

UNIVERSIDAD DE OVIEDO

Programa de Doctorado Interuniversitario
Ingeniería Electromagnética: Fundamentos y Aplicaciones

EVALUACIÓN DE NIVELES DE CAMPO
ELECTROMAGNÉTICO EN ENTORNOS
RURALES/URBANOS MEDIANTE TÉCNICAS DE
PROCESADO GEOMÉTRICO Y MÉTODO MECA
(*MODIFIED EQUIVALENT CURRENT
APPROXIMATION*)

TESIS DOCTORAL

Autor:

Javier Gutiérrez Meana

Directores:

Fernando Las Heras Andrés

José Ángel Martínez Lorenzo

2010



Reservados todos los derechos
© El autor

Edita: Universidad de Oviedo,
Biblioteca Universitaria, 2010
Colección Tesis Doctoral-TDR nº 70
ISBN 978-84-693-4916-8
D.L.: AS.00966-2010

*A mis padres
y a mi hermano*

Agradecimientos

Quiero reconocer en las primeras líneas de esta Tesis Doctoral el trabajo de mis directores Fernando y José Ángel, su apoyo, su confianza en mí y sus comentarios, pero principalmente su dedicación, su tiempo y el haber sido capaces de salvar la distancia física y conseguir así que esta memoria, reflejo del trabajo de los últimos cuatros años, sea una realidad y no quedara en un sueño.

Quiero reseñar la enorme disposición y voluntad de Susana mostradas en los días de incertidumbre; los consejos, el aliento y la generosidad de Antonio. *Thanks Carey for your kindness, your help, your ideas during and after my stay in Boston.*

Quiero remarcar el buen ambiente entre los doctorandos; desde los primeros, Yuri y Jaime, hasta la reciente incorporación de Marta, Arancha y René, sin pasar por alto a Carlos ni, por supuesto, a Miguel: esos martes, esos viajes, esos miércoles, esas cenas, esos jueves, esos cafés, esos pocos viernes, esas actividades deportivas. No puedo olvidarme de la presencia casi incondicional de Elena ni tampoco de Samuel y ellos seguro que tampoco lo harán.

Quiero recordar los grandes momentos con mis amigos que aún no han sido nombrados, Marta, Laura, Ana y Jesús, porque siguen ahí a lo largo de los años: ellos, cerca y las imágenes, en la memoria.

Quiero resaltar la labor de mis padres por los valores inculcados, la educación, el cariño incondicional; la ayuda y el apoyo de mi hermano y el carácter alegre y optimista de mi prima María.

...y por todo ello quiero rendiros tributo a todos vosotros.

Resumen

En esta Tesis Doctoral se presenta el método determinístico de alta frecuencia denominado *Modified Equivalent Current Approximation* (MECA). Su ámbito de aplicación se circunscribe al cálculo de niveles de campo electromagnético a partir de unas corrientes equivalentes, tanto eléctricas como magnéticas, para un escenario eléctricamente grande. Se trata de una extensión de la formulación clásica de Óptica Física para la consideración no solo de superficies de tipo conductor eléctrico perfecto sino también dieléctrico o con pérdidas.

El método MECA debe ser complementado por un algoritmo de cálculo de visibilidades para distinguir entre zonas iluminadas y en sombra desde un punto de vista. En consonancia con ello se evalúan cuatro distintas metodologías, de las cuales tres son nuevas (Método Cono, Método Pirámide y Método Recorte) y la restante, *Binary Space Partitioning*, se emplea como referencia.

La validación se efectúa a partir del cómputo de la sección recta radar de diversas geometrías canónicas y se contrasta con sus expresiones analíticas o bien con los resultados provistos por la técnica de onda completa basada en el Método de los Momentos. Adicionalmente se contemplan diferentes aspectos de interés ligados a MECA, como el efecto de la polarización o el ángulo de incidencia.

La inclusión de métodos de aceleración basados en división en dominios o limitación en alcance y la descripción de la herramienta de cálculo de cobertura radioeléctrica desarrollada dan paso a los ejemplos de aplicación. Estos consisten en una optimización de una red GSM/GPRS en un entorno rural y una diagnosis en un entorno urbano con dos estaciones transmisoras de radio. También se muestra un escenario para evaluar el comportamiento en interiores.

Abstract

This Ph.D. Dissertation presents the deterministic high frequency method Modified Equivalent Current Approximation (MECA). The scope of application is circumscribed to the evaluation of electromagnetic field levels from both electric and magnetic equivalent currents for electrically large scenarios. MECA is an extension of the classical formulation of Physical Optics where not only perfect electric conductors but also dielectric and lossy surfaces are considered.

MECA must be utilized in joint with an algorithm to face the visibility problem in order to distinguish between illuminated and non-illuminated regions from a point of view. This is the reason why four different methodologies are evaluated: three of them are brand new (Cone Method -*Método Cono*-, Pyramid Method -*Método Pirámide*- and Trimming Method -*Método Recorte*-) while the other one, Binary Space Partitioning, acts as reference.

The validation process is performed from the computation of the radar cross section of various canonical geometries which is compared with the corresponding analytical expressions or the results provided by the full wave method Method of Moments. Additionally, other features of MECA such as the effect of polarization or angle of incidence are studied.

The techniques to improve the computational time based on domain decomposition or range restriction and the software developed to calculate radioelectric coverage are included prior to the examples of application. They consist in the optimization of a GSM/GPRS network in a rural environment and the diagnosis within a city where two radio stations are located. An indoor scenario is also shown with the aim of evaluating its behaviour.

Nomenclatura

$A \dots Z, a \dots z$	parámetros escalares
$\mathbf{A} \dots \mathbf{Z}, \mathbf{a} \dots \mathbf{z}$	vectores espaciales
$\hat{\mathbf{A}} \dots \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{a}} \dots \hat{\mathbf{z}}$	vectores unitarios
$\vec{\mathbf{A}} \dots \vec{\mathbf{Z}}, \vec{\mathbf{a}} \dots \vec{\mathbf{z}}$	vectores de posición
$\Re\{A\}$	parte real de A
$\Im\{A\}$	parte imaginaria de A
$\vec{\mathbf{r}}$	punto de observación
$\vec{\mathbf{r}}'$	punto fuente
\mathbf{E}	campo eléctrico
\mathbf{H}	campo magnético
\mathbf{J}	densidad de corriente eléctrica
\mathbf{M}	densidad de corriente magnética
\mathbf{A}	vector potencial magnético
\mathbf{F}	vector potencial eléctrico
ϕ_e	potencial escalar eléctrico
ϕ_m	potencial escalar magnético
G	función de Green en espacio libre
k	número de onda
ω	pulsación de trabajo
t	tiempo
f	frecuencia de trabajo
λ	longitud de onda
ε	permitividad eléctrica
ε_r	permitividad eléctrica relativa
μ	permeabilidad magnética
μ_r	permeabilidad magnética relativa
σ	conductividad
η	impedancia del medio
\int	integral

\cdot	producto escalar
\times	producto vectorial
∇	gradiente
$\nabla \cdot$	divergencia
$\nabla \times$	rotacional
\mathcal{O}	indica “del orden de”

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Antecedentes y estado actual	2
1.2.1. Métodos empíricos	3
1.2.2. Métodos basados en técnicas de alta frecuencia	4
1.2.2.1. Óptica Geométrica	4
1.2.2.2. Óptica Física	6
1.2.3. Métodos basados en técnicas de onda completa	8
1.3. Aportaciones	9
1.4. Estructura de la memoria	10
2. Procesado geométrico	13
2.1. Introducción	13
2.2. Generación de mallado	15
2.2.1. Limitaciones debidas al tamaño de discretización	16

2.3. Método <i>Binary Space Partitioning</i>	16
2.3.1. Creación del árbol binario	17
2.3.2. Ordenación del espacio en función del punto de vista	19
2.4. Método Recorte de facetas	20
2.5. Método Cono	26
2.6. Método Pirámide	28
2.7. Elección de un algoritmo de referencia	31
2.8. Comparativa de métodos de cálculo de visibilidades	33
2.8.1. Configuración con placas	33
2.8.2. Configuración con esferas	35
3. Evaluación de niveles de campo electromagnético	41
3.1. Introducción	41
3.2. Aproximación de Óptica Física	41
3.2.1. Formulación de Óptica Física	42
3.2.2. Formulación MECA	44
3.2.2.1. Componente TE	45
3.2.2.2. Componente TM	47
3.2.2.3. Corrientes equivalentes MECA	48
3.2.2.4. Determinación de los coeficientes de reflexión de Fresnel para modos TE y TM	49

3.3.	Obtención de niveles de campo electromagnético a partir de corrientes MECA	50
3.3.1.	Aproximación de onda plana incidente	50
3.3.2.	Aplicación a parches planos	52
3.3.2.1.	Discretización con facetas triangulares	54
3.3.3.	Esquema de evaluación de reflexiones	55
3.4.	Difracción en aristas	56
3.4.1.	Revisión de los métodos de evaluación de difracción en aristas	58
3.4.2.	Determinación de las aristas de difracción	60
3.4.3.	Cálculo de los campos generados por difracción	62
3.4.4.	Coeficientes de difracción	64
3.4.5.	División del filo en segmentos	65
4.	Validación del método MECA	69
4.1.	Introducción	69
4.2.	Método de onda completa <i>Steepest Descent Fast Multipole Method</i> (SDFMM)	70
4.3.	Comportamiento en alta frecuencia	74
4.3.1.	Esfera PEC	74
4.3.2.	Esfera con pérdidas	76
4.4.	Geometrías sin reflexiones	76
4.4.1.	Placa cuadrada	77
4.4.2.	Disco	80

4.4.3.	Disco y dipolo	80
4.4.4.	Cubo	84
4.4.5.	Superficie rugosa	85
4.5.	Geometrías con reflexiones	88
4.5.1.	Diedro PEC	88
4.5.2.	Diedro con pérdidas	90
4.6.	Análisis de limitaciones de MECA	91
4.6.1.	Despolarización de onda	91
4.6.2.	Dependencia angular	94
5.	Aplicaciones y herramienta de cálculo de cobertura radioeléctrica	103
5.1.	Métodos de aceleración de cálculo	104
5.1.1.	División estructurada de la geometría	104
5.1.1.1.	Implementación manual	105
5.1.1.2.	Implementación <i>quadtree</i>	106
5.1.1.3.	Reflexiones entre dominios de radiación y observación	111
5.1.2.	Limitación en el alcance	112
5.1.2.1.	Limitación en el alcance por distancia	112
5.1.2.2.	Limitación en el alcance por umbral	113
5.2.	Herramienta de cálculo de cobertura radioeléctrica	114
5.2.1.	Núcleo de cálculo	115

5.2.2. Interfaz gráfica	115
5.3. Evaluación de comportamiento en campo cercano	116
5.3.1. Evaluación de reflexiones con distribuciones de corriente de fase constante	119
5.3.2. Configuraciones analizadas	120
5.4. Optimización de una red GPRS en entorno rural	126
5.4.1. Escenario de trabajo	127
5.4.2. Caracterización de las antenas	128
5.4.3. División en dominios mediante un esquema <i>quadtree</i>	130
5.4.4. Resultados	130
5.5. Estudio de cobertura radioeléctrica en un entorno urbano	137
5.5.1. Escenario de trabajo y caracterización de las antenas	139
5.5.2. Resultados	139
5.5.2.1. Evaluación faceta a faceta	140
5.5.2.2. Descomposición del escenario de trabajo	142
5.5.2.3. Limitaciones en el alcance	144
5.5.2.4. Análisis comparativo de metodologías	144
6. Conclusiones y líneas futuras	151
6.1. Líneas futuras	153
Lista de publicaciones	155

A. Desarrollo de formulación básica	159
A.1. Caso 1: $\mathbf{M} = \mathbf{0}$ y $\rho_m = 0$	160
A.2. Caso 2: $\mathbf{J} = \mathbf{0}$ y $\rho_e = 0$	161
A.3. Composición de la solución	162
B. Interfaz gráfica de la herramienta de cobertura radioeléctrica	165
B.1. Módulo de cálculo de cobertura radioeléctrica	168
B.2. Módulo de evaluación de sección recta radar	171
B.3. Módulos de aceleración y representación	173
Bibliografía	179

Índice de figuras

1.1. RCS monoestática de un cubo de lado $\ell = 1$ m para una frecuencia de trabajo de 3 THz.	7
2.1. Ejemplo de diferentes discretizaciones para un mismo escenario	17
2.2. Método BSP (I). Construcción del árbol.	18
2.3. Método BSP (II). Ordenación del árbol.	20
2.4. Método Recorte (I). Geometría y criterio de la normal.	21
2.5. Método Recorte (II). Proyección $u - v$	22
2.6. Método Recorte (III). Ejemplo de posiciones relativas.	23
2.7. Método Recorte (IV). Recuperación de la geometría vista.	24
2.8. Método Recorte (V). Varios planos de proyección.	25
2.9. Ejemplo de aplicación del Método Recorte sobre un mapa digital de terreno.	26
2.10. Método Cono.	27
2.11. Método Pirámide.	30
2.12. División sectorial de la geometría ($L = 3$).	30
2.13. Comparación de los algoritmos BSP y Método Recorte.	32

2.14. Ejemplo placas PEC. Primera reflexión..	34
2.15. Ejemplo esferas PEC (I). Geometría.	35
2.16. Ejemplo esferas PEC (II). Primera reflexión. Discretizaciones con 784 y 2704 facetas.	37
2.17. Ejemplo esferas PEC (III). Primera reflexión. Discretización con 5776 facetas.	38
2.18. Ejemplo esferas PEC (IV). Proyección de las facetas vistas.	40
3.1. Problema equivalente de la aproximación de Óptica Física.	43
3.2. Incidencia oblicua sobre la interfaz entre dos medios con diferentes parámetros constitutivos.	46
3.3. Geometría del parche (fuente) y localización del punto de observación.	51
3.4. Geometría y vectores de posición del parche plano triangular.	54
3.5. Esquema de cómputo de reflexiones.	57
3.6. Esquema de cálculo de los ángulos de difracción.	60
3.7. Identificación de aristas de difracción para diferentes ángulos de difracción. .	61
3.8. Sistema de referencia para el cálculo de difracción.	64
3.9. Ejemplos de resultados de difracción en un entorno rural. Densidad de potencia normalizada [dB].	67
4.1. Distinción de interacciones en FMM.	72
4.2. Ejemplo de <i>quadtree</i> e interacciones cercanas y lejanas.	73
4.3. Geometría de la esfera discretizada.	75
4.4. RCS monoestática de una esfera. Barrido frecuencial.	75

4.5. Geometría de placa cuadrada.	77
4.6. RCS monoestática de una placa cuadrada PEC de lado $\ell = 3\lambda$ con polarización $-\hat{\phi}$	78
4.7. RCS monoestática de una placa cuadrada PEC de lado $\ell = 5,5\lambda$ con polarización $\hat{\phi}$	79
4.8. RCS monoestática de una placa cuadrada PEC de lado $\ell = 5,73\lambda$ con incidencia en el plano $\phi = 30^\circ$	79
4.9. Configuraciones de validación con disco.	80
4.10. RCS biestática de un disco PEC con incidencia normal y polarización $\hat{\theta}$	81
4.11. Nivel de campo del conjunto dipolo paralelo y disco de radio $a = 1,5\lambda$	82
4.12. Nivel de campo del conjunto dipolo paralelo y disco de radio $a = 6\lambda$	82
4.13. Nivel de la componente contrapolar ($\phi = 45^\circ$) del conjunto dipolo paralelo y disco de radio $a = 6\lambda$	83
4.14. Nivel de campo eléctrico del conjunto dipolo vertical y disco de radio $a = 6\lambda$	83
4.15. Geometría del cubo bajo análisis.	84
4.16. RCS monoestática de un cubo PEC de lado $\ell = 5,08\lambda$	85
4.17. Geometría de la superficie rugosa de lado $\ell = 40\lambda$	85
4.18. Corrientes y campos en la superficie rugosa de lado $\ell = 40\lambda$	86
4.19. RCS biestática de una superficie rugosa de lado $\ell = 40\lambda$. Incidencia normal con haz gaussiano. Caracterización $\varepsilon_r = 2$; $\sigma = 0,03$ S/m.	87
4.20. RCS biestática de una superficie rugosa de lado $\ell = 40\lambda$. Incidencia normal con haz gaussiano. Caracterización como buen dieléctrico $\varepsilon_r = 2$; $\sigma = 0,0001$ S/m.	87
4.21. Geometría del diedro rectángulo.	89

4.22. RCS monoestática de diedro PEC rectangular de lado $\ell = 5,6088\lambda$. Contribuciones MECA de distintas reflexiones.	89
4.23. RCS monoestática de diedro PEC rectangular de lado $\ell = 5,6088\lambda$. Comparación MECA vs SDFMM.	90
4.24. RCS monoestática de diedro rectangular de lado $\ell = 8,5\lambda$ con pérdidas. Comparación MECA vs SDFMM.	91
4.25. Despolarización de onda (I). Polarizaciones puras.	92
4.26. Despolarización de onda (II). Polarizaciones mixtas.	93
4.27. Despolarización de onda (III). $\hat{\mathbf{p}} = 0,7071\hat{\theta} + 0,7071\hat{\phi}$	94
4.28. Esquema de la configuración dipolo vertical y plano infinito.	94
4.29. Nivel de campo eléctrico en función de los ángulos de incidencia con dipolo sobre plano infinito PEC.	97
4.30. Nivel de campo eléctrico en función del logaritmo de la distancia d_λ con dipolo sobre plano infinito PEC.	98
4.31. Nivel de campo eléctrico en función de la distancia d_λ con dipolo sobre plano infinito PEC (zum).	99
4.32. Nivel de campo eléctrico en función de los ángulos de incidencia con dipolo sobre plano infinito con pérdidas.	100
4.33. Nivel de campo eléctrico en función del logaritmo de la distancia d_λ con dipolo sobre plano infinito con pérdidas.	101
4.34. Nivel de campo eléctrico en función de la distancia d_λ con dipolo sobre plano infinito con pérdidas (zum).	102
5.1. División estructurada de la geometría (I). Personalizada.	106
5.2. División estructurada de la geometría (II). <i>Quadtree</i>	108

5.3. División estructurada de la geometría (III). Elección del dominio de observación <i>quadtree</i>	110
5.4. División estructurada de la geometría (IV). Elección del dominio de observación <i>quadtree</i> personalizado.	110
5.5. Esquema de limitación en el alcance.	113
5.6. Diagrama de bloques de la contribución de iluminación directa.	115
5.7. Diagrama de bloques de las diferentes contribuciones.	116
5.8. Diagrama de bloques de la herramienta de cálculo de cobertura.	117
5.9. Geometría de las simulaciones.	119
5.10. Ejemplo de campo cercano (I). 1 placa. Componente z [dBV/m].	121
5.11. Ejemplo de campo cercano (II). 2 placas laterales. Componente z [dBV/m].	122
5.12. Ejemplo de campo cercano (III). 2 placas (techo y suelo). Componente z [dBV/m].	123
5.13. Ejemplo de campo cercano (IV). 4 placas. Componente z [dBV/m].	124
5.14. Ejemplo de campo cercano (V). 6 placas. Componente z [dBV/m].	125
5.15. Ejemplo en entorno rural (I). Escenario y recorrido.	127
5.16. Ejemplo en entorno rural (II). Síntesis de diagrama de radiación.	129
5.17. Ejemplo en entorno rural (III). Esquema <i>quadtree</i>	131
5.18. Ejemplo en entorno rural (IV). Configuración inicial.	132
5.19. Ejemplo en entorno rural (V). Optimización con 5 estaciones.	134
5.20. Ejemplo en entorno rural (VI). Optimización con 1 estación.	135
5.21. Ejemplo en entorno rural (VII). Densidad de potencia a lo largo de un tramo.	136

5.22. Ejemplo en entorno rural (VIII). Superposición de resultados sobre la imagen de Google Earth.	138
5.23. Ejemplo en entorno urbano (I). Escenario de trabajo y antenas.	138
5.24. Ejemplo en entorno urbano (II). Densidad de potencia normalizada.	141
5.25. Ejemplo en entorno urbano (III). Densidad de potencia normalizada con antenas independientes.	141
5.26. Ejemplo en entorno urbano (IV). Descomposición del escenario en dominios.	143
5.27. Ejemplo en entorno urbano (V). Densidad de potencia normalizada con descomposición.	143
5.28. Ejemplo en entorno urbano (VI). Densidad de potencia normalizada [dB] con limitaciones en alcance.	145
5.29. Ejemplo en entorno urbano (VII). Resultados Okumura-Hata.	150
B.1. Diagrama de bloques de la herramienta de cálculo de cobertura.	166
B.2. Ventana principal del software.	167
B.3. Ventana de carga del escenario.	167
B.4. Ventana de cálculo de cobertura (I). Caracterización del escenario.	168
B.5. Ventanas de cálculo de cobertura (II). Selección de antenas y diagrama.	169
B.6. Ventana de cálculo de cobertura (III). Selección de los parámetros de carga del fichero que contiene el diagrama de radiación.	170
B.7. Ventana de cálculo de cobertura (IV). Representación del diagrama de radiación.	170
B.8. Ventana de cálculo de cobertura (V). Selección de las estaciones a evaluar e iluminación del escenario.	171
B.9. Ventana de cálculo de RCS (I). Caracterización del escenario.	172

B.10.Ventana de cálculo de RCS (II). Configuración del barrido. 172

B.11.Ventana de cálculo de RCS (III). Resumen de los parámetros. 173

B.12.Ventana de esquemas de división (I). 174

B.13.Ventanas de esquemas de división (II). 174

B.14.Ventanas de procesado de resultados. 175

B.15.Ventana de carga de proyectos guardados. 176

Índice de tablas

2.1. Ejemplo placas PEC. Resumen de tiempos de cómputo para los diferentes métodos.	34
2.2. Ejemplo esferas PEC con 784 facetas. Resumen del tiempo de cómputo y error cuadrático medio para los diferentes métodos de cálculo de visibilidades. . .	35
2.3. Ejemplo esferas PEC con 2704 facetas. Resumen del tiempo de cómputo y error cuadrático medio para los diferentes métodos de cálculo de visibilidades.	36
2.4. Ejemplo esferas PEC con 5776 facetas. Resumen del tiempo de cómputo y error cuadrático medio para los diferentes métodos de cálculo de visibilidades.	36
5.1. Ejemplo en entorno urbano (I). Tiempos de cómputo.	146
5.2. Ejemplo en entorno urbano (II). Errores absoluto y relativo de las descomposiciones manual y <i>quadtree</i> respecto a la evaluación faceta a faceta.	147
5.3. Ejemplo en entorno urbano (III). Error absoluto de las limitaciones en el alcance respecto a la evaluación faceta a faceta.	148
5.4. Ejemplo en entorno urbano (IV). Error relativo de las limitaciones en el alcance respecto a la evaluación faceta a faceta.	148

Introducción

1.1. Motivación

El actual auge de las comunicaciones móviles a través de los sistemas de tercera generación *Universal Mobile Telecommunication System* (UMTS) y de la aún persistente segunda generación *Global System for Mobile communication* (GSM), así como el despliegue de redes para dar servicio de Televisión Digital Terrestre (TDT) y otra clase de prestaciones provistas por banda ancha tanto en interiores, *Wireless Fidelity* (WiFi), como exteriores, *Worldwide Interoperability for Microwave Access* (WiMAX), han hecho de la planificación de red una actividad relevante en el mundo de las telecomunicaciones y en constante evolución.

La meta final de las operadoras, empresas u organismos que requieran de la puesta en funcionamiento o ampliación de una red del tipo de las mencionadas es proveer una calidad de servicio dentro de unos límites establecidos con el mínimo coste posible. La distinción entre puesta en funcionamiento y ampliación puede ser muy importante desde el punto de vista formal; sin embargo, el modo de abordar ambos supuestos se circunscribe a la aplicación de un procedimiento (normalmente un software) para la determinación del emplazamiento idóneo de las estaciones emisoras. Es lógico pensar que para conocer cuál es la localización óptima se requiera de la evaluación de niveles de campo electromagnético, que es la temática que se aborda en esta Tesis.

Esta evaluación de niveles de campo electromagnético puede ser llevada a cabo a través de diferentes metodologías (véase la sección 1.2) que, tradicionalmente, distinguen entre el tipo de entorno de aplicación:

Entornos urbanos: los entornos urbanos usualmente se distinguen por la irregularidad de su trazado tanto en altura como en extensión. Es claro que se trata del caso más desfavorable cuando se necesita un algoritmo de visibilidades para discernir entre zonas vistas y ocultas. Por otra parte, un fenómeno de gran relevancia, aun cuando exista visión directa entre dos puntos, es el de reflexión en las paredes de edificios así como el comportamiento de las calles como guías de onda. Estas condiciones, junto con la alta densidad de población para aquellos sistemas que requieran de una planificación celular, conducen a trabajar con estaciones cuyo alcance en distancia no es elevado.

Entornos rurales: los entornos rurales están ligados a variaciones menos abruptas que los urbanos. La caracterización de los mismos a través de la permitividad, permeabilidad y conductividad del medio se realiza de una manera más homogénea. En contraposición, las dimensiones de los escenarios bajo análisis suelen ser significativamente mayores que las de los anteriores. La razón primera es que la contribución de reflexiones en distintos obstáculos es menos importante y el alcance de las estaciones mayor.

Interiores: los emplazamientos interiores se caracterizan por tener unas dimensiones más reducidas que los dos supuestos anteriores. En consecuencia, el fenómeno de reflexión se refuerza y cualquier modificación en el escenario genera una desviación en los resultados. El propio modelado y la diferenciación entre regiones iluminadas y en sombra adquieren entonces una especial relevancia.

El objetivo de esta Tesis es desarrollar un método de cálculo de cobertura determinístico universal, en el sentido de que pueda ser utilizado en cualquier modelo de escenario dentro del margen de actuación que la técnica de evaluación de niveles de campo permita. Se pretende dotar al mismo de la posibilidad de identificar materiales, evaluar diferentes contribuciones, como las debidas a reflexiones, y presentar los resultados gráficamente de una manera atractiva y que posibilite fácilmente la identificación de deficiencias en el entorno bajo análisis.

1.2. Antecedentes y estado actual

El cálculo de niveles de campo electromagnético en el contexto de la evaluación de la cobertura radioeléctrica en un escenario dado puede ser efectuado de diversas maneras, con mayor o menor grado de exactitud, y en función de distintas variables que hay que tener en

cuenta. Una de las primeras debe ser el tamaño eléctrico de la geometría, entendiendo como tal las dimensiones físicas expresadas en número de longitudes de onda. Inexorablemente el tiempo de cómputo sea cual sea la metodología a seguir se incrementará con las dimensiones en un grado dado por la complejidad computacional.

Actualmente se contemplan distintos métodos. Es una característica común el que se reproduzca fielmente, como se apuntaba, la realidad de una geometría compleja. En este sentido, es imperativo, dadas las limitaciones computacionales del momento, abordar el cálculo a través de modelos preconcebidos para un problema específico que se readapta a través de una serie de variables consideradas (métodos empíricos) o bien mediante aproximaciones de alta frecuencia.

Las posibilidades anteriores son las que se exponen a continuación, siempre teniendo en mente que los avances tecnológicos futuriblemente las relegarán de manera parcial a un segundo plano en el ámbito de aplicación descrito y podrían ser reemplazadas en bandas de frecuencia específicas por métodos de onda completa, que se describen en el último apartado.

1.2.1. Métodos empíricos

Tradicionalmente las técnicas de cálculo de cobertura han hecho uso de modelos empíricos basados en medidas. De este modo, el método Okumura-Hata [Hata, 1980; Okumura et ál., 1968] fue creado en Japón y utilizado para la evaluación de niveles de campo en la banda de 900 MHz de GSM en macroceldas. Posteriormente se extiende al método COST 231-Hata [COST Action 231, 1999] para el estudio de la banda de 1800 MHz o el Xia - COST 231 [Xia et ál., 1994] para su empleo en picoceldas. En este punto también podrían mencionarse algunas recomendaciones de la *International Telecommunication Union* (ITU) [ITU, 2009].

Los inconvenientes que se les atribuyen, no solo a los ejemplos anteriores sino a la categoría general en la que se engloban, son la poca precisión de sus predicciones y la difícil reutilización en entornos dispares a aquellos sobre los que se realizara la campaña de medidas. Este último aspecto trata de mejorarse mediante la introducción de una serie de parámetros de ajuste a las condiciones particulares, aunque los resultados no siempre son tan halagüeños como para afirmar que la precisión del método se incrementa al nivel de alguno de los presentados en las secciones sucesivas. Además, varios de estos métodos prácticamente no tienen en consideración la orografía del terreno en el que se halla el sistema de comunicaciones [Meana et ál., 2008], sino que la información más próxima a este aspecto es la cota del punto en que se encuentran los emisores y su altura. En este sentido están disponibles o pueden desarrollarse implementaciones en las que se realiza una obtención del perfil de cotas de terreno entre dos puntos para evaluar la existencia de visión directa entre ambos [Tunc et ál., 2003].

En contraposición, y por tanto a su favor, debe remarcar que son rápidos de aplicar al basarse en expresiones cuyo cómputo es, en general, sencillo. Este no es un factor a desdenar en la actualidad, dado que lo usual en este campo es manejar ingentes cantidades de información topográfica asociada a vastas extensiones de terreno, lo que puede hacer de todo el proceso de cálculo de cobertura, y especialmente de optimización, un trabajo lento.

No obstante, gran parte de las herramientas comerciales que hoy en día son usadas [WinProp, 2009; Sirenet, 2009; WinSuites, 2009] se fundamentan en métodos empíricos, si bien se puede vislumbrar una tendencia a incorporar métodos determinísticos o híbridos que combinen las ventajas, en el mejor de los casos, de las dos categorías. Naturalmente cualquier modificación de cierto grado de complejidad introducida para la mejora del nivel de precisión revierte negativamente en el tiempo de cálculo.

1.2.2. Métodos basados en técnicas de alta frecuencia

Las técnicas de alta frecuencia consisten en la evaluación asintótica de las ecuaciones de Maxwell, en las que se asume que el tamaño eléctrico de los obstáculos es grande comparado con la longitud de onda de trabajo.

Dentro de las mismas es posible hacer una división entre las basadas en rayos, donde cabe destacar la Óptica Geométrica (*Geometrical Optics* -GO-), y aquellas que se fundamentan en la estimación de unas corrientes inducidas, como es la Óptica Física (*Physical Optics* -PO-). Debe señalarse que ambas técnicas necesitan ser combinadas o complementadas para incluir los efectos de difracción [Knott y Senior, 1974] mediante la Teoría Geométrica de la Difracción (*Geometrical Theory of Diffraction* -GTD-) [Keller, 1962], la Teoría Uniforme de la Difracción (*Uniform Theory of Diffraction* -UTD-) [Pathak y Kouyoumjian, 1974] en el caso de GO o la Teoría Física de la Difracción (*Physical Theory of Diffraction* -PTD-) [Ufimtsev, 1962] para PO.

1.2.2.1. Óptica Geométrica

El origen de la Óptica Geométrica se remonta al estudio de propagación de la luz en el ámbito en que su naturaleza como onda podía ser despreciada, por tanto para altas frecuencias. Su interés radica en la posibilidad de analizar ondas incidentes, reflejadas y transmitidas, no así difractadas, mediante la conservación del flujo de energía a través de un tubo de rayos entre un punto origen y otro de observación.

