: «recte» ὀρθή, «agut» ὀξεία i «obtús» ἀμβλεία. Altres termes bàsics: «equiangular» οἰσογώνιος, «amb un nombre parell d'angles» ο ἀρτιόγωνος/ἄρτιογώνιος.

Si dos objectes es troben «amb angle recte», s'usa ὀρθὸς πρὸς (amb acusatiu), o bé πρὸς ὀρθάς (amb datiu). Així, «s'aixeca una recta amb angle recte respecte del pla» és γραμμᾶς ἀνεσταχούσας ὀρθας ποτὶ τὸ ἐπίπεδον; i «els plans es troben amb angle recte un respecte de l'altre» és ὀρθὰ ποτ'ἄλλαλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα.

L'expressió completa per a «l'angle contingut per les línies AH, AG» és ἡ γωνία ἃ περιεχομένα ὑπὸ τῶν AH, AG, però hi ha moltes formes abreujades, fins i tot amb γωνία. Així, «l'angle en Θ» és ἡ ποτὶ τῷ Θ; «l'angle contingut per AΔ, ΔZ» és ἡ γωνία ἃ ὑπὸ τῶν AΔ, ΔZ; «l'angle ΔΗΓ» és ἡ ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνία, o senzillament ἡ ὑπὸ ΔΗΓ.

Finalment, si una recta a través d'un punt angular d'un polígon el divideix de forma totalment simètrica, «els costats oposats del polígon» es designarà amb αἱ ἀπεναντίον γωνίαι τοῦ πολυγώνου, i són els angles enfrontats respecte de la recta de simetria.

Plans i figures planes

Un «pla» és ἐπίπεδον. «El pla per BΔ» és τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὴν BΔ, o bé τὸ διὰ τῆς BΔ; el «pla secant» és ἐπίπεδον τέμνον, el «pla tangent» és ἐπίπεδον ἐπιψαῦον, mentre que la «intersecció» de plans és la «secció comuna», ο κοινή τομή.

Si cal que «sigui aixecat un pla sobre ΠΖ amb angles rectes respecte del pla on són AB, ΓΔ» cal escriure ἀπὸ τῆς ΠΖ ἐπίπεδον ἀνεσταχέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB, ΓΔ.

«La superfície plana» és ἡ ἐπίπεδος <ἐπιφάνεια>; «un segment pla» és ἐπίπεδον τμήμα i «una figura plana» és σχῆμα ἐπίπεδον.

Una «figura rectilínia» és εὐθύγραμμον σχῆμα; un «costat» és πλευρά; «perímetre» és ἡ περίμετρος; «similar» és ὁμοιος i «situat similarment» és ὁμióως κείμενος.

Un «triangle» és τρίγωνον; els «triangles limitats per ABΓ» és τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ABΓ. Un «triangle rectangle» és τρίγωνον ὀρθογώνιον. «El triangle a través de l'eix» (d'un con) és τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον.

Un «paral·lelogram» és παραλληλόγραμμον, una «diagonal» d'un paral·lelogram és διάμετρος, i «els costats oposats del paral·lelogram» és αἱ κατ'ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευραί.

El terme més comú per a «rectangle» és χωρίον («espai» o «àrea»), sense cap altra descripció. Com en els cas dels angles, els «rectangles continguts per rectes» són expressats de manera més breu amb la frase τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ, on χωρίον i περιεχόμενον poden, també, ometre's; així, «el rectangle AB, ΓE» pot escriure's de

maneres diferents: τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ, o bé τὸ ὑπὸ ΑΓ, ΓΕ, o bé τὸ ὑπὸ ΑΓΕ, i «el rectangle sota ΘΚ, ΑΗ» és τὸ ὑπὸ τῆς ΘΚ καὶ τῆς ΑΗ.

Un «quadrat» és τετράγωνον; un quadrat «sobre» una línia recta és un quadrat (aixecat) «des d'»aquesta, o sigui ἀπό; «el quadrat sobre ΓΞ» és τὸ ἀπὸ τῆς ΓΞ τετράγωνον, que es pot abreujar com τὸ ἀπὸ τῆς ΓΞ o, senzillament, τὸ ἀπὸ ΓΞ.

Quan es fa referència a quadrats, hi ha un terme molt important: δύναμις, i el verb δύναμαι. δύναμις expressa un «quadrat» (literalment una «potència»). Segons Heath, Diofant l'usa com un terme tècnic pel quadrat d'una quantitat desconeguda en una equació algebraica, és a dir, x^2 . En el llenguatge geomètric, el terme més usat és el datiu singular, δύναμει; així, diem que una recta és «potencialment igual», δύναμει ἴσα, a un cert rectangle, quan el significat és que «el quadrat sobre la recta és igual» al rectangle; de manera semblant, «el quadrat sobre ΒΑ és menor que el doble del quadrat sobre ΑΚ» és ἡ ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων δυνάμει τῆς ΑΚ. El verb δύνασθαι (amb o sense ἴσον) té el mateix sentit que δύναμει ἴσα i, quan δύνασθαι s'usa sol, el segueix un acusatiu; així, «el quadrat (sobre una recta) és igual al rectangle contingut per ΑΒΓ» és (εὐθεῖα) ἴσον δύνανται τῷ περιεχόμενῳ ὑπὸ ΑΒΓ. «Que el quadrat sobre el radi sigui igual al rectangle ΒΔ, ΔΖ» és ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΖ, i «<la diferència> en què el quadrat sobre ΖΓ és més gran que el quadrat sobre la meitat de l'altre diàmetre» és ὅ μείζων δύνανται ἂ ΖΓ τῆς ἡμισείας τῆς ἐτέρας διαμέτρου.

Un «gnomon» és γνῶμων, i la seva «amplitud» (πλάτος) és l'amplada de cada extrem; així, «un gnomon d'amplitud igual a ΒΙ» és γνῶμων πλάτος ἔχων ἴσον τῷ ΒΙ.

Un «polígon» és πολύγωνον; un polígon «equilàter» és ἰσόπλευρον i un polígon «d'un nombre parell de costats o d'angles» és ἀρτιόπλευρον/ἀρτιόγωνον; un polígon «amb tots els seus costats iguals llevat de ΒΔ, ΔΑ» és ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς τῶν ΒΔΑ; un polígon «amb els seus costats, excloent la base, iguals i en nombre parell» és τὰς πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους; «un polígon equilàter, el nombre de costats del qual és mesurat per quatre» és πολύγωνον ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται i «que el nombre dels seus costats sigui mesurat per quatre» és τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρεῖσθω ὑπὸ τετράδος.

«Les rectes que subtendeixen dos costats <contigus> del polígon» (és a dir, units per un vèrtex) és αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτείνουσαι, i «la recta que subtendeix la meitat menys un del nombre de costats» és ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾶς ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων.

Un «cercle» és κύκλος; «el cercle Ψ» és ὁ Ψ κύκλος, o bé ὁ κύκλος ἐν ᾧ τὸ Ψ. I «que el cercle donat resti dibuixat a sota» és ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος. El «centre» és κέντρον i la «circumferència» és περιφέρεια. Aquest terme també s'usa per a un «arc circular»; així, «l'arc ΒΛ» és ἡ ΒΛ περιφέρεια, i «la <part de la> circumferència del cercle retallada per la mateixa <recta>» és ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἡ ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεταμένη. De vegades, en *Sph. et Cyl.*, la circumferència del cercle també es denomina «perímetre», és a dir, ἡ περίμετρος. El «radi» és ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, i sense article s'usa com si es tractés d'un predicat amb un

únic terme; així, «el cercle el radi del qual és ΘE » és δ κύκλος οὗ ἐκ τοῦ κέντρου ἃ ΘE , i « BE és un radi del cercle» és ἡ BE ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Un «diàmetre» és διάμετρος i, així, «el cercle sobre ΔE com a diàmetre» és δ περι διάμετρον τὴν ΔE κύκλος. No hi ha un terme especial que denoti una «corda» en un cercle, però es troben frases com aquesta: ἐὰν εἰς τὸν κύκλον εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέσῃ, «si en un cercle hi cau una recta», però molt sovint trobem ἢ ἐν τῷ κύκλῳ <εὐθεῖα>, «la recta en el cercle» i, fins i tot, ἡ ἐμπεσοῦσα, «la que hi cau».

Un «segment del cercle» és τμήμα κύκλου, i per distingir-lo del segment d'esfera de vegades també s'anomena τμήμα ἐπίπεδον. Un «semicercle» és ἡμικύκλιον; així, «un segment més petit que un semicercle retallat per AB » és τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίου ὃ ἀποτεμένει ἢ AB . «Els segments sobre AE , EB » (que són llurs bases) és τὰ ἐπὶ τῶν AE , EB τμήματα, però «el semicercle sobre ZH com a diàmetre» és τὸ ἡμικύκλιον τὸ περι διάμετρον τὰν ZH , o bé senzillament, τὸ ἡμικύκλιον τὸ περι τὰν ZH .

Un «sector» d'un cercle és τομεύς, o bé si cal distingir-lo del «sector sòlid», definit per Arquimedes, és ἐπίπεδος τομεύς κύκλου, «un sector pla d'un cercle». El radi que limita un sector s'anomena πλευρά.

Per «inscriure en» o «circumscriure al voltant d'» un cercle tenim ἐγγράφειν εἰς ο ἔγγράφειν ἐν i περιγράφειν περί (amb acusatiu), tot i que de vegades també trobem περιγεγραμμένος acompanyat d'un datiu. Un polígon «està inscrit en un segment d'un cercle» quan la base del segment és un dels seus costats i els altres costats subtendeixen arcs que formen tot l'arc del segment; així, «estigui un polígon inscrit sobre AG en el segment $AB\Gamma$ » és ἐπὶ τῆς AG πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ $AB\Gamma$ τμήμα. D'un cercle «circumscribit» a un polígon també se'n diu περιλαμβάνειν; així, «que sigui traçat un cercle circumscribit amb el mateix centre al voltant d'un polígon» és πολύγωνον κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβάνέτω περι τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος. Una altra variant és «el cercle $AB\Gamma\Delta$ que conté el polígon $AB\Gamma\Delta$ », ὃ $AB\Gamma\Delta$ κύκλος ἔχων τὸ πολύγωνον.

Quan s'inscriu un polígon en un cercle, els «segments delimitats» entre els costats del polígon i els arcs subtesos són περιλειπόμενα τμήματα; de manera semblant, en el cas que estigui circumscribit al cercle, els termes són περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα, τὰ περιλειπόμενα σχήματα, τὰ περιλείμματα ο τὰ ἀπολείμματα.

Sòlids i objectes tridimensionals

Una «esfera» és σφαῖρα. Hi ha termes lligats a l'esfera que deriven d'objectes equivalents relacionats amb el cercle: així, el «centre» és κέντρον; el «radi» és ἢ ἐκ τοῦ κέντρου i el «diàmetre» és διάμετρος. Quan una esfera es talla en dos per un pla es formen dos «segments», és a dir, τμήματα σφαίρας ο τμήματα σφαιρικά; un «hemisferi» és ἡμισφαῖριον; «el segment de l'esfera a $AB\Gamma$ » és τὸ ἀπὸ $AB\Gamma$ τμήμα; «el segment que inclou la circumferència $BA\Delta$ » és τὸ κατὰ τὴν $BA\Delta$ περιφέρειαν τμήμα. La «superfície» d'una esfera o d'un segment és ἐπιφάνεια; així, l'expressió «dels segments esfèrics limitats per superfícies iguals, l'hemisferi és el més gran» és τῶν τῆ ἴση ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων μείζον ἐστι τὸ ἡμισφαῖριον.

També s'usen els termes «base» (βάσις), «vèrtex» (κορυφή) i «altura» (ὑψος) referits a un segment d'esfera.

També «un sector», τομῆς, és qualificat amb l'adjectiu «sòlid», στερεός: Arquimedes defineix un «sector solid», τομῆς στερεός, com la figura limitada per un con que té el vèrtex al centre de l'esfera i la part de la superfície de l'esfera dintre del con. «El segment de l'esfera inclosa en el sector» és τὸ τμήμα τῆς σφαίρας τὸ ἐν τῷ τομῆϊ, ο βέ τὸ κατὰ τὸν τομέα.

Un «cercle màxim d'una esfera» és ὁ μέγιστος κύκλος τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ i, de vegades, senzillament, ὁ μέγιστος κύκλος.

Altres expressions: «estigui una esfera tallada amb un pla no pel centre» és τετμηθῆσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ; «una esfera tallada amb un pla a través del centre en el cercle EZHΘ» és σφαῖρα ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν EZHΘ κύκλον.

El «prisma» i la «piràmide» són πρῖσμα i πυραμῖς. Ἀναγράφειν ἀπὸ s'usa normalment per descriure un prisma o una piràmide sobre una base rectilínia; així, «estigui un prisma descrit sobre la figura rectilínia» (com a base) és ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ εὐθυγράμμου πρῖσμα; «sobre el polígon circumscribit al voltant del cercle A estigui construïda una piràmide» és ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν A κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμῖς ἀνεστάτω ἀναγεγραμμένη. «Una piràmide amb una base equilàtera ABΓ» és πυραμῖς ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν τὸ ABΓ.

La «superfície» és ἐπιφάνεια. Quan s'exclou una cara o base particular, s'ha d'explicitar. Així, «la superfície del prisma constituït dels paral·lelograms» (excloses les bases) és ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἢ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγχειμένη; «la superfície (d'una piràmide) llevat de la base» o «del triangle AEF» és ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ο τοῦ AEF τριγώνου. Finalment, «els triangles que limiten la piràmide» (diferents de la base, que podria ser poligonal) és τὰ περιέχοντα τρίγωνα τὴν πυραμίδα.

Euclides als *El.* només usa cons «rectes», denominats senzillament «cons» sense cap adjectiu. Un «con» és la superfície descrita per la revolució d'un triangle rectangle al voltant d'un dels costats que contenen l'angle recte. Arquimedes, però, no defineix el con; normalment descriu un con recte com un «con isòsceles», κῶνος ἰσοσκελής, malgrat que una ocasió l'anomena «recte», ὀρθός. Heath, seguint Müller, Heath [1897, p. clxv], afirma que el terme «isòsceles» pot haver-se usat per analogia amb el triangle isòsceles. Però hi discrepa en un punt: Müller sosté que el con isòsceles es genera per revolució d'un triangle isòsceles al voltant de la perpendicular des del vèrtex a la base del triangle; Heath proposa que és més natural connectar-lo amb el terme «costat», πλευρά, amb el qual Arquimedes designa una generatriu del con (de manera que un con recte és vist com un con que té totes les *comes iguals*).³

El «vèrtex» és κορυφή; la «base» és βάσις, l'«eix» ἄξων i l'«altura» ὑψος; així, «els

³La qual cosa es pot relacionar millor amb el terme «con escalè», κῶνος σκαληνός, amb el qual Apol·loni denota un con circular oblic, con que no podria descriure's mai com la revolució d'un triangle escalè.

cons són de la mateixa altura» és εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. Una «generatriu» s'anomena literalment *costat*, πλευρά; així, «si un con és tallat amb un pla que talla totes les generatrius del con» és εἴ κα κῶνος ἐπιπέδῳ τμαθῆ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κῶνου πλευραῖς, i «la superfície del con llevat de la base» és ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κῶνου χωρὶς τῆς βάσεως, i «la superfície cònica entre (dues generatrius) $\Delta\Delta$, ΔB » és κωνικὴ ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν $\Delta\Delta$.

No hi ha cap terme per a «tronc de con», és a dir, per a la porció del con entre dos plans paral·lels a la base; la superfície d'un tronc de con s'indica senzillament amb «la superfície del con entre els plans paral·lels», ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κῶνου μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων.

Ἀναγράφειν ἀπὸ s'usa per a «descriure <un con> sobre» un cercle com a base. De manera semblant, una frase ben habitual és ἀπὸ τοῦ κύκλου κῶνος ἔστω, «heus aquí un con sobre el cercle».

Un «rombe sòlid», ῥόμβος στερεός, és la figura feta de dos cons que tenen la base comuna, els vèrtexs en costats oposats d'aquesta base i els eixos en una mateixa recta. Així, un «rombe fet de cons isòsceles» és ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κῶνων συγκείμενος, i els dos cons es designen com «els cons que comprenen el rombe».

Un «cilindre recte» és κύλινδρος ὀρθός. Molts termes són iguals als corresponents en el con: la «base» és βάσις; «l'altra base» és ἡ ἑτέρα βάσις; «del qual el cercle AB és una base i $\Gamma\Delta$ l'oposada a aquesta» és οὗ βάσις μὲν ὁ AB κύκλος, ἀπεναντίον δὲ ὁ $\Gamma\Delta$; «eix» és ἄξων; altura és ὕψος i «generatriu» πλευρά. «La superfície cilíndrica retallada amb <dues generatrius> AG i $B\Delta$ » és ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν AG , $B\Delta$; «la superfície del cilindre adjacent a la circumferència $AB\Gamma$ » és ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἢ κατὰ τὴν $AB\Gamma$ περιφέρειαν, i denota la superfície del cilindre entre les dues generatrius dibuixades des dels extrems de l'arc $AB\Gamma$.

Un «tronc de cilindre», τόμος κυλίνδρου, és una porció d'un cilindre entre dues seccions paral·leles que són el·líptiques i no circulars, i l'«eix», ἄξων, és la línia recta unint els centres de les dues seccions, i que es troba sobre la mateixa recta que l'eix del cilindre.

Altres objectes geomètrics

Sph. et Cyl. no conté gairebé cap altra referència a objectes geomètrics. És per això que les següents seccions del capítol terminològic de l'obra de Heath no les discutim: ni les seccions còniques, ni les espirals, ni tampoc els conoides i els esferoides. En el prefaci d'*Sph. et Cyl.* el terme «paràbola» apareix un sol cop, i es designa amb la terminologia antiga, ?, p. 57ss., ὀρθογωνίου κῶνου τομῆ, «una secció de con recte», mentre que en la terminologia d'Apol·loni és senzillament παραβολή, com l'actual.

1.2 Relacions i construccions

Tangència

Arquimedes usa el terme ἄπτομαι per a indicar que una línia «toca» una corba, però el significat general és «trobar» i no «tocar». Altres autors usen de vegades aquest terme per a caracteritzar punts que «jeuen en», o bé senzillament, «pertanyen a» un lloc geomètric; per exemple, per a Papos «el punt pertany a una recta donada en posició» és ἀψεται τὸ σημεῖον θέσει δεδομένης εὐθείας.

En general, «tocar» una corba o superfície és ἐφάπτεσθαι ὁ ἐπιψάειν (amb genitiu). Una «tangent» és ἐφαπτομένη ὁ ἐπιψάουσα, i un pla tangent ἐπιψαῦον ἐπίπεδον. Així, «estiguin traçades tangents al cercle ABΓ» és τοῦ ABΓ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἔχθωσαν; «si unes rectes són traçades tocant els cercles» és ἐὰν ἀχθῶσιν τινες ἐπιψάουσαι τῶν κύκλων. El terme ψάειν s'usa ocasionalment i en la forma participial per denotar el mateix: així, «els plans tangents» és τὰ ἐπίπεδα τὰ ψάοντα.

El fet de tocar «per» un punt s'indica amb κατά (amb acusatiu); així, «els punts pels quals els costats toquen» (o «troben») «el cercle» és σημεία, καθ' ἃ ἄπτονται τοῦ κύκλου τὰ πλευρά. Finalment, «que toquin el cercle pels punts mitjos de les circumferències retallades pels costats del polígon inscrit» és ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατά μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν.

«El punt de contacte» o de tangència és ἡ ἀφή. I les tangents «traçades des d'«un punt»» és ἀγμέναι ἀπό. Trobem també una expressió el·líptica com ara ἀπὸ τοῦ Ξ ἐφαπτέσθω ἢ ΟΞΤ, és a dir, «que ΟΞΤ sigui la tangent des de Ξ», en què Ξ, en aquest cas, es troba en el cercle.

Construccions

Hi ha un bon nombre de termes que designen l'acció de «dibuixar o traçar una línia», amb matisos diferents. En primer lloc, ἄγω i els compostos διάγω (per traçar una línia «a través» d'una figura, seguit d'εἰς o ἐν, o bé per «produir» un pla «més enllà» d'una figura, o per traçar una recta «en» un pla) o προσάγω (per traçar una recta que «es trobi» amb una altra). Una alternativa a προσάγω és προσβάλλω, mentre que προσπίπτω reemplaça la passiva d'aquests verbs. «Produir» és ἐκβάλλω, i el mateix terme s'usa per un pla traçat «a través» d'un punt o «a través» d'una recta; l'alternativa per a la passiva la proporciona ἐκπίπτω. A més, πρόσκειμαι és un terme alternatiu per a «ser produït» (lit., *ser afegit*).

En la gran majoria de casos, les construccions s'expressen en l'imperatiu de perfet passiu (que Heath qualifica d'*elegant*) i ocasionalment amb l'imperatiu d'aorist passiu. S'usen, a més, una gran varietat de formes, com poden ser: «que BΓ estigui posat igual a Δ», κείσθω τῷ Δ ἴσον τὸ BΓ; «estigui traçat» ἔχθω; «que un recta hi estigui traçada» (en una corda d'un cercle), διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα, etc. En el cas de νόεω, s'usa l'imperatiu passiu de present («sigui concebut»)

Les formes actives són poc usades, però trobem: ἔάν amb subjuntiu («si tallem» en el cas que ἔάν τέμωμεν), el participi («és possible inscrivint [...] i deixar», δυνατόν ἐστιν ἐγγράφοντα [...] λείπειν) i la primera persona del singular («prenc dues rectes», λαμβάνω δύο εὐθείας).

El genitiu del participi passiu s'usa en forma absoluta: εὐρεθέντος δὴ ἐς «suposant que fou trobat», ἐγγραφέντος δὴ ἐς «<la figura> havent estat inscrita».

1.3 Operacions

Operacions bàsiques

«Afegir» és προστίθῃμι, i la passiva corresponent és, de vegades, πρόσκειμαι. En canvi, per «afegir-se conjuntament» Arquimedes usa συντίθεσθαι; així, «afegir-se a si mateixa» és συντιθέμενον αὐτὶ ἑαυτῷ, i «afegir conjuntament» és ἐς τὸ αὐτὸ συντεθέντα.

Les «sumes» de dues magnituds són expressades sovint amb συναμφοτέρος de formes diferents: «la suma de BA, ΑΛ» és συναμφοτέρος ἢ ΒΑΛ; «la suma de ΔΓ, ΓΒ» és συναμφοτέρος ἢ ΔΓ, ΓΒ, i «la suma de l'àrea i del cercle» és τὸ συναμφοτέρον ὁ τε κύκλος καὶ τὸ χωρίον. També hi ha moltes altres expressions per a indicar la suma: «la línia que és igual als radis» és ἡ ἴση ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τοῦ κέντρου, i «la línia igual a <la suma de> totes les línies que uneixen [...]» és ἡ ἴση πάσαις ταῖς ἐπιζευγνούσαις [...]. També «tots els cercles», οἱ πάντες κύκλοι, significa «la suma de tots els cercles», i σύγκριται ἐκ s'utilitza per «és igual a la suma de» (dues altres magnituds).

Per a indicar l'operació suma, «més», s'usen indistintament μετὰ (amb genitiu) i σὺν (amb datiu); així, «juntament amb les bases» és μετὰ τῶν βάσεων; «juntament amb la meitat de la base del segment» és σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσεως; τε i καί també expressen el mateix, i el participi προσλαμβάνω és una altra forma de dir «afegir quelcom al que tenim»; així, «els quadrats sobre totes les rectes igual al més gran juntament amb el quadrat sobre el més gran [...]» és τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἰσῶν τᾶ μεγίστα ποτιλαμβάνοντα τό τε ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετράγωνον [...].

L'acció de «substraure» es designa amb ἀφαιρεῖν ἀπό; així, «si <el rombe> es considera extret» és ἐάν νοηθῇ ἀφαιρεμένος, i «que siguin substrats els segments» és ἀφαιρεθέντων τὰ τμήματα. Termes comuns a cada costat d'una equació és κοινά; així, «els quadrats de cadascun <dels costats> són comuns» és κοινά ἐντι ἑκατέρων τὰ τετράγωνα. D'aquesta manera, «estigui sostreta l'àrea comuna» és κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ χωρίον.

La «resta» o «diferència» s'indica amb l'adjectiu λοιπός; «la superfície cònica que resta» és λοιπὴ ἢ κωνικὴ ἐπιφάνεια. L'«excès» és ὑπεροχὴ ο, d'una manera més completa, l'«excès amb què <una magnitud> excedeix <una altra>» és ὑπεροχὴ, ἢ ὑπερέχει ο ὑπεροχά ἢ μείζων ἐστί. L'«excès» també es pot expressar només amb el verb ὑπερέχειν: «que la diferència amb què els susdits triangles excedeixen el

triangle $A\Delta\Gamma$ sigui Θ » és ὥ δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ $A\Delta\Gamma$ τριώνου ἔστω τὸ Θ , i «excedir per menys de l'excès del con Ψ sobre la meitat de l'esferoide» és ὑπερέχειν ἐλάσσοι ἢ ὥ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. L'oposat de ὑπερέχει és λείπεται (amb genitiu).

Segons Heath, aquests enunciats pràcticament són equivalents a equacions algebraïques: «el rectangle comprès per ZH , $X\Delta$ excedeix el rectangle comprès per ZE , $E\Delta$ per la <suma> del rectangle comprès per $X\Delta$, EH i el rectangle comprès per ZE , XE », ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ZH , $\Xi\Delta$ τοῦ ὑπὸ τῶν ZE , $E\Delta$ τῶ τε ὑπὸ τῶν $\Xi\Delta$, EH περιεχομενω καὶ τῶ ὑπὸ τῶν ZE , ΞE ; «dues vegades PH conjuntament amb $\Pi\Sigma$ és igual a la suma de ΣP , $\Pi\Pi$ », δύο μὲν αἱ PH μετὰ τᾶς $\Pi\Sigma$ συναμφοτέρος ἔστιν ἂ $\Sigma\Pi$.

«Multiplicar» es designa amb πολλαπλασιάζω; així, «multiplicar l'un amb l'altre <els nombres>» és πολλαπλασιάζειν ἀλλήλους. Multiplicar «per» un nombre s'expressa amb datiu; «Es multiplica Δ per Θ » és πεπολλαπλασιάσθω ὁ Δ τῶ Θ . De vegades s'usa la preposició ἐπί (amb acusatiu), multiplicar «sobre»; així, «el rectangle $H\Theta$, ΘA per ΘA » (és a dir, una figura sòlida) és τὸ ὑπὸ τῶν $H\Theta$, ΘA ἐπὶ τὴν ΘA .

«Dividir» és διαφεῖν; així, «estigui dividit en tres parts iguals en els punts K , Θ » és διηρήσθω εἰς τρία ἴσα κατὰ τὰ K , Θ σαμεῖα, i «ser divisible per» és μετρεῖσθαι ὑπό.

Proporcions

Una «raó» és λόγος; «proporcional» s'expressa amb ἀνάλογον i una «proporció» és ἀναλογία. «Una mitjana proporcional entre [...]» és μέση ἀνάλογον τῶν [...], i «és una mitjana proporcional entre [...] i [...]» és μέσον λόγον ἔχει τῆς [...] καὶ τῆς [...]. «Dues mitjanes proporcionals», δύο μέσαι ἀνάλογον, poden estar «en proporció contínua», κατὰ τὸ συνεχές.

La «raó d'una recta respecte d'una altra» és, per exemple, ὁ τῆς PA πρὸς AX λόγος ὁ ὁ λόγος ὃν ἔχει ἡ PA πρὸς τὴν AX ; «el radi de les bases» és ὁ τῶν βασῶν λόγος; «té la raó de 5 a 2» és λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο.

En el cas que «tinguin la mateixa raó», podem trobar diverses construccions: «tenir la mateixa raó una amb l'altra com les bases» és τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ'ἀλλήλους ταῖς βάσεσιν; «com els quadrats sobre els radis» és ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει; « $T\Delta$ té respecte de PZ la raó <lineal> que té el quadrat sobre $T\Delta$ respecte del quadrat sobre H » és ὃν ἔχει λόγον ἡ $T\Delta$ πρὸς τὴν H δυνάμει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ $T\Delta$ πρὸς PZ μήκει.

«Tenir una raó més petita (o més gran) que» és ἔχειν λόγον ἐλάσσονα (μείζονα) la segona raó amb genitiu o amb una frase introduïda per ἦ; així, «tenir una raó més petita que la <magnitud> més gran respecte de la més petita» és ἔχειν λόγον ἐλάσσονα ἦ μείζονα πρὸς ἐλάσσονα.

Per raó «duplicada», «triplicada», etc, tenim aquestes expressions: «té la raó triplificada de la mateixa raó» és τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ λόγου; «té la raó duplicada

de ΕΛ respecte de ΑΚ» és διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ; «són en raó triplicada dels diàmetres en les bases» és ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσι τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων; «raó sesquialtera» és ἡμιόλιος λόγος. També s'usen raó «doble», «quadruple», etc., en el sentit d'un múltiple simple per 2, 4, etc.; per exemple, «si un nombre qualsevol d'àrees són posades en ordre, i cadascuna és quatre vegades la següent» és εἴ κα χωρία τεθέωντι ἐξῆς ὅποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ.

La forma més habitual per a una proporció és «com A és a B així Γ és a Δ», ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. Així, «s'ha de fer, com ΔΕ és a ΓΕ com la suma de ΘΑ, ΑΕ és a ΑΕ», és πεποιήσθω, ὡς συναμφοτέρος ἡ ΘΑ, ΘΕ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΓΕ. «Els antecedents» són τὰ ἡγούμενα i «els conseqüents», τὰ ἐπόμενα.

Una «raó composta de [...]» és λόγος συνημμένος (ο συγκείμενος) ἔκ τε τοῦ [...] καὶ τοῦ [...]; així, «la raó de ΠΑ respecte de ΛΧ és igual a la composta de [...]» és ὁ τῆς ΠΑ πρὸς ΛΧ λόγος συνηπται ἐκ [...]. Les raons compostes també es poden designar així: ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ καὶ ὁ (ο προσλαβὼν τὸν) τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ és «la raó del quadrat sobre ΑΘ respecte del quadrat sobre ΒΘ multiplicat per la raó de ΑΘ respecte de ΘΒ».

Si a, b, c i d estan en proporció, $a : b :: c : d$, aquesta proporció es pot modificar amb aquestes operacions:

- «Per alternança» (ἐναλλάξ), també denominada *permutando* o *alternando*, es compleix que $a : c :: b : d$.
- «Per inversió» o *invertendo* (ἀνάπαλιν) es compleix que $b : a :: d : c$.
- «Per composició» o *componendo* (συνθέντι) es compleix que $(a + b) : b :: (c + d) : d$. Arquimedes també usa de vegades κατὰ σύνθεσιν.
- «Per divisió» o *dividendo* (διελόντι), sempre que $a > b$ i $c > d$, es compleix que $(a - b) : b :: (c - d) : d$. De fet, διαίρεσις λόγου significa «divisió de la raó» en el sentit de «separació» o «substracció» (per això, diu Heath, la traducció *dividendo* és equivocada) per la qual $a : b$ esdevé $(a - b) : b$.
- Per confrontació (ἀναστρέψαντι), sempre que $a > b$ i $c > d$, es compleix que $a : (a - b) :: c : (c - d)$.
- «Per igualtat» o *ex aequali* <*distantia*>, (δι' ἴσου), s'aplica quan hi ha una sèrie de magnituds a, b, c, d, \dots i una altra sèrie amb el mateix nombre de termes A, B, C, D, \dots , i es compleix que $a : b :: A : B$, $b : c :: B : C$, etc., aleshores es pot afirmar que:

$$a : d :: A : D.$$

Finalment, que la divisió entre raons es produeix entre proporcions amb termes corresponents que ocupen lloc encreuats, es descriu com «per igualtat (*ex aequali*) en proporció pertorbada», δι' ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένη ἀναλογίᾳ, o bé «les raons són

situades de forma desigual», ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων. Això passa si tenim $a : b :: B : C$ i $b : c :: A : B$, aleshores podem concloure que:

$$a : c :: A : C.$$

Termes aritmètics

Els «múltiples» d'una magnitud són generalment descrits com «el doble de», «el triple de», etc., ὁ διπλάσιος, ὁ τριπλάσιος, etc., seguint el gènere de la magnitud; així, «la <superfície que és> quatre vegades el cercle màxim en l'esfera» és ἡ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαιρᾷ, i «cinc vegades la suma de AB, BE juntament amb deu vegades la suma de GB, BD» és ἡ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς AB, BE μετὰ τᾶς δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς GB, BD. «El mateix múltiple que [...]» és τοσαυταπλασίων [...] ὁσαπλασίων ἐστί ο ἰσάκις πολλαπλασίων [...]. El terme general per a «múltiple de» és πολλαπλάσιος ο πολλαπλασίων, que pot ser qualificat per una expressió que designi el nombre de vegades que es multiplica; així, «multiplicat pel mateix nombre» és πολλαπλάσιος τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ, i «múltiples d'acord amb nombres successius» és πολλαπλάσια κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμούς.

Un altre mètode és l'ús de formes adverbials, com ara, «dues vegades», δὶς, «tres vegades», τρίς, etc., seguides de nominatiu («dues vegades EΔ» és δὶς ἡ EΔ), o bé l'ús de construccions participials («agafades dues vegades» és δὶς λαμβανόμενος ο δὶς εἰρημένος).

Els «submúltiples» s'indiquen pel nombre ordinal seguit de μέρος, «part»; així, «un setè» és ἕβδομον μέρος, però «un mig» és ἡμισυς.

Hi ha dues fraccions impròpies que tenen noms específics: «un i mig de» és ἡμιόλιος, i «un i un terç de» és ἐπίτριτος.

«Mesurar» és μετρεῖν, una «mesura comuna» és κοινὸν μέτρον, mentre que «comensurable» i «incommensurable» són σύμμετρος i ἀσύμμετρος.

1.4 Elements de segon ordre

Teoremes, problemes, etc.

Un «teorema» és θεωρημα (de θεωρεῖν «investigar»), i un «problema» és πρόβλημα. En aquest darrer cas tenim diverses expressions: «les (qüestions) proposades sobre les figures» és τὰ προβεβλημένα περὶ τῶν σχημάτων, i «aquestes coses són proposades per a ser investigades» és προβαλλέται τάδε θεωρήσαι. També πρόκειμαι pren el lloc a la passiva: «que va ser proposat per trobar» és ὅπερ προέκειτο εὔρεῖν.

Un terme similar és ἐπίταγμα, «direcció» o «requeriment»; així, «els teoremes i direccions necessàries per a demostrar-les» és τὰ θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρεῖαν ἔχοντα εἰς τὰς ἀποδειξίας αὐτῶν, i «de manera que el requeriment pugui ser

acomplert» és ὅπως γένηται τὸ ἐπίταχθέν (o ἐπίταγμα). «Satisfer el requeriment» és ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

Després de l'exposició (ἔκθεσις), la proposició segueix amb una breu declaració d'allò que cal provar o fer. En el primer cas, el del «teorema», Arquimedes usa una d'aquestes tres expressions: δεικτέον, «cal provar», λέγω ο φαμί δή, «afirmo» ó «dic»; en el cas del problema l'expressió és δεῖ δή, «cal» (fer això i allò).

En un problema es distingeixen l'anàlisi (ἀνάλυσις) i la síntesi (σύνθεσις), aquesta darrera introduïda amb l'expressió «la síntesi del problema serà aquesta», συντεθήσεται τὸ πρόβλημα οὗτος. Les formes del verb ἀναλύειν s'usen de forma semblant; així, «l'anàlisi i síntesi de cadascun d'aquests (problemes) serà donat al final», ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεται τε καὶ συντεθήσεται.

El terme διορισμός, «determinació»), està lligat també als problemes, i indica la determinació dels límits dintre dels quals és possible trobar una solució. Si sempre es pot trobar la solució, el problema «no involucra un» διορισμός, és a dir, οὐκ ἔχει διορισμόν; en cas contrari, n'involucra un, ἔχει διορισμόν.

Dades i hipòtesis

Algunes formes del verb δίδωμι s'usen per «donat», sovint el participi δοθείς, però de vegades δεδομένος i una vegada o dos διδόμενος. «Estigui un cercle donat» és δεδόσθω κύκλος, «donades dues magnituds desiguals» és δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων i «la mateixa raó que la donada» és λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι. En el cas de «donat en posició» és senzillament θέσει (presuposant un δεδομένη). Expressions similars serien «la raó assignada» és ὁ ταχθεὶς λόγος, «l'àrea donada» és τὸ προτεθέν (o προκείμενον) χωρίον.

Per a les «hipòtesis» s'usen les formes del verb ὑποτίθεμι i, com a passiu, ὑπόκειμαι. Així, «amb les mateixes suposicions» és τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων; «considerem les esmentades suposicions» és ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα i «fem aquestes suposicions» és ὑποτιθέμεθα τάδε.

Quan en una *reductio ad absurdum* la hipòtesi original és citada i, en general, quan es menciona un pas anterior, s'usa el passat; així, «però no era» és οὐκ ἦν δέ, «perquè era més petit» és ἦν γὰρ ἐλάσσων, «es van demostrar igual» és ἀπεδείχθησαν ἴσοι i «perquè es va demostrar que era possible» és δεδείχεται γὰρ τοῦτο δυνατὸν εἶναι. Quan es cita una hipòtesi, el passat de ὑπόκειμαι apareix acompanyat d'altres construccions: un adjectiu o un participi, e.g. «se suposava que TAZ, BH eren igual» és ἴσαι ὑπέκειντο αἱ AZ, BH, «és, per hipòtesi, una tangent» és ὑπέκειτο ἐπιψάουσα o un infinitiu («per hipòtesi no talla» és ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν).

Altres termes importants: εὑρεθέντος és «si suposem trobat» i γεγονέτω és «suposahofet».

Cal mencionar l'ús idiomàtic habitual de εἰ δὲ μὴ després d'un enunciat negatiu: «no tocarà la superfície en un altre punt, en cas contrari [...]» és οὐ γὰρ ἀψέται κατ'ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας· εἰ δὲ μὴ [...].

Inferències i adaptació a diferents casos

«Per tant» és ἄρα; οὖν i τοίνυν s'usen, en general, en un sentit feble per marcar el començament d'un argument, i ἐπεὶ οὖν pot ser traduït com «ja que, aleshores». Ἐπεὶ i διότι es poden traduir per «ja que» i «perquè».

Arquimedes usa πολλῶν per a «encara molt més» (en lloc de l'habitual πολλῶν μᾶλλον); així, «encara més gran és, per tant, el radi de la figura circumscrita respecte de la inscrita que la de K respecte de H» és πολλῶν ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ K πρὸς H.

διὰ amb acusatiu és una forma habitual d'expressar el motiu pel qual; així, «perquè el con és isòsceles» és διὰ τὸ ἰσοσκελεῖν εἶναι τὸν κῶνον i «per la mateixa raó» és διὰ ταύτᾳ.

διὰ amb genitiu expressa els «mitjans» a través dels quals es demostra una proposició; així, «mitjançant la construcció» és διὰ τῆς κατασκευῆς i «amb els mateixos mitjans» és διὰ τῶν αὐτῶν.

Hi ha d'altres usos puntuals: «de manera semblant pel sector» és ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως, «la prova és la mateixa que (l'utilitzada per mostrar) que» és ἅ αὐτὰ ἀπόδειξις ἅπερ καὶ ὅτι, etc.

Los conclusions es poden indicar de diverses maneres: «la proposició és per tant òbvia» és δῆλον οὖν ἔστι (ο δέδεικται) τὸ προτεθέν; de manera semblant, φανερόν οὖν ἔστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι, i ἔδει δὲ τοῦτο δεῖξαι. «La qual cosa és absurda» o «impossible» ὅπερ ἄτοπον ο ἀδύνατον.

Hi ha un ús curiós de dues negatives: οὐκ ἄρα οὐκ ἔστι κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ΔΕΖ τριγώνου τὸ Ν σαμεῖον. ἔστιν ἄρα, «per tant, no és possible que el punt N no sigui el centre de gravetat del triangle ΔΕΖ. Per tant, ho ha de ser».

1.5 Miscel·lània

«En la mateixa direcció» és ἐπὶ τὰ αὐτά, «en l'altra direcció» és ἐπὶ τὰ ἕτερα, «còncava en la mateixa direcció» és ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλη, «en la mateixa direcció que» és ἐπὶ τὰ αὐτὰ amb datiu o ἐφ'ᾗ; així, «en la mateixa direcció que el vèrtex del con» és ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφῆ i «traçada en la mateixa direcció que <la de> el seu costat convex» és ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ'ᾗ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ. Per a «sobre el mateix costat de» s'usa ἐπὶ τὰ αὐτὰ seguit de genitiu; així, «cauen sobre el mateix costat de la línia» és ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς γραμμῆς.

«Sobre cada costat de» és ἐφ' ἑκάτερα (amb genitiu); així, «sobre cada costat del pla de la base» és ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως.

«Propietat» és σύμπτωμα. «Procedint així contínuament» és ἀεὶ τοῦτο ποιῶντες, ἀεὶ τούτου γενομένου ο τούτου ἕξης γινομένου. «En els *El*. » és ἐν τῇ στοιχειώσει.

La terminologia dels grecs té una característica especial, segons Heath: tendeixen

a dir «tot» cercle, «tota» recta, en lloc de «qualsevol» cercle o «qualsevol»⁴ recta. Així «tota piràmide és una tercera part del prisma amb la mateixa base que la piràmide i igual altura» és πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῆ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον.

Els grecs no parlen d'«una» àrea donada, o d'«una» raó donada, sinó de «l»'àrea donada o «la» raó donada. Així «és possible [...] deixar certs segments més petits que una àrea donada» és δυνατόν ἐστὶν [...] λείπειν τινὰ τμήματα ἄπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου i «dividir una esfera donada per un pla de manera que els segments tinguin l'un respecte de l'altre una raó assignada» és τὰν δοθεῖσαν σφαιραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτᾶς ποτ'ἄλλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν.

Les magnituds en «progressió aritmètica» diem que «excedeixen una a l'altra per una <quantitat> igual»; així, «si hi ha qualsevol nombre de magnituds en progressió aritmètica» és εἴ κα ἕωντι μεγέθη ὅποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα. La «diferència comuna» és l'«excés», ὑπεροχά, i els termes en conjunt són anomenats com «les magnituds que excedeixen per la mateixa (diferència)» és τὰ τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντα. El «terme més petit» és τὸ ἐλάχιστον i el «terme més gran» és τὸ μέγιστον. La «suma de termes» és πάντα τὰ τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντα.

Termes d'una «progressió geomètrica» són «en proporció <contínua>» ἀνάλογον, i la «sèrie» és ἡ ἀναλογία, la «proporció», i el terme de la progressió és τις τῶν ἐν τῇ αὐτῇ ἀναλογία.

⁴Hem mirat de traduir l'oposició de Heath *every/any per tot/qualsevol*.

Capítol 2

Charles Mugler

Charles Mugler és l'autor del *Dictionnaire Historique de la terminologie Géométrique des grecs* [Mugler 1959]. És una obra excepcional, ja que és l'única monografia dedicada explícitament i completa a la llengua de la matemàtica grega, específicament a la geometria. L'obra també conté una interessant introducció que representa el primer treball important sobre l'estructura de la llengua matemàtica grega, quan fins aleshores els pocs treballs existents abordaven només qüestions lèxiques molt puntuals. L'obra respon a un desig de donar una «vue d'ensemble de la langue des géomètres grecs et de son évolution des présocratiques au vi^e siècle de notre ère» (p. 5). Els textos més usats per Mugler en el diccionari són els d'Euclides, Aristarc de Samos, Arquimedes, Apol·loni de Perga, Heró d'Alexandria, Papos, Procle i Eutoci. A banda de la volguda absència de l'aritmètica, hi ha d'altres disciplines també oblidades en el diccionari, com ara, la música o l'astronomia.

La breu descripció que Mugler dóna de la llengua de les matemàtiques és també molt concisa i encertada, i conté l'embrió de futures investigacions (pensem ara en Aujac [1984] i Netz [1999]):

Cette langue sobre et élégante, avec son vocabulaire précis et différencié, invariable, à quelques changements sémantiques près, à travers mille ans de l'histoire de la pensée grecque, avec sa syntaxe à la fois nuancée et restreinte, avec son appareil formulaire répété de traité en traité et rythmant la diction géométrique comme les formules homériques rythment l'épopée, se présente dès sa première apparition, chez Euclide, comme un moyen d'expression si adéquat aux représentations et aux concepts qu'elle avait à rendre, qu'elle semblait elle-même être sortie, d'après un mot célèbre appliqué par P. Tannery à la géométrie grecque, tout armée de la tête de Zeus. Sans histoire apparente dans le passé, elle conserve aussi dans le futur, dans son avenir immédiat d'abord chez les auteurs scientifiques de la grécité tardive, dans l'avenir lointain, ensuite, de ses adaptations et traductions chez les nations

modernes, le caractère intemporel des créations parfaites. Proclus et Eutocius écrivent encore, dans les grandes lignes, exactement dans la langue et le style des *Éléments* d'Euclide

Mugler manté que *El.* és el terme final de l'evolució de la llengua geomètrica (i, per extensió, matemàtica) grega, i el model estilístic per a tota la geometria (matemàtica) subsegüent, no tan sols pel que fa al lèxic, sinó també pel que fa a les «formules de la rédaction» (p. 8).

Els dos trets predominants de la dicció geomètrica, estretament interrelacionats, són l'economia en els mitjans d'expressió i la fidelitat a una tradició. Mugler fa una interpretació historicogenètica del desenvolupament del lèxic i de les fórmules: les propostes de noves entitats i propietats geomètriques eren acceptades per la comunitat matemàtica, en la versió més simplificada i essencial, i aquesta petita comunitat n'imitava ràpidament l'expressió. *El.* d'Euclides són la culminació d'aquest procés d'innovació/consolidació de la llengua geomètrica. És per això que Mugler el situa en l'eix central de la descripció dels trets essencials de la llengua dels geomètres. En qualsevol cas, malgrat que Mugler ha explicat l'ús habitual de fórmules en els textos matemàtics, aquesta afirmació no es concreta en un intent de definició formal del terme *fórmula*,¹ ni en una delimitació estricta de la seva aplicació; de fet, l'exposició de les especificitats de la llengua geomètrica grega se centra en qüestions terminològiques, que abasten fins a les característiques sintàctiques d'alguns grups de termes, però mai no arriba a aclarir què cal entendre exactament per una fórmula i quin és el seu funcionament, tot i que intuïm que l'abast és molt més restringit, i bàsic, que el tractament que en faran Germaine Aujac i Reviel Netz.

Passem, doncs, als trets de la llengua geomètrica grega. Pel que fa al vocabulari, està format per una sèrie de noms, adjectius i verbs de la llengua comuna, que designen objectes, propietats i operacions geomètriques. Així, per exemple, Euclides anomena el sector circular *τομεύς*, terme que en grec significava «ganivet de sabater»; Arquimedes, després, anomenarà *ἄρβελος* la figura plana limitada per tres semicircumferències que tenen un diàmetre sobre la mateixa recta, les dues tangents externes una a l'altra, més petites, i, totes dues, tangents internes a la més gran, mentre que el terme significava «ganivet circular usat pels pelleters». Hi ha adjectius que designaven qualitats concretes d'objectes o abstraccions corrents (igualtat, semblança, ...) que passen al llenguatge matemàtic. Al principi sembla que encara no tenien un significat precís: Tales dubta entre *ἴσος* i *ὅμοιος* per designar els angles iguals; Plató entre *ὀρθός* i *εὐθύς* per a la línia recta. També un grup de verbs formen part del grup de termes més antics, com ara: *ἄπτεσθαι*, *ἀρμόζειν*, *βαίνειν*, *γράφειν*, etc.

Aquest fons antic de termes, es va enriquint amb termes (noms, adjectius i verbs) creats especialment per a la geometria, mitjançant la derivació o la composició, bàsicament. També és van reemplaçant termes per uns altres de més abstractes, o

¹Tot i que potser és dels primers que associa explícitament, per bé que de passada, el caràcter formular dels textos matemàtics, amb el dels textos homèrics.

bé, si no el replacen, aquest va adquirint un matís més abstracte. Per exemple, el terme γνῶμων designa una part d'un instrument de mesura, una tija vertical situada al centre d'un cercle horitzontal; Enòpides de Quios designa encara la perpendicularitat com κατὰ γνῶμονα; en canvi, Euclides defineix el γνῶμων com la figura formada per la diferència entre dos rectangles, quan el més petit està engalzat dins d'un dels angles del més gran.

La composició ha estat una bona eina per a expressar les diferències entre termes. Així, per exemple, tret del cas del triangle, els polígons creats a partir de -γωνον designen els polígons regulars, mentre que els formats a partir de -πλευρον designen polígons qualssevol. També Euclides diferencia amb prefixos el tipus de contacte entre elements geomètrics: així, en el llibre III, el contacte intern entre circumferències tangents es designa συναφή, i l'extern ἐπαφή, mentre que ἀφή es reserva al contacte entre un cercle i una recta. També els sufixos permeten expressar diferències entre derivats de la mateixa arrel. Són especialment importants les diferències entre els noms en -μα i els noms en -σις, i entre els noms en -α i els noms en -σις. Així, per exemple σχῆμα s'oposa a σχέσις: en el primer cas, un espai limitat considerat per ell mateix; en l'altre cas, dins la teoria de les proporcions, la disposició mútua de dos o més segments de recta que no són pas necessàriament integrats en una mateixa figura; el primer està documentat a partir de Plató, el segon se suposa introduït per Eudoxos. D'una manera encara més evident, per marcar la diferència entre l'operació d'aplicació d'àrea, παραβάλλειν, i l'àrea efectivament aplicada, els geomètres oposen παραβολή a παράβλημα; de la mateixa manera, ἔλλειψις i ἔλλειμμα designen, respectivament, la propietat defectiva d'una àrea i la mesura concreta d'aquest defecte. En qualsevol cas, hi ha noms amb el mateix tema que no tenen relació entre ells, com ara ἡ σύμπτωσις i τὸ σύμπτωμα.

Cada cop més, segons Mugler, es fa evident la predilecció dels geomètres grecs pels noms abstractes lligats a les operacions que generen els objectes que designen. La terminologia de les còniques és una bona mostra d'això. Els primers estudiosos d'aquestes corbes (Menecme, Aristeu i Euclides) les designen κώνου τομαί, «seccions d'un con»; la secció sempre és amb un pla perpendicular a una de les generatrius del con. Quan el con és d'angle agut, la secció s'anomena ὀξυγωνίου κώνου τομή, «secció aguda d'un con», que es correspon amb l'el·lipse. I així successivament per a la resta de còniques; per exemple, la paràbola es designa per «secció recta d'un con», ὀρθογωνίου κώνου τομή. Si el terme «secció» ja és abstracte, Apol·loni encara n'accentua més aquest aspecte en la nova denominació: una cònica s'obté a partir de la intersecció d'un con circular qualsevol (recte o oblic) i un pla qualsevol; les còniques s'obtenen d'aplicar una certa àrea a un segment de recta lligat a cadascuna de les corbes obtingudes. Si tenim en compte que «aplicar una àrea» es designa, en grec, amb el verb παραβάλλω, la «paràbola» és παραβολή (terme derivat del verb anterior) quan l'aplicació és exacta; en canvi, quan l'aplicació és per defecte, el terme és ἔλλειψις, «el·lipsi», del verb ἐλλείπειν que significa precisament «tenir de menys», mentre que quan l'aplicació és per excés, el terme és ὑπερβολή, «hipèrbola», del verb ὑπερβάλλειν, «excedir».

La concisió, com s'ha dit, és una de les característiques essencials del llenguatge matemàtic grec, i aquesta característica marca profundament la sintaxi del nom i

de l'adjectiu. Així, per exemple, l'«angle recte» es designa per ἡ ὀρθή en lloc de l'expressió completa ἡ ὀρθή γωνία. Molts altres substantius s'el·lideixen habitualment, com és el cas de γραμμή, «línia» (ἡ εὐθεία γραμμή esdevé, senzillament, ἡ εὐθεία). La simplificació es potencia més amb l'ús de lletres aposades: la «recta AB», ἡ AB εὐθεία, es denota, senzillament, amb ἡ AB. Així, en molts casos, només l'article permet distingir entre dos fets geomètrics diferents; si ἡ ὑπὸ ABΓ és l'«angle ABΓ», τὸ ὑπὸ ABΓ és el «rectangle comprès entre els costats AB, BΓ» (perquè és la fórmula que abreuja τὸ ὑπὸ τῶν AB, BΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον).

Els comparatius μείζων i ἐλάσσων, «més gran» i «més petit», són els més freqüents, essencialment perquè són imprescindibles en les comparacions mètriques. També alguns superlatius, com μέγιστος (en ὁ μέγιστος κύκλος, «el gran cercle <de l'esfera>») són habituals.

Si la concisió i l'esperit conservador són manifestos en l'economia terminològica de la geometria grega, la sintaxi verbal permet a Mugler d'introduir un altre tret característic de la geometria grega: l'idealisme; els textos matemàtics grecs no construeixen els objectes, sinó que els donen per construïts. El fet es pot deduir de l'utilització dels verbs, en tres aspectes bàsics: d'una banda, el subjecte dels verbs no és mai l'autor, sinó l'objecte; d'altra banda, la forma passiva és la més usada; finalment, el temps verbal més utilitzat és el perfet. Les dues darreres característiques es conjuguen en l'ús habitual de la tercera persona del perfet passiu, en mode imperatiu, en expressions com ἐπεζεύχθω εὐθεία ἡ AB i γεγράφθω κύκλος, que presenten les línies i les figures a considerar com a ja realitzades quan el geòmetra s'atura en el seu raonament: «estigui dibuixada una recta AB» i «estigui traçat un cercle». Aquestes formes verbals, si bé ja usades per Plató, són utilitzades per Aristòtil de manera més sovintejada, i semblen marcar el discurs científic, per exemple, en la teoria geomètrica de l'arc de San Martí.

Al costat d'aquesta forma verbal característica, també l'ús de les preposicions crida l'atenció. Certament, en textos de caràcter geomètric, on cal esperar que la situació d'objectes geomètrics en l'espai s'hagi de marcar d'alguna manera, és previsible un ús generalitzat de preposicions que denotin relacions locals. Els textos no tan sols confirmen aquesta previsió, sinó que, degut a la concisió del llenguatge matemàtic, descobreixen expressions farcides de preposicions: τὸν τοῦ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ὑπὸ AHE λόγον, «la raó del <quadrat> a partir de ZH respecte de <l'àrea compresa> per AHE». Les preposicions més sovintejades són: ἀπό, διά, εἰς, ἐκ, ἐν, ἐπί, κατά, μετά, παρὰ, περί, πρὸς, σὺν i ὑπό. En la majoria de casos, la funció de la preposició és deduïble de la funció habitual en el llenguatge comú (vegeu la taula 2.1).

Taula 2.1: Funció de les preposicions.

Prep.	genitiu	acusatiu	datiu
ἀπό	Indica la quantitat geomètrica entera de la qual s'extreu una part: ἀφαιρῆν τι ἀπό τινος, «extreure quelcom de quelcom». També, els elements geomètrics que serveixen de punt de partida d'una construcció: εὐθέων ἄγην ἀπό τινος σημείου, «traçar una recta des d'un punt». El quadrat de costat AB es designa habitualment τὸ ἀπὸ AB.		
διὰ	Expressa que una figura passa per un element geomètric concret. També indica l'antecedent lògic d'una propietat en un raonament o el mitjà pel qual s'ha fet una construcció, com per exemple, en διὰ τῶν ὁμοίων δεξιῶν, «a través de demostracions semblants».	Indica la raó o l'antecedent lògic d'una propietat geomètrica, en expressions com διὰ τοῦτο, διὰ τὰ εἰρημένα, «per això», «pel que hem dit».	
εἰς			Expressa la fi d'una operació geomètrica com, per exemple, en πολυγώνον εἰς κύκλον ἐγγράφειν, «inscriure un polígon en un cercle», i també εὐθέων εἰς ἴσα μέρη τέμνειν, «tallar una recta en parts iguals».
ἐκ	Expressa el punt de partida geomètric (εὐθέων ἄγην ἐκ τινος σημείου, «traçar una recta des d'un punt») o lògic (ἐκ τοῦτου φανερόν, «d'això és evident»). També la disposició relativa d'elements d'una figura: ἐξ ἴσου χεῖσθαι, «posar de forma igual».		

Continua a la pàgina següent

Taula 2.1: Funció de les preposicions (cont.)

Prep.	genitiu	acusatiu	datiu
ἐν			Indica l'interior d'un element geomètric. Alguns termes tècnics que tenen aquest origen: ἡ ἐν κύκλῳ, «la corda»; ἡ ἐν τμήματι γωνία, «l'angle inscrit en un arc». També indica una condició, traduït com «en el cas de». Finalment, un ús molt important en teoria de les proporcions: ἐν λόγῳ εἰσίν, «ser en una raó»; molt sovint apareix ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, «en la mateixa raó».
ἐπί	Indica que un element geomètric és sobre un altre element: σημείον ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαιρας, «un punt sobre la superfície de l'esfera». És freqüent, en aquest sentit, el terme ἐπ'εὐθείας, «sobre una recta», que molts tradueixen com «alineats». També s'estén el significat a figures construïdes amb la línia com a base: ἐπί τῆς εὐθείας γεγράφθω κύκλου τμήμα, «estigui un segment de cercle traçat sobre la recta».	Expressa el terme final d'una operació: ὁρὸ σημείου ἐπί σημείων εὐθείαν ἀγαγεῖν, «conduir una recta des d'un punt fins a un altre».	Tot i que estrany en la geometria clàssica, en autors més antics, abans d'Autòlic, serveix per designar elements geomètrics marcats amb lletres sobre la figura: καὶ ἡ μὲν ἐφ'ἡ ΓΔ δίχα τεμνέτω, «i estigui tallada en dos la recta sobre la qual <hi ha> ΓΔ».
κατά	S'usa quan es crea un element geomètric i es vol ajustar a un altre que el condiciona: ἡ περιφέρεια κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαιρας οἰσθήσεται, «la circumferència descriurà la superfície de l'esfera».	Indica el lloc exacte on es troben dos elements geomètrics: ἡ AB εὐθεία δίχα τέμνεται κατὰ τὸ Δ σημείον, «la recta AB ha estat tallada en dos en el punt Δ». Una expressió formular molt repetida és κατ'εὐθείαν, equivalent a ἐπ'εὐθείαν. També κατὰ τὸ ἐξῆς, «de manera successiva», és una fórmula.	
μετά	Denota la suma: τὸ ὑπὸ MPN μετὰ τοῦ ἀπὸ PK, «l'àrea compresa per MPN juntament amb el quadrat a partir de PK».		

Continua a la pàgina següent

Taula 2.1: Funció de les preposicions (cont.)

Prep.	genitiu	acusatiu	datiu
παρά	Presenta un element geomètric paral·lel a un altre: <i>παρά τῆν ΕΓ ἴσται ἡ ΑΔ</i> , «la recta ΑΔ ha estat traçada paral·lela a ΕΓ». A més, l'expressió summament concisa <i>ἡ παρ' ἧν δύναται</i> indica el que nosaltres en diríem paràmetre d'una cònica.		
περί	Indica que una figura envolta una altra figura, i es construeix molt sovint amb els verbs <i>γράφειν</i> o <i>περιγράφειν</i> , «traçar» o «circumscriure»: <i>περὶ τὸ τρίγωνον κύκλος γεγράφθη</i> , «estigui un cercle traçat al voltant d'un triangle».		
πρός		Indica, com ἐπί, el terme cap a on s'ha de dirigir l'element que es construeix, però, a diferència d'aquest, el terme no és un punt: <i>ἀπὸ τινος σημείου πρὸς κύκλου περιφέρειαν ἐϋθεῖαν ἐπιξενύονται</i> , «unir una recta des d'un cert punt fins a la circumferència del cercle». Però també és molt important el seu ús en la relació de dues magnituds geomètriques en forma de raó: <i>ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ</i> , «com Α respecte de Β, així Γ respecte de Δ».	Precisa la situació d'una figura o d'una part d'una figura: <i>κέσθη πρὸς τῷ Α σημείῳ ἡ ΑΔ</i> , «estigui la recta ΑΔ posada a partir del punt Α».
σύν			S'usa per a l'addició: <i>ὁ Κ κώνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ ΑΕΓ</i> , «el con Κ és igual a la figura compresa amb el con ΑΕΓ».
ὑπὸ	És molt freqüent en expressions d'angles i figures rectangulars, com ja hem vist anteriorment: <i>ἡ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ</i> és «l'angle ΑΒΓ», mentre que <i>τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ</i> és «el rectangle comprès per ΑΒΓ».	Designa un element situat sota un altre, acompanyant usualment verbs com ara <i>ὑποτέθειν</i> , «subtendir»: <i>ὑπὸ τῶς ἴσας περιφερείας ἴσων εὐθεῖαι ὑποτέθουσιν</i> , «rectes iguals subteixeixen arcs iguals».	

La preposició *ἀνά* no s'usa mai, tret de com a prefix verbal: *ἀνάγειν*, *ἀναγράφειν*, *ἀναλύειν*, ... cosa que, segons Mugler, ha sorprès molts lingüistes. També és destacable l'assiduitat, i el virtuosisme, amb què els matemàtics usen la resta de preposicions; la concisió característica dels textos matemàtics provoca, a més, en molts llocs, l'acumulació destacable d'aquestes partícules, tal com passa a *Seccions còniques* III.33 d'Apol·loni: τὸ ἀπὸ ΜΠ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΘΛ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΘΠ, és a dir, «el quadrat a partir de ΜΠ respecte del rectangle comprès per ΗΘΛ juntament amb el quadrat a partir de ΘΠ». Moltes de les abreviacions usades s'originen en les possibilitats de la sintaxi grega general, però d'altres requereixen un estudi minuciós de la teoria matemàtica on s'encabeixen; per exemple, l'abreviació pel paràmetre d'una cònica, abans esmentat, *ἡ παρ'ἧν δύναται* és, segons Mugler (p. 27), «l'abréviation la plus violente de la géométrie, peut-être de la littérature grecque en général», ja que substitueix aquesta definició: *ἡ εὐθεῖα, παρ'ἧν παραβαλλόμενα τὰ ἀπὸ τῶν καταγομένων δύναται χωρίον μλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ἀπὸ τῆς διαμέτρου*, és a dir, «el segment de recta tal que si s'aplica als quadrats de les ordenades, l'àrea aplicada admet com amplada l'abcisa».

El raonament geomètric entre les diverses afirmacions o asseveracions s'articula a través de les partícules i les conjuncions de subordinació. A banda de la distributiva *μὲν ... δὲ ...*, «d'una banda, ..., d'altra banda, ...», les partícules i conjuncions més habituals tenen les funcions causal, hipotètica i consecutiva, i es van distribuint en el teixit d'una proposició, en les parts característiques: *πρότασις* o enunciat, *ἔκθεσις* o exposició, *διορισμός* o delimitació, *κατασκευή* o «preparació», *ἀπόδειξις* o demostració, i *συμπέρασμα* o conclusió. Les partícules són *ἄρα*, *γάρ*, *δή*; les conjuncions: *ἐάν*, *εἰ*, *ἐπεὶ*, *ἵνα*, *ὅταν*, *ὥστε*.

Conclusives Les partícules conclusives són:

ἄρα, «per tant», és la partícula conclusiva habitual. Figura en la conclusió, i sovint en la demostració.

δή, «doncs», marca la transició entre un punt assolit i el seguiment del raonament. És molt freqüent en la fórmula *ὁμοίως δὴ δειχθήσεται*, «de la mateixa manera, doncs, serà demostrat ...».

ὥστε marca una relació consecutiva. Es construeix tant en indicatiu com en infinitiu: *ἡ ΑΓ τῆ ΖΚ ἐστὶ παράλληλος ὥστε καὶ ἡ ΗΘ τῆ ΖΚ ἐστὶ παράλληλος*, «ΑΓ és paral·lela a ΖΚ, de manera que també ΗΘ és paral·lela a ΖΚ.» Quan es construeix amb un imperatiu a l'antecedent, sovint la seva funció es confon amb una conclusiva: *προσπεπορίσθω οὖν πρὸς τὴν Β ἐφ'ἧς τὸ Ζ. ὥστ'εἶναι ...*, «així, doncs, estigui perllongat fins Β, sobre el qual Ζ; per tant, ...».

Causals Les partícules causals són:

γάρ, «en efecte, ja que», és una partícula molt freqüent, i apareix en tres situacions diferenciades: marca la transició entre l'exposició i l'inici de la construcció dels elements necessaris en la demostració. En la demostració per reducció a l'absurd, apareix al començament de la demostració, moltes vegades formularment: *εἰ γὰρ δυνατόν*, *εἰ γὰρ μή*. Finalment, introdueix la causa immediata del que s'acaba de dir.

ἐπεὶ, ἐπειδή, «atès que», introdueixen els antecedents lògics del que vindrà després. De vegades, culmina amb la conclusiva ἄρα.

Hipotètiques Les partícules hipotètiques són:

εἰ, «si», és menys freqüent que ἐάν; serveix per presentar condicions accessòries, per exemple, en la fórmula εἰ τύχοι, «per exemple.» També introdueix condicions lògicament impossibles en les demostracions per reducció a l'absurd.

ἐάν, «si», introdueix les hipòtesis fonamentals de la proposició a la *pròtasi* del període condicional. Després, quan aquestes hipòtesis són utilitzades en una proposició posterior, la relació entre antecedent i conseqüent es manifesta sintàcticament mitjançant una relació causal: ἐπεὶ Així, llegim en *El. 1.13*: ἐὰν εὐθεῖα ἐπ'εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῆ, ἦτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσῃ, «si una recta fa uns angles sobre una altra recta, farà, o bé, dos rectes, o bé, igual a dos rectes.» Aquest resultat es recupera en *El. 1.14*, i s'expressa així: ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἢ AB ἐπ'εὐθεῖαν τὴν ΓΒΕ ἐφῆστηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ ABΓ, ABE γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, «així, doncs, atès que la recta AB se situa sobre la recta ΓΒΕ, per tant, els angles ABΓ i ABE són iguals a dos rectes».

El participi és una de les altres eines que permet als matemàtics atènyer la concisió desitjada. El participi «epithète», especificatiu o atributiu, es presenta en moltes expressions: ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, «la recta donada»; ἡ ἐφαπτομένη εὐθεῖα, «la recta tangent», etc. En canvi, el participi apositiu és menys habitual i, juntament amb el participi en genitiu absolut, delimiten una condició geomètrica: τέμνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύοντες εὐθείας καὶ τοῦτο αἰεὶ ποιοῦντες καταλείψομέν τινα ἀποτμήματα τοῦ κύκλου ..., «un cop tallades en dos, doncs, les circumferències restants i unides les rectes, i això fet un cop i un altre, restaran certs retalls del cercle ...». En el cas de la teoria de les proporcions, hi ha expressions participials en datiu que denoten operacions: ἀναστρέψαντι, «per conversió», és a dir, «realitzant l'operació de conversió»; διελόντι, «per divisió»; συνθέντι, «per composició».

Finalment, les dues negacions mantenen una clara diferència: οὐ, οὐκ neguen fets la no-existència dels quals és lògicament impossible, mentre que μή la nega només quan no és pensable. En aquest cas, és característica dels processos per reducció a l'absurd.

Finalment, segons Mugler, els trets esmentats són «les plus saillants de la langue et du style de cette littérature géométrique qui représente une partie importante de l'héritage intellectuel de la Grèce et qui a conservé, à travers mille ans d'existence, en dépit des différences de caractère et de formation accusées par les penseurs qui l'ont illustrée, une stabilité d'expression contrastant fortement avec la mobilité de la littérature générale» [Mugler 1959, p. 32]

Capítol 3

Germaine Aujac

Hem d'anar a l'article de Germaine Aujac «Le langage formulaire dans la géométrie grecque» [Aujac 1984] per a trobar un text monogràfic centrat en aquest aspecte específic, i cabdal, de l'escriptura matemàtica grega a partir de l'època hel·lenística, més específicament, de la geometria; en paraules de l'autor: «la géométrie grecque avait établi une méthode stricte et adopté un langage formulaire qui devait en assurer la stabilité pour des siècles» (p. 97). En aquest article, Aujac compara algunes formulacions que trobem en obres de caire fonamentalment (però no únicament) astronòmic, d'Autòlic de Pitana, Euclides i Teodosi.

En el cas de la relació entre els textos d'Autòlic i d'Euclides (el primer uns trenta anys més gran que el segon),¹ es troben paral·lelismes que revelen alguna cosa més que un «fons commun de connaissances dans lequel puisaient Autolykos et Euclide» (p. 99). Un primer exemple el trobem en *De sphaera mota*, obra d'Autòlic; en la proposició I, 1.14, l'autor mostra que tots els punts de la superfície d'una esfera que gira al voltant de l'eix descriuen cercles paral·lels, el pla dels quals és perpendicular a l'eix; es descriu la rotació d'un semicercle $AB\Xi$ al voltant d'un diàmetre AB , descripció que retrobem, gairebé literalment, a *El.* XI.14, com a definició d'esfera:²

ἐὰν δὴ μενούσης τῆς AB εὐθείας περιε-
χθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀπο-
κατασταθῆ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι [...].

Si, mantenint immòbil la recta AB , el semicercle gira al seu voltant i de nou retorna a la seva posició inicial [...].

Σφαῖρά ἐστιν ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης
τῆς διαμέτρου περιεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον
εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῆ ὅθεν ἤρ-
ξατο φέρεσθαι [...].

Hi ha una esfera quan, mantenint-se immòbil el diàmetre d'un semicercle, el semicercle gira al seu voltant i de nou retorna a la seva posició inicial [...].

¹ Encara que si fem cas de les darrers aportacions a la datació d'Euclides [Acerbi 2010, p. 86], potser caldria ampliar en uns 50 anys aquest marge.

² La definició es basa en la rotació d'un cercle al voltant d'un diàmetre, i no, com es podria esperar, en una extensió de la definició del cercle que trobem en *El.* I.15.

Segons Aujac, no es tracta de la influència d'un autor sobre l'altre, sinó simplement de l'ús d'una eina que pertany a l'estoc comú de definicions i teoremes, presentats ja amb una formulació fixada; és precisament aquesta coincidència que prova l'existència d'aquestes definicions estereotipades que els matemàtics memoritzen. Evidentment, hi ha moltes altres coincidències d'aquest tipus. Per exemple, en la proposició 7 de *De sphaera mota*, Autòlic en la demostració usa un teorema que també trobem a *El.* xi.16:

ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ AB, ΓΔ ὑπὸ τινος ἐπιπέδου τοῦ HZΘ τέμνεται, αἱ κοιναὶ ἄρα αὐτῶν τομαὶ αἱ KM, ΛN εὐθεῖαι παράλληλοι εἰσιν.	ἐὰν δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνεται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοι εἰσιν.
Atès que dos plans paral·lels AB i ΓΔ són tallats per un cert pla HZΘ, aleshores, llurs seccions comunes, les rectes KM i ΛN, són paral·leles.	Si dos plans paral·lels són tallats per un pla qualsevol, llurs seccions comunes són paral·leles.

Igualment, en la proposició 8, Autòlic acaba un raonament per reducció a l'absurd usant pràcticament la mateixa expressió que Euclides a l'enunciat d'*El.* iii.10:

δύο κύκλοι τεμοῦσιν ἀλλήλους κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.	κύκλος κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.
Dos cercles es tallaran en més de dos punts.	Un cercle no pot tallar un altre cercle en més de dos punts.

Segons Aujac, hi ha una certa variabilitat en la formulació, i posa l'exemple de ὀρθός (perpendicular); Autòlic l'usa molt més que Euclides, que, en canvi, prefereix πρὸς ὀρθάς en contextos similars. En qualsevol cas, el nombre de les coincidències és molt gran.

La influència dels *Elements* d'Euclides és impossible en l'obra d'Autòlic. En canvi, podria pensar-se que Euclides usa, textualment, resultats d'Autòlic. En un altra obra d'Euclides, *Fenomena*, aquesta influència no resulta sempre tan evident, però continuen presentant-se moltes coincidències.

Podríem pensar que Autòlic i Euclides, pràcticament contemporanis, han après els teoremes de la geometria en el mateix estil formular. Això resulta més versemblant perquè, dos segles més tard, els enunciats dels teoremes continuen essent pràcticament els mateixos i segueixen usant-se les mateixes fórmules. És el cas de les *Sphaerica* de Teodosi de Bitínia, autor del primer segle de la nostra era. Teodosi hi estudia les propietats de l'esfera immòbil, tallada per diversos cercles. Els teoremes s'hi enuncien, usualment, en els mateixos termes que els usats per Autòlic. Així, la proposició 1 d'Autòlic és pràcticament idèntica al teorema ii.2 de Teodosi:

οἱ δὲ περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους ὄντες ἐν σφαίρᾳ κύκλοι παράλληλοί εἰσι.
I els cercles que, dins l'esfera, tenen els mateixos pols són cercles paral·lels.

οἱ περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους ὄντες ἐν σφαίρᾳ κύκλοι παράλληλοί εἰσι.
Els cercles que, dins l'esfera, tenen els mateixos pols són cercles paral·lels.

Hi ha moltes altres coincidències, potser no tan estrictes. Per exemple, en la mateixa proposició d'Autòlic i en la proposició 1.8 de Teodosi hi trobem aquestes expressions:

καὶ φανερόν ὅτι τὰ AB σημεία πόλοι ἔσονται τοῦ γραφέντος κύκλου ἐπειδήπερ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας κάθετος ἦκται καὶ ἐκβέβληται ἡ AB ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας

És clar que els punts A i B seran els pols del cercle així descrit, perquè, des del centre de l'esfera, una perpendicular AB ha estat traçada i perllongada fins a la superfície de l'esfera

ἐὰν ᾗ ἐν σφαίρᾳ κύκλος, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπ' αὐτὸν κάθετος ἀχθῆ καὶ ἐκβληθῆ ἐπ' ἀμφοτέρα τὰ μέρη, ἐπὶ τοὺς πόλους πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Si hi ha un cercle en una esfera i, del centre de l'esfera, es traça una perpendicular sobre aquest cercle i es perllonga des de cada costat, aquesta perpendicular passarà pels pols del cercle.

Les coincidències són constants entre els dos autors, i n'hi ha alguna d'especialment significativa. Un cas com aquest és el teorema 1.15 de l'obra de Teodosi:

ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν καὶ πρὸς ὀρθὰς τεμεῖ.

Si en una esfera un cercle màxim talla un cercle qualsevol de l'esfera passant pels seus pols, el tallarà tant en dues parts iguals com en angle recte.

Autòlic usa aquest teorema cinc cops. Per exemple, les proposicions 6 (i 7, canviant només els punts) reproduïxen *in extenso* aquest resultat, en els mateixos termes que Teodosi, intercanviant només el verb principal de posició:

Ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΔΓ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΑΒΓ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθὰς.

Atès que en una esfera un cercle màxim ΑΔΓ talla un cercle qualsevol de l'esfera ΑΒΓ passant pels seus pols, la tallarà tant en dos parts iguals com en angle recte.

La locució de coordinació τε ... καὶ subratlla el fet que les dues propietats s'apliquen de manera conjunta. Però l'ús que en fa Autòlic en la proposició 5 només requereix de la primera propietat. Llegim-ho:

καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΒΓ κύκλος τὸν ΒΔΓΕ κύκλον διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ.

Atès que el cercle ΑΒΓ talla el cercle ΒΔΓΕ passant pels seus pols, el tallarà tant en dos parts iguals.

És evident que Autòlic ha reproduït la mateixa expressió, eliminant la part que no esqueia a la proposició, i ho ha fet sense tenir en compte que deixava una partícula relacional $\tau\epsilon$ sense el correlatiu coordinatiu $\kappa\alpha\acute{\iota}$. És una bona mostra de la força de l'expressió formular, que pot passar pel davant de la coherència sintàctica de l'expressió. I no és un cas únic amb aquesta mateixa expressió; a la proposició 7 Autòlic vol servir-se de la segona propietat i escriu:

$\epsilon\pi\epsilon\acute{\iota}$ \acute{o} $HZ\Theta$ $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\varsigma$ $\tau\omicron\upsilon\varsigma$ $AB, \Gamma\Delta, AB\Delta\Gamma$ $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\upsilon\varsigma$ $\delta\iota\acute{\alpha}$ $\tau\acute{\omega}\nu$ $\pi\acute{o}\lambda\omega\nu$ $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$, $\kappa\alpha\acute{\iota}$ $\pi\rho\acute{o}\varsigma$ $\acute{o}\rho\theta\alpha\varsigma$ $\alpha\acute{\upsilon}\tau\omicron\upsilon\varsigma$ $\tau\epsilon\mu\epsilon\acute{\iota}$.	Atès que el cercle $HZ\Theta$ talla els cercles $AB, \Gamma\Delta, AB\Delta\Gamma$ passant pels seus pols, també els tallarà en angle recte.
---	--

El terme $\kappa\alpha\acute{\iota}$, que es pot traduir per l'intensiu «també», és de fet el segon element coordinatiu de la clàusula $\tau\epsilon \dots \kappa\alpha\acute{\iota} \dots$ en la formulació de Teodosi (que nosaltres hem traduït sistemàticament «com»). Sembla evident que és el resultat d'un ús abusiu de l'expressió formular, perquè la repeteix fil per randa, com en el cas anterior.

Aujac també reconeix que hi ha exemples en què les formulacions d'Autòlic i de Teodosi no són coincidents, de vegades ni tan sols similars. Cal tenir en compte, però, els segles que separen els dos autors, que poden haver modificat, i en algun cas canviat totalment, les expressions formulars per d'altres més precises o, senzillament, més reeixides.

Sembla, doncs, conclou Aujac, que a final del s. iv, l'expressió de la geometria grega era ja extremadament rígida, expressió que podria haver ajudat a fixar Hipòcrates de Cos (s. v), que, segons Procle, és el primer redactor d'uns *Elements*. I probablement Hipòcrates només plasmés per escrit allò que s'anava transmetent, de manera garebé inalterable, en la memòria dels matemàtics.