El Trazado de Rayos [Glassner, 1989] es una técnica basada en GO comúnmente empleada en el cálculo de cobertura radioeléctrica. A lo largo del recorrido del rayo, el término de GO

en la expresión analítica contempla las pérdidas debidas a la distancia o a la incidencia sobre obstáculos. El algoritmo consiste, por tanto, en identificar el camino, si existiera, entre una fuente de radiación y un punto de observación. Para ello se evalúan todas las posibles rutas en las que el rayo transmitido se reflejara en las diversas superficies u obstáculos de la geometría hasta llegar a su punto final. Esta evaluación puede realizarse de dos manera diferentes [Rossi y Gabillet, 2002], lo que conforman sendas técnicas denominadas en términos anglosajones:

Ray launching: a partir de la fuente se lanzan rayos en todas las direcciones del espacio y se siguen las trayectorias, incluyendo los nuevos caminos generados como consecuencia de reflexiones y difracciones (si se implementan) [Lawton y McGeehan, 1994; Durgin et ál., 1997]. Es la metodología seguida cuando los puntos de observación constituyen una malla densa, pues resulta altamente ineficiente si el análisis se limita a un emisor y un transmisor.

Ray tracing: el punto de partida es el receptor o punto de observación, de modo que se construye un algoritmo inverso hasta dar alcance al emisor. Se combina con teoría de imágenes para abordar las reflexiones en superficies de una manera óptima [Yun et ál., 2002]. En contraposición al *ray launching*, el tiempo de cómputo global se reduce cuando son pocas las coordenadas sobre las cuales se quiere evaluar el nivel de campo electromagnético.

En términos globales, se mejora la precisión en los resultados respecto a los métodos empíricos a base de incrementar el coste computacional. Es muy empleado al ser aplicable en cualquier entorno para modelar canales radio. En particular, el Trazado de Rayos es la base del software de distintos grupos de investigación, donde se evalúan contribuciones de iluminación directa y reflexiones sobre los puntos de observación.

Por otro lado, algunos autores reducen la complejidad temporal del método mediante una división jerárquica de la geometría, de tal modo que la interrogación acerca del camino seguido se lleva a cabo, en una primera fase, sobre macrodominios. En la siguiente instancia, sobre dominios de un menor tamaño, con buena parte de la geometría descartada en el paso anterior y así sucesivamente hasta alcanzar el nivel inferior de mallado del escenario. Buen ejemplo de ello es el método *Space Volumetric Partitioning (SVP)* [Cátedra y Arriaga, 1999] que, como su propio nombre indica, realiza una división del espacio en dominios volumétricos de igual tamaño entre sí (suele tratarse de cubos aunque, en general, serán paralelepípedos). Una de las ventajas que se encuentra es que provee una jerarquización del escenario que se mantiene inmutable aun cuando varíe el emplazamiento de las fuentes. En este sentido

supone, de cara a la optimización del sistema, un ahorro temporal frente a otras opciones en las que la organización de la geometría depende en su totalidad del punto de vista.

1.2.2.2. Óptica Física

Physical Optics (PO) [Pathak, 1989] u Óptica Física, es del mismo modo una técnica de alta frecuencia. De acuerdo con ella, una onda que incide sobre un plano de tipo conductor eléctrico perfecto (*Perfect Electric Conductor* -PEC-) genera unas corrientes eléctricas equivalentes iguales a dos veces el producto vectorial entre el vector normal unitario exterior y el campo magnético incidente (véase la sección 3.2). Consecuentemente, el campo dispersado por esa superficie es posible calcularlo a partir de la integral de radiación de las mencionadas corrientes. Como en el caso general, el campo total en un punto de observación cualquiera será igual a la suma de los campos dispersado e incidente.

Existen ciertas restricciones de aplicación que serán comentadas en el capítulo 3. No obstante, se quiere adelantar que como complemento necesario a las rutinas de evaluación de campos, se deberá implementar un algoritmo de cálculo de visibilidades eficiente que no lastre el comportamiento global. En este contexto, se puede discernir entre dos modalidades:

- Via hardware: se hace uso de las tarjetas gráficas aceleradoras para aprovechar su capacidad de cálculo en paralelo y la consecuente reducción temporal frente a las convencionales CPU. Existen en la literatura ejemplos de aplicación en electromagnetismo como puede ser [Rius et ál., 1993]. El decantarse por esta opción hace que el método sea dependiente de la máquina en que se ejecuta el código, con lo que queda limitado su uso.
- Via software: las técnicas se implementan como un software en un PC o servidor de cálculo. En el campo de la informática es un tema recurrente dado que múltiples aplicaciones, como por ejemplo videojuegos, reconstrucción de imágenes o sombreado de escenarios virtuales, cada vez necesitan de una mayor velocidad de procesamiento de esta tarea. Están ampliamente probados los algoritmos *Z-buffer* [Dewey, 1998], *Binary Space Partitioning* (BSP) [Fuch et ál., 1980].

Inicialmente la Óptica Física fue encauzada hacia el cómputo de Sección Recta Radar (*Radar Cross Section* -RCS-) de distintas geometrías canónicas como placas [Ross, 1966; Fenn y Lutz, 1993], diedros [Griesser y Balanis, 1987], etc. En los últimos años el enfoque

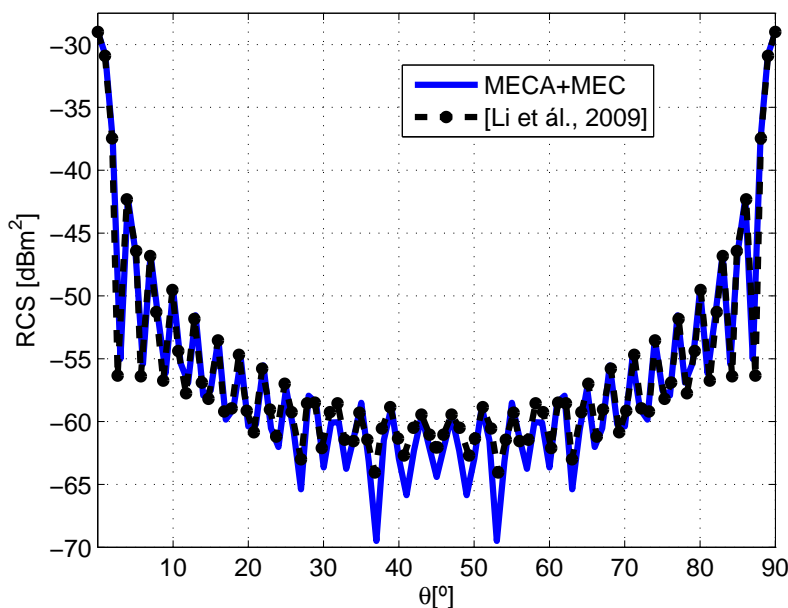


Figura 1.1: RCS monoestática de un cubo de lado $\ell = 1$ m para una frecuencia de trabajo de 3 THz.

se ha desplazado hacia barcos, aviones o geometrías complejas arbitrarias [Klement et ál., 1988; de Adana et ál., 2000; Uluisik et ál., 2008]. Además se mantiene como una de las metodologías empleadas en el diseño de antenas reflectoras para diferentes aplicaciones terrenales o espaciales [Boag y Letrou, 2003; Lorenzo et ál., 2005].

En el ámbito de la cobertura radioeléctrica, en [Papkelis et ál., 2007] se muestra un ejemplo de cálculo en un entorno urbano bidimensional. Para ello la adaptación que realiza sobre PO con el objeto de introducir materiales no PEC en el escenario se reduce a multiplicar las corrientes obtenidas por el correspondiente coeficiente de reflexión de Fresnel. Asimismo, tiene en consideración los mecanismos de primer y segundo orden de propagación y lleva a cabo una comparativa con medidas previamente efectuadas por las calles de la ciudad.

Por las cualidades de Óptica Física en lo referente a precisión y el compromiso con el coste computacional, en esta Tesis se presentará un nuevo método determinístico basado en esta aproximación para la evaluación de campos electromagnéticos en entornos rurales y urbanos. Otra de las ventajas de esta técnica de alta frecuencia es que la integración de las corrientes equivalentes, con un modelo de amplitud constante y fase lineal, para la evaluación del campo eléctrico/magnético dispersado por una superficie puede realizarse de manera analítica sobre dominios triangulares planos [Arias et ál., 2000; Lorenzo et ál., 2005]. En la misma línea, ese modelo de corrientes con amplitud constante y variación de fase lineal desde el centro del parche triangular hacia sus extremos permite que la discretización de la geometría se efectúe en facetas de un tamaño mayor a aquel en que la corriente se asume constante.

En los últimos meses, se ha abierto un nuevo campo de aplicación de las técnicas de alta frecuencia relacionado con las bandas de terahercios, donde se ha probado la validez de sus aproximaciones [Li et ál., 2009]. La longitud de onda, inferior al milímetro, hace que la mayor parte de objetos o escenarios analizados se convierta en eléctricamente grande e inabordable desde el punto de vista de las técnicas de onda completa. Esta es una condición ventajosa para el uso de PO, que dotará de mayor relevancia a esta técnica conforme se desarrollen instrumentación, técnicas de medida y aplicaciones.

Como ejemplo, se muestra en la figura 1.1 la sección recta radar (RCS) monoestática¹ de un cubo de lado $\ell = 1$ m, polarización $\theta\theta$ y frecuencia de trabajo igual a 3 THz para los resultados provistos por el método MECA junto con la contribución debida a difracción en aristas (MEC), que se detallan en el capítulo 3 y el *Multilevel Fast Multipole Algorithm* (MLFMA), extraído de la referencia anterior. Se observa un gran ajuste entre ambos trazos, con la única diferencia de pequeñas discrepancias en los mínimos relativos de la zona central.

1.2.3. Métodos basados en técnicas de onda completa

La forma más rigurosa de resolución de las ecuaciones de Maxwell se lleva a cabo mediante las técnicas de onda completa. En estas no se introduce aproximación alguna a priori, por lo que conducen a unos resultados con un menor nivel de error que las técnicas de alta frecuencia. Son usualmente empleadas para el análisis de aquellos problemas que requieren de gran precisión, como por ejemplo la caracterización de una antena en términos de su impedancia de entrada o para la consideración de acoplos complejos en estructuras formadas por diversos elementos con una fuerte interacción entre los mismos. Otro contexto en que son de gran utilidad es la evaluación de resonancias en cavidades.

Es posible hacer una clasificación en dos grandes grupos: aquellas que resuelven la ecuación diferencial y las que parten de la ecuación integral. En ambas situaciones, las técnicas de onda completa tienen un coste computacional más elevado que las asintóticas, aun cuando en los últimos años ha surgido una serie de mejoras que permiten disminuir esa complejidad temporal.

Ecuación diferencial: entre las mismas cabe nombrar las Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD) [Taflove y Umashankar, 1987] o de la Frecuencia (FDFD) [Rappaport y McCartin, 1991]. Dentro del régimen senoidal permanente destaca el Método

¹La sección recta radar (RCS) monoestática será matemáticamente definida en el capítulo 4 mediante la expresión (4.1).

de los Elementos Finitos (FEM) [Kempel et ál., 1998], cuya aplicación se extiende a otros campos de la ingeniería.

Ecuación integral: el método más representativo es el Método de los Momentos (*Method of Moments* -MoM-). La contribución del *Fast Multipole Method* -FMM- [Engheta et ál., 1992] se convirtió en un gran hito que ha dado lugar a la reducción del coste computacional mediante la agrupación de bases en dominios. Así no es necesario evaluar la interacción de todas ellas entre sí, sino que efectuando operaciones de agregación, traslación y desagregación entre dominios, el número total de cálculos a realizar se reduce de modo considerable. Un caso particular de FMM junto con el algoritmo *Steepest Descent* (SD) que se aplica a geometrías cuasi planas es el *Steepest Descent Fast Multipole Method* (SDFMM) [Jandhyala et ál., 1998b; El-Shenawee et ál., 2001a] y que se describe en la sección 4.2 al haber sido empleado en la fase de validación de esta Tesis.

Como se ha ido haciendo hincapié, por el momento ninguna de las metodologías ha desbancado totalmente a otras, sino que cada una mantiene su campo de actuación e influencia. Se han originado algoritmos híbridos que intentan aunar ventajas y minimizar las incidencias negativas de cada método: se puede hablar entonces de MoM-PO [Taboada Varela, 2001], de combinaciones de Trazado de Rayos con PO y de múltiples posibilidades que aún están siendo optimizadas.

1.3. Aportaciones

Las aportaciones de esta Tesis Doctoral, que serán ilustradas profusamente en los siguientes capítulos, se presentan de manera resumida a continuación:

- Desarrollo del método *Modified Equivalent Current Approximation* (MECA), que generaliza la formulación de Óptica Física para un obstáculo arbitrario sobre el que se produce una incidencia oblicua. Como se mostrará en el capítulo 3, la radiación generada por cualquier tipo de material caracterizado a través de su permitividad relativa, su permeabilidad relativa y conductividad puede ser determinada a partir de unas corrientes equivalentes tanto eléctricas como magnéticas en su superficie calculadas según MECA. A continuación se procede a la evaluación de los niveles de campo eléctrico y

magnético sobre los puntos de observación de manera analítica, suponiendo una distribución de corriente con amplitud constante y fase lineal en cada una de las facetas triangulares de que se compone el escenario.

- Desarrollo e implementación de un algoritmo de visibilidades eficiente para la determinación de la existencia de línea de visión directa entre un punto fuente o emisor y cualquier coordenada de la geometría o escenario de interés. Este algoritmo será utilizado en un paso previo a la aplicación de MECA con el objeto de discernir entre regiones iluminadas y en sombra.
- Reducción del coste computacional mediante la introducción de una división de la geometría en dominios de diferentes niveles (manual o mediante una estructura *quadtree*) y/o restricción de alcance por distancia o nivel de campo. La aceleración conseguida es especialmente significativa en algunos de los casos mostrados en el capítulo 5.
- Aplicación de una técnica de alta frecuencia basada en la estimación de las corrientes inducidas al ámbito de cálculo de cobertura radioeléctrica 3D. Se contemplan tanto entornos rurales, extraídos de Mapas Digitales de Terreno (MDT), como urbanos de igual modo que es posible efectuar diagnosis, despliegue u optimización.

1.4. Estructura de la memoria

La presente memoria ha sido estructurada en seis capítulos y dos anexos. El capítulo 2, “*Procesado geométrico*”, describe un algoritmo clásico de ordenación del espacio, *Binary Space Partitioning* (BSP), junto con tres nuevos algoritmos denominados Método Recorte, Método Pirámide y Método Cono. Se realiza una evaluación comparativa de los mismos en términos de RCS para diferentes configuraciones. Valorando el error cometido y el tiempo de cálculo de cada una de las opciones, se concluye que esta relación es similar para el Método Pirámide y el Método Cono, con lo que el primero de ellos será el empleado en la etapa de distinción de zonas vistas y ocultas.

El capítulo 3, “*Evaluación de niveles de campo electromagnético*”, comienza mostrando la aproximación de Óptica Física como caso particular del método MECA cuando la superficie es un conductor eléctrico perfecto. Seguidamente se detalla la formulación MECA para la obtención de las corrientes equivalentes mediante una descomposición del campo en sus componentes transversal eléctrica (TE) y transversal magnética (TM) para una mayor simplicidad de las expresiones. Una vez que se han determinado las corrientes equivalentes, se calculan los niveles de campo electromagnético generados por un obstáculo discretizado

en facetas planas triangulares, asumiendo una distribución de corriente sobre la superficie con amplitud constante y fase lineal. Otro aspecto que se aborda dentro de este capítulo es el fenómeno de difracción en aristas. Para ello se exponen las expresiones del *Method of Equivalent Currents* (MEC) y su aplicación al modelo de mallado adoptado para los escenarios generados.

Muy ligado al capítulo anterior se encuentra el capítulo 4, donde se introducen diversos ejemplos de validación del método MECA a través de diferentes geometrías canónicas, así como con un análisis de sus limitaciones.

En “*Aplicaciones y herramienta de cálculo de cobertura radioeléctrica*” se exponen los esquemas de generación de reflexiones por los que es posible optar. Seguidamente se presentan los métodos de aceleración de cálculo de cobertura radioeléctrica que, en esencia, se clasifican en aquellos que realizan una división estructurada de la geometría y los que limitan el alcance de una superficie iluminada bien fijando un umbral de nivel o de distancia. El capítulo prosigue con una evaluación del comportamiento en campo cercano de las rutinas, un ámbito de actuación para el cual inicialmente MECA no había sido concebido, a través de un escenario consistente en un vagón de tren. A continuación, en las secciones “*Optimización de una red GPRS en entorno rural*” y “*Estudio de cobertura radioeléctrica en un entorno urbano*” se incluyen dos ejemplos de aplicación en diferentes entornos, siendo el objetivo la optimización y la diagnosis respectivamente.

Las conclusiones y líneas futuras de trabajo cierran la serie de capítulos y preceden al anexo primero, “*Desarrollo de formulación básica*”. En este se parte de las ecuaciones de Maxwell y se llega a una forma explícita de las expresiones de integrales de radiación.

Por otro lado, como parte del trabajo de esta Tesis se ha creado una interfaz gráfica para una sencilla interacción con el usuario. Algunas de las ventanas y funcionalidades de la misma quedan reflejadas en el anexo B.

Procesado geométrico

2.1. Introducción

El desarrollo de técnicas rápidas de interrogación para la distinción entre zonas vistas y ocultas desde un punto fuente es muy importante en diversas áreas de la ingeniería, entre las que se incluyen el procesado de imagen, la realidad virtual, los videojuegos o diferentes problemas electromagnéticos. Así, aplicaciones de detección o seguimiento mediante radar o el cálculo de cobertura radioeléctrica son ejemplos donde esta distinción es necesaria. En este contexto, la determinación de la existencia de una línea de visión directa entre los puntos fuente y de observación puede convertirse en una de las tareas que mayor cantidad de tiempo requiere cuando se trabaja con escenarios grandes y/o complejos.

Algunos algoritmos, como el algoritmo del pintor (*Painter's algorithm*) o el denominado *Z-buffer* [Dewey, 1998; Foley, 1992; Bittner y Wonka, 2003], han sido satisfactoriamente utilizados en la resolución del problema de visibilidades a partir de la década de los 90. Estos métodos han sido combinados con técnicas de preprocesado para su aceleración, lo que ha dado origen a esquemas estructurados con uno o más niveles. Una de estas ideas consiste en realizar una clasificación de las facetas atendiendo a su posición en macrodominios paralelepípedos o cónicos. Esta información es entonces usada para llevar a cabo una primera interrogación sobre el nivel superior de la jerarquía (el de mayor tamaño) y de este modo descartar bloques completos de parches que no son intersecados por la trayectoria rectilínea entre los puntos origen y de observación. En la siguiente fase, se realiza la interrogación sobre los dominios no desechados previamente y de este modo se prosigue hasta alcanzar el nivel inferior, el estudio faceta a faceta. Como resultado se reduce el coste computacional cuando

la carga adicional añadida para la gestión de los macrodominios compensa el ahorrado con el descarte de agrupaciones de parches. Dos técnicas de preprocesado son *Space Volumetric Partitioning* (SVP) y *Angular Z-buffer* (AZB) [Cátedra y Arriaga, 1999; Woo y Amanatides, 1990; Cátedra et ál., 1998; Zhou y Ling, 2004].

En la actualidad una amplia variedad de problemas de visibilidad puede ser resuelta con mayor rapidez empleando unidades de procesado gráfico, *Graphical Process Unit* (GPU), en lugar de unidades de procesado central, *Central Process Unit* (CPU). La razón fundamental es que las primeras equivalen a un procesado en paralelo que, como tal, multiplica el número de operaciones resueltas por unidad de tiempo respecto a las segundas. En la literatura pueden encontrarse diversos ejemplos [Rius et ál., 1993; Inman y Elsherbeni, 2005]. No obstante, la principal desventaja de basar la resolución de visibilidades en tarjetas gráficas especializadas es la creación de un software dependiente de máquina.

La utilización de GPU genéricas puede ser una solución de bajo coste para algunas de las actividades mencionadas al principio de esta sección. Sin embargo las investigaciones hechas sobre librerías como DirectX u OpenGL [Shreiner, 2004], teniendo en consideración los requerimientos del problema de visibilidades subyacente en el cálculo de cobertura radio-eléctrica, concluyeron que no era factible extraer de una manera directa los datos necesarios. La única solución posible implicaba la representación del escenario completo cada vez que se ejecutaba una llamada de un punto fuente sobre otro de observación, lo que supondría un incremento del coste computacional.

Una vez valorados pros y contras de las GPU, se opta por un retorno a las técnicas tradicionales software con algoritmos rápidos y eficientes que son presentados en las próximas secciones: Método *Binary Space Partitioning* (BSP), Método Recorte de facetas, Método Cono y Método Pirámide. Los tres últimos han sido desarrollados en su totalidad en el marco de esta Tesis, en tanto que el primero ha sido implementado para introducir una técnica conocida y estudiada.

Tras la descripción preceptiva de cómo se genera el mallado en términos generales para los escenarios que serán objeto de análisis, se efectúa una inmersión en cada uno de los algoritmos mencionados. A continuación, un primer estudio coteja los resultados provistos por BSP y el Método Recorte. En la sección 2.8 se presenta una comparativa en términos temporales y de precisión, donde el escenario consiste, por un lado, en dos placas cuadradas y paralelas y, por otro, en dos esferas para las cuales se calcula su sección recta radar.

Cualquiera de las técnicas presentadas podría ser utilizada para la distinción de zonas iluminadas y en sombra requerida en el proceso previo al cálculo de corrientes equivalentes mediante el método *Modified Equivalent Current Approximation* (MECA) expuesto en el

capítulo 3.

2.2. Generación de mallado

Antes de comenzar con los algoritmos de cálculo de visibilidades, es adecuado hacer una breve referencia a cómo se genera el mallado de una geometría y qué propiedades tiene. La primera y más importante apreciación es que cualquiera que sea el escenario de trabajo, ya sean geometrías canónicas, zonas urbanas o rurales, este va a estar siempre constituido en exclusiva por facetas triangulares planas. La razón, que queda reflejada en la sección 3.3.2.1, estriba en la posibilidad de realizar una evaluación analítica de la integral de radiación cuando se emplea este tipo de parches.

Aquellas superficies que se correspondan con geometrías canónicas son modeladas de manera directa mediante un algoritmo específico. La más sencilla es la placa cuadrada y el mallado es exacto. Sin embargo, para otras figuras no compuestas de polígonos planos o con bordes redondeados debe adquirirse un compromiso entre la precisión del modelo y la cantidad de facetas que se requiere. Así es el caso de las esferas: para obtener un mallado con triángulos de tamaño regular se crea una nube de puntos de modo que el número de estos en un paralelo es menor cuanto mayor sea la distancia del mismo al ecuador [Kurihara, 1965]. Otro ejemplo clásico es el del disco [Arias et ál., 2000].

Avanzando hacia escenarios más complejos, gran parte de los modelos empleados en esta Tesis proviene de una base de datos de mapas digitales de terreno (MDT) con una resolución de hasta 5 metros. Estos mapas son cargados inicialmente con el software Microstation [Microstation, 2000] para la extracción de las coordenadas del terreno (se ignora el resto de información cartográfica).

Es necesaria una posterior manipulación con el fin de obtener la malla de triángulos requerida. Para ello, típicamente el espacio tridimensional es transformado en uno bidimensional donde, por medio del algoritmo de triangulación Delaunay [Lee y Schachter, 1980], se definen las facetas. La transformación inversa da lugar a un escenario 3D compuesto solo por triángulos. No obstante, es usual que se requiera de un refinado manual para eliminar aquellos elementos erróneos que se producen en los límites de la geometría. Una especial atención merece la composición de un único escenario a partir de diferentes mapas vecinos para que la unión sea lo menos abrupta posible.

2.2.1. Limitaciones debidas al tamaño de discretización

Uno de los aspectos que debe ser considerado en el modelado de terreno es el tamaño final de las facetas con las que se trabajará. Independientemente de las condiciones electromagnéticas que se impongan en el capítulo 3, habrá que decidir cómo de precisa debe ser la malla y cuál es la relación óptima para no incrementar de forma notable el coste computacional de cálculo electromagnético. Las restricciones estarán normalmente impuestas por el tipo de entorno de trabajo y la extensión del mismo.

En la figura 2.1 se presentan cuatro mallados para el mismo terreno (se ha optado por no resaltar el contorno de cada faceta, puesto que impediría apreciar la definición de los accidentes geográficos). La cabecera señala el tamaño medio de las aristas de los triángulos, habiendo sido obtenidos los diferentes valores mediante un diezmo en las coordenadas importadas de Microstation.

Otra posibilidad abierta es la interpolación para crear polígonos de menor área que la que permite el modelo de partida. En el apartado 5.4 se trabajará con el mismo terreno al que se hacía referencia, salvo que se llevará a cabo un mallado no regular, pues se forzarán regiones con mayor densidad de triángulos frente a otras, de menor interés, donde los parches tendrán un mayor tamaño.

2.3. Método *Binary Space Partitioning*

El método de ordenación del espacio *Binary Space Partitioning* (BSP) [Fuch et ál., 1980; Gordon y Chen, 1991; Fu et ál., 2004] permite discernir entre zonas vistas y ocultas en una geometría tridimensional. Para ello se sirve de un árbol binario y su metodología sigue un procedimiento claramente recursivo¹.

La mayor ventaja de BSP frente a otras opciones evaluadas es que permite mantener invariante la estructura creada sea cual sea el punto de vista. Ese árbol binario constituye la primera de las fases en que se puede dividir este algoritmo previo a la diferenciación iluminado/sombra.

Una de las desventajas del método es que la ordenación de las facetas se hace de acuerdo con la dirección de apuntamiento especificada y siempre suponiendo que el punto fuente se

¹El que BSP sea meramente recursivo no implica la no existencia de un algoritmo iterativo que provea idénticos resultados.

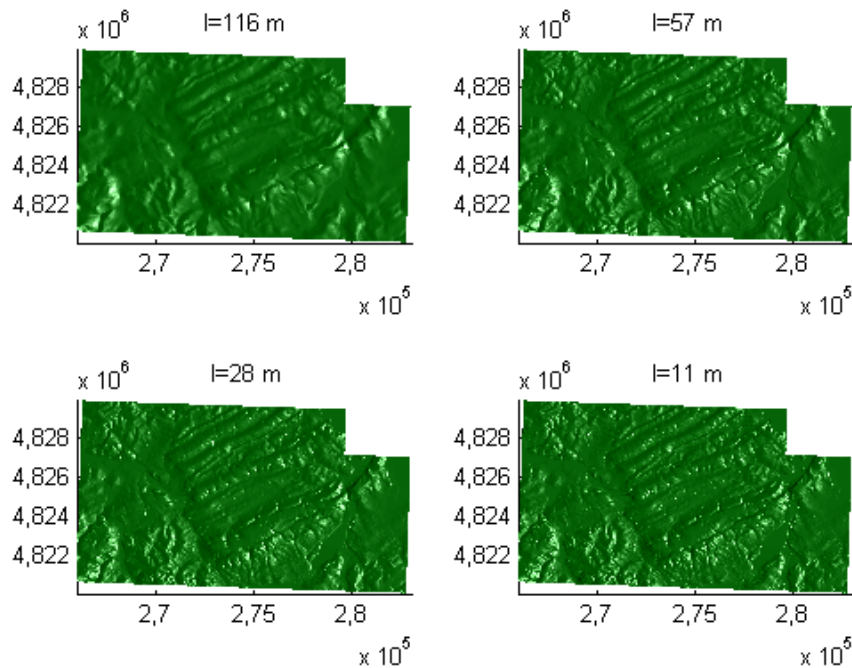


Figura 2.1: Ejemplo de diferentes discretizaciones para un mismo escenario. Sobre cada figura se indica la longitud media de las aristas de los triángulos.

halla fuera de la malla. Esto no implica problemática alguna cuando se trabaja con un mapa de terreno concreto y la estación base se encuentra en otro diferente, lo que sucederá en la mayoría de los casos (se entiende que se cometerá un error por usar un único apuntamiento y no los que corresponderían al vector que une cada parche con la fuente).

Por otra parte, *Binary Space Partitioning* necesita ser complementado con el objeto de poder asegurar que la discriminación de facetas se hace perfectamente (sobre este aspecto se incidirá más adelante).

2.3.1. Creación del árbol binario

Para llevar a cabo la creación del árbol binario, se toma una de las facetas de manera aleatoria (se convertirá en la raíz del árbol). El plano en que está contenido ese parche parte el espacio en dos semiespacios: uno delantero y otro trasero. El semiespacio delantero contendrá, en general, varios elementos de la malla original (si no es así se termina la recursividad en este semiespacio). Dichos elementos pueden estar completamente contenidos en él o pueden ser intersecados por el plano que actúa de frontera. En el segundo de los casos se procede haciendo un recorte de la faceta de modo que una zona quede en un semiespacio en tanto

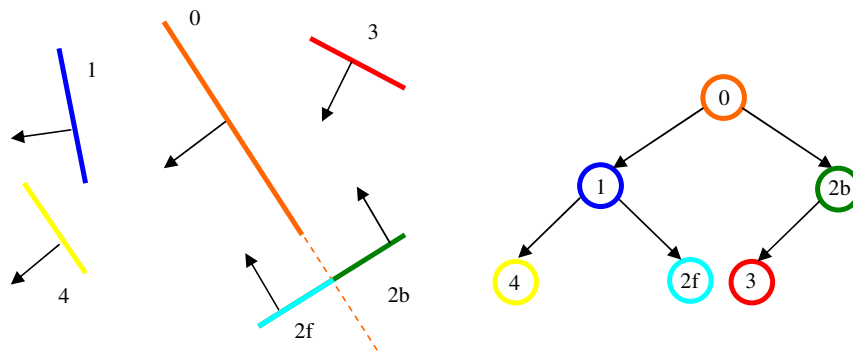


Figura 2.2: Método BSP (I). Construcción del árbol.

que la otra pertenecerá a su complementario².

Las facetas del semiespacio delantero se situarán en el subárbol izquierdo, mientras que las del trasero, en el derecho. Nuevamente se escoge una faceta en cada subespacio que pasará a emplazarse de forma directa en la estructura binaria que se crea, bien sea a la diestra o siniestra según corresponda. Se observa cómo la aplicación sucesiva del esquema lleva a la creación de nuevos subespacios independientes entre sí contenidos en el subespacio del que derivan.

Como ejemplo se presentan en la figura 2.2 una serie de segmentos (por sencillez se hará en dos dimensiones) y el árbol que resulta finalmente. Los pasos serían:

- Se elige aleatoriamente un segmento, 0, tal que la prolongación del mismo divide el espacio en dos subespacios y se sitúa en la raíz.
- El delantero (acorde con la dirección de su vector normal) contiene los elementos 1 y 4, en tanto que el trasero, el 3.
- El segmento 2 queda dividido en 2f y 2b.
- En el subespacio delantero se toma otro segmento, 1, y se emplaza a la izquierda de la raíz. Los nuevos subespacios tendrían por delante al 4 (nodo izquierdo) y por detrás al 2f (nodo derecho).
- Volviendo al subespacio trasero de 0, 2b se elige como referencia y se coloca en la rama derecha del árbol general.
- Sólo quedaría 3, que adopta su posición en la estructura binaria pues se encuentra por delante de 2b (subárbol izquierdo) y tras 0 (subárbol derecho).

²La implementación que se ha llevado a cabo de BSP no contempla este aspecto dado que, trabajando con parches de tamaños similares, el error en la clasificación a partir de su baricentro se asume aceptable.

El coste de la creación del árbol $t_{Crea-BSP}$ es [Las-Heras et ál., 1993]

$$(N + 1) \log_2 (N + 1) \leq t_{Crea-BSP} \leq \frac{N^2}{2}, \quad (2.1)$$

donde N es el número de facetas que componen la geometría.

Puesto que existe una componente aleatoria en la elección del nodo raíz, no todos los árboles tendrán el mismo coste. Se recomienda realizar varias pruebas para que el final sea, dentro de las posibilidades, equilibrado y su recorrido pueda realizarse más rápido.

2.3.2. Ordenación del espacio en función del punto de vista

Construido el árbol binario, el proceso de ordenación del espacio requiere fijar un punto de vista (exterior a la geometría) y una dirección. Será esta dirección la que sea empleada para recorrer la estructura formada en la fase previa.

El proceso general parte de la raíz del BSP y tiene como punto significativo la distinción de los subespacios delanteros y traseros del parche respecto a la dirección de ordenación. Para ello se examina el ángulo que forma el vector normal a la faceta con la dirección de apuntamiento (observador frente o tras la raíz). Si su coseno es menor o igual que 0, el subespacio delantero ahora definido coincide con el propio del parche (de lo contrario, se intercambian). La importancia de esta definición radica en cuál es la rama del árbol por la que se avanza primero. Una vez aclarado, el procedimiento hace lo siguiente:

- Toma un árbol no vacío (si es vacío, se ha terminado).
- Ordena el subespacio trasero.
- Introduce por el margen izquierdo el índice de la faceta en la lista elaborada (si se verifica el criterio de la normal para este parche).
- Ordena el subespacio delantero.

Una ejemplificación válida es la mostrada en la figura 2.3. Sobre esta es posible remarcar dos características: la primera de ellas ya ha quedado patente, pero es de resaltar que se eliminan automáticamente los parches que no cumplen el criterio de la normal con la dirección de apuntamiento. La segunda es que la lista creada está priorizada; es decir, el elemento n es susceptible de ocultar, aunque sea de manera parcial, los que se sitúan en posiciones

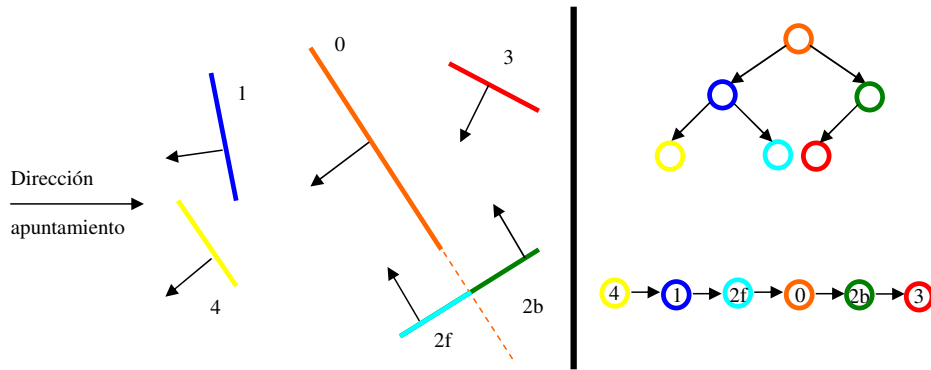


Figura 2.3: Método BSP (II). Ordenación del árbol.

$n + 1, n + 2 \dots$ La posibilidad (y no certeza³) de que pueda estar generando sombra sobre otro parche es la que obliga a complementar BSP con un algoritmo de determinación de visibilidades.

La ordenación es independiente para cada dirección de observación posible, pero su coste $t_{Recorre-BSP}$ es lineal [Las-Heras et ál., 1993]

$$t_{Recorre-BSP} = \mathcal{O}(N). \quad (2.2)$$

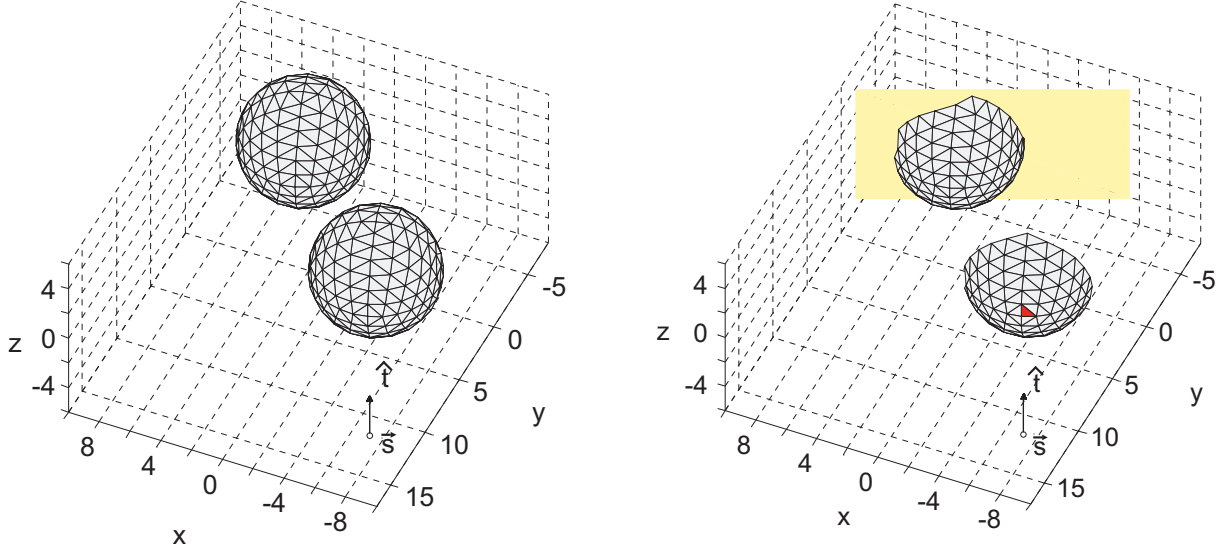
Esta es la razón por la que se puede mantener una complejidad cuya cota superior es el cuadrado del número de facetas para una operación que se realiza una sola vez, en tanto que la más repetida, la ordenación, es proporcional a N .

2.4. Método Recorte de facetas

El Método Recorte de facetas es el que provee la solución más precisa al problema de visibilidades, dado que la geometría de salida coincide exacta y exclusivamente con las zonas iluminadas. Cada faceta que al inicio está parcialmente iluminada es recortada, por lo que se generan dos nuevos parches: el totalmente visto y el totalmente oculto.

El primer paso consiste en la ordenación de las N facetas que componen la geometría (véase la figura 2.4a) en función de su distancia al punto fuente \vec{s} , que serán denotadas en adelante con los subíndices $i = 1, 2, \dots, N$. La faceta más próxima F_1 será siempre vista,

³En la figura 2.3 es evidente que pese a ser el elemento 4 el primero de la lista, este no oscurece completamente a ninguno de los restantes.



(a) Geometría original, punto fuente y dirección de apuntamiento.

(b) Facetas que verifican el criterio de la normal junto con el plano de proyección. La faceta más cercana ha sido coloreada en rojo.

Figura 2.4: Método Recorte (I). Geometría y criterio de la normal.

como queda patente en la figura 2.4b. El plano de proyección es definido por la dirección de apuntamiento \hat{t} , como vector normal al mismo, y el baricentro de la faceta más lejana \vec{P}_c^N , que está contenido. Su ecuación, para un punto genérico $\vec{P}(x, y, z)$ se escribe como

$$\hat{t} \cdot (\vec{P} - \vec{P}_c^N) = 0. \quad (2.3)$$

Los tres vértices \vec{V}_d^i con $d = 1, 2, 3$ de cada parche triangular i son proyectados sobre el plano anterior mediante una proyección en perspectiva con foco en \vec{s} . Las coordenadas proyectadas $\vec{P}'(x, y, z)$ de $\vec{P}(x, y, z)$ serán

$$\vec{P}' = (\hat{t} \cdot \vec{P}_c^N) \left\{ \left[\hat{t} \cdot \left(1, \frac{y}{x}, \frac{z}{x} \right) \right]^{-1} \hat{x} + \left[\hat{t} \cdot \left(\frac{x}{y}, 1, \frac{z}{y} \right) \right]^{-1} \hat{y} + \left[\hat{t} \cdot \left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}, 1 \right) \right]^{-1} \hat{z} \right\}. \quad (2.4)$$

A continuación se toma $\vec{P}_c^N = \vec{P}'_c^N$ como el origen de un nuevo sistema de coordenadas rectangulares cuya base ortogonal de vectores es $[\hat{t}, \hat{u}, \hat{v}]$ donde

$$\hat{u} = \frac{\vec{V}'_2^N - \vec{V}'_1^N}{|\vec{V}'_2^N - \vec{V}'_1^N|} \quad (2.5)$$

y

$$\hat{v} = \frac{\hat{t} \times \hat{u}}{|\hat{t} \times \hat{u}|}. \quad (2.6)$$

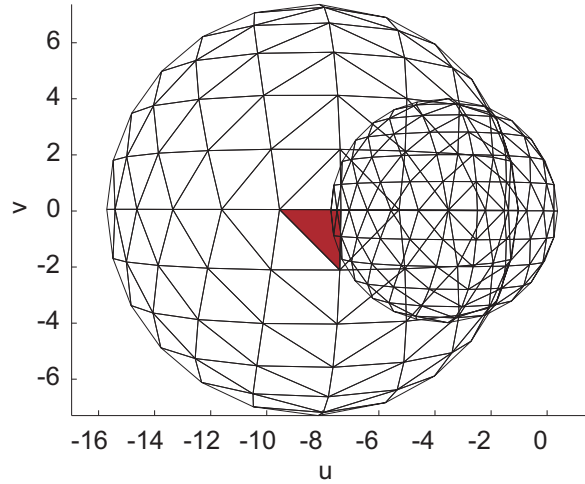


Figura 2.5: Método Recorte (II). Proyección de las facetas de la geometría sobre el plano de proyección en coordenadas $u - v$.

Es claro que cada punto $\vec{\mathbf{P}}'(t, u, v)$ se expresa como

$$\vec{\mathbf{P}}'(t, u, v) = 0\hat{\mathbf{t}} + u\hat{\mathbf{u}} + v\hat{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{P}}'(x, y, z) - \vec{\mathbf{P}}_c^N \quad (2.7)$$

con

$$u = \left[\vec{\mathbf{P}}'(x, y, z) - \vec{\mathbf{P}}_c^N \right] \cdot \hat{\mathbf{u}}, \quad (2.8)$$

$$v = \left[\vec{\mathbf{P}}'(x, y, z) - \vec{\mathbf{P}}_c^N \right] \cdot \hat{\mathbf{v}}. \quad (2.9)$$

Esta transformación será de ayuda para efectuar las operaciones de unión e intersección en dos dimensiones. La figura 2.5 muestra el plano de proyección así como las facetas representadas en coordenadas $u - v$.

Una vez que se han llevado a cabo las proyecciones, se crea el *polígono ocultador* O que mantiene actualizada la parte de superficie vista en la iteración i . Se comienza haciendo $O_1 = F_1$. El siguiente parche a considerar es F_2 . En consecuencia se debe realizar una operación de intersección entre el *polígono ocultador* y F_2 . Si el resultado de la misma es el conjunto vacío, el parche triangular F_2 pasará a formar parte del *polígono ocultador* como un dominio independiente. En el caso en que el resultado fuera diferente, O_2 surgirá de la unión entre O_1 y la intersección de este mismo con F_2 . Matemáticamente, el proceso, que actúa sobre todas las facetas, se formula como

$$O_i = O_{i-1} \cup \left[F_i - (O_{i-1} \cap F_i) \right] \quad i = 2, 3, \dots, N. \quad (2.10)$$

Se recogen distintas posiciones relativas entre F_i y el *polígono ocultador* O_{i-1} en la figura

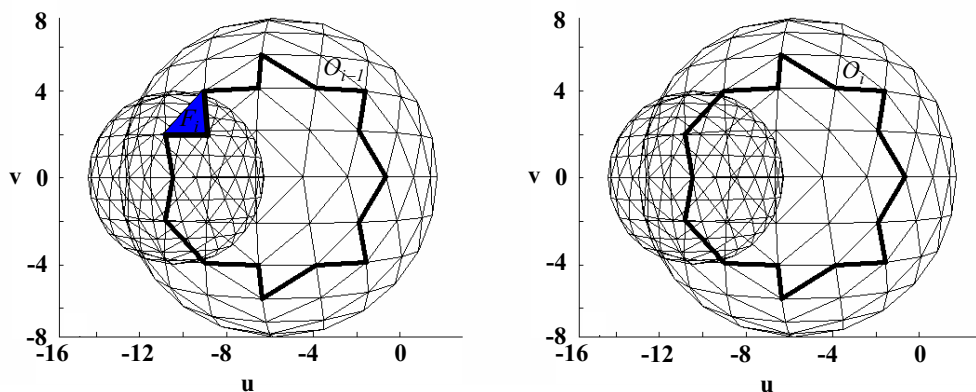
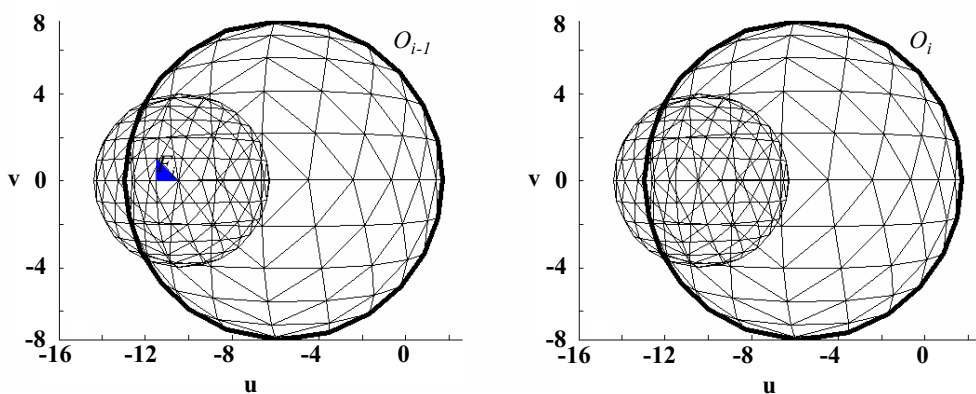
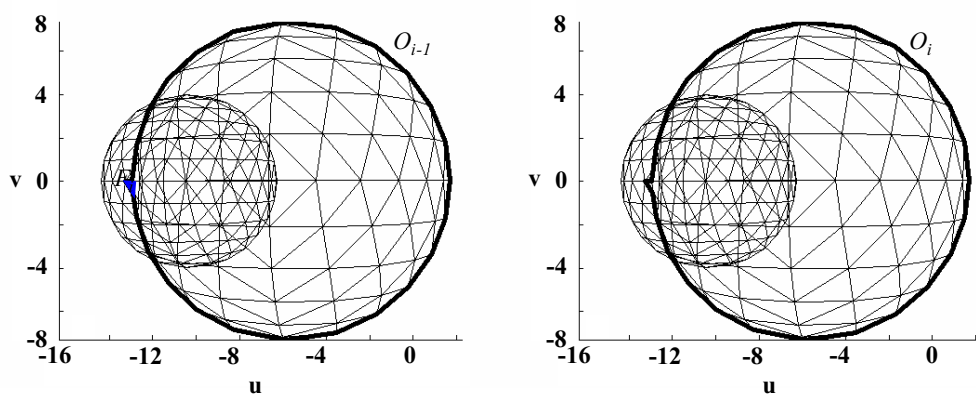
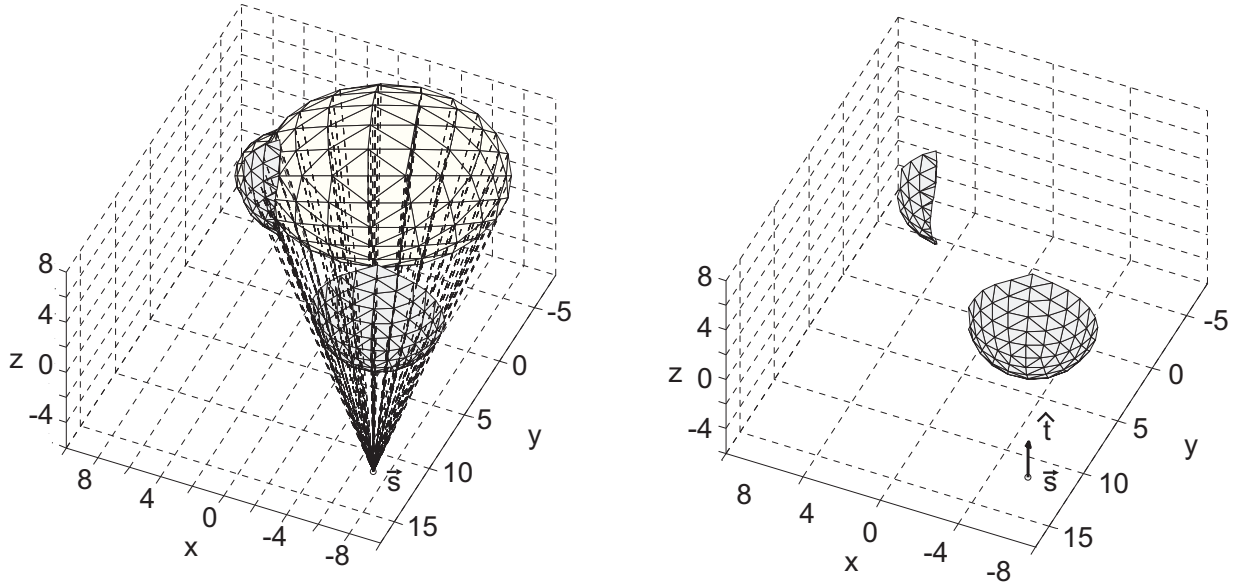
(a) Faceta F_i completa sumada a O_{i-1} .(b) Faceta F_i en el interior de O_{i-1} . No se produce modificación alguna.(c) Faceta F_i recortada al intersectar con O_{i-1} .

Figura 2.6: Método Recorte (III). Ejemplo de posiciones relativas. A la izquierda, se muestran el polígono ocultador O_{i-1} y la faceta F_i . A la derecha, el resultado, O_i .



(a) Proyección en perspectiva inversa de las facetas recortadas.

(b) Geometría tras la aplicación del Método Recorte.

Figura 2.7: Método Recorte (IV). Fase final de recuperación de la geometría vista.

2.6, desde la incorporación completa de la faceta al contorno hasta la no modificación del último.

La próxima fase consiste en la recuperación de las coordenadas 3D originales mediante una transformación del sistema de coordenadas y una proyección en perspectiva inversa como se representa en la figura 2.7a. La geometría recortada está compuesta por los vértices en el *polígono ocultador*. No obstante, cada punto proyectado \vec{P}' deberá haber sido previamente insertado en una tabla que lo enlace con su correspondiente faceta, ya que las proyecciones de diferentes puntos \vec{P} podrían coincidir sobre idéntico \vec{P}' en coordenadas $u - v$. Es posible observar en la figura 2.7b el resultado obtenido tras la aplicación del Método Recorte sobre la geometría de la anterior figura 2.4a.

Un esquema igual podría mantenerse con la inserción de nuevos planos de proyección paralelos al original y situados a diferentes distancias del punto fuente \vec{s} . Se denota por B_1 el plano de proyección más alejado de \vec{s} y B_M el más cercano. Un punto genérico \vec{P} se sitúa entre dos planos de proyección B_m y B_{m+1} cuando

$$\left. \begin{aligned} \hat{t} \cdot \vec{P} + B_m &> 0 \\ \hat{t} \cdot \vec{P} + B_{m+1} &< 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.11)$$

donde $m = 1, 2, \dots, M - 1$ y B_m se calcula particularizando la ecuación del plano de interés en un punto contenido en el mismo e igualando a cero la expresión. Nótese que al introducir diferentes planos de proyección, siendo estos paralelos entre sí, no se ha modificado la

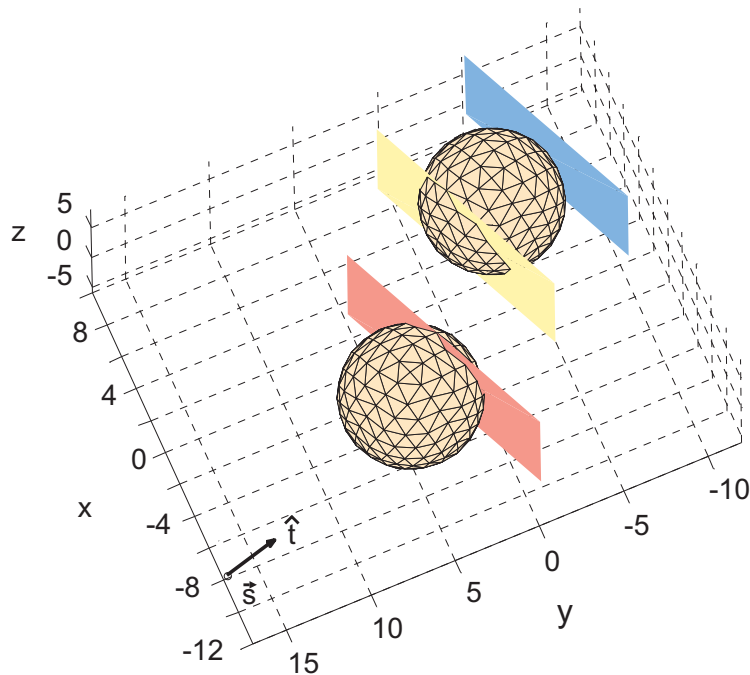


Figura 2.8: Método Recorte (V). Inclusión de varios planos de proyección.

dirección de apuntamiento \hat{t} .

El proceso comienza seleccionando aquellas $l_1 < N$ facetas que se hallan delante de B_M y se aplica el procedimiento descrito de obtención de *polígono ocultador* O_{l_1} . Este se emplea como filtro para eliminar directamente aquellos l_2 parches situados entre B_M y B_{M-1} que quedan ocultos. Los $l_2' < l_2$ restantes darían origen a un nuevo $O_{l_1+l_2}$. El modo de funcionamiento se repetiría en total M veces tal que $\sum_{i=1}^M l_i = N$. En la figura 2.8 se han insertado tres planos de proyección para la división del escenario de trabajo.

La inclusión de nuevos planos de proyección implica, en términos generales, una aceleración en comparación con el manejo de uno único, debido a la fase en que directamente pueden eliminarse facetas al pasar de O_{l_h} a $O_{l_{h+1}}$. No obstante, la afirmación anterior es válida cuando el número de facetas entre dos de los planos es suficientemente elevado como para compensar el coste de identificar cuáles están localizadas entre ambos, lo que depende asimismo de su emplazamiento y la geometría.

Se ha justificado en qué elementos reside la precisión del método, lo cual respalda el que en la sección 2.8 se utilicen los resultados del Método Recorte como referencia. Sin embargo, la complejidad del algoritmo es lastrada debido a las operaciones tanto de unión como de intersección en la generación del *polígono ocultador*, así como las diferentes proyecciones en sentido directo e inverso en comparación con otras soluciones.

En la misma línea, el proceso de recorte de facetas conlleva la creación de nuevas facetas

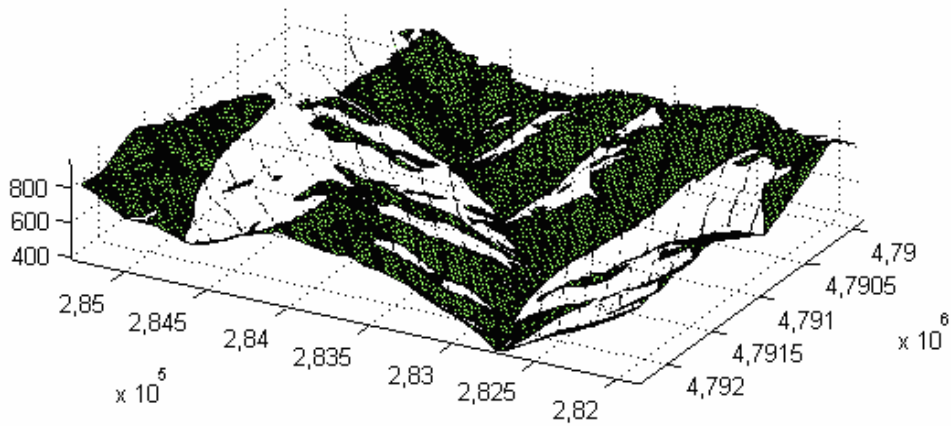


Figura 2.9: Ejemplo de aplicación del Método Recorte sobre un mapa digital de terreno.

y, como tales, diferentes a las de la geometría original. Por tanto, el nuevo mallado contendrá un mayor número de elementos cuyo tamaño medio será menor, lo cual resulta perjudicial en el cómputo de reflexiones.

La figura 2.9 recoge una aplicación del Método Recorte sobre un mapa digital de terreno. El punto de vista se halla fuera de la geometría (no coincidente con la posición en la que se sitúa la cámara de la imagen) y en unas coordenadas tales que aquellas facetas coloreadas en verde serían las iluminadas por una fuente localizada en ese mismo emplazamiento. Como se observa, hay zonas que prácticamente quedan eliminadas del escenario al quedar ocultas por parte de la orografía más próxima a esa hipotética fuente.

2.5. Método Cono

Este método emplea como aproximación de cálculo de visibilidades la transformación de cada parche plano triangular a un círculo, cuyo centro coincide con el baricentro del primero y de radio dependiente del módulo de los radiovectores que unen el mencionado baricentro con cada vértice.

Supóngase que se ha seleccionado una faceta F_j para el estudio de si oculta o no cualquier otra faceta de la geometría. El punto fuente \vec{s} y cada uno de los tres vértices $\vec{V}_1^j, \vec{V}_2^j, \vec{V}_3^j$ definen los segmentos $\overline{sV}_1^j, \overline{sV}_2^j$ y \overline{sV}_3^j respectivamente. Los ángulos formados por estos segmentos y la dirección de apuntamiento \hat{t} se denotan como γ_i^j con $i = 1, 2, 3$. Entonces el

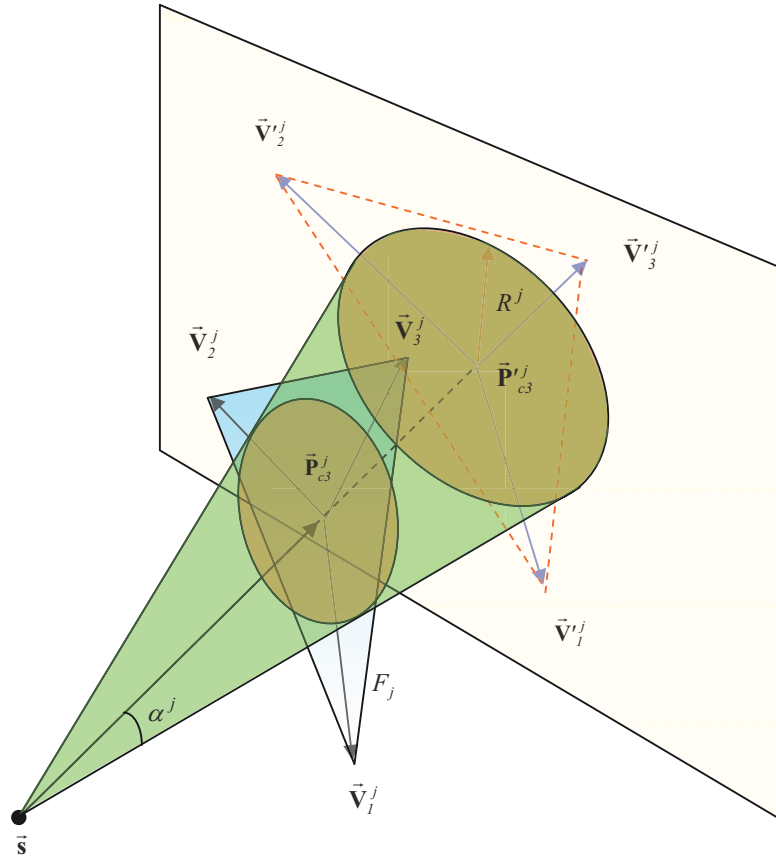


Figura 2.10: Método Cono. Los ángulos formados por los segmentos $\overline{sV_1^j}$, $\overline{sV_2^j}$ y $\overline{sV_3^j}$ y la dirección de apuntamiento $\hat{\mathbf{t}}$ son ponderados para la obtención de α^j . Consecuentemente es posible calcular el radio del cono R^j . Cada faceta cuyo baricentro $\vec{\mathbf{P}}_c^i$ con $i \neq j$ se halle dentro del cono y tras el plano en que localiza F_j se considera oculto.

ángulo de apertura α^j puede ser calculado ponderando los valores de γ_l^j

$$\alpha^j = \sum_{l=1}^3 c_l \gamma_l^j, \tag{2.12}$$

donde c_l representan los pesos de la ponderación.

En la figura 2.10 se muestra un esquema clarificador del procedimiento a seguir: los vértices $\vec{\mathbf{V}}_l^j, l = 1, 2, 3$ y el baricentro $\vec{\mathbf{P}}_c^j$ se proyectan en un plano perpendicular a la dirección de apuntamiento $\hat{\mathbf{t}}$ del mismo modo que se hacía en el Método Recorte. Estas proyecciones $\vec{\mathbf{V}}_l^j, \vec{\mathbf{P}}_c^j$ pueden ser obtenidas de la ecuación (2.4). Consecuentemente se determinan los valores γ_l^j y a partir de la expresión (2.12), se calcula el radio R^j del cono cuyo eje es paralelo a $\hat{\mathbf{t}}$ y su vértice se halla en $\vec{\mathbf{s}}$.

Cualquier punto $\vec{\mathbf{P}}$ que se localice tras el plano que contiene a F_j , cuya normal $\hat{\mathbf{n}}^j$ apunta

hacia \vec{s}

$$\hat{\mathbf{n}}^j \cdot (\vec{\mathbf{P}} - \vec{\mathbf{P}}_c^j) < 0 \quad (2.13)$$

y que se sitúe dentro del cono anteriormente definido quedará oculto por F_j . En un sistema cartesiano en el que el origen se sitúe en \vec{s} , la condición última se traduciría en

$$\arccos \left(\frac{\vec{\mathbf{P}} \cdot \hat{\mathbf{t}}}{|\vec{\mathbf{P}}|} \right) < \alpha^j. \quad (2.14)$$

Uno de los aspectos trascendentes del Método Cono, aparte del número de puntos por el que se caracteriza cada faceta, es la elección de los pesos que promedian la suma de los ángulos γ_l^j : un factor elevado implica la no eliminación de parches triangulares contiguos, mientras que uno pequeño podría mantener como parte de la geometría iluminada facetas ocultas. Diversas simulaciones han demostrado que el mejor ajuste con el Método Cono se consigue cuando $c_l^j = 1$ y, en consecuencia, la fórmula (2.12) se convierte en la media aritmética de los tres ángulos.

La generalización del problema de visibilidades para facetas en vez de puntos aislados se basa en determinar el criterio a seguir en cuanto al número de estos que se va a considerar. La primera opción señala que un parche se encuentra en sombra cuando la línea de visión directa entre su baricentro y el punto fuente es interrumpida. Otras posibilidades pueden ser desarrolladas, como por ejemplo, la repetición del proceso para cada uno de los tres vértices, puntos interiores al polígono, etc.

2.6. Método Pirámide

El Método Pirámide es similar al Método Cono, exceptuando que la base de ocultación no es circular, sino triangular. Por tanto, en este sentido, no existe la aproximación que al principio de la sección 2.5 se hacía.

Se asume como punto de partida que todas las facetas han sido ordenadas atendiendo a la distancia (de menor a mayor) entre el punto fuente \vec{s} y su baricentro. Naturalmente la primera de estas facetas será siempre vista. Además se ha efectuado una traslación de coordenadas tal que el origen del sistema se mantiene en \vec{s} .