Queda la pregunta de com és que només la geometria, entre les ciències, s'emmotllà a aquest llenguatge formular, normalment reservat a les formes poètiques gregues més antigues, molt especialment als poemes d'Homer. Aujac aventura dos arguments: el primer, lligat a la importància que té la memòria en el món grec; molts grecs coneixien l'*Il·líada* i l'*Odisea* de memòria. Als grecs, no els hauria de resultar complicat usar aquest recurs també en matemàtiques, però, donat que els textos d'aquesta mena no tenen recursos rítmics que en facilitin la memorització, es potencia l'ús de l'expressió formular, que redueix els continguts a recordar només als termes necessaris i suficients. El segon argument té a veure amb el caràcter ideal de la geometria: els objectes de què tracta són ideals, en els sentit que eliminen totes les imperfeccions dels objectes reals; per tant, són objectes imaginaris (que no tenen un suport *real*) i simples. És important, doncs, que la llengua que els descriu sigui sòlida, sense ambigüitats i, també, simple.

Capítol 4

Reviel Netz

En *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics* [?], l'autor, entre d'altres qüestions, amplia l'estudi d'Aujac sobre les expressions formulars i, en general, sobre el llenguatge matemàtic grec i la seva relació amb les formes deductives de la matemàtica. Els capítols 3 («The mathematical lexicon») i 4 («Formulae») desenvolupen aquest aspecte essencial de l'escriptura matemàtica grega. Farem un breu repàs d'aquells aspectes útils per als nostres propòsits.¹

4.1 El lèxic matemàtic

Netz constata, primerament, que el gruix del lèxic matemàtic grec prové del llenguatge comú i que, en la majoria d'obres matemàtiques, es poden distingir dos usos diferents del lèxic: en les definicions i en la resta del text.

Les definicions, situades habitualment al principi de l'obra, en la secció introductòria, no tenen la funció de regular el lèxic i, de fet, cobreixen una part petita del corpus lexical. Molt sovint, tampoc es refereixen a mots individuals; de fet, el *definiendum*² no és habitualment un únic terme. Aquesta és la classificació dels possibles *definienda*:

1. Un únic nom, com per exemple, «un *punt* és allò que no té parts».
2. Un sintagma nominal format per un nom i un adjectiu, com per exemple, «una *línia recta* és una línia que és posada al mateix nivell que els seus punts».

¹Cal dir que les investigacions de Netz es basen en corpus textuals molt limitats, i no en tot el corpus matemàtic grec. Només en l'anàlisi de les definicions que apareixen als tractats matemàtics, Netz ha analitzat gran part de les definicions d'aquest corpus (Euclides, Autòlic, Arquimedes i Apol·loni).

²En una definició podem distingir entre el *definiendum*, el terme o sintagma definit, del *definiens*, el terme o grup de termes que defineixen.

3. Un sintagma nominal diferent de l'anterior, com per exemple, «un *segment de cercle* és la figura continguda per una recta i una circumferència d'un cercle».
4. Un sintagma verbal, com per exemple: «diem que *és tangent a un cercle* una recta que, tocant el cercle i perllongada, no talla el cercle».

La majoria de les definicions no són del primer tipus (només un 12%); en general, defineixen l'element adjunt al nom i que l'especifica (ja sigui un adjectiu o un complement del nom, o bé un sintagma verbal). En la majoria de casos, la definició no defineix, sinó que només especifica les condicions en què la propietat especificada es pot aplicar a l'objecte.

Les definicions no apareixen mai enumerades; normalment ho fan en forma de text continu, juxtaposades unes a les altres, integrades en el text introductori que precedeix la investigació matemàtica. I això revela l'autèntica essència de les definicions: són, habitualment, textos metamatemàtics o de segon ordre; no són textos matemàtics, sinó *sobre* les matemàtiques.

En qualsevol cas, els objectes definits són molt pocs, en relació a la quantitat de conceptes i accions que apareixen en els textos matemàtics. A més, els objectes definits apareixen en el text no a través dels termes definits, sinó més habitualment a través de *fórmules*.³ En definitiva, les definicions no són allò que regula el significat del text.

Les estadístiques del lèxic matemàtic que presenta Netz [?]p. 104ss.)netzshaping mostren unes tendències constants en tots els textos: el nombre de lemes⁴ de qualsevol text matemàtic és molt reduït i, en general, tampoc no hi ha moltes diferències en els lemes entre obres diverses de la mateixa temàtica. Hi ha diversos motius que potencien aquest fet: els textos matemàtics són molt repetitius, no hi ha gairebé *hápax legomena* i, a més, pràcticament no hi ha sinònims (cada concepte està associat a un únic terme). De fet, la major part d'ocurrències formen part d'una fórmula que consta de lletres, articles i preposicions, del tipus $\eta \ \acute{\upsilon}\pi\delta \ \tau\acute{\omega}\nu \ \text{AB}\Gamma$, «l'angle contingut per les rectes AB Γ », lit. *el per les AB Γ* . Hi ha, curiosament, pocs termes lògics, com ara conjuncions o negacions. A més, segons Netz, la matemàtica grega està centrada en els objectes, que no són genèrics (cercles, rectes ...), sinó concrets, particulars, «individuated through the article and the letters and spatially organised through the prepositions».

Finalment, és important subratllar que el lèxic dels textos matemàtics grecs és invariant inclús si se seleccionen aleatòriament parts concretes del corpus (sia segons l'autor, sia una secció d'un mateix text); independentment de la tria, la major part del lèxic serà el mateix. Només hi ha variabilitat, com ja s'ha mencionat, entre la introducció i la resta del text.

³Netz usa habitualment el terme llatí *formulae*. Per a evitar problemes de declinació, usem el terme català equivalent.

⁴Usem el lema/ocurrència en el sentit que hem comentat en l'apartat *Convencions* p. 19; *canto*, *cantava*, *cantarem*, etc són ocurrències d'un mateix lema, que podem representar per la forma infinitiva *cantar*.

4.1.1 El principi d'un concepte/una paraula

Netz afirma que la matemàtica grega usa molt pocs sinònims i també pocs homònims; normalment, cada concepte el recull un únic terme, i cada terme fa referència a un únic concepte dintre d'un domini concret.⁵

De fet, però, aquesta tendència a l'eliminació de la sinonímia i l'homonímia és progressiva en la matemàtica grega: en èpoques molt reculades, conviuen sense problemes diversos termes per a un mateix concepte, com ara, γωνία/γλωχίς per a l'angle, γραμμή/κανών per a línia, κέντρον/μέσον per al centre, χωρίον/ἔμβαστον/ἑτερομήκης per al rectangle, etc. Però es produeix una selecció implacable que elimina del lèxic matemàtic totes les opcions que no siguin la primera, en cada cas, malgrat que en la llengua comuna els altres termes continuen tenint la mateixa vitalitat fora de l'àmbit matemàtic.

Queden alguns casos de sinonímia:

- El fet de «ser tangent» es pot expressar amb tres verbs diferents: ἄπτεσθαι/ἐφάπτεσθαι/ἐπιψάνειν, tot i que no són sinònims estrictes.
- El terme «figura» es pot expressar amb els termes grecs εἶδος/σχῆμα. Aquest terme pertany més al lèxic de segon ordre que no pas al lèxic matemàtic.
- Alguns verbs i els seus compostos formen quasi-sinònims, com en el cas de ἄγειν/ἀνάγειν, «traçar». Molts d'aquests compostos tenen significats molt específics; per exemple, ἀνάγειν s'usa molt en el traçat de perpendiculars.
- Hi ha termes que, si bé no són en cap cas sinònims, tenen solapaments semàntics; és el cas dels termes περιφερεία/περίμετρος, el primer aplicat a línies corbes i el segon, a línies rectes. De vegades, alguns autors usen περίμετρος per a descriure la circumferència, περιφερεία, d'un cercle. També els adjectius εὐθύγραμμον/πολύγωνον, «rectilini/poligonal», de vegades, s'usen indistintament. Finalment, hi ha expressions que semblen sinònimes, com κάθετος ἐπί/πρός ὀρθάς que de fet es refereixen al mateix però des de punts de vista diferents.
- Hi ha molts més sinònims en la terminologia de segon ordre, com per exemple: ἀήτημα/ὑπολάμβανον (postulat), ἀξίωμα/κοινόν ἐννοίον (axioma), δείκνυμι/ἀποδείκνυμι (demostrar), ἄτοπον/ἀδύνατον (absurd/impossible), però intercanviables en els contextos en què s'usen, etc.

Així, doncs, en el lèxic matemàtic de segon ordre no s'ha produït el procés d'eliminació de sinònims, mentre que el lèxic de primer ordre pràcticament no en conté.

⁵La tendència a estendre *naturalment* el significat d'un concepte a d'altres dominis obliga a fer aquesta puntualització; posem per cas, el terme *segment* s'usa en objectes del pla (segment de cercle, per exemple), i s'estén naturalment a l'espai (segment d'esfera).

Només es donen casos d'homonímia en la frontera entre el llenguatge de primer ordre i el de segon ordre (gairebé sempre, en el cas dels verbs, el significat actiu és de segon ordre i el passiu de primer ordre). Per exemple, *ὑπόθεσις* és hipòtesi, en el llenguatge de segon ordre, mentre que *ὑποκειμένον* s'aplica a una figura que «s'estén» o es «traça». També en el cas de *συντίθεναι*, en el llenguatge de segon ordre, designa la solució d'un problema «sintèticament», mentre que *συνχεισθαι* s'usa per la composició de figures (així com per a la composició de raons).

En general, doncs, la sinonímia i l'homonímia només es produeix (dintre d'un mateix domini) en la interacció entre el llenguatge de primer i segon ordre, gairebé mai dintre del llenguatge matemàtic de primer ordre.

4.1.2 La natura holística del lèxic

Un altre element important en l'evolució del lèxic és el fet següent: els termes s'inventen, es mantenen o es transformen bàsicament per millorar-ne la inserció en el sistema i el funcionament global. Així, per exemple, l'oposició dels articles *τό/ἡ* és imprescindible per la distinció entre punt/línia. En temps reculats, el punt es designava amb el terme *στιγμή*, també femení com el terme «línia», *γραμμή*. El competidor de *στιγμή* era el neutre *σημείον*, «signe». L'avantatge d'aquest darrer és clarament sistèmica: permet l'oposició d'articles que eliminarà moltes ambigüitats en els textos.

També en el desplaçament de significats de termes concrets s'observa la influència de les necessitats globals del text: *ἄγειν/γράφειν*, «traçar/dibuixar»,⁶ són verbs pràcticament sinònims en els textos matemàtics, tret que el primer s'aplica a línies rectes i el segon a corbes. No podem deduir el significat dels verbs compostos respectius, *ἀνάγειν/ἀναγράφειν*, «aixecar», a partir dels significats dels verbs simples, sinó a partir del context pràctic: *ἀνάγειν* significa «aixecar una figura plana», mentre que *ἀναγράφειν* significa «aixecar una figura tridimensional».

L'adverbi *μήκει*, «en longitud», també ho il·lustra: en general, en l'expressió de la raó entre dues longituds, «la recta AB respecte de la recta CD», se sobreentén que la relació és entre les longituds. En canvi, quan apareixen expressions on la relació entre AB i CD s'estableix «en quadrat», l'expressió que s'usa és «la recta AB respecte de la recta CD *δυνάμει*». Precisament en aquests casos, si aquesta raó es compara amb una raó no *quadràtica*, aquesta darrera s'acompanya del terme *μήκει*. Per exemple, una expressió d'aquest tipus seria: «com AB és respecte de CD *δυνάμει*, així EF respecte de GH *μήκει*». Aquest darrer terme no significa res, i de fet no hi seria si no aparegués anteriorment *δυνάμει*. Per tant, només podem entendre'l en funció del context.

En definitiva, els termes obtenen el significat a partir de les relacions estructurals internes que s'estableixen.

⁶Mugler [1959] és la font dels termes discutits en aquesta secció, així com de molts altres termes usats per Netz.

4.1.3 Connectors lògics

Els connectors lògics s'usen de manera consistent, la qual cosa significa que:

- Els connectors gairebé mai no deixen de posar-se; cada pas lògic en una demostració sempre s'acaba reflectint en un connector lògic.
- Només s'usa un petit grup de connectors lògics.
- Cada connector s'usa en un context ben delimitat.

Així, la majoria de resultats es marquen amb ἄρα, «per tant», o bé per ὥστε, «de manera que». Quan una assertió s'afegeix a una assertió prèvia, de manera que les dues duen a una tercera assertió, la segona assertió es marca amb δε, «i», ἀλλά, «però» o καί, «i». Si una assertió sosté una altra assertió que la precedeix, i la segona es marca amb γάρ, «ja que» o, no tant sovint, ἐπεί, «atès que» o, fins i tot, διὰ, «a través de, mitjançant».

Aquest sistema no se segueix sempre, però és molt usual, i només puntualment hi ha variacions. Esperaríem trobar d'altres marcadors, com ara el genitiu absolut, o bé la conjunció εἰ, però el seu ús és molt reduït, i en el cas de la conjunció condicional s'acostuma a trobar només en fórmules del tipus εἰ γὰρ δύνατο, «si fos possible».⁷

4.2 Fórmules

Una *fórmula*, en el context de la matemàtica grega, és un grup de termes que es repeteix molt sovint en els textos de forma estructuralment idèntica; a diferència de les fórmules homèriques, evidentment, no depenen del context mètric, perquè els textos matemàtics estan escrits en prosa. Ara bé, Netz [1999, p. 127, n. 1] remarca que, malgrat que no siguin equiparables a les fórmules homèriques, tenen punts en comú.⁸ De fet, la definició clàssica de fórmula homèrica, donada per Milman Parry, «a group of words which is regularly employed under the same metrical conditions to express a given essential idea» (*loc.cit.*), conté dues característiques que podem atribuir també a les fórmules de la matemàtica grega: un ús regular i repetitiu, i l'expressió d'una idea essencial donada (que Netz tradueix dient que les fórmules són «semànticament marcades».)⁹ Netz dóna, a partir d'aquestes característiques, una definició de fórmula (*loc.cit.*):

⁷És ben curiós que Netz no mencioni la partícula ἐάν en construccions del que en diríem condicionals universals, aquesta sí una partícula molt utilitzada, i que explica l'absència de εἰ.

⁸En aquest punt, Netz recull idees de Aujac [1984], però refusa les conclusions sobre la relació entre les fórmules de la matemàtica grega i la transmissió oral (tal com sí que passa amb la poesia oral).

⁹En qualsevol cas, Netz adverteix que, molt probablement, l'origen de les fórmules homèriques i de les matemàtiques és diferent, perquè, si les primeres s'arrelen en l'oralitat, les segones no hi tenen res a veure; bàsicament, no responen a necessitats mètriques, sinó estructurals, cosa que es reflecteix clarament en una variabilitat major que les fórmules homèriques. Per tant, les fórmules matemàtiques necessiten l'escriptura per a emergir.

I count a group of words as formulaic if it is semantically marked OR it is *very* markedly repeated —a non-exclusive disjunction. One corollary of the definition should be pointed out immediately: it allows one-word-long formulae —so we have come a long way indeed from the Homeric starting-point.

4.2.1 La taxonomia de les fórmules

Netz detecta cinc tipus de fórmules bàsiques bastant homogenis. El primer grup el formarien les *fórmules d'objecte*. Hi ha també les *fórmules de construcció*, les *fórmules de segon ordre*, les *fórmules argumentals* i les *fórmules predicatives*.

Les *fórmules d'objecte* consten essencialment de lletres, i no de substantius denotatius de l'objecte en qüestió; «el punt A» es donota habitualment en grec amb τὸ A, és a dir, «[article neutre] + [lletra]»,¹⁰ sense el substantiu corresponent. Només amb el gènere de l'article podem deduir el substantiu a què es refereix. Evidentment, les tres formes de l'article grec no permeten donar compte de tots els objectes de la matemàtica; és per això que s'usen d'altres partícules, bàsicament preposicions, per a denotar-los d'una manera unívoca. Així, les fórmules objectuals més importants són:

1. τὸ A – «[article neutre] [lletra]», denota un punt (en aquest cas, el punt A).
2. ἡ AB – «[article femení] [dues o més lletres]», denota una recta.
3. ἡ ὑπὸ τῶν ABΓ – «[article femení] per [article femení gen. pl.] [tres lletres]», denota un angle format per dues rectes.
4. ἡ πρὸς τὸ A – «[article femení] davant [article neutre ac.]», denota un angle en un punt.
5. ὁ ABΓ – «[article masculí] [tres o més lletres]», denota un cercle.
6. τὸ AB – «[article neutre] [dos o quatre lletres o més]»,¹¹ denota una àrea.
7. τὸ ABΓ – «[article neutre] [tres lletres]», denota un triangle.
8. τὸ ἀπὸ τῆς AB – «[article neutre] sobre [article femení gen.] [dues lletres]», denota un quadrat.
9. τὸ ὑπὸ τῶν ABΓ – «[article neutre] per [article femení gen. pl.] [tres lletres]»,¹² denota un rectangle.
10. ὁ A/AB – «[article masculí] [una o dues lletres]», denota un nombre.

¹⁰El comentari d'aquesta secció del llibre, Netz [1999, p. 133ss.] no és del tot fidel a l'original, perquè la representació esquemàtica de les fórmules no pot ser la mateixa en català que en anglès. Els claudàtors inclouen l'objecte lingüístic que hi pot aparèixer amb totes les restriccions essencials.

¹¹Les dues lletres denoten els dos vèrtexs oposats d'un quadrilàter i, si la figura té més costats, la cadena de lletres inclouria tots els vèrtexs, i el nom elidit per «àrea» és χωρίον.

¹²Netz [1999, p. 134] oblida posar «gen. pl.» tot i que és imprescindible.

11. ὁ λόγος A πρὸς B – «la <raó> [objecte en gen.] respecte de [objecte en acus.], denota una raó. Molt sovint ὁ λόγος s'elideix.

En una fórmula d'aquest tipus, es pot elidir tot tret de l'article, la preposició i les lletres. Una altra característica essencial n'és la naturalesa generativa: cadascuna d'elles es pot usar com a element d'una altra fórmula. Així, les fórmules 3, 8 i 9 usen la fórmula 2; la fórmula 3, posem per cas, és «[article femení] per [article femení gen. pl.] + [tres lletres]» i en un cas concret escriurem «l'angle <contingut> per les rectes AB, BC».¹³ En aquest cas, el text en cursiva és una instància de la fórmula 2. De fet, totes les fórmules geomètriques es generen a partir de la fórmula 1, la del punt. A més, totes aquestes fórmules inclouen elements *variables*, les lletres que fan referència als punts.

Les fórmules 3 i 4 són pràcticament sinònimes. Ara bé, aquesta estructura, potser poc econòmica, evita l'homonímia. Per exemple, en *El. II*, el terme γνώμων és posat sistemàticament en l'expressió corresponent a la fórmula:

12. ὁ ABΓ γνώμων – «el gnòmon [tres lletres]», denota un gnòmon.

El terme no s'elideix per a evitar l'homonímia amb la fórmula del cercle (5), malgrat que en *El. II* no apareguin mai cercles. El llistat de les fórmules objectuals pot fer-se molt gran. En donarem algun exemple més destacat per Netz:

13. ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ABΓ κύκλου – «[article femení] <recta traçada> des del centre del cercle [tres lletres] <fins a la circumferència>», que denota sempre el radi.
14. τὸ διὰ τοῦ ἄξονος AB τρίγωνον – «[article masculí] triangle a través de l'eix [dues lletres]», és un triangle que passa pel vèrtex i el centre de la base d'un con.
15. τὰ περὶ τὴν διάμετρον AB παραλληλόγραμμα – «el paral·lelogram al voltant del diàmetre [dos punts]», que denota un paral·lelogram.

Un altre grup de fórmules són les *fórmules de construcció*. L'estructura d'aquestes fórmules sempre inclou entre els seus elements una fórmula d'objecte. Alguns exemples:¹⁴

16. «διὰ [F1: gen.] [F2: dat.] παράλληλος ἦχθω [F2: nom.]»¹⁵ – «estigui [F2] traçada paral·lela a [F1] a través de [F2]».

¹³És molt usual en els textos matemàtics simplificar «AB, BC» amb «ABC», encara que es refereixi a dues rectes.

¹⁴Tal i com fa Netz, de manera una mica inconsistent, canviarem les expressions gregues, que ara no seran exemples, sinó que mostraran l'estructura de la fórmula.

¹⁵Amb F1, F2, ... ens referim a la fórmula amb el mateix numeral. Si cal especificar encara més la fórmula, afegirem els elements que falten; per exemple, en la primera F1 s'indica que l'article ha d'estar en genitiu.

17. «ἤχθω [F2] ἐπιφάουσα» – «estigui traçada una tangent [F2]».¹⁶
18. «ἔστω [qualsevol F d'objecte sense lletres] [un F equivalent amb lletres]» – «Heus aquí [F d'objecte sense lletres] [F d'objecte amb lletres]», que atribueix a les lletres el valor de la fórmula sense lletres. Per exemple, ἔστω κώνος τὸ K, és a dir «heus aquí un con K».

Les fórmules de segon ordre són diferents a tota la resta, bàsicament perquè la distinció primer ordre/segon ordre és central en el llenguatge matemàtic grec. Aquestes fórmules les podem trobar a l'interior del discurs de primer ordre, i no, com es podria pensar, dintre de la secció introductòria de segon ordre, secció que acostuma a tenir molt poc de formular. I, a diferència dels termes de segon ordre (que com hem vist no es comporten de forma tan regular com els de primer ordre), les fórmules de segon ordre són tan rígides com les de primer ordre.

Aquestes fórmules funcionen com a petit interludi entre arguments. Per exemple, en l'estructura d'*anàlisi/síntesi*, l'anomenada *síntesi* sempre s'introdueix amb una expressió com aquesta:

19. συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως – «el problema, doncs, serà sintetitzat així».

Hi ha també fórmules fixes de segon ordre, com aquestes:

20. ὁμοίως δὴ δείξομεν – «de manera semblant, doncs, demostrarem ... »
21. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ – «a través del mateix <raonament>, doncs, ... ».
22. λέγω ὅτι – «Jo dic que ... », que introdueix sempre l'asserció que cal demostrar.

El quart grup de fórmules el constitueixen les *fórmules argumentals*, que són expressions que validen un argument. Entre les més bàsiques tenim aquestes, que es refereixen a manipulacions que es poden fer entre proporcions:¹⁷

23. [F29] καὶ ἐναλλάξ [F29]» – «[F29] i, per alternança, [F29]».
24. «[F29] καὶ ἀνάπαλιν [F29]» – «[F29] i, per inversió, [F29]».
25. « [F29] καὶ συνθέντι [F29]» – «[F29] i, per composició, [F29]».
26. « [F29] καὶ διέλοντι [F29]» – «[F29] i, per divisió, [F29]».
27. « [F29] καὶ ἀναστρέψαντι [F29]» – «[F29] i, per conversió, [F29]».

¹⁶Netz tradueix l'article com a definit, tot i que per raons que veurem més endavant, preferim traduir-ho amb un article indefinit.

¹⁷La F29 es presentarà més endavant; es tracta d'una proporció, que es forma a partir de dues raons.

De vegades, les fórmules argumentals tenen una estructura més rica i contenen, molt sovint, fórmules de segon ordre:

28. «εἰ γὰρ δύνατον, ἔστω [certa propietat]. [Cert argument] [certa propietat impossible] ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον/ἄτοπον. οὐκ ἄρα [la primera propietat]. ἄρα [la negació de la primera propietat]» – «En efecte, si és possible, que sigui [certa propietat]. [Cert argument] [certa propietat impossible] la qual cosa és impossible/absurda. Per tant, no [la primera propietat]». Aquesta fórmula argumental és la *reducció a l'absurd*.

Resten les *fórmules predicatives* que, com les anteriors, es defineixen pel contingut; en aquest cas, les fórmules prediquen alguna cosa (incloent-hi les relacions). Algunes d'aquestes fórmules predicatives, en el cas de relacions, són:

29. «ὡς [F₁₁] οὕτως [F₁₁]» – «com [F₁₁] així [F₁₁]», que denota una proporció.
30. «εἰς αὐτὰς ἐμπέτωκεν [F₂]» – «[F₂] les troba», que denota una relació (en aquest cas la intersecció) d'una recta amb dues altres rectes.
31. πρὸς ὀρθάς – «en angle recte».
32. «[objecte] ἴσον ἐστὶ [objecte]» – «[objecte] és igual a [objecte]», que denota la igualtat. Aquesta fórmula pot substituir el segon objecte per una suma, per exemple, i així obtenir les fórmules compostes:¹⁸ «[objecte] ἴσον ἐστὶ [objecte] μετὰ [objecte]»/ «[objecte] ἴσον ἐστὶ [objecte] καὶ [objecte]»/ «[objecte] ἴσον ἐστὶ [objecte] τε καὶ [objecte]» – «[objecte] és igual <a la suma> de [objecte] i [objecte]».
33. La identitat entre objectes està poc marcada, perquè de vegades només apareixen els objectes idèntics un al costat de l'altre, mentre que en d'altres apareixen separats per *τουτέστιν*.¹⁹

En el cas de fórmules predicatives que no són relacions, podem considerar:

34. ὡς ἔτυχεν – «com s'escaigui».
35. «ἐπ'εὐθείας [F₂: dat.]» – «sobre una recta [F₂]».

En definitiva, les fórmules contenen elements variables, que poden ser lletres, objectes i d'altres fórmules. Així, per exemple, la fórmula 23 es pot desenvolupar a partir dels seus components:

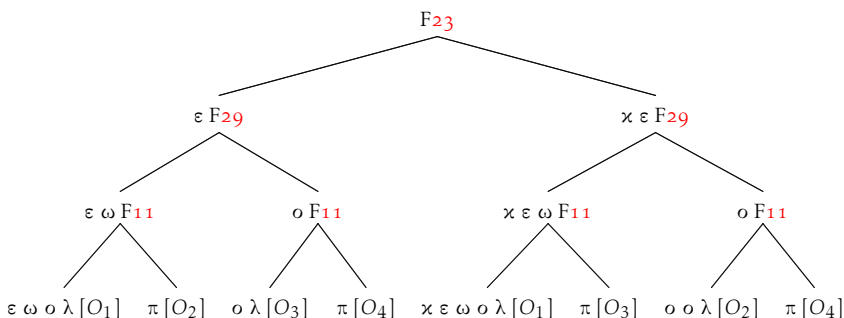
$$\begin{array}{l} \text{ἐπεὶ} \quad \quad \quad [F_{29}] \quad \quad \quad \text{καὶ} \quad \quad \quad \text{ἐνναλλάξ} \quad \quad \quad [F_{29}] \quad \quad \quad = \\ = \text{ἐπεὶ} \quad \text{ὡς} \quad [F_{11}] \quad \text{οὕτως} \quad [F_{11}] \quad \text{καὶ} \quad \text{ἐνναλλάξ} \quad \text{ὡς} \quad [F_{11}] \quad \text{οὕτως} \quad [F_{11}] \quad = \end{array}$$

¹⁸Netz enumera aquestes fórmules de forma diferenciada, però sembla evident que es tracta de fórmules compostes.

¹⁹La distinció que fa Netz entre igualtat/identitat és poc acurada.

= ἐπεὶ ὡς ὁ λόγος [primer objecte] πρὸς [segon objecte] οὕτως ὁ λόγος [tercer objecte] πρὸς [quart objecte] καὶ ἐναλλάξ ὡς ὁ λόγος [primer objecte] πρὸς [tercer objecte] οὕτως ὁ λόγος [segon objecte] πρὸς [quart objecte].

Aquest desenvolupament *horizontal* es pot expressar també en forma d'arbre (com faria la gramàtica generativa, que és el model que usa Netz):²⁰



Una mateixa fórmula gairebé sempre té variants, malgrat que el terme sembli remarcar el caràcter invariant de l'expressió formular, i les més habituals només elideixen algun terme. De fet, totes les ocurrences diferents d'una fórmula són variants de *la fórmula*, perquè no sempre la més usada és la més completa. Ara bé, tampoc la més usada no acostuma a ser la més breu. Segons Netz (p. 149), les fórmules completes són molt comunes. A més, quan la fórmula s'usa «deliberately and self-consciously»,²¹ la versió més estesa és la completa.

Segons Netz, el nombre de fórmules usades per la matemàtica grega és difícil d'establir, però un càlcul aproximat indicaria que l'ordre és dels centenars de fórmules i, probablement, les més usades no són més de dues o tres-centes.

Així, doncs, les fórmules conformen un sistema que va molt més enllà de les possibilitats que permet un lèxic tan reduït. En concret, malgrat la migradesa del lèxic, les expressions formulars permeten generar noves entitats (objectuals, relacionals, de segon ordre, ...) perfectament delimitades i que mantenen entre elles relacions complexes però diàfanes, evitant sempre l'ambigüitat. De fet, és el recurs de la matemàtica grega per assolir el rigor que modernament només és possible amb l'àlgebra.

En definitiva, Netz caracteritza el corpus matemàtic grec d'aquesta manera (p. 161):

- Al voltant de 100–200 termes són els responsables del 95% del corpus, especialment, articles, preposicions i *lletres*.
- Un nombre similar de fórmules són responsables d'una quantitat fins i tot

²⁰Per abreviar, hem posat només les inicials dels termes grecs, i $[O_i]$ es refereix a l'objecte *i*.

²¹Intuïm que amb aquestes expressions Netz es vol referir a l'enunciat i a llocs semblants, com ara la conclusió, o en els moments en què es recupera un enunciat en una altra proposició.

superior del corpus, la majoria fórmules d'objecte amb lletres. Aquestes fórmules són molt repetitives.

- Termes i fórmules conformen un sistema summament econòmic, que tendeix a un terme/fórmula per a cada concepte.
- Les fórmules són flexibles, sense perdre mai la seva identitat. L'el·lipsi és la forma més habitual de variació.
- Gairebé la meitat del text consta de fórmules fortament marcades semànticament.²²
- La flexibilitat de les fórmules es manifesta en el seu entramat, tant horitzontal (fórmules diferents que són cosines) com vertical (fórmules que s'insereixen dintre d'altres fórmules).
- L'estructura aparentment lineal del text, amaga una xarxa de relacions perfectament delimitades entre fórmules.

²²Essencialment, una fórmula semànticament marcada es reconeix pel nombre de les seves repeticions (quantitativament marcada) o pel fet de no poder reconèixer els elements que la componen (qualitativament marcada).

Capítol 5

Michel Federspiel

«Sur l'opposition *défini/indéfini* dans la langue des mathématiques grecques», Federspiel [1995], és el primer estudi del paper de l'article¹ en els textos matemàtics i, com a conseqüència d'una importància pregona, de l'expressió de la generalitat a què obliga. Per entendre, d'una banda, el calat del que Federspiel proposa i, d'altra, com d'inadvertida havia passat la qüestió entre els traductors i estudiosos de la matemàtica grega, només cal prendre, com fa Federspiel, l'*exposició* (o *èctesi*)² d'*El.* 1.5: Ἐστω τρίγωνον ἰσοσκελές τὸ ΑΒΓ, «Soit un triangle isocèle ABC». Aquestes són algunes de les traduccions modernes (afegim la traducció d'Acerbi [2007]):

Peyrard : Soit le triangle isocèle ABΓ.
Heath: Let ABC be an isosceles triangle.
Thaer : ABC sei ein gleichschenkliges Dreieck.
Frajese-Maccioni : Sia ABC un triangolo isoscele.
Vitrac: Soit un triangle isocèle ABC.
Puertas Castaños : Sea ABΓ el triángulo isósceles.
Acerbi: Sia un triangolo isoscele ABΓ.

Tret de Vitrac i Acerbi, la majoria considera el verb *ésser* copulatiu; Peyrard, com Vitrac i Acerbi, també el considera existencial, però afegeix l'article determinat.

Ara podem llegir les traduccions de l'inici de l'exposició d'*El.* 1.47: Ἐστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ, «Soit un triangle rectangle ABC»:

Peyrard : Soit ABΓ un triangle rectangle.
Heath: Let ABC be a right-angled triangle.

¹En grec només hi ha l'article determinat; no existeix l'article indeterminat, tot i que hi ha termes com l'adjectiu/pronom indefinit, τις, «un cert», i el numeral εἷς, «un», que evolucionen en època hel·lenística per a cobrir aquest buit (vegeu Redondo [2011, p. 87] i Horrocks [1997, p. 292]).

²L'exposició/èctesi és una part concreta d'una proposició matemàtica, que explicarem més endavant (vegeu p. 82).

Thaer : ABC sei ein rechtwinkliger Dreieck.
 Frajese-Maccioni : Sia ABC un triangolo rettangolo.
 Vitrac: Soit le triangle rectangle ABC.
 Puertas Castaños : Sea ABΓ el triángulo rectángulo.
 Acerbi: Sia un triangolo rettangolo ABΓ.

Continua, doncs, el desacord dels traductors i, a més, alguns d'ells han traduït una expressió idèntica de manera diferent: Vitrac afegeix l'article determinat, Peyrard el treu i, a més, converteix l'expressió en copulativa. ², p. 200 es pregunta: «La syntaxe employée par Euclide est-elle à ce point dépourvue d'importance qu'on puisse à loisir prendre l'impératif εἶτω tantôt au sens existentiel, tantôt au sens copulatif, ou traduire le substantif, qui est ici dépourvu d'article, tantôt par une forme indéfinie, tantôt par une forme définie?» L'autor argumentarà de manera concloent que això no és possible, i que només una interpretació és vàlida: el valor del verb *ésser* en aquests contextos pràcticament sempre és existencial i la forma correcta per al substantiu és la indefinida.³

Federspiel, a més, està molt interessat, no tan sols en el caràcter determinat/indeterminat del referent en un text matemàtic, sinó en la traducció d'aquest caràcter a la llengua final. Tenint en compte aquestes qüestions, dos són els casos bàsics:

- El sintagma nominal només el forma un únic signe; en aquest cas, la presència o l'absència de l'article dona automàticament el caràcter definit o indefinit del significat. I la traducció francesa⁴ usará l'article corresponent.
- El sintagma nominal és complex o especial; en aquest cas, la presència o absència de l'article no prejutja el caràcter definit o indefinit del significat, és a dir, estem davant de la neutralització lingüística d'aquesta oposició. Per tant, cal establir aquest caràcter per altres vies i traslladar-lo a la llengua final.

Cal fer, doncs, dues recerques paral·lelament:⁵

- L'examen del caràcter definit o indefinit del significat.
- L'establiment de regles per a expressar el caràcter definit o indefinit.

³Es tracta sempre del caràcter definit/indefinit del significat, no del caràcter determinat/indeterminat del referent.

⁴I, en el nostre cas, la catalana.

⁵El *corpus* d'estudi es limita al llibre 1 dels *Elements* d'Euclides i al llibre 1 de les *Còniques* d'Apol·loni. En una llarga llista de treballs, Federspiel ampliarà l'estudi a la resta de volums de les *Còniques*, que l'han conduït a la nova edició d'aquest text.

5.1 Sobre el caràcter definit/indefinit del significat

Federspiel proposa la *llei fonamental* que estableix el caràcter definit/indefinit del significat d'un signe, i que provarem de validar amb algun exemple:

En la primera ocurrència d'un signe que denota un objecte matemàtic, en una part específica d'una proposició, aquest és sempre indefinit, tret que hi hagi circumstàncies particulars. Des de la segona ocurrència, és definit.

Si bé els antics consideraven que les parts específiques d'una proposició eren enunciat, exposició, diorisme, construcció, demostració i conclusió [Friedlein 1873, 203.1–207.25], Federspiel proposa quatre *parts específiques d'una proposició*: l'enunciat, el grup format per exposició/diorisme/construcció/demostració, la conclusió; una altra part diferenciada apareix en el si de la demostració, i es pot caracteritzar formalment: s'introdueix amb *καὶ ἐπεὶ οὖν*. Aquesta part la batejarà més tard com *anáfora* [Federspiel 1999].⁶

Veiem com s'aplica aquesta regla en *El. I.1*:

Enunciat	Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.
Exposició	Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ AB.
Diorisme	Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς AB εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.
Construcció	Κέντρῳ μὲν τῷ A διαστήματι δὲ τῷ AB κύκλος γεγράφθω ὁ BΓΔ, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ B διαστήματι δὲ τῷ BA κύκλος γεγράφθω ὁ AΓΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ A, B σημεία ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.
Demostració	Καὶ ἐπεὶ τὸ A σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆ AB· πάλιν, ἐπεὶ τὸ B σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆ ΒΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῆ AB ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῆ AB ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῆ ΓΒ ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, AB, ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.
Conclusió	Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ABΓ τρίγωνον, καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς AB.

Enunciat És evident que el primer objecte presentat a l'enunciat ha de ser indefinit, segons la regla anterior. Així,

– ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας, haurà de traduir-se «sobre una recta donada», malgrat l'article determinat. De fet, no hi ha ocurrències sense article del

⁶Acerbi primer l'acceptà, però recentment l'ha descartat com a part específica (comunicació personal).

referent «donada» (en forma de participi del verb δίδωμι) als *El*.⁷ Es tracta d'una potencialitat del grec molt característica: l'article només serveix per a substantivar tot un sintagma nominal complex, en cap cas per a singularitzar-lo (cosa que, normalment, es determina pel context). En definitiva, en aquest cas, l'oposició semàntica definit/indefinit ha estat neutralitzada.

– τρίγωνον ἰσόπλευρον, «un triangle equilàter», aplicant la regla anterior. En aquest cas no hi ha dubte perquè tampoc no apareix l'article.

Exposició/diorisme/construcció/demostració Tots els objectes presentats en primer lloc són indefinits també. En aquest cas, també és interessant esbrinar el sentit del verb «ésser»:

– ἔστω: El verb té un sentit existencial, «que existeixi», habitual en l'exposició.

– ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα, «una recta donada», ja que és la primera ocurrència del sintagma en una nova part específica.

– ἐπὶ τῆς AB εὐθείας, «sobre la recta AB», ja que és la segona menció de la recta AB en la mateixa part específica i, per tant, el significat és definit.

– κέντρω μὲν τῷ A, «amb centre A», ja que de nou es tracta la primera aparició del sintagma. En qualsevol cas, també podria usar-se l'article determinat perquè, un cop donat un cercle, el centre està totalment determinat i el català accepta l'article determinat. Ara bé, sempre es procurarà mantenir l'article indeterminat en una primera aparició d'un sintagma, quan el català ho permeti.

– διαστήματι δὲ τῷ AB, «un radi AB», pels mateixos motius. El terme διάστημα, traduït normalment com «interval», és equivalent al terme habitual per radi, ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, en els textos matemàtics. S'usa el primer en contextos en què el significat és indefinit (habitualment sense article) perquè la segona forma no pot usar-se sense article.

– κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΓΔ, una altre cop «un cercle ΒΓΔ», pel mateixos motius.

– ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, «des del punt Γ». En aquest cas, malgrat que la lletra Γ ja ha aparegut abans en ΒΓΔ, no designava un punt. Cal justificar l'ús de l'article d'alguna altra manera i, per tant, cal enunciar una altra regla que reculli una de les *circumstàncies particulars*. És aquesta:

Si el referent d'un signe en una part específica està determinat per construcció (és a dir, per un o diversos objectes dels ja esmentats), aleshores, el significat és normalment definit.

El punt Γ està determinat perquè és intersecció dels dos cercles esmentats.

– ἐπὶ τὰ A, B, «sobre A, B», és determinat perquè es tracta de la segona ocurrència d'aquests punts (si bé en català l'expressió no duu article).

⁷Tret del cas que el participi del verb «donar» tingui una funció verbal (i no com a epítet del substantiu) com passa sovint en grec; i.e., en els genitius absoluts del tipus κύκλου δοθέντος, «Un cop donat un cercle ...».

– ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖα αἱ ΓΑ, ΓΒ, «que siguin unides unes rectes ΓΑ, ΓΒ», perquè es tracta de la primera aparició d'aquests segments i, a més, és evident que els noms dels segments es troben en posició apositiva.

Aquest tipus de construcció molt sovint elimina el substantiu εὐθεῖα i llegim ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, que sembla manifestar un objecte *determinat*, però que, de fet, amaga una estructura profunda *indefinida* *ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ ΑΒ. En aquest cas, el signe és indeterminat, malgrat que la posició de la recta pugui estar determinada per la posició dels extrems, que són determinats. Aquest fet genera una altra regla complementària, la regla de l'*el-ipsi del substantiu*:

Si, en la primera ocurrència d'un signe, el significat del qual no és definit per raons concretes, es troba un article independentment de tota restricció sintàctica o de tota preferència estilística, es tracta en realitat d'una aposició a un substantiu indefinit absent.

Finalment, en la demostració tots els referents ja han estat mencionats, per tant, el signes són determinats. Han de portar article, doncs.

Conclusió No forma una part específica, en aquest cas, probablement perquè no repeteix l'enunciat. Cal pensar que es tracta d'una continuació de la part anterior. Per tant, cal traduir tots els signes com a definits. Aquest no és el cas habitual.

D'aquesta manera, una proposta de traducció per *El. 1.1* seria aquesta:⁸

Enunciat	Sobre una recta donada finita, construir un triangle equilàter.
Exposició	Que sigui una recta donada finita ΑΒ.
Diorisme	Cal, doncs, construir un triangle equilàter sobre la recta ΑΒ.
Construcció	Que amb centre Α i radi ΑΒ sigui descrit un cercle ΒΓΔ; al seu torn, que amb centre Β i radi ΒΑ sigui descrit un cercle ΑΓΕ i que del punt Γ, intersecció dels cercles, fins als punts Α i Β, siguin traçades les rectes d'unió ΓΑ, ΓΒ.
Demostració	Atès que el punt Α és el centre del cercle ΓΔΒ, ΑΓ és igual a ΑΒ; al seu torn, atès que el punt Β és el centre del cercle ΓΑΕ, ΒΓ és igual a ΒΑ. Però s'ha demostrat que ΓΑ és igual a ΑΒ; per tant, cadascuna de les rectes ΓΑ, ΓΒ és igual a ΑΒ. Però coses iguals a una mateixa cosa són també iguals entre elles; per tant, ΓΑ és també igual a ΓΒ; per tant, les tres rectes ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ són iguals entre elles.
Conclusió	Per tant, el triangle ΑΒΓ és equilàter i està construït sobre la recta donada finita ΑΒ.

Una altra regla important, que no s'aplica en aquest exemple és aquesta:

El significat és definit des de la primera ocurrència, si el signe

⁸Aplicuem les consideracions de Federspiel al cas del català i seguim el mateix criteri.

denota els elements d'una classe.

Aquesta regla es presenta normalment en els enunciats i els substantius implicats tenen forma plural i estan acompanyats de l'article determinat. Per exemple, llegim en l'enunciat de les *Còniques* d'Apol·loni 1.1: Αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας ἀγόμεναι εὐθείαι ἐπὶ τὰ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ σημεία ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εἰσὶν. Seguint la primera regla, la traducció hauria de ser: «rectes traçades des del vèrtex d'una superfície cònica fins a punts en la superfície es troben en la superfície.» En canvi, tenint en compte aquesta darrera regla hem de traduir: «les (*scil.*: «totes les») rectes traçades des del vèrtex d'una superfície cònica fins a punts en la superfície es troben en la superfície.» En aquests casos no hi ha una raó lingüística que pugui justificar aquesta decisió (de fet, si considerem la neutralització, hauríem de traduir-ho indefinit), només la interpretació matemàtica permet escollir l'opció correcta.

5.2 Regles pràctiques per a determinar l'expressió del caràcter definit/indefinit d'un signe

Podem resumir les regles d'aquesta manera, enfocant-les més en l'expressió lingüística grega, la qual cosa en facilitarà l'ús:

1. El substantiu/sintagma que designa un objecte matemàtic no determinat, en el sentit de la regla 2,
 - (a) no porta article en la seva primera ocurrència en una part específica de la proposició,
 - (b) tret que l'estructura del sintagma obeeixi a restriccions sintàctiques o a eleccions estilístiques particulars,
 - (c) fora d'aquest cas, si la forma emprada conté l'article, es tractarà en realitat d'una aposició al substantiu absent sense article.
2. El substantiu/sintagma que designa un o diversos objectes matemàtics determinats,
 - (a) com a elements d'una classe,
 - (b) o bé, per construcció,

porta l'article des de la primera ocurrència en una part específica de la proposició.

Cal fer algunes observacions sobre alguns aspectes de cada cas:

Regla 1(a) i la conversa

Els textos matemàtics són plens d'exemples d'aquesta regla, en les diferents parts d'una proposició: en l'enunciat d'*El.* 1.13, ἐὰν εὐθεΐα ἐπ'εὐθεΐαν, «si una recta sobre una recta»;⁹ en l'exposició d'*El.* 1.3, ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ABΓ, ΔEZ, «que siguin dos triangles ABΓ, ΔEZ»; a la construcció d'*El.* 1.2, ἐπεζεύχθω εὐθεΐα ἡ AB, «estigui unida una recta AB», etc.

En el cas d'objectes geomètrics múltiples i, per tant, en plural, si no és determinat no porta article (1a), tret que formin una classe; en aquest cas, sempre hauran de portar article (2a).

Pel que fa a la conversa de la regla 1(a), a partir de la segona ocurrència del signe, aquest sempre portarà article, i també l'haurà de portar la traducció, perquè es considerarà sempre determinat.

Regla 1(b)

Observem que la llengua matemàtica grega ha empobrit les possibilitats sintàctiques del sintagma format per un substantiu i un determinant d'aquest substantiu. L'estructura més estesa és: article+determinant+substantiu, amb l'oposició definit/indefinit neutralitzada. Els determinants més habituals són:

El participi El sintagma complet substantiu+participi+complement (aquesta disposició no pressuposa un ordre determinat), que anomenarem *substantiu de discurs*,¹⁰ sempre va precedit de l'article, tant se val si el significat és definit o indefinit, és a dir, estem davant d'una neutralització de l'oposició. En el cas ἡ δοθεῖσα εὐθεΐα (i d'altres amb el participi del verb «donar»), tot i que el participi no porti complements, l'oposició també es neutralitza.

El determinant αὐτός L'article és obligatori amb el pronom (en el sentit del llatí *idem*), encara que apareix de vegades en forma indeterminada (pràcticament sempre amb el terme βάσις).

El genitiu partitiu També precedit sempre de l'article, encara que sigui indefinit. La raó també la podem buscar en la regla 2(a), perquè el substantiu sempre el trobarem en plural.

L'adjectiu substantivat Per exemple, a *El.* 1.22, ἐκ τῶν ἴσων, «amb rectes iguals».

El complement del nom posposat En grec porta sempre article; per exemple, *Con.* 1.16, τῆς πλαγίας πλευρᾶς τῶν ἀντικειμένων, «el costat transvers de seccions oposades».

⁹El substantiu es pot acompanyar del pronom indefinit πᾶς, «tot»: *El.* 1.16, παντὸς τριγώνου, «de tot triangle ...».

¹⁰Seguint la denominació francesa *substantif de discours*.

Altres determinants del substantiu D'una banda tenim el complement preposicional. En general, trobem sempre l'estructura neutralitzada article + determinant preposicional + substantiu. Per exemple, a *El.* 1.14, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, «i a un punt respecte d'un altre», el significat és indefinit. En d'altres casos és definit.

També podem trobar un adverbi determinant el substantiu. Malgrat que el grec admet més formes, el grec matemàtic només ha consolidat l'estructura article+adverbi+substantiu, evidentment, neutralitzant l'oposició definit/indefinit. Són rars, però, els significats indefinits, perquè generalment l'adverbi denota un referent determinat (aplicant, normalment, la regla 2(b), és a dir, per construcció). Un dels pocs casos indefinits es troba a *El.* 1.21: επει παντὸς τριγώνου ἢ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν, «atès que un angle de fora de tot triangle és més gran que el de dins».

Regla 1(c) o «el·lipsi del substantiu»

Els substantius σημείον i εὐθεΐα, «punt» i «recta», desapareixen gairebé sempre. Aquest fet és un dels fenòmens que més distorsionen les traduccions, perquè ha passat desapercebut. S'anomena *forma plena* la forma esperada, sigui determinada o indeterminada, que inclou el substantiu, mentre que la forma amb l'el·lipsi del substantiu s'anomena *forma breu*.

Σημεῖον Quan el significat és indefinit i el substantiu és el subjecte del verb εἰλήφθω/εἴληπται, «prendre», sempre hi ha la forma plena, precedida de τυχόν o de τι. Gairebé en tots els altres casos llegim la forma breu.

Εὐθεΐα És més complicat l'ús d'aquest terme; l'ús de la forma breu o de la forma plena depèn del verb a què s'associa. Si es tracta d'ἐπιζεύγνυμι, «unir», d'ἐφάπτω, «tocar», ἄγω, «conduir», la forma plena només apareix a la primera ocurrència. Per ἐκβάλλω, «allargar», sempre llegim la forma breu, mentre que per τέμνω, «tallar», sempre la forma plena. Per πίπτω, «caure», i els seus compostos, la forma plena és la més usual. Federspiel reconeix que no sap donar el motiu d'aquestes diferències.

Regla 2(a)

Només s'aplica als enunciats. Per exemple, a *El.* 1.5, τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων, «dels (*scil.* «de tots els») triangles isòsceles ... ».

Regla 2(b)

El caràcter determinat o indeterminat del referent implica el caràcter definit o indefinit del significat. Per exemple, a *El.* 1.3, δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος, «dos rectes donades desiguals, des de la més gran ... ». Un cas

curiós el llegim a *El.* 1.4, ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ... ἔχη, «si dos triangles tenen els dos costats ... ». En aquest cas, els costats estan determinats perquè s'oposen a la base, que és tradicionalment el costat horitzontal.

Excepcions

Els termes βάσις i γωνία,¹¹ «base» i «angle», no segueixen en Euclides les regles 1(b), 2(b) i la conversa d'1(a). En general, podem dir que són reticents a portar article, cosa que sembla un arcaisme, encara que no en tenim evidències directes.

¹¹Tampos πλευρά i λόγος, com remarca Acerbi (Acerbi [2007, Introducció, p. 776])

Capítol 6

Fabio Acerbi

Fabio Acerbi ha estudiat la matemàtica grega antiga des de diverses perspectives (vegeu la bibliografia). L'aspecte més relacionat amb aquesta tesi és el vessant logicolingüístic. En *La sintassi logica de la matemàtica grega*, Acerbi [2011b], s'ocupa precisament de l'entrellat logicosintàctic dels textos de la matemàtica grega, especialment en el cas de l'obra d'Euclides. Aquest és probablement el treball més ambiciós i complet sobre una qüestió fins ara, malauradament, marginal, i ha obtingut resultats molt destacables: evidència el caràcter essencialment indefinit de l'estructura demostrativa, un dels arguments més sòlids per a dinamitar les antigues conviccions, basades en arguments summament dèbils, sobre el caràcter no general de les demostracions; li atorga el valor que li correspon al verb «ésser», i en diferencia els usos; qüestiona la importància desmesurada, i sense arguments sòlids, que recentment s'havia atorgat als diagrames, especialment en els treballs de Reviel Netz; ressegueix la xarxa anafòrica que permet, al mateix temps, mantenir l'estructura indefinida i evitar confusions entre els objectes de la demostració. En definitiva, dóna una visió de conjunt del que anomena la «macchina deduttiva», i n'estudia la sintaxi.

Com el mateix Acerbi admet, el seu treball deu molt a les intuïcions lingüístiques de Federspiel (vegeu capítol anterior), però les articula de manera que permet donar una visió més general de l'estructura dels textos matemàtics grecs i no purament lingüística; a més, afegeix nous elements lligats a la lògica de les demostracions i a la sintaxi amb què s'expressa, de manera que li permet plantejar una metodologia clara i precisa (i, molt important, basada en unes hipòtesis falsables) per tractar qualsevol dels textos matemàtics antics. Ens proporcionarà el marc des del qual estudiar *Sph. et Cyl.*

6.1 L'estructura general d'una proposició matemàtica

Aquesta és la proposició 2 del llibre III dels *El.* d'Euclides, on es demostra que el cercle és una figura convexa:

1 Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῆ δύο τυχόντα σημεῖα, ἢ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.	Si sobre la circumferència d'un cercle es prenen dos punts com s'escaigui, la recta unida als punts caurà dins del cercle.
2 Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Β· λέγω, ὅτι ἢ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.	Heus aquí un cercle ΑΒΓ, i sobre la seva circumferència estiguin presos dos punts com s'escaigui Α, Β. Jo dic que la recta unida d'Α fins a Β caurà dins del cercle.
3 Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἔκτος ὡς ἢ ΑΕΒ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΒ, καὶ διήχθω ἡ ΔΖΕ.	En efecte, no. Tanmateix, si és possible, caigui fora, com ΑΕΒ. Estigui pres el centre del cercle ΑΒΓ i heus-lo aquí, Δ. Estiguin unides ΔΑ, ΔΒ, i estigui aconduïda ΔΖΕ.
4 Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ, ἴση ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΑΕ μία πλευρὰ προσεχβέβληται ἢ ΑΕΒ, μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΑΕ.	Així, doncs, atès que ΔΑ és igual a ΔΒ, també un angle ΔΑΕ és, per tant, igual a ΔΒΕ; i atès que un únic costat ΑΕΒ d'un triangle ΔΑΕ ha estat prolongat, l'angle és, per tant, més gran que ΔΑΕ.
5 Ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΒΕ. ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἢ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ ΔΒ τῆς ΔΕ. Ἴση δὲ ἡ ΔΒ τῇ ΔΖ. μείζων ἄρα ἡ ΔΖ τῆς ΔΕ ἢ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἢ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἔκτος πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐτῆς τῆς περιφερείας· ἐντὸς ἄρα.	I ΔΑΕ és igual a ΔΒΕ: ΔΕΒ és, per tant, més gran que ΔΒΕ. I sota l'angle més gran s'estén el costat més gran: ΔΒ és, per tant, més gran que ΔΕ, el menor que el major; la qual cosa és impossible. Per tant, no: la recta unida d'Α fins a Β caurà fora del cercle. De manera semblant, doncs, demostrarem que tampoc sobre la circumferència mateixa: per tant, dintre.
6 Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῆ δύο τυχόντα σημεῖα, ἢ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.	Per tant, si sobre la circumferència d'un cercle es prenen dos punts com s'escaigui, la recta unida als punts caurà dins del cercle; la qual cosa calia demostrar.

En aquesta, com en gran part de les proposicions, podem distingir clarament les seves parts, que són essencialment les proposades per [Friedlein \[1873, 203.1-207.25\]](#):

1. Enunciat o πρότασις.
2. Exposició + determinació, o ἔκθεσις + διορισμός.

3. Construcció ο κατασκευή.
4. Anàfora, que és l'única que Procle no cita, i que proposa Federspiel [1999].
5. Demostració ο ἀπόδειξις.
6. Conclusió ο συμπέρασμα.

Són termes que ja es troben a Aristòtil, tret d'ἐκθεσις i διορισμός, que no apareixen abans de Procle. Però, en el context d'un text matemàtic no tenen el mateix caràcter. A continuació desgranarem els trets estilístics que caracteritzen cada part, especialment aquells més rellevants des d'un punt de vista logicomatemàtic.

6.1.1 Enunciat i conclusió

Començarem amb la conclusió: només en els *El*. la trobem de manera generalitzada; molt probablement són afegitons que la tradició escolàstica ha introduït posteriorment.

L'enunciat d'una proposició encapçala el text de la proposició, i és l'única part que no conté lletres que denotin les entitats geomètriques de què es tracta. Hi ha tres formes bàsiques de crear enunciats:

1. La més estesa és la forma condicional, que és la de l'enunciat d'*El*. III.2 (vegeu p. 82).
2. L'assertió simple, eventualment quantificada. Substitueix la forma condicional quan l'antecedent i el consegüent de l'enunciat equivalent en la forma condicional, compartirien el subjecte. També s'usa quan es predica una propietat molt genèrica d'una classe d'objectes molt general o que té un nom específic. Per exemple, un enunciat d'aquest tipus el trobem a *El*. III.21:

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαί ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.	En un cercle els angles en el mateix segment són iguals entre ells. ¹
--	--

3. Una oració d'infinitiu amb el verb que la regeix absent i sobreentès a l'imperatiu. És la forma canònica per als problemes, és a dir, proposicions geomètriques que demanen executar una construcció concreta. Per exemple, *El*. IV.13:

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.	En un pentàgon donat, que és tant equilàter com equiangle, inscriure un cercle.
--	---

¹En la forma condicional, aquest enunciat es llegiria «Si tenim un segment en un cercle, els seus angles són iguals entre ells.» En aquest cas, l'antecedent i consegüent no tenen el mateix subjecte, però es podria enunciar de manera que el tinguessin.

De fet, la forma condicional devia ser la preferida per moltes raons, essencialment didàctiques (perquè és més fàcil de memoritzar) i logicomatemàtiques (perquè separa de forma més clara les assumpcions del que cal demostrar). Molt rarament les condicions imposades sobre un enunciat es formulen en forma de genitiu absolut (e.g. *El.* x.1).

Quina és la funció de l'enunciat? Bàsicament, la funció —i d'aquí la necessitat— es manifesta en les demostracions de les proposicions subsegüents, que el repeteixen, amb transformacions elementals, de cara a fer progressar l'argumentació. L'enunciat proporciona la formulació general acceptada de la proposició, mentre que la demostració li atorga la validesa. Per tant, per utilitzar una proposició demostrada (validada), cal repetir l'enunciat textualment, degudament transformat pel context en què s'usa (transformació, però, amb regles precises i senzilles); la mera repetició valida l'argument. Per exemple, l'enunciat d'*El.* 1.16 s'usa en *El.* III.2, de la manera següent:

παντός τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεχβλήσεως ἢ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν.

Un cop prolongat un sol² costat de tot triangle, l'angle de fora és més gran que un i altre dels angles de dins i oposats.

καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΑΕ μία πλευρὰ προσεχβέβληται ἢ ΑΕΒ, μείζων ἄρα ἢ ὑπὸ ΔΕΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΑΕ.

i, atès que ha estat prolongat un sol costat ΑΕΒ d'un triangle ΔΑΕ, un angle ΔΕΒ és, per tant, més gran que un angle ΔΑΕ.

És evident que l'estructura de l'enunciat es copia: el genitiu absolut es transforma en una causal introduïda per ἐπεὶ; la principal es transforma en una consecutiva introduïda per ἄρα. Cadascun d'aquests elements manté pràcticament el mateix ordre dels components, llevat de la posició de μείζων ἐστίν, que passa del final de la frase al principi. Apareixen, també, lletres denotatives que no hi són en l'enunciat. Veurem més endavant que aquests són canvis cosmètics, que depenen d'unes regles senzilles i que s'apliquen sistemàticament.

6.1.2 La suposició instanciada, ἔκθεσις, i la determinació, διορισμός

Consta de dos membres, que es deriven fàcilment de l'enunciat si aquest es troba en forma condicional: l'antecedent es transforma en una oració supositiva amb verb a l'imperatiu; el conseqüent en una oració declarativa regida, en el cas d'un teorema, per la forma verbal «dic», λέγω, mentre que, en el cas d'un problema, està regida per l'expressió δεῖ δὴ, «cal, doncs». La primera part rep, a partir de Procle, el nom genèric d'ἔκθεσις, «exposició», mentre que la segona es denomina διορισμός, «determinació», (tractem conjuntament aquestes dues parts precisament pel fet que dialoguen conjuntament amb l'enunciat). Aquest desmembrament en dues parts separa les dades inicials de la proposició dels fets que es volen demostrar.

²Fabio Acerbi pensa que μιᾶς és numeral, però penso que és indeterminat, ja que la tendència de la llengua hel·lenística (vegeu Horrocks [1997] i Redondo [2011]) és la de que, tant de τις com d'εἷς, ocupin l'espai de l'article indeterminat.

L'estructura d'enunciat i exposició/determinació és paral·lela, però hi ha dues diferències essencials:

- S'introdueixen lletres en posició apositiva, com a *noms* de les entitats geomètriques esmentades.
- El verb de l'exposició es troba sempre a l'imperatiu.

Aquestes són les exposicions i les determinacions d'un enunciat de cada tipus, vistos anteriorment (*El.* III.2 de la p. 82, *El.* III.21 de la p. 83 i *El.* IV.13 de la p. 83):

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἢ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Sempre que sobre la circumferència d'un cercle siguin presos dos punts com s'escaigui, la recta unida als punts caurà dins del cercle.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

En un cercle els angles en el mateix segment són iguals entre ells.

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

En un pentàgon donat, que és tant equilàter com equiangle, inscriure un cercle.

Ἐστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Β· λέγω, ὅτι ἢ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Heus aquí un cercle ΑΒΓ, i sobre la seva circumferència estiguin presos dos punts com s'escaigui Α, Β. Dic que la recta unida d'Α fins a Β caurà dins del cercle.

Ἐστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῷ ΒΑΕΔ γωνίαι ἕστωσαν αἱ ὑπὸ ΒΑΔ, ΒΕΔ· λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ ΒΑΔ, ΒΕΔ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Heus aquí un cercle ΑΒΓΔ, i en el mateix segment ΒΑΕΔ heus aquí angles ΒΑΔ, ΒΕΔ: dic que els angles ΒΑΔ, ΒΕΔ són iguals entre ells.

Ἐστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Heus aquí un pentàgon donat, tant equilàter com equiangle, ΑΒΓΔΕ: Cal, doncs, en el pentàgon ΑΒΓΔΕ inscriure un cercle.

En qualsevol cas, no sempre el paral·lelisme és tan marcat, i fins i tot elements d'antecedent i conseqüent poden canviar de posició sia en l'exposició, sia en la determinació. De fet, quan el teorema estableix un resultat negatiu i l'enunciat és en forma no condicional, l'exposició pot mancar del tot.

Es pot observar que el ἔστω, «heus aquí», «sigui», és molt usual, tot i que pot substituir-se per un altre imperatiu per raons estilístiques; normalment, si l'enunciat és condicional, el verb de l'exposició és el de l'antecedent en la mateixa posició; en canvi, si no ho és, l'exposició s'inicia regularment amb ἔστω. A més, quan el verb és un altre, s'insereix un γάρ, «en efecte», explicatiu a l'inici de l'exposició; amb ἔστω mai s'usa aquesta partícula. Per tant, aquests dos elements són marcadors estilístics de l'exposició.

Sobre el terme ἔκθεσις, «exposició», Acerbi [2011b, p. 69ss.] conclou que, contràriament al que es creu habitualment, originàriament, era un terme aristotèlic. La matemàtica el manlleua, probablement en període bastant tardà (potser en temps de Geminus i és acceptat posteriorment per Procle i els seus successors). Qui va inaugurar l'ús d'aquest terme no devia entendre gaire el funcionament de l'exposició en els textos matemàtics, perquè el significat en Aristòtil no és coincident amb el que té en matemàtiques.

Aquestes consideracions generen la pregunta de quina era la designació originària d'aquesta part en l'àmbit matemàtic. Acerbi proposa ὑπόθεσις, «suposició», terme usat pels estoics.¹ A diferència de les «asserccions», ἀξιώματα, una «suposició», ὑπόθεσις, no té un valor de veritat definit, i és aquest l'aspecte que l'imperatiu subratlla i caracteritza a l'ensem, i que s'adiu perfectament amb l'ús que se'n fa en una proposició.

En definitiva, la denominació estoica ὑπόθεσις probablement deriva d'una denominació matemàtica anterior d'una part concreta d'una proposició matemàtica, caracteritzada estilísticament per l'ús d'imperatiu. Posteriorment, una certa exegesi dels textos matemàtics, que probablement comença en Gèminus, encunyà un nou terme, ἔκθεσις, influenciada per Aristòtil.

L'exposició i la determinació poden trobar-se segmentades quan una proposició s'ha de demostrar per divisió de casos, tot i que no és molt freqüent i, de vegades, és sospitós. Molt sovint, els problemes de construcció tenen una doble determinació (que conformen l'anàlisi/síntesi): la primera, que reprèn l'enunciat, s'introdueix per δεῖ δῆ, mentre que la segona segueix la construcció i afirma que aquesta resol el problema, i l'introdueix λέγω, ὅτι.

Hi ha d'altres asserccions que no són la determinació principal, que també s'introdueixen amb λέγω, ὅτι, «dic que»; es tracta de les *determinacions locals* que precedeixen un argument per reducció a l'absurd.

6.1.3 La construcció

En la construcció, quan hi és, la configuració inicial es completa amb tots els elements geomètrics necessaris per al desplegament de la demostració. En cap cas no hi ha indicacions de per què apareixen aquests nous elements. La construcció consta d'una sèrie de passos elementals que coincideixen molt sovint amb un dels primers tres postulats dels *El.* o amb alguna de les construccions bàsiques proposades al principi d'*El.* i. Sempre es formulen en imperatiu de perfet mig/passiu; *e.g.* ἐπεζεύχθω ἡ AB, «estigui traçada una recta AB». Com en l'exposició, aquest fet indica que estem davant d'una suposició, i no d'una assercció, i no té, per tant, cap valor de veritat. No sempre segueixen l'exposició/determinació; de vegades se situen enmig de la demostració.

¹La lògica estoica comparteix molts elements amb la lògica subjacent en els textos matemàtics, i això es manifesta enlús coincident de certs recursos estilístics i sintàctics. Nosaltes no abundarem en aquest tema (vegeu Acerbi [2011b] per a més informació).

Les construccions bàsiques són les dels tres primers postulats:

Ἡιτήσθω ἀπὸ παντός σημείου ἐπὶ πᾶν σημείον εὐθείαν γραμμὴν ἀγαγεῖν	Sigui demanat de conduir una recta des de qualsevol punt a qualsevol punt.
Καὶ πεπερασμένην εὐθεΐαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν	I d'allargar una recta limitada sense solució de continuïtat en línia recta.
Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεισθαι	I de traçar-se un cercle amb qualsevol centre i interval.

Altres manipulacions bàsiques derivades d'aquestes en algun cas són:

ἐπιζεύγνυμι Es tracta d'unir dos punts, aplicant el primer postulat, a diferència d'ἄγω, que s'usa quan les rectes a traçar tenen una funció específica (són paral·leles, perpendiculars, tangents ... a d'altres elements).

διάγω Molt sovint, sinònim de ἐκβάλλω, «allargar», perquè es tracta de prolongar una recta per un extrem, però normalment amb l'altre extrem indeterminat. També s'usa quan la recta traçada passa per un punt no del tot especificat. També s'usa per a la construcció de plans amb una o més rectes.

ἐκκλείσθω No es tracta pròpiament d'una operació geomètrica; es tracta de «fixar» (en el sentit de triar a l'atzar entre diverses possibilitats) un objecte geomètric accessori als elements de la configuració principal.

νενοήσθω Molt semblant a l'anterior i que es pot traduir per «considerar».

6.1.4 Anàfora

Anàfora és una designació recent de Federspiel [1999] (vegeu capítol anterior) d'una part d'una proposició matemàtica; es caracteritza formalment perquè es tracta d'una subordinada causal introduïda per ἐπεὶ, «atès que» (sovint completat amb οὕτως, «així, doncs», o γάρ, «en efecte»), amb el verb en indicatiu present o perfet (en aquest segon cas, quan es fa una referència directa a la construcció), seguida d'una oració principal amb verb a l'indicatiu o imperatiu, eventualment introduïda per una partícula ἄρα, «per tant». Per exemple,

Ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερος τῶν A, B πρὸς τὸν Γ πρῶτος ἐστιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν A, B ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν Γ πρῶτος ἔσται.	En efecte, atès que un i altre dels A, B és primer respecte de Γ, també el que resulta d'A, B és, per tant, primer respecte a Γ.
--	--

L'anàfora no sempre precedeix la demostració, i fins i tot pot referir-se a resultats establerts en el transcurs de la demostració o en teoremes precedents. En aquests casos, de vegades, s'acompanya la partícula ἐπεὶ de πάλιν, «de nou» o «al seu torn».

6.1.5 Demostració

La demostració és una xarxa d'inferències amb crides de tipus anafòric a resultats precedents, siguin aquestes proposicions o, directament, principis. Aquesta xarxa depèn de la lògica de relacions i de predicats. En l'Antiguitat només Galè, a l'*Institutio logica*, havia desenvolupat un esbós de la lògica de les relacions (vegeu ?). Entre el que anomena *sil·logismes relacionals*, κατὰ τὸ πρὸς τι συλλογισμοί, Galè situa tres categories d'inferències, d'origen matemàtic evident:

1. Deduccions per transitivitat de la igualtat, del tipus:

$$a = b, b = c \rightarrow a = c.$$

2. Deduccions per composició, del tipus:

$$a = 2b, b = 2c \rightarrow a = 4c.$$

3. Deduccions per particularització, anomenades ἀνὰ λόγον, «proporcionals», del tipus:

$$a : b :: c : d, a : b :: 2 : 1 \rightarrow c : d :: 2 : 1.^2$$

Relacions i predicats

En la matemàtica grega predominen les *relacions* per damunt dels *predicats*, que només tenen un paper més important en els *Data* d'Euclides. Un primer problema consisteix a establir quines són les expressions que corresponen a una relació i quines són les seves característiques, tenint en compte que no podem restringir-les a les que nosaltres considerem com a tals. Així, l'ordre dels elements en l'expressió d'una relació, la correlació entre la formulació i la posició dins de la proposició, entre d'altres, són qüestions que actualment poden semblar irrelevantes i, tanmateix, tenen una importància crucial.

Els criteris per a identificar una relació són:

1. Tenir un predicat que funcioni d'operador relacional.
2. Disposar de *llocs buits* on inserir els termes, eventualment amb forma de noms d'objecte (lletres denotatives).
3. Una forma gairebé invariable, que admeti només un grup restringit i ben delimitat de variants estilístiques.
4. Finalment, una característica sorprenent per a uns ulls moderns: l'ordenació dels elements és, habitualment, molt rígida. Curiosament, aquesta és la característica fonamental.

²Galè no considera aquest un cas particular del primer tipus, perquè distingeix perfectament la igualtat de la identitat. En aquest cas es tractaria d'aplicar la transitivitat de la identitat.

En qualsevol cas, cal no sobreestimar el nombre de les relacions, perquè aquestes tenen una funció molt restringida i clara: són entitats lògiques que interactuen amb les deduccions, mitjançant el que anomenarem *lògica de les relacions*, que és totalment implícita i que només podem recuperar usant criteris estadístics. En canvi, altres expressions, com construccions o fins i tot arguments complets, no tenen la mateixa funció en l'economia deductiva d'una proposició i, per tant, cal no confondre-les. Els predicats i les relacions fonamentals en *El.* i *Data* són en la taula 6.2

Taula 6.2: Predicats i relacions bàsiques de *El.* i *Data*

Predicats		
geomètrics	numèrics	línies irracionals
A donat	A primer, compost, per-	A expressable ³
A equiangle, equilàter, parilàter ...	fecte A quadrat, cub, pla, sòlid	A irracional
Relacions binàries		
generals	geomètriques	abstractes o numèriques
A és B	A similar a B	A múltiple de B
A igual a B	A en línia recta amb B	raó d'A respecte de B
A més gran/petit que B	A paral·lela a B	A i B tenen una raó donada
A més gran/petit que B per una grandària donada	A equiangle a B	A part/parts de B
A més gran/petit que en raó que B per una grandària donada	A homòleg a B	A mesura B
A commensurable amb B	A al voltant del mateix diàmetre que B	A i B primers entre ells
	A igual i similar a B	A i B plans o sòlids similars
	A es sobreposa a B	
	A pot més que B pel quadrat sobre una recta (in)commensurable amb aquesta mateixa	
Relacions quaternàries		
A respecte de B com C respecte de D		
A respecte de B té una raó doble/triple que C respecte de D		
A i B equimúltiples de C i D respectivament		
A de B la mateixa part/les mateixes parts que C de D		
A mesura B i C mesura D les mateixes vegades		

Les relacions d'ordre superior sempre poden ser reduïdes a d'altres de més elementals; per exemple, la proporcionalitat entre grandàries és una identitat entre

³De fet, es tracta d'una relació de commensurabilitat amb un terme fixat.

raons, és a dir, la composició de dues aplicacions binàries.

No hi ha relacions ternàries, encara que n'hi ha que ho semblen, com la relació «A mesura B segons C»; en aquests casos, només cal veure que un dels elements està totalment determinat pels altres dos. En l'exemple, la relació bàsica és «A és part de B» i C només indica la part concreta.

El criteri fonamental per a identificar una relació binària és la posició de l'operador relacional (format per la parella verb + predicat) dintre de l'expressió: aquest operador es troba fora del grup format pels termes en relació, que són habitualment contigus. Aquest criteri té previsible limitacions gramaticals, quan cal inserir-hi partícules argumentals, les quals, en grec, han d'ocupar posicions ben precises. Un exemple ben senzill:

τὸ Α τοῦ Β δοθέντι μείζον ἐστὶ ἢ ἐν λόγῳ. A és més gran que B que en raó per una donada.

L'operador relacional, *δοθέντι μείζον ἐστὶ ἢ ἐν λόγῳ*, «ésser més gran que en raó per una <grandària> donada», queda totalment al marge de les dues entrades. No sempre el verb i el predicat són contigus i, en aquest cas, és més determinant la posició del predicat.

Aquest criteri d'identificació deixa fora algunes configuracions geomètriques que podrien semblar-nos relacions (perpendicularitat, ortogonalitat, ser el centre d'un cercle, ser tangent a, etc). No són relacions perquè no satisfan el criteri fonamental; a més, no és difícil adonar-se que resulten deductivament estèrils pel que fa a les regles inferencials que es deriven de les relacions, com per exemple, de la transitivitat.

Cal subratllar, però, que en el transcurs del procés deductiu l'operador relacional manté una posició externa, però això no sempre és així en l'enunciat o en l'exposició. Fins i tot, de vegades, quan s'arriba al final del procés deductiu, l'operador acaba ocupant la posició interna, si aquest és el cas en l'enunciat; aquest funciona, doncs, com un pol d'atracció per l'expressió de les relacions.

El paper dels aspectes lexicogràfics s'estén també a les transformacions a què se sotmeten les relacions dintre de la *màquina deductiva*. Hi ha quatre tipologies principals:

1. Operacions que modifiquen els termes, si bé mantenen la relació entre els resultats. Es tracta de les transformacions bàsiques de la teoria de les proporcions: *alternando*, *invertendo*,
2. Inferències per transitivitat, de llarg, les més comunes, i de les quals en parlarem a continuació.
3. Inferències per simetria, gairebé concentrades totes a *El. v*.
4. Operacions de composició entre relacions.

Pel que fa a les inferències per transitivitat, hi ha quatre disposicions possibles, (més les 4 amb el resultat inferencial invertit):

- Disposicions quiàstiques, en què el terme d'enllaç b es troba en posicions diferents:

$$abR;bcR \rightarrow acR$$

$$baR;cbR \rightarrow acR$$

- Disposicions paral·leles, en què el terme d'enllaç b es troba en la mateixa posició:

$$abR;cbR \rightarrow acR$$

$$baR;bcR \rightarrow acR$$

Una anàlisi estadística confirma que l'esquema canònic és el paral·lel i, de fet, és més habitual la repetició del primer terme, i que els termes no repetits es prenguin en ordre invers:

$$baR;bcR \rightarrow caR$$

Podríem dir que és exactament la contrària a la moderna, ja que l'habitual és la quiàstica, i mantenint l'ordre dels termes no repetits:

$$aRb;bRc \rightarrow aRc$$

Hi ha un fet interessant en la imbricació d'aquestes operacions, que és sensiblement diferent de la moderna, en la qual estan en un mateix pla i, molt sovint, es prenen en grup (la relació d'equivalència, posem per cas, que agrupa diverses relacions). Així, si una relació no és simètrica, aleshores, la disposició quiàstica sembla la més *natural*: per exemple, $a > b; b > a \rightarrow a > c$, sembla més *natural* que $a > b; c < b \rightarrow a > c$, perquè, en aquesta darrera, per a mantenir el paral·lisme, hem hagut de canviar la relació. Pels antics, però, aquest problema no sembla preocupar-los; de fet, és ben bé el contrari, perquè l'esquema paral·lel, fins i tot en aquests casos, és majoritari. A més, es produeix un fenomen sorprenent: la conformitat amb l'ordre lexicogràfic dels termes és un criteri més fort que el manteniment de la mateixa relació («més gran» o «més petit», habitualment) en el transcurs de la inferència.

La tipologia 4 és molt important perquè permet introduir la principal forma d'interacció entre una relació i l'estructura deductiva: les condicions d'estabilitat de la relació corresponent sotmesa a manipulacions diverses. D'aquesta manera se'ns donen les condicions de l'estabilitat de:

- la relació d'equimultiplicitat (*El.* v.1-6).

- la relació de proporcionalitat, derivada de les anteriors (*El.* v.12, 18, 22, 15, 19, 17).
- la identitat de raons sotmeses a transitivitat (*El.* v.11), transitivitat *mixta* (*El.* v.13), *alternando* (*El.* v.16), *convertendo* (*El.* v.19) i *invertendo* (*El.* v.7), a través de la igualtat en proporció pertorbada (*El.* v.23) i, finalment, suma d'antecedents en proporció diferent amb conseqüents iguals (*El.* v.24).
- interaccions entre igualtats/desigualtats de termes i la identitat de les raons (*El.* v.7, 8, 9, 10, 14, 20, 21).

Finalment, es pot observar fàcilment com totes les transformacions a què se sotmeten les relacions es descriuen en teoremes que demostren resultats d'estabilitat; és, doncs, aquest concepte el motor de la recerca antiga sobre propietats de les relacions. Es digne d'esment, a més, que hi hagi relacions que tinguin inversa: *e.g.* les de part i múltiple.

La lògica del predicat «donat»

El predicat «donat», *δοθέν/δεδομένον*, és usat arreu en el corpus matemàtic. Analitzant els textos podem establir que:

- Es pot usar de dues formes:
 - Un objecte és «donat» quan és assignat per hipòtesi.
 - També pot obtenir-se a partir de les dades d'inici, mitjançant construccions geomètriques o teoremes. En aquest darrer cas, l'objecte és *demonstrat donat*.
- Hi ha formes diferents de «ser donat»: «en grandària», «en posició» o «en forma», segons l'objecte considerat i respecte a què cal veure'l.

De fet, el llenguatge dels *data* és la solució grega per a transformar algunes de les relacions en predicats: la d'igualtat, mitjançant «donat en grandària»; la d'identitat, mitjançant «donat» únicament (és el cas de les raons); la de similitud, mitjançant «donat en forma»; la congruència o coincidència per superposició, mitjançant «donat en posició». Formalment, es tracta de saturar una de les dues posicions d'una relació, és a dir, si anomenem *d* el predicat «donat» i *R* és relació a la qual s'associa:

$$d(*) \equiv \exists a : R(a,*)$$

El llenguatge dels *data* es reconeix per característiques formals concretes, i s'usa en la dialèctica anàlisi/síntesi:

- La forma verbal que inicia l'anàlisi és sempre la mateixa, *γεγονέτω*, «heus aquí que s'ha esdevingut», i subratlla el fet que tenim el resultat (sense insistir sobre el fet que el problema s'hagi resolt).