Imagínese que se quiere determinar si una faceta F_j oculta a algún punto $\vec{\mathbf{P}}$ de la geo-

metría. El plano en que esta está contenido será

$$\hat{\mathbf{n}}^j \cdot (\vec{\mathbf{P}} - \vec{\mathbf{P}}_c^j) = 0, \quad (2.15)$$

donde $\hat{\mathbf{n}}^j$ y $\vec{\mathbf{P}}_c^j$ son el vector normal unitario y el baricentro respectivamente. Se definen a continuación, a partir de los tres lados de la faceta, sendos planos adicionales tal que

$$\frac{\vec{\mathbf{V}}_2^j \times \vec{\mathbf{V}}_1^j}{|\vec{\mathbf{V}}_2^j \times \vec{\mathbf{V}}_1^j|} \cdot \vec{\mathbf{P}} = 0, \quad \frac{\vec{\mathbf{V}}_3^j \times \vec{\mathbf{V}}_2^j}{|\vec{\mathbf{V}}_3^j \times \vec{\mathbf{V}}_2^j|} \cdot \vec{\mathbf{P}} = 0, \quad \frac{\vec{\mathbf{V}}_1^j \times \vec{\mathbf{V}}_3^j}{|\vec{\mathbf{V}}_1^j \times \vec{\mathbf{V}}_3^j|} \cdot \vec{\mathbf{P}} = 0. \quad (2.16)$$

Los tres planos constituyen las caras de una pirámide cuya base es F_j (véase la figura 2.11). Con el objetivo de averiguar si un punto genérico $\vec{\mathbf{P}}$ se encuentra dentro de las caras laterales de la pirámide, se evalúa el sumatorio de los signos del primer miembro de las expresiones en (2.16). Si el resultado es igual al número de vértices de la base, $\vec{\mathbf{P}}$ está encerrado por las caras (para ello los vértices deben aparecer numerados en sentido horario u antihorario):

$$\sum_{i=1}^3 \text{signo} \left\{ \left| \frac{\vec{\mathbf{V}}_{i+1}^j \times \vec{\mathbf{V}}_i^j}{|\vec{\mathbf{V}}_{i+1}^j \times \vec{\mathbf{V}}_i^j|} \cdot \vec{\mathbf{P}} \right| \right\} = 3, \quad (2.17)$$

donde $\vec{\mathbf{V}}_4^j = \vec{\mathbf{V}}_1^j$. La otra restricción, la de encontrarse tras el plano, es igual a la expuesta en (2.13). En la figura 2.11 se muestra un ejemplo en que la faceta F_i es vista debido a que está delante del plano que contiene a F_j . De no haber sido de este modo, puede observarse cómo quedaría oculta al ser no nula la intersección de su proyección con F_j .

En este apartado también se muestra una posible división del rango angular de visión desde un punto $\vec{\mathbf{s}}$. La coordenada z no es considerada y se lleva a cabo una división en sectores iguales sobre un espacio bidimensional, correspondiéndose el ángulo del sector con la coordenada ϕ en un sistema cilíndrico de coordenadas como se representa en la figura 2.12.

Cuando el margen angular de visión en el cual se localiza la geometría se divide en L sectores, los límites inferiores angulares de los mismos son $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L$ tal que

$$\tau_1 \leq \phi \leq \tau_{L+1}. \quad (2.18)$$

Una faceta F_j pertenece al sector l siempre que su baricentro $\vec{\mathbf{P}}_c^j$ se localiza dentro de

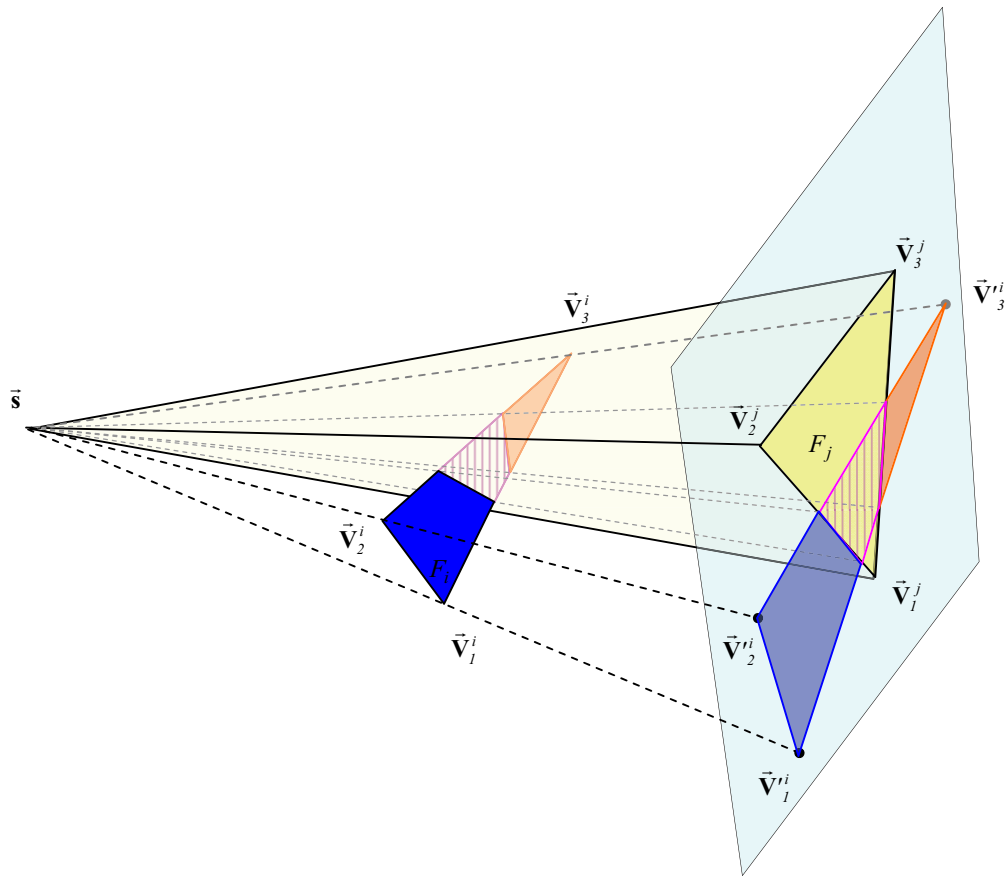


Figura 2.11: Método Pirámide.

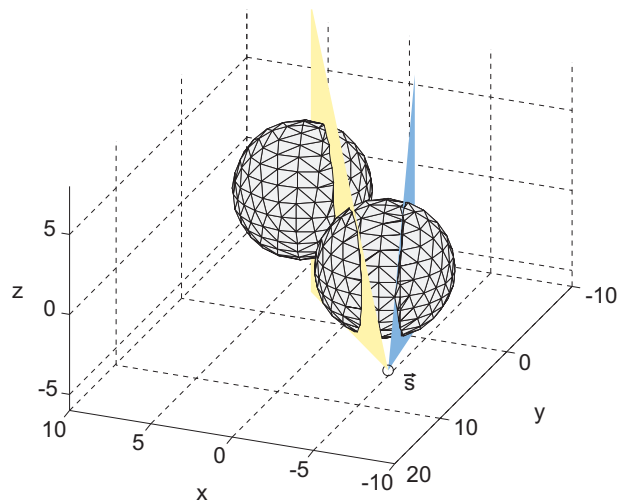


Figura 2.12: División sectorial de la geometría ($L = 3$).

sus fronteras⁴:

$$\left. \begin{aligned} -P_{c1}^j \operatorname{sen} \tau_l + P_{c2}^j \operatorname{cos} \tau_l &> 0 \\ -P_{c1}^j \operatorname{sen} \tau_{l+1} + P_{c2}^j \operatorname{cos} \tau_{l+1} &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

con $l = 1, 2, \dots, L - 1$. La aceleración del algoritmo mediante esta técnica es dependiente del número de triángulos que compone la geometría, así como del tamaño de los mismos.

2.7. Elección de un algoritmo de referencia

Previamente a la comparación de los algoritmos presentados para una configuración concreta, como se verá en la sección 2.8, es necesario fijar cuál será el método de referencia a emplear. Tal y como se ha aseverado en apartados anteriores, el Método Recorte no efectúa aproximación alguna en la determinación de zonas vistas y ocultas, pues recorta y elimina aquellas áreas que, desde un punto de vista, quedan solapadas por otras cuya posición es más cercana a la fuente. En este apartado se demuestra cómo los resultados del Método BSP tienden a los del Método Recorte cuando se disminuye el tamaño de las facetas de discretización en el primero.

En la figura 2.13a se muestra la disposición de cuatro placas rectangulares de diferentes anchura y longitud. Como tales, para su preciso modelado simplemente son necesarios dos parches triangulares. El estudio analiza la sección recta radar monoestática (misma posición de fuente y sonda receptora) para un barrido $\theta \in [-40^\circ, 40^\circ]$ en el plano $\phi = 0^\circ$ y diferentes discretizaciones: 8, 26, 82, 1312, 2952 y 5248 triángulos. La figura 2.13d refleja la convergencia conforme se aumenta el número de facetas del Método BSP al Método Recorte, representado con trazo negro discontinuo.

Como ejemplo de geometría resultante para una incidencia normal se incluyen las figuras 2.13b y 2.13c asociadas al Método BSP (con el máximo número de facetas) y al Método Recorte respectivamente. Se observa que el número de parches vistos en el segundo de los casos es de 19 frente a la ingente cantidad del otro método.

⁴La notación P_{c1}^j hace referencia a la componente x del vector de posición $\vec{\mathbf{P}}_c^j$, del mismo modo que P_{c2}^j , denota la componente y .

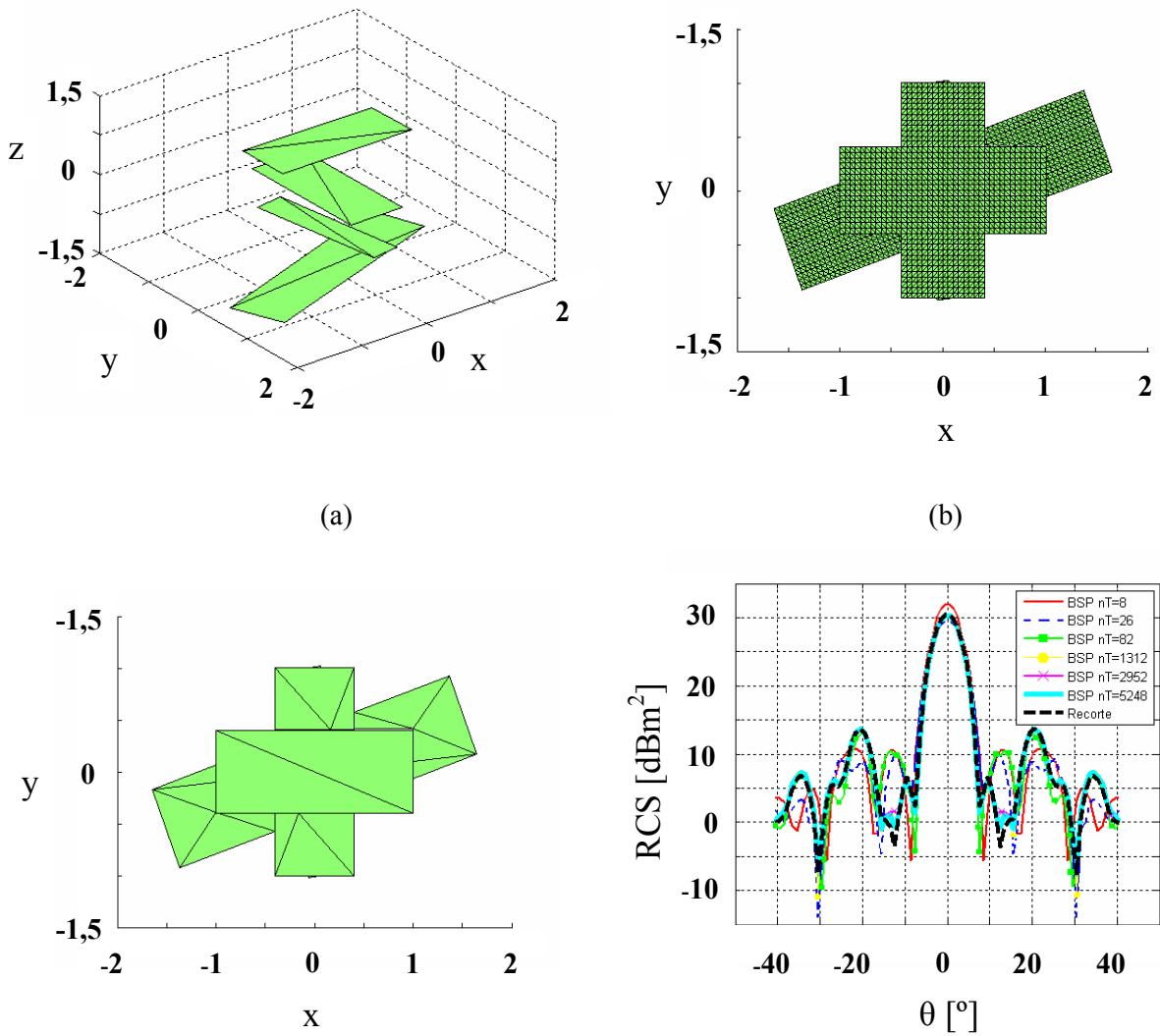


Figura 2.13: Comparación de los algoritmos BSP y Método Recorte. (a) Representación de la disposición de las placas planas con el menor número de facetas triangulares posible. (b) Resultado BSP para $\theta = 0^\circ$. (c) Resultado del Método Recorte para $\theta = 0^\circ$. (d) RCS de las diferentes discretizaciones BSP comparadas con el Método Recorte.

2.8. Comparativa de métodos de cálculo de visibilidades

Tras haber presentado los algoritmos, se realizará una comparativa entre la implementación CPU de BSP y los tres nuevos métodos: Recorte, Pirámide y Cono. La precisión y el tiempo de cómputo serán las variables a analizar.

2.8.1. Configuración con placas

La configuración, en la figura 2.14a, consta de dos placas cuadradas y paralelas. Su tamaño es idéntico, $a = 10\lambda$, y la distancia vertical entre las mismas se fija en $d_z = 5\lambda$. La primera placa se localiza en el plano xy , en tanto que el centro de la segunda varía a lo largo del eje y entre el punto $\vec{\mathbf{B}}(0, +10\lambda, -d_z)$ y $\vec{\mathbf{A}}(0, -10\lambda, -d_z)$. El paso entre dos posiciones consecutivas es $\Delta y = \lambda$. Tres mallas diferentes (200, 800 y 1800 triángulos) se han constituido de forma que no sea necesario recortar ningún parche en la resolución del problema de visibilidades al hacer el movimiento de traslación de la placa inferior. Se evalúa la contribución de la primera reflexión frente al nivel de incidencia, denotada como Λ_1 :

$$\Lambda_1 = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|\mathbf{E}_1^{\text{ref}}|^2}{|\mathbf{E}^{\text{inc}}|^2}, \quad (2.20)$$

donde $\mathbf{E}_1^{\text{ref}}$ es el campo eléctrico debido a la primera reflexión en las facetas iluminadas de la geometría; \mathbf{E}^{inc} , el campo incidente y r , la distancia entre el radar y el blanco. En esta situación se incluye una implementación software sencilla del algoritmo *Z-buffer*⁵ para realizar una comparación no solo en términos de precisión, sino también temporales de todas las soluciones.

Los resultados en la figura 2.14b muestran un perfecto ajuste para cualesquiera de los métodos, mientras que la tabla 2.1 indica los tiempos de cómputo asociados. Destaca el hecho de que la implementación software de *Z-buffer* requiera más segundos de CPU que el Método Pirámide y el Método Cono. Más aun, si fuera necesario el recorte de alguna faceta, el código *Z-buffer* a desarrollar sería de una complejidad superior a la del empleado, con lo que se presume que la afirmación anterior sería sólidamente refrendada.

⁵El algoritmo *Z-buffer* se basa en la proyección de una vista tridimensional sobre una retícula bidimensional, donde cada elemento se corresponde usualmente con un píxel de la pantalla y tiene asociado un *buffer* de almacenamiento. Ese *buffer* contiene las coordenadas de profundidad de las secciones de geometría originales, de modo que para cada píxel se representa la de menor valor; es decir, la más próxima a la fuente.

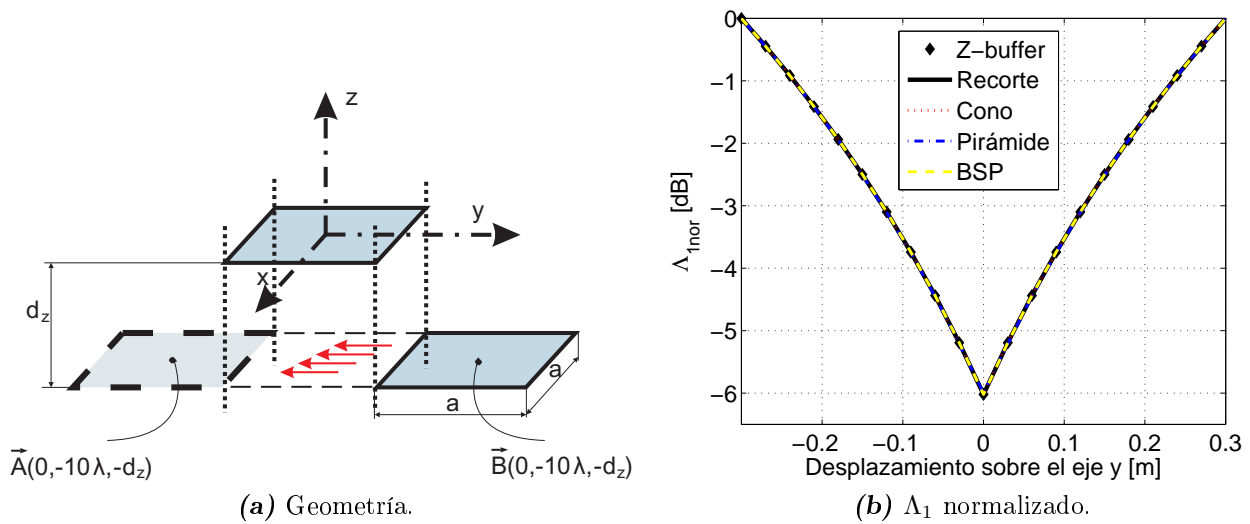


Figura 2.14: Ejemplo placas PEC. Primera reflexión..

		Tiempo de cómputo [s]		
		200 facetas	800 facetas	1800 facetas
Métodos	Recorte	0,67	2,65	6,10
	Cono	0,050	0,41	1,47
	Pirámide	0,084	0,44	1,63
	BSP	0,19	1,30	5,24
	Z-buffer	0,17	0,68	1,76

Tabla 2.1: Ejemplo placas PEC. Resumen de tiempos de cómputo para los diferentes métodos.

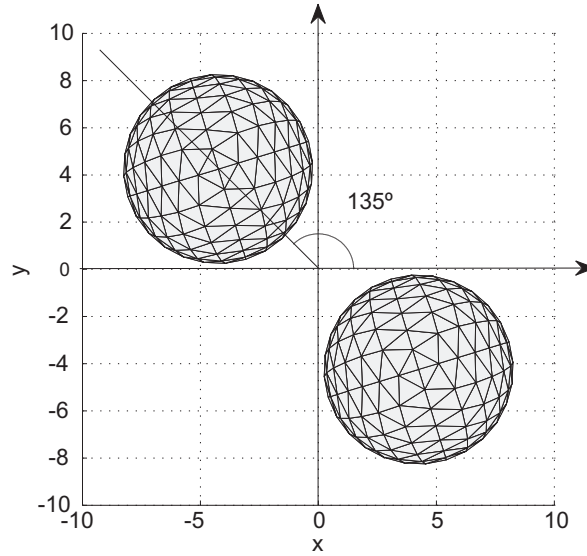


Figura 2.15: Ejemplo esferas PEC (I). Descripción de la geometría. Las coordenadas esféricas de los centros son $C_1(\rho, \phi, z) = (1, 5r_e, -\frac{\pi}{4}, 0)$ y $C_2(\rho, \phi, z) = (1, 5r_e, \frac{3\pi}{4}, 0)$; su radio $r_e = 10\lambda$ y la distancia entre centros $d = 3r_e = 30\lambda$.

784 facetas		Tiempo de cómputo [s] Error cuadrático medio Δ_{cm}		
		1 sector	3 sectores	6 sectores
Métodos	Recorte	1,54	1,96	2,48
	Cono	0,045 0,31	0,035 0,23	0,036 0,23
	Pirámide	0,080 0,29	0,075 0,29	0,079 0,30
	BSP	0,49 0,29		

Tabla 2.2: Ejemplo esferas PEC con 784 facetas. Resumen del tiempo de cómputo y error cuadrático medio para los diferentes métodos de cálculo de visibilidades.

2.8.2. Configuración con esferas

La geometría bajo análisis consiste en dos esferas de tipo conductor eléctrico perfecto de radio $r_e = 10\lambda$, cuyos centros están separados una distancia $d = 3r_e = 30\lambda$. Su disposición se muestra en la figura 2.15, aunque con objeto de que se aprecie correctamente el mallado, para la representación se ha disminuido el número de facetas.

Para estudiar la influencia de la discretización en los resultados, se trabaja con tres mallas de 392, 1352 y 2888 triángulos por esfera (el incremento en el número de parches mejora el correcto modelado de la superficie esférica). Se efectúa un barrido angular que comienza en $\phi = -45^\circ$ y se extiende hasta $\phi = 135^\circ$ con un salto $\Delta\phi = 1^\circ$. Se calcula de nuevo la contribución de la primera reflexión Λ_1 en la expresión (2.20). Se ha seleccionado una frecuencia de trabajo igual 749 MHz.

2704 facetas		Tiempo de cómputo [s] Error cuadrático medio Δ_{cm}		
		1 sector	3 sectores	6 sectores
Métodos	Recorte	5,02	5,78	6,74
	Cono	0,29 0,30	0,16 0,30	0,13 0,29
	Pirámide	0,42 0,23	0,30 0,29	0,26 0,31
	BSP	3,47 0,23		

Tabla 2.3: Ejemplo esferas PEC con 2704 facetas. Resumen del tiempo de cómputo y error cuadrático medio para los diferentes métodos de cálculo de visibilidades.

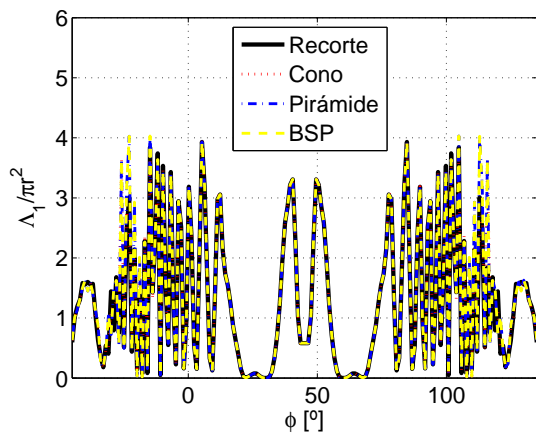
5776 facetas		Tiempo de cómputo [s] Error cuadrático medio Δ_{cm}		
		1 sector	3 sectores	6 sectores
Métodos	Recorte	11,52	12,25	13,17
	Cono	1,15 0,20	0,51 0,25	0,32 0,25
	Pirámide	1,37 0,26	0,78 0,23	0,60 0,25
	BSP	13,19 0,16		

Tabla 2.4: Ejemplo esferas PEC con 5776 facetas. Resumen del tiempo de cómputo y error cuadrático medio para los diferentes métodos de cálculo de visibilidades.

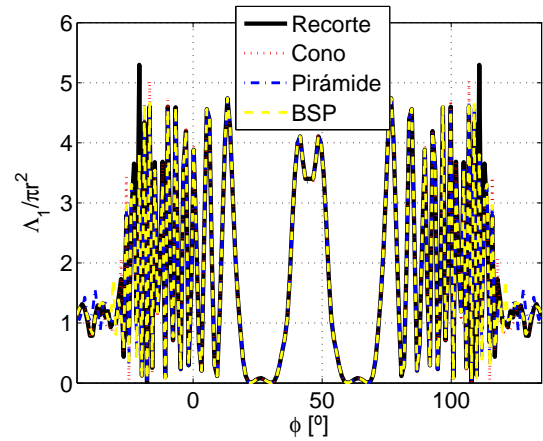
En las tablas 2.2, 2.3 y 2.4 se establecen los tiempos medios de cómputo para cada ángulo de barrido en función del número de sectores en que ha sido dividido el escenario (excepto para el Método BSP, en el que el tiempo debido a la generación del árbol se halla uniformemente distribuido entre las $Q = 181$ direcciones diferentes). En las mismas, los valores óptimos de cada fila han sido destacados en negrita.

Se observa una importante reducción temporal al incrementar el número de sectores para cualquiera de las metodologías empleadas, aunque la relación de proporcionalidad no es lineal. Asimismo, el tiempo de cómputo del Método Pirámide duplica al del Método Cono en términos generales, en tanto que este último, y con un solo sector, requiere aproximadamente una décima parte de los segundos consumidos por el Método BSP.

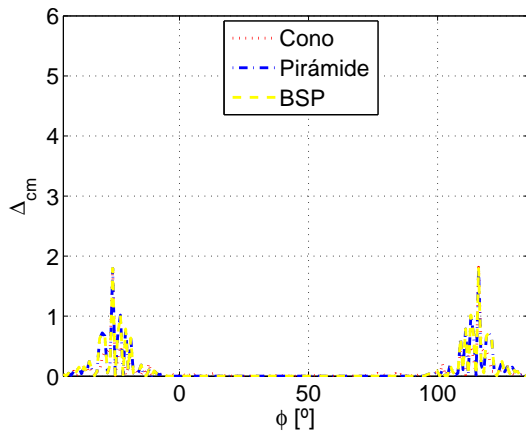
Para cada uno de los tiempos óptimos, la correspondiente Λ_1 ha sido representada en las figuras 2.16a, 2.16b y 2.17a. Los métodos propuestos manifiestan una buena coincidencia en la zona central y un ajuste satisfactorio cerca de los límites del barrido. En este sentido, el tamaño de los parches y la clasificación basada únicamente en la localización del baricentro tienen su relevancia. Se quiere resaltar cómo la similitud entre las figuras 2.16b y 2.17a es mayor que con la figura 2.16a; es decir, el aumento del número de facetas implica más proximidad en los resultados y una tendencia hacia un trazo estable debido a un preciso modelado de las esferas, como era de esperar.



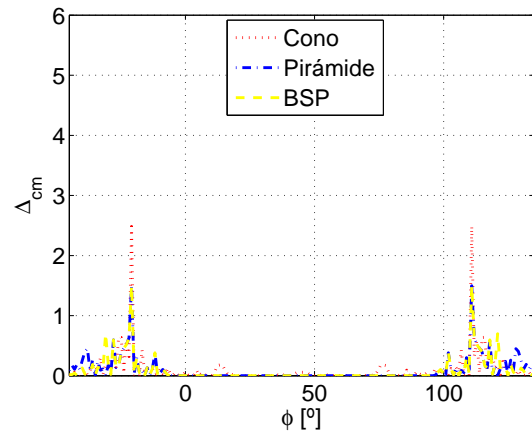
(a) Contribución de la primera reflexión para la configuración óptima temporal de los diferentes métodos para 784 facetas.



(b) Contribución de la primera reflexión para la configuración óptima temporal de los diferentes métodos para 2704 facetas.

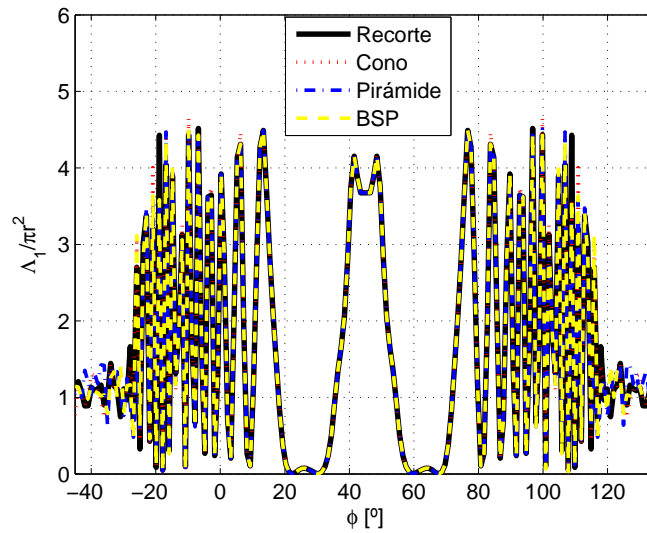


(c) Error absoluto de la contribución de la primera reflexión respecto a los resultados del Método Recorte para 784 facetas.

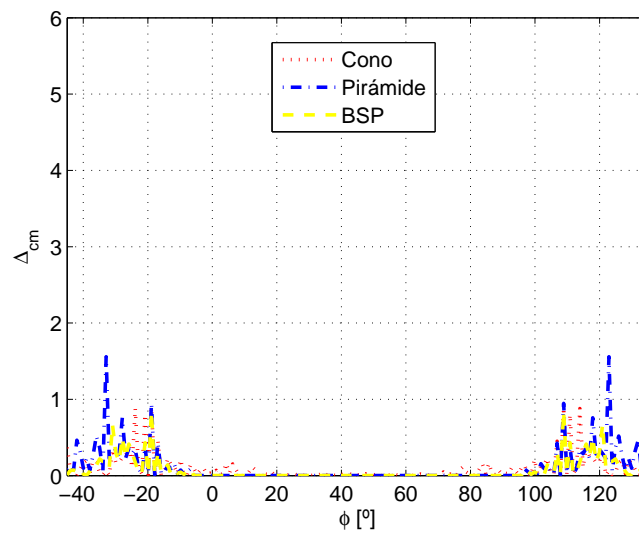


(d) Error absoluto de la contribución de la primera reflexión respecto a los resultados del Método Recorte para 2704 facetas.

Figura 2.16: Ejemplo esferas PEC.



(a) Contribución de la primera reflexión para la configuración óptima de los diferentes métodos para 5776 facetas.



(b) Error absoluto de la contribución de la primera reflexión respecto a los resultados del Método Recorte para 5776 facetas.

Figura 2.17: Ejemplo esferas PEC.

Con objeto de comparar las diferencias entre el Método Recorte y los restantes, se ha calculado el error absoluto Δ (normalizado respecto a la RCS en el límite de alta frecuencia de una esfera de radio r_e)

$$\Delta = \frac{|\Lambda_{1i} - \Lambda_{1i}^{\text{ref}}|}{\pi r_e^2}, \quad (2.21)$$

siendo Λ_{1i} el valor debido a la primera reflexión y $\Lambda_{1i}^{\text{ref}}$ el valor de referencia (Método Recorte) en el ángulo i ésimo. En las figuras 2.16c, 2.16d y 2.17b se han trazado los errores absolutos correspondientes a las configuraciones con mejor ajuste. El gráfico confirma que el error se incrementa en los límites del rango angular como ya se había mencionado. La ecuación (2.22) define el error cuadrático medio Δ_{cm}

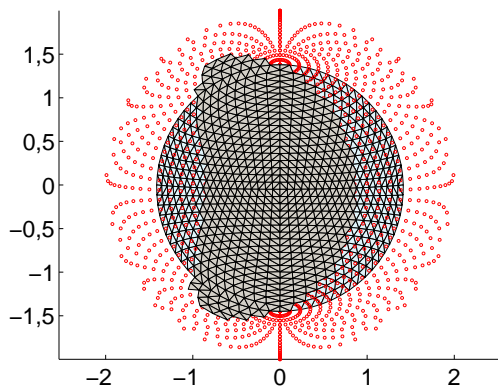
$$\Delta_{cm} = \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q \left(\frac{\Lambda_{1i} - \Lambda_{1i}^{\text{ref}}}{\pi r_e^2} \right)^2}. \quad (2.22)$$

Estos errores se recogen en las tablas 2.2, 2.3 y 2.4. Aquellas celdas asociadas a un error inferior han sido, de nuevo, resaltadas. El tiempo ganado al efectuar la división sectorial puede revertir negativamente en la evaluación del error. Este fenómeno es debido a la discriminación de facetas efectuada, puesto que un parche atribuido a uno de los sectores puede estar ocupando parcialmente el adyacente y, en consecuencia, podría estar ocultando elementos sin que este efecto esté siendo tenido en cuenta. Es fuertemente dependiente de la discretización de la geometría así como de las posiciones estipuladas para el barrido angular,

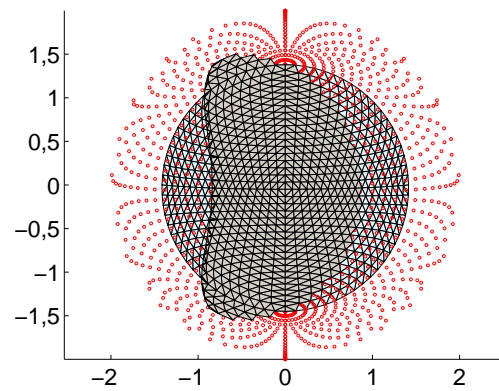
El error del Método BSP para la geometría con 784 facetas es igual al mínimo obtenido con el Método Pirámide (1 sector o 3 sectores) y superior al del Método Cono para 1 sector, pero no para el resto de configuraciones. Sin embargo, tanto para 2704 como para 5776 parches, el nivel de error cuadrático medio asociado al Método BSP es siempre igual o inferior al de los demás algoritmos. Por otro lado, el Método Cono y el Método Pirámide generan unos valores similares entre sí cuando se trata de 3 ó 6 sectores.

Dado que las soluciones de mejor tiempo y mayor precisión no tienen por qué corresponderse con igual número de sectores, una solución de compromiso debe ser adoptada. Una evaluación general debería recomendar el empleo del Método Cono o del Método Pirámide a la vista de la relación de tiempos de cómputo frente al Método BSP en las mismas tablas, puesto que la diferencia en cuantificación de errores no es demasiado acusada.

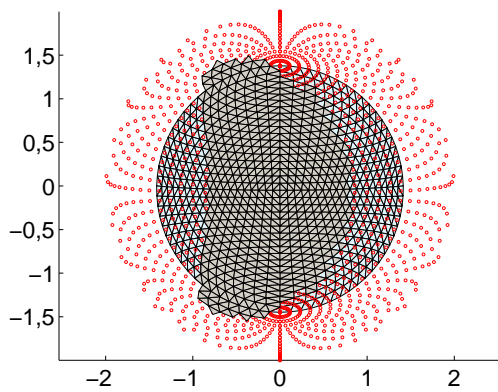
Para culminar esta sección, en la figura 2.18 se presenta una proyección Lambert acimutal de igual área para la esfera en el segundo cuadrante. De las cuatro subfiguras, la denominada figura 2.18b es la que actúa como referencia al ser la del Método Recorte. Se aprecia la suavidad de trazo en el perfil recortado respecto a los métodos que mantienen facetas completas.



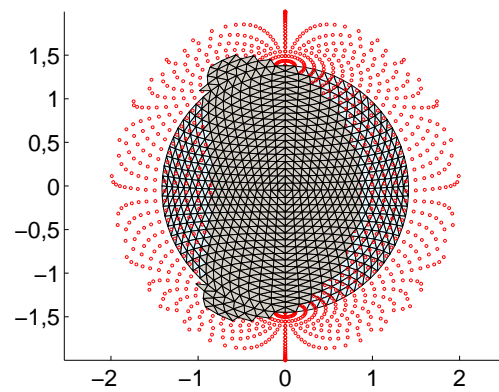
(a) Método BSP.



(b) Método Recorte.



(c) Método Cono.



(d) Método Pirámide.

Figura 2.18: Ejemplo esferas PEC. Proyección Lambert acimutal de igual área para la esfera en el segundo cuadrante. Las facetas en tonalidad clara son la proyección de la semiesfera, en tanto que las de tono oscuro representan los triángulos iluminados. Los puntos en rojo señalan la posición de referencia de la intersección entre paralelos y meridianos.

Evaluación de niveles de campo electromagnético

3.1. Introducción

El objeto de este capítulo es la presentación del método *Modified Equivalent Current Approximation* (MECA). De manera resumida puede describirse como la obtención de unas corrientes equivalentes que caracterizan los campos radiados por una superficie sobre la que se produce la incidencia oblicua de una onda. La idea de MECA surge de la extensión o generalización de las expresiones de Óptica Física para obstáculos cuya conductividad es finita y de permeabilidad y permitividad relativas arbitrarias. En consecuencia, muchas de las características, exigencias y restricciones son comunes a ambas aproximaciones. Este es el motivo por el que se inicia este capítulo con la siguiente sección.

3.2. Aproximación de Óptica Física

La Óptica Física (*Physical Optics*) [Harrington, 1961; Balanis, 1989], también denominada PO por sus siglas en inglés, es una solución asintótica de las ecuaciones de Maxwell. Se engloba dentro de los métodos basados en la determinación de niveles de campo a partir de la estimación de corrientes inducidas. La aproximación de PO consiste en determinar unas corrientes equivalentes sobre un plano PEC que es iluminado por una fuente de radiación.

A partir de estas corrientes será factible obtener los niveles de campo eléctrico y magnético por medio de la resolución de las expresiones integrales correspondientes.

Como técnica de alta frecuencia, se emplea en aquellas situaciones en las que el obstáculo sobre el cual incide la radiación tiene un tamaño eléctrico grande, lo cual es adecuado para las aplicaciones de cálculo de cobertura radioeléctrica. Además, deben verificarse las siguientes condiciones para que los resultados obtenidos tengan validez:

- Debe realizarse una distinción entre zonas iluminadas y de sombra, para lo cual es necesaria la incorporación de un algoritmo de visibilidades que complemente a las rutinas de simulación electromagnética. El objeto de esta diferenciación es que Óptica Física postula que son despreciables aquellas densidades de corriente inducidas en zonas en las que no existe visión directa con la fuente.
- Las superficies deben tener una variación suave, lo que implica radios de curvatura grandes (serán planas en el límite).

En adelante se trabajará en régimen sinusoidal permanente, por lo que queda eliminada de las expresiones la variación temporal de los campos y corrientes $e^{j\omega t}$. Asimismo, la dependencia espacial se ha suprimido de manera explícita con el objeto de simplificar la formulación que se presenta.

3.2.1. Formulación de Óptica Física

Supónganse unos campos eléctrico \mathbf{E}^{inc} y magnético \mathbf{H}^{inc} conocidos en ausencia de obstáculos y generados por unas corrientes eléctricas \mathbf{J}_1 y magnéticas \mathbf{M}_1 . En presencia de un obstáculo conductor eléctrico perfecto, *Perfect Electric Conductor* (PEC), los campos totales eléctrico y magnético, \mathbf{E}^{tot} y \mathbf{H}^{tot} respectivamente, pueden expresarse como la suma de los campos incidentes ya existentes más los debidos a la reflexión en el propio PEC, denotados como \mathbf{E}^{ref} y \mathbf{H}^{ref}

$$\mathbf{E}^{\text{tot}} = \mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}^{\text{ref}}, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{H}^{\text{tot}} = \mathbf{H}^{\text{inc}} + \mathbf{H}^{\text{ref}}, \quad (3.2)$$

en tanto que los valores interiores serán nulos.

Se introduce entonces el equivalente físico, según el cual se sustituye el medio PEC por uno de iguales características al exterior en el que se hallan unos campos de valor $-\mathbf{E}^{\text{inc}}$,

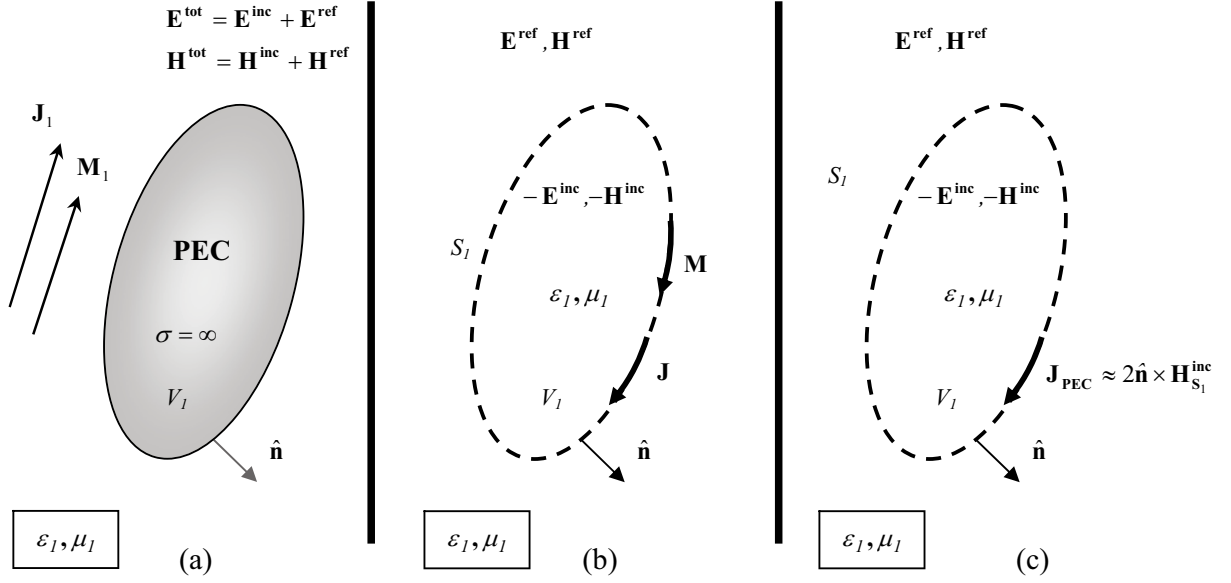


Figura 3.1: Problema equivalente de la aproximación de Óptica Física: (a) Original. (b) Equivalente físico. (c) Óptica Física.

$-\mathbf{H}^{\text{inc}}$ (véase la figura 3.1). Se imponen unas corrientes equivalentes eléctricas \mathbf{J} y magnéticas \mathbf{M} para el cumplimiento de las condiciones de contorno sobre la superficie S_I que limita el volumen V_I :

$$\mathbf{J} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^{\text{tot}}|_{S_I} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_{S_I} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{M} = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^{\text{tot}}|_{S_I} = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_{S_I} \quad (3.4)$$

donde $\mathbf{E}_{S_I} = \mathbf{E}^{\text{tot}}|_{S_I}$, $\mathbf{H}_{S_I} = \mathbf{H}^{\text{tot}}|_{S_I}$ y se denota el vector unitario normal en un punto de la superficie S_I por $\hat{\mathbf{n}}$. De esta manera, dado que el campo tangencial eléctrico sobre el obstáculo PEC es igual a cero se llega a

$$\mathbf{M}_{\text{PEC}} = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_{S_I} = \mathbf{0}, \quad (3.5)$$

mientras que las corrientes eléctricas se obtendrán a partir de

$$\mathbf{J}_{\text{PEC}} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_{S_I} = \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}^{\text{ref}} + \mathbf{H}^{\text{inc}})|_{S_I} = \hat{\mathbf{n}} \times [\mathbf{H}^{\text{ref}} - (-\mathbf{H}^{\text{inc}})]|_{S_I}. \quad (3.6)$$

La Óptica Física establece que si el obstáculo es de tipo conductor eléctrico perfecto, plano e infinito¹, el campo dispersado por el mismo es igual al incidente, $\mathbf{H}^{\text{ref}}|_{S_I} \approx \mathbf{H}^{\text{inc}}|_{S_I}$, con lo que

$$\mathbf{J}_{\text{PEC}} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_{S_I} = \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}^{\text{ref}} + \mathbf{H}^{\text{inc}})|_{S_I} \approx 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_{S_I}^{\text{inc}}. \quad (3.7)$$

¹Se hace siempre alusión a la *aproximación* de Óptica Física en tanto que los parches en que se discretiza la superficie no cumplen la propiedad de ser planos infinitos.

Una vez que se tienen los valores de las corrientes eléctricas \mathbf{J}_{PEC} y la asunción de que no existen corrientes magnéticas \mathbf{M}_{PEC} , se calcula el campo eléctrico generado por las primeras por medio de las ecuaciones en el apéndice A. Insertando (3.6) en (A.35) se obtiene el campo magnético dispersado en cualquier punto exterior \mathbf{H}^{ref} en el supuesto de un obstáculo conductor eléctrico perfecto como

$$\mathbf{H}^{\text{ref}} = \frac{j}{2\lambda} \int_{S_1} \left[(2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_{S_1}^{\text{inc}}) \times \hat{\mathbf{R}} \frac{e^{-jkR}}{R} \left(1 + \frac{1}{jkR} \right) \right] ds', \quad (3.8)$$

con $R = |\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|$, siendo $\vec{\mathbf{r}}$ el vector de posición del punto de observación; $\vec{\mathbf{r}}'$, el del punto fuente; k , el número de onda y λ , la longitud de onda.

La particularización de la expresión (3.8) para una discretización del escenario en parches planos triangulares podría presentarse a continuación. No obstante, dado que se va a introducir en la siguiente sección la formulación MECA, en la cual el escenario puede estar constituido por dieléctricos o materiales con pérdidas, se reserva para próximos apartados este desarrollo.

3.2.2. Formulación MECA

Una de las principales limitaciones de la Óptica Física es que las geometrías consideradas deben ser siempre conductores eléctricos perfectos. Este hecho implica que en una ingente cantidad de supuestos que son de interés no solo en este trabajo, sino también en distintos ámbitos profesionales donde un análisis mediante técnica de alta frecuencia sea adecuado, no podría ser utilizada estrictamente. Por este motivo parece razonable la generalización de las expresiones de PO para tener en consideración la presencia de dieléctricos y materiales con pérdidas.

La solución que se propone consiste en incluir las corrientes magnéticas y no solo las eléctricas como fuentes equivalentes de los campos dispersados. Para ello se basará el desarrollo en la incidencia oblicua de una onda sobre la interfaz que separa dos medios distintos, tal que existen los fenómenos de reflexión y transmisión. Obtenidas esas corrientes, tomando las eléctricas un valor distinto al señalado en la ecuación (3.7) y las magnéticas siendo no nulas, será posible volver al esquema de equivalencia mostrado en la figura 3.1b para la resolución del problema de interés.

Con el fin de alcanzar las expresiones que rigen el comportamiento de una onda incidente sobre la frontera entre dos medios cuyos parámetros constitutivos, permitividad ε , permea-

bilidad μ y conductividad σ , difieren entre sí, en primer lugar se hace una descomposición del campo incidente en sus componentes TE y TM:

$$\mathbf{E}^{\text{inc}} = \mathbf{E}_{\text{TE}}^{\text{inc}} + \mathbf{E}_{\text{TM}}^{\text{inc}} = E_{\text{TE}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} + E_{\text{TM}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TM}}. \quad (3.9)$$

La razón fundamental para llevar a cabo esta descomposición es la introducción de los coeficientes de reflexión TE y TM. Así será factible analizar el estudio de cada una de las componentes de incidencia por separado. Otra de las ventajas es que las expresiones de las corrientes equivalentes que se alcanzarán al final de la sección 3.2.2.3 se podrán simplificar al escribirse en función del vector unitario $\hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}$ y de otros vectores conocidos como el normal a la superficie.

Llegados a este punto algunos autores [Rengarajan y Gillespie, 1988; Hodges y Rahmat-Samii, 1993; Sáez de Adana et ál., 2004] relacionan los campos incidentes con las corrientes equivalentes generadas, \mathbf{J} y \mathbf{M} , directamente por medio de los coeficientes de reflexión de Fresnel para la componente TE, R_{TE} , y para la componente TM, R_{TM} , lo cual es posible representar a través de la expresión matricial [Sáez de Adana et ál., 2003]

$$\mathbf{J} = \hat{\mathbf{n}} \times \begin{bmatrix} 1 - R_{\text{TM}} & 0 \\ 0 & 1 - R_{\text{TE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{TM}}^{\text{inc}} \\ \mathbf{H}_{\text{TE}}^{\text{inc}} \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{M} = -\hat{\mathbf{n}} \times \begin{bmatrix} 1 + R_{\text{TM}} & 0 \\ 0 & 1 + R_{\text{TE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\text{TM}}^{\text{inc}} \\ \mathbf{E}_{\text{TE}}^{\text{inc}} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Sin embargo se quiere hacer hincapié en que este modo de obtención de las citadas corrientes únicamente tiene en cuenta las direcciones de incidencia y reflexión de la onda de modo implícito a través de R_{TE} y R_{TM} . En consecuencia, se propone a continuación un estudio más detallado de la fenomenología y en el que el análisis de las dos componentes se llevará a cabo de manera diferenciada, si bien el procedimiento a seguir es similar en ambos casos.

3.2.2.1. Componente TE

Inicialmente se muestra el esquema de trabajo en la figura 3.2a. La onda incidente en dirección $\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}}$ con polarización TE incide en el medio 1 ($\varepsilon_1, \mu_1, \sigma_1$) sobre la interfaz S_B que separa los dos medios, formando un ángulo con el vector normal $\hat{\mathbf{n}}$ igual a θ_{inc} . El segundo medio queda definido por ($\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$). Para la onda incidente se ha escogido un sistema de

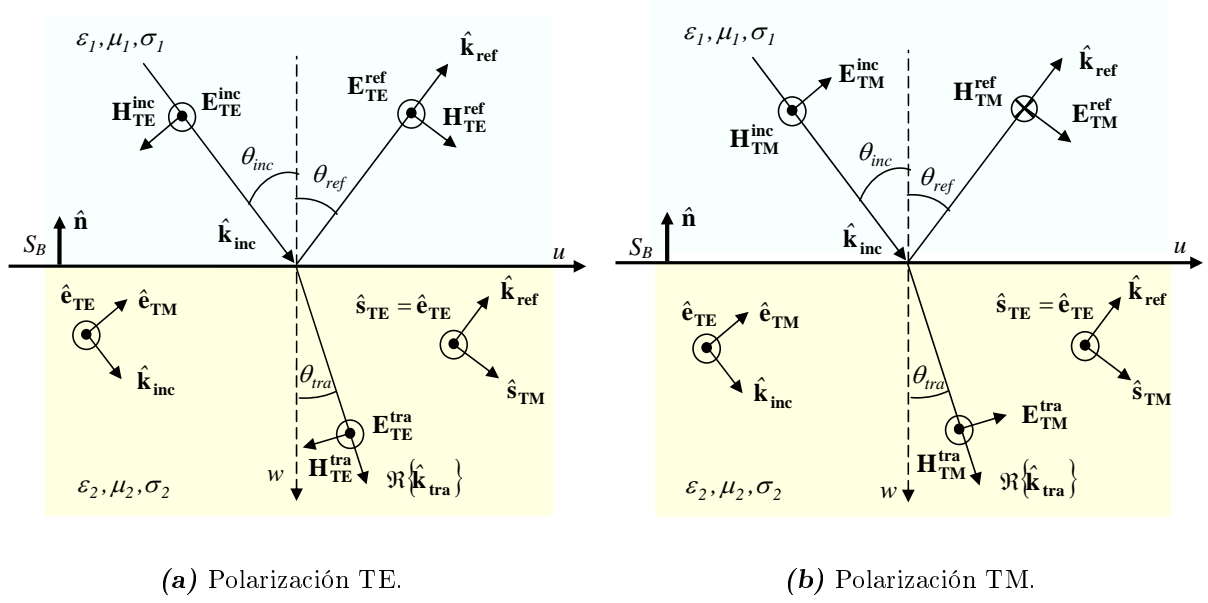


Figura 3.2: Incidencia oblicua sobre la interfaz entre dos medios con diferentes parámetros constitutivos.

coordenadas $[\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}}, \hat{\mathbf{e}}_{\text{TM}}, \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}]$ en el que

$$\hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} = \frac{\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}} \times \hat{\mathbf{n}}}{|\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}} \times \hat{\mathbf{n}}|}, \quad \hat{\mathbf{e}}_{\text{TM}} = \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} \times \hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}}. \quad (3.12)$$

(Sustituyendo $\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}}$ por $\hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}}$ se define igualmente $[\hat{\mathbf{s}}_{\text{TM}}, \hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}}, \hat{\mathbf{s}}_{\text{TE}} = \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}]$). Los campos eléctrico y magnético pueden expresarse entonces como

$$\mathbf{E}_{\text{TE}}^{\text{inc}} = E_{\text{TE}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}, \quad (3.13)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TE}}^{\text{inc}} = -H_{\text{TE}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TM}} = \frac{1}{\eta_1} E_{\text{TE}}^{\text{inc}} (\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}} \times \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}), \quad (3.14)$$

donde $\eta_i = \sqrt{\frac{j\omega\mu_i}{j\omega\varepsilon_i + \sigma_i}}$ es la impedancia del medio $i = 1, 2$.

Dado que $\theta_{\text{inc}} = \theta_{\text{ref}}$, el vector unitario en la dirección de reflexión se obtiene como

$$\hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}} = \hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}} - 2\hat{\mathbf{n}} (\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) \quad (3.15)$$

y a través del coeficiente R_{TE} es factible determinar los campos eléctrico $\mathbf{E}_{\text{TE}}^{\text{ref}}$ y magnético $\mathbf{H}_{\text{TE}}^{\text{ref}}$ reflejados

$$\mathbf{E}_{\text{TE}}^{\text{ref}} = R_{\text{TE}} E_{\text{TE}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TE}}^{\text{ref}} = \frac{1}{\eta_1} R_{\text{TE}} E_{\text{TE}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{s}}_{\text{TM}} = \frac{1}{\eta_1} R_{\text{TE}} E_{\text{TE}}^{\text{inc}} (\hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}} \times \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}). \quad (3.17)$$

Teniendo en cuenta

$$\mathbf{E}_{\text{TE,TM}}^{\text{tot}} = \mathbf{E}_{\text{TE,TM}}^{\text{inc}} + \mathbf{E}_{\text{TE,TM}}^{\text{ref}}, \quad (3.18)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TE,TM}}^{\text{tot}} = \mathbf{H}_{\text{TE,TM}}^{\text{inc}} + \mathbf{H}_{\text{TE,TM}}^{\text{ref}}, \quad (3.19)$$

al insertar (3.16) y (3.17) en (3.18) y (3.19), se determinan los campos totales para la componente perpendicular $\mathbf{E}_{\text{TE}}^{\text{tot}}$, $\mathbf{H}_{\text{TE}}^{\text{tot}}$

$$\mathbf{E}_{\text{TE}}^{\text{tot}} = E_{\text{TE}}^{\text{inc}} (1 + R_{\text{TE}}) \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}, \quad (3.20)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TE}}^{\text{tot}} = \frac{1}{\eta_1} E_{\text{TE}}^{\text{inc}} \left[\left(\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}} \times \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} \right) + R_{\text{TE}} \left(\hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}} \times \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} \right) \right]. \quad (3.21)$$

3.2.2.2. Componente TM

En la figura 3.2b se muestran las mismas direcciones de incidencia, reflexión y transmisión sobre idéntica interfaz que en la figura 3.2a. En esta sección se ha resaltado la componente TM de la onda, con lo que en consonancia con el esquema, los campos incidentes se expresan como

$$\mathbf{E}_{\text{TM}}^{\text{inc}} = E_{\text{TM}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TM}} = E_{\text{TM}}^{\text{inc}} \left(\hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} \times \hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}} \right), \quad (3.22)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TM}}^{\text{inc}} = H_{\text{TM}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} = \frac{1}{\eta_1} E_{\text{TE}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}. \quad (3.23)$$

De nuevo la dirección de reflexión obedece a la ecuación (3.15) y en consecuencia

$$\mathbf{E}_{\text{TM}}^{\text{ref}} = R_{\text{TM}} E_{\text{TM}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{s}}_{\text{TM}} = R_{\text{TM}} E_{\text{TM}}^{\text{inc}} \left(\hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}} \times \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} \right), \quad (3.24)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TM}}^{\text{ref}} = -\frac{1}{\eta_1} R_{\text{TM}} E_{\text{TM}}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}. \quad (3.25)$$

Los campos totales para la polarización paralela serán

$$\mathbf{E}_{\text{TM}}^{\text{tot}} = E_{\text{TM}}^{\text{inc}} \left[\hat{\mathbf{e}}_{\text{TM}} + R_{\text{TM}} \left(\hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}} \times \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} \right) \right], \quad (3.26)$$

$$\mathbf{H}_{\text{TM}}^{\text{tot}} = \frac{1}{\eta_1} E_{\text{TM}}^{\text{inc}} (1 - R_{\text{TM}}) \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}. \quad (3.27)$$

3.2.2.3. Corrientes equivalentes MECA

Tomando como base las igualdades (3.16), (3.17), (3.24), (3.25) y operando sobre (3.9), (3.18), (3.19) se concluye que los campos totales eléctrico \mathbf{E}^{tot} y magnético \mathbf{H}^{tot} pueden escribirse en función del vector unitario $\hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}$ y de las direcciones de incidencia $\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}}$ y reflexión $\hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}}$ como

$$\mathbf{E}^{\text{tot}} = \mathbf{E}^{\text{inc}} + R_{TE} E_{TE}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} + R_{TM} E_{TM}^{\text{inc}} (\hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}} \times \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}), \quad (3.28)$$

$$\mathbf{H}^{\text{tot}} = \frac{1}{\eta_1} \hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}} \times \mathbf{E}^{\text{inc}} + \frac{1}{\eta_1} \left[R_{TE} E_{TE}^{\text{inc}} (\hat{\mathbf{k}}_{\text{ref}} \times \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}) - R_{TM} E_{TM}^{\text{inc}} \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} \right]. \quad (3.29)$$

Finalmente se obtendrán las corrientes equivalentes eléctricas \mathbf{J} y magnéticas \mathbf{M} sobre la interfaz S_B conocida de manera análoga a como se mostraba en (3.3) y (3.4)

$$\mathbf{J} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^{\text{tot}} \Big|_{S_B} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_{S_B}, \quad (3.30)$$

$$\mathbf{M} = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^{\text{tot}} \Big|_{S_B} = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_{S_B}. \quad (3.31)$$

De acuerdo con la figura 3.2, se podrían emplear las relaciones entre los distintos vectores unitarios y operar los productos vectoriales con el objetivo de eliminar variables en las igualdades (3.28) y (3.29) una vez insertadas en (3.3) y (3.4)

$$\mathbf{M} = \left\{ E_{TE}^{\text{inc}} (1 + R_{TE}) (\hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} \times \hat{\mathbf{n}}) + E_{TM}^{\text{inc}} \cos \theta_{\text{inc}} (1 + R_{TM}) \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} \right\} \Big|_{S_B}, \quad (3.32)$$

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\eta_1} \left\{ E_{TE}^{\text{inc}} \cos \theta_{\text{inc}} (1 - R_{TE}) \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}} + E_{TM}^{\text{inc}} (1 - R_{TM}) (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{e}}_{\text{TE}}) \right\} \Big|_{S_B}. \quad (3.33)$$

Como se puede extraer de las sucesivas expresiones presentadas, no solo la amplitud y fase de las corrientes dependen del ángulo de incidencia θ_{inc} de la onda así como de su polarización, sino que también sucede lo mismo con las direcciones de los vectores de los campos electromagnéticos totales. Esta variación, junto con la obtención de los coeficientes de reflexión y la separación entre componentes TE y TM, constituyen las principales diferencias de la metodología comentada al principio de la sección 3.2.2, donde la ecuación matricial puede ser interpretada como un caso particular del desarrollo efectuado hasta este punto en la situación concreta en que la incidencia de la onda es normal a la superficie y los medios no tienen pérdidas.

3.2.2.4. Determinación de los coeficientes de reflexión de Fresnel para modos TE y TM

Para calcular las corrientes equivalentes MECA en (3.32) y (3.33), los coeficientes R_{TE} y R_{TM} deben ser evaluados previamente aplicando la condición de contorno para la continuidad de las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético en la interfaz S_B . Existirá una dependencia de los mismos con la tercera componente de los vectores de propagación de incidencia $\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}}$ y de transmisión $\hat{\mathbf{k}}_{\text{tra}}$ (representados en las figuras 3.2a y 3.2b).

La relación de dispersión general aplicada en el segundo de los medios (isotrópico) permite conocer $\hat{\mathbf{k}}_{\text{inc}}$ y $\hat{\mathbf{k}}_{\text{tra}}$, puesto que [Staelin et ál., 1994]

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \omega^2 \mu_2 \left(\varepsilon_2 - j \frac{\sigma_2}{\omega} \right), \quad (3.34)$$

donde $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_u & k_v & k_w \end{bmatrix}$ denota el vector de propagación expresado en el sistema de coordenadas² $[u, v, w]$ y ω es la pulsación. Si $\sigma_2 \neq 0$, el segundo término es complejo y la ecuación en (3.34) para las ondas reflejadas y transmitidas puede ser reescrita en términos de las partes real e imaginaria del vector de propagación de reflexión, $\Re \{\mathbf{k}_{\text{ref}}\}$ y $\Im \{\mathbf{k}_{\text{ref}}\}$, y de transmisión, $\Re \{\mathbf{k}_{\text{tra}}\}$ y $\Im \{\mathbf{k}_{\text{tra}}\}$, como:

$$\left. \begin{aligned} |\Re \{\mathbf{k}_{\text{ref}}\}|^2 - |\Im \{\mathbf{k}_{\text{ref}}\}|^2 &= \omega^2 \mu_1 \varepsilon_1 \\ 2\Re \{\mathbf{k}_{\text{ref}}\} \cdot \Im \{\mathbf{k}_{\text{ref}}\} &= 0 \\ |\Re \{\mathbf{k}_{\text{tra}}\}|^2 - |\Im \{\mathbf{k}_{\text{tra}}\}|^2 &= \omega^2 \mu_2 \varepsilon_2 \\ 2\Re \{\mathbf{k}_{\text{tra}}\} \cdot \Im \{\mathbf{k}_{\text{tra}}\} &= -\omega \mu_2 \sigma_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

La condición de continuidad en la interfaz S_B implica, para la componente u ,

$$\Re \{\mathbf{k}_{\text{inc},u}\} = \Re \{\mathbf{k}_{\text{ref},u}\} = \Re \{\mathbf{k}_{\text{tra},u}\} = k_1 \text{sen} \theta_{\text{inc}}, \quad (3.36)$$

siendo k_1 el número de onda en el medio 1 y

$$\Im \{\mathbf{k}_{\text{inc},u}\} = \Im \{\mathbf{k}_{\text{ref},u}\} = \Im \{\mathbf{k}_{\text{tra},u}\} = 0. \quad (3.37)$$

De las relaciones anteriores, insertando (3.36) y (3.37) en (3.35), se concluye que las

²Se expresan los vectores de propagación en el sistema de coordenadas $[u, v, w]$ para mantener la total generalidad de las expresiones y evitar equívocos en futuras referencias a las coordenadas $[x, y, z]$.

partes real e imaginaria de la componente w del vector de propagación \mathbf{k}_{tra} son:

$$\Re \{ \mathbf{k}_{\text{tra},w} \} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\Re \{ \mathbf{k}_{\text{tra}}^2 \} - k_1^2 \sin^2 \theta_{\text{inc}} + \sqrt{\Re \{ \mathbf{k}_{\text{tra}}^2 \} - k_1^2 \sin^2 \theta_{\text{inc}} + \Im \{ \mathbf{k}_{\text{tra}}^2 \}} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.38)$$

$$\Im \{ \mathbf{k}_{\text{tra},w} \} = \frac{\Im \{ \mathbf{k}_{\text{tra}}^2 \}}{2\Re \{ \mathbf{k}_{\text{tra},w} \}}. \quad (3.39)$$

Conocido \mathbf{k}_{tra} , R_{TE} se obtiene de [Staelin et ál., 1994]

$$R_{TE} = \frac{\mu_2 k_1 \cos \theta_{\text{inc}} - \mu_1 k_{\text{tra},w}}{\mu_2 k_1 \cos \theta_{\text{inc}} + \mu_1 k_{\text{tra},w}} \quad (3.40)$$

y el correspondiente R_{TM} está dado por

$$R_{TM} = - \frac{(\varepsilon_2 - j\frac{\sigma_2}{\omega}) k_1 \cos \theta_{\text{inc}} - \varepsilon_1 k_{\text{tra},w}}{(\varepsilon_2 - j\frac{\sigma_2}{\omega}) k_1 \cos \theta_{\text{inc}} + \varepsilon_1 k_{\text{tra},w}}. \quad (3.41)$$

3.3. Obtención de niveles de campo electromagnético a partir de corrientes MECA

Obtenida la formulación para el cálculo de las corrientes equivalentes, (3.32), (3.33), (3.40) y (3.41), válidas para la simulación del efecto de reflexión en un obstáculo independiente del material de que esté constituido, estas deben ser introducidas en las ecuaciones del apéndice A con la meta de determinar el campo dispersado, denotado por $\mathbf{E}^s/\mathbf{H}^s$. Debe recordarse que, en consonancia con la figura 3.1, será necesario sumarle el campo incidente $\mathbf{E}^{\text{inc}}/\mathbf{H}^{\text{inc}}$ para conocer los valores totales $\mathbf{E}^{\text{tot}}/\mathbf{H}^{\text{tot}}$.