- Algunes construccions de la síntesi es transformen en cadenes deductives expressades en el llenguatge dels *data*, normalment, en ordre invers.

Les cadenes de *data* tenen dues funcions fonamentals:

- Formular qüestions d'existència i unicitat.
- Formular un seguit de precondicions i una seqüència de construccions en forma de deduccions; d'alguna manera, pretenen formalitzar en el llenguatge deductiu propi de la matemàtica grega les necessàries *intuïcions*, que d'aquesta manera queden camuflades totalment.

Altres elements d'una demostració

Existeix un grup d'expressions metamatemàtiques que permeten escurçar seqüències deductives, i així acabar la demostració sense explicitar tots els passos: són el reclam a l'evidència, usant *δῆλον*, «és clar»; les demostracions analògiques, *διὰ τὰ αὐτὰ δῆ* (*δέ*), «pels mateixos <motius>, doncs»; les demostracions potencials, *ὁμοίως δῆ δεῖξομεν*, «de manera similar demostrarem» seguida d'una oració declarativa. N'hi ha d'altres, però, minoritàries i sota la sospita que no siguin interpolacions posteriors.

En una demostració també podem trobar arguments posposats, que interrompen l'ordre deductiu *natural* cap endavant. Són introduïts per diverses partícules concretes, especialment, *γάρ*, «ja que». També, sovint, se serveixen de citacions no instanciades de teoremes i, usualment, les argumentacions que proporcionen són més banals. Tot això fa sospitar que la major part dels arguments postposats no siguin interpolacions.

Finalment, cal destacar que en tot el procés deductiu de la demostració (que acostuma a començar en un paracondicional, i acabar en una conclusió marcada per la partícula *ἄρα*), l'esquema demostratiu consta d'una concatenació d'assumpcions, coassumpcions i conclusions (i aquestes constitueixen les assumpcions que realmenten la cadena). No hi ha arguments amb una única premissa (si hi falta, es tractarà d'una inferència entimemàtica, sovint introduïda per *ὥστε*). Les coassumpcions s'introdueixen amb un *δέ* coordinatiu, encara que també s'usa *ἀλλά*, «tanmateix», per bé que minoritàriament (els estoics, en canvi, van assignar aquesta funció explícitament a aquesta darrera partícula).

6.2 El problema de la generalitat en la matemàtica grega

Un cop descrita l'estructura bàsica d'una demostració, cal afrontar la qüestió del grau de generalitat que aconsegueix. La visió tradicional, des de Friedlein [1873, 203.1–207.25] fins a ?, p. 43, és que una demostració grega es desenvolupa bàsicament

sobre elements particulars, sense que ningú hagi sabut explicar massa bé com atènyer la generalitat que se li suposa. Els elements que la tradició subratlla per a afirmar-ho són: el paper predominant concedit a la figura, el fet que a l'exposició s'introdueixin objectes particulars mitjançant lletres denotatives, la confusió entre els objectes del text i els del diagrama, i entre allò que ha estat donat i allò exposat en l'ἔκθεσις. Tots els qui han tractat el problema han caigut en el mateix parany, bàsicament perquè ningú, excepte comptats filòlegs (especialment Federspiel [1995]), no ha analitzat meticulosament el text d'una demostració grega. Només Acerbi ha aconseguit atorgar a la qüestió el relleu filosòfic que mereixia, plantejant una relectura absolutament renovada d'una proposició a la grega.

La lectura tradicional, presentada entre d'altres per Russell (vegeu Acerbi [2011b]), per salvar la generalitat parteix d'aquest pressupòsit: en una demostració, el pas d'un objecte⁴ (el determinat per lletres denotatives a la demostració), a *qualsevol* dels objectes del mateix tipus, depèn del fet que l'objecte en qüestió és totalment ambigu i, per això, pot aplicar-se el predicat a *tots* els objectes. És a dir, la generalització depèn d'una mena d'estructura quantificadora: es demostra per x , i només cal adonar-se que la demostració serveix *per a qualsevol* x , $\forall x$. Però aquesta suposició ignora completament els textos, en què l'estructura quantificadora és molt minoritària, gairebé residual (són comptades les proposicions quantificades).

Acerbi planteja la qüestió de la generalitat d'una demostració matemàtica d'una manera radicalment diferent. Els elements que permeten afirmar que el teixit d'una demostració grega és general, i en cap cas particular, es cimenten fortament en la forma en què estan redactats els textos grecs, i són:

1. El valor no copulatiu del verb «ésser» en l'ἔκθεσις.
2. La funció de les lletres denotatives.
3. El paper del diagrama.
4. La estructura indefinida dominant.
5. La xarxa anafòrica.

6.2.1 El valor expositiu del verb «ésser» en l'exposició

El verb «ésser» en l'exposició no té, com ja va observar Federspiel [1995, p. 58], valor copulatiu. No té tampoc valor existencial, que és la que li dona Federspiel (*loc.cit.*),⁵ perquè seria una lectura massa moderna. El valor és el que Acerbi

⁴Fixe'm-nos que el valor «un» és numeral en aquesta lectura.

⁵Federspiel només té en compte dues possibilitats pel verb, la copulativa i l'existencial. La qüestió és més complexa, com es pot constatar a Ruijgh [1979, § 15, p. 60]. Ruijgh proposa el terme *presencial* per un valor del verb «ésser» semblant al que té en l'exposició. Ramos Alfajarín [2000] estudia més en profunditat les estructures que anomena *presentacionals* en el cas català, denominació que també hem adoptat. A partir de d'aquestes investigacions hem triat la traducció «heus aquí» d'ἔστω en l'ús presentacional de la matemàtica grega.

anomena *expositiu*, és a dir, és la forma de la inicialització d'un elenc, o d'una llista. Nosaltres ho faríem, potser, en forma de llista d'ítems.

En definitiva, si a l'inici de l'exposició d'*El. III.2* llegim ἔστω κύκλος ὁ ABΓ, l'expressió no significa⁶ «sigui ABΓ un cercle» (valor copulatiu, subratllant la relació entre subjecte i atribut), ni «que sigui un cercle ABΓ» (valor existencial, subratllant el fet de l'existència de l'objecte). El valor és merament expositiu: «heus aquí un cercle ABΓ»;⁷ se subratlla merament l'objecte, «un cercle», i les lletres denotatives estan senzillament en aposició.

Habitualment, la forma ἔστω (o el plural ἔστωσαν) encapçala l'exposició, quan l'enunciat s'expressa en forma no condicional; en canvi, si l'enunciat és condicional, l'exposició s'inicia amb l'imperatiu de perfet mig/passiu del verb de la pròtasi, i normalment no ocupa la primera posició. Per tant, la presència d'un ἔστω a l'inici és una marca estilística de l'exposició; una altra pista d'aquest fet és que també hi ha formes copulatives del verb «ésser», però mai no ocupen la posició inicial.

6.2.2 La funció de les lletres denotatives

Les lletres denotatives introduïdes en l'exposició són un ajut per a fer menys incomprendible la demostració i, en cap cas, un artifici per a desxifrar la figura. Llegim l'exposició d'*El. III.2*:

Ἐστω κύκλος ὁ ABΓ, καὶ ἐπὶ τῆς περιφε-
ρείας αὐτοῦ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα
τὰ A, B.

Heus aquí un cercle ABΓ, i sobre la
seva circumferència estiguin escollits dos
punts com es vulgui, A, B.

És evident que les lletres segueixen el substantiu «cercle», i van precedides per un article; per tant, es troben en posició apositiva al subjecte. L'article té dues funcions ben concretes: distingir entre objectes designats amb les mateixes lletres, ja que manté el gènere i el nombre del nom (així, ὁ ABΓ és un cercle, però τὸ ABΓ és un triangle); l'altra és proporcionar una expressió adaptada a una llengua flexiva, ja que l'article dóna la informació sobre el cas. D'aquesta manera, tota l'expressió formada per l'article i les lletres (i eventualment una preposició, com en el cas de ἡ ὑπὸ ABΓ, que denota un angle) esdevé una locució substantivada, sense necessitat de sobreentendre cap altre substantiu, ni entendre-la com una expressió braquilògica: si inicialment una expressió com ἡ ὑπὸ ABΓ pot derivar de ἡ ὑπὸ τῶν AB, BΓ εὐθείων περιεχομένη γωνία, és més raonable pensar que l'expressió s'ha independitzat de l'original, i ja és un substantiu de ple dret.⁸

⁶Ni pot significar-ho, perquè en d'altres contextos equivalents és impossible aquesta lectura.

⁷De fet, més literalment, potser hauríem de traduir «estigui un cercle ABΓ». Però el fet que canviem el subjecte verbal no modifica essencialment el valor que tenen els elements en el text grec: de fet, la nostra traducció respecta molt més l'estructura original, especialment, l'articulació de tema/rema en els contextos presentacionals (vegeu Ramos Alfajarín [2000, 2.2, pp. 41–64].

⁸En alguns casos, però, es considerarà que hi ha braquilògies, quan hi hagi circumstàncies que així ho semblin indicar; en el cas, τὸ ἀπὸ τῆς AB, pel quadrat, l'aparició del segon article permet parlar d'una braquilògia.

En definitiva, les lletres acompanyades amb article no són altra cosa que un *nom propi* que s'assigna a un objecte genèric, essencialment per a poder-ne fer una referència fàcil i sense ambigüitats. Tenen, doncs, una funció anafòrica i no deíctica (no fan referència a cap objecte del diagrama). I, el més important de tot, els objectes de l'exposició mantenen, malgrat l'aparició de lletres, el caràcter indefinit.⁹

6.2.3 El paper del diagrama

Els treballs de Reviel Netz, especialment en Netz [1999] havien remarcat molt el paper del diagrama, fins i tot en l'argumentació matemàtica. Tot sembla indicar que aquesta reavaluació del diagrama havia estat exagerada i, de fet, no tenim cap indici directe ni indirecte que ho recolzi. Sembla, al contrari, que els diagrames han sofert transformacions constants al llarg del procés de còpia i, per tant, poca cosa podem dir de la influència real que puguin tenir en el desenvolupament argumental. Si, a més, tenim en compte que, com estem veient, l'estructura d'una proposició matemàtica és molt tancada i autosuficient, és difícil atorgar-li al diagrama res més que un paper merament il·lustratiu de l'argument i, com a molt, d'ajut a la lectura.

6.2.4 L'estructura indefinida dominant

Hem vist en el capítol 5 que els objectes que apareixen en una proposició són sempre indefinits en la primera aparició; després són definits, però només quant al significat, no quant al referent, que continua essent indefinit. Acerbi [2011b] va una mica més enllà i afirma que el fet que existeixi la neutralització del caràcter definit pot fer-nos pensar que «una dimostrazione matematica greca è potenzialmente condotta dall'inizio alla fine usando soltanto espressioni indefinite» (caràcter que, evidentment, no es pot mantenir en la traducció, pel diferent valor que té l'article en grec i en català/italià). Hi ha, a més, altres indicis d'aquest caràcter completament indefinit dels objectes de la demostració: queden restes explícites d'aquest caràcter en una sèrie de substantius que pràcticament mai no van acompanyats d'article, com són *πλευρά*, «costat», *βάσις*, «base», *γωνία*, «angle» i, parcialment, *λόγος*, «raó». De fet, només en l'anàfora i en la demostració apareix el fenomen de la neutralització; en les altres parts, el caràcter indefinit és explícit.

En definitiva, una demostració matemàtica involucra objectes matemàtics indefinits mitjançant expressions indefinides, designades per comoditat, al llarg de la demostració, amb lletres denotatives. Cal insistir en què aquestes lletres només tenen una funció anafòrica, i no referencial; no es refereixen als objectes matemàtics, sinó als termes que els designen, aquests sí amb funció referencial. Igualment,

⁹Evidentment, la interacció amb el diagrama sembla suggerir que les lletres es refereixen a punts del diagrama. Això no és correcte, i en tenim molts indicis. En principi, la cadena de lletres que denoten un objecte geomètric pot ser totalment arbitrària, però raons de simplicitat i eficiència han establert una denominació complementària al diagrama.

el diagrama té una funció representativa, no referencial.

Tot això condueix a una conclusió evident: la quantificació en una proposició matemàtica és irrellevant, perquè la demostració es desenvolupa sobre noms d'objectes que es designen anafòricament mitjançant grups de lletres (i que no són, per tant, objectes individuals que caldria generalitzar posteriorment). Dit d'una manera més formal: si considerem tots els x (un triangle particular, posem per cas) que pertanyen a una espècie general T (triangle), una prova moderna del fet que tots els triangles compleixen una certa propietat P , procurarà demostrar que $\forall x \in T, P(x)$; en canvi, en la perspectiva grega es demostra $P(T)$ en bloc.

6.2.5 La xarxa anafòrica

L'ús d'una xarxa anafòrica permet validar de forma automàtica els passos de la demostració, mantenint sempre el màxim nivell de generalitat. Aquesta pràctica se cenyeix a les necessitats pròpies de l'estil demostratiu grec, basat en la conservació de la forma lingüística (que és el que dóna validesa a la seqüència deductiva). El procés és senzill: s'usen expressions formulars fixes amb posicions on inserir els objectes indefinits, expressions que deriven molt sovint dels enunciat de problemes i teoremes. Per exemple, en *El. III.2* s'usa *El. I.16* de manera instanciada:

καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔAE μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἢ AEB , μείζων ἄρα ἢ ὑπὸ ΔEB γωνία τῆς ὑπὸ ΔAE .

παντὸς τριγώνου μίαι τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἢ ἔκτος γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν.

I, atès que ha estat allargat endavant un sol costat AEB d'un triangle ΔAE , un angle ΔEB és per tant més gran que \langle un angle $\rangle \Delta AE$.

Un cop allargat endavant un sol dels costats de tot triangle, l'angle de fora és més gran que cadascun dels angles de dins i oposats.

No cal quantificar els enunciat, perquè l'aplicació es fa a través del reconeixement de la forma lingüística, és a dir, actua *per forma*. A nosaltres ens costa veure-ho d'aquesta manera perquè estem absolutament *contaminats* per la notació simbòlica, mentre que per als grecs, que només usaven la llengua habitual en els textos matemàtics, era la forma més natural de validació de les assercions.

Aquesta xarxa anafòrica es desplega usant, essencialment, aquestes estructures:

1. Referència a construccions/relacions establertes en demostracions anteriors, majoritàriament instanciades.
2. Referència a construccions/relacions establertes en parts precedents de la demostració, sempre instanciades i marcades, de vegades, amb un «fou demostrat».
3. Referència a tot l'enunciat usat com a asserció.
4. Referència a l'exposició o a la construcció o a les seves conseqüències.

5. Referència a objectes genèrics, mitjançant noms d'espècies matemàtiques, o mitjançant ordinals (com passa a *El.* v).
6. Referència a noms d'objecte a través de lletres col·locades en posició apositiva.
7. Referències a entitats situades a un radi d'acció curtíssim, a través de pronoms demostratius.¹⁰

6.3 La sintaxi lògica

L'entramat lògic d'una proposició i, més en general, de tota obra matemàtica, es manifesta en l'estructura sintàctica. Aquesta presenta una sèrie d'eines d'ús comú que reflecteixen la lògica profunda del text (eines que molt sovint s'usen seguint les prescripcions de la lògica estoica). És per això que aquests eines (partícules, expressions fixades) acostumen a usar-se d'una manera més rígida que en la llengua habitual.

6.3.1 El tractament de la generalitat

L'ús de la quantificació és estrany en la matemàtica grega; la generalitat s'expressa implícitament evitant qualsevol determinació que limiti l'aplicació d'un teorema. Això no vol dir, però, que no hi hagi excepcions, quantitativament reduïdes. A més, és molt probable que la tradició hagi anat introduint, més que eliminant, aquests elements, fins arribar a la sobredeterminació en alguns casos; per tant, cal pensar que moltes indicacions de generalitat a través de determinatius han estat degudes a la revisió posterior del text. És per això que Acerbi ha procurat crear la tradició dels manuscrits grecs amb la tradició indirecta àrab per a detectar usos espuris d'aquests termes.

La generalitat es pot marcar explícitament de diverses maneres, i són aquestes:

Quantificadors

El quantificador bàsic és $\pi\alpha\varsigma$ (o $\alpha\pi\alpha\varsigma$), «tots», «cada» o «qualsevol», molt sovint amb $\epsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota$ clarament existencial. Els *El.* contenen només una trentena de proposicions enunciatives usant la quantificació i, fins i tot, en algun cas la quantificació no té a veure amb la generalitat de l'enunciat.

En el cas de les definicions, només dues introdueixen explícitament el referiment a tots els objectes de la classe definida, *El.* I.DEF.15 i *El.* XI.DEF.3, 11 (aquesta darrera probablement espúria). Aquest fet no planteja molts problemes pràctics a l'hora d'aplicar-les, malgrat el que es pugui pensar (com es pot demostrar una propietat per a infinits objectes?).

¹⁰Recordem, a més, que el pronom $\alpha\upsilon\tau\acute{o}\varsigma$, en el context matemàtic, és el marcador de la identitat.

En el cas de les proposicions, l'ús de quantificadors no és gaire rellevant i, a més, no hi ha motius aparents per a distingir-les de la resta de proposicions.

Determinatius d'arbitrarietat

Es tracta, usualment, de formes del verb τυγχάνειν, «escaure's». En els textos matemàtics cal traduir-lo. Dues són les formes habituals en què es presenta:

1. Participi aorist que qualifica un objecte com a arbitrari, habitualment un punt.
2. Clausules del tipus ὡς/ὅ/ἃ ἔτυχεν, que desenvolupen perifràsticament les funcions de determinació d'objecte (la segona i tercera) i d'acció (la primera).

Als llibres aritmètics no hi ha cap ocurrència, i dominen els qualificadors generalitzants.

Els punts acompanyats de formes de τυγχάνειν són sempre sobre línies, mai sobre el pla. En aquest cas, s'acompanyen de l'indefinit, τις. A més, qualsevol altre objecte geomètric mai no rep el determinatiu d'arbitrarietat, mentre que un punt pres a l'atzar sempre rep, o bé el d'arbitrarietat, o bé el d'indefinió.

Segons Acerbi (*op.cit.*), la major part de les clàusules amb ἔτυχεν espúries s'incorporen posteriorment a la separació de la tradició directa i indirecta, però molt probablement són anteriors a la compilació del nucli de les *Definitiones*.

Determinatius d'indefinió

Aquests determinatius són formes de τις, «un cert». Serveixen per a reforçar el caràcter indefinit d'una asserció o d'una suposició i, per tant, la seva generalitat. Mai no reben aquest determinatiu els objectes «donats». Els objectes geomètrics acompanyats d'aquest terme són, principalment, rectes i punts, i, si el trobem en l'enunciat, també és a l'exposició.

No podem comparar la tradició directa i la indirecta (àrab) en aquest aspecte, perquè el fenomen de la *nunació* (el fet que l'absència de l'article i la presència de determinatiu d'indefinió siguin indistingibles en àrab) ha eliminat tots aquests elements.

Caldria preguntar-se per què s'ha afegit aquest plus d'indefinió en expressions que ja hem vist que són essencialment indefinides. Fent un repàs a totes les ocurrències dels *El.*, podem adonar-nos que τις es troba essencialment en enunciats (i les seves citacions), exposicions i conclusions. En les construccions, tret de les clàusules amb ἐκχείσθω, pràcticament mai no apareix (és estrany que els objectes produïts no estiguin completament determinats). A més, es requereix la presència de τις quan l'objecte està lligat estretament al vertader subjecte matemàtic de la proposició, el qual li imposa vincles clars.

Quantificadors generalitzants

Les proposicions que són vàlides exclusivament per a una multiplicitat indeterminada de termes sempre van acompanyades de quantificadors generalitzants.¹¹ És l'únic cas en què són necessaris, i es troben, essencialment en el llibre aritmètic (les dues terceres parts). Són, habitualment, formes de *ὅποιοσσοῦν*, «qualsevol», però també de *ὅποσοιδηποτοῦν* i *ὄσοιδηποτοῦν* (només plural) «quant que» i «quant que quant»,¹² *ὄποσοιοῦν* (només plural) «quant vegades». En els llibres aritmètics les formes són pràcticament intercanviables.

Articles determinatius

L'ús de l'article singular (el plural, evidentment, no presenta cap dificultat d'interpretació) en els textos matemàtics no implica una reducció de la generalitat, sinó únicament la mera substantivació, que la llengua matemàtica va adoptar de manera natural. Evidentment, si bé la interpretació de l'estructura indefinida dominant és convincent, també cal dir que el text grec manté una ambigüïtat que les traduccions no poden mantenir (l'opció per un dels articles catalans, determinat o indeterminat, desfà totalment l'ambigüïtat de l'expressió, cosa que no passa en grec).

Diagrames genèrics

Tot i que no seria necessari incloure'ls, els diagrames també poden ser considerats signes lingüístics, que en aquest cas delimiten la generalitat dels objectes mencionats en la proposició.

Finalment, l'ús dels quantificadors en matemàtica no s'adiu amb allò que prescriuen els estoics de l'escola de Crisip: aquests mantenen que els enunciats indefinits han de contenir un pronom/adjectiu indefinit, *τις*, que denota un ens *individual*, al qual es coordina anafòricament un deíctic, normalment *ἐκείνός*.

6.3.2 Modalitat

Els predicats «vertader» i «fals» no es troben en el *corpus* euclidià, i només es troben esporàdicament en d'altres autors. Es tracta de ben segur d'una elecció estilística: es prefereix donar un matis modal de possibilitat («és possible», «és impossible») a l'expressió, que no pas afirmar o negar la veracitat directament.

¹¹Tal com subratlla Acerbi, és xocant que, en l'exposició, el quantificador generalitzant vagi acompanyat, per raons evidents, d'un nombre determinat de termes.

¹²L'ús d'aquestes antigues formes mallorquines (cf. DCVB), derivades del *quantumcumque* i *quantumquantum* llatins, vol reflectir la varietat d'aquests quantificadors.

La modalitat s'usa principalment en demostracions per reducció a l'absurd. En general, aquestes demostracions, si són geomètriques, cauen en dues categories principals: les que demostren la contradicció amb un teorema precedent o amb un principi, o bé, les que demostren que dues magnituds satisfan al mateix temps desigualtats contradictòries. En canvi, en els llibres de caire no geomètric les tipologies de contradicció són més variades.

Una demostració per reducció a l'absurd està delimitada per tres frases canòniques:

1. Una frase formulada en condicional, l'antecedent de la qual està habitualment abreviat: εἰ γὰρ μή, «en efecte, si no», i també modals de possibilitat: εἰ γὰρ δυνατόν, «en efecte, si possible», μή γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, «en efecte, no; tanmateix, si <és> possible». Per exemple, en *El.* x.16 llegim:

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ἀσύμμετρα τὰ ΓΑ, ΑΒ, μετρήσει τι [αὐτὰ] μέγεθος. μετρήτω, εἰ δυνατόν, καὶ ἔστω τὸ Δ.	En efecte, si ΓΑ, ΑΒ no són incommensurables, una certa magnitud les mesurarà. Que les mesuri, si <és> possible, i heus-la aquí Δ.
--	--

Com es pot comprovar, el consegüent té el verb en imperatiu (perfet mig/passiu) si és una construcció, o bé, el té la primera ocurrència instanciada de l'objecte (habitualment, el verb «ésser» en present). Si no és una construcció, el consegüent no requereix l'imperatiu, ans normalment l'indicatiu present o futur.

2. La constatació de la reducció a l'absurd: ὅπερ (ἐστὶν) ἀδύνατον/ἄτοπον,¹³ «la qual cosa és impossible/absurda», tot i que hi ha d'altres fórmules molt minoritàries.
3. La negació de la hipòtesi de l'absurd continguda en el condicional inicial. La negació sempre s'anteposa a tota la frase. Ara bé, si la frase ja es negativa pot passar que se substitueixi la doble negació per la frase afirmativa corresponent.

Hi ha d'altres expressions modals minoritàries, com ara δεικτέον, «cal demostrar», o δέον (ἔστω), «sigui necessari». No hi ha gairebé ocurrències dels termes «necessari», ἀναγκαῖος,¹⁴ com tampoc de «cert/fals», ἀληθής/ψευδός en el corpus matemàtic grec.

6.3.3 Condicional i paracondicional

Els condicionals es troben essencialment en els enunciats dels teoremes. S'usa habitualment la forma coneguda com *universal*: ἐάν, «si, sempre que», amb subjuntiu aorist o present a la pròtasi, i indicatiu present o futur a l'apòdosi. El

¹³Arquimedes només usa la primera.

¹⁴Tret d'algunes en Arquimedes.

subjuntiu aorist es troba quan el verb indica una acció o construcció efectuada sobre l'objecte matemàtic subjecte de l'antecedent; en aquests casos, en l'exposició trobem regularment un imperatiu perfet mig/passiu. Per exemple, llegim *El.* II.2:

Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῆ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἔστί τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Sempre que una línia recta sigui tallada, com s'escaigui, el rectangle comprès per la recta total i per un i l'altre dels segments és igual al quadrat sobre la total.

Εὐθεία γὰρ ἡ AB τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Γ σημεῖον [...]

En efecte, estigui una recta AB tallada com s'escaigui pel punt Γ [...]

L'elecció estoica pels *condicionals* (συνεμμένα) no és, però, aquesta: prescriuen εἰ més indicatiu en l'antecedent. El motiu d'aquesta diferència podria ser la recerca de la màxima generalitat matemàtica possible, ja que la forma del condicional *universal* que hem descrit indica precisament això: cada cop que es realitzi la pròtasi, es complirà l'apòdosi. És per això que una traducció més cenyida a l'original hauria de començar per «sempre que ...»; de fet, hi ha una altra partícula que s'usa en definicions, i que és equivalent a ἐὰν. Es tracta de ὅταν, «quan i cada volta que».

En canvi, en el cos de la proposició no es troben pràcticament condicionals eventuals. El més habitual és trobar un εἰ més indicatiu, fins i tot en els arguments per reducció a l'absurd (on podríem esperar un període hipotètic irreal).

El *paracondicional* (παρασυνημμένον), segons defineix l'estoic Crinides (s. II a.C) en la *Technica Dialectica*, és una proposició no simple similar al condicional. Sintàcticament, només canvia l'εἰ per l'ἐπεὶ, «atès que». Un paracondicional és cert quan el consegüent se segueix de l'antecedent i aquest darrer és cert (és una mena de *modus ponens concentrat*). Per tant, cal distingir-lo del mer condicional.

Ara bé, en els *El.* el consegüent del paracondicional va acompanyat molt sovint d'ἄρα, «per tant», la qual cosa transforma l'antecedent d'un paracondicional en un argument, i no en una asserció. Acerbi refusa amb dades la hipòtesi que la introducció del conclusiu ἄρα pugui haver estat una manipulació de copistes posteriors, acostumats a posar-lo sempre que arriba una conclusió. Ben al contrari, sembla que l'ús d'aquesta partícula està molt arrelada en la pràctica matemàtica, i en això sembla divergir de les prescripcions de la lògica estoica. Els motius no són clars.

6.3.4 Negació

Els estoics diferenciaven quatre categories de negació: negativa (conté una negació i l'asserció negada), supernegativa (negativa d'una negativa), denegativa (una part denegativa i un categorema verbal, tal com «ningú <no> camina») i privativa (amb partícula negativa habitualment com a prefix). En *El.* només trobem, en els enunciats, la categoria negativa i la denegativa. Les demostracions són sempre

indirectes, per reducció a l'absurd.

Pel que fa a les assercions, la formulació més habitual és la denegativa, amb la negació com una part independent de la frase que actua només sobre el categorema verbal. La negació objectiva οὐ (en la tradició dialèctica és οὐχί) nega el categorema verbal de les oracions principals (al qual normalment acompanya), mentre que la subjectiva μή es troba en subordinades, formes participials i predicats no verbals.

Les *oracions negatives* s'inicien sempre amb la partícula οὐκ, mentre que el verb ocupa una posició intermèdia i, per tant, separat de la negació. Les ocurrencies són totes en inferències per contraposició o per reducció a l'absurd, especialment a la conclusió, donada sempre en forma negativa.

οὐκ ἄρα ἄνισος ἐστὶν ἢ AB τῆ ΔΕ	no es dona, per tant, el cas que sigui desigual AB a ΔΕ
---------------------------------	---

Aquesta pràctica era l'establerta pels estoics¹⁵ quan hi ha assercions negatives; és a dir, la negació no és un connectiu, sinó un operador que transforma assercions en assercions. La particularitat de l'ús matemàtic és que s'aplica exclusivament a les deduccions indirectes, és a dir, a les que tenen un caràcter més marcadament dialèctic.

6.3.5 Conjunció i disjunció

L'ús matemàtic de la conjunció s'aparta del sancionat per les lògiques formals antigues. Les partícules usades són δὲ, ἀλλά i, evidentment, καί. La primera, δὲ, de vegades és una forma dèbil de conjunció. En canvi, molt sovint s'usa per a la introducció d'una coassumpció, funció per a la qual els estoics havien prescrit la partícula ἀλλά. La matemàtica grega, però, no ha adoptat aquesta prescripció.

Tampoc en l'ús de καί la matemàtica grega segueix els usos estoics: no s'acostumen a trobar conjuncions en la forma καί ... καί La forma més estesa anteposa, de fet, el correlatiu τε a la conjunció καί: τε ... τε ... καί (ἔτι) Per exemple, llegim en *El. I.DEF 18*:

Ἡμικύκλιον δὲ ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφερείας.	I semicercle és la figura compresa tant pel diàmetre com per la circumferència tancada per ella.
--	--

Hi ha moltes altres formes correlatives a banda d'aquesta, com poden ser μέν ... δέ ... καὶ ἔτι ..., ο βέ, ∅ ... καὶ ἔτι ...,¹⁶ etc.

És evident que καί també pot tenir, com en la llengua habitual, un valor adverbial, amb el significat de «també», normalment quan s'anteposa a proposicions i relaci-

¹⁵A diferència d'Aristòtil, per exemple, que nega qualsevol existència a les assercions negatives i, per això, la partícula negativa pot posar-se al costat del categorema verbal.

¹⁶Amb el símbol de conjunt buit, ∅, volem indicar que el primer element de la correlació no va acompanyat de cap partícula.

ons completes, normalment emfasitzant tota l'expressió (com passa també amb la negació anteposada), i no una part, com sovint s'acostuma a fer: καὶ τὸ Α τοῦ Β μείζον ἐστὶ s'hauria de traduir «també, A és més gran que B», i no «també A és més gran que B».

Aquesta conjunció és molt corrent en la llengua ordinària i el seu ús lògic no aporta cap matís diferenciat; és per això que no cal marcar estilísticament la conjunció i d'aquí que puguin conviure moltes formulacions diferents. Veiem que, en el cas de la disjunció, no passa el mateix.

La disjunció pot ser inclusiva o exclusiva, exhaustiva o no. La disjunció més marcada en la matemàtica grega és la disjunció exclusiva i exhaustiva. És a dir, una disjunció en què sempre un, i només un, dels casos disjunts es compleix. Aquesta disjunció es formula amb un ἤτοι inicial, seguit de diversos ἢ per a separar els casos. Llegim *El.* vii.32:

Ἄπας ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.	Tot nombre, o bé és primer, o bé és mesurat per un cert nombre primer.
---	---

Quan la disjunció no és exclusiva, no apareix mai el ἤτοι inicial. És curiós que l'única ocurrència d'un ἢ inicial es trobi en la famosa definició 5 *El.* v, on es defineix ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἶναι, «ésser en la mateixa raó». Les raons d'aquesta elecció encara no són clares.

L'anteposició de ἤτοι en les disjuncions exclusives és també una prescripció de l'estoic Crisip i això suggereix que aquest autor depèn de la pràctica matemàtica, més que no pas el fet que els *El.* estiguin reescrits d'acord amb aquesta prescripció. També prescrivia l'exhaustivitat.

6.3.6 La suma d'objectes matemàtics

Quan un grup d'objectes es presenta conjuntament, pot presentar-se l'ambigüitat sobre si cal prendre'ls un a un, o bé, si cal sumar-los. L'adjectiu ἐκάτερος «un i l'altre» s'usa en matemàtiques per la primera opció, és a dir, per prendre els objectes un a un, i a més, fer-ho en el mateix ordre que es presenten. En l'altre cas, la llengua matemàtica ofereix un ampli ventall d'estructures. Les més usades són:

- L'ús de la conjunció simple, τε ... καὶ
- La menció dels objectes a sumar en plural, sense cap altre qualificatiu, forma exactament oposada a l'actual.
- L'ús de l'adjectiu συναμφοτέρος, «l'un amb l'altre», usualment quan se *sumen* dos objectes per a formar-ne un de compost, molt sovint mencionat posteriorment al singular. És sorprenent la declinació d'aquest adjectiu, que balla de dues a tres terminacions, fins i tot en un mateix context.

Hi ha, a més, d'altres opcions, més minoritàries, com l'ús de les partícules σύν, «amb», ὁ μετά, «juntament amb».

6.3.7 Altres connectius

El connectiu ἄρα, «per tant», sempre en segona posició, assenyala que l'assertió que segueix s'obté com a conclusió d'una inferència, les premisses de la qual es troben immediatament abans. És el més usat, tot i que acompanya de vegades el consegüent d'un paracondicional.

Un altre connectiu consecutiu és ὥστε, «de manera que», amb un valor similar a l'anterior, però té un ús molt desigual en els *El.*, concentrat en el llibre x dels *El.*, on funciona de marcador lingüístic. Té, també, d'altres usos, com en expressions consecutives subinferencials, ὥστε + infinitiu. La partícula es troba en contextos marginals, i ben definits deductivament. Per exemple, quan una inferència amb ἄρα ve seguida d'una altra inferència; aquesta segona s'introdueix amb ὥστε, perquè és poc habitual dos ἄρα seguits. En canvi, ὥστε mai no introdueix la conclusió general d'un teorema.

Per transicions més dèbils s'usen els connectius οὖν, «així, doncs», i δῆ, «doncs». El primer s'usa pràcticament sempre en posició inicial, per a introduir seqüències deductives independents de la principal o per aprofitar arguments i construccions anteriors sense fer-les del tot explícites. No té, doncs, valor inferencial sinó metadeductiu (cosa que podem entreveure observant que sovint acompanya a d'altres partícules amb valor inferencial): serveix per recapitular, recuperar el flux argumental interromput i reorientar la demostració. Aquesta partícula també serveix de marcador estilístic del *El.* x, perquè hi apareix amb molta més freqüència, segurament perquè el llibre està més articulat.

La partícula δῆ, «doncs», té un valor asseveratiu i no tant resultatiu, caracteritzant més una constatació que una deducció. Sovint introdueix una nova fase de la demostració acompanyant d'altres termes: λέγω δῆ, «dic, doncs», δεικτέον δῆ, «cal demostrar, doncs», πάλιν δῆ, «de nou, doncs», ἀλλὰ δῆ, «tanmateix, doncs». El matís només de reforç el trobem en expressions formulars, del tipus διὰ τὰ αὐτὰ δῆ, «precisament pels mateixos motius, doncs,» o ὁμοίως δῆ, «de forma totalment semblant», que introdueixen demostracions analògiques i potencials, respectivament. L'expressió δεῖ δῆ, «cal, doncs», té, en canvi, un lleu matís resultatiu. Finalment, aquest terme és un marcador estilístic negatiu pel llibre x dels *El.*, i positiu pels llibres VII, VIII, XI i especialment pel IV.

Conclusió

El breu repàs als estudis sobre el sociolecte matemàtic constata l'interès creixent, al llarg del darrer mig segle, per descobrir els seu funcionament i, molt darrerament, la imbricació entre aquesta llengua i la lògica subjacent en els textos (molt lligada a la lògica estoica).

Thomas S. Heath sembla haver estat el primer a dedicar un apartat de certa entitat a la llengua dels textos matemàtics grecs (concretament, Apol·loni i Arquimedes), si bé centrats, només, en qüestions merament lèxiques. No es pot parlar, però, d'una aportació rellevant d'Heath, perquè fora d'aquestes consideracions lèxiques bàsiques i esquemàtiques, la seva interpretació no té una estructura articulada i, molt sovint, les observacions més originals es revelaran poc fructíferes, en el millor dels casos.

En la terminologia bàsica, Heath usa una traducció estandarditzada, acceptable, en general, tot i que en casos poc rumiada. És el cas, per exemple, dels objectes perpendiculars/ortogonals/formant angle recte (κάθετος ἐπί/ὀρθος πρὸς/πρὸς ὀρθάς: el context determina quin d'ells s'ha d'usar, per bé que [Heath \[1897\]](#), pp. clvii-clviii) els estudia separadament, sense indicar en cap cas en quin context cal aplicar un o l'altre. En el cas del terme δύναμις (p. clxi) l'error és més greu, perquè l'autor l'identifica directament «quadrat», citant només de passada el significat bàsic de «potència», sense adonar-se de la radical diferència entre ambdós conceptes (vegeu [Vitrac \[2008a\]](#)).

Les observacions que van més enllà de les qüestions lexicals són més embarbussades, perquè barregen nocions de primer ordre amb les de segon, qüestions sintàctiques i gramaticals amb lògiques, precisions lèxiques amb discussions estructurals, i és per això que la presentació que n'hem fet també mostra aquest aiguabarreig conceptual: considerem poc factible un intent d'articular en una estructura coherent una exposició tan dispersa i desmanegada. A més, no sembla haver-hi un altre objectiu més enllà de proporcionar una traducció estandarditzada de certs termes, no sempre gaire argumentada. Malgrat això, hem decidit mantenir aquest capítol perquè ens permet presentar un complet resum bàsic, especialment del vocabulari, focalitzat, a més, en els textos arquimedians.

La introducció [Mugler \[1959\]](#) representa un primer intent de visió global de la llengua de la matemàtica grega; n'enumera una sèrie de característiques bàsiques

(que segurament ja havien estat percebudes parcialment, però mai explicitades de manera articulada), així com aporta la llavor d'altres idees que resultaran molt fructíferes en el futur: el llenguatge de la matemàtica es deriva de la llengua comuna, amb un lèxic molt reduït que tendeix al que més endavant Netz denominarà un mot/un concepte; la necessitat de concisió comporta una compressió màxima de les expressions usades i, més important, a l'estandardització d'aquestes expressions comprimides (això, però, hem d'esperar fins Acerbi per a llegir-ho). Com a conseqüència, el sociolecte evoluciona poc, és molt tradicionalista; l'article és molt sovint l'única diferència entre dos elements geomètrics; l'ús de l'estil formular, textualment «appareil formulaire» (p. 9), és essencial, així com l'associació d'aquest amb les fórmules homèriques;¹⁷ en l'anàlisi verbal (fonamentalment, l'ús de l'imperatiu perfet mig/passiu) Mugler troba l'arrel de l'idealisme matemàtic: els objectes matemàtics existeixen per si mateixos i no és el matemàtic qui els crea; la classificació de partícules segons la seva funció lògica (bàsicament, causal, hipotètica i consecutiva); etc.

Els treballs d'Aujac, Netz i Federspiel són més específics i desenvolupen alguns aspectes concrets dels mencionats per Mugler. Aujac analitza les expressions formulars en tres autors, Autòlic de Pitana, Euclides i Teodosi. Cal destacar que, sense tenir encara una definició de *fórmula*, comencem a entreveure una caracterització més delimitada (mai no sabem que entén Mugler per fórmula, tret del fet que són comparades amb les fórmules homèriques) i més cenyida a la literalitat dels textos. També aventura que, com les fórmules homèriques, el caràcter formular de la matemàtica grega havia d'anar acompanyada per una transmissió oral (sabem que la repetició formular permet una més efectiva transmissió). Aquest caràcter oral serà negat posteriorment per Netz, encertadament. Tanmateix, aquest darrer autor ha continuat aprofundint en el caràcter formular de la matemàtica grega, delimitant definitivament el significat del terme *fórmula* en el context matemàtic, i ha catalogat un grup important de fórmules, així com també ha determinat el caràcter generatiu del llenguatge de les fórmules. En la vessant negativa, Netz sembla haver sobrevalorat la importància dels diagrames que acompanyen els textos matemàtics; probablement, aquest error d'apreciació ha estat degut al caràcter excessivament *plàstic* de la metodologia: l'aproximació des del que anomena la *història cognitiva*. Aquesta aproximació resulta molt relliscosa atès que la història de la matemàtica grega és una disciplina que té una base material molt precària (i que, a més —cal dir-ho— els textos han tingut una exègesi molt desenfocada). Una mostra d'aquest error acumulat el podem trobar en aquesta afirmació de Netz, sobre el caràcter de la matemàtica grega:

it is not about circles, lines, etc., *i.e.* about general objects and their properties, but about concrete objects, individuated through the article and organised through the prepositions.

Federspiel és el primer que va adonar-se que afirmacions d'aquest tipus no tenen cap recolzament en els textos, perquè l'ús de l'article és l'habitual en la llengua

¹⁷Idea que desenvoluparà en Netz [1999].

grega: el caràcter substantivador és summament més important que el determinatiu, més característic de les llengües modernes. D'aquesta manera, es pot afirmar que la matemàtica grega presenta els objectes sense determinar i, per tant, de forma totalment general. Aquesta conclusió l'ha fet possible el mètode de treball: una aproximació filològica sòlida a una matèria que només se sosté en els textos, com és la història de la matemàtica grega. Tanmateix, aquesta perspectiva exclusivament filològica de Federspiel també va limitar-ne l'abast: preocupat com estava per la correcta interpretació dels textos i per una acurada traducció, no va adonar-se de la llavor revolucionària que amagaven les seves intuïcions.

Acerbi sí que ha sabut extreure totes les potencialitats d'aquesta reavaluació del caràcter indefinit dels objectes matemàtics d'una proposició, aplicant tot el ventall d'eines que proporciona l'anàlisi històrica, més enllà dels recursos estrictament filològics. L'àmplia avaluació que hem fet del seu treball ens ha permès desentrellar l'entramat d'una proposició matemàtica; distingir-ne les parts, descriure els trets estilístics de cadascuna d'elles, deduir-ne el caràcter general, imbricar els trets estilístics amb els lògics fins a poder donar una visió global del caràcter de l'escriptura matemàtica grega, i de la seva relació amb les lògiques antigues, específicament l'estoica. De moment, és l'avaluació més completa de què disposem, i més ajustada als textos. A més, proporciona una metodologia sòlida i completa, basada en l'anàlisi de l'estil, que serà la que usarem per a estudiar el text d'Arquimedes que ens ocupa, *Sph. et Cyl.*, i la posició que ocupa respecte de l'estil clàssic de *El*. Comencem, doncs.

Part II

La llengua d'Arquimedes i la seva traducció

Aproximació metodològica

El nostre objectiu és, d'una banda, la descripció del llenguatge d'Arquimedes en *Sph. et Cyl.* i la seva relació amb l'estil canònic d'*El.* D'una altra, volem presentar una estratègia de traducció dels textos matemàtics al català, seguint les línies de la descripció anterior, i volem assajar aquesta estratègia en l'obra esmentada, *Sph. et Cyl.* Per assolir aquests objectius caldrà, primer, especificar la nostra metodologia de treball, que descansa sobre tres elements: el corpus que tractarem, el procediment que usarem en la descripció d'aquest corpus (i en la comparació amb *El.*) i, finalment, les eines informàtiques de què disposarem.

El corpus que utilitzarem serà, essencialment, l'obra d'Arquimedes *Sph. et Cyl.*, amb el text que vam editar per a la Bernat Metge [Masià 2010], i que segueix molt de prop el text d'Heiberg [Heiberg 1910–1915]. La nostra anàlisi se centrarà, gairebé exclusivament, en la part deductiva d'aquesta obra, és a dir, la part formada estrictament per les proposicions del text. Dit d'una altra manera, no inclourem les introduccions epistolars ni la part corresponent a les definicions i les assumpcions. Per a la resta de corpus que usem esporàdicament, hem adoptat la versió del TLG [versió E].

La metodologia de treball descansa, primerament, en la lematització de l'obra. La lematització és el procés que associa a cada ocurrència d'un text el lema corresponent (i, normalment, també, la seva forma); es construeix, així, una taula de freqüències de tots els lemes, formes i ocurrències. Aquesta taula és l'eina bàsica de treball. Molt sovint, la lematització va acompanyada d'una taula de concordançes, per lemes o per formes, que permet controlar totes les ocurrències en el context original. L'ús de la lematització d'obres del mateix autor, de la mateixa temàtica i, fins i tot, de temàtiques diverses, permet confrontar-les seguint una metodologia senzilla, sistemàtica i precisa, que durem a terme en els dos primers capítols d'aquest bloc. La comparació sempre es realitzarà, inicialment, entre dos corpus. Els parells de corpus analitzats seran: part deductiva de *Sph. et Cyl.* vs. la part introductòria; *Sph. et Cyl.* vs. *El.* d'Euclides; *Sph. et Cyl.* vs. *Con. et Spher.* d'Arquimedes.¹⁸ Cadascuna d'aquestes anàlisis comparatives constarà d'aquestes fases:

¹⁸També apuntarem algunes dades recents sobre *Metrica* d'Heró, però d'abast més limitat.

- Descripció dels elements essencials de cadascun dels corpus per separat, i comparació sumària. Inclourà:
 1. Distribució i característiques dels lemes de màxima freqüència.
 2. Detecció del lemes de freqüència mínima, específicament dels *hápax* i *semihápax*.
 3. Anàlisi breu dels lemes que tenen percentatges entremitjos.
- Anàlisi dels lemes exclusius de cada corpus, individualment i per categoria gramatical.
- Anàlisi dels lemes comuns als dos corpus, individualment i per categoria gramatical. La comparació es durà a terme recalculant els percentatges relatius de cada lema, i tenint en compte només els lemes comuns a ambdós textos. Calcularem un índex de variació per a tots els lemes comuns, que mesurarà la diferència relativa del seu ús. Més concretament, si partim de dos textos T_1 i T_2 , i prenem només la part del text que recull els lemes comuns, T'_1 i T'_2 , respectivament, i un cert lema comú té un percentatge p_1 en el text T'_1 i un percentatge p_2 en el text T'_2 , calcularem aquest índex de variació del lema: $i = \frac{100(p_2 - p_1)}{\min(p_1, p_2)}$, que recull la variació (en %) dels percentatges respecte del mínim, tenint en compte que serà positiu si $p_2 > p_1$ i negatiu si $p_1 < p_2$.¹⁹ En farem una anàlisi, primer, global, dels lemes més inestables i dels més estables i, finalment, per categoria gramatical.

Atès que la informació lemàtica sobre corpus grecs no matemàtics és, avui dia, encara escassa, no podrem repetir aquest tractament sistemàtic amb aquests textos. Ens haurem de conformar amb una comparació sumària de tots els textos esmentats, i els textos següents: el corpus complet d'Arquimedes, i els corpus complets de Plató, Diodor de Sicília i Plutarc. En el cas d'aquests darrers 4 corpus encara no disposem d'una lematització completa; hem hagut de realitzar una lematització parcial, que inclou gran part del text, però que deixa fora, també, gran part dels lemes i formes. És per això que, en aquest cas, només hem pogut fer una projecció dels resultats.

En el tercer capítol afinarem més la nostra anàlisi, centrant-nos en aquells elements que caracteritzen el discurs matemàtic arquimedià i que configuren l'anomenat estil demostratiu de la matemàtica grega. Els compararem amb l'ús canònic que trobem a *El*. (i exposada per Acerbi [2011b]), tot i que no en podrem fer una comparació aprofundida perquè les metodologies no són coincidents. Els elements discutits seran:

- Temps i modes verbals, i el seu ús efectiu en les diverses parts d'una proposició.

¹⁹En lloc de calcular un índex de variació considerant un text de *partida* i un text d'*arribada*, prefereixo no marcar els corpus així, perquè d'aquesta manera els valors positius i negatius de l'índex són comparables.

- Les partícules i el seu ús efectiu en les diverses parts d'una proposició.
- L'ús de les lletres denotatives. Ens concentrarem en dos aspectes: l'ordenació de les lletres de cada bloc de lletres denotatives i el nombre de blocs usats en cada proposició.
- L'ordenació dels termes d'una relació matemàtica.
- Els indicadors metamatemàtics.

La confirmació que Arquímedes, en *Sph. et Cyl.*, segueix l'estil demostratiu de la matemàtica grega (amb variacions idiosincràtiques, és clar, però també sistemàtiques) permetrà, finalment, plantejar una traducció rígida, no tan sols dels lemes concrets, sinó de tot el sistema del sociolecte matemàtic (especialment, del sistema verbal i de partícules) que configura la part deductiva del text matemàtic. En farem, doncs, una proposta argumentada en el darrer capítol.

Un treball d'aquest tipus no seria passible sense un programari específic per portar a terme la lematització semiautomàtica de grans corpus; cal recordar que el volum dels textos tractats en aquesta tesi supera els 2 milions d'ocurrències, impossible de manipular amb tècniques exclusivament manuals. Hem usat eines de lliure accés que es poden trobar fàcilment a la xarxa, i que hem modificat o reconfigurat, en alguns casos, perquè poguessin tractar textos escrits amb l'alfabet grec. Així, les eines són de característiques diverses, perquè no n'hi ha cap que faci un tractament automatitzat de tots els aspectes tractats en aquest treball:²⁰

- Eines que permeten l'ús, el tractament i la codificació dels caràcters grecs. En aquest sentit cal tenir en compte que els caràcters grecs poden codificar-se en betacode o en unicode. Darrerament, aquesta darrera codificació s'està imposant com a estàndard, però la base de dades textual més gran al nostre abast, el TLG, està codificat en betacode. Per tant, és imprescindible tenir eines de codificació en ambdós sentits. Les eines més útils són: l'eina de conversió de què disposa la web *Κατὰ Βιβλόν* (<http://www.katabiblon.com/>) i la de la web del *Centre de traitement automatique du langage*, específicament centrada en la conversió dels fitxers del TLG (<http://130.104.253.20/beta2uni/>). El controlador de teclat grec politònic, *Euclides Grec Politònic* desenvolupat per la UB, <http://www.ub.edu/filologiagrega/electra/euclides/>, ens ha permès d'escriure fàcilment en grec clàssic utilitzant el teclat català habitual.
- Eines de lematització que permeten extreure les concordances. Hem usat els programes *AntConc* i *AntWordProfiler* desenvolupats pel professor de la Waseda University del Japó, Laurence Anthony, i de distribució lliure (<http://www.antlab.sci.waseda.ac.jp/software.html>).

²⁰De fet, seria un dels objectius a mig termini el desenvolupament d'una eina que permetés automatitzar la majoria dels processos que són necessaris de cara a realitzar l'anàlisi que hem dut a terme.

- Eines de càlcul. Per al processament de les dades obtingudes amb les eines anteriors ha estat suficient l'ús expert d'un full de càlcul i d'un processador de textos.

Capítol 7

Sph. et Cyl.

L'obra d'Arquimedes *Sph. et Cyl.* conté una sèrie de resultats que relacionen la mesura d'esferes, cons i cilindres. Tradicionalment, les edicions s'acompanyen amb els comentaris d'Eutoci, glosses generalment de caire tècnic sobre les demostracions.¹ Està dividida en dos llibres, si bé no formen una unitat. El primer està centrat en dues qüestions: el càlcul de la superfície i del volum d'una esfera (i subsidiàriament, d'una esfera escapçada). El segon llibre, en canvi, només és un recull de teoremes i problemes ben diferenciats, sense un objectiu comú. Ara bé, la dificultat tècnica de les demostracions del segon llibre és molt superior a les del primer; de fet, el llibre I es podria enquadrar dintre dels mètodes i objectius de la matemàtica euclidiana (i llegir-se com un altre llibre de *El.*), mentre que el segon ultrapassa aquest marc.

7.1 Breu descripció dels continguts

7.1.1 El llibre primer

El denominat llibre I de *Sph. et Cyl.* consta d'un pròleg en forma de carta d'Arquimedes a Dositheu,² d'una introducció formada per les definicions i per les

¹També hi podem trobar algunes reflexions històriques que la converteixen en una peça gairebé única de la història de les matemàtiques. Les obres d'Arquimedes comentades per Eutoci d'Ascaló (s. VI) són les següents: *Sph. et Cyl.* I i II, *Dimensio circuli*, *De Corporis Fluitantibus* I i II.

²Tots els textos arquimedians conservats són el que en diríem avui articles d'investigació sobre temes summament concrets. Arquimedes enviava aquests estudis a persones lligades, normalment, a les institucions alexandrines, perquè en difonguessin el contingut. És per això que sovint els treballs s'introdueixen amb una carta dirigida al destinatari del text. Els noms dels corresponsals que ens han arribat són els de Conó, Dositheu i Eratóstenes (sabem també que va adreçar una obra sobre nombres a Zeuxip, però no s'ha conservat); del primer circulen algunes notícies fragmentàries que el situen com astrònom a Egipte durant el regnat de Ptolomeu III Evergetes (246-222 a.c.). Arquimedes el tenia en alta estima professional i, un cop desaparegut, Dositheu va substituir-lo com a destinatari de les obres del siracusà. Aquest darrer treballava entre els matemàtics alexandrins i, pel que podem intuir dels

assumpcions, i d'una sèrie de resultats matemàtics, les proposicions, acompanyats de les demostracions respectives. El conjunt està perfectament estructurat amb la finalitat de demostrar les propietats enunciades en el pròleg: «en primer lloc, que la superfície de tota esfera és el quàdruple del cercle màxim dels seus cercles; després, que, igual a la superfície de tot segment d'esfera, hi ha un cercle el radi del qual és igual a la recta traçada des del vèrtex del segment fins a la circumferència del cercle que és base del segment; i, a més d'aquests, que, de tota esfera, el cilindre que té una base igual al cercle màxim dels cercles en l'esfera i una altura igual al diàmetre de l'esfera és, ell mateix, una hemiòlia de l'esfera, i la seva superfície una hemiòlia de la superfície de l'esfera».³

El pròleg és una peça bastant habitual en aquest tipus d'obres durant el període hel·lenístic (no tant en el període imperial; dels períodes anteriors, no en sabem res perquè no ens n'ha arribat cap obra ni cap fragment prou llarg). És un text breu on es presenten les aportacions que l'autor desenvoluparà posteriorment, es pondera llur importància i s'expliquen les motivacions que han portat l'autor a fer-les públiques. Es tracta d'un text d'estil radicalment diferent a la resta de l'obra perquè la seva funció està lligada a qüestions metamatemàtiques i contextuals.⁴

L'obra pròpiament dita comença amb la introducció, on es presenten les definicions i les assumpcions (o postulats).⁵ En aquest cas, les definicions, en essència, precisen el significat exacte que tindrà la noció de concavitat al llarg de tot el llibre (i, més concretament, les nocions de *línia còncaua sobre un mateix costat* i de *superfície còncaua sobre un mateix costat*). També es defineixen *sector sòlid* i *rombe sòlid*, que són figures construïdes a partir d'una combinació d'esferes i de cons. Les assumpcions, en canvi, són propietats bàsiques que l'autor considera absolutament evidents i que, per tant, no requereixen cap tipus de demostració.⁶ En aquest cas, de les cinc assumpcions, quatre fan referència a com es poden ordenar de menor a major certes línies còncaues i, també, certes superfícies còncaues. La cinquena assumpció, coneguda tradicionalment com el postulat d'Arquimedes (o d'Arquimedes-Eudoxos), afirma bàsicament que, donades dues magnituds desiguals del mateix tipus (línies, superfícies o volums), si restem la més petita de la més gran, la magnitud resultant és del mateix tipus que les originals i en cap cas no pot ser una quantitat infinitesimal (usant la terminologia actual), és a dir, ha de ser una quantitat *prou gran*, del mateix ordre que les originals.

pròlegs, Arquimedes el menystenia com a matemàtic. Finalment, el més conegut és Eratòstenes, cap de la Biblioteca d'Alexandria i investigador polifacètic. Segons Knorr, és posterior a Dositheu com a destinatari. Netz [1998] planteja la hipòtesi que Dositheu no sigui el primer científic hebreu conegut.

³Usem el terme *hemiòlia* per a designar una cosa com la potència d'índex $\frac{3}{2}$. La darrera desigualtat es considera la primera aparició en una obra matemàtica d'un exponent en forma de nombre trencat (en aquest cas, $\frac{3}{2}$). En qualsevol cas, des d'una perspectiva grega, aquesta característica concreta no té cap rellevància, perquè els grecs desconeixen els exponents, com desconeixen l'àlgebra, com a mínim en el sentit modern del terme.

⁴Vegeu Vitrac [2008b, pp. 519–556].

⁵La denominació d'axiomes, postulats i nocions comunes no és homògena entre els matemàtics grecs [Acerbi 2010, p. 28].

⁶Les definicions i els postulats són, en general, l'equivalent axiomàtic del que serien, respectivament, els teoremes i els problemes. En *Sph. et Cyl.*, les assumpcions tenen un paper més proper al de les nocions comunes que al dels postulats.

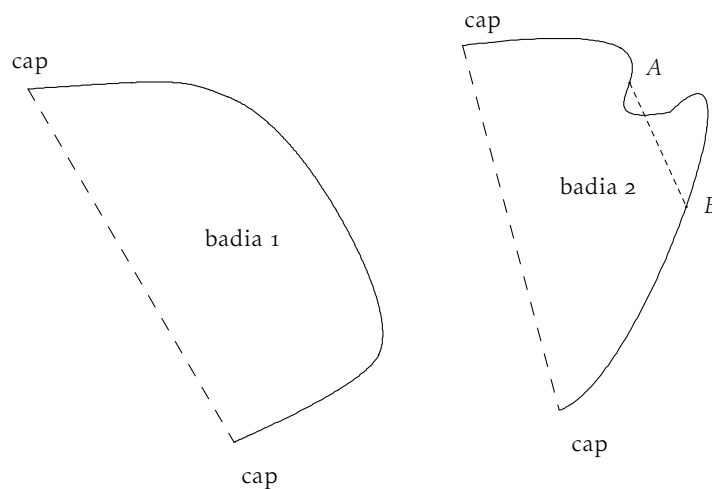


Figura 7.1: Il·lustració d'una línia còncaua sobre un costat, i d'una altra que no ho és.

Definicions i assumpcions

Abans de continuar, potser caldria explicar al lector no especialitzat les definicions i les assumpcions d'una manera intuïtiva. En primer lloc, la qüestió de la concavitat. Pensem en una badia delimitada per dos caps: segons la definició arquimediàna, la badia serà còncaua si *des de qualsevol lloc* de la badia es pot observar tota la badia, de cap a cap. Si des d'algun lloc de la badia no es veu alguna zona de la mateixa badia, aleshores la badia no és còncaua. Els diagrames de la figura 7.1 ho il·lustren. La badia 1 és còncaua (hem unit amb una línia recta discontinua els caps que delimiten les badies), mentre que la badia 2 no ho és. En la badia 2, si ens situem en el punt A no veurem el punt B. En altres termes: una part del segment AB no cau dins de la badia. És precisament aquesta la idea essencial de concavitat: si prenem dos punts qualssevol de la línia, tot el segment que els uneix hauria d'estar situat *al mateix costat* de la línia. És fàcil intuir que això només passa quan la curvatura de la badia és sempre cap al mateix costat, com passa en el diagrama de l'esquerra. En canvi, en el diagrama de la dreta la curvatura de la badia canvia, per exemple, entre A i B. La idea de concavitat, a més, es pot estendre naturalment a objectes de l'espai.⁷

Quina pot ser, però, la utilitat de la definició de concavitat? Un dels objectius de la matemàtica grega és mesurar objectes o, més genèricament, comparar la

⁷En lloc de línies corbes hi haurà superfícies corbes, i en lloc de rectes que uneixen els extrems de les línies hi haurà una superfície plana que contindrà la vora de les superfícies.

mesura de diversos objectes. Així, donades dues línies (o dues superfícies, o dos objectes sòlids o tridimensionals), un dels primers objectius matemàtics és el d'esbrinar quina és més gran. Si les línies són rectes el problema es redueix, essencialment, a superposar-les i veure quina excedeix l'altra. Si es tracta de superfícies o volums amb costats i cares rectilínies i planes, el procediment també és senzill, i s'explica en els *El.* d'Euclides (*El.* I, II, XI, XII). Aquest sistema de comparació no és possible, però, amb línies corbes (potser hauríem d'estirar les línies, procés teòricament inextricable pels grecs), ni amb superfícies i volums de contorns ondulats. És per això que els matemàtics grecs s'aproximen a aquest problema per altres vies. L'ús de la concavitat n'és una de les més productives, i la base del procediment la trobem en les assumpcions de la nostra obra: si tenim dues línies (o superfícies) còncaues amb els mateixos extrems que compleixen una determinada condició, aleshores es pot afirmar que una és més gran que l'altra. La condició, essencialment, és aquesta (en el text arquimedià, però, és més completa): les dues línies han de ser còncaues sobre el mateix costat (és a dir, bàsicament, la curvatura és la mateixa) i una d'elles ha de trobar-se dintre de l'altra, un cop tancada per aquesta i per la recta que uneix els seus extrems. En aquest cas, i només en aquest cas, Arquimedes assumeix que la corba de dintre és més petita que la corba de fora, sense necessitat de cap demostració; precisament perquè Arquimedes situa aquesta propietat entre les assumpcions, sabem que Arquimedes la considera absolutament evident. Una cosa semblant assumeix amb les superfícies còncaues sobre el mateix costat.

En el cas 1 (vegeu la figura 7.2) la corba A és dintre de la corba B, un cop tancada per la línia de traç discontinu que uneix els seus extrems, com hem dit abans, i totes dues són còncaues sobre el mateix costat (tenen la mateixa curvatura); podem afirmar, doncs, sense cap altra consideració, que la corba A és més petita (més curta potser diríem nosaltres) que la corba B. En el cas 2, en canvi, la corba A està dintre de la corba B, però la corba A i la corba B no són còncaues sobre el mateix costat (de fet, la curvatura de la corba A és variable, mentre que la corba B té sempre la mateixa curvatura). Per tant, en aquest cas i a partir de les assumpcions d'Arquimedes, no podem establir d'antuvi quina de les dues serà la més gran; en principi, aquestes corbes queden excloses de la investigació d'Arquimedes. En el cas 3, la corba poligonal A i la corba B també són còncaues sobre el mateix costat i la corba A està dintre de la corba B; per tant, la corba A és menor que la corba B.⁸ En canvi, en el cas 4, la corba poligonal A no està dintre de la corba B ni tampoc cap de les dues no són còncaues sobre el mateix costat; per tant, no podem dir res sobre quina de les dues és més gran.

Amb la definició de concavitat i amb las propietats d'ordenació de menor a major que trobem en les assumpcions, i que acabem de comentar, ja podem endinsar-nos en les proposicions de l'obra d'Arquimedes, perquè la metodologia bàsica de treball serà la comparació de magnituds còncaues com les dels casos 1 i 3. Ara bé, són indispensables les subtileses del postulat d'Arquimedes (assumpció 5) perquè l'estructura deductiva no tingui esclatxes i, també, altres recursos tècnics (ben coneguts per tots els matemàtics de l'època) recollits gairebé tots en *El.* d'Euclides:

⁸Aquestes línies poligonals també entren dintre de la noció de *línia còncaua sobre el mateix costat*.

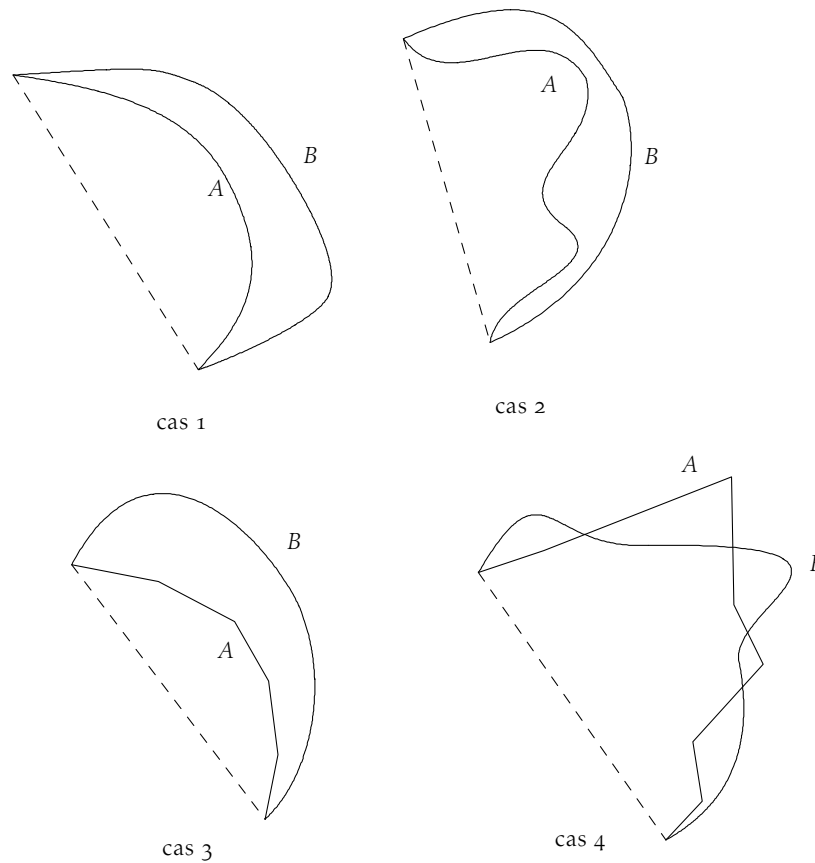


Figura 7.2: Il·lustració d'una línia còncaua sobre un costat, i d'una altra que no ho és.

la demostració per doble reducció a l'absurd, l'anomenat mètode d'exhaustió, la manipulació de raons usant la teoria de proporcions, etc.⁹

El càlcul de l'àrea i del volum

La comparació de dues línies/superfícies còncaues de les mateixes característiques permet ordenar-les segons la longitud; però, com poden mesurar-se efectivament? En els casos 1 i 3 (vegeu la figura 7.2) si coneixem la longitud de la línia discontinua i de la corba B, només podem afirmar que la corba A és més gran que la línia discontinua i més petita que la corba B, però seguim sense conèixer-ne la mesura

⁹Per a una descripció de l'ús d'aquestes eines per part d'Arquimedes vegeu [Dijksterhuis \[1987, cap. III, pp. 49–140\]](#).

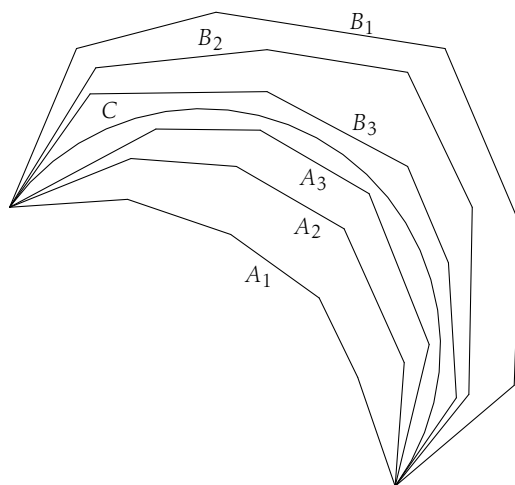


Figura 7.3: Poligonals A i B que aproximen una corba C.

exacta. La tècnica que usarà Arquimedes serà la d'encaixar la corba (o superfície) que vol mesurar entre una sèrie decreixent de corbes (o superfícies) més grans, i una sèrie creixent de corbes (o superfícies) més petites, totes de tipus poligonal (vegeu la figura 7.3). Les corbes A_1 , A_2 i A_3 són més petites (pel que acabem de veure) que la corba semicircular de longitud desconeguda, mentre que les corbes B_1 , B_2 i B_3 són més grans que la corba semicircular. A més, la longitud d' A_3 és més propera a la de la corba semicircular que la longitud d' A_2 , i aquesta que la d' A_1 . El mateix passa amb les corbes del tipus B respecte de la corba semicircular. És a dir, si anomenem C la corba semicircular, és evident que, escrivint-ho en notació moderna, $A_1 < A_2 < A_3 < C < B_3 < B_2 < B_1$. Si aconseguim posar més corbes poligonals del tipus A entre A_3 i la corba semicircular, cada cop més properes a aquesta corba i, a més, posar més corbes del tipus B entre B_3 i la corba semicircular, i coneixem la mesura tant de les corbes del tipus A com les del tipus B, estarem molt a prop de saber la longitud de la corba semicircular.

Arribats a aquest punt, un matemàtic actual faria el següent: si sabem calcular la longitud de totes les corbes A i de totes les corbes B i, a més, els límits d'aquests valors en un i altre cas existeixen, i coincideixen, aleshores, proclamarem que la longitud de la corba desconeguda és, precisament, el valor d'aquest límit. La matemàtica grega, però, no tenia cap desenvolupament teòric que recollís aquesta idea de límit. La seva aproximació era molt diferent: primer de tot, el valor de la longitud de la corba desconeguda havia d'intuir-se d'alguna manera¹⁰ i, només

¹⁰Per mètodes indirectes, per intuïció, per mètodes més o menys pràctics, etc. En el cas d'Arquimedes, es pensa que se servia del seu mètode mecànic. Normalment, la tècnica usada en la descoberta del valor exacte no era publicada i, per tant, la desconeixem.

així, podien aplicar el mètode de la doble reducció a l'absurd¹¹ per a demostrar que, efectivament, aquest valor corresponia al valor de la longitud de la corba. Evidentment, en aquesta doble reducció a l'absurd les corbes poligonals encaixades faran un paper essencial.

Així, doncs, tenim un mètode de demostració impecable (la doble reducció a l'absurd) i un mecanisme de comparació de longituds i àrees basat en la concavitat (i, és clar, també disposem de tots els conceptes i tècniques bàsics, que nosaltres coneixem pels *El.*). Només falta engranar-los a l'objectiu matemàtic del llibre. Tal com es declara al pròleg, l'objectiu és la mesura de la superfície i del volum d'una esfera¹² (i, subsidiàriament, la mesura de la superfície d'un segment d'esfera i del volum d'un sector d'esfera, és a dir, el càlcul de la superfície i del volum d'una porció d'una esfera escapçada). Una cop establert l'objectiu de l'obra, tots els passos estaran orientats al seu assoliment, per bé que mai s'explicarà la lògica interna que condueix tortuosament cap a aquest final.

El rerefons del llibre primer

La tècnica mesura de la superfície i el volum de l'esfera està íntimament relacionada amb la de la longitud de la circumferència i l'àrea del cercle, senzillament, perquè l'esfera es genera a partir de la rotació d'un semicercle al voltant del diàmetre (segons llegim en *El.* XI DEF.14). Arquimedes, en *Mensura circuli*, utilitza el mètode d'encaixar el cercle entre polígons inscrits i polígons circumscrits de manera que, augmentant el nombre de costats, aconsegueix una aproximació de la longitud de la circumferència (i també de l'àrea del cercle) tan precisa com vol. Això és així perquè el cercle i els polígons inscrits i circumscrits tenen la mateixa curvatura i, per tant, la longitud de la circumferència és, com a màxim, el perímetre de qualsevol polígon circumscrit i, com a mínim, el perímetre de qualsevol polígon inscrit (i el mateix argument també val per a l'àrea). En la figura

¹¹El mètode demostratiu de doble reducció a l'absurd aplicat per Arquimedes parteix, essencialment, d'aquest fet bàsic: si tenim dues quantitats del mateix tipus, X i Y, només es poden donar tres possibilitats excloents. Són aquestes: X és major que Y, X és menor que Y i, finalment, X és igual a Y. Si aconseguim demostrar que les dues primeres (d'aquí el terme doble) no són possibles (ni X és més gran que Y, ni X més petit que Y), aleshores, haurem d'assumir (i, per tant, quedarà demostrat) que, inevitablement, X és igual a Y. Es tracta, doncs, d'un mètode indirecte de demostració, perquè es troba el valor exacte només per exclusió, i no fent un càlcul directe.

¹²Cal tenir en compte que els problemes de mesura (el càlcul de longituds, d'àrees i de volums, així com el càlcul d'angles) van enfocar-se d'una manera diferent de l'actual (en què l'objectiu és trobar una fórmula de càlcul). Pels matemàtics grecs es tracta de cercar un objecte la mesura del qual coneguem i de manera que l'objecte estudiat sigui commensurable precisament amb aquest. Per exemple, quan volen calcular l'àrea d'una figura plana amb costats rectilinis, els matemàtics grecs busquen un quadrat que tingui la mateixa àrea. Un cop trobat el quadrat, consideren resolt el problema. En el cas de l'obra que ens ocupa, Arquimedes acaba trobant equivalències entre les superfícies i els volums de diverses figures de límits corbats; des d'un punt de vista modern, aquesta solució no seria del tot satisfactòria o, si més no, completa. A més, és evident que la solució proposada per Arquimedes no inclou cap figura de costats rectilinis entre les equivalents a les mesures de l'esfera. I és que la relació entre objectes rectilinis i objectes curvilinis és un dels grans problemes de mesura pels grecs (és potser el gran problema de mesura pels grecs), i cal dir que, en el tractament d'aquest problema, no van assolir un desenvolupament teòric comparable al del tractament d'objectes de costats rectilinis (resolt completament en els *El.*).

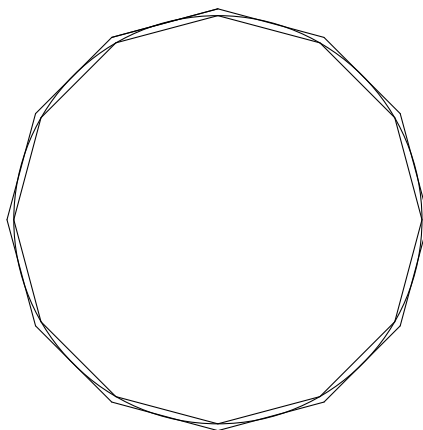


Figura 7.4: Polígons regulars inscrit i circumscrit en un cercle.

7.4 hi ha un cercle amb un polígon regular de dotze costats inscrit, i un altre de semblant de circumscrit. Intuïtivament, no és difícil concloure que l'augment en el nombre dels costats dels polígons produirà l'apropament progressiu dels polígons així generats a la figura circular. D'aquesta manera el perímetre i l'àrea dels polígons delimitaran, per excés i per defecte, i amb la precisió que vulguem, el valor de la longitud de la circumferència i de l'àrea del cercle.

Aquesta mateixa idea pot estendre's al cas de l'esfera, i és el que fa Arquimedes en el llibre I de *Sph. et Cyl.*, seguint molt de prop la definició euclidiana d'esfera que hem mencionat abans. Així, si considerem la figura 7.4, i la fem girar tota (la circumferència i els dos polígons) al voltant del diàmetre vertical del cercle, obtindrem tres objectes com en la figura de la proposició 34 (vegeu la figura 7.5); es tracta d'una esfera encaixada entre dues figures,¹³ totes tres essencialment amb la mateixa curvatura (amb la mateixa *concavitat*). Sembla evident, doncs, que la superfície de l'esfera queda delimitada per la superfície de la figura externa i per la superfície de la figura interna; una és més gran, i l'altra més petita. Per raons encara més evidents, el volum de la figura externa és més gran que el de l'esfera, perquè la conté, i el volum de la figura interna és més petit, perquè hi està continguda. La situació és, doncs, semblant a la dels polígons inscrit i circumscrit en el cercle: com més costats tinguin els polígons circumscrit i inscrit en el cercle, més properes a la superfície de l'esfera seran les superfícies de les figures resultants, i els seus volums al volum de l'esfera. En definitiva, només falta trobar la superfície (i el volum) d'aquestes figures i, a continuació, demostrar pel mètode de doble reducció a l'absurd que la superfície (el volum) de l'esfera és un valor concret entre els valors de les superfícies (els volums) d'aquestes figures

¹³Per abreviar, de vegades denotarem aquest tipus de figura com a FIG.

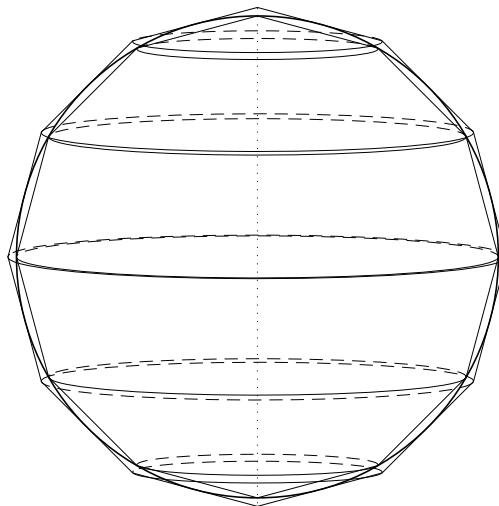


Figura 7.5: Diagrama corresponent a la proposició EC 1.34.

inscrites i circumscrites, respectivament. Pràcticament tot el llibre I de *Sobre l'esfera i el cilindre* se centra en aquestes dues tasques. A més, les dues es fan simultàniament. En farem un breu esbós sense entrar en els detalls més tècnics.

La figura inscrita (i també la circumscrita) en l'esfera està formada per diversos blocs (vegeu la figura 7.6): el de dalt i el de baix són cons, mentre que la resta són troncs de con (és a dir cons escapçats per la punta). L'estratègia més evident per al càlcul de la superfície i del volum hauria estat el càlcul de la superfície i del volum de cadascun d'aquests blocs; però Arquimedes no ho fa així. Aquesta estratègia no li hauria permès calcular el volum a partir de la superfície de la figura, qüestió que té una importància crucial en el desenvolupament de l'obra.

Arquimedes prefereix calcular el volum descomponent la figura en altres formes derivades del con. En qualsevol cas, només es tracta d'una descomposició de la figura completa en peces més petites, de manera que la reunió sigui igual al total. Fent-ho així aconsegueix calcular el volum de tota la figura a partir de la superfície i de l'apotema, la qual cosa és un element essencial de la demostració.

Atès que la superfície i el volum d'una figura FIG depenen, com acabem de veure, de formes derivades del con, el primer que li cal fer és conèixer les característiques d'aquestes formes. És per això que les proposicions 7–20 se centren en la superfície i el volum del con i, també, en la de certes formes derivades del con (les d'aquestes últimes, malgrat que són figures certament estrambòtiques, són senzilles de calcular a partir de les anteriors). Entre les proposicions susdites n'hi ha algunes, ben poques, que no es refereixen al con, sinó al cilindre, concretament a la seva superfície. Això és així perquè Arquimedes, en la proposició 44, decidirà expressar la superfície i el volum de l'esfera en relació a la superfície i el volum

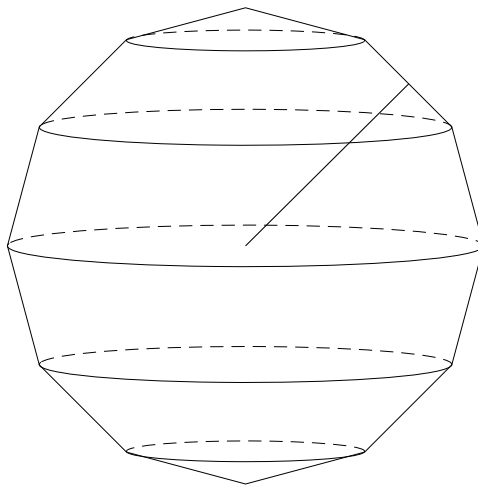


Figura 7.6: Figura composta de troncs de con amb bases iguals, coronada per dos cons, al capdamunt i al capdavant.

d'un cert cilindre. Per tant, també li cal estudiar la superfície del cilindre.¹⁴

Finalment, la investigació de la mesura de cons i cilindres es fa usant recursos equivalents als que ja hem comentat: la concavitat i la doble reducció a l'absurd. En tots dos casos, cons i cilindres, Arquimedes també els encaixa entre figures conegudes (piràmides i prismes) que s'hi inscriuen i que s'hi circumscriuen, totes amb la mateixa curvatura. D'aquesta manera, pot usar la doble reducció a l'absurd per a determinar-ne la superfície i, en el cas del con, també el volum.

En definitiva, ara ja podem entendre quin objectiu es persegueix en cada moment del llibre I, i perquè s'ha plantejat precisament aquesta estructura:

- Proposicions 0-6: proposicions introductòries, que sovint es recolzen en el postulat d'Arquimedes per a construir els elements bàsics que s'usaran d'una manera constant en les proposicions següents. Es tracta de preparar l'eina principal de càlcul d'àrees i volums en aquest llibre. Essencialment, es proporcionen els recursos tècnics per a poder encaixar tan a prop com vulguem una figura curvilínia entre figures poligonals.
- Proposicions 7-22: proposicions preparatòries, on es mesuren cons i cilindres, tal com s'ha explicat més amunt. A més a més, la proposició 21 és clau

¹⁴Per què decideix Arquimedes expressar l'àrea i el volum de l'esfera a partir dels d'un cilindre, quan ja ho tenia pel con? Ho ignorem. No calia, atès que ja eren conegudes les relacions entre el con i el cilindre (cf. *El. XII*). Potser, el cilindre es considera una figura més primordial; o bé, el fet que hi hagi una relació geomètrica bàsica entre, d'una banda, un cercle i el quadrat circumscribit i, d'altra, una esfera i el cilindre circumscribit, converteixi la relació esfera/cilindre en un resultat més suggeridor pels matemàtics grecs, com a mínim per a Arquimedes.

per a poder comparar, posteriorment, la superfície d'una esfera amb la d'un cercle.

- Proposicions 23-34: nucli central de l'obra (tot i que no arriba a la cinquena part de l'extensió total). S'hi construeixen les figures inscrita i circumscrita a l'esfera, abans esmentades, FIG, i s'assoleix l'objectiu de demostrar, com s'havia proposat al pròleg, que «el cilindre que té una base igual al cercle màxim dels cercles en l'esfera i una altura igual al diàmetre de l'esfera és, ell mateix, una hemiòlia de l'esfera, i la seva superfície una hemiòlia de la superfície de l'esfera.» La relativa brevetat d'aquesta part (llevat de les proposicions 33 i 34, on s'aplica la feixuga doble reducció a l'absurd) es deu al fet que la feina tècnica més important ja s'ha fet abans, i ara només cal engranar totes les peces.

Una vegada assolit l'objectiu principal, el llibre té una coda en forma de catorze proposicions (proposicions 35-44) on, mitjançant unes manipulacions equivalents a les del nucli central de l'obra (3r punt), es demostren uns resultats semblants però aplicats a determinades porcions d'una esfera, essencialment la superfície i el volum d'un segment d'esfera (és a dir una porció d'una esfera escapçada per on vulguem). D'aquests resultats, només el primer havia estat declarat explícitament en el pròleg: «igual a la superfície de tot segment d'esfera, hi ha un cercle el radi del qual és igual a la recta traçada des del vèrtex del segment fins a la circumferència del cercle que és base del segment».

7.1.2 El llibre segon

El denominat llibre segon de *Sph. et Cyl.* consta d'un pròleg en forma epistolar dirigit també a Dositeu, com en el cas del primer llibre, i d'una sèrie de resultats matemàtics més homogenis que els que s'han exposat anteriorment, però desproveïts d'un objectiu general.

El pròleg és més breu: bàsicament, es comunica al destinatari que l'autor usará els resultats del llibre I per a desenvolupar els teoremes i els problemes que es plantejaran. Només s'ofereixen dues informacions noves: els enunciats dels teoremes i dels problemes que és a punt de desenvolupar ja els ha enviat a Conó, probablement per a reptar-lo; a banda d'això, procurarà enviar-li aviat uns resultats sobre espirals i conoides.

El llibre no conté definicions ni assumpcions; després del pròleg es passa directament al primer problema, que inicia una sèrie de vuit problemes i dos teoremes. Els materials no semblen organitzats al voltant d'una propietat o d'un problema aglutinador. Són resultats parcials i problemes específics que tenen només alguns trets comuns: s'utilitzen, bàsicament, esferes i cons; s'usen els resultats i les tècniques del primer llibre; les propietats desenvolupades se centren en diversos aspectes dels segments d'esfera. En general, les demostracions també comparteixen una complexitat tècnica superior a les del llibre I, bé que, des del punt de vista

de la planificació i de l'abast de les seves troballes, el primer és molt superior, i tot indica que el mateix Arquimedes així ho reconeixia.

Els dos primers problemes es deriven sense cap mena de dificultat dels resultats del llibre 1. El primer teorema (proposició 2) fonamenta els cinc problemes següents i és, per tant, la pedra angular del llibre; dóna la relació entre les altures dels dos segments d'esfera resultants de la secció d'una esfera, i les altures dels dos cons equivalents a aquests segments i que tenen com a base el cercle que secciona l'esfera. En la figura 7.7 hi ha els dos cons amb la mateixa base i el volum igual al segment que li correspon (C és el centre de l'esfera i K és el centre del cercle per on se secciona l'esfera). La relació entre les altures respectives que Arquimedes ha descobert és, en notació moderna, la següent:

$$\frac{h_c}{h_e} = \frac{r + \overline{h_e}}{\overline{h_e}},$$

on r és el radi de l'esfera, h_e l'altura d'un segment d'esfera i h_c l'altura del con corresponent, mentre que $\overline{h_e}$ és l'altura de l'altre segment d'esfera, i $\overline{h_c}$ l'altura del con corresponent.

Els cinc problemes següents (proposicions 3–7) usen aquesta relació per escapar una esfera de manera que els segments resultants compleixin una certa condició: en les dues primeres, la relació entre la mesura (la superfície en un cas, el volum en l'altre) dels segments ha de ser una relació preestablerta; en les dues següents, donats dos segments de dues esferes, s'ha de construir un tercer segment d'una altra esfera que sigui semblant al primer segment i que tingui la mateixa mesura (la superfície en un cas, el volum en l'altre) que el segon segment; en el cinquè, s'ha d'escapar una esfera de manera que el con que té la mateixa base que la secció de l'esfera i una altura igual a un dels segments d'esfera, tingui una raó preestablerta amb aquest segment.

Els dos darrers resultats són dos teoremes d'un caire diferent a totes les proposicions vistes en els dos llibres: el primer (proposició 8), afirma que la raó entre els volums dels dos segments d'una esfera escapçada és menor, d'una banda, que la raó doble de les superfícies i és major, d'una altra, que la raó hemiòlia. Aquest és un teorema una mica especial perquè no dóna un resultat exacte per a la mesura d'un objecte, sinó que fita aquesta mesura entre un valor superior i un altre d'inferior. Això no és extraordinari, perquè ja ho ha fet en moltes altres proposicions del llibre 1, però, en aquest cas, no està inserit, com en la resta de casos, en un seguit de proposicions que permetin, al final, comprovar una determinada igualtat; les dues desigualtats que es presenten en són un punt culminant, de la investigació, i no un pas cap a resultats encara més importants.

El darrer teorema (proposició 9) té una peculiaritat molt més destacable: resol un problema lligat al que ara anomenariem l'*optimització*.¹⁵ Aquest tipus de problemes demanen de trobar l'element més petit (o el més gran, segons el cas)

¹⁵No és, però, un cas aïllat: la investigació sobre l'optimització, especialment pel que fa a figures isoperimètriques, és un tema recurrent (vegeu Acerbi [2010, p. 73ss.]).

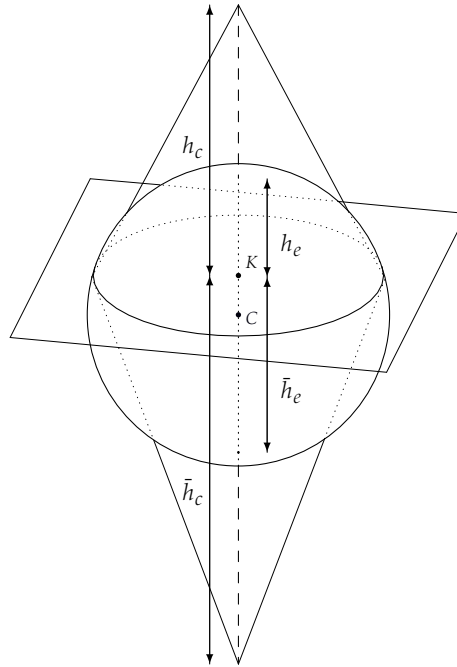


Figura 7.7: Il·lustració de EC II.2.

d'un conjunt d'elements del mateix tipus. El teorema afirma que l'hemisferi és el segment d'esfera, d'entre els segments d'igual superfície, que tanca un major volum.

Com ja hem comentat, les demostracions d'aquests teoremes i problemes tenen un grau de dificultat superior a les del llibre I i, en general, es resolen amb més precisió i claredat matemàtiques.¹⁶ La lectura és, així, més difícil i, a més, més decebedora per a la majoria dels lectors, perquè sembla que no hi hagi res més enllà dels resultats que es presenten; és una mena de *tour de force* amb què l'autor pretén impressionar els col·legues de la professió.

¹⁶Aquest fet s'ha de prendre amb precaució perquè, a banda de ser una apreciació que no pot ser del tot objectiva, hem de tenir en compte que, segons tots els indicis, el primer llibre té més interpolacions. Possiblement, aquesta és una raó que explicaria certes *deficiències* formals en el llibre I.

7.2 Estructura de l'obra

No és senzill establir l'estructura de *Sph. et Cyl.* de manera detallada i definitiva, més enllà d'una explicació sumària dels objectius i de com s'assoleixen en línies generals, que és el que acabem de fer. Quan pretenem delimitar i categoritzar més estrictament les components, trobem limitacions evidents i problemes delicats. És pràcticament segur que l'obra no es conserva en l'estat original; com a mínim ha sofert una traducció a la *κοινή*, ja que totes les obres restants d'aquest autor ens han arribat en el dialecte dòric, que devia ser el dialecte usat per Arquimedes.¹⁷ També hi ha molts indicis d'interpolacions.¹⁸ D'altra banda, l'enumeració de les proposicions no ha estat sempre la mateixa, ni en els manuscrits ni en les edicions, ni tots els elements enumerats han estat considerats sempre com a *entitats* separades.

A banda d'aquestes característiques idiosincràtiques del text arquimedià, hi ha criteris d'estructuració d'una obra matemàtica ja coneguts pels antics, que no poden bandejar-se. El primer de tots és la diferència entre teoremes i problemes. Aquesta classificació conviu amb la classificació tradicional dels elements d'una proposició, també coneguda pels antics: enunciat, exposició, determinació, construcció, demostració i conclusió (vegeu 6.1 de la p. 82). Aquesta classificació no és fàcil d'aplicar, però, a totes les proposicions, i encara més en el cas d'Arquimedes, autor tradicionalment associat a un estil heterodox.

Finalment, qualsevol classificació hauria de tenir en compte, com a mínim, els dos plans bàsics que conformen una obra matemàtica: el pla del contingut i el pla de la forma lingüística; seria desitjable que entre aquests dos plans no hi hagués contradiccions importants.¹⁹

Engalzar totes aquestes característiques, i altres de menor volada, és potser la tasca primordial, vertebradora de l'estudi de la matemàtica grega, en aquest cas de l'obra d'Arquimedes. Ara bé, caldria, inicialment, aïllar aquests elements i estudiar-los per separat, abans d'intentar fer un estudi aglutinador. És per això que, en primer lloc, farem un cop d'ull a l'estructura des del punt de vista merament del contingut, ignorant molt sovint les possibles addicions/suppressions, l'estil o altres consideracions. D'aquesta manera podrem generar unes primeres hipòtesis que procurarem contrastar amb les troballes estilístiques del nostre treball; al seu torn, aquestes troballes haurien de permetre reformular, si cal, les hipòtesis inicials i, també, donar alguns indicis de les possibles interpolacions.

¹⁷De fet, queden restes dòriques en el vocabulari de *Sph. et Cyl.*, però insignificants, com ara *ελάττους*, *ἐπεστάσθω*, *συνέσταται*.

¹⁸Les interpolacions suggerides per Heiberg són nombroses i, en general, no han estat esmenades.

¹⁹Evidentment, només tindrem contradiccions quan se subverteixi el tractament conceptual que suposem que és propi de l'autor, i/o l'estil que considerem definidor de l'autor.

7.2.1 Descriptors bàsics del contingut

Sph. et Cyl. està format per 65 blocs textuais,²⁰ bàsicament les proposicions, però no únicament.²¹ Amb l'ànim de simplificar, anomenarem, a cadascun d'aquests blocs *proposició*. La taula 7.2 presenta una classificació preliminar de les proposicions, recollint un conjunt de característiques que explicarem a continuació.²²

Qualsevol classificació hauria de distingir els *teoremes* dels *problemes*. Tant des d'un punt de vista conceptual com estilístic, aquesta primera classificació és robusta: conceptualment, en un cas, estableixen resultats lògicament correctes, en l'altre, construeixen efectivament objectes; estilísticament, algunes expressions típiques en les diferents parts de la proposició són ben diferenciades, en un cas i en l'altre.

Una altra característica a tenir en compte és la unitat temàtica; hem vist més amunt (vegeu p. 131) que podem distingir bàsicament tres parts en el llibre I, cadascuna de les quals té una unitat temàtica ben diferenciada. En qualsevol cas, podem encara afinar més aquesta classificació, i considerar les unitats temàtiques del llibre I agrupades d'aquesta manera:²³

1. Els dos resultats elementals inicials, que comparen la longitud del polígon inscrit/circumscrit amb el cercle que els delimita.²⁴
2. Els cinc problemes següents, que donen les eines constructives específiques que seran usades en els moments crucials dels teoremes importants.
3. Les catorze proposicions transicionals, que tracten sobre la superfície i el volum dels objectes auxiliars (prismes i piràmides, cilindres i cons).²⁵
4. Les dues proposicions que relacionen segments inclosos en un polígon inscrit en un cercle, i que permetran calcular la superfície de l'esfera i del segment

²⁰Ens fixarem únicament en tot allò que no és ni el pròleg epistolar, ni la introducció que formen els axiomes i les assumpcions (vegeu p. 7.1.1). Aquest grup introductorí té unes característiques ben diferenciades de la part formada per aquests 65 blocs textuais, que és allò que volem estudiar. No tots els editors han designat de la mateixa manera aquests blocs; no entrarem en una discussió sobre les denominacions, sinó que acceptarem la divisió d'Heiberg i, en general, la seva denominació (vegeu el capítol metodològic).

²¹També hi ha alguns *lemes* i *porismes*, no sempre demostrats, i demostracions alternatives d'alguna proposició.

²²En aquest moment, no tindrem en compte les parts de les proposicions, sinó que mantindrem com a unitat essencial la proposició.

²³Gairebé en tots els casos, cadascuna de les unitats es compon de dos blocs: un primer grup de proposicions que formen part de la seqüència deductiva que condueix als teoremes importants sobre l'esfera; un segon grup, de proposicions, adaptacions de les anteriors al segment d'esfera.

²⁴Tradicionalment, no es fa menció del primer teorema, que nosaltres denominem o per a no alterar la numeració de la resta de proposicions. És evident que aquest resultat és una proposició perquè, en primer lloc, no pot pertànyer al grup introductorí i, en segon lloc, usa el llenguatge de les proposicions (en concret, la formulació condicional). El fet que sigui molt breu i senzill, i no tingui alguna de les parts habituals d'una proposició, no és un argument de pes per eliminar-lo del llistat de les proposicions.

²⁵En el cas del cilindre, però, el volum no es calcula ja que és una qüestió resolta als *El.*, en concret, la relació entre el volum del con i el del cilindre (*El.* XII.14, 15).

d'esfera.

5. La resta de proposicions del llibre I formen la darrera unitat temàtica important. Es construeixen aquí les eines específiques d'aquesta unitat (les figures inscrites i circumscrites a l'esfera abans esmentades, FIG) sobre les quals se sustenta la demostració efectiva dels teoremes importants. Aquesta unitat, com algunes de les altres, es pot dividir molt clarament entre el grup de proposicions centrades en l'esfera (23–34), i les centrades en el segment d'esfera (35–44). La numeració inclou porismes i, per tant, no indica el nombre exacte de proposicions que conté; el fet amaga la simetria gairebé perfecta entre els grups de proposicions que integren la unitat (vegeu la taula 7.1), i que no ha estat prou destacada en la bibliografia. Només la proposició *EC* I.34PORISMA (precisament, la que marca la relació entre l'esfera i el cilindre) i les proposicions *EC* I.42, 43²⁶ enterbolirien aquesta simetria.

No totes les proposicions tenen la mateixa importància, encara que aquesta qualitat no es pot descriure sense ambigüitats; procurarem, però, seguir dos criteris objectius: en primer lloc, considerarem proposicions importants les que apareixen citades en la introducció epistolar per l'autor, i que són: *EC* I.33, 34PORISMA, 42, 43.²⁷ En segon lloc, considerarem importants les proposicions que es demostrin per reducció a l'absurd: *EC* I.13, 14, 33, 34, 42, 44.²⁸ En definitiva, hi ha vuit proposicions importants: *EC* I.13, 14, 33, 34, 34PORISMA, 42, 43, 44, totes teoremes del llibre I.

Un altre element important, des d'un punt de vista conceptual, però també formal, és l'ús de determinants en els enunciats: les proposicions *EC* I. 13, 14, 15, 18, 33, 34, 34PORISMA, 42, 44, *EC* II.2 usen el quantificador $\pi\alpha\varsigma$ «tot», mentre que les proposicions *EC* I.6, 9, 12, 29 utilitzen el determinant $\tau\iota\varsigma$ «cert».²⁹ Altres aspectes de l'enunciat són importants, especialment, la forma afirmativa o condicional de l'expressió.

Finalment, també hem tingut en compte el tipus de relació que es demostra: igualtat/identitat (entre les quals hi ha ser el quàdruple/l'hemiolia), relació d'ordre (menor o major), tenir la mateixa raó (ó doble/donada) i tenir una raó més gran/més petita.

D'aquesta manera, hem construït la taula 7.2 que classifica totes les proposicions segons els aspectes que acabem de mencionar.³⁰

²⁶Són els dos casos en què se separa una mateixa propietat: la superfície d'un segment d'esfera és igual a un cert cercle.

²⁷La proposició sobre el volum del segment d'esfera, *EC* I.44, correlativa a la proposició *EC* I.34 no apareix, curiosament, en el pròleg epistolar. Tampoc no apareix cap de les proposicions del llibre II, la qual cosa fa patent la manca d'objectiu global d'aquest segon llibre.

²⁸De nou, cap proposició del llibre II es troba en aquest llistat.

²⁹Observem que totes les importants estan quantificades, tret de *EC* I.43, que és merament una generalització gairebé trivial de *EC* I.42. A primera vista, això xoca amb la forma canònica dels enunciats que habitualment mai no es quantifiquen.

³⁰També anomenem, de vegades, a les proposicions 23, 28, 36 i 39 del llibre I *parts de difícil classificació*, perquè és gairebé impossible distingir en aquestes proposicions les parts usals d'una proposició. Són proposicions *estranyes*.

Taula 7.1: Classificació de les proposicions EC 1.23–44 segons que la figura FIG estigui inscrita o circumscrita, a l'esfera o al segment d'esfera. Els passos seguits en cada cas són pràcticament idèntics, llevat de les proposicions EC 1.35, 36 (en negreta) que tenen l'ordre clarament canviat. Seguim la següent notació: FI i FC són les figures inscrita i circumscrita, e i se són l'esfera i el segment d'esfera, i S és la superfície (en el subíndex s'indica quin és l'objecte a què es refereix). CM és un cercle màxim. No hem indicat les característiques concretes de tots els elements que apareixen en les proposicions, perquè destorbaria innecessàriament la lectura general.

PASSOS	ESFERA	SEGMENT D'ESFERA
Construcció FIG	23 Const. FI_e (i $FI_e < S_e$)	28 Const. FC_e (i $FC_e > S_e$)
Superfície	24 $SFI = \text{cercle}$	29 $SFC = \text{cercle}$
	25 $SFI < 4CM$	30 $SFC > 4CM$
	26 $FI = \text{con}$	31 $FC = \text{con}$
Volum	27 $FI < 4con$	32 $FC > 4con$
	28 $FI < 4con$	33 $FC > 4con$
Relació	34 relació entre FI/FC	35 ^a relació entre FI/FC
Superfície e, se	36 $S_e = 4CM$	36 ^a $S_{se} = \text{cercle}$
Volum e, se	37 $e = 4con$	37 $se = con$
	38 relació entre esfera i cilindre	38 relació entre esfera i cilindre
	39 relació entre FI/FC	39 ^a relació entre FI/FC
	40 relació entre FI/FC	40 ^a relació entre FI/FC
	41 relació entre FI/FC	41 ^a relació entre FI/FC
	42 $S_e = 4CM$	42, 43 $S_{se} = \text{cercle}$
	43 $e = 4con$	44 $se = con$
	44 relació entre esfera i cilindre	44 ^a relació entre esfera i cilindre

^a Les proposicions EC 11.35, 36 estan clarament intercanviades. L'edició d'Heiberg ja ho esmentava: «prop. 35 post prop. 36 collocanda fuit» (v. I p. 133 n. 2).

Taula 7.2: Classificació de les proposicions de *Sph. et Cyl.* Les proposicions en negreta usen la reducció a l'absurd i les subratllades són les enunciatades en el pròleg epistolar. Hi ha dos tipus de proposicions: teoremes (t) i problemes (p). Els enunciatats poden ser essencialment condicionals (c) i assertius (a). Es marquen en la columna \forall les proposicions que usen algun tipus de determinant dels substantius en l'enunciat ($\pi\alpha\varsigma$, $\tau\iota\varsigma$), i indiquem el cas en què apareix: nominatiu (n), acusatiu (a), genitiu (g) i datiu (d) (entre parèntesis quadrats indiquem els usos que no són ben bé quantificadors); hi posem un * quan $\pi\alpha\varsigma$, $\tau\iota\varsigma$ de l'enunciat es transforma en un $\tau\iota\varsigma$ en l'exposició (en la resta de casos, en l'exposició no apareix cap determinatiu). Les relacions poden ser d'igualtat/identitat (=) —també indiquem si és igual a una part concreta, com $\frac{3}{2}$, el quàdruple, ...—, més gran (>), més petit (<), i en el cas de les relacions entre raons hi anteposem els dos punts (:). Finalment, assignem cada proposició a una de les parts que hem enunciat en la p.131

Prop. #	tipus	enunciat	\forall	relació	part
<i>EC 1.0</i>	t	c		<	1
<i>EC 1.1</i>	t	c		>	1
<i>EC 1.2</i>	p			<	2
<i>EC 1.3</i>	p			:<	2
<i>EC 1.4</i>	p			:<	2
<i>EC 1.5</i>	p			:<	2
<i>EC 1.6</i>	p		[$\tau\iota\varsigma$ (n, a)]	:<	2
<i>EC 1.7</i>	t	c		=	3
<i>EC 1.8</i>	t	c		=	3
<i>EC 1.9</i>	t	c	$\tau\iota\varsigma$ (g)	<	3
<i>EC 1.10</i>	t	c		>	3
<i>EC 1.11</i>	t	c		>	3
<i>EC 1.12</i>	t	c	$\tau\iota\varsigma$ (g, n)*	>	3
<i>EC 1.12</i> ^{FANERON}	t	c		=	3
<i>EC 1.13</i>	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (g)*	=	3
<i>EC 1.14</i>	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (g)	:=	3
<i>EC 1.15</i>	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (g)	:=	3
<i>EC 1.16</i>	t	c		=	3
<i>EC 1.16</i> ^{LEMMATA}	t	c/a			3
<i>EC 1.17</i>	t	c		=	3
<i>EC 1.18</i>	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (d)	=	3
<i>EC 1.19</i>	t	c		=	3
<i>EC 1.20</i>	t	c		=	3
<i>EC 1.21</i>	t	c		:=	4
<i>EC 1.22</i>	t	c		:=	4
<i>EC 1.23</i>	t	altre		<	5
<i>EC 1.24</i>	t	a		=	5
<i>EC 1.25</i>	t	a		<	5
<i>EC 1.26</i>	t	a		=	5
<i>EC 1.27</i>	t	a		<	5
<i>EC 1.28</i>	t	altre		<	5
<i>EC 1.29</i>	t	a	[$\tau\iota\varsigma$ (a)]	=	5
<i>EC 1.30</i>	t	a		>	5
<i>EC 1.31</i>	t	a		=	5

Continua a la pàgina següent

Taula 7.2: Classificació de les proposicions de *Sph. et Cyl.* (cont.).

Prop. #	tipus	enunciat	\forall	relació	part
EC 1.31PORISMA	t	a		<	5
EC 1.32	t	c		:=2	5
EC 1.33	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (g)*	=4	5
EC 1.34	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (n)*	=4	5
EC 1.34PORISMA	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (n)	=3/2	5
EC 1.35	t	a		=	6
EC 1.36	t	altre		<	6
EC 1.37	t	a		<	6
EC 1.38	t	a		=	6
EC 1.38PORISMA	t	a		=	6
EC 1.39	t	altre		>	6
EC 1.39PORISMA	t	a		=	6
EC 1.40	t	a		>	6
EC 1.40PORISMA1	t	a		=	6
EC 1.40PORISMA2	t	a		>	6
EC 1.41	t	a		:=2	6
EC 1.42	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (g)	=	6
EC 1.43	t	c		=	6
EC 1.44	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (d)	=	6
EC II.0	p			=	
EC II.1	p			=	
EC II.2	t	a	$\pi\alpha\varsigma$ (d)	=	
EC II.2PORISMA	t	a		resulta ser	
EC II.3	p			:=	
EC II.4	p			:=	
EC II.5	p			semblant/igual	
EC II.6	p			semblant/igual	
EC II.7	p			raó donada	
EC II.8	t	c		:<	
EC II.8ALLOS	t	dem. alt.			
EC II.9	t	altre		optimització	

Capítol 8

Aspectes lèxics: llenguatge de primer i segon ordre

En els dos capítols següents farem una descripció del lèxic de *Sph. et Cyl.* i el compararem amb d'altres obres. En primer lloc, n'estudiarem els lemes, formes i ocurrencies, tant dels termes com de les categories gramaticals que els contenen; completarem l'estudi amb un esbós comparatiu del llenguatge primari (les proposicions) i el secundari (els textos introductoris). Tot seguit, en el capítol següent, presentarem un estudi lèxic comparatiu entre *Sph. et Cyl.* i d'altres obres: en primer lloc, dues obres matemàtiques clàssiques (una del propi Arquimedes, *Con. et Spher.*, i l'altra, *El.* d'Euclides); posteriorment, amb tres corpus complets no matemàtics (les obres de Diodor Sícul, Plutarc i Plató). Finalment, exposarem unes conclusions generals.

8.1 Lemes, formes i ocurrencies

El lèxic de *Sph. et Cyl.* està format per 25662 ocurrencies¹ de 1700 formes diferents (413 són grups de lletres denotatives)² que es distribueixen en un conjunt de 380

¹Com ja hem esmentat (vegeu *Convencions*) usem les accepcions habituals en el tractament computacional i estadístic de textos, o *estilometria*, de lema/forma/ocurrència: cada cadena de signes de l'alfabet amb significat separades per l'editor d'alguna forma (per espais o per signes ortogràfics) en un lloc concret del text és una *ocurrència*; les ocurrencies idèntiques conformen una mateixa *forma*; totes les formes que corresponen a un mateix terme (entès com una entrada del diccionari) conformen un mateix *lema*. Evidentment, és possible que alguna cadena de lletres de l'alfabet sigui d'atribució no evident (pensem ara en les crasis, com *τὰυτα* que no corresponen al que entenem per una sola paraula; també en les expressions com *εἰ ἄν*, típica d'Arquimedes, equivalent a *εἰάν*), però són molt minoritàries i, normalment, és possible fer-ne una classificació consistent.

²Considerarem formes diferents aquelles que presenten qualsevol diferència gràfica, per petita que aquesta sigui; així *ἔκκευμένω*, *ἔκκεισθῶ*, *ἔκκεισθῶσαν* són les formes del verb *ἔκκευμαι* que apareixen en *Sph. et Cyl.* Les formes de la preposició *ἐπί* són, per exemple, *ἐπί*, *ἐπ*, *ἐφ*. Evidentment, en el cas de les proposicions i d'altres partícules aquestes variacions són irrellevants i, en general, les variacions

lemes.³ Si només ens cenyim al lèxic considerat no espuri en l'edició d'Heiberg,⁴ el lèxic està format per 22943 ocurrencies de 1594 formes diferents que es distribueixen en un conjunt de 351 lemes. Per tant, només hi ha 22 lemes exclusius de les seccions considerades espúries, i són: γνώμον, δείξις, εἶδος, ἐπάνω, ἔπαφεν, ἐπειδήπερ, ἐπίπερ, εὐκλείδης, λήμμα, μανθάνω, μήν, ὅστις, παραπλήρωμα, προαποδείκνυμι, πῶς, σαφής, συναποδείκνυμι, τέσσαρες, τέταρτος, τετράγωνος, τέτρακις, τρεῖς. Per a simplificar la nostra anàlisi, considerarem el corpus complet.

Gairebé el 25% de les ocurrencies són articles i, al voltant d'un 14%, són grups de lletres denotatives. El verb ésser ocupa el tercer lloc del rànquing de lemes, amb 955 ocurrencies (3,72%). El segueixen la preposició πρὸς, amb 855 ocurrencies (3,33%) i la conjunció καί, amb 819 ocurrencies (3,19%). Finalment, el substantiu κύκλος és el més usat, amb 550 ocurrencies (2,14%). Aquests sis lemes cobreixen més del 50% de les ocurrencies del text. La primera partícula conclusiva de caràcter fortament argumental (tret de καί i δέ, que poden tenir altres funcions) és ἄρα en el lloc 14, amb 286 ocurrencies (1,11%). En general, podem dir que els 73 primers lemes (menys d'un 20% del total) cobreixen més del 90% de les ocurrencies. A la taula 8.1, hem llistat els deu lemes més usats.⁵

Taula 8.1: Nombre d'ocurrencies i percentatge dels deu lemes més freqüents.

Lema	Ocurrencies	Percentatge
ο	6223	24,25
Α	3535	13,78
ειμι	955	3,72
προς	855	3,33
και	819	3,19
κυκλος	550	2,14
δε	523	2,04
ισος	488	1,90
κωνος	423	1,65
επιφανεια	422	1,64

Després del lloc 74 ja no hi ha lemes amb freqüència més gran de 45 ocurrencies. A més, hi ha 171 lemes (45% del total) que només cobreixen l'1% de les ocurrencies, 105 dels quals (27% del total) són *hápax legomena* en de *Sph. et Cyl.* (vegeu la

originades per l'aplicació de lleis morfològiques o ortogràfiques, o bé les de caire dialectal, tampoc no són rellevants per als nostres objectius, perquè generen formes equivalents. No hem fet, doncs, un recompte acurat de les formes rellevants, perquè la selecció podria comportar discussions bizantines innecessàries sobre si, per exemple, ἐνεχθήσεται/οἰσθήσεται són formes equivalents. En qualsevol cas, pensem que hi deu haver unes 1500 formes rellevants.

³En aquest recompte hem inclòs els grups de lletres denotatives, així com els cardinals (només dues ocurrencies), en un sol lema cadascun, tot i que, estrictament parlant, caldria considerar cada grup un lema diferent. Així, doncs, sense considerar els grups de lletres denotatives, el corpus està format per 378 lemes.

⁴Llevat d'algunes petites modificacions que hem fet, i que hem inclòs en l'aparat crític.

⁵Per a distingir un lema d'una forma, escriurem a partir d'ara els lemes sense signes diacrítics i, habitualment, amb la forma més *neutra* (noms i adjectius en nominatiu, verbs en 1a persona del singular del present d'indicatiu, ...).

taula 8.2).

Taula 8.2: *Hápx legomena* de *Sph. et Cyl.*, per proposició.

Proposició	<i>hápx</i>
EC I.NTRODUCCIO	διόπερ, δοκιμάζοντες, δόξαντα, ζώντος, καλῶς, μεταδιδόναι, μηδ, μάλιστα, οἰκείως, πεπραγματεύμεθα, πολὺ, που, συμμετρία, συμπτώματα, φυσικῶς, φύσει, ἀντιπαρβαλεῖν, ἀπόφασιν, ἀρμόζουσιν, ἐχθιδόσθαι, ἐπινενοηρότος, ἐπίτριτόν, ἐρρωμένως, ἔπειτα, ὀκνήσαμι, ὀρθογωνίου, ὑπολαμβάνομεν, ὑποπεσόντων, ὕστερον, ὠφειλε
EC I.AXIOMES	καμπύλαι, ἀμφοῖν, ἀξιώματα, ἐμπεριεχόμενον, ἐντὸς
EC I.ASSUMPCIONS	
EC I.0	
EC I.1	
EC I.2	εὐκλείδου, πεπολλαπλασιάσθω, τοσαυταπλάσιος, ἐπισυντιθέμενον, ὀσαπλάσιόν
EC I.3	κατήχθω, τέταρτον
EC I.4	προσβεβλήσθω
EC I.5	ἐμάθομεν, ἐπιταχθέν
EC I.6	μεταγαγεῖν, μᾶλλον, παραδέδοται, περιγραφῆς, στοιχειώσει, ἀπολειφθέντα
EC I.7	δεῖξις, σαφέστερον, ἄλλως
EC I.8	
EC I.9	τοῖνον
EC I.10	συμπτώσεως, σύνθετοι, ἀπολαμβανομένης, ἀποτμημάτων, ἐπαφήν
EC I.11	ἐξῆς, ἰσουψῆ
EC I.12	κατεναντίον, ἔμπροσθεν, ἕως
EC I.12FANERON	
EC I.13	πῶς, τρεῖς
EC I.14	ἀνεστάτω
EC I.15	τετράγωνο
EC I.16	
EC I.16LEMMATA	
EC I.17	
EC I.18	

Continua a la pàgina següent

Taula 8.2: *Hápx* de *Sph. et Cyl.*, per proposició. (cont.)

Proposició	<i>hápx</i>
EC 1.19	προαπεδείχθη
EC 1.20	
EC 1.21	
EC 1.22	ἀρτίους
EC 1.23	
EC 1.24	
EC 1.25	
EC 1.26	τοσούτοις
EC 1.27	
EC 1.28	
EC 1.29	
EC 1.30	
EC 1.31	
EC 1.31PORISMA	
EC 1.32	
EC 1.33	
EC 1.34	
EC 1.34PORISMA	
EC 1.35	
EC 1.36	
EC 1.37	
EC 1.38	οὐκοῦν
EC 1.38PORISMA	
EC 1.39	ἀποκατασταθῆ, ὅταν
EC 1.39PORISMA	
EC 1.40	
EC 1.40PORISMA1	
EC 1.40PORISMA2	
EC 1.41	
EC 1.42	
EC 1.43	
EC 1.44	ἄνω, ὑπεροχάς
EC II.INTRODUCCIO	θεωρίας, κωνοειδῶν, πειράσομαι, πλείστα, προτάσεις, τάχους, ἐπέστειλάς, ἐλίγων

Continua a la pàgina següent

Taula 8.2: *Hárax* de *Sph. et Cyl.*, per proposició. (cont.)

Proposició	<i>hárax</i>
EC II.0	
EC II.1	
EC II.2	
EC II.2PORISMA	καθόλου, μήν
EC II.3	θέσει
EC II.4	προστιθεμένων, τετραραγμένη, ἀναλογία, ἀναλυθήσεταί, ἀπλῶς, ἐκτός, ἐνθάδε, ὑπαρχόντων
EC II.5	ἀναπεπληρώσθω, ἐπεστάσθω
EC II.6	διαίρεσιν
EC II.7	σύνθεσιν
EC II.8	συναποδέδεικται, ἐζητοῦμεν, ἐπάνω
EC II.8ALLOS	προσλαβών, ἐπίλοιπον
EC II.9	

El lema amb més formes⁶ és εἰμι, amb 37 formes, el segueix l'adjectiu αὐτος amb 23 i l'article amb 22. Hi ha 26 lemes que presenten 10 o més formes diferents en el text, 14 de les quals són verbs, 8 són adjectius (5 adjectius pronominals) i 4 són substantius. El fet és raonable ja que la flexió verbal és molt productiva.

En l'altre extrem, hi ha 171 lemes amb una única forma (un 45% del total de lemes). Entre aquests lemes predominen els verbs amb un 28,1%, malgrat que són els termes amb més possibilitat de flexió. Tot seguit, els substantius i, més comprensiblement, els adverbis, amb un 19,9% i un 17%. Els adjectius participen d'aquest grup de lemes en un 12,9%, mentre que els pronoms tenen una presència testimonial (un 2,9%). És curiós observar que el 45% dels lemes verbals, i també dels nominals, són d'aquest tipus, mentre que un terç d'adjectius presenten una única forma. Evidentment, aquest fet està lligat al nombre de *hárax*, però hi ha 66 lemes que no són *hárax* i només presenten una forma per lema (vegeu la taula 8.3) i que hem anomenat *semihárax*. En el cas dels verbs és més remarcable, perquè el 45% de les ocurrències de lemes són formes úniques, i el 45% dels verbs també tenen forma única. Part de l'explicació pot estar relacionada, d'una banda, amb l'ús de l'adjectiu verbal δεικτεον i, d'una altra, amb els verbs de la introducció. Un cop refets els càlculs només per a les proposicions, comprovem que, efectivament, el percentatge dels lemes verbals amb formes úniques baixa fins al 33% i, en general, verbs, substantius i adjectius tenen un percentatge més equilibrat d'aquests lemes.

⁶A banda de les cadenes de lletres denotatives, de les quals n'hi ha un total de 413.

Taula 8.3: Nombre d'ocurrències (#) de lemes amb forma única de verbs, substantius i adjectius que no són *hárax*.

verb	#	substantiu	#	adjectiu	#
δεικτέον	13	μήκει	7	δῆλον	26
μενούσης	8	τετράδος	6	πρότερον	26
καλῶ	4	θεωρημάτων	5	κυλινδρική	10
φημί	3	ἐπίταγμα	4	ἀδύνατον	9
χαίρειν	3	πλήθος	4	ἰδίαν	3
ἄπτονται	2	ἀπολείμματα	3	ἄξιων	2
ἐξέσται	2	διορισμόν	2	ἄτοπον	2
ἐπισκέψασθαι	2	εἶδος	2	μηδεμία	2
πεπερασμένοι	2	μέρος	2		
συμβάλλουσιν	2	τέλει	2		
συστήσασθαι	2	τέσσαρες	2		
		τραπεζίου	2		
		τρόπον	2		

D'altra banda, un 29,5% dels lemes són verbs, i un 27,3% de les formes (vegeu la taula 8.4). En canvi, només un 10,8% (una tercera part, aproximadament) de les ocurrències són verbs.⁷ En els substantius l'equilibri és molt més gran entre formes/ocurrències, en tots dos casos al voltant del 15%, mentre que hi ha un 20% de lemes. El tercer grup de lemes és el dels adjectius, que representen el 18,9% del total de lemes, i un percentatge semblant de les formes, però només un 9,7% (la meitat) d'ocurrències. El pronom presenta una situació similar: un 5% de lemes, un 6% de formes, però només un 3% d'ocurrències. Amb conjuncions i preposicions succeeix una cosa ben diferent: un percentatge lògicament baix de formes, el doble de lemes, i el quàdruple d'ocurrències, aproximadament.

Una altre aspecte interessant és la relació entre lemes, formes i ocurrències dintre de cada categoria (també recollit en la taula 8.4, columnes f/l, o/l, o/f). La mitjana d'ocurrències per lema, també denominada *densitat* del vocabulari, és de 67,5 (42,1 si no comptem l'article i les lletres denotatives). Els substantius tenen una densitat de 50,9, mentre que els verbs en tenen la meitat (24); els adjectius i els pronoms se situen en un punt mig (al voltant de 35). La diferència entre els substantius i els adjectius augmenta quan treballem amb ocurrències per forma, i encara més respecte del verb (en els substantius és gairebé el triple que en els verbs). En canvi, quan ens centrem en les formes per lema, tots quatre grups superen o igualen la mitjana,⁸ i en aquest cas són els pronoms els qui destaquen, seguits dels adjectius.

Si només ens centrem en les categories flexives (essencialment, adjectius, pronoms, substantius i verbs), construirem un comparativa més homogènia. En la taula 8.5 recollim només els valors d'aquestes categories. S'observa que l'adjectiu és un categoria molt estable en el percentatge de lemes/formes/ocurrències. El

⁷Les dades de l'article i de les lletres denotatives distorsionen una mica els percentatges, perquè només representen dos lemes amb moltes formes i moltíssimes ocurrències.

⁸La qual cosa és previsible perquè són termes flexius, a diferència de gran part de les altres categories gramaticals.

substantiu, en canvi, té un percentatge sensiblement superior d'ocurrències que de lemes/formes, mentre que la categoria verbal té una distribució inversa: un percentatge superior de lemes/formes que no pas ocurrències. El pronom té un uns percentatges molt menors als anteriors, però el percentatge de formes és clarament superior al de lemes/ocurrències.

Aquestes primeres dades indiquen clarament que l'ús del lèxic en *Sph. et Cyl.* està fortament polaritzat entre un grup molt reduït de lemes, encapçalats per l'article i les lletres denotatives, que cobreixen gran part de les ocurrències, i un altre grup de lemes molt gran que cobreixen un espectre molt petit de les ocurrències (essent destacable especialment el nombre d'*hápax*: més de la quarta part dels lemes). A més, la distribució de lemes/formes/ocurrències entre els lemes flexius té unes característiques ben diferenciades. Aquests fets ens duen a preguntar-nos si aquest esquema es reproduïx també en els dos blocs bàsics del text (fenomen estudiat per Netz [1999, cap. 3, pp. 89–126]): les introduccions (que anomenarem corpus A)⁹ i el gruix de les proposicions (que anomenarem corpus B).

8.2 Diferències lèxiques entre els corpus A i B

El corpus A està format per 921 ocurrències de 351 formes diferents corresponents a 186 lemes, mentre que el corpus B està format per 24741 ocurrències de 1543 formes corresponents a 313 lemes. Cal destacar que el corpus B té una categoria més: les lletres denotatives, que distorsionen una mica les dades a l'hora de fer les comparacions (vegeu les taules 8.6 i 8.7).

El corpus A requereix dels 15 lemes més freqüents (8,1% del corpus) per arribar al 50% de les ocurrències, mentre que el corpus B només requereix de 6 lemes (1,6% del corpus) per assolir la meitat de les ocurrències. En l'extrem oposat, el corpus A té 75 *hápax* (40%) mentre que el corpus B només 71 (23%).

⁹El corpus A està format per les dues cartes (una per llibre) d'Arquimedes a Dositheu, així com les definicions i assumpcions exposades en el llibre I.

Taula 8.4: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrences (o) per categoria gramatical de *Sph. et Cyl.*

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adjectiu	72	18,9%	300	17,6%	4,2	2488	9,7%	34,6	8,3
indefinit	1	0,3%	2	0,1%	2,0	2	0,0%	2,0	1,0
numeral	11	2,9%	35	2,1%	3,2	173	0,7%	15,7	4,9
pronominal	8	2,1%	46	2,7%	5,8	195	0,8%	24,4	4,2
qualificatiu	51	13,4%	216	12,7%	4,2	2105	8,2%	41,3	9,7
verbal	1	0,3%	1	0,1%	1,0	13	0,1%	13,0	13,0
adverbi	39	10,3%	50	2,9%	1,3	429	1,7%	11,0	8,6
article	1	0,3%	22	1,3%	22,0	6223	24,2%	6223,0	282,9
lletra	1	0,3%	413	24,3%	413,0	3535	13,8%	3535,0	8,6
nom de persona	5	1,3%	6	0,4%	1,2	9	0,0%	1,8	1,5
preposició	18	4,7%	36	2,1%	2,0	2294	8,9%	127,4	63,7
pronom	19	5,0%	102	6,0%	5,4	781	3,0%	41,1	7,7
demostratiu	7	1,8%	45	2,6%	6,4	361	1,4%	51,6	8,0
indefinit	2	0,5%	18	1,1%	9,0	77	0,3%	38,5	4,3
personal	2	0,5%	4	0,2%	2,0	9	0,0%	4,5	2,3
recíproc	1	0,3%	6	0,4%	6,0	29	0,1%	29,0	4,8
reflexiu	1	0,3%	2	0,1%	2,0	3	0,0%	3,0	1,5
relatiu	6	1,6%	27	1,6%	4,5	302	1,2%	50,3	11,2
substantiu	80	21,1%	259	15,2%	3,2	4075	15,9%	50,9	15,7
verb	112	29,5%	464	27,3%	4,1	2761	10,8%	24,7	6,0
partícula	33	8,7%	48	2,8%	1,5	3067	12,0%	92,9	63,9
connexió	9	2,4%	16	0,9%	1,8	1366	5,3%	151,8	85,4
coordinació	7	1,8%	10	0,6%	1,4	1134	4,4%	162,0	113,4
subordinació	17	4,5%	22	1,3%	1,3	567	2,2%	33,4	25,8
Total	380	100,0%	1700	100,0%	4,5	25662	100,0%	67,5 ¹⁰	15,1

¹⁰ 42,1 si no comptem l'article ni les lletres denotatives.

Taula 8.5: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrences (o) per a les categories flexives.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adjectiu	72	25,4%	300	26,7%	4,2	2488	24,6%	34,6	8,3
indefinit	1	0,4%	2	0,2%	2,0	2	0,0%	2,0	1,0
numeral	11	3,9%	35	3,1%	3,2	173	1,7%	15,7	4,9
pronominal	8	2,8%	46	4,1%	5,8	195	1,9%	24,4	4,2
qualificatiu	51	18,0%	216	19,2%	4,2	2105	20,8%	41,3	9,7
verbal	1	0,4%	1	0,1%	1,0	13	0,1%	13,0	13,0
pronom	19	6,7%	102	9,1%	5,4	781	7,7%	41,1	7,7
demostratiu	7	2,5%	45	4,0%	6,4	361	3,6%	51,6	8,0
indefinit	2	0,7%	18	1,6%	9,0	77	0,8%	38,5	4,3
personal	2	0,7%	4	0,4%	2,0	9	0,1%	4,5	2,3
reciproproc	1	0,4%	6	0,5%	6,0	29	0,3%	29,0	4,8
reflexiu	1	0,4%	2	0,2%	2,0	3	0,0%	3,0	1,5
relatiu	6	2,1%	27	2,4%	4,5	302	3,0%	50,3	11,2
substantiu	80	28,3%	259	23,0%	3,2	4075	40,3%	50,9	15,7
verb	112	39,6%	464	41,2%	4,1	2761	27,3%	24,7	6,0
TOTAL	283	100,0%	1125	100,0%	4,0	10105	100,0%	35,7	9,0

Si ens centrem només en els lemes flexius (vegeu les taules 8.8 i 8.9), podem observar, d'una banda, que les *f/l*, *o/l* i *o/f* són molt superiors en el corpus B, la qual cosa es deu, molt probablement, a la longitud del corpus. D'altra banda, l'adjectiu és una categoria molt estable, amb uns percentatges lleugerament inferiors en el corpus A que en el corpus B. El pronom té un comportament diferent: en el corpus A l'ús és més gran i molt més variat (més formes) que en el B, en termes relatius. Finalment, substantius i verbs tenen una distribució gairebé equivalent, tant en lemes/formes/ocurrències; en canvi, en el corpus B destaquen especialment el nombre d'ocurrències de substantius i el nombre de formes verbals (vegeu les taules 8.8 i 8.9).

Podem resumir aquests fets en tres punts:

- El corpus B té un percentatge molt menor de *hápax*, gairebé la meitat.
- La densitat del vocabulari del corpus B és més gran, perquè un major percentatge d'ocurrències es concentren en un nombre molt més reduït de lemes.
- La distribució dels termes flexius és molt més regular en el corpus A que en el corpus B. Destaquen el percentatge d'ocurrències de substantius i la varietat de formes verbals del corpus B, i la relativa pobresa en formes i ocurrències de pronoms.

En definitiva, i tenint en compte les limitacions dels corpus (especialment de l'A), podríem dir que el corpus B està més focalitzat en un grup més petit de lemes que el corpus A, però els lemes de freqüència intermèdia o baixa (un gruix del 90% dels lemes menys freqüents) tenen una distribució més homogènia que en el corpus A. Aquesta tesi s'hauria de contrastar ampliant el corpus a totes les obres d'Arquimedes.

Taula 8.6: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrences (o) per al corpus A.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adjectiu	33	17,7%	61	17,4%	1,8	109	11,8%	3,3	1,8
indefinit	1	0,5%	1	0,3%	1,0	1	0,1%	1,0	1,0
numeral	6	3,2%	7	2,0%	1,2	11	1,2%	1,8	1,6
pronominal	5	2,7%	15	4,3%	3,0	28	3,0%	5,6	1,9
qualificatiu	21	11,3%	38	10,8%	1,8	69	7,5%	3,3	1,8
adverbi	13	7,0%	14	4,0%	1,1	18	2,0%	1,4	1,3
article	1	0,5%	17	4,8%	17,0	181	19,7%	181,0	10,6
nom de persona	4	2,2%	5	1,4%	1,3	8	0,9%	2,0	1,6
partícula	15	8,1%	19	5,4%	1,3	120	13,0%	8,0	6,3
connexió	5	2,7%	7	2,0%	1,4	47	5,1%	9,4	6,7
coordinació	4	2,2%	4	1,1%	1,0	49	5,3%	12,3	12,3
subordinació	6	3,2%	8	2,3%	1,3	24	2,6%	4,0	3,0
preposició	14	7,5%	21	6,0%	1,5	76	8,3%	5,4	3,6
pronom	13	7,0%	43	12,3%	3,3	97	10,5%	7,5	2,3
demostratiu	5	2,7%	20	5,7%	4,0	59	6,4%	11,8	3,0
indefinit	2	1,1%	7	2,0%	3,5	14	1,5%	7,0	2,0
personal	2	1,1%	4	1,1%	2,0	8	0,9%	4,0	2,0
recíproc	1	0,5%	1	0,3%	1,0	1	0,1%	1,0	1,0
reflexiu	1	0,5%	1	0,3%	1,0	1	0,1%	1,0	1,0
relatiu	2	1,1%	10	2,8%	5,0	14	1,5%	7,0	1,4
substantiu	42	22,6%	79	22,5%	1,9	171	18,6%	4,1	2,2
verb	51	27,4%	92	26,2%	1,8	141	15,3%	2,8	1,5
Total	186	100,0%	351	100,0%	1,9	921	100,0%	5,0	2,6

Taula 8.7: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per a les categories flexives del corpus B.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adjectiu	63	20,1%	277	18,0%	4,4	2379	9,6%	37,8	8,6
indefinit	1	0,3%	1	0,1%	1,0	1	0,0%	1,0	1,0
numeral	9	2,9%	32	2,1%	3,6	162	0,7%	18,0	5,1
pronominal	7	2,2%	38	2,5%	5,4	167	0,7%	23,9	4,4
qualificatiu	45	14,4%	205	13,3%	4,6	2036	8,2%	45,2	9,9
verbal	1	0,3%	1	0,1%	1,0	13	0,1%	13,0	13,0
adverbi	30	9,6%	40	2,6%	1,3	411	1,7%	13,7	10,3
article	1	0,3%	20	1,3%	20,0	6042	24,4%	6042,0	302,1
lletra	1	0,3%	413	26,8%	413,0	3535	14,3%	3535,0	8,6
nom de persona	1	0,3%	1	0,1%	1,0	1	0,0%	1,0	1,0
partícula	32	10,2%	45	2,9%	1,4	2947	11,9%	92,1	65,5
connexió	9	2,9%	16	1,0%	1,8	1319	5,3%	146,6	82,4
coordinació	7	2,2%	10	0,6%	1,4	1085	4,4%	155,0	108,5
subordinació	16	5,1%	19	1,2%	1,2	543	2,2%	33,9	28,6
preposició	17	5,4%	29	1,9%	1,7	2218	9,0%	130,5	76,5
pronom	18	5,8%	84	5,4%	4,7	684	2,8%	38,0	8,1
demostratiu	7	2,2%	36	2,3%	5,1	302	1,2%	43,1	8,4
indefinit	2	0,6%	14	0,9%	7,0	63	0,3%	31,5	4,5
personal	1	0,3%	1	0,1%	1,0	1	0,0%	1,0	1,0
recíproc	1	0,3%	6	0,4%	6,0	28	0,1%	28,0	4,7
reflexiu	1	0,3%	2	0,1%	2,0	2	0,0%	2,0	1,0
relatiu	6	1,9%	25	1,6%	4,2	288	1,2%	48,0	11,5
substantiu	66	21,1%	233	15,1%	3,5	3904	15,8%	59,2	16,8
verb	84	26,8%	401	26,0%	4,8	2620	10,6%	31,2	6,5
Total general	313	100,0%	1543	100,0%	4,9	24741	100,0%	79,0	16,0

Taula 8.8: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per a les categories flexives del corpus A.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adjectiu	33	23,7%	61	22,2%	1,8	109	21,0%	3,3	1,8
pronom	13	9,4%	43	15,6%	3,3	97	18,7%	7,5	2,3
substantiu	42	30,2%	79	28,7%	1,9	171	33,0%	4,1	2,2
verb	51	36,7%	92	33,5%	1,8	141	27,2%	2,8	1,5
TOTAL	139	100,0%	275	100,0%	2,0	518	100,0%	3,7	1,9

Taula 8.9: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per a les categories flexives del corpus B.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adj.	63	27,3%	277	27,8%	4,4	2379	24,8%	37,8	8,6
pron.	18	7,8%	84	8,4%	4,7	684	7,1%	38,0	8,1
subst.	66	28,6%	233	23,4%	3,5	3904	40,7%	59,2	16,8
verb	84	36,4%	401	40,3%	4,8	2620	27,3%	31,2	6,5
TOTAL	231	100,0%	995	100,0%	4,3	9587	100,0%	41,5	9,6

Cal destacar, finalment, que 67 lemes són exclusius del corpus A (un 36% d'aquest corpus), 194 lemes són exclusius del corpus B (un 62% d'aquest corpus), mentre que els lemes comuns són 119.

8.2.1 Lemes exclusius

Entre els 67 lemes propis del corpus A, 28 són verbs (42%), 14 són substantius (21%) i només hi ha una partícula, *διωπερ* (vegeu les taules 8.10 i 8.11). Dels 194 lemes propis del corpus A, també hi ha un bon grapat de verbs (61, un 31%) i de substantius (38, un 20%). És destacable que cap dels verbs exclusius del corpus A no sigui del sociolecte matemàtic. Encara ho és més que partícules molt freqüents del corpus B no apareguin mai en el corpus A: *αφα*, *ως*, *επει*, *ωστε*, *ηπερ* (totes entre les 50 més freqüents del corpus B), *αλλα* i *ει* (en total, 18 partícules de B no són a A); la bastida logicosintàctica del corpus B ha estat eliminada completament del text introductori.¹¹ El fet més destacable és, però, l'existència de lletres denotatives exclusivament en el corpus B.

¹¹I, de fet, les comunes són bàsicament coordinatives

Taula 8.10: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) exclusius del corpus A.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adjectiu	9	13,4%	10	12,2%	1,1	13	12,1%	1,4	1,3
adverbi	9	13,4%	9	11,0%	1,0	9	8,4%	1,0	1,0
nom de p.	4	6,0%	5	6,1%	1,3	8	7,5%	2,0	1,6
partícula	1	1,5%	1	1,2%	1,0	1	0,9%	1,0	1,0
preposició	1	1,5%	1	1,2%	1,0	2	1,9%	2,0	2,0
pronom	1	1,5%	1	1,2%	1,0	4	3,7%	4,0	4,0
substantiu	14	20,9%	18	22,0%	1,3	23	21,5%	1,6	1,3
verb	28	41,8%	37	45,1%	1,3	47	43,9%	1,7	1,3
TOTAL	67	100,0%	82	100,0%	1,2	107	100,0%	1,6	1,3

Taula 8.11: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) exclusius del corpus B.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adjectiu	39	20,1%	142	15,6%	3,6	802	12,0%	20,6	5,6
adv.	26	13,4%	35	3,8%	1,3	323	4,8%	12,4	9,2
llet.	1	0,5%	413	45,4%	413,0	3535	52,8%	3535,0	8,6
n. p.	1	0,5%	1	0,1%	1,0	1	0,0%	1,0	1,0
part.	18	9,3%	22	2,4%	1,2	773	11,5%	42,9	35,1
prep.	4	2,1%	5	0,5%	1,3	53	0,8%	13,3	10,6
pron.	6	3,1%	9	1,0%	1,5	26	0,4%	4,3	2,9
subst.	38	19,6%	87	9,6%	2,3	395	5,9%	10,4	4,5
verb	61	31,4%	196	21,5%	3,2	792	11,8%	13,0	4,0
TOTAL	194	100,0%	910	100,0%	4,7	6700	100,0%	34,5	7,4

Si ens centrem en les categories flexives (vegeu les taules 8.12 i 8.13), observem que, en tots dos casos, el verb és la categoria més poblada, especialment en l'A, amb més del 50%, tant en l/f/o (doblant la següent categoria). El substantiu manté uns percentatges semblants, tant en A com en B (al voltant del 25%). Els adjectius propis són més característics de B.

Taula 8.12: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrències (o) per a les categories flexives exclusives del corpus A.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adj.	9	17,3%	10	15,2%	1,1	13	14,9%	1,4	1,3
pron.	1	1,9%	1	1,5%	1,0	4	4,6%	4,0	4,0
subst.	14	26,9%	18	27,3%	1,3	23	26,4%	1,6	1,3

Continua a la pàgina següent

Taula 8.12: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrencies (o) per a les categories flexives exclusives del corpus A. (cont.)

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
verb	28	53,8%	37	56,1%	1,3	47	54,0%	1,7	1,3
TOTAL	52	100,0%	66	100,0%	1,3	87	100,0%	1,7	1,3

Taula 8.13: Nombre i percentatge de lemes (l), formes (f) i ocurrencies (o) per a les categories flexives exclusives del corpus B.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adj.	39	27,1%	142	32,7%	3,6	802	39,8%	20,6	5,6
pron.	6	4,2%	9	2,1%	1,5	26	1,3%	4,3	2,9
subst.	38	26,4%	87	20,0%	2,3	395	19,6%	10,4	4,5
verb	61	42,4%	196	45,2%	3,2	792	39,3%	13,0	4,0
TOTAL	144	100,0%	434	100,0%	3,0	2015	100,0%	14,0	4,6

8.2.2 Lemes comuns

Dels 119 lemes compartits pel corpus A i B, 28 són substantius (23,5%), 24 són adjectius (20,2%), 23 són verbs (19,3%) i 14 partícules (11,8%) (γαρ, ουν, μεν, εαν, διτσι, οτι, επι, η, ητοι, και, επειδη, δη, τε i δε). També hi ha 13 preposicions (10,9%), pronoms (12) i adverbis (4) comuns (vegeu la taula 8.14).

Si considerem només les categories flexives (vegeu la taula 8.15), destaca el fet que gairebé la meitat d'ocurrencies són de substantius, pràcticament tots del llenguatge de primer ordre, i gairebé el 40% de formes són verbals.

Taula 8.14: Nombre i percentatge de lemes (l) i ocurrencies (o) comuns als corpus A i B, agrupats per categoria gramatical. Les dades de la taula són globals.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adj.	24	20,2%	148	20,9%	6,2	1673	8,9%	69,7	11,3
adv.	4	3,4%	6	0,8%	1,5	97	0,5%	24,3	16,2
art.	1	0,8%	22	3,1%	22,0	6223	33,0%	6223,0	282,9
part.	14	11,8%	25	3,5%	1,8	2293	12,2%	163,8	91,7
prep.	13	10,9%	30	4,2%	2,3	2239	11,9%	172,2	74,6
pron.	12	10,1%	92	13,0%	7,7	751	4,0%	62,6	8,2
subst.	28	23,5%	154	21,8%	5,5	3657	19,4%	130,6	23,7
verb	23	19,3%	231	32,6%	10,0	1922	10,2%	83,6	8,3
TOTAL	119	100,0%	708	100,0%	5,9	18855	100,0%	158,4	26,6

Taula 8.16: Nombre i percentatge de formes i ocurrencies de lemes comuns presents en A.

	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adjectiu	51	19,0%	2,1	96	11,8%	4,0	1,9
adverbi	5	1,9%	1,3	9	1,1%	2,3	1,8
article	17	6,3%	17,0	181	22,2%	181,0	10,6
partícula	18	6,7%	1,3	119	14,6%	8,5	6,6
preposició	20	7,4%	1,5	74	9,1%	5,7	3,7
pronom	42	15,6%	3,5	93	11,4%	7,8	2,2
substantiu	61	22,7%	2,2	148	18,2%	5,3	2,4
verb	55	20,4%	2,4	94	11,5%	4,1	1,7
TOTAL	269	100,0%	2,3	814	100,0%	6,8	3,0

Taula 8.15: Nombre i percentatge de lemes (l) i ocurrencies (o) de termes flexius comuns als corpus A i B.

	l	%	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adj.	24	27,6%	148	23,7%	6,2	1673	20,9%	69,7	11,3
pron.	12	13,8%	92	14,7%	7,7	751	9,4%	62,6	8,2
subst.	28	32,2%	154	24,6%	5,5	3657	45,7%	130,6	23,7
verb	23	26,4%	231	37,0%	10,0	1922	24,0%	83,6	8,3
TOTAL	87	100,0%	625	100,0%	7,2	8003	100,0%	92,0	12,8

Caldria ara comparar l'estructura lèxica dels lemes comuns dins de cada corpus. Tant en A com en B, el lema més freqüent és l'article, però el percentatge és sensiblement diferent: en el corpus A representa el 22,2% mentre que en el corpus B arriba a un 33,5%. Segueixen el substantiu i les partícules en tots dos corpus. En el corpus A segueix l'adjectiu (11,8%), mentre que en el corpus B baixa la seva presència sensiblement (8,7%). El verb ocupa la mateixa posició en tots dos corpus, amb un percentatge lleugerament inferior en el corpus B (si bé el percentatge de formes és la meitat més gran). L'ús del pronom en el corpus A (11,4%) triplica el del B, mentre que, en canvi, el de la preposició és sensiblement inferior en el corpus A. Hi ha pocs adverbis en els corpus, però l'A dobla l'ús del B.

Si ens centrem en les categories flexives, es constata que la més abundant és, en tots dos corpus, el substantiu, i la més escassa el pronom, però en el cas del corpus B la primera quadruplica la segona, mentre que en el corpus A només és la meitat més gran. Adjectius i verbs tenen en tots dos casos un pes similar (si bé destaca el percentatge de formes verbals en el corpus B).

En una anàlisi més detallada del llistat de lemes comuns, observem que el lema més freqüent, amb molta diferència és l'article, però els percentatges són molt desiguals (22,3% del corpus comú A *vs.* el 33%).¹² El verb ésser continua tenint un lloc destacat en tots dos corpus (3,8/5,1), tot i que en el corpus A és superat

¹²El percentatge es refereix, en cada cas, només a les ocurrencies del corpus comú respectiu, i no

Taula 8.17: Nombre i percentatge de formes i ocurrencies de lemes comuns presents en B.

	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
adj.	135	21,3%	5,6	1577	8,7%	65,7	11,7
adv.	5	0,8%	1,3	88	0,5%	22,0	17,6
art.	20	3,2%	20,0	6042	33,5%	6042,0	302,1
part.	23	3,6%	1,6	2174	12,1%	155,3	94,5
prep.	24	3,8%	1,8	2165	12,0%	166,5	90,2
pron.	75	11,8%	6,3	658	3,6%	54,8	8,8
subst.	146	23,1%	5,2	3509	19,5%	125,3	24,0
verb	205	32,4%	8,9	1828	10,1%	79,5	8,9
TOTAL	633	100,0%	5,3	18041	100,0%	151,6	28,5

Taula 8.18: Nombre i percentatge de formes i ocurrencies de lemes flexius comuns presents en A.

	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
substantiu	61	29,2%	2,2	148	34,3%	5,3	2,4
adjectiu	51	24,4%	2,1	96	22,3%	4,0	1,9
verb	55	26,3%	2,4	94	21,8%	4,1	1,7
pronom	42	20,1%	3,5	93	21,6%	7,8	2,2
TOTAL	209	100,0%	2,4	431	100,0%	5,0	2,1

Taula 8.19: Nombre i percentatge de formes i ocurrencies de lemes flexius comuns presents en B.

	f	%	f/l	o	%	o/l	o/f
substantiu	146	26,0%	5,2	3509	46,3%	125,3	24,0
verb	205	36,5%	8,9	1828	24,1%	79,5	8,9
adjectiu	135	24,1%	5,6	1577	20,8%	65,7	11,7
pronom	75	13,4%	6,3	658	8,7%	54,8	8,8
TOTAL	561	100,0%	6,4	7572	100,0%	87,0	13,5

Taula 8.20: Percentatge dels 10 lemes més freqüents dels corpus A i B.

corpus A		corpus B	
%	lema	%	lema
22,24	ο	33,49	ο
5,04	αυτος	5,12	ειμι
3,81	ειμι	4,71	προς
3,56	και	4,38	και
3,32	δε	3,00	κυκλος
2,83	εχω	2,75	δε
2,46	σφαιρα	2,63	ισος
2,21	επι	2,29	κωνος
2,21	επιφανεια	2,24	επιφανεια
1,84	εν	1,95	εχω

pel pronom αυτος (5/1,2, i en aquest cas ocupa la posició 18), mentre que en el corpus B segueix immediatament l'article. Entre els 10 lemes més freqüents (vegeu la taula 8.20) només 5 són comuns, 3 dels quals en la mateixa posició (ο, και, επιφανεια).

Analitzem ara l'estabilitat del percentatges de cada lema.¹³ Globalment, els lemes més inestables són, negativament, τοιουτος, εγω: el primer usat 5 cops en les definicions i assumpcions, i només 1 cop en el corpus B; el segon, usat 4 cops en la introducció epistolar, i només un cop en el corpus B. Per la banda positiva, els termes més reforçats són: μειζων i les preposicions προς, απο.

Per categories, aquesta és una breu descripció de l'estabilitat dels lemes (vegeu la taula 8.21):

Adjectius Destaquen el gran nombre d'adjectius que davallen substancialment el seu percentatge, en més de la meitat: πας, αμφοτερος, στερεος, ανισος, πρωτος, ετερος, ημιολιος, ολος, πολυς, κοινος, επιπεδος, εκατερος. Cal subratllar els casos de πας, ολος que d'alguna manera es podrien considerar quantificadors, molt usats en el corpus A, i molt escassos en el B. Per la banda positiva, augmenten més del doble μειζων, τριγωνος, ελασσων. Si hi afegim ισος (que augmenta un 65%), tots els adjectius que s'usen en relacions d'ordre augmenten substancialment. Són estables τετραπλασιος i, especialment, δυο, δυνατος.

Adverbis Tots els adverbis reculen destacadament. Es pot subratllar el fet que la

a tot el corpus. Ens ha semblat que la comparació estricta del corpus comú evita possibles biaixos produïts pels lemes exclusius respectius.

¹³El càlcul de l'estabilitat d'un lema concret el fem així (vegeu capítol metodològic): percentatge en el corpus A (A), percentatge en el corpus B (B) i la diferència ($D = B - A$). La fórmula percentual d'estabilitat que usem és $\frac{100D}{\min(A,B)}$, positiva si la posició final és major que la inicial, i negativa si és menor. Com més gran és aquest valor (sense considerar el signe), més inestable és la seva posició (vegeu la taula 8.21; no hem posat els lemes amb poques ocurrences i amb diferències menors de 3: tenen percentatges molt petits que distorsionen el càlcul d'estabilitat).

negació *ουκ* tingui un pes tan reduït.

Article L'article augmenta la presència en la meitat; la part deductiva d'un text matemàtic usa a bastament l'article (en moltíssims casos, acompanyant les lletres denotatives).

Partícules Les partícules més estables són les que tenen una funció especialment coordinativa: *και, δε, η*.¹⁴ *Γαρ, δη, ουν*, la primera molt destacadament, augmenten el seu percentatge. En canvi, *τε, οτι, μεν* davallen considerablement, especialment la primera. Aquests dos fets confirmen que la bastida lògica gairebé és absent del corpus A.

Preposicions Les preposicions més estables són *υπο, μετα, μεταξυ*. En canvi, augmenten més del doble *προς, απο, εις, εκ* (preposicions de caràcter marcadament tècnic en la llengua matemàtica), i disminueixen a menys de la meitat *επι, εν*.

Pronoms La davallada general dels pronoms es reflecteix individualment en gairebé tots ells: *τοιουτος, εγω, τις, αυτος, αλλος, ουτος*. Només el relatiu *ος* manté una estabilitat gairebé total, mentre que *αλληλους* augmenta sensiblement.

Substantius Entre els substantius que rebaixen més el seu percentatge hi ha substantius de caràcter secundari (*θεωρημα, βιβλιος, προβλημα*) i els que designen els objectes geomètrics més bàsics (*γραμμη, ευθεια, σημειον*), llevat de *κυκλος*, que triplica l'ús (a causa de la temàtica del llibre). Més que el doble *λογος, διαμετρος, κεντρος, κωνος*, que són probablement els elements més referenciats en les demostracions. Summament estables són *υψος, επιφανεια, περιφερεια, μεγεθος*.

Verbs Un problema per a l'anàlisi de l'estabilitat dels verbs és que alguns d'ells són polisèmics, i molt sovint no tenen el mateix significat primari que secundari.¹⁵ Fet aquest advertiment, observem que els verbs que mantenen una posició més estable, tot i que no totalment, són: *συγκειμαι, ποιειω*. Entre els verbs que tenen una davallada de més d'un terç tenim dos verbs amb la mateixa arrel *περιλαμβανω, λαμβανω*. La resta dels que en rebaixen significativament la presència tenen, només, 1 ocurrència en el corpus A, tret d'*εχω* que davalla un 45%. Entre els que augmenten destacadament, i podem dir que pràcticament són absents del corpus A (perquè no tenen més d'1 o, com a molt, 2 ocurrències) són: *γιγνομαι, αγω, λεγω, τεμνω, ερω, επιζευγνυμι, περιεχω*, verbs molt típics de la llengua matemàtica, tot i que no tots ells del llenguatge primari. Com és sabut, *ειμι* té un augment destacable, però també és un verb important en el corpus A i, per això, proporcionalment, sembla més estable que la major part dels verbs.

¹⁴Cal destacar que l'augment de *και* és pràcticament igual a la davallada de *δε*.

¹⁵Per exemple, en el cas de *δυναμαι* l'ocurrència de la introducció *δυνησομενοις*, no té res a veure amb el significat matemàtic habitual.

Taula 8.21: Estabilitat en la posició dels lemes entre el corpus A i el B

Lema	%A	%B	%variació
ADJECTIU			
πας	1,72	0,23	-639%
αμφοτερος	0,25	0,04	-454%
στερεος	0,74	0,14	-432%
ανισος	0,61	0,12	-404%
πρωτος	0,25	0,05	-393%
ετερος	0,98	0,21	-379%
ημιολιος	0,37	0,09	-316%
ολος	0,49	0,13	-269%
πολυς	0,12	0,04	-217%
κοινος	0,25	0,08	-196%
επιπεδος	1,23	0,46	-167%
εκατερος	0,12	0,05	-146%
μεγιστος	0,49	0,32	-53%
τετραπλασιος	0,25	0,22	-11%
δυο	0,37	0,37	-1%
δυνατος	0,12	0,12	-1%
ενος	0,12	0,18	49%
ισος	1,60	2,63	65%
ελασσων	0,61	1,36	122%
τριγωνος	0,12	0,58	369%
μειζων	0,12	1,26	929%
ADVERBI			
προτερον	0,37	0,13	-189%
ετι	0,25	0,09	-177%
ουκ	0,25	0,09	-161%
ομοιως	0,25	0,18	-39%
ARTICLE			
ο	22,24	33,49	51%
PARTÍCULA			
επειδη	0,49	0,04	-1008%
εαν	0,86	0,18	-370%
οπως	0,12	0,03	-269%
τε	0,98	0,45	-119%
οτι	0,98	0,63	-57%
μεν	1,60	1,11	-44%
η	0,74	0,57	-30%
δε	3,32	2,75	-21%
και	3,56	4,38	23%
ουν	0,25	0,35	44%
δη	0,37	0,63	70%
γαρ	0,25	0,87	254%
PREPOSICIÓ			
επι	2,21	0,69	-222%
εν	1,84	0,79	-134%
δια	0,49	0,28	-77%

Continua a la pàgina següent

Taula 8.21: Estabilitat en la posició dels lemes entre el corpus A i el B (cont.)

Lema	%A	%B	%variació
περι	1,11	0,83	-33%
υπο	1,11	1,14	3%
μετα	0,12	0,13	8%
μεταξυ	0,25	0,28	13%
κατα	0,25	0,43	76%
εκ	0,49	0,99	102%
εις	0,12	0,28	126%
απο	0,25	1,45	489%
προς	0,61	4,71	667%
PRONOM			
τοιουτος	0,61	0,01	-10982%
εγω	0,49	0,01	-8765%
τις	1,23	0,20	-516%
αυτος	5,04	1,20	-319%
αλλος	0,49	0,15	-228%
ουτος	1,23	0,44	-181%
ος	1,47	1,46	-1%
αλληλους	0,12	0,16	26%
SUBSTANTIU			
θεωρημα	0,49	0,01	-8765%
περας	1,35	0,12	-1008%
προβλημα	0,25	0,04	-454%
ευθεια	1,11	0,35	-212%
τομη	0,12	0,05	-146%
σημειον	0,49	0,22	-122%
αξων	0,12	0,07	-70%
σφαιρα	2,46	1,49	-65%
κορυφη	0,49	0,35	-39%
πυραμις	0,25	0,18	-39%
τομευς	0,37	0,27	-36%
πρισμα	0,12	0,10	-23%
υψος	0,74	0,74	1%
επιφανεια	2,21	2,24	1%
περιφερεια	0,25	0,27	8%
μεγεθος	0,12	0,14	17%
βασις	1,23	1,56	27%
τμημα	0,98	1,26	28%
σχημα	0,61	0,82	34%
κυλινδρος	0,37	0,55	49%
ρομβος	0,12	0,19	53%
κωνος	1,11	2,29	108%
κεντρος	0,49	1,13	130%
διαμετρος	0,25	0,74	202%
κυκλος	0,98	3,00	206%
λογος	0,25	1,18	381%
βιβλιος	0,12	0,02	-639%

Continua a la pàgina següent

Taula 8.21: Estabilitat en la posició dels lemes entre el corpus A i el B (cont.)

Lema	%A	%B	%variació
γραμμαη	0,74	0,04	-1562%
VERB			
περιλαμβανω	0,74	0,08	-787%
λαμβανω	0,49	0,12	-322%
αναγραφω	0,12	0,07	-70%
κειμαι	0,12	0,08	-58%
συντιθημι	0,12	0,08	-58%
ευρισκω	0,12	0,08	-48%
εχω	2,83	1,95	-45%
δυναμαι	0,25	0,19	-27%
συγκειμαι	0,12	0,11	-11%
ποιεω	0,12	0,14	13%
ειμι	3,81	5,12	34%
γιγνομαι	0,12	0,17	40%
αγω	0,25	0,37	51%
λεγω	0,12	0,19	53%
τεμνω	0,12	0,27	117%
ερω	0,12	0,32	162%
επιζευγνυμι	0,12	0,33	171%
περιεχω	0,12	0,38	207%

Finalment, no és sorprenent que el corpus complet i el corpus B siguin molt similars i la seva estructura interna sigui també molt semblant, perquè el corpus B és més del 95% del text complet; així, per exemple, els deu primers lemes del corpus B es mantenen en la mateixa posició que en el corpus complet, malgrat les diferències observades amb el corpus A.

Capítol 9

Aspectes lèxics: llenguatge matemàtic i no matemàtic

Les dades lèxiques brutes, si bé ajuden a caracteritzar un corpus, proporcionen informació de rellevància limitada si no les comparen amb les d'altres corpus, matemàtics i no matemàtics, per a determinar-ne, així, trets lèxics diferenciadors i, per tant, específics. Ens ha estat molt difícil, pràcticament impossible, trobar dades d'aquesta mena.

No semblen existir estudis de corpus lèxics grecs basats en una lematització sistemàtica.¹ És per això que es fa difícil comparar els corpus matemàtics que hem lematitzat amb d'altres. La lematització automàtica que ofereix la *Perseus Digital Library* (PDL, [versió E]) és, de moment, poc fiable, perquè dona uns marges d'error molt elevats en l'assignació de lemes i en el reconeixement de formes.² Per això, hem hagut de fer una anàlisi lèxica d'alguns corpus textuais de manera artesanal.

¹Hi ha, això sí, estudis lèxics molt aprofundits sobre autors o obres concretes (com ara [Des Places \[1964\]](#) i [Luri \[2011\]](#)), en matemàtiques, el reconegut estudi de ?. Més recentment, la *Perseus Digital Library* incorpora eines de lematització automàtica i d'anàlisi. Potser el projecte més sistemàtic de què tenim notícia és el *Projet de Recherche en Lexicologie Grecque Thesaurus Patrum Graecorum* de la subsèrie grega del *Corpus Christianorum*. Estudis importants d'aquesta mena només s'han portat a terme en llengües modernes com l'anglès, l'alemany i el francès, però també n'hi ha en català gràcies a la digitalització d'un gran nombre de textos de la literatura catalana per part de l'IEC [Riba i Civil \[2002\]](#), p. 5]. També hi ha autors que apunten els problemes de la lematització i que no l'usen (per a un breu repàs vegeu [Riba i Civil \[2002\]](#), p. 5]).