El proceso referido se llevará a cabo asumiendo las condiciones de aproximación de onda plana incidente que a continuación se expone.

3.3.1. Aproximación de onda plana incidente

La evaluación del campo generado por unas corrientes equivalentes localizadas en la superficie de un obstáculo requiere de la resolución de la integral de radiación que, en general, debido a la arbitrariedad de la geometría, así como de las distribuciones de corriente, no tiene solución analítica. Usualmente se recurre a la integración numérica para afrontar este

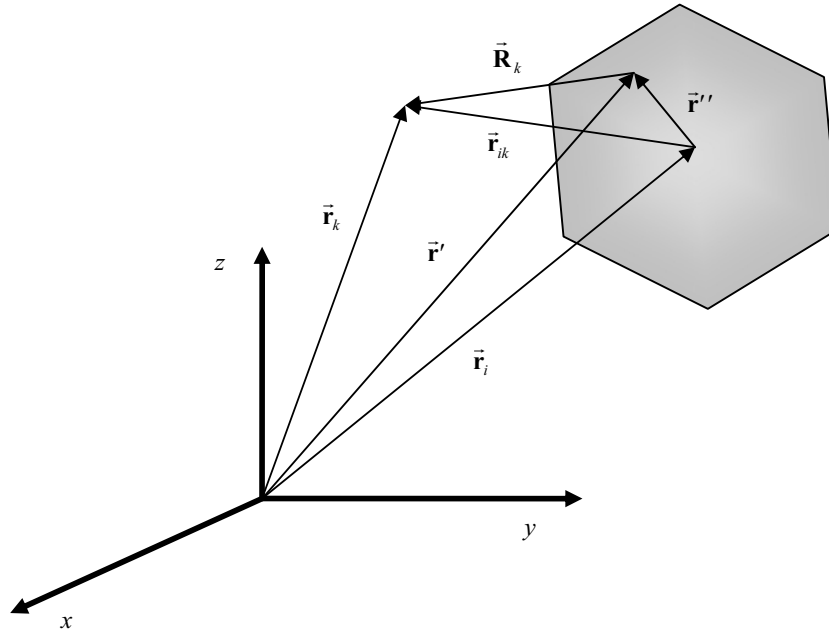


Figura 3.3: Geometría del parche (fuente) y localización del punto de observación.

problema. No obstante, en adelante se mostrará cómo es posible realizar una discretización del escenario de modo que, para cada una de las facetas generadas, sea factible alcanzar un resultado analítico de la integral [Arias et ál., 2000; Lorenzo et ál., 2005]. El punto de partida será, por tanto, una malla de parches planos.

Cada punto fuente $\vec{\mathbf{r}}'$ del interior de la faceta i se obtiene como la suma del vector posición del centro de la misma $\vec{\mathbf{r}}_i$ más sus coordenadas relativas dentro de esa geometría $\vec{\mathbf{r}}''$ (véase la figura 3.3)

$$\vec{\mathbf{r}}' = \vec{\mathbf{r}}_i + \vec{\mathbf{r}}''. \quad (3.42)$$

De esta manera las corrientes de las ecuaciones (3.32) y (3.33) particularizadas para el parche i -ésimo, \mathbf{J}_i y \mathbf{M}_i , poseerán una amplitud constante igual a su valor en el punto $\vec{\mathbf{r}}_i$, denotada por $\mathbf{J}_{i0} = \mathbf{J}_i|_{\vec{\mathbf{r}}=\vec{\mathbf{r}}_i}$ y $\mathbf{M}_{i0} = \mathbf{M}_i|_{\vec{\mathbf{r}}=\vec{\mathbf{r}}_i}$ respectivamente. La variación de fase tendrá una dependencia lineal con la dirección de propagación $\hat{\mathbf{p}}_i$ del campo incidente, que se supone paralela al vector de Poynting y que está dada por

$$\hat{\mathbf{p}}_i = \frac{\Re \{ \mathbf{E}_i^{\text{inc}} \times (\mathbf{H}_i^{\text{inc}})^* \}}{|\Re \{ \mathbf{E}_i^{\text{inc}} \times (\mathbf{H}_i^{\text{inc}})^* \}|}, \quad (3.43)$$

donde $*$ denota el complejo conjugado del valor correspondiente, así como $\mathbf{E}_i^{\text{inc}}/\mathbf{H}_i^{\text{inc}}$, el campo eléctrico/magnético incidente sobre la faceta i . Estas características se trasladan a la

formulación en un medio cuyo número de onda es k como

$$\mathbf{J}_i = \mathbf{J}_{i0} e^{-jk\hat{\mathbf{p}}_i \cdot \vec{\mathbf{r}}''}, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{M}_{i0} e^{-jk\hat{\mathbf{p}}_i \cdot \vec{\mathbf{r}}''}. \quad (3.45)$$

La distribución con variación de fase lineal permitirá recurrir a parches de mayores tamaños de los que serían válidos para aquella situación en que se toma tanto la amplitud como la fase constantes.

3.3.2. Aplicación a parches planos

En adelante se asume que cada punto de observación $\vec{\mathbf{r}}$ en el que se determina el campo dispersado por una faceta i se encuentra en campo lejano [Balanis, 1989] de la misma. Las condiciones matemáticas impuestas son una aproximación del módulo del vector que une el punto fuente $\vec{\mathbf{r}}'$ con el de observación $\vec{\mathbf{r}}$ por el módulo del segundo $|\vec{\mathbf{R}}| = |\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'| \approx |\vec{\mathbf{r}}| = r$ y en fase se procede como $\angle \vec{\mathbf{R}} = \angle \vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}' \approx \angle r - \hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}'$.

Esta asunción debe ser analizada en el contexto de la generación de reflexiones dentro de una geometría dada. En general no supone ser una restricción adicional que pueda limitar el tipo de escenarios que son aptos para el estudio, puesto que el propio modelado mediante una malla de una geometría real genera facetas lo suficientemente pequeñas, dado el nivel de detalle, como para que la distancia entre dos de ellas sea superior a la que establece la condición de campo lejano.

Las ecuaciones que determinan el campo dispersado teniendo en cuenta la condición de campo lejano se extraen del apéndice A de las expresiones (A.41) y (A.42), haciendo $k = k_1$ y $\eta = \eta_1$

$$\mathbf{E}^s \approx \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_S [\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M} - (\hat{\mathbf{r}} \times \eta \mathbf{J} \times \hat{\mathbf{r}})] e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}'} ds', \quad (3.46)$$

$$\mathbf{H}^s \approx -\frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_S \left[\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{J} - \left(\hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{r}} \times \frac{1}{\eta} \mathbf{M} \right) \right] e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}'} ds', \quad (3.47)$$

que pueden reescribirse como

$$\mathbf{E}^s \approx \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} [\mathbf{E}^a - \eta \mathbf{H}^a \times \hat{\mathbf{r}}], \quad (3.48)$$

$$\mathbf{H}^s \approx -\frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\mathbf{H}^a - \frac{1}{\eta} \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{E}^a \right], \quad (3.49)$$

siendo

$$\mathbf{E}^{\mathbf{a}} = \int_S (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}) e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}'} ds', \quad (3.50)$$

$$\mathbf{H}^{\mathbf{a}} = \int_S (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{J}) e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{\mathbf{r}}'} ds', \quad (3.51)$$

con S , la superficie del parche.

Como puede observarse, las expresiones (3.50) y (3.51) son idénticas formalmente, por lo que será suficiente seguir el desarrollo a través de una de ellas. Así, atendiendo a la nomenclatura utilizada para referirse a cada punto de la geometría en la figura 3.3 y tras insertar (3.42) en (3.51), se calcula la contribución de campo magnético radiado por las corrientes eléctricas \mathbf{J} de la faceta i sobre el punto de observación k a partir de

$$\mathbf{H}_{ik}^{\mathbf{a}} = e^{jk\hat{\mathbf{r}}_{ik} \cdot \vec{\mathbf{r}}'_i} \int_{S_i} (\hat{\mathbf{r}}_{ik} \times \mathbf{J}_i) e^{jk\hat{\mathbf{r}}_{ik} \cdot \vec{\mathbf{r}}''} ds'_i. \quad (3.52)$$

La igualdad previa se expresa como

$$\mathbf{H}_{ik}^{\mathbf{a}} = e^{jk\hat{\mathbf{r}}_{ik} \cdot \vec{\mathbf{r}}'_i} (\hat{\mathbf{r}}_{ik} \times \mathbf{J}_{i0}) I_i(\hat{\mathbf{r}}_{ik}), \quad (3.53)$$

con

$$I_i(\hat{\mathbf{r}}) = \int_{S_i} e^{jk(\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{p}}_i) \cdot \vec{\mathbf{r}}''} ds'_i. \quad (3.54)$$

Para culminar, se aplica el teorema de superposición [Balanis, 1989] con el fin de determinar el nivel de campo dispersado sobre el punto de observación k debido a la presencia del obstáculo. Consecuentemente se suman las contribuciones de los diferentes parches i que componen el mallado

$$\mathbf{H}_k^{\mathbf{s}} = \sum_i \mathbf{H}_{ik}^{\mathbf{s}}. \quad (3.55)$$

Por analogía, para el campo eléctrico

$$\mathbf{E}_{ik}^{\mathbf{a}} = e^{jk\hat{\mathbf{r}}_{ik} \cdot \mathbf{r}_i} (\hat{\mathbf{r}}_{ik} \times \mathbf{M}_{i0}) I_i(\hat{\mathbf{r}}_{ik}) \quad (3.56)$$

y

$$\mathbf{E}_k^{\mathbf{s}} = \sum_i \mathbf{E}_{ik}^{\mathbf{s}}. \quad (3.57)$$

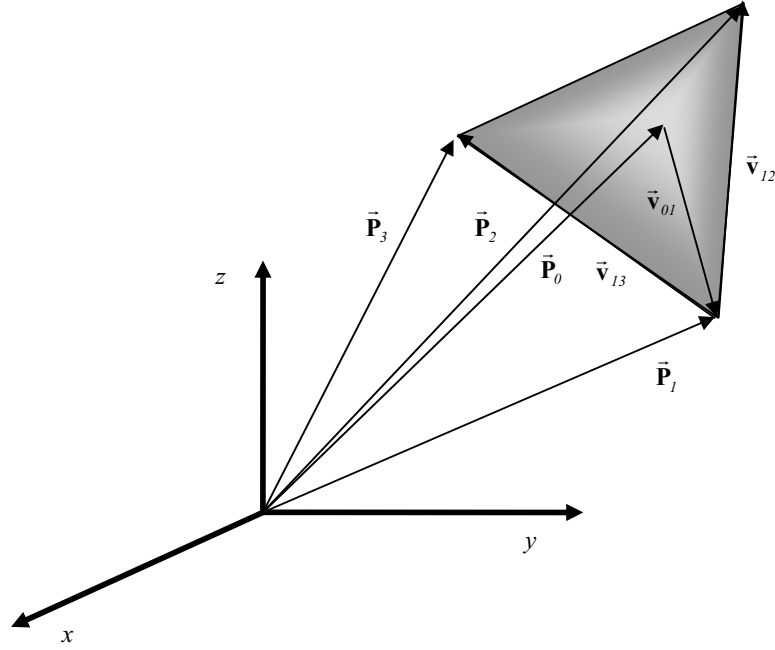


Figura 3.4: Geometría y vectores de posición del parche plano triangular.

3.3.2.1. Discretización con facetas triangulares

La integral en la expresión (3.54) puede ser resuelta de manera analítica para parches planos triangulares. En la figura 3.4 se presenta un esquema de una de las posibles facetas, cuyos vértices son denotados por $\vec{\mathbf{P}}_i$ con $i = 1, 2, 3$ y el vector posición del baricentro $\vec{\mathbf{P}}_0$ se obtiene a partir de

$$\vec{\mathbf{P}}_0 = \frac{(\vec{\mathbf{P}}_1 + \vec{\mathbf{P}}_2 + \vec{\mathbf{P}}_3)}{3}. \quad (3.58)$$

Se definen los vectores $\vec{\mathbf{v}}_{mn}$ como $\vec{\mathbf{v}}_{mn} = \vec{\mathbf{P}}_n - \vec{\mathbf{P}}_m$ y el doble del área del polígono A como el producto vectorial $2A\hat{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{v}}_{12} \times \vec{\mathbf{v}}_{13}$. Cualquier punto sobre la superficie puede ser expresado como

$$\vec{\mathbf{r}}'' = \vec{\mathbf{v}}_{01} + f\vec{\mathbf{v}}_{12} + g\vec{\mathbf{v}}_{13}, \quad (3.59)$$

siendo f y g coeficientes reales. Por tanto, (3.54) se reduce a

$$I(\hat{\mathbf{r}}) = 2Ae^{-j\frac{a+b}{3}} \int_0^1 \int_0^{1-f} e^{j(af+bg)} dg df, \quad (3.60)$$

cuya solución, tras una integración por partes, es

$$I(\hat{\mathbf{r}}) = 2Ae^{-j\frac{a+b}{3}} \left[\frac{ae^{jb} - be^{ja} + b - a}{(a-b)ab} \right] \quad (3.61)$$

y en la que se han introducido los parámetros a y b que se corresponden con

$$a = k \vec{\mathbf{v}}_{12} \cdot (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{p}}_i), \quad (3.62)$$

$$b = k \vec{\mathbf{v}}_{13} \cdot (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{p}}_i). \quad (3.63)$$

Para salvar las singularidades de (3.61), se desglosan los siguientes casos:

- Caso $a = 0$

$$I(\hat{\mathbf{r}}) = 2Ae^{-j\frac{b}{3}} \left[\frac{1 + jb - e^{jb}}{b^2} \right]. \quad (3.64)$$

- Caso $b = 0$

$$I(\hat{\mathbf{r}}) = 2Ae^{-j\frac{a}{3}} \left[\frac{1 + ja - e^{ja}}{a^2} \right]. \quad (3.65)$$

- Caso $a = b$

$$I(\hat{\mathbf{r}}) = 2Ae^{-j\frac{2a}{3}} \left[\frac{e^{ja}(1 - ja) - 1}{a^2} \right]. \quad (3.66)$$

- Caso $a = b = 0$

$$I(\hat{\mathbf{r}}) = A. \quad (3.67)$$

Mediante la combinación de las igualdades (3.49), (3.53), (3.55), (3.61), (3.62), (3.63) quedaría resuelta la tarea de determinar los niveles de campo magnético \mathbf{H}^s (el eléctrico \mathbf{E}^s seguiría un procedimiento idéntico) en los puntos de observación marcados.

3.3.3. Esquema de evaluación de reflexiones

El proceso de evaluación de reflexiones implementado para calcular los niveles de campo electromagnético, de cara a la obtención de mapas de cobertura radioeléctrica, se basa en el esquema presentado en la figura 3.5. Se inicia con el emplazamiento de una fuente en el escenario de trabajo. Seguidamente, teniendo en cuenta la posición, dirección de apuntamiento y diagrama de radiación se hace una distinción entre las facetas y puntos de observación vistos y ocultos. La primera contribución sobre los puntos de observación vistos será la debida a la iluminación directa del elemento radiante.

Cada uno de los triángulos que ha sido marcado como visto en la primera fase divide el escenario, en función de la orientación del vector normal a su superficie, en dos semiespacios: uno delantero y otro trasero. Los elementos, tanto facetas como puntos de observación, en el

semiespacio trasero permanecen ocultos y, en consecuencia, no existirá una contribución de primera reflexión que tenga su origen en esta faceta. Dentro del semiespacio delantero debe hacerse de nuevo la diferenciación entre zonas iluminadas y en sombra. Una vez determinada mediante alguno de los algoritmos expuestos en el capítulo 2, se calculan las corrientes equivalentes en el triángulo radiante con la formulación MECA y a partir de las mismas, el nivel de campo sobre los elementos con línea de visión directa. Este es sumado a la iluminación directa. De este modo es posible calcular tantas reflexiones como sean necesarias.

Tal y como se puede deducir de la descripción del procedimiento así como del gráfico, una de las claras desventajas de la evaluación de reflexiones es que el número de evaluaciones a realizar aumenta proporcionalmente al número de facetas de la geometría. Es posible verlo como un árbol cuya raíz corresponde a la fuente de radiación y cada uno de los nodos del nivel n a la reflexión del mismo orden. El árbol crece de manera que no es factible la determinación a priori del número de hijos de cada uno de los nodos, pues depende de la determinación de visibilidades; es decir, de la posición relativa de unas facetas respecto a otras. No obstante, uno de los aspectos positivos es que pueden existir nodos repetidos y, por tanto, es reaprovechable el cálculo de visibilidades.

El modelo de evaluación de reflexiones sugiere una implementación consistente en profundizar en el árbol para cada una de las facetas iluminadas en primera instancia. Esto implica un elevado número de ejecuciones de las rutinas de visibilidades, así como de las de cálculo de corrientes equivalentes. Todo ello es debido a la introducción de la variación de fase lineal descrita en la sección 3.3.1, pues la dependencia en las ecuaciones (3.44) y (3.45) del término exponencial con $\hat{\mathbf{p}}_i$ hace que no sea viable la obtención de una distribución de corriente única a integrar en (3.54).

Respecto al Trazado de Rayos, y dado que con la metodología propuesta no se contabiliza solamente una dirección única de reflexión, sino que serán consideradas todas aquellas que sean solución al problema de visibilidades, se alcanzará con más celeridad un resultado estable de modo de que no sea necesaria la adición de reflexiones de orden superior.

3.4. Difracción en aristas

El efecto de difracción en aristas complementa la aproximación de Óptica Física o la formulación MECA en aquellas partes de la geometría en las que no existe continuidad. La difracción debe ser considerada especialmente sobre los bordes limítrofes a aquellas zonas donde la iluminación es nula, al no existir visión directa desde la fuente al punto de

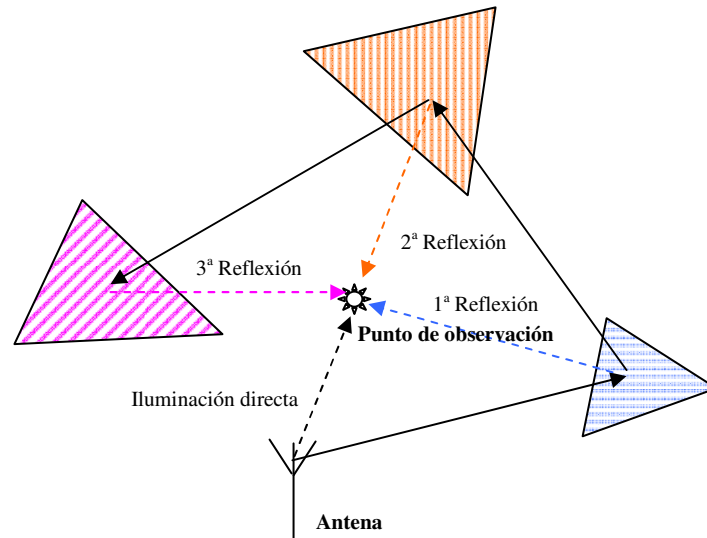


Figura 3.5: Esquema de cómputo de reflexiones.

observación. También puede prevalecer sobre niveles de campo producidos por reflexiones dependiendo de cómo sea la orografía del terreno.

Recientemente, algunos autores como Shijo [Shijo et ál., 2006; Shijo et ál., 2008] y Umul [Umul, 2004] proponen nuevas técnicas basadas en PO para incluir el efecto de difracción directamente en una única integral de radiación. Ambos coinciden en el intercambio del vector normal $\hat{\mathbf{n}}$ a la superficie por otro tal que los ángulos formados con la dirección de incidencia y la de observación sean idénticos. También en la modificación de las corrientes equivalentes, bien sea definiendo unas de iluminación y otras de sombra, o bien añadiendo las de la apertura complementaria a la superficie.

Con las modificaciones anteriores, realizan el desarrollo hasta alcanzar la integral de radiación final. De esta manera identifican los factores que no se corresponden propiamente con los de Óptica Física y que multiplican al integrando con los coeficientes de difracción. Los resultados son muy satisfactorios en 2D, aunque la precisión para tres dimensiones se reduce cuando se trata de incidencias rasantes. La mayor de las restricciones de las dos metodologías reside en que el análisis siempre se ciñe a un semiplano infinito.

MTPO (*Modified Theory of Physical Optics*) se extiende a medios no PEC en [Umul, 2006; Umul, 2008]. El coeficiente de reflexión se obtiene a partir de la *Impedance Boundary Condition* (IBC) y es común para las polarizaciones TE y TM³. La ampliación consiste en tomar las expresiones propias del medio PEC e introducir en el integrando un término multiplicativo igual al coeficiente de reflexión. Los ejemplos que se muestran emplean ex-

³El coeficiente de reflexión calculado a través de la IBC coincide con el de la sección (3.2.2.4) solo cuando se trata de un dieléctrico puro o PEC. En caso de tener una conductividad real, la impedancia es compleja y debe emplearse una IBC diferente.

clusivamente materiales cuya impedancia es real y se validan con resultados de técnicas de alta frecuencia y no de onda completa. Al no contemplar valores de conductividad reales ni ángulos de cuña diferentes al del semiplano, se cree que el método MECA, junto con una evaluación separada de la contribución de difracción, se adecúa en mayor grado a las necesidades de cálculo de cobertura expuestas en esta Tesis.

3.4.1. Revisión de los métodos de evaluación de difracción en aristas

Desde mediados del siglo XX el problema de difracción es abordado. Inicialmente se centraba en aristas metálicas; sin embargo, en los últimos años, y como consecuencia de la obtención de una solución general para esos problemas, el mayor interés recae en el análisis de cuñas dieléctricas.

Los dos primeros métodos desarrollados [Knott y Senior, 1974] fueron la Teoría Geométrica de la Difracción (*Geometrical Theory of Diffraction* -GTD-) y la Teoría Física de la Difracción (*Physical Theory of Diffraction* -PTD-).

GTD es un complemento a la Óptica Geométrica (GO) cuyo padre es Keller [Keller, 1962] y que posteriormente fue extendida como Teoría Uniforme de la Difracción (UTD) por Kouyoumjian [Kouyoumjian, 1965] y Pathak [Pathak y Kouyoumjian, 1974]. A través de esta teoría se consigue explicar la existencia de niveles de campo eléctrico en zonas donde, conforme al trazado de rayos de GO, sería nulo. Al igual que sucede con GO, la dirección de difracción del rayo está ligada a la de incidencia según el Principio de Fermat. No obstante, a diferencia de GO, esta dirección de difracción no es única, sino que comprende toda una serie de ellas que residen en un cono cuyo vértice se localiza en el punto local de difracción. El nivel de campo será función de la distancia a la arista y de los ángulos de entrada y salida. GTD predice campos infinitos cuando en un punto confluyen infinitos rayos.

PTD es una técnica debida a Ufimtsev [Ufimtsev, 1962] fundamentada en la estimación de la dispersión en alta frecuencia generada por un objeto metálico. Complementa a la Óptica Física mediante la adición de una componente no uniforme, de modo que la corriente total inducida en la superficie se expresa como la suma de esta y la propia de PO (uniforme). La corriente no uniforme cercana a una arista se aproxima por la de una cuña infinita o un semiplano tangente a la citada arista. Entonces se obtiene el campo dispersado total integrando ambos tipos de corriente sobre la superficie. El esquema original de Ufimtsev consiste en una incidencia oblicua sobre una cuña y calcula las expresiones de la componente no uniforme para las direcciones contenidas en el cono de Keller.

El método empleado para el cálculo de difracción que se expondrá a continuación es el denominado *Method of Equivalent Currents* (MEC), desarrollado por Arie Michaeli [Michaeli, 1984; Michaeli, 1986]. El fundamento de MEC consiste en asignar como fuente de campo difractado unas corrientes equivalentes ficticias (tanto eléctricas como magnéticas) que fluyen por la arista. Como consecuencia, la integral a resolver es lineal. Una vez más, el campo dispersado será la suma de contribuciones de la corrientes PO más las equivalentes en el filo.

La definición de unas corrientes equivalentes no es original de Michaeli, sino que se remonta a Clemmow [Clemmow, 1956], Millar [Millar, 1956; Millar, 1957] o, más adelante, Ryan y Peters [Ryan y Peters, 1969], aunque siempre ciñéndose a las direcciones de salida dictadas por GTD. Por otro lado, el método *Incremental Length Diffraction Coefficient* (ILDC) de Mitzner [Mitzner, 1974] llega a unas expresiones equivalentes a las de MEC, como queda manifiesto en [Knott y Senior, 1974].

El fenómeno de difracción en estructuras con una conductividad finita supera en complejidad al de superficies PEC. En la literatura pueden encontrarse múltiples referencias a esta temática [Manara et ál., 2006] desde la formulación de Maliuzhinets [Maliuzhinets, 1958] para una incidencia de 90° en una cuña genérica, independientemente de la impedancia de sus caras o del ángulo de la misma. Buena parte de las formas de abordar la problemática se basa en la utilización de los coeficientes de difracción para la determinación del campo difractado de manera directa o a través del establecimiento de unas corrientes equivalentes. Sin embargo, estos coeficientes solo son conocidos analíticamente para casos concretos tales como: semiplanos [Senior, 1975; Bucci y Franceschetti, 1976]; cuñas en ángulo recto con una de las dos caras como PEC [Senior y Volakis, 1986] o planos con dos impedancias diferentes [Rojas, 1988]. En los últimos años Osipov junto con Senior han hecho avances en la resolución analítica y/o aproximada para diversos supuestos [Osipov y Senior, 2007; Osipov y Senior, 2009].

El coste computacional asociado al cómputo de difracciones en un escenario constituido por materiales dieléctricos o con pérdidas, así como la carencia de una formulación genérica aplicable para cualquier ángulo de la cuña, dirección de incidencia y de observación, hace que los softwares o métodos de cálculo de cobertura radioeléctrica asuman facetas PEC para tener en cuenta esta contribución [Ouranos et ál., 2004; Papkelis et ál., 2007].

Otros utilizan distintas aproximaciones [Huang et ál., 2006] o se basan en campañas de medidas para adaptación de los resultados al entorno de interés [Xu et ál., 2006]. En la herramienta presentada en el capítulo 5 y en el anexo B se ha optado por la implementación de MEC adaptado al contexto mediante la división del filo en segmentos de tamaño dependiente de la longitud de onda.

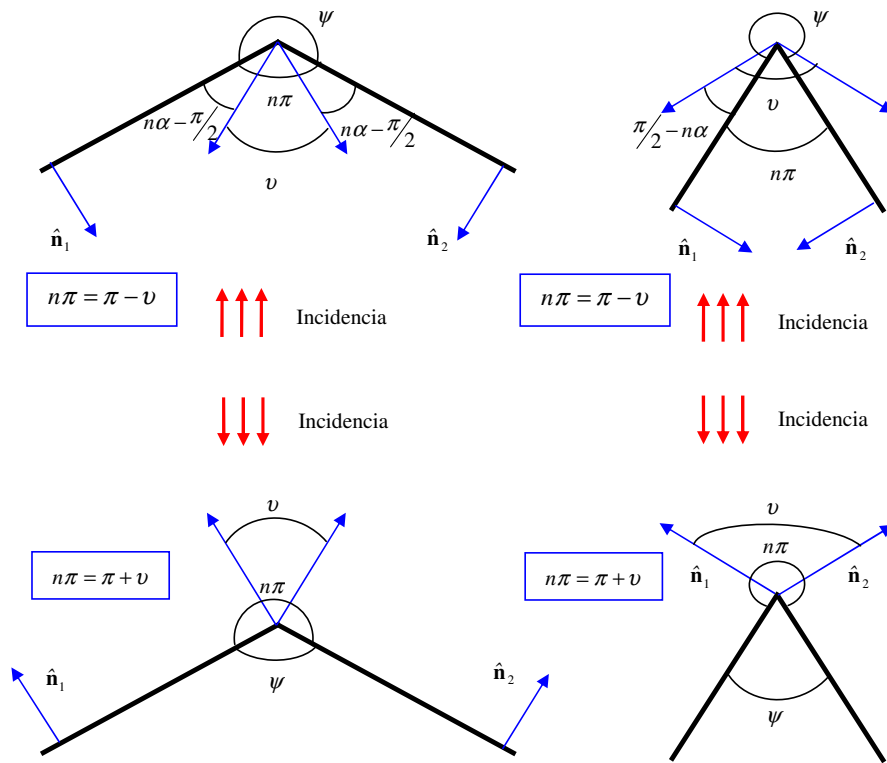
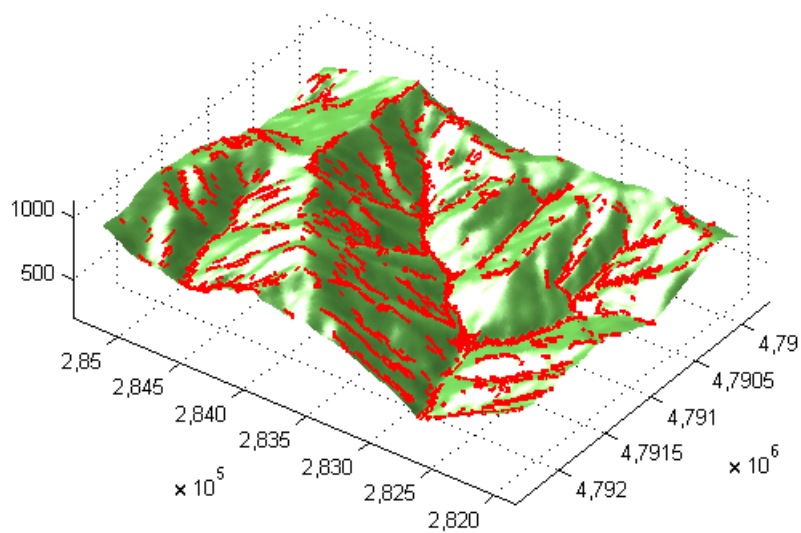


Figura 3.6: Esquema de cálculo de los ángulos de difracción.