²Hem provat d'analitzar diversos corpus textuais de la PDL, però el sistema és incapaç de distingir de manera fiable i sense ambigüitats els tipus de lemes més usuals (article, conjuncions, etc.) i, per tant, és impossible fer qualsevol mena de projecció, fins i tot de dades tan essencials com el nombre de lemes d'un corpus, o del nombre d'ocurrències d'un lema. Així, per exemple, en la lematització dels *El.*, la PDL detecta un màxim de fins a un 50% d'articles, xifra clarament exagerada, i la projecció aproximada que en dona, gairebé un 14%, es queda a la meitat de la que hem trobat de forma exacta. A més, el nombre de lemes que s'assigna al conjunt dels *El.* és de 899, gairebé el doble dels que realment té aquesta obra.

Hem triat dues obres matemàtiques per a comparar les dades obtingudes de *Sph. et Cyl.*: *Con. et Spher.* d'Arquimedes i *El.* d'Euclides. També farem una comparació, més succinta, amb diversos autors grecs no matemàtics de diverses èpoques: Plató, Plutarc i Diodor de Sicília.

9.1 *Con. et Spher.* d'Arquimedes

La comparació amb d'altres obres atribuïdes al mateix autor és la més natural. *Con. et Spher.* és una de les obres que menys correccions editorials se li fan³ i, per tant, probablement pugui proporcionar-nos dades significatives.

9.1.1 Lemes, formes i ocurrències

Con. et Spher. conté 22788 ocurrències de 1368 formes diferents corresponents a 293 lemes. Si no tenim en compte les lletres denotatives (2073 ocurrències de 204 formes), conté 20715 ocurrències de 1164 formes corresponents a 292 lemes. Igual que *Sph. et Cyl.*, el 25% de les ocurrències són articles. També el segon lloc l'ocupen les lletres denotatives, però amb una proporció substancialment menor que en *Sph. et Cyl.*, un 9,09%. De fet, els cinc lemes més freqüents són els mateixos, però amb la peculiaritat que, excepte l'article, tota la resta representen un percentatge menor de *Con. et Spher.* que de *Sph. et Cyl.* (en tots els casos al voltant de mig punt). La conseqüència immediata és que, si els 5 primers lemes de *Sph. et Cyl.* representaven més d'un 48% del total, els de *Con. et Spher.* representen gairebé 6 punts menys. Això, a primer cop d'ull, és més sorprenent, si tenim en compte que *Sph. et Cyl.* té més lemes (més de 70). D'altra banda, el 90% de les ocurrències es cobreixen amb els 73 lemes més freqüents (com en *Sph. et Cyl.*, però que representen un 24% del corpus). Finalment, és destacable que la primera partícula de fort contingut argumental, $\alpha\phi\alpha$, passi de la posició 14 a la 75, i d'un 1,11% a un 0,21%, gairebé una sisena part.

La taula 9.1 conté les dades dels deu lemes més freqüents. Si la comparem amb la taula 8.1 de la pàgina 138, observarem, en primer lloc, que, llevat del primer, tercer, quart i cinquè, la freqüència dels lemes correlatius sempre és superior en *Con. et Spher.*, fins i tot més enllà dels 10 primers lemes. En segon lloc, els lemes, $\chi\upsilon\lambda\lambda\omicron\varsigma$, $\iota\sigma\omicron\varsigma$, $\epsilon\pi\iota\varphi\alpha\nu\epsilon\iota\alpha$,⁴ han estat substituïts per $\alpha\upsilon\tau\omicron\varsigma$, $\epsilon\chi\omega$, $\omicron\varsigma$.⁵ En l'altre extrem, hi ha 47 *hápax* (un 16%, mentre que en *Sph. et Cyl.* representen un 27%).

Ens centrarem a partir d'ara només en la part deductiva dels textos, és a dir, en les proposicions. En aquesta part, *Con. et Spher.* compta amb 21088 ocurrències, distribuïdes en 1238 formes corresponents a 253 lemes. Com sempre, el lema més abundant és l'article, amb 25,4%, mentre que el percentatge de lletres denotatives

³Només hi ha 24 seclusions en l'edició de Mugler (només 2 d'importants), que compten amb 317 ocurrències. *Sph. et Cyl.*, en canvi, té 159 seclusions que contenen 2889 ocurrències.

⁴Amb posicions/freqüències respectives a *Con. et Spher.*: 44/0,43%, 14/1,29%, 69/0,31%.

⁵Amb posicions/freqüències respectives a *Sph. et Cyl.*: 17/1,01%, 11/1,46%, 15/1,08%.

Taula 9.1: Nombre d'ocurrències i percentatge dels deu lemes més freqüents a *Con. et Spher.*

Lema	Ocurrències	Percentatge
ο	5765	25,30
Α	2073	9,10
ειμι	710	3,12
προς	648	2,84
και	565	2,48
αυτος	564	2,47
δε	548	2,40
εχω	537	2,36
κωνος	464	2,04
ος	411	1,80

és del 9,8% (àmpliament superat pel de *Sph. et Cyl.*). La densitat del vocabulari⁶ és, doncs, de 83,4, mentre que la de *Sph. et Cyl.* és de 79.

La taula 9.2 conté els 10 lemes més freqüents, i podem comprovar, comparant-la amb la taula corresponent a *Con. et Spher.* (vegeu taula 8.20 de la pàgina 154), a banda de la reducció de lletres denotatives, l'alta freqüència del pronom αυτος (0,88%/2,5%) i del verb εχω (1,42%/2,43%). En canvi, el verb ειμι pateix una davallada (3,73%/3,25%), la preposició προς una del mateix ordre (3,44%/2,94%), i una mica més accentuada la de και (3,19%/2,45%).

Taula 9.2: Nombre d'ocurrències i percentatge dels deu lemes més freqüents a la part deductiva de *Con. et Spher.*

Lema	Ocurrències	Percentatge
ο	5358	25,41
α	2071	9,82
ειμι	685	3,25
προς	621	2,94
αυτος	528	2,50
και	516	2,45
εχω	513	2,43
δε	492	2,33
κωνος	422	2,00
ος	386	1,83

Si ara ens aturem en les formes de cada lema, torna a ser ειμι el lema amb més formes (35/35) i puja al segon lloc l'article (21/26). Tot seguit apareixen en primer lloc αγω (20/24) i αυτος (21/23). És destacable el fet que, dels 9 primers lemes amb més formes, els de *Con. et Spher.* en tenen més, malgrat que el corpus sigui menor. A la taula 9.3 hem posat els 10 primers lemes.

⁶Recordem que la densitat és el quocient entre el nombre d'ocurrències i el nombre de lemes.

Taula 9.3: Lemes amb més formes de *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*

<i>Sph. et Cyl.</i>		<i>Con. et Spher.</i>	
lema	#	lema	#
ειμι	35	ειναι	35
αυτος	21	ο	26
ο	20	αγω	24
αγω	20	αυτος	23
εχω	18	τεμνω	23
ος	17	αποτεμνω	21
διδωμι	17	επιψαυω	18
ερω	17	εχω	17
γιγνομαι	16	ος	16
περιγραφω	15	ελασσων	16

Taula 9.4: Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies en les proposicions de *Sph. et Cyl.*

	l	%	o	%	o/l
adjectiu	63	20,2%	2379	9,6%	37,8
adverbi	30	9,6%	411	1,7%	13,7
article	1	0,3%	6042	24,4%	6042,0
lletra	1	0,3%	3535	14,3%	3535,0
partícula	32	10,3%	2947	11,9%	92,1
preposició	17	5,4%	2218	9,0%	130,5
pronomen	18	5,8%	684	2,8%	38,0
substantiu	66	21,2%	3904	15,8%	59,2
verb	84	26,9%	2620	10,6%	31,2
TOTAL	312	100,0%	24740	100,0%	79,3

9.1.2 Diferències lèxiques

Per categories, destaca el fet que el percentatge d'ocurrencies de substantiu, preposició i de l'article és molt estable, i també, encara que no tant, el del verb (vegeu les taules 9.4 i 9.5).⁷ Les partícules tenen una davallada del 12%.⁸ Una davallada superior (més d'un 30%) la tenen els adverbis i les lletres denotatives. En canvi, els adjectius augmenten en un 15% i, de manera més destacada, els pronoms, que doblen el seu percentatge (la qual cosa contrasta fortament amb el fet que el percentatge de lemes és inferior en *Con. et Spher.* en un 30%).

Pel que fa a les categories flexives (vegeu taules 9.6 i 9.7), s'observa un augment de l'ús de lemes adjectivals (27,3%/33,9%), i un lleuger descens dels altres tres grups, més destacable en els pronoms. Pel que fa a les ocurrencies, adjectius

⁷A partir d'aquestes taules, eliminem la referència a les formes, perquè considerem que no aporten massa informació rellevant.

⁸Cal destacar que aquesta davallada es deu essencialment a les partícules de subordinació, perquè les de connexió/coordinació augmenten lleugerament.

Taula 9.5: Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies en les proposicions de *Con. et Spher.*

	l	%	o	%	o/l
adjectiu	65	25,7%	2340	11,1%	36,0
adverbi	18	7,1%	229	1,1%	12,7
article	1	0,4%	5358	25,4%	5358,0
lletra	1	0,4%	2071	9,8%	2071,0
partícula	25	9,9%	2212	10,5%	88,5
preposició	16	6,3%	1934	9,2%	120,9
pronom	10	4,0%	1206	5,7%	120,6
substantiu	50	19,8%	3292	15,6%	65,8
verb	67	26,5%	2446	11,6%	36,5
TOTAL	253	100,0%	21088	100,0%	83,4

Taula 9.6: Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies només de categories flexives en les proposicions de *Sph. et Cyl.*

	l	%	o	%	o/l
adjectiu	63	27,3%	2379	24,8%	37,8
pronom	18	7,8%	684	7,1%	38,0
substantiu	66	28,6%	3904	40,7%	59,2
verb	84	36,4%	2620	27,3%	31,2
TOTAL	231	100,0%	9587	100,0%	41,5

i verbs pràcticament mantenen els percentatges, però els substantius davallen sensiblement mentre que els pronoms més que doblen la seva presència (insistim que amb una reducció considerable del nombre de lemes). És possible, doncs, que hi hagi una tendència més acusada en *Con. et Spher.* a fer referència a substantius a través d'una gama més reduïda de pronoms.

Cal destacar, a més, que *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.* comparteixen 188 lemes (vegeu la taula 9.8). En canvi, són exclusius de *Sph. et Cyl.* 125 lemes (un 39,9% però només cobreixen un 3,9% de les ocurrencies); i són exclusius de *Con. et Spher.* 65 lemes (un 25,7%, però només un 3,6% de les ocurrencies).

Taula 9.7: Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies de categories flexives en les proposicions de *Con. et Spher.*

	l	%	o	%	o/l
adjectiu	65	33,9%	2340	25,2%	36,0
pronom	10	5,2%	1206	13,0%	120,6
substantiu	50	26,0%	3292	35,5%	65,8
verb	67	34,9%	2446	26,3%	36,5
TOTAL	192	100,0%	9284	100,0%	48,4

Taula 9.8: Nombre i percentatge de lemes i ocurrences comuns/exclusius de *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*

	<i>Sph. et Cyl.</i>			<i>Con. et Spher.</i>		
	comuns	exclusius	TOTAL	comuns	exclusius	TOTAL
l	188	125	313	188	65	253
%	60,1%	39,9%	100,0%	74,3%	25,7%	100,0%
o	23767	974	24741	20338	750	21088
%	96,1%	3,9%	100,0%	96,4%	3,6%	100,0%
o/l	126,4	7,8	79,0	108,2	11,5	83,4

Lemes exclusius

Entre els lemes de *Sph. et Cyl.* que no es troben en *Con. et Spher.* 36 són verbs amb el 12,8% de les ocurrences, 31 són substantius, però amb el 57,5% de les ocurrences, i 17 són adjectius (10,8%). Destaquen les 10 partícules amb un 8,7% de les ocurrences (especialment la partícula *ηπερ* amb 58 ocurrences, i tan característica de *Sph. et Cyl.*).⁹ En canvi, només 19 lemes verbals són exclusius de *Con. et Spher.* (10,8% de les ocurrences) i 15 són substantius (34,3%). Destaquen els 19 adjectius que representen gairebé la meitat de les ocurrences exclusives.¹⁰ Les taules 9.9 i 9.10 contenen les dades completes d'aquestes diferències.¹¹

Entre els lemes exclusius de *Sph. et Cyl.* destaca, per la freqüència, *σφαιρα*. Són més interessants els casos de les partícules *ηπερ* (58), *επειδη* (8), *οπως* (6), la preposició *μετα* (24) i l'adverbi *ετι* (16). Entre els lemes exclusius de *Con. et Spher.* destaquen, en canvi, els adjectius *οξυγωνιος*, *σφαιροειδης*. Tret de l'adverbi *εντος* (13), només alguns adjectius, substantius i verbs superen 5 ocurrences. A la taula 9.11, hi hem posat els lemes més freqüents de cada corpus (amb una freqüència superior a 5), organitzats per categoria gramatical.

Lemes comuns

Un cop estudiades les diferències entre les obres, cal centrar-se ara en el nucli comú a ambdós. Més del 96% de les ocurrences d'ambdós corpus pertanyen a lemes comuns, com hem dit, un total de 188 (60,1%/74,3%, respectivament). Els més abundants són els verbs (48/25,5%), adjectius (46/24,5%), substantius (35/18,6%) i partícules (22/11,7%). La taula 9.12 mostra el nombre i el percentatge de lemes i ocurrences comunes per categories, així com el desglossament per corpus. En podem destacar alguns fets:

⁹La resta de partícules exclusives de *Sph. et Cyl.* són *επειδη* (8), *οπως* (6), *καιως* (3), *καιαπερ* (3), *ινα* (2), *επειδηπερ* (2), *ουκουν*, *οταν*, *μην*. Destaquen, també, el nombre de lemes i el percentatge d'ocurrences d'adverbis i pronoms exclusius de *Sph. et Cyl.*

¹⁰Concentrades pràcticament totes en els adjectius *οξυγωνιος* (131), *σφαιροειδης* (127), *ορθογωνιος* (29), *αμβλυγωνιος* (18).

¹¹Perquè les taules siguin més simètriques, hem eliminat de la de *Sph. et Cyl.* la única ocurrencia d'un nom propi i, per això, el nombre de lemes és una unitat inferior a l'esmentat (125).

Taula 9.9: Nombre i percentatge de lemes exclusius i ocurrencies en les proposicions de *Sph. et Cyl.*

	l	%	o	%	o/l
adjectiu	17	13,7%	105	10,8%	6,2
adverbi	19	15,3%	62	6,4%	3,3
partícula	10	8,1%	85	8,7%	8,5
preposició	2	1,6%	25	2,6%	12,5
pronom	9	7,3%	12	1,2%	1,3
substantiu	31	25,0%	559	57,5%	18,0
verb	36	29,0%	125	12,8%	3,5
TOTAL	124	100,0%	973	100,0%	7,8

Taula 9.10: Nombre i percentatge de lemes exclusius i ocurrencies en les proposicions de *Con. et Spher.*

	l	%	o	%	o/l
adjectiu	19	29,2%	370	49,3%	19,5
adverbi	7	10,8%	26	3,5%	3,7
partícula	3	4,6%	14	1,9%	4,7
preposició	1	1,5%	1	0,1%	1,0
pronom	1	1,5%	1	0,1%	1,0
substantiu	15	23,1%	257	34,3%	17,1
verb	19	29,2%	81	10,8%	4,3
TOTAL	65	100,0%	750	100,0%	11,5

Taula 9.11: Nombre d'ocurrències dels lemes exclusius més freqüents (més de 5 ocurrències) de *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*

<i>Sph. et Cyl.</i>		<i>Con. et Spher.</i>	
oc.	lema	oc.	lema
	ADJECTIU		ADJECTIU
26	ισοσκελης	131	οξυγωνιος
22	ανισος	127	σφαιροειδης
20	ισοπλευρος	29	ορθογωνιος
10	κυλινδρικός	18	αμβλυγωνιος
	ADVERBI	15	ομολογος
16	ετι	13	εσχατος
15	εναλλαξ	7	οποτερος
	PARTÍCULA		ADVERBI
58	ηπερ	13	εντος
8	επειδη		PARTÍCULA
6	οπως	8	ουτε
	PREPOSICIÓ		SUBSTANTIU
24	μετα	97	κωνοειδης
	SUBSTANTIU	83	τομος
269	σφαιρα	16	πλατος
49	τομευς	14	ηλιξ
43	παράλληλογραμμος	13	μερος
34	ρομβος	10	υπερβλημα
32	πυραμις	7	παραβλημα
25	περιμετρος		VERB
18	πρισμα	20	παραπιπτω
17	ημισφαιρον	11	υπερβαλλω
16	περιλειμμα	10	υπολαμβανω
8	προβλημα	8	εφαρμοζω
6	τετρας	7	προσειμι
6	κυβος	6	τασσω
	VERB		
14	φερω		
14	συντινημι		
10	περιφερω		
9	υποτεινω		
9	μετρεω		
9	αντιπασχω		
8	μενω		
6	συναπτω		
6	περιλειπω		

- El percentatge de pronoms es dobla.
- Com ja sabem, les lletres denotatives davallen considerablement, en un 30%. També es redueix en una proporció similar l'ús dels adverbis comuns. Les partícules comunes també tenen una reducció, no tan acusada, del 10%.
- L'ús d'adjectius, preposicions i article és summament estable, en conjunt. Verbs i substantius comuns, tot i ser també molt estables, augmenten lleugerament.

Si refem els càlculs, eliminant lletres denotatives i articles,¹² destaca el fet que la variació és negativa pràcticament en totes les categories (vegeu taula 9.13), si bé en la majoria és estadísticament irrellevant: el de pronoms de *Con. et Spher.* segueix, però, doblant el de *Sph. et Cyl.*; adverbis i partícules, en canvi, davallen en un 36% i un 16%, respectivament.

L'anàlisi més detallada dels lemes donarà una idea més concreta d'on es produeixen aquestes variacions.¹³ En la taula 9.14 hi ha la llista dels 10 lemes comuns més freqüents de cada obra. Els dos primers són els mateixos, *εμi*, *προς*, però els percentatges són inferiors en *Con. et Spher.* *και* es troba en tercer lloc en *Sph. et Cyl.*, però en quart lloc en *Con. et Spher.*, perquè ha estat superat per *αυτος* (que a *Sph. et Cyl.* només té un 1,53%, enfront del 4,09%). *δε* també baixa una posició, tot i que, percentualment, augmenta lleugerament. *εχω* en canvi, passa de la novena posició a la cinquena (2,47%/3,97%). Un altre pronom, *ος*, destaca en *Con. et Spher.*, gairebé doblant el percentatge de *Sph. et Cyl.* Finalment, *αρα* divideix per quatre el seu percentatge.

Per categories, aquesta és una breu descripció de l'estabilitat dels lemes (vegeu la taula 9.15):

Adjectius Si bé el grup és globalment estable com hem vist abans, hi ha molts adjectius inestables. Davallen considerablement molts qualificatius que permeten delimitar una figura geomètrica habitualment senzilla (*πολυγωνος*, *κωνικος*, *τετραπλασιος*, *τριγωνος*, *αρτιογωνιος*, *αρτιοπλευρος*, *ευθυγραμμος*). També redueixen sensiblement la seva presència els adjectius que estableixen la relació d'ordre entre magnituds: *μειζων*, *ισος*, *ελασσων*. Augmenten significativament adjectius més abstractes (lligats a l'estructura lògica i quantificadors), com ara *αδυνατος*, *δηλος*, *ολος*, *πας*, *οποιοσουν*, *εκαστος*, així com numerals *πρωτος*, *τριτος*, *δευτερος*. Entre els més estables es troben: *τριπλασιος*, *λοιπος*, *αμφοτερος*, *τριεις*.

¹²Atès que el seu elevat percentatge d'ocurrències (al voltant del 40%) esbiaixen els càlculs.

¹³Deixem de banda l'article i les lletres denotatives. Del primer ja sabem que no hi ha grans variacions entre corpus, mentre que la diferència remarcable en les lletres denotatives podria esbiaixar els resultats percentuals dels altres lemes.

Taula 9.1.2: Lemes i ocurrences comunes de *Sphl. et Cyl.* i *Con. et Spher.*, i la seva variació percentual (var.).

	<i>Sphl. et Cyl.</i>		<i>Con. et Spher.</i>		o/l	%	var.	
	l	%	o	%				
adjectiu	46	24,5%	2274	9,6%	49,4	9,7%	42,8	1,2%
adverbi	11	5,9%	349	1,5%	31,7	1,0%	18,5	-32,0%
article	1	0,5%	6042	25,4%	6042,0	26,3%	5358,0	3,6%
lletra	1	0,5%	3535	14,9%	3535,0	10,2%	2071,0	-31,5%
partícula	22	11,7%	2862	12,0%	130,1	10,8%	99,9	-10,3%
preposició	15	8,0%	2193	9,2%	146,2	9,5%	128,9	3,0%
pronom	9	4,8%	672	2,8%	74,7	5,9%	133,9	109,5%
substantiu	35	18,6%	3345	14,1%	95,6	14,9%	86,7	6,0%
verb	48	25,5%	2495	10,5%	52,0	11,6%	49,3	10,8%
TOTAL	188	100,0%	23767	100,0%	126,4	100,0%	108,2	

Taula 9.13: Variació percentual de les categories gramaticals entre *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*, sense tenir en compte l'article i les lletres denotatives.

categoria	var.
adjectiu	-4,8%
adverbi	-36,1%
partícula	-15,6%
preposició	-3,1%
pronom	97,1%
substantiu	-0,3%
verb	4,2%

Adverbis La caiguda important del percentatge de la categoria adverbial es reflecteix en l'estudi particularitzat: curiosament, només els dos adverbis de negació augmenten considerablement la seva presència;¹⁴ *ουκ* la dobla, mentre que *μη* la quadruplica. Tota la resta d'adverbis, o es manté estable (*παλιν*, *ομοιως*) o, més habitualment, redueix destacadament la seva presència, especialment *τουτεστιν* (vint vegades menys), *ουτως*, *αναλογον*, *αι*.

Partícules Sabem que les partícules tenen una presència un 15% inferior en *Con. et Spher.*, però el nombre de partícules que davallen substancialment la seva presència i el nombre de les que l'augmenten és pràcticament idèntic. La diferència radica en què les partícules que davallen la seva presència són molt més freqüents en *Sph. et Cyl.* que les que l'augmenten. Així, *ως*, *αρα*, *γαρ*, *και*, *ωστε*, *μεν*, especialment les dues primeres, tenen una davallada important. En canvi, més que doblen la seva presència *τοιουν*, *ει*, *ουν*, *εαν*, *διοτι*, *ουδε*, mentre que ho fan més moderadament, *δη*, *ητοι*.¹⁵ Les partícules que es mantenen estables són: *τε*, *η*, *επει*, *αλλα*, *δε*.

Preposicions L'estabilitat global d'aquesta categoria reflecteix l'equilibri entre la davallada d'un grup de preposicions (*μεταξυ*, *συν*, *εκ*, *χωρις*, *περι*, *εις*), i l'augment d'un altre grup (*παρα*, molt destacadament, *δια*, *εν*). Hi ha, també, algunes preposicions estables: *υπο*, *επι*, *κατα*.

Pronoms L'augment importantíssim dels pronoms és, a més, generalitzat: tots ells augmenten o, com a mínim, mantenen la seva presència en el text. Els més destacats són *αυτος*, *αλλος*, que més que la doblen, però també, *τις*, *ουτος*, *ος*, *αλληλους* tenen pujades importants. Només *οσπερ* manté el percentatge.

Substantius L'estabilitat gairebé total de la categoria amaga la polarització entre un grup de substantius que redueixen sensiblement la seva presència (*περιφερεια*, *πλευρα*, *επιφανεια*, *κυκλος*, *υψος*, *κεντρος*, *γωνια*, *βασισ*, *περας*, *μηκος*), i un altre grup que l'enforteixen (*μεγεθος*, *σημειον*, *χωριον*, *κυλινδρος*, *αφη*, *γραμμη*, *ειδος*, *πληθος*, *υπεροχη*, *γνωμων*, *αξων*, *τομη*, *αποτμημα*),

¹⁴*εκτος* també, però és un adverbi poc freqüent.

¹⁵N.B. Les partícules de nivell estructural més baix (especialment, *αρα*, *γαρ* tendeixen a davallar, mentre que les de nivell superior, especialment *δη*, *ουν* tendeixen a augmentar.

Taula 9.14: Llista dels 10 lemes comuns més freqüents de *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*, tret de l'article i de les lletres denotatives.

<i>Sph. et Cyl.</i>		<i>Con. et Spher.</i>	
lema	%	lema	%
ειμι	6,51%	ειμι	5,31%
προς	5,99%	προς	4,81%
και	5,57%	αυτος	4,09%
κυκλος	3,82%	και	4,00%
δε	3,50%	εχω	3,97%
ισος	3,35%	δε	3,81%
κωνος	2,92%	κωνος	3,27%
επιφανεια	2,85%	ος	2,99%
εχω	2,47%	αξων	2,55%
αρα	2,02%	απο	2,22%

alguns molt destacadament (els 4 darrers). Κορυφη, κωνος, λογος són els més estables.

Verbs També aquesta categoria relativament estable manté la mateixa oposició anterior, tot i que decantada cap al reforçament de la presència verbal. És molt destacable la irrupció de verbs pràcticament inexistents en *Sph. et Cyl.*: ανιστημι, πιπτω, υπερεχω, προστιθημι. D'altres verbs també augmenten considerablement la seva presència: αφαιρεω, εκβαλλω, τεμνω, υποκειμαι, αποτεμνω, απτω, επιψαυω. Per l'altra banda, εκκειμαι pràcticament desapareix, mentre que προερω, διδωμι, δυναμαι, επιζευγνυμι, λειπω, περιλαμβανω, ποιεω, εφαπτω, δει, γιγνομαι, αναγραφω reduïxen sensiblement la seva presència. Entre els que no varien gaire (no més d'un 25%) tenim δεικνυμι, ειμι, εγγραφω, λαμβανω, αποδεικνυμι, φημι, ευρισκω. En alguns casos de sinonímia (per exemple, en l'àmbit de la tangència, εφαπτω, απτω, επιψαυω), s'observa la consolidació d'un dels termes (επιψαυω) en detriment dels altres (εφαπτω, απτω)¹⁶

Taula 9.15: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*

Lema	% <i>Sph. et Cyl.</i>	% <i>Con. et Spher.</i>	%var.
ADJECTIU			
πολυγωνος	1,16	0,02	-7405,2%
κωνικος	0,30	0,02	-1810,4%
τετραπλασιος	0,28	0,02	-1113,0%
μεσος	0,13	0,02	-718,8%

Continua a la pàgina següent

¹⁶Tot i que aquest darrer també incrementa la seva presència, si bé el nombre d'ocurrències és baix (8). N.B. el substantiu lligat a aquest darrer verb (αφη) també augmenta la seva presència. Això mateix també ho observem amb el parell αποτεμνω/αποτιμημα.

Taula 9.15: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.* (cont.).

Lema	% <i>Sph. et Cyl.</i>	% <i>Con. et Spher.</i>	%var.
τριγωνος	0,73	0,09	-688,4%
αρτιογωνιος	0,05	0,01	-536,8%
πολυς	0,05	0,01	-536,8%
κοινος	0,11	0,02	-354,9%
ομοιος	0,35	0,11	-224,9%
ευθυγραμμος	0,23	0,07	-223,5%
συναμφοτερος	0,43	0,14	-208,3%
δυο	0,47	0,22	-107,0%
μειζων	1,61	1,01	-58,3%
ισος	3,35	2,14	-56,6%
φανερως	0,16	0,10	-54,0%
διπλασιος	0,26	0,17	-53,0%
μεγιστος	0,41	0,27	-50,8%
ενος	0,23	0,15	-50,1%
ελασσων	1,73	1,21	-43,5%
παραλληλος	0,30	0,21	-41,5%
διπλασιων	0,11	0,08	-36,5%
καθετος	0,35	0,29	-22,9%
λοιπος	0,17	0,15	-9,2%
τριπλασιος	0,12	0,12	-3,1%
αμφοτερος	0,06	0,06	9,9%
στερεος	0,18	0,22	23,1%
ετερος	0,26	0,36	36,7%
δυνατος	0,16	0,24	54,9%
εκατερος	0,06	0,10	58,8%
δεικτεον	0,09	0,15	60,7%
ημιολιος	0,11	0,20	78,6%
αδυνατος	0,06	0,13	107,6%
δηλος	0,18	0,43	132,5%
ημισυς	0,23	0,57	150,8%
ολος	0,17	0,45	165,6%
ορθος	0,34	0,98	190,8%
πας	0,30	0,91	208,8%
επιπεδος	0,58	1,90	224,5%
πρωτος	0,06	0,30	376,3%
οποιοσουν	0,01	0,04	449,6%
τριτος	0,01	0,09	504,6%
δευτερος	0,01	0,09	559,5%
εκαστος	0,04	0,37	779,4%
τετραγωνος	0,01	1,01	14300,0%
ADVERBI			
τουτεστιν	0,58	0,03	-1764,9%
ουτως	0,86	0,09	-824,9%
αναλογον	0,11	0,02	-582,3%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.15: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.* (cont.).

Lema	% <i>Sph. et Cyl.</i>	% <i>Con. et Spher.</i>	%var.
αιι	0,03	0,02	-81,9%
διχα	0,09	0,08	-18,3%
προτερον	0,16	0,14	-16,2%
παλιν	0,18	0,19	1,5%
ομοιως	0,23	0,25	9,9%
ουκ	0,12	0,29	139,2%
μη	0,10	0,40	308,3%
εκτος	0,01	0,08	999,2%
PARTÍCULA			
ως	1,37	0,24	-472,2%
αρα	2,02	0,36	-453,6%
γαρ	1,11	0,72	-53,6%
και	5,57	4,00	-39,3%
ωστε	0,54	0,40	-35,6%
μεν	1,41	1,10	-28,1%
οτι	0,80	0,67	-19,5%
τε	0,57	0,52	-10,0%
η	0,72	0,70	-3,1%
επει	0,54	0,55	1,4%
αλλα	0,26	0,28	7,0%
δε	3,50	3,81	9,0%
ητοι	0,05	0,07	41,3%
δη	0,80	1,19	48,8%
ουδε	0,07	0,15	108,9%
διοτι	0,03	0,06	119,8%
εαν	0,23	0,57	146,5%
ουν	0,45	1,15	155,9%
ει	0,11	0,42	271,0%
τοιουν	0,01	0,05	669,5%
PREPOSICIÓ			
μεταξυ	0,35	0,06	-468,6%
συν	0,12	0,03	-286,6%
εκ	1,26	0,37	-239,3%
χωρις	0,20	0,09	-119,9%
περι	1,06	0,51	-106,8%
εις	0,35	0,23	-51,6%
προς	5,99	4,81	-24,5%
υπο	1,45	1,46	0,3%
επι	0,87	0,92	5,5%
κατα	0,55	0,61	11,3%
απο	1,84	2,22	20,5%
εν	1,00	2,16	116,0%
δια	0,35	0,88	150,6%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.15: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.* (cont.).

Lema	% <i>Sph. et Cyl.</i>	% <i>Con. et Spher.</i>	%var.
παρα	0,04	0,60	1310,7%
PRONOM			
οσπερ	0,13	0,13	3,8%
ἀλληλοι	0,20	0,26	29,6%
ος	1,85	2,99	61,3%
ουτος	0,56	0,92	65,6%
τις	0,25	0,48	89,3%
αλλος	0,19	0,44	132,1%
αυτος	1,53	4,09	167,5%
SUBSTANTIUM			
περιφερεια	0,34	0,03	-991,7%
πλευρα	0,97	0,09	-946,2%
επιφανεια	2,85	0,51	-456,9%
κυκλος	3,82	0,73	-424,5%
υψος	0,94	0,24	-293,2%
κεντρος	1,44	0,43	-231,4%
γωνια	0,16	0,06	-161,5%
βασις	1,99	0,89	-123,1%
περας	0,16	0,07	-122,4%
μηκος	0,05	0,02	-112,3%
δυναμις	0,10	0,07	-41,5%
κορυφη	0,45	0,46	1,3%
κωνος	2,92	3,27	12,0%
λογος	1,50	1,84	22,3%
διαμετρος	0,94	1,29	37,0%
ημικυκλιος	0,03	0,04	37,4%
τμημα	1,60	2,22	38,5%
ευθεια	0,45	0,65	44,3%
σχῆμα	1,04	1,53	47,1%
μεγεθος	0,18	0,36	98,7%
σημειον	0,28	0,57	100,6%
χωριον	0,31	0,70	124,8%
κυλινδρος	0,70	1,70	144,3%
αφη	0,04	0,11	207,8%
γραμμη	0,06	0,21	271,0%
ειδος	0,01	0,09	504,6%
πληθος	0,03	0,18	532,1%
υπεροχη	0,01	0,08	999,2%
γνωμων	0,01	0,22	1493,9%
αξων	0,09	2,55	2681,9%
τομη	0,06	1,94	2965,6%
αποτμημα	0,01	0,31	4296,9%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.15: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.* (cont.).

Lema	% <i>Sph. et Cyl.</i>	% <i>Con. et Spher.</i>	%var.
VERB			
εκκειμαι	0,11	0,01	-1355,6%
προερω	0,05	0,01	-536,8%
διδωμι	0,54	0,11	-400,3%
δυναμαι	0,25	0,05	-354,9%
επιζευγνυμι	0,42	0,09	-354,9%
λειπω	0,06	0,02	-309,4%
περιλαμβανω	0,11	0,03	-241,1%
ποιεω	0,18	0,07	-152,7%
εφαπτω	0,06	0,02	-142,6%
δει	0,12	0,05	-120,9%
γιγνομαι	0,22	0,11	-101,4%
αναγραφω	0,09	0,05	-97,1%
ερω	0,41	0,22	-81,9%
περιγραφω	1,26	0,71	-77,0%
γραφω	0,05	0,03	-59,2%
κειμαι	0,10	0,06	-59,2%
νοεω	0,17	0,11	-56,0%
λεγω	0,24	0,19	-28,9%
διαρεω	0,08	0,06	-25,1%
δεικνυμι	0,48	0,39	-23,7%
ειμι	6,51	5,31	-22,7%
εγγραφω	1,30	1,08	-20,2%
λαμβανω	0,15	0,12	-19,4%
αποδεικνυμι	0,02	0,02	9,9%
φημι	0,02	0,02	9,9%
ευρισκω	0,11	0,13	24,6%
διαγω	0,03	0,04	37,4%
συμπιπτω	0,02	0,03	46,6%
εχω	2,47	3,97	60,7%
περιεχω	0,48	0,82	71,4%
συγκειμαι	0,14	0,26	81,4%
κατεσκευαζω	0,02	0,04	83,2%
αγω	0,47	0,88	87,0%
αφαιρεω	0,11	0,22	105,2%
εχβαλλω	0,06	0,12	106,1%
τεμνω	0,34	0,88	158,8%
υποκειμαι	0,04	0,12	229,8%
αποτεμνω	0,09	0,34	272,0%
απτω	0,01	0,06	339,7%
επιψαυω	0,08	0,46	489,6%
προστιθημι	0,01	0,11	1438,9%
υπερεχω	0,03	0,44	1466,4%
πιπτω	0,01	0,14	1878,6%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.15: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.* (cont.).

Lema	% <i>Sph. et Cyl.</i>	% <i>Con. et Spher.</i>	%var.
ανιστημι	0,01	0,27	3747,3%

9.2 *Elementa* d'Euclides

És molt probable que *El.* d'Euclides hagi jugat un paper decisiu en la estandardització dels textos matemàtics grecs. De fet, es tracta del text canònic, en contingut i forma, d'aquesta matèria, i així ja fou reconegut en l'antiguitat. Per tant, després d'estudiar la relació entre els *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*, passem a comparar *El.* i *Sph. et Cyl.*

9.2.1 Lemes, formes i ocurrences

El. d'Euclides¹⁷ contenen 152655 ocurrences que corresponen a 479 lemes diferents (sense les lletres denotatives, 29026 ocurrences, serien 123169 ocurrences). El percentatge d'articles és inferior que en les obres d'Arquimedes estudiades, un 21,78%. En canvi, la proporció de lletres denotatives és força superior, un 19,01%. També en tercer lloc, com passa amb les obres arquimedianes, trobem el verb εἰμι amb un percentatge superior (5,10%). A partir d'aquesta posició ja no hi ha coincidències remarcables: només και, προς, δε, απο entre les més freqüents mantenen una posició i percentatges paral·lels. La taula 9.16 conté els deu lemes més freqüents de *El.*

Taula 9.16: Nombre d'ocurrences i percentatge dels deu lemes més freqüents dels *El.*

Lema	oc.	%
ο	33244	21,78%
Α	29026	19,01%
εἰμι	7791	5,10%
και	6294	4,12%
προς	3796	2,49%
αφα	3778	2,47%
ισος	3206	2,10%
δε	2482	1,63%
υπο	2465	1,61%
απο	2439	1,60%

La concentració de les ocurrences és encara més gran que en les obres arquimedianes, ja que només els set primers lemes superen, cadascun, el 2% de les

¹⁷Considerarem el corpus de *El.* amb els tretze primers llibres, sense les demostracions alternatives ni la recensió teonina.

Taula 9.17: Nombre d'ocurrències i percentatge dels deu lemes més freqüents a les proposicions d'*El*.

Lema	Ocurrències	Percentatge
ο	32896	21,87%
α	29016	19,29%
ειμι	7666	5,10%
και	6223	4,14%
αφα	3778	2,51%
προς	3753	2,50%
ισος	3156	2,10%
υπο	2429	1,62%
απο	2426	1,61%
δε	2404	1,60%

ocurrències, i a partir del onzè no n'hi ha cap que superi l'1%. A més, hi ha una absència destacable de substantius i, especialment, de verbs en els primers llocs, tots per sota de l'1%; després d'ειμι, entre les 50 primers lemes només trobem μετρεω (26), δεικνυμι (31), εχω (34), ποιω (40), λεγω (42), δει (43), mentre que entre els vint primers lemes, només hi ha dos substantius, γωνια, αριθμος. En canvi, és molt destacable que entre els vint primers lemes hi hagi sis conjuncions: και, αφα, δε, ως, επει, γαρ; especialment destacable és αφα, si ho comparem amb les obres arquimedianes, especialment *Con. et Spher.*, no tant amb *Sph. et Cyl.* També tres preposicions ocupen un lloc destacat, entre els deu primers lemes, προς, υπο, απο. En l'altre extrem, hi ha només 63 *hápax*, un 13,15% del total de lemes, inferior en més de cinc punts a *Con. et Spher.*, i menys de la meitat que *Sph. et Cyl.*

Centrant-nos, ara, exclusivament, en les proposicions de tots dos corpus, observem que *El*. el conformen 150395 ocurrències, distribuïdes en 3105 formes corresponents a 451 lemes. De nou, l'article és el lema més freqüent, tot i que en aquest cas hi ha una diferència més gran (vegeu la taula 9.17): 24,42%/21,87%. També les lletres denotatives tenen un paper molt destacat, més encara que en *Sph. et Cyl.* (14,29%/19,29%). Destaca també el fet que el verb ειμι, tot i la tercera posició, supera àmpliament el percentatge que té en *Sph. et Cyl.* (3,73%/5,1%). και ocupa una posició també més destacada en *El.*, i especialment αφα, que passa de la posició 12 a la 5, i més que dobla el seu percentatge. En canvi, προς, δε tenen caigudes importants en percentatge. Finalment, la densitat del vocabulari és molt més gran que en els corpus arquimedians: 333,5.

Entre els 10 lemes amb més formes (tret de les lletres denotatives), hi ha 10 verbs (cosa ben natural, d'altra banda). Només αυτος, ελασσων entren en aquesta llista tot i no ser verbs (vegeu la taula 9.18). Aquestes dades no es diferencien molt del que hem trobat en *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.* (vegeu la taula 9.3 de la pàgina 162), tot i que potser reforça la varietat de formes verbals.

Taula 9.18: Lemes amb més formes d'*El.*

Lema	formes
ειμι	39
τεμνω	37
αυτος	29
ελασσων	29
ποιεω	28
εχω	26
γιγνομαι	25
μετρεω	22
επιζευγνυμι	22
διαιρεω	22

9.2.2 Diferències lèxiques

El. té bastants més lemes adjectivals que nominals (molt semblant al que passa en *Con. et Spher.*), a diferència de *Sph. et Cyl.*, que té un nombre molt semblant d'ambdós tipus. Aquesta és, potser, la característica més destacable dels lemes d'*El.* (vegeu la taula 9.19). Pel que fa a les ocurrencies destaca un fet: els percentatges de *Sph. et Cyl.* són més propers als d'*El.*, que els de *Con. et Spher.*, en totes les categories tret dels adjectius (vegeu les taules 9.4 i 9.5 de la pàgina 162): *Con. et Spher.* té un 12,1% menys d'adjectius que *El.*, mentre que *Sph. et Cyl.* un 23,8%. En canvi, *Sph. et Cyl.* té un 38% menys d'adverbis, mentre que *Con. et Spher.* un 60%; *Sph. et Cyl.* té un 26% menys de lletres denotatives, mentre que *Con. et Spher.* en té un 49%; *Sph. et Cyl.* en té un 13% menys de partícules que *El.*, mentre que *Con. et Spher.* en té un 23%; *Sph. et Cyl.* té un 5% menys de pronoms, mentre que *Con. et Spher.* en té gairebé el doble de més. La diferència de percentatges en l'article (un 15% menys), preposicions (un 10% més), substantius (més del doble) i verbs (pràcticament, els mateixos) és equivalent per *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*

Destaca, especialment, l'ús dels pronoms, molt semblant en *Sph. et Cyl.* i *El.* En canvi, el pronom més freqüent és *αυτος*, destacadament, tant en *El.* com en *Con. et Spher.*, mentre que en *Sph. et Cyl.* és el relatiu *ος* el més usat, encara que a poca distància d'*αυτος*.

És important remarcar que *El.* i *Sph. et Cyl.* comparteixen 259 lemes (vegeu la taula 9.20). En canvi, *Sph. et Cyl.* té 53 lemes exclusius (un 17%, però només un 1,2% de les ocurrencies), i *El.* té 192 lemes exclusius (un 42,6% però només un 5,1% de les ocurrencies).

Lemes exclusius

Tant en el cas d'*El.* com de *Sph. et Cyl.*, adjectius i substantius concentren més del 80% d'ocurrencies dels lemes exclusius (poc més del 50% de lemes, en ambdós casos). En el cas d'*El.* hi ha també moltes ocurrencies verbals (11,6%) i uns quants

Taula 9.19: Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies en les proposicions de *El*.

	l	%	o	%	o/l
adjectiu	121	26,83%	18987	12,6%	156,9
adverbi	53	11,75%	4029	2,7%	76,0
article	1	0,22%	32896	21,9%	32896,0
lletra	1	0,22%	29016	19,3%	29016,0
partícula	32	7,10%	20512	13,6%	641,0
preposició	19	4,21%	12105	8,0%	637,1
pronom	16	3,55%	4375	2,9%	273,4
substantiu	75	16,63%	11206	7,5%	149,4
verb	133	29,49%	17269	11,5%	129,8
TOTAL	451	100,00%	150395	100,0%	333,5

Taula 9.20: Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies comuns/exclusius de *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*

	<i>El.</i>			<i>Sph. et Cyl.</i>		
	comuns	exclusius	TOTAL	comuns	exclusius	TOTAL
l	259	192	451	259	53	312
%	57,4%	42,6%	100,0%	83,0%	17,0%	100,0%
o	142670	7725	150395	24438	302	24740
%	94,9%	5,1%	100,0%	98,8%	1,2%	100,0%
o/l	550,8	40,2	333,5	94,4	5,7	79,3

Taula 9.21: Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies exclusives en les proposicions de *Sph. et Cyl.*

	l	%	o	%	o/l
adjectiu	65	33,9%	3945	51,1%	60,7
adverbi	30	15,6%	475	6,1%	15,8
partícula	5	2,6%	20	0,3%	4,0
preposició	2	1,0%	21	0,3%	10,5
substantiu	30	15,6%	2371	30,7%	79,0
verb	60	31,3%	893	11,6%	14,9
TOTAL	192	100,0%	7725	100,0%	40,2

Taula 9.22: Nombre i percentatge de lemes i ocurrencies exclusives en les proposicions de *El.*

	l	%	o	%	o/l
adjectiu	7	13,2%	67	22,2%	9,6
adverbi	7	13,2%	7	2,3%	1,0
partícula	5	9,4%	22	7,3%	4,4
pronom	2	3,8%	3	1,0%	1,5
substantiu	21	39,6%	179	59,3%	8,5
verb	11	20,8%	24	7,9%	2,2
TOTAL	53	100,0%	302	100,0%	5,7

adverbis (6,1%), amb un nombre gran de lemes, en cada cas (percentualment, el triple que d'ocurrencies). En canvi, *Sph. et Cyl.* destaca pel nombre de partícules i pel nombre d'ocurrencies.¹⁸ Aquestes dades es troben en les taules 9.21 i 9.22

Entre els lemes exclusius d'*El.* (vegeu la taula 9.23) destaquen, és clar, substantius i adjectius, especialment αριθμος, ρητος, συμμετρος, ασυμμετρος, amb més de 500 ocurrencies cadascun. De les altres categories, destaquen l'adverbi ισαχικς (218), i el verb παραβαλλω (156).¹⁹ Entre els lemes exclusius de *Sph. et Cyl.*, com hem dit, també destaquen substantius i adjectius, especialment: τομευς, κωνικος, ρομβος, περιμετρος per damunt de les 20 ocurrencies. Entre els que no pertanyen a aquestes categories només επιψαω supera les 10 ocurrencies.

9.2.3 Lemes comuns

Cal ara centrar-se en el nucli comú a *El.* i *Sph. et Cyl.* Els 259 lemes comuns representen el 57,4% de lemes d'*El.*, mentre que és el 83% dels de *Sph. et Cyl.* (94,9% d'ocurrencies/98,8%, respectivament). Els lemes més abundants són

¹⁸En gran part coincideixen amb les partícules exclusives de *Sph. et Cyl.* respecte de *Con. et Spher.*: επειδη (8), οπως (6), διοτι (4), καθως (3), ουκουν

¹⁹καλεω (81) també és important, però *Sph. et Cyl.* també conté aquest verb en la introducció, concretament, en les definicions i assumpcions.

Taula 9.23: Nombre d'ocurrències dels lemes exclusius més freqüents (més de 5 i de 50 ocurrències, respectivament) de *Sph. et Cyl.* i *El.*

<i>El.</i>		<i>Sph. et Cyl.</i>	
oc.	lema	oc.	lema
	ADJECTIU		ADJECTIU
831	ρητος	42	κωνικος
722	συμμετρος	10	κυλινδρικος
512	ασυμμετρος	7	αρτιογωνιος
246	μονος		PARTÍCULA
178	πολλαπλασιος	8	επειδη
148	ορθογωνιος	6	οπως
132	αλογος		SUBSTANTIUM
96	ακρος	49	τομευς
91	πενταγωνος	34	ρομβος
86	διπλος	25	περιμετρος
79	παραλληλεπιπεδος	17	ημισφαιρον
69	ομολογος	16	περιλειμμα
69	περισσος	8	προβλημα
57	εκτος2	6	τετρας
55	πεμπτος		VERB
	ADVERBI	11	επιψαυω
218	ισακισ		
69	εντος		
	SUBSTANTIUM		
939	αριθμος		
344	μερος		
259	μονας		
217	αποτομη		
197	ονομα		
108	πλατος		
59	μετρον		
	VERB		
156	παραβαλλω		
81	καλεω		

els verbs (73/28,2%), adjectius (56/21,6%), substantius (45/17,4%) i partícules (27/10,4%). La taula 9.24 mostra el nombre i el percentatge de lemes i ocurrencies comunes per categories, així com el desglossament per corpus. En podem destacar alguns fets:

- En general, en moltes categories (adjectiu, adverbi, lletres denotatives, partícules), el percentatge d'ocurrencies en *Sph. et Cyl.* és sensiblement inferior al d'*El.* Només en els substantius és clarament superior.²⁰
- El percentatge de substantius comuns de *Sph. et Cyl.* gairebé multiplica per 2,5 el d'*El.* En canvi, el de lletres denotatives es redueix gairebé en un 30%. Fixem-nos que la suma de tots dos percentatges en cadascuna de les obres és més semblant (26%/29%). Podria deduir-se que l'expressió en *El.* tendeix a la braquilogia, molt més que *Sph. et Cyl.*
- L'ús de l'adverbi és considerablement inferior en *Sph. et Cyl.* (en un 33%). També l'ús de partícules es redueix sensiblement (en un 17%).

Estudiarem, ara, més detalladament aquests fets, comparant les dades pels lemes de cada categoria, deixant de banda les lletres denotatives i l'article, per evitar biaixos. En la taula 9.25 hi ha la llista dels 10 lemes comuns més freqüents de cada obra. Només coincideixen en el primer, $\epsilon\iota\mu\iota$, tot i que els percentatges difereixen considerablement (9,49%/6,22%). Καί , προς , ισος , $\delta\epsilon$ tenen percentatges similars, encara que ocupen posicions diferents. En canvi, en *El.*, $\alpha\phi\alpha$ més que duplica l'ús que se'n fa en *Sph. et Cyl.*, i el mateix passa amb la preposició $\upsilon\pi\omicron$. D'altra banda, la freqüència del verb $\epsilon\chi\omega$ és la tercera part que en *Sph. et Cyl.*

²⁰Eliminant lletres denotatives i article, encara se subratlla més aquesta dicotomia

Taula 9.24: Lemes i ocurrències comunes de *El.* i *Sph. et Cyl.*, i la seva variació percentual (var.).

	<i>El.</i>		<i>Sph. et Cyl.</i>				var.		
	I	%	O	%	O/I	%			
adjectiu	56	21,6%	15042	10,5%	268,6	2312	9,5%	41,3	-10,3%
adverbi	23	8,9%	3554	2,5%	154,5	404	1,7%	17,6	-33,6%
article	1	0,4%	32896	23,1%	32896,0	6042	24,7%	6042,0	7,2%
lletra	1	0,4%	29016	20,3%	29016,0	3535	14,5%	3535,0	-28,9%
partícula	27	10,4%	20492	14,4%	759,0	2925	12,0%	108,3	-16,7%
preposició	17	6,6%	12084	8,5%	710,8	2218	9,1%	130,5	7,2%
pronom	16	6,2%	4375	3,1%	273,4	681	2,8%	42,6	-9,1%
substantiu	45	17,4%	8835	6,2%	196,3	3725	15,2%	82,8	146,1%
verb	73	28,2%	16376	11,5%	224,3	2596	10,6%	35,6	-7,5%
TOTAL	259	100,0%	142670	100,0%	550,8	24438	100,0%	94,4	

Taula 9.25: Llista dels 10 lemes comuns més freqüents de *El.* i *Sph. et Cyl.*, eliminant l'article i les lletres denotatives.

<i>El.</i>		<i>Sph. et Cyl.</i>	
lema	%	lema	%
ειμι	9,49%	ειμι	6,22%
και	7,71%	προς	5,72%
αρα	4,68%	και	5,32%
προς	4,65%	κυκλος	3,65%
ισος	3,91%	δε	3,34%
υπο	3,01%	ισος	3,20%
απο	3,00%	κωνος	2,79%
δε	2,98%	επιφανεια	2,72%
αυτος	2,07%	εχω	2,36%
ως	1,51%	αρα	1,92%

Per categories, podem fer aquesta breu descripció de l'estabilitat dels lemes (vegeu la taula 9.26):

Adjectius L'adjectiu més estable és *ομοιος*, gairebé amb el mateix percentatge, però també *ισος*, *παρλληλος*, *ομοιος*, *ισοπλευρος*, *επιπεδος*, *αμφοτερος*, *ημισυς*, *διπλασιων* tenen una estabilitat important (l'índex d'inestabilitat no supera el 25%). Presenten més inestabilitat: positiva, *μειζων*,²¹ *δυνατος*, *ανισος*, *φανερως*; negativa, *ενος*, *τριγωνος*, *τριπλασιος*. Hi ha 48 lemes que presenten una inestabilitat superior al 100%; els més destacats són (amb més del 500%): positivament, *συναμφοτερος*, *ημιολιος*, *πολυγωνος*, *ισοσκελης*, *δηλος*, *ι*, negativament, *τετραγωνος*, *τεταρτος*, *τρεις*, *αρτιος*, *δευτερος*, *ισογωνιος*, *τριτος*, *εκατερος*, *πρωτος*, *τεσσαρες*, *μεσος*. Cal destacar, en aquest segon grup, els adjectius numerals.

Adverbis La davallada generalitzada d'aquesta categoria només té dues excepcions destacables: *τουτεστιν*, *προτερον*. *Αναπαλιν* també té una lleuger augment. Molt estables són *ετι*, *τετρακις*, *ομοιως*, *εναλλαξ*. Entre els adverbis que destaquen per la reducció del seu percentatge trobem: *εξης*, *δισ*, *εκτος*, *αναλογον*, *ουκ*, *απεναντιον*, *συνεχες*.²²

Partícules Només tenen augments molt destacables partícules de coordinació: *τε*, *ηπερ*, *η*, tot i que n'hi ha que tenen una davallada considerable: *αλλα*, *ητοι*, *ουδε*. Les conjuncions de subordinació tenen un descens considerable, tret de *ωστε*. Finalment, la típica partícula conclusiva (*αρα*) dels textos matemàtics té una davallada molt important.²³

Preposicions Les preposicions destacades de *Sph. et Cyl.* i que apareixen en *El.* de forma molt més esporàdica són: *χωρις*, *συν*, *μεταξυ*, *περι*. *Εχ* augmenta

²¹N.B. *ελασσων* encara és més inestable, i en el mateix sentit positiu.

²²Cal fixar-se que el primer i el darrer acostumen a trobar-se en expressions de tipus procedural, i no pròpiament demostratives.

²³Compensada, lleugerament, per l'augment de *ωστε*, que, en alguns casos, té un paper similar.

considerablement la seva presència. En canvi, *παρα*, *προ*, *υπο* tenen una davallada molt important (els dos primers pràcticament desapareixen). Les preposicions més estables són *κατα*, *εις*, *επι*.

Pronoms Només *ουτος*, *ος* tenen un augment molt considerable en l'ús. En canvi, el pronom més usat en *El.*, *αυτος*, té una caiguda molt important. Hi ha pronoms que pràcticament desapareixen (*εαυτου*, *τοσουτος*, *οσος*, *εκεινος*, *τοσαυταπλασιος*) mentre que d'altres tenen una davallada molt considerable (*οσπερ*, *αλληλους*). L'indefinit *τις* també rebaixa considerablement la seva presència. Només *αλλος* manté una estabilitat molt gran.

Substantius Evidentment, l'ús molt més freqüent de substantius en *Sph. et Cyl.* no es compleix en tots els casos. La diversa temàtica de les obres motiva en molts casos aquestes diferències. Així, es potencien substantius relacionats amb la temàtica concreta, especialment, de *Sph. et Cyl.*: *επιφανεια*, *σχημα*, *κωνος*, *περας*, *σφαιρα*, *τμημα*, *κυλινδρος*. En canvi, *γωνια*, *κυβος*, *γωνιων*, *πληθος* cauen substancialment. Però la temàtica no és l'única clau per a explicar les variacions: *Sph. et Cyl.* prefereix *αφη* a *επαφη*, i *σχημα* a *ειδος*; també redueix dràsticament l'ús del llenguatge de les potències (*δυναμεις*, *μηκος*). Finalment, pocs són els termes importants que tenen una variació menor del 25%: *πρισμα*, *τομη*, *μεγεθος*.

Verbs Com en el cas anterior, la temàtica marca la variació de l'estabilitat dels verbs. Així, es potencien *περιγραφω*, *εγγραφω*, *φερω*, *περιλαμβανω*, mentre que davallen *πολλαπλασιαζω*, *μετρω*, *εμπιπτω*, *διαγω*. Hi ha molts verbs, que no tenen massa a veure ni amb la temàtica ni amb les tècniques aplicades, però que en canvi sofreixen una variació considerable. Negativament: *τυγχανω*, *δει*, *ποιεω*, *προσκειμαι*; positivament: *νοεω*, *ερω*, *προδεικνυμι*, *εχω*. En alguns casos, s'intueixen preferències lèxiques: *δυναμαι* davalla considerablement, tal com passa amb el corresponent substantiu. Finalment, verbs freqüents que mantenen la seva posició són: *αντιπασχω*, *συντιθημι*, *ευρισκω*, *επιζευγνυμι*, *αναγραφω*, *λαμβανω*.

Taula 9.26: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *El.* i *Sph. et Cyl.*, i amb una suma de freqüències superior a les 10 ocurrences.

Lema	%El.	%Sph. et Cyl.	%var.
ADJECTIU			
τετραγωνος	1,12%	0,01%	-16591%
τεταρτος	0,18%	0,01%	-2587%
τρεις	0,13%	0,01%	-1869%
αρτιος	0,10%	0,01%	-1317%
δευτερος	0,19%	0,01%	-1289%
ισογωνιος	0,16%	0,01%	-1069%
τριτος	0,14%	0,01%	-977%
εκατερος	0,63%	0,06%	-935%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.26: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *El.* i *Sph. et Cyl.*, i amb una suma de freqüències superior a les 10 ocurrences (cont.).

Lema	% <i>El.</i>	% <i>Sph. et Cyl.</i>	%var.
πρωτος	0,55%	0,06%	-816%
τεσσαρες	0,11%	0,01%	-710%
μεσος	0,91%	0,12%	-653%
ισουψος	0,03%	0,01%	-323%
λοιπος	0,58%	0,16%	-257%
ολος	0,52%	0,16%	-219%
στερεος	0,51%	0,17%	-202%
δυο	1,33%	0,44%	-199%
εκαστος	0,12%	0,04%	-188%
κοινος	0,25%	0,10%	-150%
ατοπος	0,03%	0,01%	-148%
ορθος	0,75%	0,32%	-133%
αδυνατος	0,13%	0,06%	-115%
οποιοσουν	0,01%	0,01%	-102%
ενος	0,33%	0,22%	-50%
τριγωνος	1,03%	0,70%	-48%
τριπλασιος	0,15%	0,11%	-28%
ισος	3,91%	3,20%	-22%
παραλληλος	0,34%	0,28%	-20%
ομοιος	0,33%	0,34%	1%
ισοπλευρος	0,13%	0,13%	7%
επιπεδος	0,51%	0,56%	10%
αμφοτερος	0,05%	0,05%	17%
ημισυς	0,18%	0,22%	18%
διπλασιων	0,08%	0,10%	20%
μειζων	1,12%	1,53%	37%
δυνατος	0,10%	0,15%	46%
ανισος	0,09%	0,15%	66%
φανερως	0,08%	0,15%	96%
πας	0,14%	0,28%	104%
ελασσων	0,78%	1,66%	113%
ευθυγραμμος	0,10%	0,22%	117%
διπλασιος	0,11%	0,25%	119%
πολυς	0,02%	0,05%	138%
ετερος	0,10%	0,25%	158%
καθετος	0,10%	0,34%	231%
δεικτεον	0,02%	0,09%	253%
μεγιστος	0,09%	0,39%	338%
τετραπλασιος	0,05%	0,27%	472%
συναμφοτερος	0,06%	0,41%	563%
ημιολιος	0,01%	0,11%	690%
πολυγωνος	0,12%	1,11%	854%
ισοσκελης	0,01%	0,17%	1918%
δηλος	0,00%	0,17%	3432%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.26: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *El.* i *Sph. et Cyl.*, i amb una suma de freqüències superior a les 10 ocurrences (cont.).

Lema	% <i>El.</i>	% <i>Sph. et Cyl.</i>	%var.
ADVERBI			
εξης	0,14%	0,01%	-2053%
δισ	0,25%	0,01%	-1777%
εκτος	0,08%	0,01%	-1133%
αναλογον	0,48%	0,10%	-376%
ουκ	0,45%	0,11%	-297%
απεναντιον	0,12%	0,03%	-257%
συνεχες	0,04%	0,01%	-204%
μη	0,26%	0,09%	-173%
τρις	0,09%	0,03%	-165%
διχα	0,18%	0,09%	-111%
ουτως	1,28%	0,82%	-56%
αι	0,04%	0,03%	-43%
παλιν	0,25%	0,17%	-42%
εναλλαξ	0,11%	0,10%	-10%
ομοιως	0,24%	0,22%	-10%
ετι	0,11%	0,11%	1%
τετρακις	0,01%	0,01%	9%
αναπαλιν	0,02%	0,03%	36%
προτερον	0,07%	0,15%	119%
τουτεστιν	0,15%	0,55%	265%
PARTÍCULA			
μην	0,05%	0,01%	-581%
οταν	0,02%	0,01%	-268%
ει	0,38%	0,11%	-252%
επειδηπερ	0,05%	0,01%	-250%
εαν	0,64%	0,22%	-189%
επει	1,32%	0,52%	-156%
αρα	4,68%	1,92%	-143%
αλλα	0,54%	0,25%	-119%
ητοι	0,10%	0,05%	-110%
ουδε	0,13%	0,07%	-101%
και	7,71%	5,32%	-45%
οτι	0,99%	0,76%	-30%
ως	1,51%	1,31%	-15%
δη	0,87%	0,76%	-14%
γαρ	1,19%	1,06%	-13%
δε	2,98%	3,34%	12%
μεν	1,10%	1,35%	22%
ωστε	0,36%	0,51%	42%
ουν	0,29%	0,43%	47%
η	0,28%	0,69%	149%
ηπερ	0,13%	0,39%	195%
τε	0,03%	0,55%	1996%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.26: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *El.* i *Sph. et Cyl.*, i amb una suma de freqüències superior a les 10 ocurrences (cont.).

Lema	%El.	%Sph. et Cyl.	%var.
PREPOSICIÓ			
παρα	0,27%	0,04%	-578%
προ	0,03%	0,01%	-286%
υπο	3,01%	1,39%	-117%
εως	0,01%	0,01%	-84%
απο	3,00%	1,76%	-71%
δια	0,54%	0,34%	-60%
μετα	0,20%	0,16%	-26%
εις	0,39%	0,34%	-15%
κατα	0,54%	0,52%	-3%
επι	0,71%	0,83%	17%
προς	4,65%	5,72%	23%
εν	0,70%	0,96%	36%
εκ	0,67%	1,20%	79%
περι	0,17%	1,01%	491%
μεταξυ	0,05%	0,34%	547%
συν	0,00%	0,11%	2210%
χωρις	0,01%	0,20%	2527%
PRONOM			
εαυτου	0,28%	0,01%	-1998%
τοσουτος	0,07%	0,01%	-931%
οσος	0,05%	0,01%	-691%
οσπερ	0,79%	0,12%	-550%
εκεινος	0,03%	0,01%	-360%
τοσαυταπλασιος	0,03%	0,01%	-286%
αλληλοι	0,53%	0,19%	-180%
τις	0,43%	0,24%	-76%
αυτος	2,07%	1,46%	-42%
αλλος	0,17%	0,18%	5%
ος	0,85%	1,77%	108%
ουτος	0,09%	0,53%	465%
SUBSTANTIU			
μηκος	0,51%	0,05%	-973%
γωνια	1,29%	0,15%	-733%
ειδος	0,08%	0,01%	-480%
κυβος	0,20%	0,04%	-391%
δυναμις	0,41%	0,09%	-334%
γνωμων	0,06%	0,01%	-332%
πληθος	0,11%	0,03%	-300%
υπεροχη	0,02%	0,01%	-231%
ευθεια	1,22%	0,43%	-184%
ημικυκλιος	0,07%	0,03%	-153%
σημειον	0,57%	0,27%	-112%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.26: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *El.* i *Sph. et Cyl.*, i amb una suma de freqüències superior a les 10 ocurrences (cont.).

Lema	%El.	%Sph. et Cyl.	%var.
αναλογια	0,01%	0,01%	-102%
επαφη	0,01%	0,01%	-84%
πυραμις	0,35%	0,22%	-60%
γραμμη	0,07%	0,05%	-36%
παραλληλογραμμος	0,39%	0,29%	-35%
μεγεθος	0,20%	0,17%	-15%
παραπληρωμα	0,01%	0,01%	-10%
πρισμα	0,12%	0,12%	-1%
τομη	0,06%	0,06%	9%
περιφερεια	0,22%	0,32%	47%
λημμα	0,02%	0,03%	51%
πλευρα	0,60%	0,93%	54%
αζων	0,06%	0,09%	57%
χωριον	0,18%	0,30%	65%
λογος	0,72%	1,43%	100%
βασισ	0,90%	1,90%	111%
αφη	0,01%	0,03%	126%
κορυφη	0,11%	0,43%	282%
κυλινδρος	0,16%	0,67%	314%
υψος	0,21%	0,90%	326%
κεντρος	0,30%	1,37%	351%
κυκλος	0,81%	3,65%	351%
διαμετρος	0,19%	0,90%	367%
τιμημα	0,25%	1,53%	508%
σφαιρα	0,18%	1,81%	901%
περας	0,01%	0,15%	1096%
κωνος	0,16%	2,79%	1604%
σχημα	0,04%	1,00%	2413%
επιφανεια	0,01%	2,72%	18195%
VERB			
πολλαπλασιαζω	0,31%	0,01%	-4574%
μετρεω	0,95%	0,06%	-1474%
ανιστημι	0,07%	0,01%	-875%
τυγχανω	0,12%	0,01%	-802%
επιπτω	0,11%	0,01%	-682%
εφιστημι	0,05%	0,01%	-599%
πιπτω	0,04%	0,01%	-562%
δει	0,68%	0,11%	-499%
υποκειμαι	0,17%	0,03%	-397%
υπερεχω	0,12%	0,03%	-360%
ποιεω	0,73%	0,17%	-335%
αναστρεφω	0,03%	0,01%	-286%
απτω	0,05%	0,01%	-259%
προσκειμαι	0,07%	0,02%	-256%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.26: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *El.* i *Sph. et Cyl.*, i amb una suma de freqüències superior a les 10 ocurrences (cont.).

Lema	%El.	%Sph. et Cyl.	%var.
απολαμβάνω	0,02%	0,01%	-213%
λέγω	0,68%	0,23%	-199%
συνιστήμι	0,07%	0,03%	-162%
διαγω	0,07%	0,03%	-158%
διαιρέω	0,17%	0,07%	-128%
επιτάσσω	0,01%	0,01%	-121%
λείπω	0,13%	0,06%	-111%
εφαπτώ	0,11%	0,05%	-105%
συμπίπτω	0,04%	0,02%	-102%
κατεσκευάζω	0,04%	0,02%	-96%
δείκνυμι	0,89%	0,46%	-94%
συναπτω	0,07%	0,04%	-84%
εκκεῖμαι	0,18%	0,11%	-71%
δυναμαι	0,40%	0,24%	-69%
αφαιρέω	0,16%	0,10%	-63%
συμβάλλω	0,02%	0,01%	-56%
εἶμι	9,49%	6,22%	-53%
κεῖμαι	0,14%	0,09%	-52%
εχβάλλω	0,08%	0,05%	-47%
συγκεῖμαι	0,20%	0,13%	-45%
γράφω	0,07%	0,05%	-45%
υποτείνω	0,08%	0,06%	-37%
περιφέρω	0,09%	0,07%	-36%
τεμνω	0,44%	0,32%	-36%
λαμβάνω	0,16%	0,14%	-16%
αναγράφω	0,10%	0,09%	-10%
καταλείπω	0,01%	0,01%	-1%
αντιπασχω	0,06%	0,06%	2%
συντιθῆμι	0,09%	0,09%	10%
ευρίσκω	0,09%	0,10%	15%
επιζευγνυμι	0,34%	0,40%	20%
δίδωμι	0,39%	0,52%	35%
περιεχω	0,31%	0,46%	45%
γιγνομαι	0,13%	0,21%	55%
προκεῖμαι	0,02%	0,03%	67%
αγω	0,26%	0,45%	73%
προερω	0,02%	0,05%	138%
εχω	0,81%	2,36%	193%
περιλαμβάνω	0,03%	0,10%	254%
προδείκνυμι	0,01%	0,03%	288%
μενω	0,01%	0,05%	769%
ερω	0,04%	0,39%	855%
εγγράφω	0,10%	1,24%	1141%
νοεω	0,01%	0,16%	1204%
αποτεμνω	0,01%	0,09%	1313%

Continua a la pàgina següent

Taula 9.26: Estabilitat en el percentatge dels lemes comuns a *El.* i *Sph. et Cyl.*, i amb una suma de freqüències superior a les 10 ocurrences (cont.).

Lema	% <i>El.</i>	% <i>Sph. et Cyl.</i>	%var.
φερω	0,00%	0,09%	1802%
περιγραφω	0,06%	1,20%	1845%

La figura 9.1 mostra les gràfiques dels percentatges de cadascun dels lemes de les obres comparades: *El.*, *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.* Els lemes han estat ordenats de percentatge major a menor, i s'ha normalitzat l'eix X, de manera que per a tots tres corpus la funció corresponent prengui el domini en l'interval $[0, 1]$.

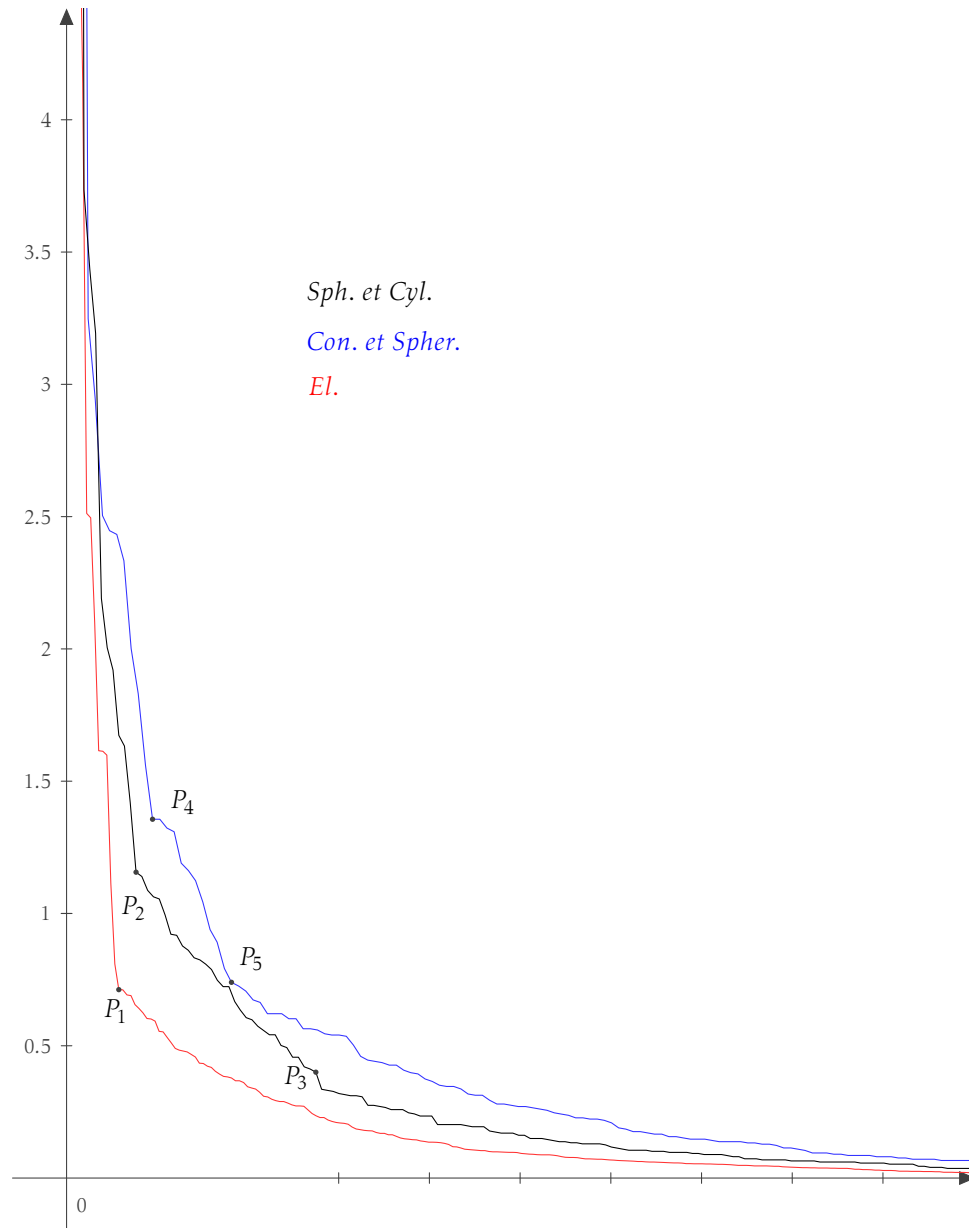
En la corba d'*El.* s'observa que fins a P_1 (és a dir, en els 12 lemes més freqüents) la caiguda del percentatge és considerable d'un lema al següent; a partir d'aquest punt (amb un percentatge del 0,71%), la caiguda del percentatge d'un lema al següent és mínim i summament regular. En la corba de *Sph. et Cyl.*, fins al punt P_2 (és a dir, també en els 12 primers lemes), la davallada del percentatge és molt gran d'un lema al següent; a partir d'aquest punt (amb un percentatge de l'1,15%), la caiguda del percentatge gairebé roman estable fins a P_3 (lema 41), però de manera més suau. A partir d'aquí, i llevat d'algun salt bruscat, la davallada del percentatge esdevé mínima. Finalment, en el cas de *Con. et Spher.*, fins al punt P_4 , la caiguda del percentatge és considerable d'un lema al següent (tret dels lemes 5, 6 i 7, amb percentatges molt semblants a la vora del 2,5%): també es tracta dels 12 primers lemes. A partir d'aquest moment, la caiguda es modera una mica fins a P_5 , però és molt més gran (el doble, en mitjana) que de P_2 a P_3 . A partir de P_5 (lema 22), i tret d'alguns petits salts, la caiguda es modera molt, en la línia del que passa a partir del P_3 en la gràfica de *Sph. et Cyl.*

9.3 Obres no matemàtiques vs. obres matemàtiques

L'elecció dels corpus no matemàtics no ha estat senzilla, perquè no en tenim referències fiables, tal com hem comentat a l'inici de la secció. Hem usat l'eina de la PDL que calcula la densitat dels lemes per a seleccionar els dos corpus on probablement hi podria haver una major densitat d'articles, que és la dada més rellevant: són les obres de Plutarc (que designarem *Plutarc*), amb un milió d'ocurrences, i les de Diodor de Sicília (*Diodor*), amb gairebé mig milió d'ocurrences, probablement més en el primer cas.²⁴ Donat que són autors relativament tardans, hem seleccionat un altre autor anterior, amb un corpus prou gran i significatiu, Plató (*Plató*), amb pràcticament 600000 ocurrences. Evidentment, la quantitat de lemes a tractar impedeix fer una lematització completa d'aquests corpus; ens centrarem només en els lemes i formes contingudes en les obres matemàtiques

²⁴Ens hem guiat per dues de les ordenacions possibles seguint els paràmetres que proporciona el TLG: Max/10k, que és el màxim possible d'ocurrences d'un lema per cada 10000 ocurrences; Min/10k, que és el mínim possible d'ocurrences d'un lema per 10000 ocurrences.

Figura 9.1: Evolució dels percentatges dels lemes de cada corpus ordenats de major a menor, i normalitzats. L'eix X representa la posició normalitzada del lema, i l'eix Y representa el percentatge.



estudiades, completant-les, només, amb la declinació completa de l'article i del verb εἶμι, tot afegint aquelles formes de les partícules i preposicions més habituals que poguessin faltar.

Una primera observació prèvia, evident per a tots els estudiosos que ens han precedit: qualsevol text matemàtic es caracteritza pel baix nombre de lemes i, per tant, per l'alta densitat del vocabulari, molt superior a la de la resta de textos; difícilment, el corpus matemàtic complet d'un autor clàssic superarà els 1000 lemes,²⁵ mentre que, amb les dades que proporciona TLG, i que intuïm que no diferiran molt de la realitat, quant a l'ordre de magnitud, *Diodor* té uns 10000 lemes, *Plató* uns 13000 i *Plutarco* uns 18000. En l'altre extrem hi ha els *hápx*: són molt reduïts en els corpus matemàtics (63 en els *El.*, 48 si només tenim en compte les proposicions, un 10%), mentre que en la resta de corpus no baixa mai del 15% (gairebé un 20% en *Plató*).

El tret estilístic més remarcable, i evident, d'un text matemàtic és, sens dubte, l'ús de lletres denotatives. És tracta d'un tret gairebé exclusiu²⁶ dels textos matemàtics i que els singularitzen. Hi ha, però, altres diferències lèxiques remarcables que podem resseguir en el corpus que ens ocupa.

En els tres corpus no matemàtics estudiats, l'article continua essent el lema més freqüent, però el percentatge és, en general, molt inferior al dels textos matemàtics (vegeu les taules 9.27, 9.28 i 9.29) i molt variable, entre el 9 i el 18%,²⁷ a diferència del que passa amb els textos matemàtics, on no baixa del 20%. El segon lema és la partícula καί en tots tres corpus, a diferència del que passa en els textos matemàtics, en què ho són, invariablement, les lletres denotatives.²⁸ A partir del tercer lloc ja no coincideixen més els textos no matemàtics: el tercer lloc l'ocupa δε, llevat de *Plató*, on ha estat superat per εἶμι.²⁹ En corpus matemàtics prou grans, comparteixen l'ordre dels quatre primers lemes: el tercer i quart són sempre εἶμι, καί. En canvi, en corpus particulars, com ara *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*, πρὸς, preposició amb forta connotació matemàtica, pot ocupar el quart lloc; de fet, πρὸς també té una gran presència en *El.* i *Arquimedes*, més d'un 2,5% (proper al valor que té en *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.*). En canvi, en els textos no matemàtics, aquesta partícula no arriba mai a l'1%. Εἶμι també és un terme important en els textos no matemàtics, però d'una rellevància molt menor que en els textos matemàtics, inclús en *Plató* (el percentatge és inferior al que té en qualsevol de les

²⁵Sabem que els *El.* contenen uns 450 lemes, i hem calculat que el 94% de tot el corpus textual d'Arquimedes (*Arquimedes*) conté 497 lemes i, per tant, és gairebé segur que el corpus complet d'Arquimedes no contindrà més de 700 lemes. També usarem en aquest apartat les dades corresponents a la *Metrica* d'Heró i que conté menys de 700 lemes (Acerbi ens ha permès amablement reproduir-la en el nostre treball).

²⁶Només algunes obres de la lògica aristotèlica comparteixen aquesta característica de forma limitada, i és molt probable que el seu ús estigués, si no derivat, sí relacionat, amb l'ús matemàtic.

²⁷És destacable que només els corpus més moderns, llevat dels textos matemàtics, facin un ús més ampli de l'article, la qual cosa s'adiu perfectament amb l'evolució de la funció de l'article en la llengua grega.

²⁸En el cas de *Metrica* conté també les lletres que representen numerals.

²⁹Això sembla ser un tret estilístic platònic i suposem que del llenguatge filosòfic, perquè el percentatge d'aquest verb és molt superior al dels altres dos corpus.

Taula 9.27: Estimació dels percentatges dels deu lemes més freqüents en els corpus no matemàtics estudiats.

Diodor		Plutarc		Plató	
ο	18,03%	ο	13,28%	ο	9,19%
και	4,66%	και	6,74%	και	5,32%
δε	4,24%	δε	3,23%	ειμι	3,36%
μεν	1,64%	ειμι	1,49%	δε	2,52%
αυτος	1,24%	αυτος	1,36%	ουτος	1,64%
ουτος	1,12%	μεν	1,19%	αυτος	1,48%
εις	1,10%	ουκ	1,02%	εαν	1,45%
κατα	1,03%	εν	0,93%	τις	1,40%
προς	0,88%	γαρ	0,87%	ουκ	1,34%
ειμι	0,86%	προς	0,82%	τε	1,18%

obres matemàtiques estudiades).³⁰

Una altra diferència essencial entre els corpus no matemàtics i els matemàtics és que només tres lemes *semànticament plens* (ειμι, αυτος, ουτος) són entre les deu primeres posicions i, de fet, sembla que no n'hi ha molts amb freqüència alta; en canvi, en els textos matemàtics hi ha verbs, adjectius i substantius molt freqüents: ισος és el més important, però també ho són εχω, ελασσων, μειζων, etc. Ara bé, en aquest cas, caldria realitzar la lematització completa dels corpus no matemàtics per a poder confirmar-ho.

Una coincidència entre tots els textos tractats, matemàtics o no, és la presència habitual del pronom αυτος en les primeres posicions; en els textos no matemàtics sembla tenir una freqüència pràcticament equivalent, al voltant del 1,5%, mentre que en els textos matemàtics és un terme no tan estable, molt especialment en els corpus matemàtics particulars (en *Sph. et Cyl.* el percentatge és substancialment inferior, i en *Con. et Spher.* molt superior).

Finalment, una diferència important entre les dues agrupacions de corpus: del grup de més freqüents, pràcticament tots els lemes que apareixen exclusivament en un corpus dels no matemàtics són preposicions o conjuncions (εαν, γαρ, εις, εν, κατα, τε, excepte τις), mentre que els lemes exclusius d'un corpus que apareixen en els textos matemàtics estudiats són verbs, substantius o pronoms (γιγνομαι, διδωμι, εχω, μονας, ος, llevat de υπο); sembla que els textos no matemàtics se singularitzen, més que per la temàtica, per la seva estructura sintàctica. Això no passa amb els textos matemàtics.

³⁰És interessant comparar aquestes dades amb les d'un estudi Puig Montada [2003, p. 349ss.] realitzat sobre el corpus textual informatitzat de la llengua catalana (CTILC) que inclou 26101 obres. En aquest estudi s'afirma (p. 356) que l'article definit suposa el 10,029% (juntament amb l'indefinit i les contraccions suma un 13,861%) del total d'ocurrències, seguit per la preposició de, amb un 6,392%, i la conjunció i, amb un 3,324%. El verb ésser ocupa el sisè lloc amb un 1,951%. Aquests valors tenen un aire semblant al de la mitjana dels textos grecs no matemàtics que hem estudiat, i confirmarien l'excepcionalitat de l'escriptura matemàtica grega.

Taula 9.28: Percentatges dels 11 lemes més freqüents en el corpus arquimedià.

EC		CE		Arquimedes	
ο	24,42%	ο	25,41%	ο	23,75%
α	14,29%	α	9,82%	α	12,76%
ειμι	3,73%	ειμι	3,25%	ειμι	3,37%
προς	3,44%	προς	2,94%	και	3,19%
και	3,19%	αυτος	2,50%	προς	2,55%
κυκλος	2,19%	και	2,45%	δε	2,33%
δε	2,00%	εχω	2,43%	εχω	1,53%
ισος	1,92%	δε	2,33%	αυτος	1,43%
κωνος	1,67%	κωνος	2,00%	ισος	1,39%
επιφανεια	1,63%	ος	1,83%	ος	1,29%
εχω	1,42%	αξων	1,56%	απο	1,18%

Taula 9.29: Percentatges dels 11 lemes més freqüents en *El.* i *Metrica*.

<i>El.</i>		<i>Metrica</i>	
ο	21,87%	ο	19,50%
α	19,29%	α	18,72%
ειμι	5,10%	ειμι	4,66%
και	4,14%	και	4,66%
αρα	2,51%	δε	2,13%
προς	2,50%	αρα	2,12%
ισος	2,10%	προς	1,84%
υπο	1,62%	μονας	1,80%
απο	1,61%	διδωμι	1,75%
δε	1,60%	γιγνομαι	1,43%
αυτος	1,11%	απο	1,34%

9.4 Conclusions

El lèxic matemàtic es compon d'un nombre molt reduït de lemes, en els corpus estudiats inferior sempre a 500, i es compleix que amb els 12 primers lemes s'arriba al 60% del total d'ocurrències i que amb menys del 20% dels lemes s'abasta més del 90% de les ocurrències. No tenim dades comparatives exactes de textos no matemàtics; tanmateix, és evident, en primer lloc, que el nombre de lemes és comparativament molt superior en aquests darrers i, en segon, molt probablement, la concentració de lemes no serà, ni de lluny, tan gran. Això, no obstant, el nombre de *hápax* dels textos matemàtics és sensiblement inferior al dels textos no matemàtics; ara bé, en el cas particular de *Sph. et Cyl.*, aquesta característica diferencial sembla esmortir-se, perquè el nombre de *hápax* és més important, superior inclús a les projeccions sobre els corpus no matemàtics.³¹

Des d'una perspectiva més local, si bé l'article hi predomina en tots els textos, la freqüència en els textos matemàtics és aclaparadora i, a més, el percentatge és més estable, independentment de la grandària del corpus, si ens cenyim al llenguatge pròpiament deductiu de les proposicions: gairebé una de cada quatre ocurrències és un article. També les lletres denotatives tenen un paper molt rellevant, però inferior al de l'article i no tan estable.³² Si la primera impressió, i la que s'ha perpetuat al llarg del temps, des de Friedlein [1873, 203.1–207.25], podria fer pensar que aquest fet està lligat a l'ús d'objectes particulars, les investigacions recents mostren que la funció bàsica de l'article és la nominalització de sintagmes diversos (la creació de *substantius de discurs* segons la denominació de Federspiel [1995]). En definitiva, l'article i les lletres denotatives sempre abasten al voltant del 40% de les ocurrències de tots els textos, independentment de la grandària.

Després de l'article i de les lletres denotatives, sempre hi ha el verb ésser, εἶμι, si bé manté una presència més moderada, i no tan estable com la de l'article. En tota la resta de corpus estudiats el lema que ocupa una posició equivalent és sempre καί (mentre que εἶμι ocupa posicions diverses segons les característiques del text, probablement sempre destacada i, de ben segur, és sempre el primer verb, però mai amb els percentatges dels textos matemàtics; de fet, normalment sembla que també la partícula δε el supera habitualment).

La partícula καί també té un pes molt important, a continuació del verb ésser, però lluny dels percentatges que trobem en textos no matemàtics. El mateix podem dir de la partícula δε, que es troba en percentatges encara menors; és probable que una part de la baixa freqüència en textos matemàtics es pugui explicar pel fet que també μὲν té una presència més reduïda i un ús molt més específic. La partícula conclusiva αρα, molt marginal en els textos no matemàtics, té una presència també destacada, una mica inferior en *Arquimedes*, la qual cosa sembla un tret estilístic arquimedià. Finalment, tot sembla indicar que la preposició προς i els adjectius

³¹ Aquest fet, és clar, hauria de fer-nos sospitar del grau d'intervenció posterior sobre el text original.

³² La qual cosa hauria d'impedir arguments simplistes com ara que la forta presència de l'article es deu merament a què acompanya molts grups de lletres denotatives.

ισος, αυτος³³ sempre ocupen posicions destacades (cosa que no acostuma a passar mai en textos no matemàtics), encara que no sempre tan estables, la qual cosa palesa, d'una banda, el pes de la teoria de proporcions en l'argumentació matemàtica, on προς s'usa intensivament, i, d'altra banda, una de les característiques bàsiques de la matemàtica grega: la igualtat i la identitat són dues de les relacions que vertebraven el discurs matemàtic.

Les diferències lèxiques entre el llenguatge de primer ordre (les proposicions) i de segon ordre (els textos introductoris) són, també, destacables. Aquest fet ja ha estat subratllat en Netz [1999, cap. 3, pp. 89–126], i ho hem confirmat en el nostre estudi: les característiques que diferencien els textos matemàtics de la resta només són pròpies del llenguatge de primer ordre; en canvi, el discurs metamatemàtic és molt més semblant, des d'un punt de vista lèxic, al no matemàtic.

En definitiva, i engranant les conclusions, un text matemàtic es pot caracteritzar, essencialment, per l'altíssima freqüència de l'article (més d'una de cada quatre ocurrences) i per la posició privilegiada que ocupa ειμι. Hi podríem afegir, a més, l'ús massiu de lletres denotatives. Aquests tres elements conformarien, sempre i en qualsevol text, al voltant del 45% de les ocurrences. Tot això obliga a una coda impertinent: gairebé fins a final del s. xx (a partir de la publicació de Federspiel [1995]) s'havia ignorat la rellevància d'aquests elements tan presents en la prosa matemàtica, i s'havia mal interpretat la seva funció; per a il·lustrar-ho, només cal adonar-se que, en el diccionari més complet de la matemàtica grega, no hi ha cap entrada per a l'article, ni per a les lletres denotatives, i, en el cas del verb ειμι, simplement es confirma, de manera molt succinta, una confusió interpretativa de llarga tradició [Mugler 1959, p. 162]: «Expression verbale servant soit à affirmer l'existence d'une donnée géométrique, soit à proposer la solution d'un problème».³⁴

Quant a l'obra que ens ocupa, *Sph. et Cyl.*, té alguns trets lèxics diferenciats ben definits. Un ja l'hem citat: la presència de molts més *hápax*, tant si el comparem amb obres de grandària semblant, com és *Con. et Spher.*, com si ho fem amb obres més voluminoses, com és *El.* A més, comparada amb una obra de dimensions similars, com és *Con. et Spher.*, la quantitat de lemes exclusius és bastant superior (inclús si descomptem els 22 presumiblement espuris). També la densitat del vocabulari *Sph. et Cyl.* destaca, en aquest cas pel seu valor reduït.

Un cop d'ull als lemes més freqüents (vegeu la taula 9.29) i a d'altres característiques que hem estudiat, permet situar *Sph. et Cyl.* entre *Arquimedes* i *El.*: d'una banda, *Con. et Spher.* té cinc lemes coincidents en posició amb *Arquimedes* (ο, α,

³³Aquest darrer, com ja hem observat, és un terme percentualment molt estable en tots els corpus estudiats.

³⁴Això no deixa de sorprendre si ho comparem amb estudis que s'han fet d'altres autors, com ara Plató (fins i tot a casa nostra, Luri [2011]) en què el verb ésser ha estat profusament analitzat, malgrat que en els seus textos la presència d'ειμι és molt inferior a la que hem detectat en els textos matemàtics. Capgirant l'argument, també trobem inexplicable el fet que, en els estudis sobre el verb ésser que existeixen, no s'hi trobi cap referència als textos matemàtics grecs, així com tampoc hi ha, a les gramàtiques, cap referència quan tracten l'article i els seus usos (e.g. Humbert [1986, pp. 37–56]).

επι, έχω, ος) mentre que *Sph. et Cyl.* només en té tres (de fet, les mateixes que amb *El.*); d'altra banda, *Con. et Spher.* coincideix en nou dels deu primers lemes d'*Arquimedes*, mentre que *Sph. et Cyl.* només ho fa en set. A més, *Sph. et Cyl.* i *Con. et Spher.* tenen el mateix nombre de coincidències (6) amb els deu primers lemes dels *El.*, tot i que els de *Sph. et Cyl.* semblen, globalment, més propers. A aquests fets cal afegir que el percentatge de lletres denotatives de *Sph. et Cyl.* està entre el valor de *Con. et Spher.* i de *El.* Finalment, com hem comprovat, l'entramat lògic (marcat per les partícules) de *Con. et Spher.* és molt més esquemàtic que el de *Sph. et Cyl.*, i aquest al seu torn ho és més que el dels *El.*

L'anàlisi per categories també ho confirma: els percentatge de les ocurrencies de *Sph. et Cyl.* es troba més proper a *El.* del que es troba *Con. et Spher.*, tret només dels adjectius (i molt lleument, els verbs); el percentatge d'articles, lletres denotatives, adverbis, partícules, preposicions sempre és més proper el de *Sph. et Cyl.* que el de *Con. et Spher.* Especialment diferent és el percentatge de pronoms, gairebé idèntic en *El.* i *Sph. et Cyl.*, mentre que en *Con. et Spher.* és gairebé el doble.

En definitiva, sembla que *Sph. et Cyl.* s'hauria de situar, a nivell lèxic, entre el corpus arquimedià (i, més concretament, *Con. et Spher.*) i *El.* Això podria fer-nos pensar que hi ha hagut, probablement, una normalització de *Sph. et Cyl.* de cara a ajustar-lo a una forma més canònica; per a confirmar aquesta hipòtesi, s'hauria de recórrer a l'anàlisi de tota l'obra arquimediana. Un cop confirmada, s'hauria de procurar esbrinar quines parts d'aquesta obra, a més de *Sph. et Cyl.*, és susceptible d'haver estat rescrita, i quins podrien haver estat els autors (Isidor i el seu entorn, o potser, fins i tot, el mateix Arquimedes).

Capítol 10

El llenguatge de la demostració

El codi estilístic és l'eina bàsica per a la classificació dels textos matemàtics grecs (vegeu Acerbi [2011a, p. 1]). Hi ha tres codis bàsics: el llenguatge de la demostració, el dels procediments i el dels algorismes. La preeminència del llenguatge demostratiu s'estableix sobre la base d'una percepció diferent quant a la força argumentativa. L'obra d'Arquimedes cal enquadrar-la, sens dubte, en el grup demostratiu; en qualsevol cas, inclou elements d'altres codis,¹ però de forma gairebé testimonial. Aquesta intrusió (i d'altres) mostra, a més, que els diferents codis no són només variants més o menys didàctiques, més o menys sectorials, sinó que «i due linguaggi 'non canonici' mettono in campo approcci *matematicamente differenti*» (*op.cit.*) i que, per tant, no són substituïbles pel llenguatge canònic demostratiu.

En aquest capítol, ens centrarem en la forma específica que adquireix el llenguatge demostratiu en *Sph. et Cyl.*, i farem apunts comparatius amb la versió canònica recollida en Acerbi [2011b] i Acerbi [2011a]. També introduïrem aspectes nous en l'anàlisi, que permeten recollir informació més detallada del corpus.

10.1 Temps i modes verbals

Una de les característiques més acusades de cadascun dels codis estilístics de la matemàtica grega és la riquesa verbal, molt particular en cadascun d'ells, combinada amb una estricta utilització dels diferents temps, modes i veus en

¹Un cas evident d'intrusió és l'ús de fórmules procedimentals iteratives, que usen formes participials del verb i inclouen normalment el lema $\alpha\epsilon\iota$, i que no són expressables en el llenguatge de la demostració. Hi ha 4 ocurrences d'aquest tipus en *Sph. et Cyl.*, totes en les primeres proposicions del llibre I: EC 1.3, 4, 6, 10; e.g. τέμνοντες οὖν τὴν ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνίαν δίχα καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα καὶ αἰεὶ τοῦτο ποιοῦντες λείψομέν (EC 1.3).

contextos ben identificats. En farem un repàs recorrent els temps i modes més rellevants del codi demostratiu:²

10.1.1 Present

Hi ha 45 verbs que tenen alguna forma de present, el 54% de les ocurrences corresponen al verb εἰμι, especialment a formes d'indicatiu, i el 21% al verb εἶπω; més lluny es troben περιεχω (4%), λεγω (2%). El 42% de les formes verbals totals, i el 61% de les ocurrences, són de present (vegeu les taules 10.1 i 10.2).

L'indicatiu es troba de forma ubiqüa en la demostració i els enunciats en forma assertòria Acerbi [2011a, p. 3]; *Sph. et Cyl.* també ho compleix, si bé cal matisar-ho: les ocurrences dels verbs εἰμι, εἶπω, περιεχω, λεγω gairebé esgoten les ocurrences (més d'un 80%)³ i, afegint-hi els participis de present de la resta dels verbs, el total suma el 90% de les ocurrences. Per tant, en el cas d'aquesta obra, el present dels quatre verbs esmentats i el participi de present de qualsevol verb són, específicament, les formes ubiqües. La resta són: algunes poques formes d'indicatiu de verbs secundaris (δει, φημι) i alguns imperatius de verbs que s'usen en contextos molt semblants als d'εἰμι, com són κειμαι, εκκειμαι, νοεω.

El 58% de les ocurrences de present són d'indicatiu, però només ho són el 10% de formes de present, degut a la concentració en els 4 verbs que acabem d'esmentar. De vegades, el futur d'indicatiu el substitueix, canvi que és irrellevant. També el futur es concentra en un petit grup de lemes: més del 85% d'ocurrences corresponen a εἰμι, εἶπω, φερω, δεικνυμι, συντιθημι, especialment en el primer verb (54%). Els futurs d'indicatiu que no tenen un present corresponent en el text són pocs, i molt concentrats: al llibre I, només a les *peculiaris* proposicions 23, 28, 36 i 39, i exclusivament el verb φερω; al llibre II, només els verbs que designen l'anàlisi i la síntesi.⁴

El present de subjuntiu es troba exclusivament amb els verbs εἰμι, εἶπω:⁵ en el primer cas, es troba sempre en la pròtasi d'un període condicional,⁶ i, en el segon

²Quant a les veus, un repàs a les formes permet afirmar que la veu més usada és la passiva, mentre que l'activa s'usa en aquells verbs que no en tenen (o no l'usen mai). Hi ha moltes formes, especialment d'imperatiu perfet, que poden ser mitges o passives; però una anàlisi més acurada confirma que hi ha poquíssimes ocurrences que només puguin ser de veu mitja (4), mentre que moltíssimes més (91) només poden ser de veu passiva. Per tant, podríem concloure que la forma bàsica és passiva, tot i que pensem que aquesta no és una diferència especialment rellevant en els textos matemàtics. La veu mitja/passiva d'aquests perfets té una única funció, al nostre entendre, de cara a obtenir la màxima generalitat: l'eliminació del subjecte agent. Altrament dit, la forma mitja/passiva permet que l'objecte sigui sempre el subjecte gramatical. Això em fa pensar (i caldrà revisar-ho en estudis posteriors) que, de fet, es podria tractar de formes *ergatives* del verb (vegeu Bauçà i Sastre [2007] i VV.AA. [2006]).

³Si ens cenyim al present d'indicatiu, la concentració és encara més gran: els verbs εἰμι, εἶπω, λεγω, δυναμαι, δει esgoten el 95% de les ocurrences.

⁴Tret de quatre ocurrences: en la proposició 1.11, καταλειφθήσεται, en la 1.28, διαφειθήσεται, en la II.3, θέσει, i en la II.4, πεσειται.

⁵Llevat d'una única ocurrencia ὑπερέχῃ, en EC 1.44: ειλήφρωσαν δύο γραμμαί αί Ζ,Η, ὅπως τῶ ἴσῳ ὑπερέχῃ ἡ Δ τῆς Ζ καὶ ἡ Ζ τῆς Η καὶ ἡ Η τῆς Ε.

⁶EC I. 11, 12, 13, 17 (ter), 19 (bis), 32, 39, 43. No hem trobat cap altra ocurrencia de present de subjuntiu, ni tan sols en la pròtasi d'un període condicional: hi ha diverses formes que en serien

cas, exclusivament en expressions del tipus *ὅπως/ὅτινα ... ἔχῃ/ἔχωσιν*.⁷ Tots els presents de subjuntiu apareixen en un enunciat, o en la instanciació d'un enunciat (tant si l'enunciat citat es troba en *Sph. et Cyl.*, o es considera un resultat conegut).

L'imperatiu de present (un 9% de les ocurrences, corresponents al 16% de les que són de present) es concentra en les formes *ἔστω*, *ἔστωσαν*, *ἐκκείσθω*, *κείσθω*, *νοείσθω*, *νοείσθωσαν*, especialment les dues primeres, totes amb valor *presentacional* perquè, tal com diu Acerbi [2011a, p. 3], apareixen en contextos de perfet; tanmateix, també trobem 22 ocurrences d'altres presents d'imperatiu (si bé, només, a partir de la proposició 12) especialment d'*ἔχέτω*, *μετρείσθω*, *ποιείτω*, i probablement es tracta de *praesens pro perfecto*.⁸

10.1.2 Aorist

Hi ha 34 verbs que presenten alguna forma d'aorist. L'aorist representa el 11% de les ocurrences, però el 22% de les formes. El mode majoritari és el participi (més del 50%, tant d'ocurrences com de formes), i la resta es reparteixen entre el subjuntiu (21% de formes/14% d'ocurrences), l'indicatiu (10%/12%) i l'infinitiu (10%/17%), mentre que l'imperatiu és residual.⁹

En subjuntiu, en la majoria de casos (28/37), formen part d'un antecedent d'un condicional universal dins d'un enunciat¹⁰ i, com diu Acerbi [2011a, p. 3], «è

candidates, concretament, *ἀναγραφῆ*, *ἐγγραφῆ*, *περιγραφῆ*, però més d'un cop apareixen coordinats amb subjuntius d'aorist i, per tant, així els hem d'interpretar.

⁷EC i. 3, 6, 44, EC ii. 3, 7.

⁸Els verbs que tenen una funció semblant a la d'*εἰμι*, com són *νοέω*, *εἶπω*, *ποιέω* semblen *contaminats* per la conjugació d'*εἰμι*: el perfet no s'usa, tampoc el subjuntiu aorist. Només hi ha una ocurrencia de subjuntiu aorist amb *νοέω*, en EC 1.19, i el context no deixa de ser sospitós, una estranya formulació de la determinació: *λέγω, ὅτι, ἐὰν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κώνου νοηθῆ ἀφηρημένος ὁ ΒΔΖΕ ῥόμβος, [...]*.

⁹Només hi ha dues ocurrences: *τμηθῆτω*, *περιενεχθήτω*, EC 1.20, 28, respectivament. En el primer cas, sembla un error, perquè, d'una banda, apareix en la construcció de la proposició 20, acompanyant d'altres imperatius de present/perfet: *ἔστω ῥόμβος ἐξ ἴσοσκελῶν κώνων συγκαίμενος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τμηθῆτω ὁ ἕτερος κώνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῆ βάσει, καὶ ποιείτω τομῆν τὴν ΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλου κώνος ἀναγεγράφθω τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον*) i, d'una altra, existeix la forma corresponent d'aquest verb, *τετμήσθω*, i s'usa regularment (22 ocurrences). En el segon cas, és interessant perquè permet observar les variacions d'una construcció recurrent, la forma bàsica de la qual sembla ser: *ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου περιενεχθῆ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος [...]* (EC 1.23). Hi ha 8 ocurrences d'aquesta mena, totes en la segona part del primer llibre: EC 1.23, 28, 32, 34, 36, 38, 39, i les dues solucions bàsiques, però no úniques, són l'anterior (condicional amb pròtasi formada per un genitiu absolut i un present de subjuntiu), i la que acompanya el genitiu absolut d'un imperatiu, com en EC 1.28: *μενούσης δὴ τῆς ΕΗ περιενεχθήτω τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον [...]*. La primera solució és la preferida en les proposicions especials EC 1.23, 28, 36, 39, tret de la segona. Veiem-ho:

EC 1.23 ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου περιενεχθῆ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἔχων τὸ πολὺγωνον, δῆλον, ὅτι [...] ἐνεχθήσεται [...].

EC 1.28 μενούσης δὴ τῆς ΕΗ περιενεχθήτω τὸ ΕΖΗΘ ἐπίπεδον [...] δῆλον οὖν, ὅτι [...] οἰσθήσεται [...].

EC 1.36 ἐὰν μενούσης τῆς ΓΖ περιενεχθῆ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν Δ, Ε, Α, Β γωνίαὶ κατὰ κύκλον οἰσθήσοντα [...].

EC 1.39 ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΕΚ περιενεχθῆ τὸ πολὺγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῆ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας οἰσθήσεται [...].

¹⁰EC 1.0, 1, 6, 7, 8, 9 (bis), 10 (bis), 12 (bis), 12FANERA (quater), 16, 16LEMMATA, 19 (ter), 20 (ter),

estremamente significativo il fatto che la 'stessa' operazione sia formulata in un enunciato con un congiuntivo aoristo passivo, in una costruzione con un imperativo perfetto medio-passivo».¹¹

En indicatiu només hi ha formes de verbs secundaris, δεικνυμι, αποδεικνυμι, ερω, μανθανω, προαποδεικνυμι, τυγχανω, molt especialment el primer (26/32), i gairebé tots són en l'anàfora o en la demostració.¹² Llevat del primer, cap dels altres no apareix en cap altre mode verbal d'aorist. Tampoc els verbs secundaris que tenen formes d'infinitiu aorist tampoc no apareixen en cap altre mode de l'aorist. Per tant, sembla evident que els verbs secundaris en aorist apareixen gairebé exclusivament en indicatiu o en infinitiu, i de forma excloent. En canvi, totes les ocurrències (28) en subjuntiu, imperatiu o optatiu són de verbs primaris.

En infinitiu, el mode propi dels enunciats dels problemes¹³ i de la seva determinació,¹⁴ però també n'hi ha en d'altres parts de les proposicions; moltes apareixen en estructures del tipus ὥστε/δει/δυνατὸν ἐστιν + inf, o bé, δοθέντος + inf.,¹⁵ on l'aorist no és el temps predominant estadísticament, sinó el present, però repassant les formes infinitives de present ens adonem que només els verbs que no tenen aorist (εἰμι) o els que no l'usen pràcticament mai (εχω, λειπω, ποιω, υπερεχω) s'escriuen en present. De fet, només hem trobat una excepció a aquesta regla, περιλαμβάνειν,¹⁶ en l'estranya expressió de la proposició 1 del llibre II, διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, que té tot l'aspecte d'una interpolació.

En definitiva, l'indicatiu, el subjuntiu i l'infinitiu s'usen, essencialment, en aorist, tret que el verb corresponent no en tingui (εἰμι) o no s'usi mai en cap mode

21 (bis), 22 (bis), EC II.8. A més, hi ha tres ocurrències en la determinació: ὅπως/ἵνα γένηται τὸ ἐπίταγμα, EC I.4, 5, mentre que l'altra és, com ja hem comentat en la nota 8, probablement espúria; tres ocurrències també en la demostració: una ja la va considerar espúria Heiberg, ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῆ ἡ EO (EC I.40), mentre que les altres dues són estranyes formes de primera persona del plural unides per coordinació en un període condicional, ἐὰν τέμωμεν τὴν ὑπὸ ΑΔΜ γωνίαν δίχα τῆ ΔΝ καὶ ἀπὸ τοῦ Ν ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ κύκλου τῆς ΞΝΟ (EC I.4); finalment, en les parts de difícil classificació, EC I. 23, 36, 39, apareix un període condicional, cadascun amb una de les tres ocurrències restants, περιερχθῆ (2), ἀποκατασταθῆ.

¹¹I cal insistir que l'únic subjuntiu no aorist, sinó present, que apareix en un antecedent és el del verb εἰμι, per raons evidents.

¹²Heiberg considera espuris els tres darrers verbs i alguna de les altres ocurrències. Si els descomptem, aleshores totes les ocurrències són en l'anàfora o en la demostració. L'única ocurrència d'ερω, ὅσοι καὶ πρότερον ἐρρήθησαν (EC I.16), sembla una interpolació, perquè la forma usual és ἐδείχθησαν i tot el sintagma és inèdit (si bé té l'aire de la cloenda de EC I.16 LEMMATA: ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη). També la forma de primera persona del plural és inèdita, ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῆ ἀναλύσει (EC II.4).

¹³De les 104 ocurrències d'infinitiu, només 25 són en enunciats de problemes i 1 en un enunciat d'un teorema (EC I.21)

¹⁴Hi ha 18 ocurrències, i totes tenen també l'enunciat en infinitiu, llevat de les proposicions EC I.21, EC II.0, 3; en el primer cas es tracta d'un teorema, en el segon no hi ha demostració perquè és molt senzilla, i en l'últim no hi ha determinació.

¹⁵Si deixem de banda les considerades espúries per Heiberg, hi ha, també, diversos casos formulars, del tipus διὰ τὸ ἴσον/ἴσοσκελῆ/παράλληλον εἶναι (algunes de les quals també han estat considerades espúries per Heiberg). Finalment, trobem 5 expressions del tipus δεῖξαι δεῖ i una variant δεῖσαι δεῖχθῆναι, totes en EC II.8 ALLOS, tret d'una en EC II.2: ὅπερ ἔδει δεῖξαι, totes sospitoses de ser interpolacions.

¹⁶Perquè en *Sph. et Cyl.* també s'utilitza la forma de participi d'aorist d'aquest verb, περιληφθῆν

(precisament, per contaminació d'εἰμι). Diria que, molt probablement, aquest és un tret de l'estil matemàtic, i no tan sols de l'estil arquimedià, que es podria reformular així: el present és un temps improductiu en els textos matemàtics i, només quan hi ha circumstàncies extraordinàries que impossibiliten escriure un altre temps,¹⁷ s'usa el present.

El mode de l'aorist amb més ocurrences (157/57%) i formes (19) és el participi. El 46% de les ocurrences correspon a διδωμι, seguit de lluny de περιγραφω, εγγραφω (8,9% cadascun). Només hi ha dues ocurrences de verbs secundaris.

Finalment, un fet destacable és que l'aorist, quan apareix en un enunciat, només ho fa en les proposicions 1–22 del llibre I i en les del llibre II,¹⁸ però mai en els enunciats de les proposicions centrals del llibre I (23–44).¹⁹

10.1.3 Perfet

Hi ha 48 verbs que tenen alguna forma de perfet. El perfet representa un 23% de les ocurrences i un 28% de les formes. El mode més freqüent és el participi, aproximadament amb un 60% d'ocurrences i de formes, seguit per l'imperatiu, amb un 30% d'ocurrences i de formes; la resta d'ocurrences es troben en indicatiu, amb menys d'un 10% d'ocurrences i de formes.

En el cas de l'indicatiu, de les 51 ocurrences, 23 pertanyen a passatges considerats tradicionalment espuris. Hi ha un altre indicatiu sospitós: moltes de les formes d'un mateix verb en perfet d'indicatiu, quan no són clarament espúries, es troben molt concentrades en el text.²⁰

En la matemàtica grega, la forma més característica del perfet és l'imperatiu mig/passiu i «assume in questa fattispecie il suo valore aspettuale di ἐνεστώς συντελικός, svincolato da connotazioni temporali o di durata» [Acerbi 2011a, p. 4].

¹⁷O bé el verb no en té, o bé, per contaminació, el verb no acostuma a usar-lo, o bé, finalment, és un verb secundari que s'usa com a marcador de la determinació (λεγω, φημι, δει), i que només usen la primera persona del present d'indicatiu.

¹⁸I de forma destacada, perquè gairebé el 25% de les ocurrences totals d'aorists són en aquests enunciats.

¹⁹Només hi ha un participi ἐγγραφέντος en EC 1.26. En el cos d'aquestes proposicions centrals, l'aorist només apareix en 35 ocasions, majoritàriament en participi (17). D'aquestes ocurrences, ἐγγραφέν, γενηθέν, διαρθείσης, εἰρημέναις, περιγραφέν, περιεχθεισῶν, περιεχθεισα, περιεχθέν, περιεχθέντες, περιεχθέντος, ἐπιζευχθείσαι, προδειχθέν, προτεθέν, només περιγραφέν, ἐγγραφέν es tornen a repetir fora d'aquestes proposicions centrals (en les proposicions 5, 6, 13 del llibre I). En indicatiu i infinitiu només hi ha 11 ocurrences de verbs metamatemàtics (αποδεικνυμι, δεικνυμι, ερω), i el subjuntiu aorist (5) sempre va acompanyat per conjuncions (ἐάν, ὅπως). Dues de les tres ocurrences esparses d'optatiu i d'imperatiu també es troben en aquesta part central.

²⁰Les formes de perfet d'indicatiu són: ἀντιπεπόνθασι, ἀντιπεπόνθασιν, δέδεικται, ἐγγέγραπται, εἴρηται, παραδέδοται, προγέγραπται, προδέδεικται, συναποδέδεικται, συνήπται, συνέσταται. Les dues primeres, quan no són espúries (en el llibre II), es troben, només, a les proposicions 16 i 17 del llibre I, i en els lemes que les precedeixen; ἐγγέγραπται es troba només a les proposicions 29–31 del llibre I; συνήπται només es troba 4 vegades, totes en un mateix paràgraf, en la proposició 4 del llibre II, i un cop en la 8; els verbs secundaris de vegades formen part d'expressions estandarditzades, com ara, ταῦτα γὰρ πάντα προγέγραπται, o bé, οἷος εἴρηται i, en general, són els més dubtosos (18 de les 33 ocurrences són espúries).

El recurs a aquestes formes permet presentar un enunciat hipotètic (segons la denominació estoica Bobzien [1997]), és a dir, una expressió sense valor de veritat, en la qual s'acostuma a introduir una construcció a punt per la demostració, sense que el matemàtic sembli haver tingut cap intervenció en la creació del nou objecte; el matemàtic ha desaparegut, malgrat s'hagi format un nou objecte. Els imperatius són, per això, tots, verbs primaris. Només les formes d'inicialització de l'anàlisi, γεγενήσθω, γεγονέτω²¹ tenen, en *Sph. et Cyl.*, un valor merament d'estat, sense les connotacions lògiques *supositives* pròpies dels perfets mig/passius.

10.1.4 Participi

Hem comentat abastament els modes indicatiu, imperatiu, subjuntiu i infinitiu en la discussió dels temps verbals essencials. Caldria tractar ara el participi, per la abundància i varietat: hi ha 54 lemes verbals que presenten formes participials, la tercera part de les ocurrencies verbals són en participi, i més del 50% de les formes són participials. Podem trobar participis de perfet (43% d'ocurrencies/31% de formes), present (40%/46%) i aorist (18%/23%). Per tant, el participi és un mode omnipresent en *Sph. et Cyl.*, com ho és, de fet, en la prosa grega; en el nostre cas, especialment el perfet i el present. Els cinc lemes participials més freqüents, περιγραφω, εγγραφω, εχω, διδωμι, περιεχω, abasten més del 60% de les ocurrencies:

- περιγραφω/εγγραφω destaquen especialment, amb gairebé el 35% de les ocurrencies. Es presenten en perfet i, residualment, també en present i aorist, distribuïts tots de forma uniforme.
- El tercer lloc l'ocupa εχω, que només té formes de present, a l'igual que el compost περιεχω, que ocupa la cinquena posició.
- Els participis de διδωμι ocupen el quart lloc, i són gairebe exclusivament d'aorist (llevat de dues estranyes formes de present passiu).

Hi ha 8 lemes, εγγραφω, περιγραφω, αγω, γιγνομαι, επιζευγνυμι, τεμνω, αφαιρεω, προδεικνυμι, que presenten formes en els tres temps i cobreixen un 45% de les ocurrencies (vegeu la taula 10.3); corresponen a un 18% de les ocurrencies de present, un 30% de les d'aorist, mentre que són el 77% dels participis de perfet. En canvi, els tres lemes de màxima freqüència en participi de present (i sumen un 60% de les ocurrencies d'aquest temps), εχω, περιεχω, ειμι, no tenen cap ocurrencia en els altres dos temps.²² En el cas de l'aorist passa una cosa semblant: el 50% de totes les ocurrencies participials d'aorist es concentra en formes de διδωμι, que només té dues estranyes ocurrencies en present en el llibre II.²³

²¹ La segona és la típica forma d'inici de l'anàlisi. La primera forma sembla una temptativa d'uniformització, perquè no afegeix cap nou matis al perfet actiu. A banda d'aquest imperatiu de perfet actiu, només trobem ἀνεστάτω, única ocurrencia d'aquest verb en *Sph. et Cyl.*, però amb 11 ocurrencies al *Métode*.

²² Cal insistir, però, en què aquests verbs, pràcticament, només es conjuguen en present, en tots els modes.

²³ ἔστω διδόμενος κῶνος ἢ κύλινδρος [...] (EC II.1), i δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο (EC II.7).

Els lemes del grup amb participis de 3 tipus són summament escassos al llibre II (només 3 ocurrences, i 3 més considerades espúries, del total de 400 ocurrences), i mai no apareixen als enunciats. Al llibre I, als enunciats, hi ha 14 ocurrences de present, 15 d'aorist i 38 de perfet, però la distribució és desigual: a les proposicions 1–22, predominen les d'aorist i les de present (8/14/4), mentre que en les proposicions 23–44 predominen destacadament les de perfet i pràcticament desapareixen les d'aorist (6/1/34). En les proposicions completes passa una cosa semblant: a les proposicions 1–22 els participis d'aorist tenen un pes important (35/33/79), mentre que en les proposicions 23–44 tenen un pes molt menor, i les de perfet predominen destacadament (25/11/212). Si ho observem més de prop, comprovem que les proposicions EC 1.13–14 tenen una estructura participial semblant a les proposicions EC 1.23–44 (3/2/66), mentre que en la resta de proposicions del grup EC 1.1–22 predominen els participis de present i d'aorist, amb molt poques ocurrences de perfet, tal com passava als enunciats (32/31/13).²⁴

En definitiva, els verbs de *Sph. et Cyl.* que presenten participis en tots els temps possibles (present/aorist/perfet), tenen una distribució desigual, fortament marcada en cada grup de proposicions:

- Les proposicions EC 1.1–12, 15–22 presenten un patró participial bastant equilibrat entre el present i aorist (32/31), i la meitat d'ocurrences de perfet (13).
- A les proposicions EC 1.13, 14, 23–44 predomina aclaparadorament el perfet (278). El present i, especialment, l'aorist, tenen una presència testimonial (28/13).
- El llibre II pràcticament no conté cap ocurrencia d'aquests verbs (6, 3 de les quals són sospitoses).

²⁴De fet, al cos de les proposicions de EC 1–12, l'ús dels participis sembla aleatori: per exemple, EC 1.3 només usa presents, EC 1.5 només aoristos i EC 1.6 els barreja gairebé en proporcions iguals. No hi ha cap d'aquestes proposicions que usi exclusivament el perfet. En canvi, les proposicions EC 1.13–14 usen gairebé exclusivament el perfet, i les proposicions EC 1.23–44, també, però en menor mesura, ja que el participi de present té una presència important, tot i que lluny del perfet, i l'aorist gairebé desapareix.

Taula 10.1: Taula de les ocurrences verbals, classificades per temps i modes. En cada cas (temps/mode), hem calculat quatre valors: nombre d'ocurrences (dalt/esquerra), percentatge respecte del mode (baix/esquerra), percentatge respecte del temps (dalt/dreta), percentatge respecte del total (baix/dreta).

Ocurr.	present	imperfet	futur	aorist	perfet	Total
indicatiu	909 79,7%	11 1,0%	137 12,0%	32 2,8%	51 4,5%	1140 100,0%
imperatiu	249 57,5%			2 0,5%	182 42,0%	433 100,0%
subjuntiu	17 31,5%			37 68,5%	54 100,0%	54 100,0%
optatiu	1 50,0%			1 50,0%	2 100,0%	2 100,0%
infinitiu	58 55,8%			46 44,2%	104 100,0%	104 100,0%
participi	353 39,7%			157 17,7%	379 42,6%	889 100,0%
Total	1587 60,5%	11 0,4%	137 5,2%	275 10,5%	612 23,3%	2622 100,0%

Taula 10.2: Taula de les formes verbals, classificades per temps i modes. En cada cas (temps/mode), hem calculat quatre valors: nombre de formes (dalt/esquerra), percentatge respecte del mode (baix/esquerra), percentatge respecte del temps (dalt/dreta), percentatge respecte del total (baix/dreta).

FORMES	present	imperfet	futur	aorist	perfet	TOTAL
indicatiu	41 43,2%	7 7,4%	27 28,4%	9 9,5%	11 11,6%	95 100,0%
imperatiu	16 29,6%	4,0%	2,3%	36 66,7%	54 100,0%	13,4%
subjuntiu	6 25,0%	3,6%	18 75,0%	20,5%	24 100,0%	6,0%
optatiu	1 50,0%	0,6%	1 50,0%	1,1%	2 100,0%	0,5%
infinitiu	8 47,1%	4,7%	9 52,9%	10,2%	17 100,0%	4,2%
participi	97 46,0%	57,4%	23,2%	55,7%	65 30,8%	211 100,0%
TOTAL	169 41,9%	7 1,7%	27 6,7%	88 21,8%	112 27,8%	403 100,0%

Taula 10.3: Presència dels participis a *Sph. et Cyl.*, per temps. Els percentatges fan referència al temps, només en el TOTAL fa referència al percentatge global.

participi	present		aorist		perfet		TOTAL	
lemes amb 3 temps								
εγγραφω	9	2,55%	14	9,27%	125	32,98%	148	16,76%
περιγραφω	7	1,98%	14	9,27%	128	33,77%	149	16,87%
αγω	15	4,25%	3	1,99%	29	7,65%	47	5,32%
γιγνομαι	4	1,13%	7	4,64%	3	0,79%	14	1,59%
επιζευγνυμι	18	5,10%	4	2,65%	1	0,26%	23	2,60%
τεμνω	7	1,98%	1	0,66%	2	0,53%	10	1,13%
αφαιρω	1	0,28%	3	1,99%	2	0,53%	6	0,68%
προδεικνυμι	1	0,28%	1	0,66%	1	0,26%	3	0,34%
lemes amb 2 temps								
διαιρω	0	0,00%	9	5,96%	1	0,26%	10	1,13%
δεικνυμι	0	0,00%	1	0,66%	2	0,53%	3	0,34%
λαμβανω	0	0,00%	1	0,66%	1	0,26%	2	0,23%
προστιθημι	0	0,00%	1	0,66%	1	0,26%	2	0,23%
περιλειπω	5	1,42%	0	0,00%	1	0,26%	6	0,68%
κατεσκευαζω	1	0,28%	0	0,00%	1	0,26%	2	0,23%
διδωμι	2	0,57%	72	47,68%	0	0,00%	74	8,38%
περιλαμβανω	6	1,70%	1	0,66%	0	0,00%	7	0,79%
lemes amb 1 únic temps								
ερω	0	0,00%	0	0,00%	55	14,51%	55	6,23%
προερω	0	0,00%	0	0,00%	7	1,85%	7	0,79%
υποκειμαι	0	0,00%	0	0,00%	4	1,06%	4	0,45%
γραφω	0	0,00%	0	0,00%	3	0,79%	3	0,34%
προκειμαι	0	0,00%	0	0,00%	3	0,79%	3	0,34%
αναγραφω	0	0,00%	0	0,00%	2	0,53%	2	0,23%
προγραφω	0	0,00%	0	0,00%	2	0,53%	2	0,23%
ευρισκω	0	0,00%	0	0,00%	1	0,26%	1	0,11%
διαγω	0	0,00%	0	0,00%	1	0,26%	1	0,11%
συναπτω	0	0,00%	0	0,00%	1	0,26%	1	0,11%
αποδεικνυμι	0	0,00%	0	0,00%	1	0,26%	1	0,11%
ταρασσω	0	0,00%	0	0,00%	1	0,26%	1	0,11%
συντιθημι	0	0,00%	7	4,64%	0	0,00%	7	0,79%
περιφερω	0	0,00%	6	3,97%	0	0,00%	6	0,68%
εμπιπτω	0	0,00%	1	0,66%	0	0,00%	1	0,11%
επιτασσω	0	0,00%	1	0,66%	0	0,00%	1	0,11%
προσλαμβανω	0	0,00%	1	0,66%	0	0,00%	1	0,11%
προτιθημι	0	0,00%	1	0,66%	0	0,00%	1	0,11%
αναστρεφω	0	0,00%	1	0,66%	0	0,00%	1	0,11%
απολιμπανω	0	0,00%	1	0,66%	0	0,00%	1	0,11%
εχω	99	28,05%	0	0,00%	0	0,00%	99	11,21%
περιεχω	66	18,70%	0	0,00%	0	0,00%	66	7,47%
ειμι	37	10,48%	0	0,00%	0	0,00%	37	4,19%
συγκειμαι	18	5,10%	0	0,00%	0	0,00%	18	2,04%
αποτεμνω	12	3,40%	0	0,00%	0	0,00%	12	1,36%

Continua a la pàgina següent

Taula 10.3: Presència dels participis a *Sph. et Cyl.*, per temps. Els percentatges fan referència al temps, només en el TOTAL fa referència al percentatge global (cont.).

participi	present	aorist	perfet	TOTAL
επιψαυω	9 2,55%	0 0,00%	0 0,00%	9 1,02%
υποτεινω	8 2,27%	0 0,00%	0 0,00%	8 0,91%
μενω	8 2,27%	0 0,00%	0 0,00%	8 0,91%
εφαπτω	7 1,98%	0 0,00%	0 0,00%	7 0,79%
ποιεω	3 0,85%	0 0,00%	0 0,00%	3 0,34%
λεγω	2 0,57%	0 0,00%	0 0,00%	2 0,23%
εκβαλλω	2 0,57%	0 0,00%	0 0,00%	2 0,23%
απολαμβανω	1 0,28%	0 0,00%	0 0,00%	1 0,11%
επισυντιθημι	1 0,28%	0 0,00%	0 0,00%	1 0,11%
συμπιπτω	1 0,28%	0 0,00%	0 0,00%	1 0,11%
εκκειμαι	1 0,28%	0 0,00%	0 0,00%	1 0,11%
υπαρχεω	1 0,28%	0 0,00%	0 0,00%	1 0,11%
κειμαι	1 0,28%	0 0,00%	0 0,00%	1 0,11%
TOTAL	353 39,98%	151 17,10%	379 42,92%	883 100,00%

Els representants més destacats d'aquest fet són els verbs més comuns d'aquesta espècie εγγραφω/περιγραφω, αγω. En el primer cas, en les proposicions del primer grup podem trobar les tres possibilitats (EC 1.3–5) en contextos similars:

- EC 1.3 Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθεντων καὶ κύκλου δυνατὸν ἐστὶν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἢ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχη ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον.
- EC 1.4 Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων καὶ τομέως δυνατὸν ἐστὶν περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.
- EC 1.5 Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

En canvi, com hem dit, en EC 1.13, 14, 23–44, gairebé només es troben formes de perfet.²⁵ Passa una cosa semblant amb αγω; podem trobar les tres formes de participi als enunciat del primer grup:

- EC 1.18 [...] ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἐτέρου κώνου καθέτω ἀγομένη ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐτέρου κώνου.

²⁵La forma de present només té 4 ocurrences, sempre en l'enunciat. La forma d'aorist només té 9 ocurrences, només un cop en l'enunciat (EC 1.26, ἐγγραφέντος, precisament en l'enunciat hi ha una forma de present i cap de perfet, però en la demostració totes són de perfet), i destaquen dues ocurrences de τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν (EC 1.13, 34), que són una citació literal de *Sph. et Cyl.* i.5.

EC 1.19 [...] ὕψος δὲ ἴσον τῆ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθέτω ἡγμένῃ.

EC 1.22 [...] αἱ ἀχθῆσαι πᾶσαι καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς βάσεως [...]

En canvi, en EC 1.13, 14, 23–44 es troba gairebé exclusivament la forma de perfet.²⁶

Els lemes que es presenten exclusivament en dos temps són pocs, 7 verbs, i amb poques ocurrencies,²⁷ el 12%, i, si descomptem les de *δίδωμι*²⁸ i *διαρεω*,²⁹ és del 3%. A més, en tots els casos (tret de *δίδωμι*), com a mínim un dels dos participis només té una única ocurrencia. Els únics verbs amb més de tres ocurrencies són *περιλειπῶ*, *περιλαμβάνω*, i es troben totes en el llibre I. En el primer cas, es troben 5 ocurrencies de present i una de perfet i, en el segon, sis de present i una de perfet.³⁰ Potser caldria, doncs, considerar-los verbs que usen només el participi de present i cap altre. Hi ha comptadíssimes excepcions a aquesta regla.

El perfet té un 22% d'ocurrencies de lemes participials exclusius (és a dir, que no tenen formes de present ni d'aorist).³¹ A més, observem que aquests verbs pràcticament no apareixen mai en cap altre temps, encara que no es trobin en participi. En principi, l'aorist també en té un nombre baix, un 13%,³² però si comptem les ocurrencies de *δίδωμι*, que pràcticament només es presenta en aorist, el percentatge puja fins al 61%. Finalment, el present té més del 75% d'ocurrencies de lemes participials exclusius.³³

²⁶Només n'hi ha 4 de present, en EC 1.27 (bis), 32, 38, (més 3, considerades espúries, a les proposicions 13–14) i cap d'aorist, mentre que n'hi ha 29 de perfet.

²⁷En present i aorist només *δίδωμι*, *περιλαμβάνω*, en present i perfet *περιλειπῶ*, *κατεσκευάζω*, i en aorist i perfet, *διαρεω*, *δεικνυμι*, *λαμβάνω*.

²⁸Que com hem dit es presenta fonamentalment en aorist, amb dues ocurrencies de present.

²⁹La forma de perfet aorist és *διέλονται*, que té una funció molt específica en la teoria de proporcions i, per tant, podem descomptar-lo

³⁰En els dos casos, l'ocurrencia *diferent* conviu en la mateixa proposició amb el participi de present del mateix verb:

- en l'enunciat de EC 1.9 trobem τὸ περιληφθὲν τρίγωνον, i en la demostració μείζων ἔσται ἡ περιλαμβάνουσα τῆς περιλαμβανομένης.
- en la demostració de EC 1.26 conviuen τὸ περιλειπόμενον τοῦ ῥόμβου, amb τὸ περιλειπόμενον τοῦ κώνου.

³¹*ερω*, *προερω*, *υποκειμαι*, *γραφω*, *προκειμαι*, *αναγραφω*, *προγραφω*, *προστιθημι*, *ευρισκω*, *διαγω*, *συναπτω*, *αποδεικνυμι*, *ταρασσω*.

³²*συντιθημι*, *περιφερω*, *εμπιπτω*, *επιτασσω*, *προσλαμβάνω*, *προτιθημι*, *αναστρεφω*, *απολιμπανω*, només els dos primers amb més d'una ocurrencia. A més, també aquests lemes només tenen formes d'aorist, en qualsevol mode (tret d'una única ocurrencia: el futur *συντεθήσεται*; però el participi corresponent en aorist, *συνθέντι*, no s'hauria de comptar, perquè designa una operació en la teoria de proporcions). Tantmateix, la freqüència d'aquests verbs és molt baixa (només hi ha quatre ocurrencies més, llevat dels participis).

³³*εχω*, *περιχω*, *ειμι*, *συγκειμαι*, *αποτεμνω*, *επιψαυω*, *υποτεμνω*, *μενω*, *εφαπτω*, *ποιεω*, *λεγω*, *εχβαλλω*, *απολαμβάνω*, *επισυντιθημι*, *συμπιπτω*, *εοκειμαι*, *υπαρχεω*, *κειμαι*. Fora del present, ja sabem que *ειμι*, *εχω* tenen un bon grapat de formes de futur i d'imperfet; en els altres verbs hi ha quatre formes d'imperatiu de perfet: *ἐφαπτέσθω*, *πεποιήσθω*, *ἐχβεβλήσθω*, *ἐχβεβλήσθωσαν*, i una de subjuntiu aorist: *συμπέσωσιν*. Tanmateix, donat que aquest grup de verbs són molt freqüents, també és relativament baixa la quantitat de formes que no són de present.

D'aquests fets podem concloure que el tipus de participi depèn, essencialment, del verb usat, i segueix les mateixes regles de conjugació que hem esmentat abans: si el verb usa el *model* δ'εμi, utilitzarà participis de present, si segueix la conjugació *completa*, usarà el participi de perfet.³⁴ Hi ha, finalment, un petit grapat de verbs que només usen l'aorist.³⁵ La conjugació tendeix, doncs, en general, al perfet. Però hi ha verbs la conjugació dels quals tendeix al present (resp. aorist), i costarà trobar-los en aorist (resp. present) o perfet.³⁶ Només hi ha dos verbs que semblen escapar-se a aquesta classificació: επιζευγνυμι, γιγνομαι. El primer el trobem en perfet, present, aorist i futur (29/19/11/1, 23 de les quals són participis): si en participi predomina el present, en la resta de modes predomina el perfet (concretament, l'imperatiu de perfet mig/passiu).³⁷

El cas de γιγνομαι és diferent: en primer lloc, hi ha l'imperatiu de perfet actiu, γεγονέτω, que marca l'inici de l'anàlisi,³⁸ i del qual hi ha dues ocurrences al llibre II (EC II.3, 7). També apareix l'imperatiu de perfet mig/passiu, γεγενήσθω, 4 cops: al final del llibre I³⁹ i un cop en EC II.7, equivalent a l'anterior forma d'inici de l'anàlisi. La resta de formes de perfet semblen *innecessàries*: una d'actiu, ἔσται δὴ γεγονῶς ῥόμβος ὁ ΕΒΔΖ (EC I.20), i dues de passives seguides en EC I.39, ἀλλ' ἢ γεγενημένη ὑπὸ τῶν ΖΜ, ΗΝ ἐπιφάνεια κώνου μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης ὑπὸ τῶν ΜΑ, ΝΒ. L'aorist pràcticament només apareix al grup de proposicions EC I.0–12, 15–22, tret de τὸ γεννηθὲν que té dues úniques ocurrences (EC I.36, 39) i τὸν γεννηθέντα τομέα (EC I.39).⁴⁰ El present d'indicatiu (γίγνεται, γίνεται, γίγνονται) és equivalent a εμi. Hi ha, a més, dos participis de present que es troben en expressions quasiformulars similars d'un procediment⁴¹ i, finalment, dos equivalents a εμi.⁴² Per tant, γιγνομαι sembla recollir dos significats diferenciats: l'associat en l'anàlisi figura en imperatiu de perfet actiu (i de vegades passiu),⁴³ i l'equivalent al verb εμi, sempre en present. El participi aorist apareix a les proposicions EC I.0–12, 15–22, que, com ja hem comentat abans, tenen una

³⁴Les desviacions a aquesta regla, com hem vist abans, són degudes a l'ús *estrany* dels participis a les proposicions EC I.0–12, 15–22.

³⁵El verb més freqüent és δίδωμι, si descomptem les dues ocurrences de participi de present. La resta de verbs comparteixen una característica: tots són verbs compostos, amb un prefix preposicional.

³⁶Tret del cas que ho requereixi el context, com per exemple en la pròtasi d'un període condicional universal, com hem vist abans (p. 201).

³⁷Així conviuen la forma típica de l'imperatiu de perfet mig/passiu, ἐπεζεύχθω(σαν), amb un present d'indicatiu, ἐπιζευγνύουσιν i, fins i tot, una ocurrencia de futur ἐπιζεύξωμεν, a banda dels tres tipus de participis.

³⁸Sembla que Arquimedes també usa, només en *Sph. et Cyl.*, la forma εὐρήσθω(σαν) com a inici de l'anàlisi d'un problema en EC I.3, EC I.4, EC II.5. Euclides també utilitza aquesta forma, només 3 cops, però mai com a inici de l'anàlisi.

³⁹Tenen un aire semblant: καὶ γεγενήσθω σχῆμα, καθάπερ πρότερον (EC II.40) i καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιεχθέντος τοῦ κύκλου γεγενήσθω δύο σχήματα (EC II.44). N'hi ha una altra considerada espúria en aquesta darrera proposició: καὶ γεγενήσθω τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχήματα.

⁴⁰Curiosament, es troben en veu passiva, a diferència de les altres, que són totes participis en veu mitja EC I.19 (bis), 20 (bis). Les que no són participi es troben en les expressions formulars ὅπως γένηται τὸ ἐπίταγμα (EC I.4), ἵνα γένηται τὸ ἐπιταχθέν (EC I.5), i en la consecutiva ὥστε γενέσθαι [...] (EC I.12).

⁴¹καὶ ἀεὶ τούτου γινόμενου i τούτου οὖν ἐξῆς γινόμενου, EC I.4, 11.

⁴²El primer és del tot innecessari, ἔστω γὰρ γινόμενος κώνος ἕσος τῶ σχήματι [...] (EC I. 27); l'altre, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος (EC I.28).

⁴³El participi corresponent és molt sospitós, perquè és innecessari.

tendència a usar aquest tipus de participi, mentre que les altres formes d'aorist van regides per una partícula.

10.1.5 Altres

Finalment, hi ha només 11 ocurrences d'imperfet dels verbs *δει*, *δυναμαι*, *ειμι*, *ζητεω*, *προκειμαι*, *υποκειμαι*, 4 del llibre primer (2 d'espúries) i la resta del llibre II. La major part pertanyen al llenguatge secundari, tret de 3 ocurrences (*EC* I.35, *EC* II.5–6). També apareixen dues ocurrences residuals d'optatiu, *είη*, *περινεχθείη*.

10.2 Partícules

Les partícules articulen lògicament el text matemàtic. En textos no matemàtics poden afegir-hi múltiples matisos, que desapareixen, gairebé del tot, en el llenguatge matemàtic. Acostumen a ser conjuncions, coordinants o subordinants i, en algun cas, poden tenir un caràcter més adverbial, com en el cas de *καί*, o senzillament correlatiu, com *τε*, *μεν*.

Les proposicions de *Sph. et Cyl.* contenen 2736 ocurrences corresponents a 28 partícules, un 10,8% de les ocurrences. Les tres més freqüents representen gairebé el 60% de les ocurrences: la més usada és *καί* amb un 28,9%, seguida de *δε*, amb un 18,1%, i d'*αρα*, amb un 10,5%. Hi ha quatre partícules que només tenen una única ocurrencia: *μην*, *οταν*, *τοιονυ*, *εως*; i quatre que només en tenen dues: *επειδηπερ*, *επειπερ*, *ειτε*, *ινα*. Només les partícules *δε*, *καί*, *μεν*, *δη*, *τε* apareixen algun cop en totes les parts de la proposicions, i també *η*, *ωστε* si descomptem les parts de difícil atribució. A les taules 10.6 i 10.7 hi ha el llistat de totes les partícules i els percentatges en les diverses parts de les proposicions.⁴⁴

L'enunciat és la part de les proposicions amb un percentatge més baix de partícules, només un 7,7%, seguida de lluny per l'anàfora, l'exposició i la determinació, amb, aproximadament, un 10,5%. La resta de parts tenen un percentatge superior a l'11%: conclusió, un 11,2%, demostració, un 11,6% i construcció, un 12%.⁴⁵ *Καί* ocupa sempre la primera posició en totes les parts, tret de la determinació, on és superada molt àmpliament per *οτι*, i de la conclusió, superada per *αρα*. Probablement, però, *δε* és la partícula més estable entre parts, movent-se entre el 10 i el 30%, i entre el primer i el tercer lloc, tret de en la conclusió, on només representa un 4%.

La demostració és la part que conté més partícules diferents, 25 de les 28, mentre que molt lluny hi ha l'anàfora, amb 16, seguida de l'enunciat, amb 15, determinació, amb 13, i exposició, construcció i conclusió, amb 12 cadascuna.⁴⁶ Analitzem,

⁴⁴*Ως* no s'usa mai com a partícula, perquè està reservada per la fórmula d'una proporció.

⁴⁵Les parts de difícil classificació contenen un 9,6% de partícules. Recordem que les parts de difícil classificació són, essencialment, les proposicions *EC* 1.23, 28, 36, 39 (vegeu p. 132).

⁴⁶Les parts de difícil classificació contenen 8 partícules.

ara, cada part detalladament:

10.2.1 Enunciat i conclusió

Estrictament parlant, no sembla haver-hi conclusions en la major part de les proposicions de *Sph. et Cyl.*; hem construït aquesta categoria forçant una mica la noció habitual de *conclusió*. En qualsevol cas, l'enunciat i la conclusió no comparteixen tots els tipus de partícules (la conclusió n'usa 12, mentre que l'enunciat n'usa 15) ni, especialment, la distribució.

Com és habitual, però, la partícula més usada en la conclusió és *αρα*, 33 cops; és un marcador evident de la conclusió, però no l'únic. Les 12 aparicions d'*ουν* també indiquen que s'usa com a marcador de la conclusió, sempre acompanyant *δηλον* (i esporàdicament, *φανερων*) i *οτι*,⁴⁷ llevat d'un únic cas, en *EC* 1.23, on apareix en solitari.

Les altres dues partícules sobrerepresentades en la conclusió són *η*, *ηπερ* (7/6 ocurrències). Introdueixen, normalment, el segon terme d'una comparació i, per tant, no tenen cap interès des del punt de vista de l'articulació lògica.⁴⁸ En aquest cas, és curiós que en l'enunciat predomini molt més la primera (18/1). El motiu és una mera desambiguació: de les 102 ocurrències de la partícula *η* a *Sph. et Cyl.*, només en tres casos va seguida d'un article femení singular *ή*; en canvi, de les 58 ocurrències de la partícula *ηπερ* només en 16 no va seguida d'aquest article:⁴⁹ és a dir, *ηπερ* només s'usa per a evitar la repetició de dues *η* seguides (partícula + article).

La resta de partícules de l'enunciat són poc habituals: *δε* (4), habitualment, només apareix acompanyant *μεν*; *ωστε* (2) la conclusió a les proposicions 6, 8 del llibre II; *δη* apareix en les proposicions *EC* 1.8, 43, en un cas introduint la conclusió, *διὰ τοῦτο δὴ [...]*, en l'altre, en una construcció epexegetica: [...] τοῦ ΑΓΔ τμήματος [...] ὃ δὴ ἔστι μείζον ἡμισφαίριου; també hi ha una ocurrència de *τε*, i una altra de *γάρ* en *EC* 1.38, 40, respectivament.

⁴⁷En el llibre I, les proposicions 15, 26, 28, 29, 30, 31, 32 (bis), 41 (bis) —es tracta dels dos únics casos amb *φανερων*— i la proposició 9 del llibre II. En qualsevol cas, també hi ha d'altres ocurrències d'aquests sintagmes fora de la conclusió: 6 casos en la demostració (on s'introdueixen conclusions parcials, molt habitualment sense lletres denotatives), un cas espuri i un altre cas en una part de difícil classificació en *EC* 1.23. *φανερων*, *δηλον* també apareixen (especialment el primer) sense la partícula *ουν*, però mai en la conclusió: en l'enunciat només la primera (tret d'una probablement espúria de *δηλον*), 10 cops, introduint sempre resultats evidents, anomenats tradicionalment *porismes*, i encapçalats sempre per fórmules del tipus *τούτων δὲ ὑποκειμένων, ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων* o similars; en l'exposició només hi ha un cas de *δηλον*; en l'anàfora n'hi ha 5, només 1 amb *φανερων*, introduint el consegüent del paracondicional; en la demostració pràcticament tots són *φανερων* introduint assercions molt senzilles normalment al principi del raonament; en el text de difícil classificació apareix introduint l'apòdosi d'un període condicional amb *εαν*. Caldria fer un estudi comparatiu de l'ús d'aquests termes en l'obra Arquímedes per a confirmar l'ús principal de cadascuna (*δηλον* en la conclusió/*φανερων* en l'enunciat o introduint resultats evidents al llarg de la demostració, molt sovint instanciats), i aclarir els usos esporàdics i/o espuris.

⁴⁸La partícula *η* apareix, també, com a partícula disjuntiva en 10 ocasions.

⁴⁹Totes a les proposicions *EC* 1.22–6 i en la demostració alternativa *EC* II.8, tret de 4 que es troben en *EC* 1.33, *EC* 1.44 (bis) i *EC* II.7.

Taula 10.6: Nombre (#) i percentatge (%) de partícules en l'enunciat, l'exposició i la determinació de les proposicions de *Sph. et Cyl.* També hem inclòs una columna, encapçalada per *altres*, que inclou aquestes mateixes dades per les parts del text de difícil classificació, i que, sobretot, conté passatges de les proposicions EC 1.23, 28, 36, 39.

	Altres		Enunciat		Exposició		Determinació	
	#	%	#	%	#	%	#	%
και	24	29,6%	51	24,4%	132	50,2%	10	10,2%
δε	25	30,9%	43	20,6%	67	25,5%	10	10,2%
αρα	0	0,0%	0	0,0%	3	1,1%	0	0,0%
μεν	10	12,3%	21	10,0%	23	8,7%	7	7,1%
γαρ	0	0,0%	7	3,3%	6	2,3%	0	0,0%
δη	8	9,9%	5	2,4%	14	5,3%	8	8,2%
οτι	2	2,5%	14	6,7%	1	0,4%	41	41,8%
η	0	0,0%	18	8,6%	4	1,5%	7	7,1%
τε	7	8,6%	12	5,7%	6	2,3%	1	1,0%
επει	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
ωστε	0	0,0%	8	3,8%	5	1,9%	3	3,1%
ουν	2	2,5%	1	0,5%	0	0,0%	5	5,1%
ηπερ	0	0,0%	1	0,5%	1	0,4%	2	2,0%
αλλα	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
εαν	3	3,7%	23	11,0%	0	0,0%	1	1,0%
ει	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
επειδη	0	0,0%	0	0,0%	1	0,4%	0	0,0%
ητοι	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
οπως	0	0,0%	2	1,0%	0	0,0%	2	2,0%
διοτι	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
ινα	0	0,0%	1	0,5%	0	0,0%	1	1,0%
ειτε	0	0,0%	2	1,0%	0	0,0%	0	0,0%
επειδηπερ	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
επειπερ	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
εως	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
τοιουν	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
οταν	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
μην	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
LEMES	8		15		12		13	
OCURR.	81	9,6%	209	7,7%	263	10,5%	98	10,6%
T.O. ^a	846		2698		2493		926	

^a LEMES indica el nombre de lemes que són partícules que es troben en la part corresponent. OCURR. indica el nombre d'ocurrències de les partícules dins de la part corresponent. T.O. indica el nombre d'ocurrències totals d'una part concreta del text.

Taula 10.7: Nombre (#) i percentatge (%) de partícules en la construcció, la demostració, l'anàfora, la conclusió, i el total de les proposicions de *Sph. et Cyl.*

	Const.		Dem.		Anàfora		Conc.		TOTAL	
	#	%	#	%	#	%	#	%	#	%
και	81	37,3	369	26,3	105	28,6	18	18,6	790	28,9
δε	43	19,8	254	18,1	50	13,6	4	4,1	496	18,1
αρα	1	0,5	203	14,5	46	12,5	33	34,0	286	10,5
μεν	23	10,6	96	6,8	18	4,9	2	2,1	200	7,3
γαρ	37	17,1	88	6,3	18	4,9	1	1,0	157	5,7
δη	7	3,2	68	4,8	1	0,3	2	2,1	113	4,1
οτι	0	0,0	42	3,0	4	1,1	9	9,3	113	4,1
η	6	2,8	52	3,7	8	2,2	7	7,2	102	3,7
τε	9	4,1	36	2,6	9	2,5	1	1,0	81	3,0
επει	1	0,5	2	0,1	74	20,2	0	0,0	77	2,8
ωστε	7	3,2	49	3,5	2	0,5	2	2,1	76	2,8
ουν	0	0,0	30	2,1	14	3,8	12	12,4	64	2,3
ηπερ	0	0,0	41	2,9	7	1,9	6	6,2	58	2,1
αλλα	0	0,0	28	2,0	9	2,5	0	0,0	37	1,4
εαν	1	0,5	4	0,3	1	0,3	0	0,0	33	1,2
ει	0	0,0	16	1,1	0	0,0	0	0,0	16	0,6
επειδη	0	0,0	7	0,5	0	0,0	0	0,0	8	0,3
ητοι	0	0,0	7	0,5	0	0,0	0	0,0	7	0,3
οπως	0	0,0	2	0,1	0	0,0	0	0,0	6	0,2
διοτι	0	0,0	4	0,3	0	0,0	0	0,0	4	0,1
ινα	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0	2	0,1
ειτε	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0	2	0,1
επειδ.	0	0,0	2	0,1	0	0,0	0	0,0	2	0,1
επειπ.	0	0,0	1	0,1	1	0,3	0	0,0	2	0,1
εως	1	0,5	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	0,0
τοιουν	0	0,0	1	0,1	0	0,0	0	0,0	1	0,0
οταν	0	0,0	1	0,1	0	0,0	0	0,0	1	0,0
μην	0	0,0	1	0,1	0	0,0	0	0,0	1	0,0
LEMES	12		25		16		12		28	
OCURR.	217	12,0	1404	11,6	367	10,4	97	11,2	2736	10,8
T.O. ^a	1808		12087		3536		867		25261	

^a LEMES indica el nombre de lemes que són partícules que es troben en la part corresponent. OCURR. indica el nombre d'ocurrències de les partícules dins de la part corresponent. T.O. indica el nombre d'ocurrències totals d'una part concreta del text.

Totes les partícules de la conclusió també apareixen en l'enunciat, llevat d'αρα. La conjunció específica de l'enunciat, εαν,⁵⁰ introdueix la pròtasi d'un condicional universal: de les 33 ocurrences, 23 són en l'enunciat.⁵¹

La freqüència de μεν ... δε en l'enunciat també és destacable (així, com, en la construcció), amb un 10%.⁵² Cal dir que en totes les ocurrences, menys dues del llibre II,⁵³ sempre forma part d'una estructura habitual de *Sph. et Cyl.*: βασις μεν εχω [...] υψος/κορυφη δε.

També hi ha un nombre destacable de coordinacions τε ... και, amb 12 ocurrences (més que en qualsevol altra part, llevat del text de difícil classificació, on apareix amb més freqüència), que evidencia la preocupació per delimitar l'abast dels sintagmes (precisament, perquè la seqüència τε ... και permet fer-ho sense ambigüitats).⁵⁴

La partícula οτι també està sobrerrepresentada (com passa en la conclusió i, molt especialment, en la determinació). Introdueix sempre la completiva que acompanya φανερον, tret de dos casos en la proposició EC 1.6.⁵⁵

Les partícules consecutives ωστε, οπως són marcadors pels problemes: 8 dels 12 problemes contenen aquestes partícules: la primera en EC 1.2, 4, 5, 6, II.4, 7 i la segona, que és poc habitual en Euclides, en EC 1.3, II.3.⁵⁶ En els problemes on no apareix aquest marcador,⁵⁷ hi ha l'infinitiu εὔρειν, que també marca sovint l'enunciat (de vegades acompanyant ωστε, com en EC 1.2) i, posteriorment, la determinació (però acompanyat en aquest cas de λεγω, δει).⁵⁸

Les 7 ocurrences de γαρ són summament sospitoses, especialment perquè aquest és un marcador fort de la demostració. L'anàlisi de les 7 ocurrences (4 ja conside-

⁵⁰És interessant notar que mai no apareix en una conclusió, juntament amb οπως, ειτε, ινα, que, de fet, tampoc no són molt habituals en l'enunciat (només 5 ocurrences en total).

⁵¹Al llibre I les proposicions 0, 1, 6-12, 12FANERA (quater), 16, 16LEMMATA, 17, 19, 20, 21, 22, 32 i 43, i al llibre II només en la proposició 8. A les proposicions difícils de classificar 23, 36 i 39 apareix en una construcció molt particular amb genitiu absolut, εαν δη μενούσης της ΑΓ διαμέτρου περιεγεχθη ή ΑΒΓΔ κύκλος [...] + [futurs] (EC 1.23). Quatre de les set restants són considerades espúries per Heiberg.

⁵²Del llibre I, les proposicions 7, 8, 12FANERA, 18-20, 26, 27, 31, 31PORISMA, 34, 34PORISMA, 38, 38PORISMA, 40PORISMA1, 40PORISMA2 i 44, i del llibre II les proposicions 2, 2PORISMA, 6 i 8.

⁵³Es tracta del problema 6, d'enunciat especios Δύο δοθέντων σφαιρας τμημάτων είτε της αὐτης είτε μη εὔρειν τμήμα σφαιρας, δ ἔσται ἐνὶ μὲν τῶν δοθέντων ὁμοιον, τήν δὲ ἐπιράνειαν ἔξει ἴσην τῇ τοῦ ἐτέρου τμήματος ἐπιφανεία, i de la proposició 8.

⁵⁴Es troben a les proposicions del llibre I 9, 11, 12, 16, 21, 24, 29, 35, 39PORISMA i 41, i del llibre II 2 i 2PORISMA.

⁵⁵Aquesta és un proposició estranya perquè sembla tenir tres enunciats diferents i equivalents, introduïts per oracions completives amb οτι: ὁμοίως δη δειζομεν, οτι [...], φανερον δε και τουτο, οτι [...], δεικτέον δε, οτι [...].

⁵⁶A més, la primera apareix també en EC 1.12FANERA, considerada espúria per Heiberg, amb un significat conclusiu, i també apareix en EC 1.21, amb caràcter consecutiu, però acompanyant només una construcció necessària per a formular l'antecedent d'un enunciat en forma condicional: εαν εις κύκλον πολυγώνου ἐγγραφη ἀρτιόπλευρόν τε και ισόπλευρον, και διαχθῶσιν εὐθειαι ἐπιζευγνύουσαι τὰς πλευράς του πολυγώνου, ωστε αυτὰς παραλλήλους εἶναι μια ὁμοιοῦν τῶν ὑπό δύο πλευράς του πολυγώνου ὑποτενουσῶν, [...].

⁵⁷EC I.0, 1, 5, 6.

⁵⁸També hi ha una única ocurrencia, EC 1.3, en què tanca la conclusió: ὕπερ προέκειτο εὔρειν.

rades per Heiberg com a espúries) suggereix que s'haurien d'elidir del text.⁵⁹

4 de les 5 ocurrences de la partícula *δη* introdueixen una fórmula metamatemàtica: *ὁμοίως δὴ δεῖξομεν [...]* (EC 1.6), *τούτων δὴ δεδειγμένων φανερόν [...]* (EC 1.12FANERA), *ἔκ δὴ τούτου φανερόν [...]* (EC 1.38PORISMA), *γίνεται δὴ [...]* (EC 1.40PORISMA1). Una altra ocurrencia, com la darrera també en EC 1.40PORISMA1, ha estat considerada espúria per Heiberg, ja que introdueix una explicació posposada a una afirmació de l'enunciat.

Finalment, hi ha dues ocurrences de la partícula distributiva *εἴτε*, que apareixen evidentment seguides (EC 11.6), i una ocurrencia de la final *ἢ α*, en un dels enunciats de EC 1.6, substituint la partícula habitual dels enunciats dels problemes, *ὡστε*.

10.2.2 Exposició i determinació

En l'exposició es delimiten amb molta precisió els objectes i les accions que permetran enunciar exactament, en la determinació, què cal demostrar (en el cas dels teoremes) o construir (en el cas dels problemes), tradicionalment amb fórmules encapçalades per *λέγω ὅτι* (teoremes) i *δεῖ δὴ* (problemes). Aquestes dues parts només coincideixen en un nombre relativament baix d'ocurrences que n'hi apareixen (un 10,6%, en tots dos casos), perquè, pel que fa a la resta, la distribució de partícules és summament diferent. Això és perfectament explicable per la diferent funció que té cadascuna.

En l'exposició, més del 85% de les ocurrences són merament de partícules coordinatives i/o distributives. Destaca especialment *καὶ*, amb el 50% de les ocurrences, seguida de *δὲ*, també amb un nombre molt destacat, però només la meitat que l'anterior. Aquestes, de vegades, s'acompanyen de *τε* i *μὲν* per a crear les seqüències *τε ... καὶ* (6)/*μὲν ... δε* (23) Això indica que l'articulació lògica de l'exposició és mínima: només es tracta d'una llarga parataxi on es presenten els objectes essencials que són imprescindibles per a enunciar la determinació.

Els marcadors que introdueixen l'exposició són *ἔστω* i, més esporàdicament, quan l'anterior no apareix, *γάρ*. De les 51 exposicions que hem detectat a *Sph. et Cyl.*, el primer pràcticament sempre introdueix l'exposició.⁶⁰ El segon apareix en solitari només 2 cops,⁶¹ sempre després de la primera paraula, una preposició. Hi ha només dues exposicions que no són introduïdes per aquests termes: *ἐκκείσθω κύκλος ὁ A καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ E, Z καὶ μᾶζον τὸ E* (EC 1.5) i *δεδόσθω κύκλος ὁ A καὶ χωρίον τι τὸ B* (EC 1.6).

Hi ha algunes ocurrences de conjuncions que semblen impròpies de l'exposició,

⁵⁹A EC 1.6, en un dels enunciats serveix per a introduir una poc habitual cita als *El.* d'Euclides, i en un altre dels tres enunciats d'aquesta proposició introdueix una explicació d'allò que es farà, usant un verb, *μεταγω*, que és un *hárax* en tota l'obra arquimediana. A EC 11.2PORISMA introdueix un inaudita explicació usant lletres designadores.

⁶⁰5 cops precedida per la fórmula que introdueix la síntesi: *συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως* (EC 11.1, 4, 5, 6, 7); i 1, per la fórmula de l'anàlisi: *γεγονέτω* (EC 11.3). A més, 4 cops va seguida, de forma redundant, de *γάρ* (EC 1. 4, 30, 33, 38).