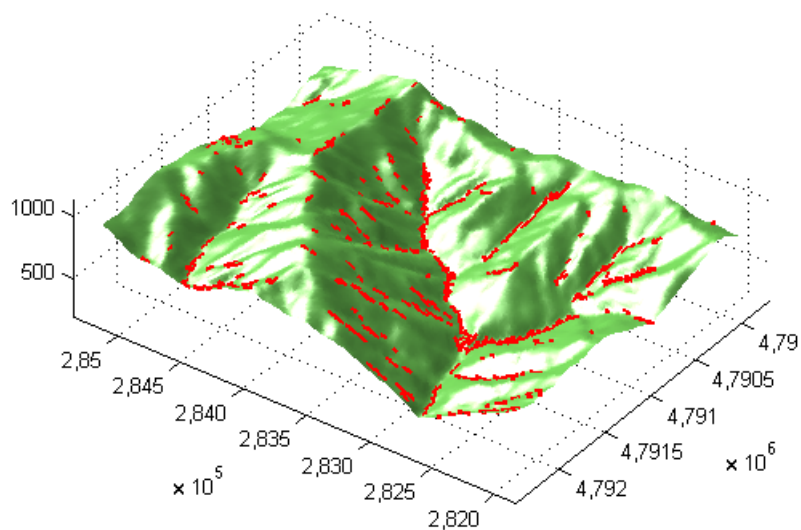
3.4.2. Determinación de las aristas de difracción

El proceso de determinación de las aristas de difracción consiste en dos pasos: en el primero de ellos se establece el ángulo comprendido por la unión de dos facetas a través de su lado común. La algoritmia para efectuar esta tarea tiene un coste computacional alto, debido a que se hace necesario recorrer todos las parejas de elementos de la geometría y, por tanto, implica un coste temporal dependiente de la densidad de malla del escenario. En el segundo, se eliminan aquellas uniones que presumiblemente no generarán un nivel de campo a considerar frente a otros fenómenos. Es decir, se requiere establecer un valor umbral a partir del cual la unión entre dos caras con un lado en común pasa a estimarse como relevante en la generación de difracción.

El ángulo exterior de la cuña a calcular $n\pi$ ($n \in [0, 2]$) está determinado por la dirección de incidencia de la onda y su cálculo debe realizarse a partir de otras variables auxiliares. En la figura 3.6 se muestra un esquema bidimensional de las posibles combinaciones para su obtención en función de los vectores normales a las caras de la cuña, \hat{n}_1 y \hat{n}_2 , y de los ángulos ψ y v , cuyo cómputo es directo a partir de los anteriores. Cuando la incidencia se produce desde abajo, como se muestra en las dos imágenes superiores, el ángulo de la cuña



(a) Ángulo menor de 170°



(b) Ángulo menor de 165°

Figura 3.7: Identificación de aristas de difracción para diferentes ángulos de difracción.

se corresponde con el interior y es igual a $n\pi = \pi - \nu$. Por el contrario, si se produce desde abajo (veánse las representaciones inferiores), el ángulo de interés es el interior y está dado por $n\pi = \pi + \nu$.

El esquema de evaluación de reflexión es análogo al que se mostraba en la sección 3.3.3. Generalmente en escenarios donde se tiene en cuenta la contribución debida a la difracción, el papel de las reflexiones tiene gran relevancia. En consecuencia pueden reutilizarse los cálculos de visibilidades ya efectuados para los nuevos cómputos. Debe tenerse presente que cada arista vista está asociada, en términos generales, a dos facetas. Es por tanto necesario considerar el problema de visibilidades para ese par de elementos.

Como ejemplo de los resultados provistos por las rutinas, se presenta la figura 3.7, donde se han considerado dos umbrales de ángulo de difracción que difieren en 5° . Aun así, y en consonancia con las observaciones de los párrafos precedentes, las diferencias son notables en tanto que el número de aristas identificadas en un caso, en concreto con un umbral de 170° , quintuplica aproximadamente al otro, de 165° . Esto hace que para marcar el mencionado umbral sea usual buscar alguna referencia con la que realizar una comparación. En el caso de los mapas de terreno, esta operación tiene una mayor complejidad y está fuertemente condicionada por la orografía particular de la región a analizar. No obstante, debe también señalarse, en contraposición, que el campo generado por cuñas con un ángulo cercano al llano es prácticamente nulo, por lo que no considerar estas situaciones no produce una gran variación en los valores finales. En un entorno urbano, es más sencilla la identificación de las aristas debido a la presencia de edificaciones y, por ende, de ángulos rectos en su mayoría.

3.4.3. Cálculo de los campos generados por difracción

El esquema de la figura 3.8 representa una cuña de ángulo exterior $n\pi$ (donde n varía entre 0 y 2 -recuérdese la figura 3.6-). La cara de referencia en esta imagen es la cara 1, en el sentido que, a partir de esta, son definidos los ángulos y vectores. Con los mismos, será posible la determinación de las corrientes equivalentes en el filo de esta cara, en tanto que para obtener las asociadas a la cara 2, será necesario hacer un cambio en el sistema de coordenadas.

El lado común de las caras 1 y 2 se fija como eje z . Se define entonces el eje x como el perpendicular al z sobre la cara 1 y con dirección de apuntamiento hacia el interior de la misma. De inmediato queda establecido el eje y a partir del producto vectorial $\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{x}}$.

La dirección unitaria de incidencia $\hat{\mathbf{s}}'$ está dada por

$$\hat{\mathbf{s}}' = -\text{sen}\beta' \cos\phi' \hat{\mathbf{x}} - \text{sen}\beta' \text{sen}\phi' \hat{\mathbf{y}} - \cos\beta' \hat{\mathbf{z}} \quad (3.68)$$

y la de observación $\hat{\mathbf{s}}$

$$\hat{\mathbf{s}} = \text{sen}\beta \cos\phi \hat{\mathbf{x}} + \text{sen}\beta \text{sen}\phi \hat{\mathbf{y}} + \cos\beta \hat{\mathbf{z}}, \quad (3.69)$$

donde los ángulos son los acotados en la figura referida con anterioridad.

El ángulo γ se toma como aquel cuyo coseno se corresponde con el producto escalar de la dirección de observación $\hat{\mathbf{s}}$ y el rayo difractado rasante $\hat{\sigma}$ sobre la cara 1 tal que

$$\cos\gamma = \hat{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{s}} = \text{sen}\beta' \text{sen}\beta \cos\phi + \cos\phi \cos\beta. \quad (3.70)$$

A partir de la ecuación (3.70) se define el parámetro μ y a su vez, α

$$\mu = \frac{\cos\gamma - \cos^2\beta'}{\text{sen}^2\beta'} = \frac{\text{sen}\beta' \text{sen}\beta \cos\phi + \cos\phi \cos\beta - \cos^2\beta'}{\text{sen}^2\beta'}, \quad (3.71)$$

$$\alpha = \text{arc cos } \mu = -j \ln \left(\mu + j\sqrt{1 - \mu^2} \right). \quad (3.72)$$

Con las expresiones (3.68), (3.69), (3.71) y (3.72) se calculan las amplitudes de las corrientes eléctrica J^f y magnética M^f sobre la arista para la cara 1, que será dependiente de n :

$$\begin{aligned} J_f = & \frac{2j}{\eta_0 k \text{sen}^2\beta'} \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_o^{\text{inc}} \left\{ \frac{\frac{1}{n} \text{sen} \left(\frac{\phi'}{n} \right)}{\cos \left(\frac{\phi'}{n} \right) - \cos \left(\frac{\pi-\alpha}{n} \right)} - \frac{U(\pi - \phi') \text{sen}(\phi')}{\cos\phi' + \mu} \right\} \\ & + \frac{2j}{k \text{sen}\beta'} \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}_o^{\text{inc}} \left\{ \frac{\frac{1}{n} \text{sen} \left(\frac{\pi-\alpha}{n} \right)}{\cos \left(\frac{\phi'}{n} \right) - \cos \left(\frac{\pi-\alpha}{n} \right)} \frac{\mu \cot\beta' - \cot\beta \cos\phi}{\text{sen}\alpha} \right. \\ & \left. + \frac{U(\pi - \phi')}{\cos\phi' + \mu} (\cot\beta' \cos\phi' + \cot\beta \cos\phi) \right\} - \frac{2j \cot\beta'}{k n \text{sen}\beta'} \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}_o^{\text{inc}}, \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$M_f = \frac{2j \eta_0 \text{sen}\phi}{k \text{sen}\beta' \text{sen}\beta} \left\{ \frac{\frac{1}{n} \text{sen} \left(\frac{\pi-\alpha}{n} \right) \text{cosec } \alpha}{\cos \left(\frac{\pi-\alpha}{n} \right) - \cos \left(\frac{\phi'}{n} \right)} - \frac{U(\pi - \phi')}{\cos\phi' + \mu} \right\} \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}_o^{\text{inc}}, \quad (3.74)$$

donde $\eta_0 = 120\pi$ es la impedancia intrínseca del medio; $\mathbf{E}_o^{\text{inc}}$, el campo eléctrico incidente en el origen del nuevo sistema de referencia y análogamente para $\mathbf{H}_o^{\text{inc}}$ con el campo magnético.

La función $U(x)$ atiende a

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 1. \end{cases} \quad (3.75)$$

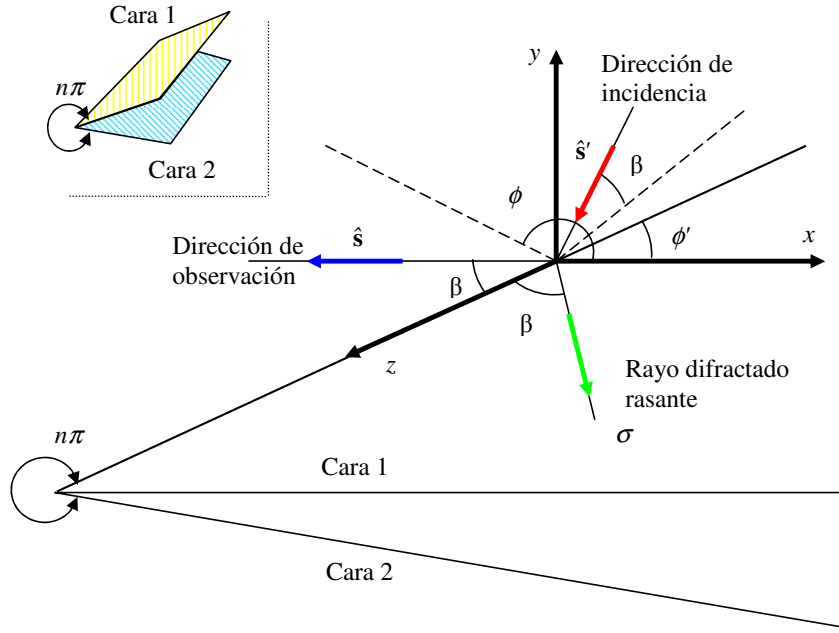


Figura 3.8: Sistema de referencia para el cálculo de difracción.

3.4.4. Coeficientes de difracción

Es posible compactar las expresiones (3.73) y (3.74) con la introducción de los parámetros D_e , D_m y D_{em} , tal que:

$$J_f = \frac{2j}{k \eta_0 \sin^2 \beta'} \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_o^{\text{inc}} D_e + \frac{2j}{k \sin \beta'} \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}_o^{\text{inc}} D_{em}, \quad (3.76)$$

$$M_f = \frac{2j \eta_0}{k \sin \beta' \sin \beta} \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}_o^{\text{inc}} D_m. \quad (3.77)$$

D_e relaciona el campo eléctrico incidente con las corrientes eléctricas

$$D_e = \frac{\frac{1}{n} \text{sen} \left(\frac{\phi'}{n} \right)}{\cos \left(\frac{\phi'}{n} \right) - \cos \left(\frac{\pi - \alpha}{n} \right)} - \frac{U (\pi - \phi') \text{sen} (\phi')}{\cos (\phi') + \mu}. \quad (3.78)$$

D_{em} actúa de idéntico modo para el campo magnético y las corrientes eléctricas

$$D_{em} = \frac{\frac{1}{n} \text{sen} \left(\frac{\pi - \alpha}{n} \right)}{\cos \left(\frac{\phi'}{n} \right) - \cos \left(\frac{\pi - \alpha}{n} \right)} \frac{\mu \cot \beta' - \cot \beta \cos \phi}{\text{sen} \alpha} - \frac{\cot \beta'}{n} + \frac{U (\pi - \phi')}{\cos \phi' + \mu} (\cot \beta' \cos \phi' + \cot \beta \cos \phi). \quad (3.79)$$

Finalmente, D_m establece la relación entre el campo magnético incidente y las corrientes M^f

$$D_m = \frac{\text{sen}\phi}{\text{sen}\alpha} \frac{\frac{1}{n}\text{sen}\left(\frac{\pi-\alpha}{n}\right)}{\cos\left(\frac{\pi-\alpha}{n}\right) - \cos\left(\frac{\phi'}{n}\right)} - \frac{(U)(\pi - \phi')\text{sen}\phi}{\cos\phi' + \mu}. \quad (3.80)$$

Hasta este punto se han mostrado las ecuaciones en el caso en que la difracción se produce sobre la cara 1. Dado que la arista es la línea de unión entre dos facetas, habrá que tener en consideración los efectos que produce la cara 2. Para ello se procede de igual manera, salvo que los nuevos ejes de coordenadas se establecerán de acuerdo con la definición previamente descrita. Las corrientes totales sobre la arista se pueden calcular como la diferencia de las generadas en cada una

$$\mathbf{J}_f^{\text{tot}} = (J_1^f - J_2^f) \hat{\mathbf{z}} \quad (3.81)$$

$$\mathbf{M}_f^{\text{tot}} = (M_1^f - M_2^f) \hat{\mathbf{z}}. \quad (3.82)$$

Si bien para la cara 1 es válida directamente la formulación (3.68)-(3.80), en lo que atañe a la otra bastará con llevar a cabo las transformaciones siguientes en las ecuaciones referenciadas, lo cual sería equivalente a efectuar la definición de ejes descrita al comienzo de esta sección aplicada a la segunda de las caras:

$$\hat{\mathbf{z}} \rightarrow -\hat{\mathbf{z}} \quad (3.83)$$

$$\beta \rightarrow \pi - \beta \quad (3.84)$$

$$\beta' \rightarrow \pi - \beta' \quad (3.85)$$

$$\phi \rightarrow n\pi - \phi \quad (3.86)$$

$$\phi' \rightarrow n\pi - \phi'. \quad (3.87)$$

En este punto debe matizarse que sólo debe ser sumada la contribución de difracción para aquellas caras iluminadas; es decir, pueden existir cuñas en las que una única cara sea incluida, en tanto que para otras, ambas caras o ninguna se consideren.

3.4.5. División del filo en segmentos

Conocidos los valores de las corrientes eléctricas $\mathbf{J}_f^{\text{tot}}$ y magnéticas $\mathbf{M}_f^{\text{tot}}$ sobre el filo de longitud L con la correspondiente contribución de las caras, el campo eléctrico difractado

\mathbf{E}^d se determina a partir de la expresión (A.42) (campo lejano respecto al parche)

$$\mathbf{E}^d = \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jk r}}{r} \int_L [\eta \hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{J}_f^{\text{tot}}) + \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}_f^{\text{tot}}] e^{jk \vec{\mathbf{r}}' \cdot \hat{\mathbf{r}}} dz, \quad (3.88)$$

donde la integral de superficie se sustituye por una lineal sobre el borde y el sistema de referencia de coordenadas se mantiene como en la figura 3.8.

La aplicación de la expresión (3.88) a un diferencial de arista [Syed y Volakis, 1996], cuyo origen de coordenadas se localiza en el centro de la misma, se formula como

$$\mathbf{E}^d = \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jk r}}{r} \int_L [\eta \hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{J}_f^{\text{tot}}) + \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}_f^{\text{tot}}] e^{jk \vec{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{r}}} dz, \quad (3.89)$$

en la cual se ha reemplazado el vector de posición de las fuentes $\vec{\mathbf{r}}'$ por su equivalente sobre el filo $z \hat{\mathbf{z}}$.

El conjunto del filo se obtendrá por superposición de l diferenciales de elementos como el anterior, cuya longitud es $2\Delta_l$ y cada uno de los cuales se localiza en torno a $\vec{\mathbf{r}}'_l$

$$\mathbf{E}^d = \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jk r}}{r} \sum_l \int_{-\Delta_l}^{\Delta_l} [\eta \hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{J}_f^{\text{tot}}) + \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{M}_f^{\text{tot}}] e^{jk (z_l \hat{\mathbf{z}}_l + \vec{\mathbf{r}}'_l) \cdot \hat{\mathbf{r}}} dz_l. \quad (3.90)$$

Para que haya coherencia con el desarrollo mostrado de MECA, la resolución directa de la ecuación (3.90) puede llevarse a cabo aplicando la aproximación de onda plana incidente [Arias-Acuña, 1997] (con lo que habrá una variación de fase sobre el borde desde el centro y se mantendrá constante la amplitud de las corrientes)

$$\mathbf{J}_l^d = \mathbf{J}_{l0}^d e^{-jk z_l \hat{\mathbf{z}}_l \cdot \hat{\mathbf{p}}_l}, \quad (3.91)$$

$$\mathbf{M}_l^d = \mathbf{M}_{l0}^d e^{-jk z_l \hat{\mathbf{z}}_l \cdot \hat{\mathbf{p}}_l}, \quad (3.92)$$

siendo $\hat{\mathbf{p}}_l$ coincidente con $\hat{\mathbf{S}}'$ y los valores \mathbf{J}_{l0}^d y \mathbf{M}_{l0}^d iguales a la evaluación de $\mathbf{J}_f^{\text{tot}}$ y $\mathbf{M}_f^{\text{tot}}$ respectivamente en el punto medio del dominio l .

Combinando las expresiones (3.90), (3.91) y (3.92) se tiene la igualdad final para el cálculo de niveles de difracción:

$$\mathbf{E}^d = \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jk r}}{r} \sum_l 2 \frac{\text{sen}(\Delta_l k (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{p}}_l) \cdot \hat{\mathbf{z}}_l)}{k (\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{p}}_l) \cdot \hat{\mathbf{z}}_l} \hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{r}} \times \eta \mathbf{J}_{l0}^d + \mathbf{M}_{l0}^d) e^{jk \vec{\mathbf{r}}'_l \cdot \hat{\mathbf{r}}}. \quad (3.93)$$

Una aplicación práctica se presenta en la figura 3.9a donde se muestran los niveles de

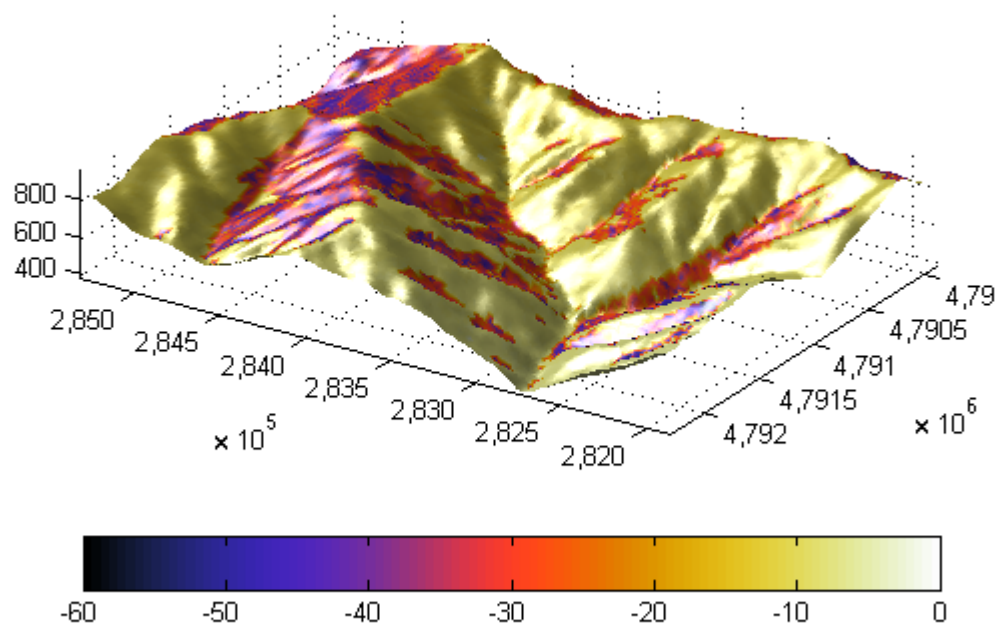
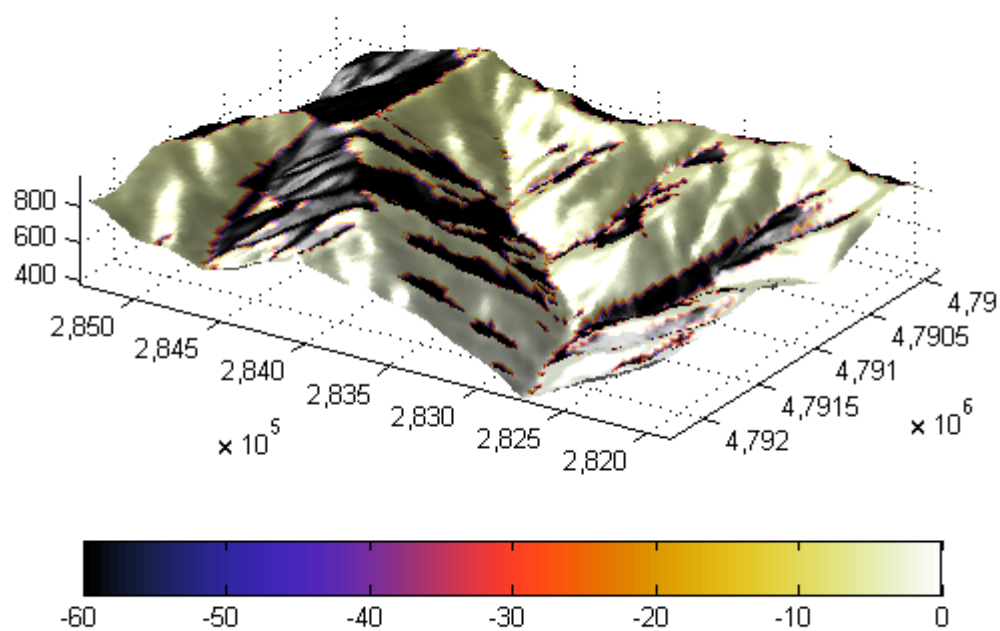


Figura 3.9: Ejemplos de resultados de difracción en un entorno rural. Densidad de potencia normalizada [dB].

campo de iluminación directa sobre el terreno y el resultado (figura 3.9b) cuando se considera el fenómeno de difracción en aquellas aristas resaltadas en la figura 3.7a. Como se observa, los valores de difracción se hallan más de 30 dB por debajo de los de iluminación directa, con lo que en la zona donde no se anula esta, el cambio no es muy significativo. No sucede así en el resto de zonas que se encuentran en posición oculta de la fuente.

Validación del método MECA (*Modified Equivalent Current Approximation*)

4.1. Introducción

Las contribuciones más significativas que atañen al problema de determinación de cobertura radioeléctrica, independientemente del entorno, son la iluminación directa (debida a unas fuentes que tendrán asociados un diagrama de radiación, directividad, potencia específicos); las reflexiones (para ello se ha presentado el método de cálculo de corrientes equivalentes MECA) y la difracción en aristas (a través de la formulación MEC). Definidos los elementos radiantes dentro de la geometría, se tienen a disposición las herramientas necesarias para proceder a la evaluación de los niveles de campo sobre una nube de puntos de observación.

Sin embargo, un aspecto muy importante que no debe ser ignorado antes de adentrarse en el capítulo 5, “*Aplicaciones y herramienta de cálculo de cobertura radioeléctrica*”, es la validación de la metodología. Una de las opciones consiste en realizar campañas de medidas, cada una de las cuales será ajustada a los parámetros específicos que se quieran contrastar. Dentro de estas tienen cabida tanto las de despliegue en exteriores como en interiores y, a su vez, las de un entorno controlado como puede ser una cámara anecoica. Las dificultades para efectuar tales campañas radican en indeterminación de ciertos aspectos, que pueden derivar en un desajuste entre medidas y simulaciones; técnicas de montaje y económicas, donde quedaría englobada la provisión de equipamientos entre otros.

La otra posibilidad se basa en idear una batería de pruebas que abarque el mayor número

de supuestos posibles y en la que los resultados serán comparados con soluciones analíticas u otros métodos más precisos, como los de onda completa. Este es el camino que se ha tenido que seguir, por lo que en esta sección se mostrarán de manera detallada y progresiva aquellas validaciones más características y relevantes. Se comienza con la visión general del método de onda completa *Steepest Descent Fast Multipole Method* (SDFMM) basado en FMM junto con un esquema de cálculo acelerado, que será utilizado como referencia en varias de las simulaciones. A continuación se verifica el correcto funcionamiento de los códigos en alta frecuencia para, posteriormente, analizar geometrías sin y con reflexiones en apartados subsiguientes.

Puesto que la mayoría de los ejemplos serán estudiados en términos de la sección recta radar RCS (*Radar Cross Section*) se define esta a continuación:

$$\text{RCS} = 4\pi \lim_{r \rightarrow \infty} r^2 \frac{|\mathbf{E}^s + \mathbf{E}^d|^2}{|\mathbf{E}^{\text{inc}}|^2}, \quad (4.1)$$

donde cabe recordar que r es la distancia entre el blanco y la sonda; \mathbf{E}^{inc} , el campo eléctrico incidente; \mathbf{E}^s , el campo eléctrico dispersado por el blanco debido a reflexiones y \mathbf{E}^d , el eléctrico dispersado por el blanco debido a la difracción en aristas. Cada uno de los casos tendrá sus propias especificaciones y algunos incluirán efectos de difracción mientras que otros no los tomarán en consideración. Del mismo modo, unos se referirán a RCS monoestática, cuando el emisor y el receptor se hallan en el mismo punto y otros, a RCS biestática, cuando el emisor y el receptor se encuentran en diferentes posiciones angulares.

4.2. Método de onda completa *Steepest Descent Fast Multipole Method* (SDFMM)

Una de las mayores trabas que se han hallado a lo largo del desarrollo de esta Tesis es la fase de validación de las expresiones de la formulación MECA, pues implicaba encontrar suficientes y significativas ejemplificaciones para contrastar los resultados. Al tratarse de un método de alta frecuencia, es necesario abordar escenarios de trabajo eléctricamente grandes y esto supone, para los métodos de onda completa, unos elevados costes en términos de memoria y temporales. En consecuencia, era necesario avanzar hacia software comercial o a código ya desarrollado que, de algún modo, pudiera estar disponible. Otra posibilidad, aparte de las ya descartadas campañas de medidas en exteriores, es la medida de RCS en

cámara anecoica. Así se efectuó un conjunto de pruebas de medida de RCS biestática con resultados nada alentadores debido, entre otros, al propio modelo de blanco empleado y al acoplo entre sondas.

La opción del software comercial llevó a la elección de FEKO [Feko, 2008] como opción sencilla, con interfaz gráfica amigable y con documentada precisión para modelos hechos con conductores eléctricos perfectos finitos y sin cavidades resonantes. Igual de válido es su funcionamiento cuando se trabaja con planos no-PEC pero siempre que estos sean infinitos. La necesidad de introducir superficies dieléctricas o conductoras finitas condujo hacia el método de onda completa *Steepest Descent Fast Multipole Method (SDFMM)*.

El estudio, puesta en marcha, adaptación y aplicación del código SDFMM fue el objetivo de la estancia de tres meses de duración en *The Bernard M. Gordon Center for Subsurface Sensing and Imaging Sensing (The Gordon CenSSIS)*, asociado a *Northeastern University* de Boston (EE.UU.), bajo la supervisión de Carey M. Rappaport y del codirector de esta Tesis, José Ángel Martínez Lorenzo. Tal y como señala el propio nombre del centro de acogida, el código estaba orientado a la detección, basada en la obtención de imágenes, de objetos enterrados con una caracterización particular [El-Shenawee et ál., 2001a; El-Shenawee et ál., 2001b; El-Shenawee y Rappaport, 2001; El-Shenawee y Rappaport, 2003].

Se partía, por tanto, de un modelo finito de tierra definido por su permitividad relativa, su permeabilidad relativa y su conductividad, que se adecuaba en alto grado a los requerimientos de validación de MECA. La meta de esta sección no es realizar una exposición detallada ni de FMM ni de SDFMM, sino afianzar las bases del método empleado en algunos de los ejemplos que se recogen en adelante. Para un mayor detalle, puede consultarse la bibliografía intercalada en los siguientes párrafos.

El *Fast Multipole Method (FMM)* fue desarrollado para la resolución de problemas de dispersión acústica de una manera eficiente por Rokhlin [Rokhlin, 1985; Rokhlin, 1990]. Posteriormente es adaptado al problema de dispersión electromagnética para objetos conductores bidimensionales cerrados de geometría arbitraria en [Engheta et ál., 1992]. El punto de partida se enuncia como que, dado un grupo de fuentes encerradas en una región finita del espacio, es posible determinar de forma aproximada la radiación generada por las mismas en zona de campo lejano utilizando un conjunto de multipolos situados en el centro de la región. Esta aproximación converge rápidamente fuera de una región circular que contiene todas las fuentes y cuya distancia de separación mínima es de una longitud de onda¹.

Considérese una distribución de fuentes que verifican el precepto inicial del párrafo ante-

¹De hecho, una vez que el número de multipolos M considerado es suficientemente elevado, la precisión de la aproximación crece más rápido que cualquier potencia negativa de M .

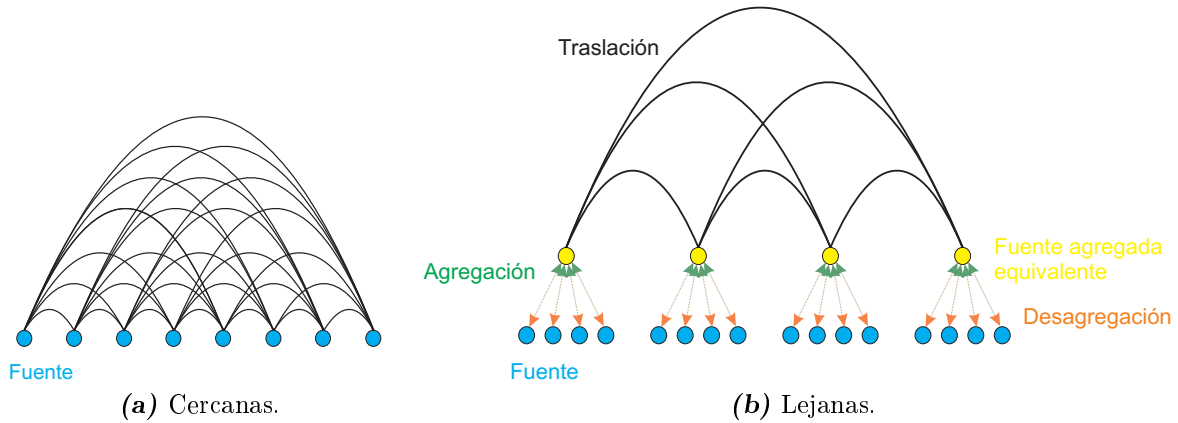


Figura 4.1: Distinción de interacciones en FMM.

rior. Todas ellas se agrupan en bloques no solapados. Las fuentes pertenecientes a un bloque específico son manipuladas como una única sola fuente agregada equivalente, de modo que la radiación de la misma se aproxima usando los primeros M multipolos localizados en el centro del bloque (operación de agregación).

Para cada par de bloques suficientemente separados, la interacción entre ambos puede representarse como una expansión parcial analítica de campo de uno sobre el centro del otro y viceversa, lo que se denomina operación de traslación (véase la figura 4.1).

Para bloques próximos, la contribución debe ser evaluada de manera directa empleando un método de onda completa como el Método de los Momentos (MoM) [Medgyesi-Mitschang et ál., 1994]. El campo radiado sobre una fuente determinada se calcula como la suma de las contribuciones de cada uno de los bloques lejanos más la contribución directa de los bloques cercanos (operación de desagregación).