⁶¹Proposicions 1, 22 del llibre 1.

perquè tenen un caràcter marcadament lògic: hi ha 14 ocurrencies de $\delta\eta$,⁶² $\omega\sigma\tau\epsilon$ ⁶³ sempre té una funció consecutiva, va acompanyada per l'infinitiu del verb ésser, $\omega\sigma\tau\epsilon$ εἶναι, i introdueix, llevat de *EC* II.4, una condició que sembla redundant,⁶⁴ la qual cosa fa sospitar que no siguin interpolacions; $\alpha\phi\alpha$ apareix en *EC* II.5, 7 (bis), i $\epsilon\pi\epsilon\iota\delta\eta$ en *EC* II.5, introduint arguments (en el primer cas, conclusions, en el segon, una motivació) molt bàsics, que fan sospitar que no siguin interpolacions.

La composició i distribució de les partícules de la determinació són radicalment diferents de les de l'enunciat i de l'exposició: la forma hipotàctica substitueix la paratàctica.⁶⁵ La partícula essencial és ara $\sigma\tau\iota$, un 42% de les ocurrencies, mentre que en la resta del text apareix molt escadusserament.⁶⁶ La partícula introdueix una completiva que té dues formes bàsiques:⁶⁷ $\lambda\epsilon\gamma\omega$ [οὐν/δη/δε] $\sigma\tau\iota$,⁶⁸ $\delta\epsilon\iota\kappa\tau\epsilon\omicron\nu$ [οὐν] $\sigma\tau\iota$.⁶⁹ $\delta\eta$, οὐν també tenen un paper destacat en la determinació del problema en l'anàlisi, a banda d'acompanyar les expressions anteriors; apareixen (especialment $\delta\eta$) acompanyant un dels altres elements habituals d'una determinació, la forma $\delta\epsilon\acute{\iota}$ als problemes *EC* I.4, 5 (aquest darrer amb οὐν) i *EC* II.0, 3, 5, 7.⁷⁰ També hi ha tres ocurrencies de $\omega\sigma\tau\epsilon$, típica partícula consecutiva en l'enunciat i la determinació d'un problema,⁷¹ així com de partícules que, de vegades la substitueixen en l'obra d'Arquimedes: $\sigma\pi\omega\varsigma$, $\iota\alpha$.⁷²

⁶²Evidentment, en aquest cas podríem no considerar-ho part de l'exposició. La resta acompanyen una forma del verb εἶμι, llevat del cas en què forma part de l'expressió $\delta\eta\lambda\omicron\nu$ $\delta\eta$, en la proposició 21. Totes les ocurrencies són: a les proposicions del llibre I 18, 19 (bis), 20, 21, 32 i les del llibre II 1 (bis), 4, 5 (bis), 6, 7 i 9 (totes les que acompanyen la forma verbal en la síntesi, $\sigma\upsilon\nu\tau\epsilon\theta\acute{\eta}\sigma\epsilon\tau\alpha$, es troben en els problemes del segon llibre, 1, 4, 5, 6 i 7).

⁶³*EC* I.2, *EC* II.1, 4 (bis), 5.

⁶⁴En *EC* I.1 s'acaba de mencionar que s'ha de circumscriure una piràmide en un cercle, i es precisa, a continuació, que la base estigui circumscrita en la circumferència; en els altres dos casos, *EC* II.1, 5, només s'enuncia de forma redundant el significat de la mitjana proporcional: e.g. εἰλήφθω τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσας ἀνάλογον αἱ ΗΘ, ΜΝ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, τὴν ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ καὶ τὴν ΜΝ πρὸς τὴν ΕΖ. (*EC* II.1)

⁶⁵Καὶ només té 10 ocurrencies, igual que δε (8 cops coordinada amb μεν).

⁶⁶Tret, com hem dit, de l'enunciat i la conclusió, però en percentatges molt menors.

⁶⁷Hi ha dues variants, amb una ocurrencia cadascuna: $\delta\epsilon\acute{\iota}$ $\delta\eta$ $\delta\epsilon\acute{\iota}\zeta\alpha$, ὅτι [...] (*EC* I.42) i, amb verb elidit, τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ὅτι [...] (*EC* II.2ΠΟΡΙΣΜΑ).

⁶⁸*EC* I.1, 2, 3, 7 (bis), 8, 9, 10, 11, 14, 16 (bis), 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 33, *EC* II.1, 2, 4, 5, 8, 8ALLOS, 9; en aquesta darrera i *EC* I.3 s'intercala οὐν. En la *EC* II.1 s'intercala $\delta\eta$ i en la *EC* II.5 δε.

⁶⁹*EC* I.12, 13, 15, 26, 32, 35, 37, 38, 41, 44 i *EC* II.8ALLOS; οὐν apareix en *EC* I.32, *EC* II.8ALLOS. Pot observar-se que mai no apareix en un problema. Aquesta és una forma típica d'Arquimedes que no apareix en *El*.

⁷⁰La variant $\delta\upsilon\nu\alpha\tau\omicron\nu$ $\delta\eta$ apareix un cop en la determinació del problema *EC* I.6. $\delta\epsilon\acute{\iota}$ no va acompanyada de cap partícula en *EC* II.6.

⁷¹*EC* I.6 i *EC* II.4 (bis).

⁷²La primera en *EC* I.4, *EC* II.7, la segona en *EC* I.5. També hi ha dues partícules més amb una ocurrencia cadascuna: εὖν en la determinació de *EC* I.19, λέγω, ὅτι, ἐὰν ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κώνου νοηθῆ ἀφρημένος ὁ ΒΔΖΕ ῥόμβος, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ ΘΚΛ κώνος; $\epsilon\pi\epsilon\iota\delta\eta$, una partícula d'ús escàs, al final de l'exposició de *EC* II.5, introduint una explicació posposada: ἐπειδὴ καὶ τῶν κύκλων τὰ τμήματα ἦν ὁμοια.

10.2.3 Construcció

La partícula més destacada de la construcció, però no la més freqüent (que, com habitualment, és *καί*), és *γάρ*. Aquesta partícula, de fet, sembla iniciar el bloc demostratiu o, si volem, és el marcador de final del bloc enunciatiu. Per tant, no és una partícula imbricada en la construcció, i només el fet que la construcció sigui, mot sovint, la primera part del grup demostratiu (construcció/anàfora/demostració), permet identificar la construcció a partir de la partícula. En efecte, totes les partícules *γάρ* de la construcció ocupen sempre la segona posició tot just al principi d'aquesta part, sense excepcions. Ja hem comentat que aquesta partícula substitueix *ἔστω* com a marcador d'inici de l'exposició, sempre que la primera paraula d'aquest bloc no és precisament l'imperatiu *εἰμί* (vegeu l'apartat 6.1.2 de la pàgina 85). No obstant, a *Sph. et Cyl.*, 6 ocurrences de les 37 acompanyen *ἔστω* en l'inici de la construcció.⁷³

Si no es compta aquesta partícula *γάρ*, el nombre (12), el tipus (essencialment paratàctiques) i la distribució de les partícules de la construcció s'assembla molt a les de l'exposició. De fet, a aquestes semblances cal afegir, com és sabut, el tipus de formes verbals que s'hi troben: imperatius de perfet, molt sovint en forma passiva. Aquestes coincidències, evidentment, no són casuals, ja que en ambdós parts s'*inicialitzen* els objectes que permetran, en un cas, enunciar de manera molt precisa què s'ha de demostrar, i en l'altre cas, demostrar-ho. La diferència essencial entre ambdues parts és que l'exposició procura els objectes imprescindibles i gairebé diríem que previsibles, per a desenvolupar l'enunciat de manera precisa; en canvi, la construcció genera objectes auxiliars, eixits només de la imaginació de l'autor i que, un cop usats, seran totalment oblidats. Aquests objectes i el seu ús no són reductibles ni previsibles per la forma deductiva que pren la demostració, i sorgeixen exclusivament de la intuïció del matemàtic [Acerbi 2011b].

10.2.4 Demostració i anàfora

Recentment, Federspiel [1999] i, posteriorment, Acerbi [2011b], han afegit una nova part a les parts en què, tradicionalment, es dividia una proposició matemàtica. Aquesta part, denominada *anáfora*, usa els enunciats d'altres proposicions ja demostrades anteriorment⁷⁴ en la demostració actual, i les cita en forma de

⁷³EC I.17, 22, 40, 41, 43 i EC II.2PORISMA; anteriorment hem vist que també hi ha casos d'aquest tipus en l'exposició (vegeu la nota 60). La resta d'ocurrences es troben en EC I. 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 35, 39, EC II. 2, 7, 8, 8ALLOS (bis). Només EC I. 2, 9, 38 i EC II.1 no ho compleixen, i la resta de proposicions no inicien el bloc demostratiu amb una construcció.

⁷⁴No és clar quan foren demostrades, ni com, ni per qui, ni tan sols si tothom coincidia a considerar-les ja demostrades o, com a mínim, si no estaven demostrades, quan podien inserir-se sense més explicacions en la demostració. Evidentment, només quan l'enunciat hagués estat demostrat anteriorment en la mateixa obra o en altres del mateix autor, permetria justificar plenament, des d'un punt de vista lògic, l'ús que se'n fa. Molt sovint, els historiadors de la matemàtica grega han evitat aquest problema, associant, quan això era possible, els enunciats no demostrats en obres de l'autor tractat a les obres d'Euclides, especialment als *El.*, sense argumentar aquesta decisió o limitar-ne l'abast.

paracondicional. Això permet recuperar de forma molt abreujada els enunciats ja demostrats, que, si es fes en forma de citació literal, requeriria de l'enunciat complet, de l'asserció de l'antecedent de l'enunciat i, finalment, com a conclusió, de l'asserció del consegüent.⁷⁵ Com diem, el paracondicional abreuja molt la formulació i, a més, l'oració resultant és una asserció en l'accepció estoica (vegeu Acerbi [2011b] i Vega Reñon [1990, III.3, pp. 217–240]). En qualsevol cas, darrerament Acerbi és de l'opinió, i nosaltres també, que l'anàfora no formaria una part diferenciada de la demostració, excepte pel fet que sempre va introduïda per una partícula específica, que bàsicament la identifica sense ambigüitats, tot i que això no permet atorgar-li una entitat separada de la resta de la demostració. La partícula que marca l'anàfora és la que introdueix el paracondicional estoic, επει, i pràcticament només apareix en l'anàfora.⁷⁶

Tret d'aquesta partícula, les cinc més freqüents de l'anàfora i de la demostració coincideixen, també en l'ordre i, pràcticament, en el percentatge (i sumen un 70% de les ocurrences en tots dos casos). Són, per aquest ordre: και, δε, αρα, μεν, γαρ.

La partícula conclusiva αρα, que marca típicament la conclusió, també té un pes molt important en l'anàfora i en la demostració. Hi ha matisos diferencials importants: en l'anàfora introdueix l'apòdosi del paracondicional i, per tant, des del punt de vista sintàctic, sembla innecessària.⁷⁷ No es tracta d'una autèntica conclusió, sinó d'una partícula que reforça l'estructura del paracondicional destacant allò que és l'asserció bàsica d'aquest període (que vindria a ser la conclusió del *modus ponens* equivalent). Així, dels 74 períodes paracondicionals que hem detectat a *Sph. et Cyl.*, 41 estan reforçats per αρα. En canvi, en la demostració, introdueix conclusions parcials en el desenvolupament de l'argument, enllaçant així tota la cadena del raonament.

La partícula γαρ apareix 88 cops en la demostració i introdueix normalment un argument posposat. Heiberg ha considerat que 46 d'aquestes aparicions són espúries; 9 de les 18 ocurrences de γαρ en l'anàfora també es consideren espúries.⁷⁸ De la resta, 6 són de la forma επει γαρ, i en aquest cas la partícula indica l'inici del bloc demostratiu (donat que no hi ha construcció). Les tres restants podrien

⁷⁵És a dir, el recurs a un *modus ponens*.

⁷⁶De fet, això no és estrany perquè és l'ús d'aquesta partícula la que defineix aquesta part. Les tres ocurrences d'aquesta partícula en la construcció o en la demostració semblen clarament espúries, i així les va marcar Heiberg. Només una ocurrencia en l'anàfora sembla clarament espúria, o com a mínim no compleix la disposició habitual del paracondicional, perquè apareix posposada (EC II.8), encara que n'hi ha d'altres que són sospitoses i que Heiberg marca com a espúries. Les 73 ocurrences restants són: EC I.1, 2, 3, 6, 7 (bis), 8 (bis), 9 (bis), 10 (ter), 11 (ter), 13 (quinqües), 14 (ter), 16 (bis), 17, 18 (bis), 19, 20, 21, 25, 27 (bis), 30, 32 (bis), 34PORISMA, 40, 41, EC II.1, 2 (quater), 2PORISMA (ter), 3 (bis), 4 (octies), 5 (ter), 6 (ter), 7 (bis), 8 (quater) i 9. És destacable el fet que a les proposicions EC I.23–44 hi hagi molt pocs períodes paracondicionals, 9 dels 74, un parell dels quals són sospitosos.

⁷⁷Acerbi [2011b] ja ha precisat que la lògica estoica no usava aquesta partícula per a introduir l'apòdosi del paracondicional, però observa que, en l'estil matemàtic clàssic, e.g. el dels *El.*, la partícula s'usa de manera habitual.

⁷⁸En general, de les 157 aparicions al text arquimedià, en considera 65 espúries. Per tant, la majoria d'aquestes es troben en la demostració o en l'anàfora. De fet, tradicionalment, la posposició d'un argument es considera un índex de passatge espuri, perquè subverteix la forma estàndard d'una argumentació lògica *formalitzada* (tant des de la perspectiva aristotèlica com estoica), que és una successió encadenada d'aquest esquema bàsic: (dues) premisses → conclusió.

perfectament ser espúries.⁷⁹ Un altra partícula que introdueix arguments posposats en la demostració és *διότι*, amb 4 ocurrencies; només una és acceptada per Heiberg, però considerem que també podria ser espúria.⁸⁰

La partícula *ωστε* només té dues ocurrencies, probablement espúries, en l'anàfora, mentre que en la demostració n'hi ha 49, un 3,5% de les partícules d'aquesta part, el percentatge més alt de totes les parts. Es tracta d'una partícula que, d'una banda, pot substituir la conclusiva habitual, *αφα*, i que, com aquesta, introdueix, també, conclusions parcials que fan progressar l'argumentació; d'una altra, també pot aparèixer en oracions consecutives d'infinitiu, típiques dels enunciats dels problemes.⁸¹ Es troba relativament concentrada en 22 proposicions; normalment, repetida en les proposicions en què apareix, la majoria de la segona part del primer llibre i del segon llibre, i sovint en proposicions importants: *EC* 1.3 (ter), 5 (bis), 6 (bis), 12, 13 (septies), 14 (ter), 16, 25, 30, 33 (quater), 34 (sexies), 35, 42, 44 (bis), *EC* II.2, 3, 4 (ter), 5, 6 (ter), 7, 9 (ter).⁸² Apareix 13 cops en oracions consecutives, 12 en les proposicions importants, en la resta de casos (30) introdueix conclusives, 13 de les quals la forma és *ὥστε καὶ*.

Altres conclusives són *δη*, *οὖν*, la primera pràcticament només en la demostració,⁸³ la segona amb un pes més gran en l'anàfora. En l'anàfora, totes les ocurrencies d'*οὖν* són de la forma *ἐπεὶ οὖν* excepte una.⁸⁴ En la demostració, *οὖν* introdueix conclusions parcials, excepte quan va acompanyada de *δηλον*, que introdueix conclusions gairebé generals.⁸⁵

⁷⁹Dues es troben en *EC* 1.8; una introdueix un argument posposat en el paracondicional, mentre que l'altra inicia un estrany doble argument posposat, un dels quals introduït sospitosament per *ἐπεὶ*: *πάλιν, ἐπεὶ ἐστίν, ὡς συναμφοτέρος ἢ EBZ πρὸς BZ, ἢ HZ πρὸς ZΔ, ἔστω τῆ BE ἴση ἢ BK· δὴλον γάρ, ὅτι μείζων ἐστὶν ἢ ΘB τῆς BE, ἐπεὶ καὶ ἢ BZ τῆς ZΔ*

⁸⁰Es tracta de l'argument genèric en *EC* II.9: *τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν APΓ μείζον ἐστὶ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν AKΓ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἐτέρου μείζονα ἔχει.*

⁸¹I que tenen una funció similar als períodes condicionals dels enunciats de les proposicions. En el cas de les consecutives, però, la instanciació en una altra proposició és idèntica a la de l'enunciat (mentre que les condicionals es transformen en paracondicionals).

⁸²Les proposicions importants són, com sabem, les que es citen en la introducció i/o usen la reducció a l'absurd i/o conclouen alguna de les parts en què es pot dividir l'obra, i són: *EC* 1. 13, 14, 33, 34, 34PORISMA, 42, 43, 44, *EC* II.2, 8, 9. Constatem que gairebé totes aquestes proposicions usen la partícula, i més de la meitat de les ocurrencies (27/49) es troben precisament en aquestes proposicions; a més, totes les proposicions que usen la reducció a l'absurd (en negreta, totes en el llibre I) contenen la partícula, essent el nombre molt gran (23).

⁸³*Δη* apareix en una demostració 68 cops: *EC* 1.2, 4, 5 (bis), 6, 8, 9 (sexies), 10 (quinquies), 11 (ter), 12 (quater), 13 (octies), 14 (quater), 22, 24, 25, 26, 28, 32, 33 (bis), 34 (bis), 35, 40, 41 (quinquies), 44 (ter), *EC* II.2 (bis), 4, 5, 8, 8ALLOS (quater), 9 (ter). *Οὖν* apareix 30 cops en la demostració: *EC* I. 3, 4, 5 (bis), 11 (ter), 12 (ter), 26, 28 (bis), 34 (sexies), 34PORISMA, 35 (ter), 37, 38, 39, 44, *EC* II.8ALLOS, 9 (bis); i la trobem 14 cops en l'anàfora: *EC* 1.7, 8, 9, 10, 11, 14 (ter), 18, 27 (bis), 30, *EC* II.3, 4.

⁸⁴Aquesta, *EC* 1.11, és sospitosa també per altres raons. De fet, tota la pròtasi d'aquest paracondicional és probablement espúria, perquè *οὖν* introdueix la conclusió, la qual cosa és inaudita. A més, la pròtasi està formada per diverses assumpcions (que recullen gairebé literalment *EC* 1.ASSUMPCIO4), i algunes d'aquestes estan encapçalades conjuntament per *ὡλλα*; com veurem a continuació, la partícula *ὡλλα*, quan introdueix una coassumpció múltiple, sempre va acompanyada de *μεν ... δε*, i no per una successió de *καὶ*. Tot això induïx a pensar que aquesta pròtasi és espúria. També l'únic ús de *δη* en l'anàfora és sospitosa, perquè igualment introdueix la conclusió d'un paracondicional en *EC* 1.6: *ἐπεὶ [...] διὰ τοῦτο δὴ ἔλασσον ἔσται [...]*.

⁸⁵De la mateixa manera que en la conclusió, com hem vist a la p. 213. En un únic cas (*EC* 1.37)

Αλλά és una partícula que només apareix en l'anàfora (9) o en la demostració (28), amb un pes semblant, una mica més del 2%. Introdueix coassumpcions, gairebé mai en les proposicions importants.⁸⁶ En l'anàfora sempre, llevat d'un cas, va acompanyada, o bé de *κα*, o bé de *μεν* [...] *δε*, marcant encara més aquesta qualitat d'introduir coassumpcions. En la demostració aquest fet no és tan comú (14/28), però passa en el 50% dels casos.⁸⁷

Totes les ocurrències d'*ει* es troben en la demostració, només en el llibre 1, i pràcticament totes són a les proposicions per reducció a l'absurd.⁸⁸ Això és degut a què aquesta partícula introdueix les expressions *ει μή* i *ει δυνατόν*, la hipòtesi de l'absurd, típiques d'aquestes demostracions. La primera nega la igualtat que es vol demostrar, és a dir, nega l'enunciat, mentre que la segona introdueix les altres possibilitats, que es demostraran absurdes.⁸⁹

10.3 Grups de lletres denotatives

Una de les característiques essencials d'un text matemàtic grec és la presència d'aquests grups de lletres denotatives que tenen una funció essencialment anafòrica: denoten un objecte matemàtic citat anteriorment i, de fet, en la primera aparició (en l'exposició o en la construcció d'una proposició) acostuma a trobar-se en forma d'aposició a l'objecte; essencialment, funciona com un nom propi que s'atorga a un objecte normalment indefinit, i que permet reconèixer-lo sense ambigüitats al llarg de tota la demostració. Pel que nosaltres sabem, no hi ha cap estudi de l'ús d'aquests designadors en els textos matemàtics; seria bo esbrinar si hi ha cap regularitat en la utilització d'aquests elements i, en cas afirmatiu, buscar desajustos

apareix *φανερὸν οὖν, ὅτι* [...], però probablement això és degut al fet que tot seguit, en la conclusió de la proposició, aquesta s'introdueix per *δηλον ἔρα, ὅτι*.

⁸⁶EC 1.2, 10 (bis), 11 (ter), 13, 16 (bis), 17, 18, 19 (bis), 20 (bis), 24, 25, 27, 32, 39, 40 (ter), 41, 42, 44, EC 11.2 (bis), 2ΠΟΡΙΣΜΑ, 3, 4 (bis), 6 (bis), 8ΑΛΛΟΣ (bis).

⁸⁷Aquests fets recolzarien la addició de la partícula *μέν* en una anàfora de EC 11.3, l'únic cas en què no apareix, o bé *μέν*, o bé *καί*, de tots els de l'anàfora: *ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ΔΑΕ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφανείαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος, ἀλλὰ τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἕκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῆ ΑΔ, τῆ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος [...]*; l'aparició posterior del *δὲ* confirmarien la necessitat d'un *μέν* anterior. També recolzen la sospita sobre un passatge a l'inici de la demostració de EC 11.2ΠΟΡΙΣΜΑ: *ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ν κῶνος [...]* on la partícula *μὴν* ocupa una posició inesperada, a banda de ser molt inusual en Arquimedes.

⁸⁸EC 1.6, 12, 13 (ter), 14 (bis), 15, 33 (bis), 34 (quater), 42, 44.

⁸⁹Hi ha 4 ocurrències en què no són d'aquest tipus: una introdueix un segon cas d'una argumentació positiva per casos (EC 1.12), i que normalment no usen aquesta forma de distribució de casos; usualment, la forma per casos és així: *ἔστω πρότερον [...]* *ἔστω δὲ [...]*. En aquest cas, però, la forma és: *ἔστω πρότερον [...]* *εἰ δὲ μή ἐστιν [...]*. Les tres restants són sospitoses: en EC 1.6 el període condicional s'hauria de substituir per un paracondicional, perquè es tracta d'una asserció inserida en la demostració: *εἰ γὰρ τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὃ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγραφομένου μείζων ὁ κύκλος, πολλῶ μᾶλλον τὸ περιγραφέν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὃ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον*; en EC 1.15, Heiberg l'elideix perquè introdueix una sèrie de raonaments trivials posposats; en EC 1.34 hi ha una ocurrència introduïda per *εἰ οὖν μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου περιενεχθεῖη [...]*, que reproduceix altres passatges típics d'aquesta obra (en la construcció de figures de rotació), amb la diferència que en els altres casos sempre s'usa *εἰ*.

de l'ús habitual que poguessin donar informació sobre possibles interpolacions, reescriptures i contaminacions del text.⁹⁰

Ja sabem que *Sph. et Cyl.* conté 3533 grups de lletres denotatives, que apareixen en 54 de les 65 proposicions.⁹¹ Hi ha 411 grups de lletres denotatives diferents, i el grup més freqüent és ABΓ amb 100 ocurrences, seguit de B (96), AΓ (82), Δ (78), EZ (74), AB (69), A (67). Amb més de 10 ocurrences hi ha 86 grups, mentre que n'hi ha 126 amb una única ocurrencia. Si comptem les lletres de cada grup (vegeu la taula 10.8) observem que els objectes designats amb dues lletres són els més nombrosos, tant en formes com en ocurrences. Hi ha, evidentment, poques formes amb una sola lletra, i cobreixen tot l'alfabet bàsic (24), però amb moltes ocurrences (810), i moltes formes (146) amb tres lletres però amb un nombre d'ocurrences relativament baix (599). Hi ha molts pocs grups de més de 4 lletres (8).

Taula 10.8: Nombre de formes, ocurrences i ocurrences/forma classificades per nombre de caràcters de cada grup de lletres denotatives.

# caràcters	# formes	# ocurrences	o/f
1	24	810	33,8
2	197	1998	10,1
3	146	599	4,1
4	38	118	3,1
5	2	4	2,0
6	1	1	1,0
7	2	2	1,0
12	1	1	1,0
	411	3533	8,6

És interessant estudiar l'ordenació de les lletres dintre dels grups de lletres denotatives. Sovint trobem ordenacions diverses; per exemple, podem trobar AB, però també BA, inclús en la mateixa proposició i designant el mateix objecte. Entre les agrupacions de 4 lletres⁹² (38 formes/118 ocurrences), només n'hi ha 13 (23 ocurrences) que presenten una única ordenació, que no sempre és l'alfabètica. Amb 2 formes hi ha 7 agrupacions, amb molt poques ocurrences (18). El mateix passa amb les agrupacions que presenten 3 formes (2/10). Amb 4 formes trobem només 1 agrupació (ABΓΔ), amb 4 formes: ABΓΔ (57), AΓBΔ (7), ABΔΓ (2), AΓΔB (1).

⁹⁰Evidentment, els resultats d'aquest estudi cal prendre'ls amb precaució degut a la indeterminada fiabilitat en la transmissió dels textos d'aquests signes convencionals, fàcilment alterables quant a l'ordre. Caldria fer un estudi complementari del marge de fiabilitat de la transmissió d'aquests grups de lletres denotatives.

⁹¹No hi apareixen lletres denotatives a les proposicions: EC 1.0, 12FANERON, 16LEMMATA, 29, 31, 31PORISMA, 34PORISMA, 38PORISMA, 39PORISMA, 40PORISMA2, EC II.0. Es tracta majoritàriament de proposicions perifèriques o molt bàsiques.

⁹²Considerarem que una agrupació de lletres és un conjunt d'ocurrences de grups de lletres denotatives que contenen exactament les mateixes lletres, encara que puguin trobar-se en ordre diferent. Una ordenació concreta serà una forma d'aquesta agrupació: v.g. ABC i BCA són dues formes de l'agrupació de tres lletres formada per les lletres A, B i C.

Entre les agrupacions de 3 lletres (146/599) n'hi ha 52 (150 ocurrences) que presenten una única forma, i molt sovint les lletres d'aquesta forma no apareixen en ordre alfabètic. Hi ha 17 agrupacions (103 ocurrences) que presenten dues formes, i pràcticament sempre la més freqüent és la que no té una ordenació alfabètica, i tot sovint les dues formes són d'aquest tipus. Hi ha 15 agrupacions (283 ocurrences) que presenten tres formes; hi ha més formes que no presenten una ordenació alfabètica, però són més freqüents les que tenen una ordenació alfabètica (196 ocurrences). No hi ha cap agrupació de 3 lletres que presenti 4 formes diferents, en canvi n'hi ha 3 que en presenten 5, de formes diferents, de les 6 possibles (63 ocurrences).⁹³ En tots els casos, les més freqüents són les formes desordenades (13 formes/50 ocurrences). En general, les agrupacions de tres lletres es presenten majoritàriament desordenades, tant en formes (110/36), com en ocurrences (327/272), si bé la freqüència mitjana de les formes ordenades és sensiblement superior.⁹⁴

Entre les agrupacions de 2 lletres, que són els més freqüents tant en formes com en ocurrences (197/1998), n'hi ha 61 que presenten només una única forma i estan molt majoritàriament ordenades. N'hi ha 68 que presenten dues formes, i la forma més freqüent acostuma a estar ordenada. Aquests grups presenten, doncs, en general, una ordenació alfabètica més acusada que la resta de grups (de 3 o de 4 lletres), ja que és l'únic cas en què tant en formes com en ocurrences sempre és més freqüent la forma ordenada (vegeu les taules 10.9, 10.10).

Taula 10.9: Nombre d'ocurrences que mantenen les lletres ordenades alfabèticament, o bé, desordenades (grups de 2 a 4 lletres).

	# lletres			TOTAL
	2	3	4	
Ordenades	1322	272	74	1668
Desordenades	676	327	44	1047

Taula 10.10: Nombre de formes que mantenen les lletres ordenades alfabèticament, o bé, desordenades (grups de 2 a 4 lletres).

	# lletres			TOTAL
	2	3	4	
Ordenades	109	36	10	155
Desordenades	88	110	28	226

⁹³No n'hi ha cap que presenti les 6 formes possibles.

⁹⁴Només cal adonar-se que entre les 10 formes més freqüents de 3 lletres, 7 estan ordenades, encapçalades per la forma més freqüent, ABΓ.

10.3.1 La proporció de lletres denotatives dins d'una proposició

Una altra qüestió bàsica és el nombre relatiu d'ocurrències de lletres denotatives que té una proposició matemàtica, si ho comparem amb el nombre total d'ocurrències d'una proposició. La mitjana de totes les proposicions és d'un 14,3%.⁹⁵ El coeficient de correlació entre la longitud d'una proposició (mesurada en nombre d'ocurrències) i el nombre d'ocurrències és molt alt, 0,71,⁹⁶ però si observem la recta de regressió (vegeu la figura 10.1), ens adonem que sembla contenir un grup de punts més estretament relacionats en la part superior, mentre que n'hi ha d'altres, en la part inferior dreta, que semblen allunyats del grup principal.

Si ens concentrem amb les dades esbiaixades, ens adonem que totes són del llibre I: es tracta de les proposicions 6, 12, 13, 14, 23, 26, 28, 32, 33, 34, 38, 41, 42, 44. Aquest grup de proposicions inclou totes les que usen la reducció a l'absurd i, en general, totes les proposicions importants, tret de les proposicions 34PORISMA i 43.⁹⁷ De fet, les proposicions més esbiaixades són la 13 i la 14 que, com sabem, són les més importants de les proposicions preparatòries. Així, si considerem tres grups de proposicions, aquestes proposicions esbiaixades (totes del llibre I), la resta del llibre I i, finalment, les del llibre II (i les anomenem, respectivament, P1, P2 i P3), observem les següents característiques:

- El coeficient de correlació és molt més elevat en cadascun d'aquests grups, en tots tres casos al voltant del 0,9. Si considerem plegats els grups P2 i P3, el coeficient de correlació augmenta fins a 0,94.⁹⁸ Com hem vist, quan incloem també les proposicions P1, el coeficient davalla sensiblement fins a 0,71.
- Les rectes de regressió de P2 i P3 són gairebé idèntiques.⁹⁹ Per tant, podem considerar tots aquests punts dintre d'un mateix grup, i la recta de regressió és $y = 0.25x - 28.29$, mentre que la recta de regressió del grup P1 és $y = 0.13x - 25.02$. Fixem-nos en què el coeficient de la x en el segon cas és la meitat del primer cas (vegeu la figura 10.2).

10.4 Ordenació dels termes d'una relació

Acerbi [2011b] afirma que «le relazioni sono identificabili in base ad un tratto sti-

⁹⁵En el cas dels teoremes és del 13%, mentre que en el dels problemes és sensiblement superior, 18,9%. A més, només un problema, EC 1.0, no té lletres designadores, mentre que 10 teoremes no en tenen.

⁹⁶No hem inclòs les proposicions amb cap grup denotatiu. Prenem sempre el coeficient de correlació r^2 .

⁹⁷Totes dues no són altra cosa que meres continuacions de les proposicions anteriors, 34 i 42, a les quals complementen.

⁹⁸Recordem que això significa que, en aquestes proposicions, el nombre de grups de lletres designadores usats depèn de forma exclusiva, en un 94%, de l'extensió de la proposició.

⁹⁹En el primer cas té l'equació $y = 0.25x - 27.6$, i en el segon cas, $y = 0.27x - 44.19$.

Figura 10.1: Regressió entre la longitud d'una proposició i el nombre de grups de lletres designadores.

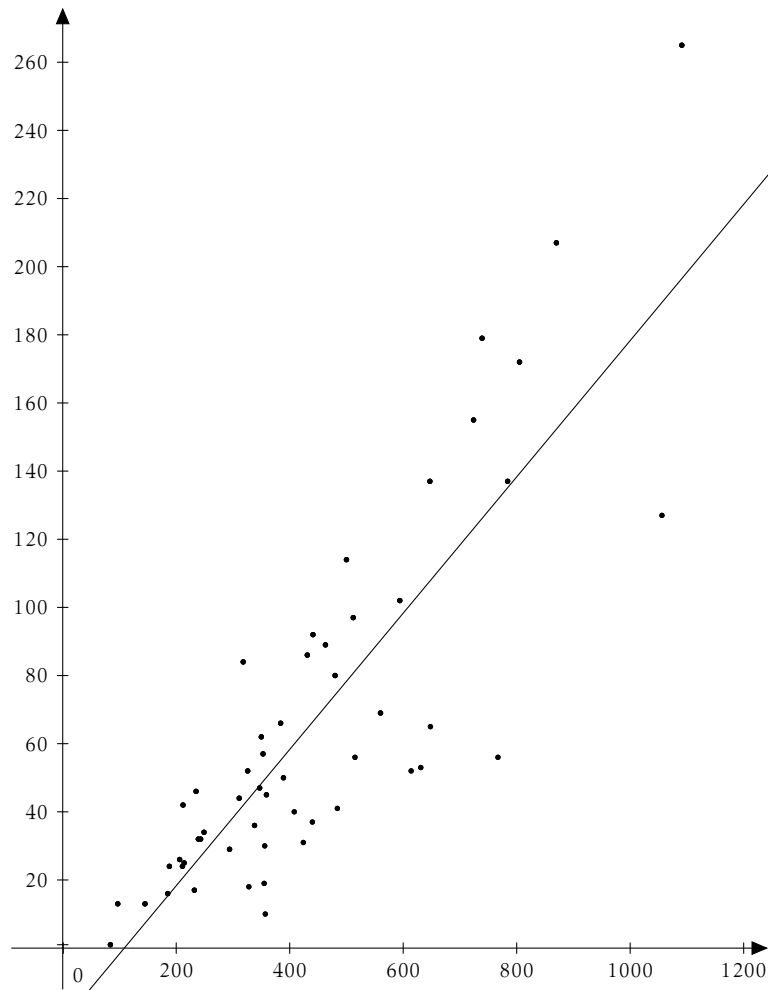
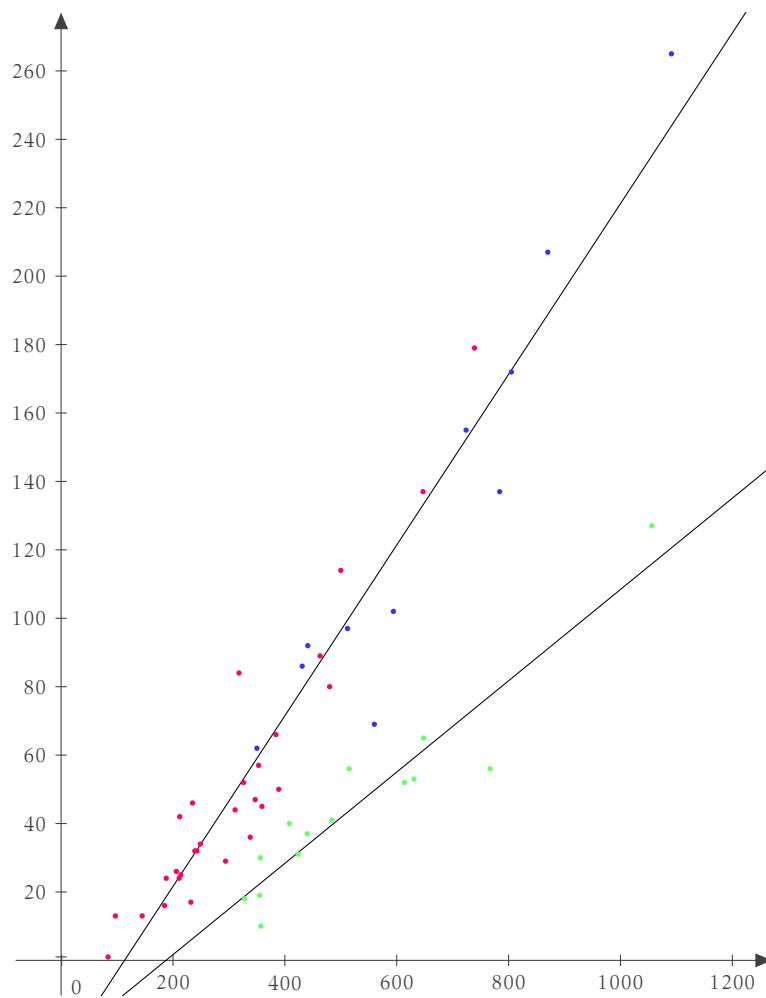


Figura 10.2: Regressió entre la longitud d'una proposició i el nombre de grups de lletres designadores pels grups P1 (en verd), d'una banda, i P2 (en vermell) i P3 (en blau), d'una altra.



listico fondamentale: l'operatore relazionale (verbo + predicato) si trova all'esterno della coppia ordinata di termini in relazione» excepte en l'enunciat, l'exposició i la conclusió. *Sph. et Cyl.*, en l'enunciat i l'exposició/determinació, també situa pràcticament sempre el predicat relacional entre subjecte i predicat.¹⁰⁰ En la resta del text, però, no sembla mantenir-se l'ordenació postulada com a canònica. Ho comprovarem, primer, amb la relació «ser igual a».

En la construcció, mai no es conserva l'ordenació privilegiada.¹⁰¹ Tampoc en la conclusió es conserva normalment l'ordenació.¹⁰² En l'anàfora/demostració, tot i que hi ha certa variabilitat, torna a predominar l'ordenació que no és la canònica: 142 (per 66 en el cas de l'ordenació canònica)¹⁰³ ocurrences tenen el verb entre els dos objectes relacionats per la igualtat. Cal destacar, a més, un fet important: en el llibre I predomina de manera molt destacada l'ordenació no canònica, (112/23),¹⁰⁴ en el llibre II predomina l'ordenació canònica (30/43).¹⁰⁵ Algunes relacions d'igualtat que no segueixen l'ordenació canònica es troben dins d'estructures participials amb *εχω* del tipus «*ἔχων* [...] *βάσιν* μὲν [...], *ὑψος* δὲ *ἴσον* + datiu», o similar (més de 15 ocurrences en el primer llibre).¹⁰⁶ A més d'aquesta amb *ἔχω*, hem comptat també les estructures paral·leles amb un verb que no sigui *εἶμι*, que usen *κείμαι*, *δείκνυμι*, *δύναμαι*; totes segueixen l'ordenació no canònica: *e.g.* οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῆ [...] (EC 1.40), οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύνανται τῶ περιεχομένῳ [...] (EC 1.35), γίνεται δὲ ὁ M κύκλος ἴσος τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου [...] (EC 1.35). ἢ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὖσα κύκλῳ [...] (EC 1.37)¹⁰⁷ i κείσθω δὲ τῆ EZ ἴση ἢ EP (EC 1.13).¹⁰⁸

¹⁰⁰L'enunciat més habitualment que l'exposició. Curiosament, un dels pocs enunciats que ho incompleix, en el cas del predicat «ser igual a», és el 4t lema després de la proposició 16: Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὑψέσιν καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὑψέσιν, ἴσοι εἰσὶ.

¹⁰¹L'únic cas en què podria considerar-se correcta l'ordenació és una forma participial elidida: ὁ Ἐ βάσιν μὲν ἔχων τῶ M ἴσην (EC 1.41). Tanmateix, amb participi elidit aquesta no és l'ordenació preferida (cfr. EC 1.37: ἔστω γὰρ γινόμενος κώνος ἴσος τῶ σχήματι τῶ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῆ σφαίρᾳ τὴν βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῆ ἐπιφανείᾳ [...] βάσιν ἔχων ἴσην τῶ ABΓΔ κύκλῳ)

¹⁰²Només 5 de les 21 ocurrences: EC 1.7, 8, 19, 44, EC II.6.

¹⁰³Presentarem les dades de l'ordenació no canònica *vs.* l'ordenació canònica separades per una barra inclinada: 3/4 indicarà que 3 ocurrences no mantenen l'ordenació canònica, mentre que 4 la mantenen.

¹⁰⁴L'ordenació canònica es dona només a: EC 1.2, 3, 8, 13 (quinquies), 14, 17 (ter), 21 (ter), 19, 24, 25, 26, 30, 32, 38, 40. Només en el cas de la proposició 18 aquest cas superen l'ordenació amb els objectes separats (2/3). En qualsevol cas, pràcticament totes les ordenacions canòniques del llibre I són passatges conclusius amb *αρα*, de vegades seguits per un altre passatge conclusiu amb *ωστε*, i que també segueix l'ordenació canònica: *e.g.* ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ZAP τρίγωνον τῶ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν A κύλινδρον περιγεγραμμένου τῶ εὐθυγράμμῳ τῶ περὶ τὸν B κύκλον ἴση ἐστὶν (EC 1.13). És curiós que en la conclusió, com hem esmentat, predomini, en canvi, l'ordenació no canònica.

¹⁰⁵L'ordenació canònica es dona a EC II.1 (quater), 2 (septies), 2PORISMA (quinquies), 4 (quinquies), 5 (quinquies), 6 (quinquies), 7 (ter), 8 (quinquies), 8ALLOS, 9 (ter). L'ordenació no canònica només predomina en les proposicions 0 (1/1), 3 (5/5), 6 (6/11).

¹⁰⁶En el llibre II, en canvi, le poques estructures participials d'aquest tipus mantenen sempre l'ordenació canònica: *e.g.* ὁ N ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆ AB [...] κώνος ὁ N ἴσον ἔχων τὸ ὑψος τῆ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας (EC II.2).

¹⁰⁷També amb l'ordenació inversa: ἡ ἐπιφάνεια τοῦ [...] ἴση δέδεικται κύκλῳ [...] (EC 1.34PORISMA).

¹⁰⁸No hem comptat les ocurrences amb el pronom correlatiu, i que de fet són dues: τὰ ὑψη τῶν περιεχόντων τριγώνων τὴν πυραμίδα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοισ (EC 1.7) i αἱ εἰρημέναι κάθετοι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλοισ (EC 1.8). En qualsevol cas, una hipòtesi és que l'ordenació habitual (diferent, com hem dit, de la

Un altre tipus de relació és la «ser més gran/petit que». De fet, relacions d'aquest tipus n'hi ha bàsicament dues, una que relaciona magnituds, i l'altra que relaciona raons. Cadascuna d'aquestes, a més, té diverses formulacions equivalents i que conviuen en el text arquimedià.¹⁰⁹ En qualsevol cas, la forma més usual de desigualtat entre raons és, arreu, la que interposa el predicat relacional entre les raons, per tant, només ens centrarem amb la relació de desigualtat entre magnituds que no són raons.¹¹⁰

Com en el cas de la igualtat, la desigualtat separa gairebé sempre els objectes de la relació interposant-hi el predicat relacional, en l'enunciat, exposició, determinació i conclusió.¹¹¹ Hi ha poques ocurrències a la construcció, irrellevants, d'altra banda. En la demostració i l'anàfora passa el mateix que en la igualtat: majoritàriament es prefereix la construcció no canònica, tot i que no de forma tant destacada (70/55). També, com en el cas de la igualtat, en el llibre I el predomini és (un pèl) més elevat (68/48), mentre que en el llibre II el predomini s'inverteix, bé que amb molt poques ocurrències (2/7). És destacable el fet que si escandim les ocurrències per proposicions, pràcticament sempre les dades per a la igualtat i per a la desigualtat¹¹² són congruents pel que fa al predomini d'una ordenació.¹¹³

En definitiva, no sembla agosarat afirmar que *Sph. et Cyl.* no predomina la forma canònica, proposada Acerbi [2011b], en l'ordenació dels elements d'una relació: en aquesta obra d'Arquimedes predomina, en el llibre I, la interposició del predicat relacional entre els objectes relacionats, mentre que, en el llibre II, predomina el contacte (tot i que de manera no tan acusada) entre els objectes relacionats amb el predicat relacional situat a l'exterior. És destacable, a més, el fet que gran part de les ocurrències canòniques venen introduïdes per conclusions parcials, introduïdes per $\alpha\alpha$, $\sigma\sigma$, però en la conclusió de les proposicions, majoritàriament, l'ordenació no és aquesta, si bé estan introduïdes normalment per $\alpha\alpha$.¹¹⁴

canònica) calqui de fet aquesta ordenació amb el pronom $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\upsilon\varsigma$.

¹⁰⁹Per exemple, podem trobar una partícula comparativa, $\mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\omega\nu\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu\ \eta\ \tau\epsilon\tau\alpha\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\omicron\varsigma\ \acute{\omicron}\ \Lambda\ \kappa\acute{\upsilon}\chi\lambda\omicron\varsigma$ [...] τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ (EC 1.30), però, també, directament un genitiu, $\tau\acute{\omicron}\ \eta\mu\iota\sigma\phi\alpha\acute{\iota}\rho\iota\omicron\nu$ [...] $\mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\acute{\omicron}\nu\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\ \tau\omicron\upsilon\ \tau\mu\eta\mu\alpha\tau\omicron\varsigma$ [...] (EC 11.9). En el cas de la desigualtat entre raons, en EC 1.7 trobem $\acute{\omicron}\ \delta\acute{\epsilon}\ \delta\omicron\theta\epsilon\iota\varsigma\ \lambda\acute{\omicron}\gamma\omicron\varsigma\ \acute{\omicron}\ \tau\eta\varsigma\ \Theta\text{K}\ \pi\acute{\rho}\omicron\varsigma\ \text{K}\Lambda\ \mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\omega\nu\ \tau\omicron\upsilon\ \delta\upsilon\ \nu\ \acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota\ \tau\epsilon\iota\alpha\ \pi\acute{\rho}\omicron\varsigma\ \delta\upsilon\omicron\ \iota$, més endavant, $\eta\ \Theta\Lambda\ \pi\acute{\rho}\omicron\varsigma\ \Lambda\text{K}\ \mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\omicron\nu\ \lambda\acute{\omicron}\gamma\omicron\nu\ \acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota\ \eta\ \pi\epsilon\rho\ \eta\ \text{E}\Delta\ \pi\acute{\rho}\omicron\varsigma\ \Delta\text{B}$.

¹¹⁰Curiosament, les úniques tres excepcions que hem trobat es troben en EC 1.13, precisament la proposició que també té un nombre summament elevat de igualtats amb aquesta mateixa ordenació dintre del llibre I.

¹¹¹Només dues d'unes 50 ocurrències no ho compleixen, totes dues introduïdes per un $\acute{\omicron}\tau\iota$, una en una determinació (EC 11.9) i l'altra en una conclusió (EC 1.30): $\lambda\acute{\epsilon}\gamma\omega\ \sigma\acute{\upsilon}\nu$, $\acute{\omicron}\tau\iota\ \mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\acute{\omicron}\nu\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\ \tau\acute{\omicron}\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}$ [...] τοῦ κατὰ [...] i $\delta\eta\lambda\omicron\nu\ \sigma\acute{\upsilon}\nu$, $\acute{\omicron}\tau\iota\ \mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\omega\nu\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu\ \eta\ \tau\epsilon\tau\alpha\pi\lambda\acute{\alpha}\sigma\iota\omicron\varsigma\ \acute{\omicron}\ \Lambda\ \kappa\acute{\upsilon}\chi\lambda\omicron\varsigma$ [...] τοῦ μεγίστου κύκλου [...].

¹¹²Fins i tot es troben casos en què conviuen ambdues relacions amb la mateixa ordenació: e.g. $\tau\eta\ \mu\acute{\epsilon}\nu\ \beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu\ \mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\omicron\nu\ \acute{\epsilon}\xi\epsilon\iota\ \tau\omicron\upsilon\ \epsilon\iota\sigma\eta\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\upsilon\ \kappa\acute{\upsilon}\chi\lambda\omicron\upsilon$, $\tau\acute{\omicron}\ \delta\acute{\epsilon}\ \acute{\omicron}\psi\omicron\varsigma\ \acute{\iota}\sigma\omicron\nu\ \tau\eta\ \acute{\epsilon}\kappa\ \tau\omicron\upsilon\ \kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\epsilon\rho\omicron\upsilon\ \tau\eta\varsigma\ \acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\varsigma\ \sigma\phi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma$ (EC 1.40PORISMA), en tots dos casos amb el l'adjectiu relacional interposat entre els objectes relacionats.

¹¹³Totes les incongruències es produeixen perquè en la relació d'igualtat predomina l'ordenació no canònica, mentre que, en la desigualtat, ho fa la relació canònica: EC 1.30 (2/1 en el cas de la igualtat, 0/1 en el cas de la desigualtat), EC 1.34 (2/0 vs. 2/5), EC 1.38PORISMA (1/0 vs. 1/2) i EC 11.9 (7/3 vs. 2/3). En aquests casos, molt sovint la forma canònica apareix en conclusions parcials introduïdes per $\alpha\alpha$, $\sigma\sigma$ (7 de les 12 ocurrències; només 2 les dues de la proposició 38PORISMA, 2 de la proposició 34 i 1 de la proposició EC 11.9 no segueixen aquest patró).

¹¹⁴No hem fet l'anàlisi per a la resta de predicats relacionals, però tot indicaria que aquest comportament inesperat hauria de mantenir-se. En propers treballs procurarem aprofundir en aquest aspecte i

10.5 Indicadors metamatemàtics

Sph. et Cyl. està farcit d'indicadors metamatemàtics, amb la intenció d'«abbreviare una dimostrazione evitando ripetizioni», que es manifesten en expressions meta-lingüístiques. La variabilitat d'aquestes expressions sembla superior a les ja presentades en Acerbi [2011b]:

- Les demostracions analògiques poden presentar-se amb les expressions *διὰ/κατὰ τὰ αὐτὰ*.
- El terme *ὁμοίως* permet introduir una demostració o construcció potencial. La varietat d'expressions on apareix aquest terme és remarcable: si la forma més usual sembla ser *ὁμοίως δὴ* + forma personal de futur de *δείκνυμι*, *Sph. et Cyl.* només presenta dues formes d'aquest tipus, entre les 32 ocurrences.¹¹⁵ Sembla que Arquimedes prefereix *ὁμοίως (δὴ) τοῖς πρότερον/προειρημένους*.¹¹⁶ En la resta de casos, el terme apareix en solitari, sovint, només acompanyat de les partícules *καί, δε*.¹¹⁷
- Les referències a passatges ja demostrats usant formes del verb *δείκνυμι*, normalment formes mitges o passives de perfet o d'aorist.¹¹⁸ La forma d'aorist és sempre l'escollida en les demostracions per reducció a l'absurd, en l'expressió formular *ἔδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων/μεῖζων*.¹¹⁹ Hi ha d'altres verbs derivats que també s'usen d'aquesta mateixa manera: *ἀποδείκνυμι, προἀποδείκνυμι, προδείκνυμι, συναποδείκνυμι*. Tenen, però, molt poques ocurrences (9), sospitoses totes de ser interpolacions.¹²⁰
- Les crides implícites a suposicions, amb formes de *ὑποκείμεαι*. Són molt escadusseres.¹²¹

abastar les altres obres d'Arquimedes.

¹¹⁵*ὁμοίως δὴ δείζομεν*, EC 1.6, 11. Hi ha també un *ὁμοίως οὖν δείζομεν* en EC 1.44 i un estrany *ὁμοίως δὲ δείχθήσεται* en EC 11.2, l'única ocurrencia d'aquest terme al llibre II.

¹¹⁶Hi ha 6 ocurrences molt concentrades en el text: EC 1.4, 36 (bis), 38, 41, 44, només una amb *προειρημένους*, precisament la primera.

¹¹⁷EC 1. 1, 4, 6, 9, 10 (ter), 13, 15, 20 (bis), 22, 23 (bis), 26, 28, 32, 33, 35, 43, 44 (ter).

¹¹⁸Heiberg considerava espúries gairebé totes les formes de perfet. La diferència essencial rau en el fet que la forma de perfet, normalment acompanyada per *γάρ* (i, per tant, en aquests casos, acostuma a ser una explicació posposada), habitualment *δέδεικται*, introdueix una proposició general, de vegades amb un senzill *δέδεικται γὰρ ταῦτα*, però de vegades reproduint la formulació original: e.g. *ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων ἴση δέδεικται κύκλῳ [...]* (EC 1.34PORISMA). En canvi, la forma d'aorist, habitualment *ἔδείχθη*, s'introdueix com una coassumpció amb la partícula *δέ*: e.g. *ἔδείχθη δὲ ὁ ΜΝΞ ἴσος τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ* (EC 1.18).

¹¹⁹En un cas apareix un *ὡς* enllloc d'un *ὅτι* (EC 1.42), la qual cosa és estranya ja que sabem que *ὡς* és una partícula reservada per a les proporcions.

¹²⁰Entre els 5 que Heiberg no consideraria interpolacions hi ha: *φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων [...]* (EC 1.12FANERA), *Ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη* (EC 1.16FANERA), *οἱ δὲ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοι ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῆ [...]* (EC 1.24), *διὰ δὲ τὸ προδείχθῃ ἐν ἴσοι ἐστὶν [...]* (EC 1.25), *τοῦτο γὰρ προδεδείκται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ* (EC 11.3).

¹²¹Només dues ocurrences en proposicions inicials: *τούτων δὲ ὑποκειμένων* (EC 1.0), *τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων* (EC 11.2PORISMA).

- Cites gairebé literals d'enunciats de teoremes precedents sense cap terme introductor. No hem fet una anàlisi d'aquests enunciats que són molt minoritaris.

10.6 Desviacions de l'estil demostratiu

Entre els trets diferencials més destacats trobem aquests:

- Marcadors autorials: si descomptem la més habitual de les formes de primera persona del singular, λέγω, que és un tret característic de la determinació d'un teorema, així com de l'expressió semifossilitzada ὁμοίως δὴ δείζομεν,¹²² *Sph. et Cyl.* no conté una gran varietat de marcadors autorials, especialment si considerem només les formes de primera persona (singular o plural), i apareixen molt concentrades en el text: 10 ocurrences totes entre les proposicions 3 i 10 del llibre I, i les proposicions 8, 8ALLOS del llibre II.¹²³
- L'adjectiu verbal δεικτέον, que apareix principalment en les determinacions de teoremes, substituïnt a l'habitual λέγω ὅτι, en 10 ocasions, totes en el llibre I.¹²⁴
- El mode optatiu és totalment residual, amb només dues ocurrences.¹²⁵

10.7 Conclusions

L'estructura verbal d'un text matemàtic és molt rígida i *Sph. et Cyl.* no és una excepció. A més, cada característica verbal sembla recollir un aspecte concret i exclusiu, sigui aquest semàntic o lògic. Això permet precisar al màxim els trets logicosintàctics que volen marcar-se i evitar l'ambigüïtat a tots nivells. Descomptant el participi, podem dir que:

- El present és un temps que es troba arreu, però molt concentrat en un grapat de verbs, εἰμι, εἶχω, περιεἶχω, λέγω. El futur el pot substituir esporàdicament, substitució que és irrellevant (és probable que en *El.* el futur s'usi menys, i que això sigui una tret de l'escriptura arquimèdiana). Altres modes de present són gairebé obligats: el subjuntiu, només amb εἰμι, εἶχω, apareix en

¹²²Hi ha, també, una variant en aorist introduïda per ως: ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει (*EC* II.2).

¹²³ἀγάγωμεν (*EC* I.4), ἐζητοῦμεν (*EC* II.8), λαμβάνω (*EC* I.5), λείψομεν (*EC* I.3, 9, 10), τέμνωμεν (*EC* I.4), φημί (*EC* II.8ALLOS-ter).

¹²⁴*EC* I.12, 13, 15, 26, 32, 35, 37, 38, 41, 44. Hi ha dues ocurrences més *EC* I.6 (en un context on sembla reproduir-se el mateix enunciat del problema de diferents formes), *EC* II.8ALLOS (en plena demostració). També l'ocurrència *EC* I.32 és sospitosa; aquestes tres ocurrences no reproduïxen fidelment el model habitual en les altres 9 ocurrences δεικτέον ὅτι, sinó que introdueixen una partícula entre aquests dos mots: δέ/οὖν.

¹²⁵*EC* I.32, 34.

construccions que el requereixen (enunciats o instanciacions); l'imperatiu només s'usa en contextos de perfet, i l'usen verbs molt propers a εἶμι (i que, per tant, no tenen, o no usen, l'imperatiu de perfet mig/passiu).

- Per bé que l'aorist no té tantes formes ni ocurrencies com el present, es reparteix de forma més homogènia i sembla ser el temps escollit per defecte en indicatiu, subjuntiu i infinitiu, especialment pels verbs que no són de segon ordre en mode subjuntiu i imperatiu, sempre que no hi hagi restriccions gramaticals que ho impedeixin (verbs satèl·lits d'εἶμι, modes imperatius present/perfet en les assercions hipotètiques, fonamentalment). En subjuntiu és molt usual en la pròtasi d'un període condicional universal a l'enunciat. En indicatiu i infinitiu, en verbs de segon ordre, l'ús de l'aorist sembla exclouent a d'altres formes de l'aorist: en indicatiu, a l'anàfora i demostració; en l'infinitiu, a l'enunciat i a la determinació de problemes (en aquest cas, usen el present aquells verbs que no tenen o no usen l'aorist).
- L'ús típic del perfet és en la forma d'imperatiu mig/passiu; aquesta elecció destaca l'aspecte perfectiu i cancel·la qualsevol matís temporal, especialment duratiu; la diàtesi mig/passiva bàsicament elimina el subjecte agent i probablement apunta cap a un ús ergatiu del verb;¹²⁶ l'imperatiu permet construir una asserció hipotètica segons la lògica estoica.

El participi és el mode més abundant, com segurament passa en la majoria de textos. En general, podem dir que usen el present els mateixos verbs que només usen present en els altres modes, i el perfet, els que només usen perfet. L'aorist es concentra en alguns verbs, típicament διδῶμι, i alguns, pocs, verbs compostos amb prefix preposicional. Les úniques excepcions són ἐπιζευγνυμι, γιγνομαι. Sembla, però, que l'ús del participi en *Sph. et Cyl.* podria indicar l'existència d'interpolacions o, més concretament, de blocs textuais més *contaminats*. Caldria estudiar-ho amb dades d'altres obres d'Arquimedes i també d'*El*.

Potser caldria, a partir de les dades presentades, postular una categoria de *verbs buits*, que no són de primer ordre ni de segon, i que semblen associats al verb de la matemàtica per excel·lència, εἶμι. La conjugació revela, més que el significat, aquesta relació: no usen, encara que els tinguin, l'aorist ni el perfet (especialment, en aquest darrer cas, la forma mig/passiva de l'imperatiu). Els verbs són: εἶω, κειμαι, νοεω, i en algun aspecte també ποιεω, γιγνομαι.

L'ús que es fa de les partícules segueix, essencialment, la prescripció canònica de *El*: articulen el text deductiu i en marquen les parts; el nombre de partícules i la seva funció no mostren grans diferències respecte de l'obra d'Euclides. Hi ha, però, trets idiosincràtics remarcables:

- En l'enunciat, s'usa, de vegades, però sense ser majoritari, l'estil indirecte en els teoremes, introduint l'enunciat *strictu sensu* amb: φάνερον ὅτι, «és

¹²⁶Darrerament, estem madurant la idea que aquesta forma especial dels textos matemàtics no sigui un ús ergatiu de verbs transitius (vegeu VV.AA. [2006] i Bauçà i Sastre [2007]).

evident que». El problema també introdueixen l'oració consecutiva típica d'aquest tipus de proposicions amb *οπως, ινα*, i no tan sols amb *ωστε*.

- *Γαρ* no introdueix habitualment l'exposició, i quan hi apareix acompanya l'imperatiu *εστω*, la qual cosa és poc habitual canònicament.
- La determinació dels teoremes s'introdueix una tercera part de les ocasions amb *δειχτεον οτι*, «s'ha de demostrar que». En els problemes, al llibre I és molt usual (*λεγω οτι*) *δυνατον εστι*, «(jo dic que) és possible». Al llibre II hi ha la doble determinació (anàlisi/síntesi) en la majoria dels problemes.
- El que denominem bloc demostratiu (construcció/anàfora/demostració) s'inicia sempre amb *γαρ*, la qual cosa s'adiu amb l'estil canònic. Trets remarcables són: l'ús conclusiu de *ωστε* es concentra al llibre II; la partícula estructurant *ουν* s'usa de forma esporàdica, i sovint acompanyada d'altres elements (e.g. la forma més forta és *δηλον ουν*, «així, doncs, <és> evident»).
- La conclusió no és mai idèntica a l'enunciat, com hauria de succeir; totes són sumàries. Hi ha, però, raons que indueixen a pensar que són autèntiques conclusions. Molt sovint, com passa en l'enunciat, van introduïdes de forma indirecta amb *δηλον ουν*.

En definitiva, sembla que Arquimedes usa un estil més indirecte, ja que introdueix més sovint els *resultats* amb expressions com ara *δυνατον εστι*, *δειχθη*, *δειχται* i d'altres com les que acabem de veure, i que en l'estil canònic no s'usen. També l'ús més freqüents d'indicadors metamatemàtics va en aquesta mateixa línia.

L'estudi que hem fet dels grups de lletres denotatives indica que, pel que fa a les formes, es tendeix a què, com més lletres té el grup, més sovint trobem les lletres desordenades. Però pel que fa a les ocurrencies, sembla haver-hi una resistència important a mantenir les lletres desordenades, i tendeix a predominar l'ordenació alfabètica, fins i tot amb grups de 4 lletres. Aquesta tendència s'hauria de contrastar amb la d'altres obres. D'altra banda, també hem comprovat que la densitat de lletres denotatives divideix *Sph. et Cyl.* en dos blocs: l'un, format pel llibre II i essencialment per moltes proposicions de la part preliminar del llibre I; l'altre, format per la resta de proposicions del llibre I.

Finalment, hem detectat que l'ordenació dels elements d'una relació és la inversa a la d'*El.* en la demostració: si en la versió canònica la relació es troba a l'exterior dels elements relacionats, en la versió de *Sph. et Cyl.* la relació s'interposa entre aquests elements.

Capítol 11

Traducció

La traducció de textos matemàtics grecs no és una tasca fàcil, bé que pot ser més *senzilla* que la traducció d'un altre tipus de text. Els motius els hem anat desgranant en aquestes pàgines: l'estil matemàtic grec és summament marcat, amb unes regles molt precises que el matemàtic, en general, aplicava implícitament i de manera gairebé invariable. En cap cas, però, un text d'aquestes característiques pot qualificar-se de llenguatge formal, traduïble de forma mecànica; el sociolecte matemàtic és llenguatge natural, però amb unes característiques molt específiques. Per tant, cal traduir-lo com a llenguatge natural, mantenint-ne les característiques especials i el tram de relacions entre les parts que componen el text. El lector grec havia de reconèixer un text matemàtic i considerar-lo un producte genuí de la seva llengua, tot i que el sobtarien alguns dels seus usos. Aquesta és la sensació que fóra bo mantenir en la traducció catalana.

Tradicionalment, s'han destacat el lèxic reduït i l'expressió formular entre les característiques essencials dels textos matemàtics grecs, però hi ha altres aspectes que n'expliquen la ubicació especial en l'espai lingüístic:¹

- El lèxic és summament reduït, i evita homonímies i sinonímies [Netz 1999, pp. 123–126] i, en general, ambigüitats de qualsevol tipus.
- Hi ha una sèrie d'expressions formulars que es repeteixen amb petites variacions en tots els textos matemàtics, construïbles amb un model generatiu.
- La tipologia i l'ús dels verbs són summament idiosincràtics i estan lligades a les característiques logicosintàctiques que es volen exhibir en el text. Sembla haver-hi, també, una tendència a la reutilització de verbs, incorporant-hi prefixos per assenyalar matisos diferents dintre d'un mateix camp semàntic.
- Les partícules (en un sentit ampli del terme) de caràcter conjuntiu semblen despullades de qualsevol altre valor que no sigui el merament delimitador

¹Evidentment, en aquesta anàlisi deixem de banda els textos liminars (especialment, el prefaci epistolar), que no pertanyen pròpiament a l'estil matemàtic, i que ha estudiat Vitrac [2008b].

i, especialment, lògic. La gama de partícules, a més, és molt reduïda i homogènia en tots els textos matemàtics. Algunes serveixen de marcadors per a les diverses parts del text o tenen funcions estructurants.

- L'ús intensiu de les preposicions es contraposa amb la reducció dels àmbits en què s'usen; hi ha, fins i tot preposicions amb un valor tan evidentment espacial com $\alpha\upsilon\acute{\alpha}$ i que mai no s'usen (sí, en canvi, com a prefix).
- L'omnipresència del verb $\epsilon\mu\iota$, en les diferents accepcions, copulatiu, atributiu o presentacional. Predomina, però, aquesta darrera funció.
- L'omnipresència també de l'article, i la seva funció essencialment nominalitzadora. Aquesta característica típica de l'article grec evita la pèrdua de generalitat dels objectes mencionats.
- Els subjectes verbals sempre són els objectes, mai l'autor, tret d'un cas molt marcat en la determinació d'una proposició. Aquest fet és un indicatiu que la llengua matemàtica té característiques ergatives.

Aquests trets del sociolecte matemàtic grec permeten assajar una traducció amb una mínima pèrdua d'informació, si bé requereix d'una anàlisi curiosa de l'original.² Evidentment, la traducció no serà mai equivalent a l'original, però probablement no hi ha cap altre tipus de text que pugui oferir una aproximació tan literal i, també, al seu contingut. En aquest capítol exposarem els elements essencials que cal tenir en compte per a una traducció fidel.

11.1 L'article i les lletres denotatives

Federspiel [1995] i, especialment, Acerbi [2011b], mostren el caràcter indefinit de tots els objectes que apareixen en una proposició matemàtica, un dels aspectes essencials de la solució grega al problema de la generalitat: el mecanisme de la demostració grega actua *per forma* i, perquè sigui efectiu, requereix que els objectes de la demostració siguin essencialment generals. Les propietats de l'article grec (i de la seva omissió) permeten construir demostracions totalment generals, perquè els objectes tractats són sempre indefinits:

- Els objectes no tenen article en la primera aparició en totes les parts d'una proposició i, si en tenen, només acostuma a tenir un caràcter nominalitzador i, per tant, no particularitzador.
- Quan acompanya les lletres denotatives té un caràcter merament nominalitzador i anafòric, en cap cas particularitzador.

²Per a evitar fets tan comuns, fins no fa gaire, com la no distinció entre els diferents caràcters (atributiu/copulatiu/presentacional) del verb ésser, o la funció específica de l'article.

Així, per exemple, quan llegim a *EC* 1.18: ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κόνων συγχείμενος ὁ ΑΒΓΔ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ ΑΔ, els objectes implicats han de ser tractats com a indefinits. En la traducció respectarem aquest tret sempre que puguem; així, el passatge anterior el traduirem: «heus aquí un rombe format de cons isòsceles, ΑΒΓΔ, base del qual un cercle al voltant d'un diàmetre ΒΓ, i altura ΑΔ.»³

En qualsevol cas, haurem de tenir en compte cada context a l'hora d'aplicar aquesta regla, perquè en català no sempre es recomanable posar l'article indeterminat quan l'objecte, tot i tenir un referent indefinit, ja ha estat mencionat; de fet, en l'anterior passatge, el cercle al voltant d'un diàmetre està totalment determinat per aquest diàmetre i pel fet que és base del con. Per tant, la traducció més afinada seria, potser, «base del qual el cercle al voltant d'un diàmetre ΒΓ»; en català, no és possible mantenir l'ambigüitat grega sobre la l'aspecte definit/indefinit, mentre que, en grec, s'ha neutralitzat aquesta característica. A l'hora de triar, procurarem sempre mantenir el l'article indeterminat, si bé això no sempre serà possible. Així, en *EC* 1.1 llegim: ἐὰν περὶ κύκλον πολυγώνον περιγραφῆ, ἢ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶν τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου. La traducció seguint criteri de màxima indefinició seria: «sempre que al voltant d'un cercle hi sigui circumscrit un polígon, un perímetre d'un polígon circumscrit és més gran que el perímetre del cercle.» Evidentment, aquesta tria no és correcta, i haurem de posar: «sempre que al voltant d'un cercle hi sigui circumscrit un polígon, el perímetre del polígon circumscrit és més gran que el perímetre del cercle.» El text, però, continua mantenint la indefinició del referent, perquè, de fet, els objectes originals són indefinits: un cercle i un polígon que s'hi circumscriu.

Hem de matisar, però, l'estructura indefinida dominant, en el cas de *Sph. et Cyl.*: hi ha una quantitat relativament important de sintagmes volgudament definits, expressats amb una estructura del tipus «[article] [nom] [article] [atribut]». Així, per exemple, en la demostració de *EC* 1.8 hi llegim: κείσθω δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΘΚΛ. En canvi, en *EC* 1.7, en un context semblant hi trobem: κείσθω τρίγωνον τὸ ΕΖΗ. Aquestes diferències estilístiques es reflectiran a la traducció: «estigui posat el triangle ΘΚΛ» en un cas, i «estigui posat un triangle ΕΖΗ.»

Per bé que aquestes diferències no semblen importants quant al significat, sí que manifesten un tret diferencial: l'obligació de màxima indefinició sembla relaxar-se. En qualsevol cas, cal dir que, en enunciats i exposició, però també en la resta del text format per les proposicions de *Sph. et Cyl.*, és molt majoritària l'expressió neutralitzada o directament indefinida. De fet, només hem trobat al voltant de 200 ocurrències en la forma totalment definida, especialment en la demostració, i la distribució no és gaire homogènia, com veurem a continuació.

En les proposicions esmentades en el prefaci epistolar (*EC* 1.33, 34PORISMA, 42, 43) només hi ha 4 ocurrències (*EC* 1.34PORISMA (ter), *EC* 1.43).⁴ De les proposicions

³N.B. El català també permet l'absència de l'article indeterminat en certs contextos, la qual cosa hem aprofitat per ajustar-nos més a la forma original («base» i «altura», i no «una base» i «una altura».)

⁴En *EC* 1.43 llegim: καὶ ὁ Η κύκλος ἴσος ἐστὶ τοῖς δυοῖ κύκλοις τοῖς Ε, Ζ, «i el cercle Η, per tant, és igual als dos cercles Ε, Ζ. En *EC* 1.34PORISMA les ocurrències són també en la demostració:

importants, només les EC 1.13, 14 tenen una considerable representació d'aquestes estructures definides (19 i 17, respectivament).⁵ També és important observar que els problemes no contenen gairebé cap estructura d'aquest tipus (només 4), i que, en general, el llibre II en conté també molt poques (19, 8 de les quals en EC II.9 i 4 en EC II.8ALLOS). Les ocurrències es concentren especialment en EC 1.9–14 (gairebé la meitat del total), i fora d'aquestes, amb més de 5, només hi ha les proposicions EC 1.23, 29, 31, 38, EC II.9.

11.2 L'estructura verbal

Les formes verbals personals que apareixen en els textos matemàtics tenen com a subjecte un objecte; el matemàtic sembla haver desaparegut del text. Hi predominen les formes mitges/passives, i les actives quan el verb no té (o no usa, o, potser, no necessita) forma passiva (εἰμι, ἔχω, νοεω, κειμαι).

Les formes verbals tenen una funció molt concreta, estretament relacionada amb la posició que ocupen en la proposició i, per això, cal que la traducció ho reflecteixi:

Enunciat En l'enunciat trobem essencialment formes de present, finites, en el cas dels teoremes, i d'infinitiu, en el cas dels problemes. Els teoremes, molt sovint, es troben en forma de període condicional universal: la pròtasi en subjuntiu aorist, i l'apòdosi en present d'indicatiu i, esporàdicament, en futur i infinitiu. La traducció del cas més habitual (subjuntiu aorist + present d'indicatiu) serà, per a mantenir la *consecutio temporum* catalana, subjuntiu + futur d'indicatiu.⁶

Exposició En l'exposició, i després també en la construcció els verbs gairebé sempre apareixen en formes personals d'imperatiu de perfet passiu, si bé, en el cas d'alguns verbs que no en tenen (o usen), també en veu activa. No tenim un equivalent català efectiu per a aquesta estranya forma. Analitzem-la: la forma indica un estat present ja assolit (que no té per què comportar una idea de resultat) que s'enuncia de forma imperativa. Com que un aspecte clarament resultatiu no sembla el més adient, descartem la perífrasi «resulti + [participi]». De fet, en aquest mateix context apareix molt sovint la forma ἔστω(σαν) que suggereix quin pot ser el verb auxiliar. El verb εἰμι, però, pot tenir tres traduccions bàsiques en català: ésser, estar i haver(-hi). La

ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἐξ ἀπλάσιος ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν [...], «en efecte, el cilindre esmentat és sis vegades el con base del qual [...]; ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων, «però el cercle que té radi [...].»

⁵Són les dues proposicions de *Sph. et Cyl.* amb més estructures definides.

⁶En el cas que a l'apòdosi hi hagi un futur, usarem la perífrasi «haurà de» + indicatiu; si hi ha un infinitiu, el traduirem per un present d'indicatiu. Només en les proposicions de difícil classificació on apareixen aquests condicionals traduirem el verb de l'apòdosi amb futur, tal com apareix en l'original, perquè la perífrasi no s'hi adiu gaire; e.g. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου περιεχθῆ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἔχων τὸ πολύγωνον, δηλον, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται [...], «sempre que, mantenint-se fix el diàmetre ΑΓ, el cercle ΑΒΓΔ que té el polígon sigui, doncs, transportat al seu voltant, és evident que la seva circumferència serà transportada [...]» (EC 1.23).

més adient a l'imperatiu és la formulació presentacional amb «haver/heure» que nosaltres utilitzem: «heus aquí». Per tant, una proposta seria «heus aquí + [participi]»; però podria semblar que aquesta forma traduiria una de perifràstica grega amb ἔστω, la qual cosa només passa esporàdicament. Donat que volem marcar aquestes formes esporàdiques de forma especial,⁷ amb la traducció esmentada, hem preferit traduir: «estigui + [participi]», que recull tots els matisos de la forma verbal grega, i no interfereix amb d'altres formes.⁸ Per exemple, llegim en *EC* 1.22:

Εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓΔ διήχθω	En efecte, a un cercle ΑΒΓΔ estigui
τις εὐθεῖα ἢ ΑΓ [...].	a conduïda una certa recta ΑΓ [...]

Determinació La determinació conté un dels marcadors verbals més destacats; en el cas dels teoremes, una primera persona del singular seguida d'una completiva d'infinitiu: λέγω ὅτι, «jo dic que»; en els cas dels problemes, l'expressió δεῖ δὴ(/οὔν), «cal, doncs», amb una oració d'infinitiu.⁹ En *Sph. et Cyl.*, a més, aquestes expressions conviuen amb una altra: δεικτέον ὅτι, «s'ha de demostrar que», que, de fet, només apareix en teoremes del llibre 1.¹⁰ Podem destacar que:

- Els problemes del segon llibre segueixen el procediment d'anàlisi/síntesi, tret de l'elemental problema 0, i del 3. En l'anàlisi s'usa sempre δεῖ δὴ, i en la síntesi λέγω ὅτι, tret de la proposició *EC* 11.6, que usa en tots dos casos δεῖ δὴ. En el llibre 1 mai no es dona l'anàlisi dels problemes, i tampoc no s'explicita el fet que s'està realitzant la síntesi del problema; el problema *EC* 1.6 usa l'estranya expressió en una determinació δυνατὸν δὴ, «és possible, doncs», mentre que les proposicions *EC* 1.2, 3 usen l'habitual λέγω ὅτι, mentre que les proposicions *EC* 1.4, 5 usen δεῖ δὴ.¹¹

⁷Per exemple, en *EC* 1.14 llegim a l'exposició: ὁ δὲ Β κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆ Ε ἴσην, «i un cercle Β tingui el centre igual a Ε»; en canvi, llegim en *EC* 1.27: ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔστω βᾶσιν ἔχων ἴσην τῷ ΑΒΓΔ κύκλῳ, «i heus aquí el con Ξ que té base igual a un cercle ΑΒΓΔ», malgrat que l'estructura és la mateixa (n.b. el subjecte és en aquest cas totalment definit). Igualment, llegim en *EC* 1.6: δεδῶσθω κύκλος ὁ Α, «estigui donat un cercle Α», mentre que en *EC* 11.1: ἔστω διδόμενος κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ Α, «heus aquí donat un cercle, o un cilindre, Α.»

⁸Vegeu Ramos Alfajarín [2000, § 11.2, pp. 355–364]. Altres alternatives haurien estat: «quedi + [participi]» o «resti + [participi]»; de fet, segons el Dr. Carles Garriga (comunicació personal), aquestes opcions, especialment la darrera, serien les més adients a la forma de l'imperatiu de perfet mig/passiu. Aquesta avaluació ens ha arribat molt poc abans de tancar la tesi i és per això que no hem pogut revisar aquestes formes i reconsiderar-ne la traducció. Probablement, en propers treballs adoptarem la traducció «resti + [participi]».

⁹En el nostre text, hi ha 41 proposicions que tenen aquest marcador, però n'hi ha 24 que no el tenen; 22 perquè no tenen determinació (*EC* 1. 0, 12FANERON, 16LEMMATA, 23, 27, 28, 29, 30, 31, 31PORISMA, 34, 34PORISMA, 36, 38PORISMA, 39, 39PORISMA, 40, 40PORISMA1, 40PORISMA2, 43, 11.0, 3), i 2 perquè tenen marcadors molt especials: el problema *EC* 1.6 usa δυνατὸν δὴ, «és possible, doncs», mentre que el teorema *EC* 11.2PORISMA s'introdueix únicament amb el «que» completiu, ὅτι.

¹⁰*EC* 1.12, 13, 15, 26, 32, 35, 37, 38, 41, 44; es pot comprovar que les ocurrences es troben en el bloc de proposicions *EC* 1.23–44, tret de tres proposicions anteriors molt properes entre si (i una es troba entre les importants: *EC* 1.13).

¹¹n.b. és la mateixa desviació de l'ús habitual que trobem en *EC* 11.6.

- El bloc de teoremes *EC* 1.23–44 usa molt majoritàriament el marcador *δεικτέον ὅτι*, «s’ha de demostrar que», en la determinació. El marcador canònic dels teoremes, *λέγω ὅτι*, «jo dic que», s’usa només en tres proposicions, *EC* 1.23, 24, 33.¹²
- Els teoremes *EC* 1.0–22 i els del llibre *II* tenen tots determinació.¹³ Usen el canònic *λέγω ὅτι*, tret de *EC* 1.12, 13, 15, que usen *δεικτέον ὅτι*.

Construcció Com en l’exposició, les formes verbals són imperatius (de perfet, mig/passiu molt sovint, o de present, en verbs que no en tenen o no n’usen). Els traduirem de la mateixa manera que en la determinació. Fora d’aquestes formes, només apareixen formes del verb *εἰμι*, gairebé sempre en present.¹⁴

Demostració S’usa majoritàriament el present i, esporàdicament, l’imperatiu de perfet passiu quan es requereix alguna mena de construcció auxiliar. El futur (*ἔσται*, *ἔξει*, gairebé exclusivament) i l’aorist (verbs que signifiquen «demostrar», essencialment) tenen una presència baixa. Mantindrem les mateixes formes en la traducció, usant l’indefinit, en el segon cas.

Conclusió El present dels verbs *εἰμι*, *εἶπω* esgoten pràcticament totes les ocurrencies. També mantindrem aquestes formes en la traducció.

11.2.1 El participi

Hi ha moltes formes participials i funcionen, habitualment, com a atributs (apocisions especificatives) dels objectes als quals acompanyen. Sempre són formes passives, excepte quan el verb no en té (o no l’usa). És difícil traduir els matisos entre les diferents formes de perfet, de present i d’aorist, perquè en català només tenim un participi de passat, i hauríem de recórrer a oracions de relatiu per intentar evidenciar aquestes diferències.¹⁵ Per tant, en la nostra traducció, aquests participis seran indistingibles. Si reprenem els exemples de la p. 209, la nostra traducció serà sempre la mateixa malgrat les diferents formes que hi són presents:

- EC* 1.18 [...] ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἐτέρου κώνου καθέτω ἀγομένη ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐτέρου κώνου.
[...] i altura igual a una recta conduïda perpendicular des del vèrtex de l’altre con fins a un costat del con.
- EC* 1.19 [...] ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθέτω ἡγμένη.

¹²De les proposicions importants d’aquest bloc, que són les essencials, tres no tenen determinació; de les altres tres, cadascuna usa un marcador diferent: en *EC* 1.33 trobem el canònic *λέγω ὅτι*, en *EC* 1.42, *δεῖ δὴ*, mentre que en *EC* 1.44, *δεικτέον ὅτι*. En aquest darrer cas, cal dir que el verb en infinitiu que segueix és *δείξει*, «demostrar».

¹³Només no en tenen la brevíssima i banal *EC* 1.0, i dues que, de fet, no són proposicions: *EC* 1.12 *FANERON*, 16 *LEMMATA*.

¹⁴En la construcció només trobem, de més a més, aquestes formes: *προαπεδείχθη*, *δύναται* (4), *συντεθήσεται*, *λαμβάνω*, *γεγονέτω*, *ἔχέτω*.

¹⁵Que, d’altra banda, probablement, no tenen més importància, tret de, potser, donar informació dels diferents estrats del text.

[...] mentre que altura igual a una recta conduïda perpendicular des del centre de la base fins a un costat del con.

EC 1.22 [...] αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς βάσεως [...] [...] totes les rectes conduïdes i la meitat de la base [...].

11.2.2 El verb εἰμι

Sabem que el verb εἰμι és una de les columnes vertebrals d'un text matemàtic grec. La seva funció ha estat, tradicionalment, mal interpretada o, directament, menystinguda.¹⁶ Així, s'han confós, d'una banda, els diferents valors d'aquest verb: existencial, copulatiu i presentacional, essent aquest darrer el valor essencial en els textos matemàtics grecs. D'altra banda, i com a conseqüència, s'han oblidat els diferents verbs que tradueixen el verb «ésser» en les llengües modernes: *e.g.*, en català poden traduir aquest verb *ésser, estar i haver(-hi)/heure*.¹⁷

En qualsevol cas, la distinció de cadascuna de les funcions bàsiques del verb no és difícil, i una anàlisi objectiva permet afirmar que són ben delimitades: traduirem la funció presentacional amb «haver(-hi)/heure», la funció d'estat, amb «estar» i la funció copulativa, amb «ésser».¹⁸ Veiem-ne uns exemples (presentacional/copulatiu/d'estat):

EC 1.26 ἔστω¹⁹ δὲ κῶνος ὀρθὸς ὁ P βάσιν μὲν ἔχων [...] i heus aquí un con recte P que té base [...].
 EC II.6 [...] ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ EZ [...] [...] EZ és el centre [...].
 EC 1.8 [...] πυραμὶς περιγεγράφθω, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέστι τὸ ΔEZ πολύγωνον, περιγεγραμμένον περὶ τὸν ABΓ κύκλον εἶναι. [...] hi estigui circumscrita una piràmide de manera que la seva base, és a dir, el polígon ΔEZ, estigui circumscrit al voltant del cercle ABΓ.²⁰

Potser caldria insistir en les formes presentacionals. Ramos Alfajarín [2000] mostra que les estructures presentacionals en català usen, en tots els dialectes, la forma «haver-hi», quan el sintagma nominal és indefinit.²¹ Aquest també és el cas en els

¹⁶No és un indicatiu menor el fet que l'entrada corresponent del diccionari Mugler [1959, pp. 162–163] no ocupi més de dues línies explicatives (poc encertades, de fet: «Esse, être, sein, to be. Expression verbale servant soit à affirmer l'existence d'une donnée géométrique, soit à proposer la solution d'un problème; partic. fréquent, dans les deux sens, à l'impératif.») i mitja pàgina d'exemples.

¹⁷A aquesta problemàtica, s'hi afegeix una dificultat: l'ús d'aquests verbs és un dels «aspectes de sintaxi que més interès ha suscitat entre els estudiosos del català actual» [Ramos Alfajarín 2000, p. 17].

¹⁸Per a una discussió sobre les funcions d'aquests verbs en català vegeu Ramos Alfajarín [2000, II, pp. 73–335].

¹⁹La majoria d'imperatius d'aquest verb, que apareixen en contextos de perfet, tenen aquesta funció presentacional.

²⁰Cal destacar que la traducció és aparentment idèntica a la d'un imperatiu de perfet passiu; en aquest cas, però, el verb (amb un aspecte resultatiu evident) l'hem traduït en subjuntiu (traducció habitual de ὥστε + infinitiu) i, a més, el subjecte està anteposat al verb, de manera que es pot entendre com el tema oracional, mentre que en el cas de l'imperatiu seria el rema.

²¹El cas majoritari i, a més, en moltes llengües, l'únic possible, per l'anomenat *definiteness effect* o

textos matemàtics i, per tant, aquesta és l'opció que hem triat. L'imperatiu, ἔστω, és, potser, la forma més difícil de traduir, i cal anar en compte pel fet que és un tret molt característic, i un marcador estilístic en el cas de l'exposició. Hem decidit usar l'expressió «heus aquí» perquè, tot i no respectar el subjecte oracional, és una forma molt natural i gramaticalment correcta,²² i —molt important— també permet reproduir l'estructura bàsica presentacional: (Locatiu) + «haver(-hi)» + (SN). En canvi, les estructures locatives són del tipus: (SN) + «ser» + (Locatiu). El SN de l'estructura presentacional té, a més, un caràcter essencialment indefinit, la qual cosa reforça el caràcter indefinit dominant dels objectes introduïts per aquesta expressió.²³

Només hem trobat dues ocurrences amb un εἰμι presentacional i SN definit,²⁴ però, en aquests casos, cal tenir en compte que la traducció catalana no se n'ha de ressentir, perquè el verb usat en català és sempre «haver(-hi)» (vegeu [Ramos Alfajarín \[2000, III.2, pp. 355–364\]](#)), quan el nom és comú, com és el cas.²⁵

Finalment, hi ha alguns casos *especials* de l'imperatiu ἔστω acompanyant una relació d'ordre («més petit/més gran»). La nostra interpretació és la següent:²⁶ l'imperatiu *presenta* l'objecte, més que no pas forma part d'una còpula. Així, per exemple, en EC 1.14 llegim: εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ἴσος, ἦτοι μείζων ἔστιν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον ἐλάσσων. Pensem que la traducció hauria de ser: «En efecte, si no és igual, o bé és més gran, o bé més petit. Heu-lo aquí, en primer lloc, més petit», i no «que sigui, en primer lloc, més petit». Tanmateix, tampoc no tenim més arguments per a refusar aquesta darrera opció.²⁷

efecte de definitud (op.cit. p. 138).

²²Una estructura del tipus «sigui un con A» no és correcta en català, per bé que sigui molt comuna en textos matemàtics moderns. Es tracta, molt probablement, d'un calc del llatí o d'altres llengües que no usen el verb *haver* en la funció presentacional (l'anglès, per exemple).

²³Cal dir que és important l'ordre dels sintagmes nominal i el locatiu, i no tant el del verb (perquè, per exemple, en imperatiu acostuma a aparèixer en primer lloc; ara bé, en general, l'estructura del grec és SOV (subjecte/objecte/verb) pel fet que és una llengua amb article (vegeu [Redondo \[2011, p. 87\]](#)), però els textos matemàtics tampoc no s'adapten gaire a aquesta estructura). Això sembla extrapolable al grec, perquè el verb pot variar de posició: per exemple, l'imperatiu pot estar en primer lloc (l'opció majoritària, amb molta diferència), de vegades, sobreentès, o bé, en molts pocs casos, ocupar la posició central:

- | | |
|---------|---|
| EC II.2 | [...] καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ [...].
[...] i heus aquí el centre Θ [...]. |
| EC 1.38 | [...] ἔστω γὰρ σφαῖρα καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος καὶ τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ABΓ καὶ κέντρον τὸ E [...].
[...] En efecte, heus aquí una esfera, i en aquesta un cercle màxim, i un segment més petit que un semicercle, ABΓ, i un centre E [...]. |
| EC 1.19 | [...] κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔστω τὸ Z [...].
[...] i el centre de la base heu-lo aquí, Z [...]. |

²⁴No considerem SN amb article determinat que continguin el participi de δίδωμι, perquè podem considerar-los indefinits (vegeu [Acerbi \[2011b\]](#)): ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἢ ABΓΔ, «heus aquí una esfera donada ABΓΔ» (EC II.4).

²⁵Es tracta de ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ NO, «heus aquí la seva altura NO» (EC 1.18, i ἔστω ἡ σφαῖρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ABΓΔ «heus aquí l'esfera i en aquesta un cercle màxim ABΓΔ» (EC 1.26).

²⁶La interpretació més habitual segueix el model ἢ AB μείζων ἔστι τοῦ ΓΔ, «AB és més gran que ΓΔ». Ens sembla que el trencament del grup μείζων/ἐλάσσων εἰμι en els exemples que tractarem, la qual cosa és poc habitual, permet fer-ne una altra interpretació.

²⁷En canvi, una traducció com «Heus aquí, en primer lloc, que és més petit», queda totalment

11.3 Les partícules

Sph. et Cyl. usa un grup reduït de *partícules*.²⁸ En molts casos, només tenen una única funció, o com a molt dues, sempre de caràcter marcadament delimitador i, molt sovint, lògic, sense cap altre matís. Les agruparem i en donarem la traducció que proposem per a les més assenyalades:

11.3.1 Conjuncions

Les partícules copulatives són, de lluny, les més habituals.²⁹ Les partícules implicades són: *καί*, *δέ*, *τε*, *μέν*. Les dues primeres es poden presentar en solitari, o bé, acompanyades de les altres dues anteposades, respectivament. En tots els casos, el significat essencial és conjuntiu, tot i que no tenen sempre una funció lògica:

καί Aquesta partícula pot tenir diverses funcions quan apareix en solitari:

- Adverbial: normalment, quan està posposada a d'altres partícules: *τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν [...]*, «i, de les altres superfícies que també tenen els mateixos límits [...]» (*EC I.ASSUMCIO 3*). Les partícules més habituals que acompanyen *καί* són: *δέ*, *δη*, *ἀλλὰ*, *ἀρα*, *οτι*, *ὥστε*.³⁰ La traducció en tots els casos serà «també» anteposat al verb.
- En molts pocs casos, uneix dos sintagmes sense sumar-los, si bé, pràcticament sempre, es pot interpretar com la unió de dues oracions i no tan sols de dos sintagmes: *Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθεντων καὶ κύκλου*,

descartada; presuposa un infinitiu nominalitzat com a subjecte de l'imperatiu, la qual cosa obligaria a què el subjecte de l'infinitiu estigués en acusatiu i, per tant, hauríem de trobar l'atribut en acusatiu, *μειζον*. Aquesta opció hagués estat molt interessant perquè l'ús lògic de l'imperatiu d'ésser el trobem també, entre d'altres, en Aristòtil i Galè; així llegim en *Galení de temperamentis libri iii* 1.520.12: *ἔστω γὰρ εὐκρατον εἶναι τὴν ὑγρὰν καὶ θερμὴν*. Especialment interessant seria la relació amb l'ús de l'operador negatiu en els textos matemàtics que hem repassat en 6.3.4 (p. 102).

²⁸Són aquestes 27: *καί*, *δέ*, *ἀρα*, *μέν*, *γάρ*, *δή*, *οτι*, *ἦ*, *τε*, *επει*, *ὥστε*, *οὖν*, *ἤπερ*, *ἀλλὰ*, *εἰαν*, *εἰ*, *επειδή*, *ἦτοι*, *ὡπως*, *διότι*, *ἵνα*, *εἴτε*, *επειδήπερ*, *επειπερ*, *τοίνυν*, *ὅταν*, *μην*, però les últimes 9 no tenen més de 5 ocurrences cadascuna.

²⁹El llenguatge demostratiu està format, de fet, per blocs paratàctics, amb comptades incursions en el llenguatge hipotàctic (a diferència dels llenguatges algorísmics i procedurals (vegeu Acerbi [2011a])).

³⁰L'agrupament més freqüent és *δέ καί* (33 ocurrences) i, concretament, l'expressió *ὁμοίως δὲ καί* (9): *ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων*, «i, d'una manera semblant, són també com els quadrats a partir dels radis dels cercles.» Amb *οτι* existeix una estructura variable *δῆλον/λέγω/δείκτεον/φανερὸν οὖν/δέ/δή, ὅτι καί* (13). Es troben també agrupaments en què *καί* ocupa el primer lloc i, per tant, la funció no és adverbial, sinó conjuntiva, especialment amb *επει*, *μέν*, *ἀρα*, *οὖν*. n.b. quan *καί* precedeix *μέν*, *ἀρα* sempre està separada per un tercer terme, perquè no hi hagi dubte que és conjuntiu: *καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τοῖς ΘΚΛ, ΟΙΠ κῶνοις*, «i, per tant, el con ΜΝΞ és igual als cons ΘΚΛ, ΟΙΠ». Només en un cas sembla preferible la interpretació adverbial d'un *καί* inicial, en aquest cas acompanyant *ἀρα*: *ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΛ πρὸς ΑΧ δοθεῖς, καὶ τῆς ΡΑ ἄρα πρὸς ΑΧ λόγος ἐστὶ δοθεῖς*, «i atès que una raó de ΔΛ respecte de ΑΧ està donada, per tant, també una raó està donada de ΡΑ respecte de ΑΧ» (*EC II.4*).

«donades dues magnituds desiguals i un cercle» (EC 1.3), però probablement cal interpretar un segon participi acompanyant a «cercle.»³¹ Hi ha pocs casos, però, en què no es pot evitar la interpretació com a unió de dos sintagmes: ἡ ΠΟ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν κύκλον καὶ ἰσοπλεύρου, «ΠΟ és un costat d'un polígon circumscribit al voltant del cercle i equilàter» (EC 1.3). Entren en aquesta categoria algunes expressions que formen part d'una fórmula, com ara la dels dos elements d'una raó mitjana: [...] μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου, «[...] té una raó mitjana del costat del cilindre i del diàmetre de la base del cilindre» (EC 1.13).³²

- Denotar la suma:³³ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ [τρίγωνα] πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον [...], «atès que la superfície cilíndrica retallada per les rectes ΑΓ, ΒΔ, i els <segments> [triangles] ΑΕΒ, ΓΖΔ tenen³⁴ límit el pla del paral·lelogram ΑΓΒΔ [...]» (EC 1.11). Molt sovint, la suma no està denotada per cap altra cosa que la juxtaposició dels elements sumats. La traducció procurarà respectar aquesta casuística: només posarem «i» quan aparegui en el text; la juxtaposició simple la traduirem, usualment, amb un seguit de sintagmes separats per comes.
- Finalment, la forma més habitual: la conjunció de dues assercions. En aquest cas, de vegades usarem la conjunció «i» i, de vegades, usarem el punt i seguit o algun altre signe de puntuació, segons convingui al text català. En el text grec l'absència de cap lligam coordinatiu també té la mateixa funció, normalment perquè el context és prou clar i no requereix cap marcador que introdueixi una nova asserció.

δε En solitari, δε té un caràcter clarament coordinatiu i lleugerament adversatiu. Aquest darrer matís li permet, en els textos matemàtics, ser un marcador per a la introducció de la segona asserció d'un argument, i que traduïm per

³¹De fet, l'imperatiu del verb ésser en plural presenta dos (o més) objectes de la mateixa espècie: ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, «heus aquí dos cons isòsceles ΑΒΓ, ΔΕΖ» (EC 1.17). Mai no es presenten dos o més objectes de diferents espècies amb un imperatiu d'ésser en plural; això es fa sempre amb un únic ἔστω inicial, que se sobreentén en la resta d'objectes. Això és explicable, si tenim en compte que cada asserció ha de ser simple, i una asserció que presentés diversos objectes no ho seria; la presentació de diversos objectes de la mateixa espècie amb un únic verb en plural subratlla, un cop més, el fet que el sociolecte matemàtic és llenguatge natural, i que tot se supedita a aquest fet, fins i tot l'aspecte lògic. *i.e.* seria estrany a la llengua natural presentar dos objectes de la mateixa espècie, dos cons, posem per cas, amb una fórmula com aquesta: ἔστω κῶνος ΑΒΓ, κῶνος ΔΕΛ, «heus aquí un con ΑΒΓ, un con ΔΕΛ». Així, doncs, i en definitiva, interpretarem una hipotètica unió de sintagmes com a una conjunció oracional, si no és possible mantenir l'ambigüitat.

³²Expressió d'altra banda molt infreqüent.

³³De fet, aquesta funció és un cas particular d'una reunió de sintagmes. Però, si bé un καὶ en solitari pràcticament mai no denota una reunió de SN, sí que s'usa per a denotar la suma.

³⁴El subjecte és plural i, per això, el verb està en plural. En grec, en canvi, el subjecte és un neutre plural (perquè en grec qualsevol reunió de subjectes que no tenen el mateix gènere és neutre; precisament és aquest el significat de *neutre*), i un subjecte amb neutre plural requereix el verb en singular.

«però».³⁵ Així, per exemple, llegim en *EC* 1.2: *καὶ συνθέντι ἡ EZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ AB πρὸς BΓ. ἴσον δὲ τὸ BΓ τῷ Δ· ἡ EZ ἄρα πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ AB πρὸς τὸ Δ*, «I, per composició, per tant, EZ respecte de ZH té una raó més petita que AB respecte de BΓ. Però BΓ és igual a Δ. Per tant, EZ respecte de ZH té una raó més petita que AB respecte de Δ» El primer *αρα*, «per tant», introdueix la conclusió d'un argument anterior. Aquesta, a més, és la primera premissa del nou argument; la segona premissa ve introduïda per *δε*, «però», mentre que la conclusió d'aquest segon argument torna a introduir-se amb *αρα*, «per tant».³⁶

De vegades, com passa sovint en textos no matemàtics, aquest caràcter adversatiu no és tan evident, o és totalment absent, perquè no forma part de cap cadena argumentat. Fins i tot pot tenir un matís distributiu com el que té l'estructura *μεν ... δε*.³⁷ En aquests casos, hem decidit traduir-ho simplement per «i», o bé per signes de puntuació com el punt o el punt i coma.

τε ... και Només apareix en contextos en què uneix dos sintagmes i mai dues oracions.³⁸ Són majoritaris els contextos de suma, però n'hi ha un bon grapat on només s'agrupen dos SN; de fet, com ja hem esmentat, des d'un punt de vista sintàctic, ambdós contextos són equivalents, i només la semàntica discrimina quan cal prendre la suma, i quan cal entendre una mera conjunció de sintagmes. Si calculem el percentatge de *τε* sobre el total de *και* que apareixen en *Sph. et Cyl.*, destaca la seva freqüència relativa en els enunciat i en les parts de difícil classificació (vegeu taula 11.3). La nostra traducció

³⁵L'argumentació estoica i, també, l'argumentació matemàtica, procedeix per acumulació d'unitats bàsiques que són les assercions. A partir de dues assercions (una, de vegades sobreentesa o *entimemàtica*, segons la denominació aristotèlica) que funcionen com a premisses, obtenim una altra asserció que funciona de conclusió (a la manera, també, dels sil·logismes aristotèlics, tot i que no són ben bé sil·logismes). Aquesta darrera serà una de les premisses del següent argument (vegeu [Vega Reñon \[1990, 3, pp. 217–239\]](#)).

³⁶Una altra partícula amb un caràcter més marcadament adversatiu és *αλλα*, «tanmateix». Aquesta introdueix sempre una coassumpció, si bé el seu ús és més minoritari en la matemàtica grega i també en *Sph. et Cyl.*

³⁷Llegim en *EC* 1.17: *ἐὰν ὦσιν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἐτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἢ τῆ τοῦ ἐτέρου βάσει, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου κάθετος ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ἢ, ἴσοι ἔσσονται οἱ κῶνοι*, «sempre que hi hagi dos cons isòsceles, i la superfície d'un dels cons sigui igual a la base de l'altre, i una recta conduïda perpendicular des del centre de la base fins al costat del con sigui igual a l'altura, els cons seran iguals.»

³⁸De les 6 ocurrences en passatges considerats com a espuris per Heiberg, en 4 uneix dues oracions (v.g. *αἶ τε γὰρ βάσεις τῶν βάσεων εἰσι μείζους καὶ τὸ ὕψος ἴσον*, «tant les bases són més grans que les bases, com les altures iguals» *EC* 1.10). En canvi, en les 75 ocurrences restants només en 3 casos uneix dues oracions: *φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδειγμένων, ὅτι τε [...] καὶ ὅτι [...]*, «i és evident, a partir d'allò que ha estat demostrat, que tant [...] com [...]» (*EC* 1.12FANERON); *τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδόν τε χωρίον ἐστὶ καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας*, «ja que el quàdruple del cercle màxim de l'esfera és tant una àrea plana com igual a la superfície de l'esfera» (*EC* 11.0); *ἐκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεται τε καὶ συντεθήσεται*, «i cadascuna d'aquestes serà tant analitzada com sintetitzada al final» (*EC* 11.4). El context de les dues primeres és sospitós de ser espuri i, per tant, tot fa suposar que aquesta darrera, tan comentada per molts autors, també ho podria ser. A favor només té el fet de ser llenguatge de segon ordre, que no sempre se ceneix a les regles del de primer ordre.

sempre serà «tant ... com», que també només acostuma a unir sintagmes en català.

Taula 11.3: Ocurrences de *καί* i *τε* en les diferents parts de les proposicions de *Sph. et Cyl.*

PART	καί	τε	τε/καί
altres	24	7	0,29
enunciat	51	12	0,24
construcció	80	9	0,11
determinació	10	1	0,1
demostració	369	36	0,1
anàfora	105	9	0,09
conclusió	18	1	0,06
exposició	132	6	0,05

μεν ... δε Sempre uneix dos o més sintagmes, o bé dues oracions, però no dues assercions. Per tant, s'usa per a unir grups per sota de l'asserció simple. Així, per exemple, una esplèndida conjunció triple de sintagmes la tenim en *EC I.DEFINICIO 2*: [...] ἦτοι πασαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία, «[...] o bé cauen totes sobre un mateix costat de la línia, o bé unes sobre un mateix costat mentre que les altres per la mateixa línia, i cap sobre l'altre costat.» En aquest cas, hi ha dues assercions unides per una disjunció exclusiva (*ἦτοι*); la segona està formada per un trinomi *μεν ... δε ... δε*, cadascun dels elements del qual és una oració simple, i la totalitat forma una asserció. De fet, és més important el fet que cada part delimitada per una partícula d'aquest tipus no forma mai una asserció, però pot formar una oració; un exemple emblemàtic el tenim en *EC I.DEFINICIO4*: [...] ἦτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἢ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἐτέρας καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσας αὐτῆ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχη, «[...] o bé la totalitat d'una d'aquestes estigui continguda per l'altra i per la recta que té els mateixos límits que aquesta, o bé una part estigui continguda mentre que l'altra la tingui en comú»; en aquest cas, la segona asserció introduïda pel segon «o bé» està formada per dues oracions diferents, delimitades per *μεν ... δε*. La nostra traducció serà sempre «... mentre que ...».

11.3.2 Disjuncions

Les partícules disjuntives són: *η*, *ἢ*, *ἢπερ*, *ἢτοι*, *εἴτε*. La primera és la més genèrica,³⁹ i sempre situada entre les dues assercions disjunctes. La segona només és una variant que evita l'aparició en el text de dues *η* consecutives (vegeu p. 213). En tots dos casos, sempre traduirem per «o», tret del cas que acompanyin un *ἢτοι*.

³⁹Cal tenir en compte que també s'usa en expressions comparatives, interposada entre les dues expressions comparades.

εἴτε ... εἴτε té una única ocurrència en tot el text de *Sph. et Cyl.* ⁴⁰

La disjunció *ἢτοι* és la més característica de la matemàtica grega. Es tracta d'un marcadore de disjunció exclusiva i exhaustiva: les opcions llistades són incompatibles, exhaureixen tots els casos possibles i sempre se'n compleix alguna. Apareix sempre encapçalant el grup d'asserccions disjunctes, que se separen amb l'habitual *ἢ*. D'aquestes ocurrències, n'hi ha molt poques, estan molt concentrades⁴¹ i són totes molt semblants, amb aquesta mateixa estructura que ressalta les dues possibles relacions d'ordre: *ἢτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων*, «o bé és més gran, o bé és més petit» (*EC* 1.13, 14, 33).⁴² La traducció sempre és «o bé [...] o bé [...]».

11.3.3 Partícules conclusives

Les partícules conclusives són: *αρα*, *ωστε*, *δη*, *ουν*. Les dues primeres tenen un abast més local i denoten una relació més concreta entre les darreres asserccions i la que segueix: la conclusiva *αρα* s'usa quan l'assercció que segueix es dedueix directament de les dues darreres asserccions (o només de la darrera, si l'argument és entimemàtic); de vegades, s'usa *ωστε* al seu lloc, bàsicament per tal d'evitar repeticions.⁴³ Les traduirem, respectivament, com «per tant» i «de manera que».⁴⁴ Les altres dues acostumen a introduir un trencament (més gran en el cas d'*ουν*) en la seqüència deductiva, perquè insereixen un fet matemàtic fàcilment deduïble de tot el que s'ha dit, però llur lligam lògic no és explícit.⁴⁵ Són més aviat marcadors metalògics, i els traduirem: «així, doncs» (*ουν*), i «doncs» (*δη*).

11.3.4 Altres partícules

Podem distingir aquests grups de partícules:

causals La conjunció causal prototípica és *επει*, que apareix sempre en la pròtasi d'un paracondicional (vegeu l'apartat 6.1.4 de la p. 87), que sempre traduïm per «atès que». Però hi ha algunes variants, poques: *επειδη*, *επειδηπερ*, *επειπερ*, «car», «car, precisament», «atès que, precisament». Les dues darreres, segons Heiberg, són espúries en *Sph. et Cyl.*, mentre que la primera només té 6

⁴⁰δύο δοθέντων σφαιρας τμημάτων εἴτε τῆς αὐτῆς εἴτε μὴ εὐρεῖν τμημα σφαιρας [...], «donats dos segments d'esfera (bé de la mateixa, o bé no) [...]» (*EC* 11.6).

⁴¹*EC* 1.9–14, 33.

⁴²N.B. totes tres proposicions formen part del grup de proposicions importants.

⁴³Aquesta partícula també s'usa com a consecutiva d'infinitiu en els enunciats dels problemes. La traducció serà la mateixa, però en aquest cas usarem el subjuntiu.

⁴⁴*αρα* pot tenir una altra funció, acompanyada d'*επει*: un mer connector per unir els dos components d'un paracondicional. És una forma estranya en la llengua grega i, és clar, també en la traducció, perquè sembla innecessària i, fins i tot un ús erroni, però és una pràctica habitual i idiosincràtica dels textos matemàtics grecs: *καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΗΘΚ, ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ βάσις τοῦ ΗΘΚ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΜΝΞ*, «i, atès que la superfície d'ABΓ és igual a la base d'HΘK, per tant, com la superfície d'ABΓ respecte de la seva pròpia base, així la base d'HΘK respecte de la base de ΜΝΞ»

⁴⁵És a dir, en la forma de cadena deductiva: *assumpció+coassumpció*→conclusió.

ocurrències (*EC* 1.26, 31PORISMA (bis), *EC* 11.5 (ter)) i pràcticament sempre apareix posposada. També posposades trobem γαρ, «ja que», i en menor mesura διότι, «pel fet que».⁴⁶ Totes són sospitoses de ser espúries, perquè el raonament en un text matemàtic és sempre cap al davant, poques vegades cap enrere.⁴⁷ En canvi, sabem que γαρ té una funció de marcador important en la transició entre parts d'una proposició i, en aquests casos, la traduirem sempre com a «en efecte».⁴⁸

condicionals La conjunció condicional habitual és εαν, i la traduïm com «sempre que», perquè pràcticament sempre encapçala un període condicional universal que trobem només en els enunciats. D'altres ocurrències són sospitoses de ser espúries.⁴⁹ També apareix esporàdicament el condicional ει, «si», només en demostracions que requereixen diversos casos, introduint-los: *e.g.* ει ουν μη εστιν η σφαίρα τετραπλασία του ειρημένου κώνου [...], «així, doncs, si no és l'esfera el quàdruple del con esmentat [...]» (*EC* 1.34).⁵⁰

consecutives Les oracions consecutives es formen típicament amb ωστε + infinitiu, «de manera que», en enunciats o determinacions de problemes. En *Sph. et Cyl.* també hi trobem en contextos semblants οπως + subjuntiu, «de tal manera que» i, fins i tot ινα, «per a que».⁵¹

altres La conjunció οτι, «que», sempre introdueix una completiva, i mai no té cap matís causal; és molt freqüent en la determinació (41 oc.), que és el lloc usual d'aparició. Menys usual és el gran nombre d'ocurrències en l'enunciat/conclusió (14/9) i en la demostració (42). En general, semblen determinacions locals, molt sovint redundants, del tipus: δηλον/δεικτέον/φανερών/φημι/λέγω/δεικνυμι οτι.

Finalment, les partícules μην, όταν, τοίνυν («clarament», «quan», «llavors») són *hápx* en *Sph. et Cyl.*

⁴⁶Només hi ha una ocurrència no considerada espúria per Heiberg d'aquest lema.

⁴⁷De fet, Heiberg considera 65 de les 157 ocurrències de γαρ espúries.

⁴⁸És dels pocs casos en què un mateix lema, γαρ, el traduïm de dues formes diferents, segons el context, «en efecte» i «ja que». El fet que la majoria de les del segon tipus semblin espúries, ens ha permès prendre aquesta llibertat.

⁴⁹Només hi ha dues ocurrències d'aquest tipus. La primera a la determinació de *EC* 1.19: λέγω, οτι, εαν από του ΑΒΓ κώνου νοηθη αφηρημένος ο ΒΔΖΕ ρόμβος, τω περιλείμματι ἴσος εἶσται ὁ ΘΚΛ κώνος, «jo dic que, sempre que s'hagi considerat el rombe ΒΔΖΕ extret del con ΑΒΓ, el con ΘΚΛ serà igual a la resta circumdant»; l'altra en la demostració de *EC* 1.4, en un passatge amb el verb en forma estranyament personal: καὶ εαν τέμωμεν τήν ὑπὸ ΑΔΜ γωνίαν διχα [...], «i, sempre que tallem l'angle per ΑΔΜ en dos en ΔΝ[...]». També hi ha 3 ocurrències en les parts de difícil classificació, en les proposicions *paral·leles* *EC* 1.23, 36, 39, i gairebé en el mateix context: εαν δη μενούσης [...] περιεγεχθη [...] ενεχθήσεται/οισθήσονται [...], «sempre que, mantenint-se fix [...], sigui, doncs, transportat al seu voltant [...] serà transportada [...]».

⁵⁰Només en un cas, probablement espuri (en la proposició amb més problemes textuais de tota l'obra), presenta un enunciat anterior, citant-lo literalment, per recolzar l'argument (quan la forma habitual és el paracondicional): ει γαρ τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, «ja que, si el circumscrit respecte de l'inscrit té una raó més petita que [...]» (*EC* 1.6).

⁵¹Només trobem ινα en contextos equivalents a la partícula canònica, ωστε, i solament en dues ocasions (*EC* 1.5, 6).

11.4 Criteris lèxics de la traducció

Sense cap mena de dubte, els lemes que apareixen en la part deductiva d'un text matemàtic són summament precisos i, usualment, gens ambigus. Per tant, proposem una traducció única per a cadascun dels lemes. En canvi, en la introducció epistolar, els lemes tenen la plasticitat habitual de qualsevol llengua i, per tant, la nostra proposta de traducció també ho reflecteix; la traducció, en aquest cas, vol ser més fidel al sentit que a la literalitat del text. Moltes altres traduccions podrien ser perfectament plausibles. Hem separat en dues taules la traducció dels lemes de *Sph. et Cyl.* per evidenciar aquest fet.

La traducció dels lemes exclusius de la introducció epistolar són a la taula 11.4. Com he dit, moltes altres propostes serien igualment acceptables i alguna, fins i tot podria millorar la comprensió del text i ser, al mateix temps, menys literal. En aquest cas, doncs, no hi ha un criteri regulador de la traducció, més enllà de produir un text el més entenedor possible i fidel a l'original, en la seva literalitat, quan això sigui possible.

Taula 11.4: Proposta de traducció dels lemes exclusius de la introducció epistolar de *Sph. et Cyl.*, organitzats per categories gramaticals.

	lema	traducció
	ADJECTIU	
numeral cardinal	επιτριτος	quatre terços
qualificatiu	αξιος	digne
	οικειος	familiaritzat
	ορθογωνιος	recte
	πλειστα	major part
	ADVERBI	
	επειτα	després
	καλως	bo
	μαλιστα	més
	μηδε	ni
	πολυ	molt
	που	(probablement)
	υστερον	després
	φυσικως	en la natura
	CONJUNCIÓ DE SUBORDINACIÓ	
	διοπερ	precisament per això
	NOM DE PERSONA	
	αρχιμηδης	Arquimedes
	δοσιθεος	Dositeu
	ευδοξος	Eudoxos
	κονων	Conó

Continua a la pàgina següent

Taula 11.4: Proposta de traducció dels lemes exclusius de la introducció epistolar de *Sph. et Cyl.*, organitzats per categories gramaticals. (cont.)

	lema	traducció
	PREPOSICIÓ	
	υπερ	per
	PRONOM	
personal	συ	tu
	SUBSTANTIU	
	αποφασις	judici
	γεωμετριας	geometria
	διαφρασις	divisió
	ελικος	espiral
	θεωρια	teoria
	κωνοειδος	conoide
	μαθημα	matemàtica (en neutre plural sempre)
	μερος	part
	προτασις	pròtasi
	συμμετρια	commensurabilitat
	συμπτωμα	propietat
	ταχυς	ràpid
	φυσις	natura
	VERB	
	αγνοεω	conèixer
	αντιπαραβαλλω	equiparar
	αποστελλω	enviar
	αρμοζω	afinar
	δοκεω	semblar
	δοκιμαζω	admetre
	εκδιδωμι	lliurar
	εξεστι	poder
	επινοεω	concebre
	επισκοπεω	examinar
	επιστελλω	encomanar
	ζωω	viure
	θεωρεω	investigar
	κατανοεω	copsar
	μεταδιδωμι	participar
	οκνεω	dubtar
	οφειλω	haver de
	πειραω	procurar
	πραγματευω	treballar
	προυπαρχω	preexistir
	ρωννυμι	estar bé de salut
	συμβαινω	succeir

Continua a la pàgina següent

Taula 11.4: Proposta de traducció dels lemes exclusius de la introducció epistolar de *Sph. et Cyl.*, organitzats per categories gramaticals. (cont.)

lema	traducció
υπολαμβάνω	admetre
υποπιπτω	acudir
χαιρεω	saludar

El lèxic de la part deductiva, en canvi, no permet gaire marge de maniobra. Aquests lemes (que també poden aparèixer eventualment en la introducció, no sempre amb el mateix significat), són a la taula 11.5. Pensem que una bona traducció ha de ser diàfana i, si bé n'hi pot haver de pràcticament equivalents, n'hi ha d'haver una d'immillorable: una bona traducció no tan sols ha de mantenir el sentit original de cada lema, molt sovint tècnic, sinó també, sempre que això sigui possible, ha d'evidenciar les relacions dels mots d'un mateix camp semàntic, així com fer evident (fins i tot etimològicament) la relació entre grups de mots que traspua el text grec. Així, per exemple, en grec és clara la relació entre $\alpha\gamma\omega$ i els seus derivats prefixats⁵² $\delta\alpha\gamma\omega$, $\kappa\alpha\tau\alpha\gamma\omega$, tres verbs que denoten dues formes de traçar una recta. Els dos primers tenen un caràcter marcadament tècnic: hem decidit traduir el primer per «conduir», perquè és el significat literal del mot, molt adequat al context, tot i que una mica allunyat dels mots habituals que usaríem en l'actualitat;⁵³ $\delta\alpha\gamma\omega$, en canvi, el traduirem per «aconduir». $\kappa\alpha\tau\alpha\gamma\omega$ és un verb molt poc sovintejat per Arquimedes,⁵⁴ i que traduïm per «conduir avall». Hi ha fins i tot un verb metamatemàtic amb la mateixa arrel: $\mu\epsilon\tau\alpha\gamma\omega$, i que traduirem per «traduir».

En alguns casos no podem mantenir aquest lligam, fins i tot si els verbs són tots del llenguatge de primer ordre: traduïm $\epsilon\kappa\beta\alpha\lambda\lambda\omega$, $\pi\rho\sigma\beta\alpha\lambda\lambda\omega$, $\sigma\upsilon\mu\beta\alpha\lambda\lambda\omega$, com «allargar, prolongar, coincidir», perquè no hem trobat cap triada de verbs amb la mateixa arrel, especialment pel darrer terme. Un altre exemple, que barreja lemes de primer i de segon ordre, el tenim en derivats de $\gamma\rho\alpha\phi\omega$: $\pi\epsilon\rho\iota\gamma\rho\alpha\phi\eta$, $\alpha\nu\alpha\gamma\rho\alpha\phi\omega$, $\gamma\rho\alpha\phi\omega$, $\epsilon\gamma\gamma\rho\alpha\phi\omega$, $\pi\epsilon\rho\iota\gamma\rho\alpha\phi\omega$, $\pi\rho\gamma\rho\alpha\phi\omega$, que traduïm per «circumscripció, aixecar, descriure, inscriure, circumscriure, mencionar abans».

⁵²De fet, la major part de la derivació de termes d'un text matemàtic es produeix per prefixació.

⁵³En molts casos, no hem tingut en compte l'ús modern de termes matemàtics, si bé hem procurat no subvertir el significat habitual, per no dificultar la lectura d'un lector avesat a la terminologia matemàtica.

⁵⁴En canvi, Apol·loni l'usa més, dins de l'expressió $\tau\epsilon\tau\alpha\gamma\acute{\mu}\epsilon\nu\omega\varsigma\ \kappa\alpha\tau\acute{\eta}\chi\theta\omega$, per indicar que es traça l'ordenada d'un punt d'una cònica.

Taula 11.5: Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de *Sph. et Cyl.*, i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre significat.

		lema	traducció
		ADJECTIU	
indefinit		οποιοσουν	qualsevol
		αμφω	ambdós
		δυο	dos
	cardinal	ενος	un
		τεσσαρες	quatre
numeral		τρεις	tres
		δευτερος	segon
		ημιολιος	hemiòlia
	ordinal	ημισυς	meitat
		πρωτος	primer
		τεταρτος	quarta part
		αμφοτερος	ambdós
		εκαστος	cada un/cada
		εκατερος	cadascun
pronominal	indefinit	ετερος	l'un ... l'altre
		ουδεις	cap
		πας	tot
		συναμφοτερος	conjuntament (usem l'adverbi perquè pràcticament sempre s'usa en singular, només una vegada en plural).
		τηλικουτος	tal
qualificatiu		αδυνατος	impossible
		ανισος	desigual
		αρτιογωνιος	nombre parell d'angles
		αρτιοπλευρος	nombre parell de costats
		αρτιος	en nombre parell
		ατοπος	absurd
		δηλον	evident
		διπλασιος	doble
		διπλασιων	duple
		δυνατος	possible
		ελασσων	més petit
		εξαπλασιος	sèxtuple
		επιπεδος	pla
		ευθυγραμμος	figura rectilínia
		ιδιας	pròpia
		ισογωνιος	equiangular
		ισοπλευρος	equilàter
		ισος	igual
		ισοσκελης	isòsceles

Continua a la pàgina següent

Taula 11.5: Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de *Sph. et Cyl.*, i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre sentit. (cont.)

	lema	traducció
	ισουψος	d'igual altura
	καθετος	perpendicular
	καμπυλος	corbat
	κατεναντιος	oposat corresponent
	κοιλος	còncav
	κοινος	comú
	κυλινδρικος	cilíndrica
	κωνικος	cònic
	λοιπος	resta
	μεγιστος	màxim
	μειζων	més gran
	μεσος	mitjana
	μηδεις	ningú
	ολος	totalitat
	ομοιος	semblant
	ορθος	ortogonal
	παρλληλος	paral·lel
	πολυγωνος	polígon (de fet, poligonal)
	πολυς	molt
	στερεος	sòlid
	συνθετος	compost
	σφαιρικος	esfèric
	τετραγωνος	quadrat (de fet, quadrangul·lar)
	τετραπλασιος	quàdruple
	τριγωνος	triangle
	τριπλασιος	triple
	τριτος	tercera part
	φανερως	manifest
verbal	δεικτεον	s'ha de provar
	ADVERBI	
	δεις	dues vegades
numeral	τετρακις	quatre vegades
	τρις	tres vegades
	αι	sempre, una vegada i una altra
	αλλως	d'una altra manera
	αναλογον	proporcional
	αναπαλιν	per inversió
	ανω	més amunt
	απεναντιον	oposat
	απλως	d'una manera simple
	διχα	en dos

Continua a la pàgina següent

Taula 11.5: Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de *Sph. et Cyl.*, i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre sentit. (cont.)

	lema	traducció
	εκτος	més enllà
	εμπροσθεν	abans
	εναλλάξ	per alternança
	ενθαδε	aquí
	εντος	dins
	εξης	una vegada i una altra
	επανω	anterior
	ετι	a més
	καθολου	en general
	μαλλον	molt
	μη	no
	ομοιως	de forma semblant
	ουκ	no
	ουτως	així
	παλιν	al seu torn
	προτερον	anteriorment
	πως	com?
	σαφης	clar
	συνεχες	en proporció contínua
	τουτεστιν	és a dir
	ARTICLE	
	ο	el
	CONJUNCIÓ DE SUBORDINACIÓ	
	διοτι	perquè
	εαν	sempre que
	ει	si
	ειτε ... ειτε	bé ... o bé
	επει	atès que
	επειδη	car
	επειδηπερ	car, precisament,
	επειπερ	atès que, precisament,
	ινα	per tal que
	καθαπερ	tot just com
	καθως	just com
	οπως	de tal manera que
	οταν	quan
	οτι	que
	ως	com
	ωστε	de manera que
	LLETRA	
denotativa	α	lletres denotatives

Continua a la pàgina següent

Taula 11.5: Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de *Sph. et Cyl.*, i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre sentit. (cont.)

	lema	traducció
	NOM DE PERSONA	
	ευκλειδης	Euclides
	PARTÍCULA	
connexió	αρα	per tant
	γαρ	ja que/en efecte
	δε	i/però
	δη	doncs
	μεν	... (mentre que)
	μην	clarament
	ουχουν	en conseqüència
	ουν	així, doncs,
	τοιουν	llavors
	αλλα	tanmateix
coordinació	η	o/que
	ηπερ	que
	ητοι	o bé
	και	i/també/com
	ουδε	i no
	τε	tant (... com)
	PREPOSICIÓ	
	απο	de/des de/a partir de
	δια	per (de vegades és causal, amb acusatiu: «pel mateix», «pels mateixos arguments», «pel fet que ...», i en expressions del tipus δια + infinitiu.
	εις	a
	εκ	des de
	εν	en
	επι	sobre
	εως	fins a
	κατα	per
	μετα	amb
	μεταξυ	entre
	παρα	paral·lel a
	περι	al voltant de
	προ	abans
	προς	respecte de
	συν	amb
	υπο	per
	χωρις	llevat

Continua a la pàgina següent

Taula 11.5: Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de *Sph. et Cyl.*, i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre sentit. (cont.)

	lema	traducció
	PRONOM	
demostratiu	αυτος	mateix
	εκεινος	aquell/allò
	οδε	aquest (només en contextos liminars o metamatemàtics)
	ουτος	aqueix/això (serveix molt majoritàriament per referir-se a objectes lògics o de segon ordre més que no pas a objectes matemàtics concrets i, en aquesta cas gairebé sempre és adjectiu)
	τοιουτος	aquell ... que/tal que
indefinit	τοσαυταπλασιος	tanta
	τοσουτος	tants
	αλλος	altre
personal	τις	cert
	εγω	jo
recíproc	αλληλους	l'un a l'altre (l'un respecte de l'altre quan es tracta del llenguatge de les proporcions)
reflexiu	εαυτου	ell mateix
relatiu	οιος	tal com
	οσαπλασιος	quanta
	οσος	com
	οστις	que
	ος	que
	οσπερ	que, precisament,
	SUBSTANTIU	
	αναλογια	proporció
	αναλυσις	anàlisi
	αξιωμα	definició
	αξων	eix
	αποδειξις	demostració
	απολειμμα	resta externa
	αποτημα	retall
	αφας	punt de contacte
	βασις	base
	βιβλιος	llibre
	γνωμων	gnòmon

Continua a la pàgina següent

Taula 11.5: Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de *Sph. et Cyl.*, i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre sentit. (cont.)

lema	traducció
γραμμη	línia
γωνια	angle
δειξις	prova
διαμετρος	diàmetre
διορισμος	diorisme
δυναμις	potència
ειδος	forma
επαφη	punt d'adhesió
επιλοιπος	el que encara resta
επιταγμα	requisit
επιφανεια	superfície
ευθεια	recta
ημικυκλιος	semicercle
ημισφαιρον	hemisferi
θεσις	posició
θεωρημα	teorema
κατασκευη	construcció
κεντρος	centre
κορυφη	vèrtex
κυβος	cub
κυκλος	cercle
κυλινδρος	cilindre
κωνος	con
λημμα	lema
λογος	raó
μεγεθος	magnitud
μηκος	longitud
παρλληλογραμμος	paral·lelogram
παραπληρωμα	complement
περας	límit
περιγραφη	circumscripció
περιλειμμα	resta circumdant
περιμετρος	perímetre
περιφερεια	circumferència
πλευρα	costat
πληθος	nombre
πρισμα	prisma
προβλημα	problema
πυραμις	piràmide
ρομβος	rombe
σημειον	punt
στοιχεια	elements
συμπωσις	concurrència
συνθεσις	síntesi

Continua a la pàgina següent

Taula 11.5: Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de *Sph. et Cyl.*, i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre sentit. (cont.)

lema	traducció
σφαιρα	esfera
σχῆμα	figura
τελος	final
τετρας	nombre quatre (sempre en l'expressió ὑπὸ τετράδος)
τμημα	segment
τομευς	sector
τομη	secció
τραπεζιον	trapezi
τροπος	forma (<i>i.e.</i> manera)
υπεροχη	excés
υψος	altura
χωριον	àrea
VERB	
αγω	conduir
αναγραφω	aixecar
αναλυω	analitzar
αναπληρωω	completar
αναστρεφω	per conversió (en el llenguatge de les proporcions, però vol dir «ocupar-se» en la introducció)
ανιστημι	alçar
αντιπασχω	ser inversament proporcional
αποδεικνυμι	demostrar
αποκαθιστημι	restablir-se
απολαμβανω	separar
απολιμπανω	restar fora
αποτεμνω	retallar
απτω	contactar
αφαιρω	extraure
γιγνομαι	resultar
γραφω	descriure
δει	caldre
δεικνυμι	provar
διαγω	aconduir
διαιρω	dividir
διδωμι	donar
δυναμαι	poder
εγγραφω	inscriure
ειμι	haver(-hi)/ser/estar
εχβαλλω	allargar

Continua a la pàgina següent

Taula 11.5: Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de *Sph. et Cyl.*, i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre sentit. (cont.)

lema	traducció
εκκειμαι	ser disposat
εμπεριεχω	contenir dins
εμπιπτω	caure dintre
επιζευγνυμι	unir
επισυντιθημι	superposar
επιτασσω	requerir
επιψαυω	ser tangent
ερω	esmentar
ευρισκω	trobar
εφαπτω	tocar
εφιστημι	sobreposar
εχω	tenir
ζητεω	buscar
καλεω	anomenar
καταγω	conduir cap avall
καταλειπω	restar a sota
κατεσκευαζω	construir
κειμαι	ser posat (passiva de τιθημι)
λαμβάνω	prendre
λεγω	dir
λειπω	restar
μανθανω	aprendre
μενω	mantenir-se
μεταγω	traduir
μετρεω	mesurar
νοεω	considerar
παραδιδωμι	transmetre
περαινω	limitar
περιγραφω	circumscriure
περιεχω	contenir
περιλαμβανω	comprendre
περιλειπω	restar al voltant
περιφερω	transportar al voltant
πιπτω	caure
ποιεω	fer
πολλαπλασιαζω	multiplicar
προαποδεικνυμι	demonstrar abans
προγραφο	mencionar abans
προδεικνυμι	provar abans
προερω	esmentar abans
προκειμαι	ser proposat
προσβαλλω	prolongar
προσκειμαι	estar juxtaposat

Continua a la pàgina següent

Taula 11.5: Proposta de traducció dels lemes que apareixen en la part deductiva de *Sph. et Cyl.*, i que eventualment poden aparèixer en la introducció epistolar, de vegades, amb un altre sentit. (cont.)

lema	traducció
προσλαμβανω	reprendre (forma estranya de producte de proporcions)
προστιθημι	juxtaposar
προτιθημι	proposar
συγκειμαι	ser compost
συμβαλλω	coincidir
συμπιπτω	concórrer
συναποδεικνυμι	demostrar completament
συναπτω	conjuntar
συνιστημι	erigir
συντιθημι	sintetitzar (hauria de ser compondre, però no s'usa; només un cop en les assumpcions)
ταρασσω	pertorbar (proporció pertorbada)
τεμνω	tallar
τυγχανω	escaure's
υπαρχεω	palesar
υπερεχω	superar
υποκειμαι	suposar
υποτεινω	estendre's
φερω	portar
φημι	afirmar

Especial riquesa lèxica trobem en els derivats de λειπω, molt usuals en aquest text, degut a l'ús massiu de les tècniques del mètode d'exhaustió: λοιπος, απολειμμα, επιλοιπος, περιλειμμα, απολιμπανω, καταλειπω, λειπω, περιλειπω, que traduïm per «resta, resta externa, el que encara resta, resta circumdant, restar fora, restar a sota, restar, restar al voltant».

En l'àmbit estrictament metamatemàtic, és interessant el cas dels derivats del lema clau per denotar l'acció demostrativa, δεικνυμι. Els lemes nominals són pràcticament testimonials, i predominen els lemes verbals. Entre aquests, a més, predomina el verb simple, δεικνυμι, «provar». Els lemes són αποδειξις, δειξις, αποδεικνυμι, δεικνυμι, δεικτεον, προαποδεικνυμι, προδεικνυμι, συναποδεικνυμι, i la traducció que proposo és: «demostració, prova, demostrar, provar, s'ha de provar, demostrar abans, provar abans, demostrar completament».

En alguns casos, quan no trobem un marc de traducció comú per lemes relacionats, hem hagut d'optar per agrupar-los. Així, per exemple, en el cap semàntic corresponent a «tallar», τεμνω, trobem: αποτεμνω, τεμνω, αποτμημα, τμημα, τομευς, τομη, pels primers tres hem pogut trobar traduccions amb la mateixa arrel: «retallar,

tallar, retall». En canvi, no ha estat així pels tres noms que clouen el grup. En aquest cas, hem preferit mantenir una terminologia més moderna, però que posa de manifest el lligam etimològic original, si bé s'allunya dels tres primers lemes: «segment, sector, secció».

Alguns grups lèxics no tenen una arrel comuna (com a mínim evident). És el cas del grup relatiu a la tangència: *απτω, εφαπτω, συναπτω, αφας, επαφη, επιψαυω*, que traduïm per «contactar, tocar, conjuntar, punt de contacte, punt d'adhesió, ser tangent». En aquest cas, en el nostre text, el verb més usual és el darrer (si bé no de manera destacada), malgrat que no té associat un substantiu. Hi ha diversos fets que sobten, i que probablement donen informació d'una possible duplicitat de tradicions en la designació d'entitats relacionades amb la tangència, tradicions que semblen tenir la mateixa força:⁵⁵ la duplicitat dels lemes nominals, *αφας/επαφη*, el triplet de verbs que designen el mateix, *απτω, εφαπτω, επιψαυω*, i el fet que no sembla que la freqüència d'ús de cap d'ells no s'imposa (tampoc quan fem una cerca en els textos matemàtics grecs més importants).

Finalment, examinarem el cas d'una de les arrels més usades, la de *τιθημι* (θε), «posar», i que té diverses peculiaritats: la passiva d'aquest verb es construeix amb *χειμαι*; el verb *τιθημι* no s'usa mai; la major part dels lemes no són del llenguatge de primer ordre; entre aquests lemes trobem els dos (substantiu i verb) que fan referència a la síntesi, una de les operacions del mètode d'anàlisi/síntesi.⁵⁶ Els lemes són aquests: *θεσις, συνθεσις, εκχειμαι, χειμαι, προχειμαι, προσχειμαι, συγχειμαι, υποχειμαι, προστιθημι, προτιθημι, συντιθημι*, i la nostra proposta de traducció és: «compost, posició, síntesi, ser disposat, ser posat, ser proposat, estar juxtaposat, ser compost, suposar, juxtaposar, proposar, sintetitzar».

La taula 11.6 mostra les agrupacions més importants de lemes a partir del que anomenem *lema bàsic* i del seu camp semàntic.

Taula 11.6: Agrupació de lemes de *Sph. et Cyl.* segons la proximitat semàntica.

<i>lema bàsic</i>	lema	traducció
αγω	αγω	conduir
	διαγω	aconduir
	καταγω	conduir cap avall
	μεταγω	traduir
αμφω	αμφω	ambdós
	αμφοτερος	ambdós
αντιος	κατεναντιος	oposat corresponent
	απεναντιον	oposat

Continua a la pàgina següent

⁵⁵Vitrac [2008a] ha estudiat un cas semblant de duplicitat de tradicions en el cas dels lemes que fan referència al quadrat d'una magnitud, concretament als termes derivats de *δύναμις*.

⁵⁶Només en aquest cas no hem respectat la regla de traducció que ens hem imposat: *συνθεσις* ho hem traduït per «síntesi», i *συντιθημι* per «sintetitzar».

Taula 11.6: Agrupació de lemes de *Sph. et Cyl.* segons la proximitat semàntica. (cont.)

<i>lema bàsic</i>	lema	traducció
	απτω	contactar
απτω	εφαπτω	tocar
	συναπτω	conjuntar
	αφας	punt de contacte
ψαυω	επαφη	punt d'adhesió
	επιψαυω	ser tangent
βαλλω	εκβαλλω	allargar
	προσβαλλω	prolongar
	συμβαλλω	coincidir
γραφω	ευθυγραμμω	figura rectilínia
	γραμμω	línia
	περιγραφω	circumscripció
	αναγραφω	aixecar
	γραφω	descriure
	εγγραφω	inscriure
	περιγραφω	circumscriure
γωνια	προγραφω	mencionar abans
	αρτιγωνιος	nombre parell d'angles
	ισογωνιος	equiangular
	πολυγωνος	polígon
	τετραγωνος	quadrat
	τριγωνος	triangle
δεικνυμι	γωνια	angle
	δεικτεον	s'ha de provar
	αποδειξις	demonstració
	δειξις	prova
	αποδεικνυμι	demonstrar
	δεικνυμι	provar
	προαποδεικνυμι	demonstrar abans
	προδεικνυμι	provar abans
συναποδεικνυμι	demonstrar completament	
διδωμι	διδωμι	donar
	παραδιδωμι	transmetre
δυνατος	αδυνατος	impossible
	δυνατος	possible
δυο	δυο	dos
	δευτερος	segon
	δισ	dues vegades
	διχα	en dos
επει	επειδη	car
	επειδηπερ	car, precisament,
	επειπερ	atès que, precisament,

Continua a la pàgina següent

Taula 11.6: Agrupació de lemes de *Sph. et Cyl.* segons la proximitat semàntica. (cont.)

<i>lema bàsic</i>	<i>lema</i>	<i>traducció</i>
ερω	ερω	esmentar
	προερω	esmentar abans
εχω	υπεροχη	excés
	εμπεριεχω	contenir dins
	εχω	tenir
	περιεχω	contenir
ισος	υπερεχω	superar
	ανισος	desigual
ιστημι	ισος	igual
	ανιστημι	alçar
	αποκαθιστημι	restablir-se
κυλινδρος	συνιστημι	erigir
	κυλινδρικος	cilíndrica
κωνος	κυλινδρος	cilindre
	κωνικος	cònic
λαμβανω	κωνος	con
	προσλαμβανω	reprendre (forma estranya de producte de proporcions)
	απολαμβανω	separar
	λαμβανω	prendre
λειπω	περιλαμβανω	comprendre
	λοιπος	resta
	απολειμμα	resta externa
	επιλοιπος	el que encara resta
	περιλειμμα	resta circumdant
	απολιμπανω	restar fora
	καταλειπω	restar a fora
λειπω	restar	
λογος	περιλειπω	restar al voltant
	αναλογον	proporcional
	αναλογια	proporció
μειζων	λογος	raó
	μεγιστος	màxim
μετρεω	μειζων	més gran
	διαμετρος	diàmetre
	περιμετρος	perímetre
ολος	μετρεω	mesurar
	ημιολιος	hemiòlia
ομοιος	ολος	totalitat
	ομοιος	semblant
	ομοιως	de forma semblant

Continua a la pàgina següent

Taula 11.6: Agrupació de lemes de *Sph. et Cyl.* segons la proximitat semàntica. (cont.)

<i>lema bàsic</i>	lema	traducció
ου	ουδεις	cap
	ουδε	i no
περαινω	περας	límit
	περαινω	limitar
πιπτω	εμπιπτω	caure dintre
	πιπτω	caure
	συμπιπτω	concórrer
πλασιαζω	διπλασιος	doble
	εξαπλασιος	sèxtuple
	τετραπλασιος	quàdruple
	τριπλασιος	triple
	διπλασιων	duple
πολλαπλασιαζω	multiplicar	
πλευρος	αρτιοπλευρος	nombre parell de costats
	ισοπλευρος	equilàter
πρωτος	πρωτος	primer
	προτερον	anteriorment
σφαιρα	σφαιρικος	esfèric
	ημισφαιρον	hemisferi
	σφαιρα	esfera
τεμνω	αποτμημα	retall
	τμημα	segment
	τομευς	sector
	τομη	secció
	αποτεμνω	retallar
τεμνω	tallar	
τεσσαρες	τεσσαρες	quatre
	τεταρτος	quarta part
	τετρακις	tres vegades
	τετρας	nombre quatre (sempre en l'expressió ὑπὸ τετράδος)
τιθημι	συνθετος	compost
	θεσις	posició
	συνθεσις	síntesi
	εχκειμαι	ser disposat
	κειμαι	ser posat (passiva de τιθημι)
	προκειμαι	ser proposat
	προσκειμαι	estar juxtaposat
	συγκειμαι	ser compost
	υποκειμαι	suposar
	προστιθημι	juxtaposar
προτιθημι	proposar	

Continua a la pàgina següent

Taula 11.6: Agrupació de lemes de *Sph. et Cyl.* segons la proximitat semàntica. (cont.)

<i>lema bàsic</i>	lema	traducció
	συντιθημι	sintetitzar
τρεις	τρεις	tres
	τριτος	tercera part
	τρις	tres vegades
υψος	ισουψος	d'igual altura
	υψος	altura
φερω	περιφερεια	circumferència
	περιφερω	transportar al voltant
	φερω	portar

Conclusions i línies de futur

En aquest treball hem estudiat les característiques bàsiques de la llengua matemàtica grega i, més concretament, de la llengua d'Arquimedes en *Sph. et Cyl.* Les que comparteix amb el lèxic matemàtic general són, essencialment:

- Lèxic molt reduït compost d'un petit nombre de lemes, i amb les ocurrencies molt concentrades en un petit grup d'aquests lemes (en general, la cinquena part dels lemes cobreixen més del 90% de les ocurrencies). Però *Sph. et Cyl.* no presenta una concentració tan acusada com *El.* ni tan sols com *Con. et Spher.*
- L'article és el lema predominant, sempre al voltant del 25% de les ocurrencies.
- També els percentatges de lletres denotatives, $\kappa\alpha$ i del verb $\epsilon\iota\mu$, són alts, i ocupen els primers llocs en la llista de més freqüents. D'altres lemes importants són la preposició $\pi\rho\omicron\varsigma$, i els adjectius que denoten la igualtat i la identitat: $\iota\sigma\omicron\varsigma$, $\alpha\upsilon\tau\omicron\varsigma$, més el primer que el segon en *Sph. et Cyl.*

No comparteix, però, alguna de les característiques, destacadament la baixa presència d'*hápax*; *Sph. et Cyl.* té el doble d'*hápax* habitual en un text matemàtic, la qual cosa l'equipara més a les proporcions d'aquests lemes en qualsevol altre tipus de text. A més, comparada amb una obra del mateix autor, *Con. et Spher.*, té una proporció bastant superior de lemes exclusius.

Un fet interessant és que, un cop d'ull a les diferències entre *Sph. et Cyl.*, *El.* i *Con. et Spher.*, revela que l'ús del lèxic se situa entre *El.* i *Con. et Spher.*, és a dir, que és més proper a *El.* que *Con. et Spher.* (i, probablement, que tota la resta de l'obra arquimediana). Aquest descobriment permet acceptar les hipòtesis que sostenen que és un text àmpliament rescrit amb la intenció d'apropar l'estil al canònic euclidià i, de retruc, confirma l'especificitat de l'estil arquimedià.

L'anàlisi més aprofundida d'algunes característiques de la llengua de *Sph. et Cyl.*, especialment l'estructura verbal i l'ús de les partícules, mostra, d'una banda, que cada parell temps/mode verbal té una funció molt concreta i exclusiva, que permet subratllar aspectes específics, en cada cas, i evitar ambigüitats a tots nivells. Cal destacar, també, l'existència del que anomenem verbs *buits*, que acostumen a tenir

una conjugació estructuralment idèntica a $\epsilon\mu$. D'altra banda, si bé el nombre de les partícules i la seva funció no mostren grans diferències respecte de l'ús que se'n fa a *El.*, podem destacar que el tramet lògic és més feble (un ús substancialment menor de les partícules; el cas més paradigmàtic, el de la conclusiva $\alpha\phi$). També cal esmentar l'augment en l'ús de l'estil indirecte, especialment en l'expressió dels resultats, quan s'enuncien o quan es citen (*i.e.* en l'enunciat i en la conclusió, però també en el bloc demostratiu, on s'usen de manera més sovintejada indicadors metamatemàtics per a introduir-los).

Finalment, dos trets especials de *Sph. et Cyl.*: en primer lloc, l'estructura indefinida dominant es relaxa amb un bon grapat d'ocurrències de l'article determinat, si bé molt concentrades en algunes proposicions; aquest fet es veuria compensat per un ús molt més ampli del quantificador $\pi\alpha\varsigma$, «tot» o «qualsevol», present en totes les proposicions importants. Això és sorprenent, si tenim en compte que l'estil canònic no acostuma a utilitzar quantificadors. En segon lloc, i més relacionat amb l'expressió de l'estructura lògica, l'ordenació dels elements d'una relació, quan la trobem en la demostració, no és la convencional: la relació apareix de forma molt més sovint interposada entre els elements relacionats que no pas a l'exterior.

Les consideracions lèxiques, gramaticals i logicosintàctiques permeten, doncs, afirmar, en general, que el text d'Arquimedes, formalment, segueix el model canònic d'escriptura dels textos matemàtics, amb algunes característiques idiosincràtiques, també regulars. És per això que plantejo una traducció summament respectuosa de l'original, a tots nivells, traslladant tots els elements característics dels textos matemàtics d'una manera sistemàtica i argumentada. Alguns dels trets essencials de la nostra traducció són:

- Des d'un punt de vista lèxic, hem donat a cada lema una traducció única. A més, hem procurat que, per a cada grup de lemes derivats d'un lema comú (normalment per prefixació amb una preposició), la traducció també traspuï aquesta relació, usant la derivació sempre que això ha estat possible.
- Hem mantingut l'estructura indefinida dominant, usant, sempre que hem pogut, l'article indeterminat (o, directament eliminant-lo). Però també hem procurat respectar tots els casos on l'article és clarament determinat.
- Hem traslladat l'estructura verbal, summament rígida, al català, mantenint sempre el mateix criteri de traducció. Els casos més rellevants són l'ús presentacional de l'imperatiu $\epsilon\sigma\tau\omega$, que traduïm sistemàticament amb un «heus aquí», i els imperatius de perfet mig/passiu, que traduïm amb una perífrasi «estigui + [participi]» (tanmateix, estem rumiant encara la idoneïtat d'aquesta traducció). L'únic que no hem pogut mantenir és la diversitat dels participis, perquè el català no ho permet sense llargues perífrasis de relatiu.
- També hem traduït sempre les partícules de manera idèntica, fins i tot quan, en català (com de fet també en grec), algunes són innecessàries i/o voregen la incorrecció: *e.g.* l'ús de $\alpha\phi$, «per tant», conclusiu en un període

paracondicional; «atès que ... per tant ... ». Només en el cas de $\gamma\alpha\phi$, hem decidit fer dues traduccions diferenciades: una, com a partícula estructurant, que inicia sovint l'exposició i, també, el grup demostratiu (traduint-la amb un «en efecte»), l'altra, com a causal posposada (traduint-la amb un «ja que»).

L'única característica que no hem traduït de forma sistemàtica ha estat l'ordenació dels elements dins d'una relació, perquè, en molts casos, es produirien oracions que tenen l'aspecte de ser poc gramaticals i, més important, en dificultaria molt la lectura.

Per bé que en la nostra tesi s'han desvetllat aspectes interessants de l'escriptura arquimediana i se n'ha proposat argumentadament una traducció fidel, pensem que l'aspecte més remarcable ha estat la presentació d'una metodologia sistemàtica i global per al tractament i la comparació de textos matemàtics grecs, un corpus que, cal recordar, pot estimar-se en unes cent obres (vegeu [Vitrac 2008b]). Disposem, a més, d'unes eines tecnològiques que en faciliten el tractament. Per tant, l'adaptació de la metodologia a qualsevol dels altres textos matemàtics grecs pot fer-se d'una manera senzilla. És evident que l'anàlisi sistemàtica d'altres obres i la seva comparació aportarà un coneixement més detallat i precís dels mecanismes de la llengua matemàtica grega i, també, de les diferències d'autor i d'època. En definitiva, la metodologia que hem proposat pot demostrar les seves potencialitats en l'anàlisi de la resta d'obres matemàtiques ja digitalitzades, procés, a més, que no hauria de ser gaire costós, i que cada cop ho pot ser menys si es van adaptant les eines d'anàlisi a aquesta metodologia. Em proposo, així, l'anàlisi i traducció de les obres arquimedianes, seguint el model que he desenvolupat:

1. Lematització completa i categorització de tots els lemes.
2. Anàlisi descriptiva del lèxic i, a continuació, comparació amb les obres ja analitzades: d'una banda, els lemes exclusius, de l'altra, els lemes comuns. En aquest sentit seria bo estudiar específicament el nucli més estable, comú a totes les obres.
3. Anàlisi de l'ús de les formes verbals per a confirmar, o matisar, les conclusions a què hem arribat.
4. Anàlisi de les partícules i de la seva interacció en les diverses parts d'una proposició, i comparació amb les obres ja estudiades.
5. Anàlisi dels blocs de lletres designadores, tant pel que fa a la quantitat com a l'ordenació, i comparació amb els textos ja estudiats.
6. Anàlisi de l'ordre dels elements d'una relació; caldria comprovar en quines relacions i en quines obres es manté l'ordenació canònica.

Aquest model d'anàlisi també caldria ampliar-lo en dues direccions: el refinament de l'anàlisi lèxica comparativa i l'ampliació de l'anàlisi automàtica a esferes més complexes de l'estructura textual (sintagmes, oracions, assercions, períodes i parts d'una proposició). En el primer cas, ja estem treballant l'anàlisi lèxica comparativa automatitzada de qualsevol grup de textos matemàtics prèviament lematitzats (particularment de proposicions, perquè en són les unitats textuais bàsiques); les dades d'aquesta anàlisi proporcionaran una mesura de la *proximitat lèxica* de les proposicions i, aplicada als lemes menys comuns, podria donar, fins i tot, una indicació de les proposicions que han patit alguna intervenció comuna (com podria ser una interpolació). En el segon cas, caldria anar més enllà en les tècniques d'anàlisi i, probablement, s'haurien d'utilitzar llenguatges informàtics de marcatge, com el XML, que permetrien pouar fàcilment en tota la informació estructural dels textos de manera automatitzada; una tasca com aquesta, però, comportaria una complicació substancialment important de les tècniques d'anàlisi i, probablement, requeriria recursos informàtics més sofisticats.

A banda de la utilitat intrínseca d'aquesta metodologia d'estudi dels textos, l'aplicació a la major part del corpus matemàtic grec tindria, a més, d'altres avantatges evidents, especialment en l'àmbit de l'edició i de la crítica: la detecció de passatges espuris, l'atribució a un autor concret i, fins i tot, la proposta de diverses *capes* en la redacció. Evidentment, en aquest moment podríem plantejar-nos una revisió argumentada i global de la interpretació dels textos, és a dir, del que s'anomena vulgarment el *contingut matemàtic*.

Tots aquests objectius em semblen perfectament assolibles en un període no superior a deu anys, amb l'única limitació donada pels recursos que s'hi puguin esmerçar per aconseguir-los.

La reflexió final d'aquest treball també hauria de mirar més enllà i sotjar les repercussions que pot (o podria) tenir en altres àmbits, a curt o a llarg termini:

- En l'àmbit de la gramàtica i la sintaxi grega, s'hauria de reavaluar el paper de l'article: si consultem qualsevol gramàtica o sintaxi grega —*e.g.* [Humbert \[1986\]](#)—, comprovarem que no hi ha cap menció de l'ús específic en els textos matemàtics grecs, especialment associat a les lletres denotatives, malgrat que són els textos que més l'usen. Igualment, hauria de plantejar-se la necessitat d'introduir l'ús presentacional del verb εἶμι, tan característic dels textos que tractem.
- La metodologia que hem aplicat també podria aplicar-se a d'altres corpus textuais. Evidentment, la metodologia hauria d'afinar-se més a mesura que s'avança en la investigació; un cop dissenyada una eina adequada als textos matemàtics, podria generalitzar-se per a l'anàlisi d'altres textos d'estructura més oberta que els matemàtics. La metodologia, probablement, hauria de redefinir-se, un cop s'ha abandonat la rigidesa lèxica, gramatical i sintàctica típica d'aquests textos, però l'experiència adquirida en aquestes investigacions seria de gran utilitat a l'hora d'abordar corpus estructuralment més complexos i oberts.

- Pensem que aquesta nova perspectiva en l'estudi dels textos matemàtics podria incidir d'alguna manera en la forma com s'ensenyen, no tan sols la història de les matemàtiques, sinó la matemàtica i, fins i tot, la filologia clàssica. En faré una breu pinzellada. Si alguna conclusió de caràcter general podem exhibir, aquesta és que l'estructura lèxica i sintàctica dels textos matemàtics grecs respon a una necessitat eminentment lògica: l'apodicticitat d'un text matemàtic descansa en la forma, l'argumentació es convalida *per forma*. L'aparició de l'àlgebra i l'anàlisi van liquidar aquest model, encara que això no podia ser evident fins a principis del s. xx, quan l'anàlisi lògica de la matemàtica va tenir més anomenada. En qualsevol cas, l'estil demostratiu no ha abandonat els manuals de la matemàtica, malgrat que el valor apodíctic ha perdut tota vigència. Potser caldria repensar la forma de dir i d'escriure la matemàtica, especialment per als estudiants. De la mateixa manera, també podrien afegir-se en els estudis clàssics altres estratègies pedagògiques en les assignatures de comprensió i traducció de textos: la utilització a l'aula d'eines informàtiques per a l'anàlisi de textos permetria contemplar-los des d'una altra perspectiva que enriquiria la típica lectura seqüencial amb l'ajut d'un diccionari.
- Finalment, un cop analitzat completament el corpus matemàtic grec, seria imprescindible tornar a examinar la relació entre la cultura grega i la matemàtica que va generar; un dels primers punts a reconsiderar seria, probablement, la relació entre aquesta disciplina i la filosofia grega.

Bibliografia

- FABIO ACERBI (ed.) (2007), *Euclide. Tutte le Opere*. Bompiani, Milà.
- FABIO ACERBI (2010), *Il silenzio delle sirene*. Carocci editore, Roma.
- (2011a), «I codici stilistici della matematica greca: dimostrazioni, procedure, algoritmi». *Quaderni Urbinati di Cultura Classica*, en premsa.
- (2011b), *La sintassi logica della matematica greca*, en premsa.
- GERMAINE AUJAC (1984), «Le langage formulaire dans la géométrie grecque». *Revue d'histoire des sciences*, 37(2): 97–109.
- ANDREU BAUÇÀ I SASTRE (2007), «La diàtesi: Concepte, formes i usos en les llengües romàniques». *Ianua: revista Philologica Romanica*, 7: 5–13.
- JOHN LENNART BERGGREN (1984), «History of Greek Mathematics: A Survey of Recent Research». *Historia Mathematica*, 11: 394–410.
- SUSANNE BOBZIEN (1997), «The Stoics on Hypotheses and Hypothetical Arguments». *Phronesis*, 42(3): 299–312.
- ÉDOUARD DES PLACES (1964), *Lexique de la langue philosophique et religieuse de Platon*. Les Belles Lettres, París.
- EDUARD JAN DIJKSTERHUIS (1987), *Archimedes*. Princeton University Press, Princeton.
- MICHEL FEDERSPIEL (1995), «Sur l'opposition défini/indéfini dans la langue des mathématiques grecques». *Les Études Classiques*, 63: 249–293.
- (1999), «Notes linguistiques et critiques sur le livre II des *Coniques* d'Apollonius de Perge (1ère partie)». *Revue des Études Grecques*, 112(2): 359–391.
- GOTTFRIED FRIEDLEIN (ed.) (1873), *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarii*. Teubner, Leipzig.
- THOMAS LITTLE HEATH (1897), *The works of Archimedes*. Cambridge University Press, Cambridge.

- JOHAN LUDVIG HEIBERG (ed.) (1910–1915), *Archimedis Opera Omnia cum commentariis Eutocii*. Teubner, Leipzig.
- GEOFFREY HORROCKS (1997), *Greek. A history of the language and its speakers*. Blackwell Publishing, Oxford.
- JEAN HUMBERT (1986), *Syntaxe Grecque*. Éditions Klincksieck, Paris.
- GREGORIO LURI (2011), *Introducción al vocabulario de Platón*. Fundación ECOEM, Sevilla.
- RAMON MASIÀ (ed.) (2010), *Arquimedes. Sobre l'esfera i el cilindre*. Fundació Bernat Metge, Barcelona.
- CHARLES MUGLER (1959), *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des grecs*. Librairie C. Klincksieck, Paris.
- REVIEL NETZ (1998), «The first jewish scientist?» *Scripta Classica Israeliana*, 17: 27–33.
- (1999), *The shaping of deduction in Greek mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- ANNA PUIG MONTADA (2003), «Anàlisi de resultats extrets del diccionari de freqüències de l'institut d'estudis catalans». Dins *Actes del tretzè Col·loqui internacional de llengua i literatura catalanes*, Publicacions de l'Abadia de Montserrat, Barcelona, volum II, 349–372.
- JOSEP MARIA PUJOL & JOAN SOLÀ (1995), *Ortotipografia. Manual de l'autor, l'autoeditor i el dissenyador gràfic*. Columna, Barcelona.
- JOAN RAFAEL RAMOS ALFAJARÍN (2000), *Ésser, estar i haver(-hi) en català antic. Estudi sintàctic contrastiu*. Publicacions de l'Abadia de Montserrat, València/Barcelona.
- JORDI REDONDO (2011), *Curs de sintaxi grega*. Universitat de València, publicat a <http://roderic.uv.es/handle/10550/21236>.
- ALEXANDRE RIBA I CIVIL (2002), *Homogeneïtat d'estil en el Tirant lo Blanc*. Tesi de llicenciatura dirigida pel Dr. Josep Ginebra i Molins, Barcelona.
- CORNELIS JORD RUIJGH (1979), «A review of: Ch. H. Kahn, *The verb 'be' in Ancient Greek*». *Lingua*, 48: 43–83.
- LUIS VEGA REÑON (1990), *La trama de la demostración*. Alianza Editorial, Madrid.
- THESAURUS LINGVAE GRAECAE (VERSIÓ E) (2000). University of California, Irvine, <http://www.tlg.uci.edu/>.
- BERNARD VITRAC (2008a), «Les formules de la "puissance" (δύναμις, δύνασθαι) dans les mathématiques grecques et dans les dialogues de Platon». Dins M. Crubellier, A. Jaulin, D. Lefebvre, P.-M. Morel (ed.), *Dynamis. Autour de la puissance chez Aristote*, Editions Peeters, Louvain-la-Neuve/Paris/Dudley (Mass.), 73–148.

——— (2008b), «Promenade dans les préfaces des textes mathématiques grecs anciens»: 518–556. Dans P. Radelet de Grave (ed.), *Liber amicorum Jean Dhombres*, Brepols, Turnhout, 518–556.

VV.AA. (2006), *Ergativity. Emerging issues*. Springer, Dordrecht.

Apèndixos