La implementación genérica tridimensional del multinivel (ML), introducido con objeto de reducir el coste computacional de FMM, se basa en la utilización de un esquema *octtree*. De este modo se encierra la geometría completa en un cubo del menor tamaño posible, que constituye el primer nivel, denotado como *Nivel 0*. Este se divide a su vez en ocho nuevos subbloques (también cubos y de igual tamaño entre sí), dando origen al segundo de los niveles.

El proceso se extiende recursivamente hasta que la arista del menor de los bloques tenga un tamaño próximo a media longitud de onda. A cada uno de los elementos de la jerarquía creada se le atribuye una etiqueta de fácil constitución y resulta sencillo identificar dentro de qué cubo de los de menor tamaño se halla una fuente sin más que comparar su posición con la de los centros de los mismos. La misma política es aplicable al modelo específico de estructuras cuasi-planas, donde la estructuración multinivel de la geometría se realiza

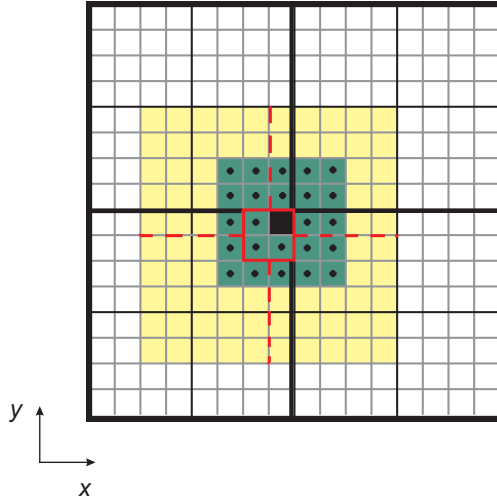


Figura 4.2: Ejemplo de *quadtree* e interacciones cercanas y lejanas.

por medio de *quadtrees* y no de *octtrees*; es decir, las divisiones se realizan en términos de cuadrados y no de cubos.

Un ejemplo de *quadtree* y de delimitación de interacciones cercanas y lejanas típico del *Multilevel Fast Multipole Algorithm* (MLFMA) se muestra en la figura 4.2. Para ello se escoge un bloque. Cualquier otro bloque de su mismo nivel se considera cercano cuando la distancia máxima entre centros (medido tanto en dirección del eje x como en dirección del eje y) es menor o igual que dos veces (el factor se puede modificar) el tamaño de celda del nivel (en verde con puntos centrales). Sin embargo, interactúan en campo lejano aquellos hijos de los bloques en campo cercano del padre del dado que no interactúan en campo cercano con el primero (en amarillo). Se ha resaltado en color rojo continuo el bloque padre del elegido y con las líneas en rojo discontinuo se pretende señalar la extensión del campo cercano de este.

El método SDFMM es una implementación software del FMM. Además aplica el algoritmo *Steepest Descent* (SD) para una evaluación más rápida de las integrales que determinan las interacciones entre elementos. Inicialmente fue desarrollado por Vikram Jandhyala y Weng C. Chew [Jandhyala et ál., 1998b; Jandhyala et ál., 1998a] en la Universidad de Illinois, aunque la versión empleada, cuyo origen se remonta hasta aproximadamente 1999, fue completada por Magda El-Shenawee en la Universidad de Northeastern con el objeto de hacer, como se ha mencionado, un estudio acerca de objetos enterrados en superficies rugosas.

SDFMM está desarrollado específicamente para trabajar con geometrías donde las dimensiones longitud y anchura prevalezcan sobre la altura del escenario. Así se dice que está pensado para estructuras cuasi-planas. Por tanto, el punto de partida del algoritmo no es la expansión de la función de Green en espacio libre en una serie infinita que combina funcio-

nes de Hankel, Bessel y polinomios de Legendre, sino que expresa dicha función como una integral de contorno a través de la identidad de Sommerfeld. De este modo consigue tener un coste computacional $\mathcal{O}(n)$, inferior al atribuido al multinivel FMM en 3D, que tiene asociado $\mathcal{O}(n \log n)$, siendo n el número de incógnitas del sistema.

Otros aspectos de interés de la versión de SDFMM adaptada se resumen a continuación:

- La formulación está pensada para el uso de materiales con pérdidas y, por tanto, se tienen en consideración no solo las corrientes eléctricas, sino también las magnéticas.
- Se emplean bases RWG (Rao/Wilton/Glisson) [Rao et ál., 1982].
- El operador que rige la traslación depende de la distancia entre bloques, del ángulo comprendido entre el bloque origen y el de observación y del número de onda complejo.
- La actual implementación utiliza un preconditionador igual a la diagonal de la matriz Z de interacciones cercanas [Song et ál., 1997].

4.3. Comportamiento en alta frecuencia

El comportamiento de MECA, como extensión de PO, debe verificarse dentro del ámbito de validez que quedó establecido en un principio; es decir, la alta frecuencia. Este es el primer paso en el proceso de validación y por ello se acude a una geometría sencilla, como es la esfera, para la cual existe solución analítica. Su discretización se realiza de la manera en que se muestra en la figura 4.3 y es independiente de la caracterización de la superficie como PEC o material con pérdidas. Del mismo modo, para llevar a cabo el barrido, el radio a de la esfera permanece invariante mientras se modifica la frecuencia de funcionamiento. Así la longitud del lado de cada faceta en alta frecuencia se encuentra en torno a $0,3\lambda$.

4.3.1. Esfera PEC

La sección recta radar monoestática de una esfera con propiedades de conductor eléctrico perfecto $\text{RCS}_{\text{esf-PEC}}$ atiende a la expresión [Balanis, 1989]

$$\text{RCS}_{\text{esf-PEC}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \left| \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (2m+1)}{\hat{H}'_m(ka) \hat{H}_m(ka)} \right|^2, \quad (4.2)$$

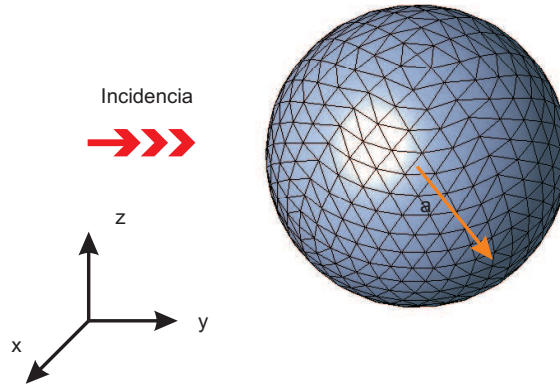
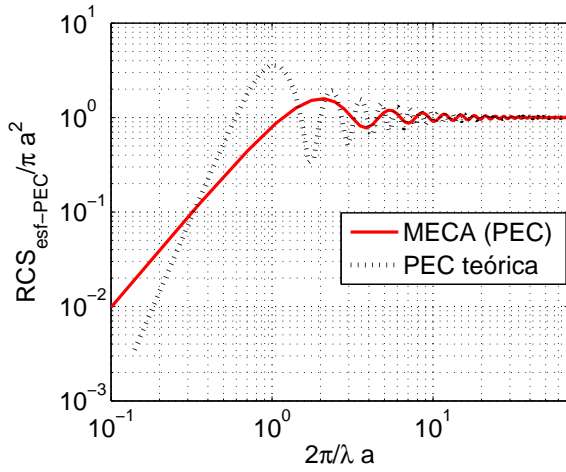
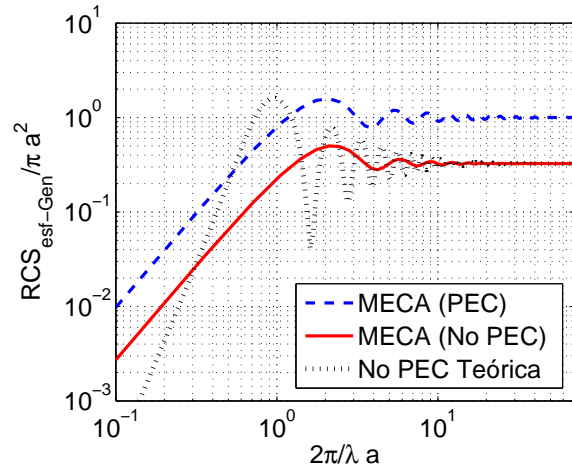


Figura 4.3: Geometría de la esfera discretizada.



(a) PEC.



(b) Material con pérdidas $\epsilon_r = 1,8$; $\mu_r = 1,5$ y $\sigma = 10\omega\epsilon_0$.

Figura 4.4: RCS monoestática de una esfera. Barrido frecuencial.

donde $\hat{H}_m^{(2)}$ es la función de Hankel esférica de segundo tipo y orden m y $\hat{H}_m^{(2)}$, su correspondiente derivada. Asimismo, λ es la longitud de onda de trabajo y k , el número de onda en espacio libre. En el eje de abscisas de la figura 4.4a se representan los valores $\frac{2\pi}{\lambda}a$ tomados en el barrido frecuencial, correspondiéndose el límite superior con un radio $a_{lim} > 11\lambda$. En el de ordenadas, se muestra el nivel $RCS_{esf-PEC}$ normalizado respecto al valor teórico de alta frecuencia, que es igual a πa^2 . Como puede observarse, es para valores aproximadamente $\frac{2\pi}{\lambda}a > 10$ ($a > 1,59\lambda$) donde el contraste de resultados adquiere relevancia. En este tramo de la gráfica los valores normalizados, tanto de la fórmula en (4.2) como de MECA, son iguales a la unidad.

4.3.2. Esfera con pérdidas

Un análisis similar se reproduce para la situación en que la caracterización de la esfera viene dada por su permitividad relativa $\varepsilon_r = 1,8$; su permeabilidad relativa $\mu_r = 1,5$. Su conductividad se toma variable con la frecuencia, $\sigma = 10\omega\varepsilon_0$, siendo $\varepsilon_0 = 8,854e - 12\text{F/m}$ la constante de permitividad en espacio libre, de modo que la permitividad relativa compleja permanezca invariante en el barrido en frecuencia. En esta situación la expresión analítica de la RCS monoestática está dada por [Van-Bladel, 2007]

$$\text{RCS}_{\text{esf-Gen}} = \frac{\pi}{k^2} \left| \sum_{t=1}^{\infty} (-1)^t (2t+1) (a_t - b_t) \right|^2, \quad (4.3)$$

donde

$$(a_t - b_t) = \frac{\text{LM} (\varepsilon_r^c - \mu_r) (\text{LN} - \text{nm})}{\varepsilon_r^c \mu_r (\text{LN})^2 - \text{nLMN} (\varepsilon_r^c + \mu_r) + (\text{nM})^2}, \quad (4.4)$$

con

$$\begin{aligned} l &= \hat{J}_t(ka) & L &= \hat{J}_t(\chi ka) \\ m &= \left[x \hat{J}_t(x) \right]'_{ka} & M &= \left[x \hat{J}_t(x) \right]'_{\chi ka} \\ n &= \hat{H}_t^{(2)}(ka) & N &= \left[x \hat{H}_t^{(2)}(x) \right]'_{ka} \end{aligned} \quad (4.5)$$

y $\chi = \sqrt{\varepsilon_r^c \mu_r}$, $\varepsilon_r^c = \varepsilon_r - \frac{j\sigma}{\omega\varepsilon_0}$. \hat{J}_t en (4.5) denota la función de Bessel esférica de primer tipo y orden t , así como ' señala su derivada.

En la figura 4.4b se ha realizado el mismo barrido en frecuencia para la representación de los resultados normalizados al igual que se hacía en la figura 4.4a. La convergencia en alta frecuencia se produce de manera análoga al ejemplo con caracterización PEC. Del mismo modo, se ha incluido el trazo de este caso para dejar constancia directa de la diferencia de patrón entre ambas situaciones.

4.4. Geometrías sin reflexiones

Una vez que se han obtenido unas conclusiones satisfactorias en lo que a comportamiento en alta frecuencia se refiere, se prosigue empleando algunas de las geometrías canónicas para la evaluación de su RCS y su comparación con las referencias disponibles. La longitud de los lados de cada una de las facetas no se mantiene constante para todas las ejemplificaciones, sino que varía entre $0,16\lambda$ y 2λ , en función de la complejidad del modelado requerido. En

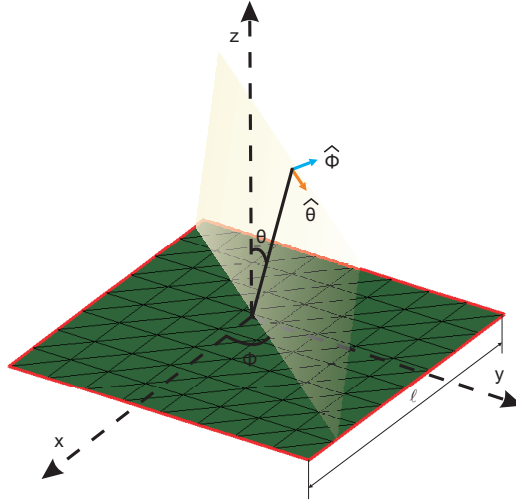


Figura 4.5: Geometría de placa cuadrada.

esta sección no existirán reflexiones entre diferentes elementos de la geometría aunque sí contribuciones debidas a la difracción en aristas.

4.4.1. Placa cuadrada

El esquema de trabajo (véase la figura 4.5) consiste en una placa cuadrada PEC de lado ℓ que se localiza en el plano xy . Una onda plana incide sobre la superficie con unos ángulos ϕ y θ determinados, tal que se efectuará un barrido en $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$, manteniendo fijo ϕ . Se definirá a su vez una polarización de los campos incidentes.

El primero de los ejemplos responde a los siguientes parámetros: $\ell = 3\lambda$ (siendo la frecuencia de trabajo de $f = 9,2$ GHz), $\phi = 90^\circ$ y polarización $-\hat{\phi}$. Los resultados en unidades logarítmicas se presentan en la figura 4.6 normalizados. En la misma es posible distinguir los siguientes trazos: el rojo sólido se corresponde con MECA y coincide con total exactitud con los teóricos de PO [Ross, 1966] representados con línea negra punteada.

Si se introduce en las simulaciones la difracción calculada de acuerdo con la formulación MEC, se adquieren las curvas azul discontinua y cian punto-raya (superpuestas). La diferencia formal entre ambas es que, para la última, cada uno de los lados de una de las facetas que forma parte de una arista es, a su vez, dividido en segmentos de menor tamaño. No obstante, el tamaño de discretización de la geometría hace que no sea necesaria esta nueva división. Por último, representados con circunferencias se encuentran los datos experimentales [Arias-Acuña, 1997].

A continuación se incrementa el tamaño de la placa tal que $\ell = 5,5\lambda$ para $f = 11,81$

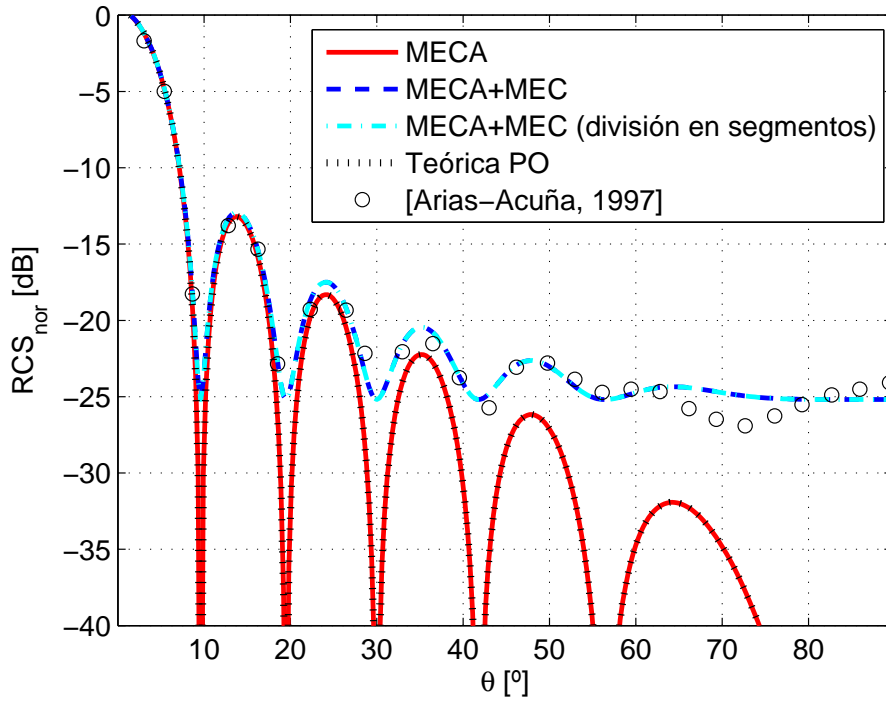


Figura 4.6: RCS monoestática de una placa cuadrada PEC de lado $\ell = 3\lambda$ con polarización $-\hat{\phi}$.

GHz. La incidencia se realiza para $\phi = 0^\circ$ y con polarización $\hat{\phi}$. La leyenda de la figura 4.7 contiene unas entradas similares a las del análisis previo. Sin embargo, dada la igualdad en los dos métodos de evaluación de difracción del caso anterior, se ha optado por insertar únicamente uno de los trazos.

Aparte de los valores experimentales en [Ross, 2006], se añaden los resultados del método de onda completa MoM obtenidos a partir del software FEKO. Es resaltable cómo la adición del fenómeno de difracción contribuye positivamente en la RCS y complementa a MECA especialmente en el margen entre 35° y 65° .

En el supuesto siguiente se varía el ángulo ϕ de incidencia de modo que $\phi = 30^\circ$; el tamaño de la placa se fija en $\ell = 5,73\lambda$, con $\lambda = 3$ cm, y se tendrán en consideración las polarizaciones $\hat{\phi}$ y $\hat{\theta}$. Las figuras 4.8a y 4.8b son las correspondientes a ambas. La referencia experimental ha sido extraída de [Polka y Balanis, 1989]. La concordancia entre resultados no es tan buena como la vista para $\phi = 0^\circ$ y $\phi = 90^\circ$. En especial, la incidencia con polarización de campo $\hat{\theta}$ genera mayor error que con $\hat{\phi}$ en ángulos próximos a incidencia rasante. Esto es debido a que existe una componente normal a la propia placa.

Se puede concluir que, en general, existe una buena correspondencia entre MECA y las mediciones hasta $\theta = 30^\circ$. En adelante, y para placas cuadradas eléctricamente no demasiado grandes, debe ser complementado con MEC. Las mayores discrepancias han quedado

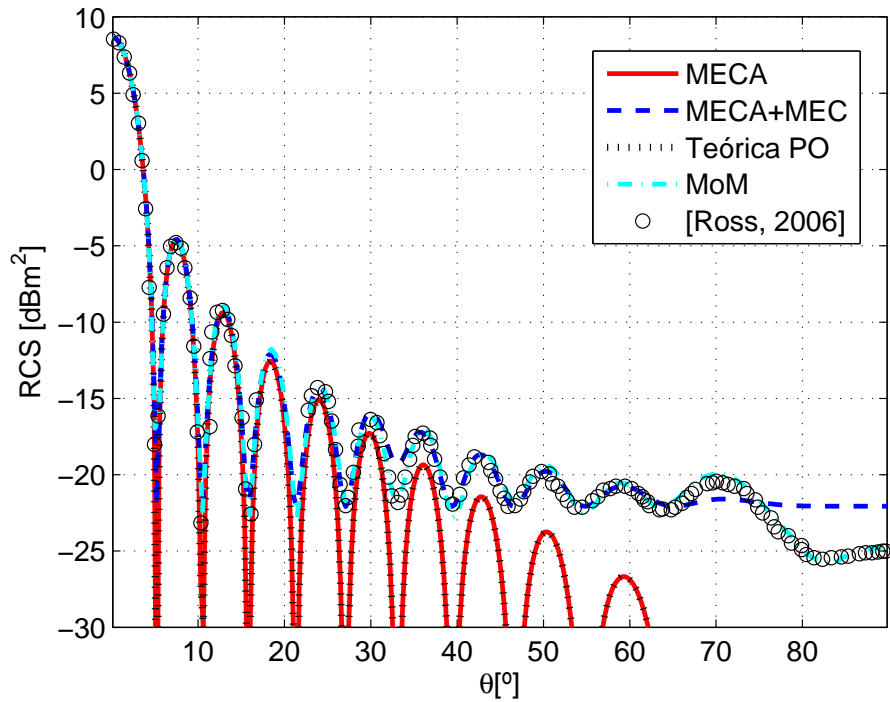


Figura 4.7: RCS monoestática de una placa cuadrada PEC de lado $\ell = 5,5\lambda$ con polarización $\hat{\phi}$.

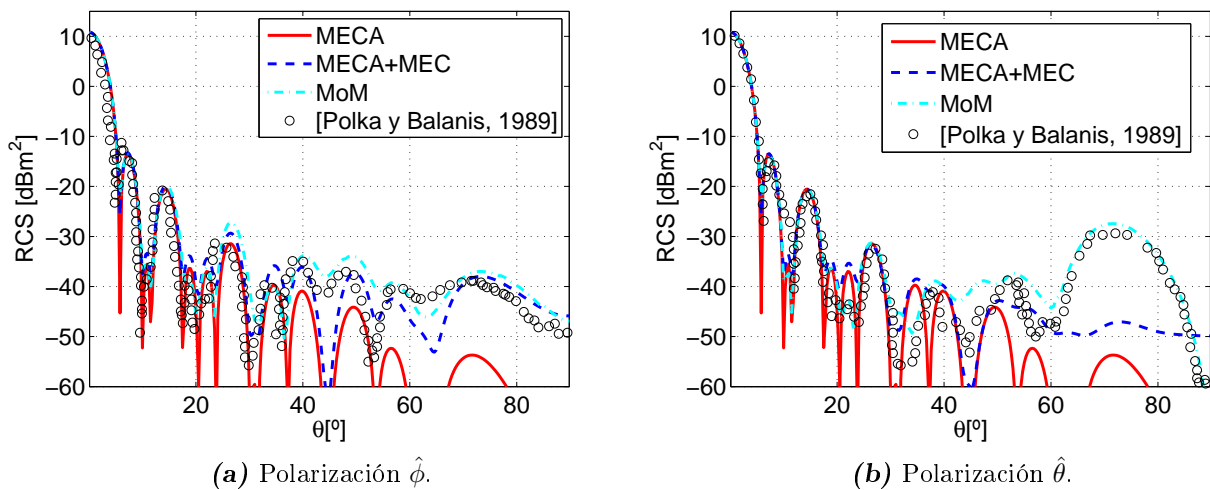


Figura 4.8: RCS monoestática de una placa cuadrada PEC de lado $\ell = 5,73\lambda$ con incidencia en el plano $\phi = 30^\circ$.

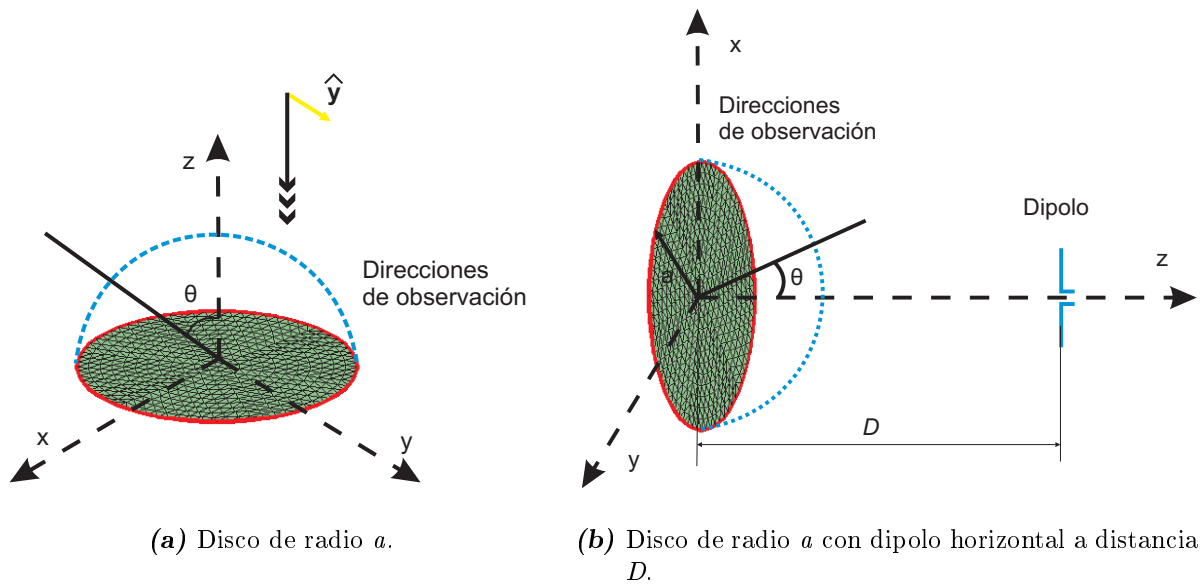


Figura 4.9: Configuraciones de validación con disco.

reflejadas en el último ejemplo.

4.4.2. Disco

Como paso previo a la inclusión de un elemento radiante, se analiza un disco dispuesto según la figura 4.9a. Una onda plana con polarización \hat{y} incide normalmente sobre su superficie PEC para una frecuencia $f = 300$ MHz. Se evalúa la RCS biestática en las direcciones de observación para ángulos θ comprendidos entre 0° y 90° (por simetría se determinan los valores en las otras direcciones representadas).

Los radios a de los discos son $1,5\lambda$ (figura 4.10a) y 6λ (figura 4.10b). Se han comparado los resultados con los provistos por MoM (FEKO). En ambos caso existe un buen ajuste entre MECA y MoM hasta $\theta = 40^\circ$. A partir de ese límite, se requiere de la adición de la difracción en aristas (representado con el trazo azul discontinuo) para alcanzar unos valores más próximos a los que sirven como referencia del método de onda completa.

4.4.3. Disco y dipolo

El esquema del montaje propuesto en esta sección [Duan et ál., 1990; Duan et ál., 1991] aparece en la figura 4.9b y consta de un disco de radio a situado en el plano xy . A una distancia D del origen de coordenadas se localiza un dipolo infinitesimal. La orientación del

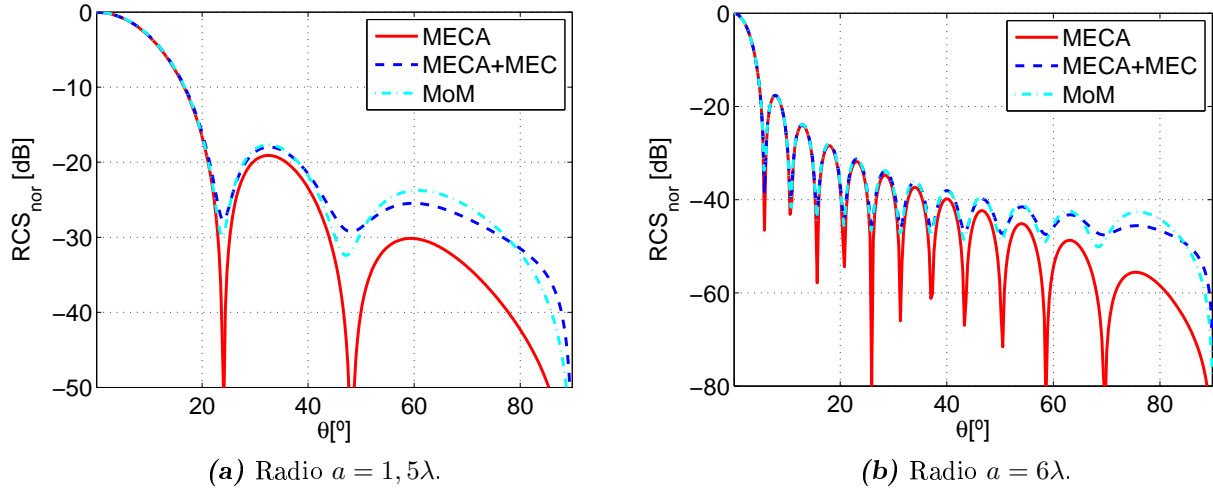


Figura 4.10: RCS biestática de un disco PEC con incidencia normal y polarización $\hat{\theta}$.

mismo puede ser paralela (como en la figura anteriormente referida) o perpendicular a la geometría. El dipolo genera una radiación que se refleja en el disco y que se evalúa en las diferentes direcciones del espacio. Se mantiene la longitud de onda del apartado precedente.

La figura 4.11 corresponde a los resultados de una configuración con radio $a = 1,5\lambda$, orientación paralela y barrido en el plano $\phi = 0^\circ$. En 4.11a se halla el campo eléctrico y en 4.11b, el campo magnético. Ambos están normalizados respecto al valor máximo y representados en unidades logarítmicas.

Los conclusiones que se pueden extraer son análogas a las del disco aislado, en el sentido de que existe una gran semejanza en los resultados MECA-MoM hasta aproximadamente $\theta = 40^\circ$ y MEC complementa para direcciones rasantes, donde la contribución de la reflexión en el disco no es tan fuerte. Se repite la configuración para un radio mayor, $a = 6\lambda$ y se presentan los niveles de campo normalizados en la figura 4.12.

Una situación de interés es la de medida del nivel de contrapolar, para un ángulo $\phi = 45^\circ$, con el dipolo en posición paralela y manteniendo el radio $a = 6\lambda$. Los niveles representados en la figura 4.13 se encuentran normalizados respecto a los máximos en el plano $\phi = 0^\circ$. La predicción de MECA, que en el caso de superficie PEC es idéntica a la de PO, es muy diferente a lo obtenido con FEKO. Sin embargo una buena aproximación puede ser conseguida mediante la suma del efecto de difracción, en esta situación calculada por el método de las corrientes equivalentes MEC.

Se retoma la evaluación para diferentes ángulos θ en el plano $\phi = 0^\circ$, con la diferencia de haber girado el dipolo infinitesimal hasta situarlo con orientación perpendicular. El valor máximo de campo eléctrico de la figura 4.14 se halla en las proximidades de $\theta = 20^\circ$, puesto

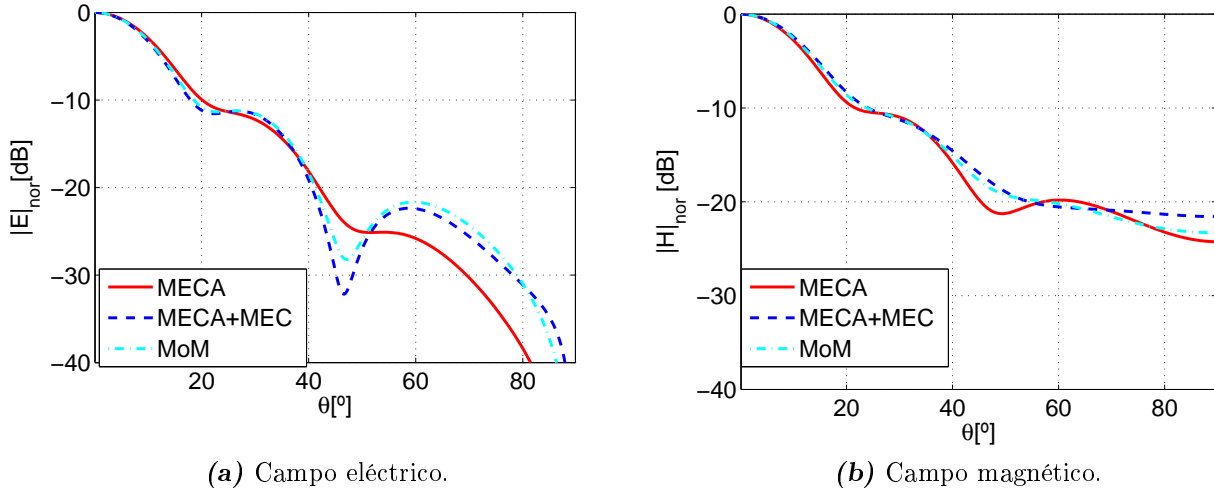


Figura 4.11: Nivel de campo del conjunto dipolo paralelo y disco de radio $a = 1,5\lambda$.

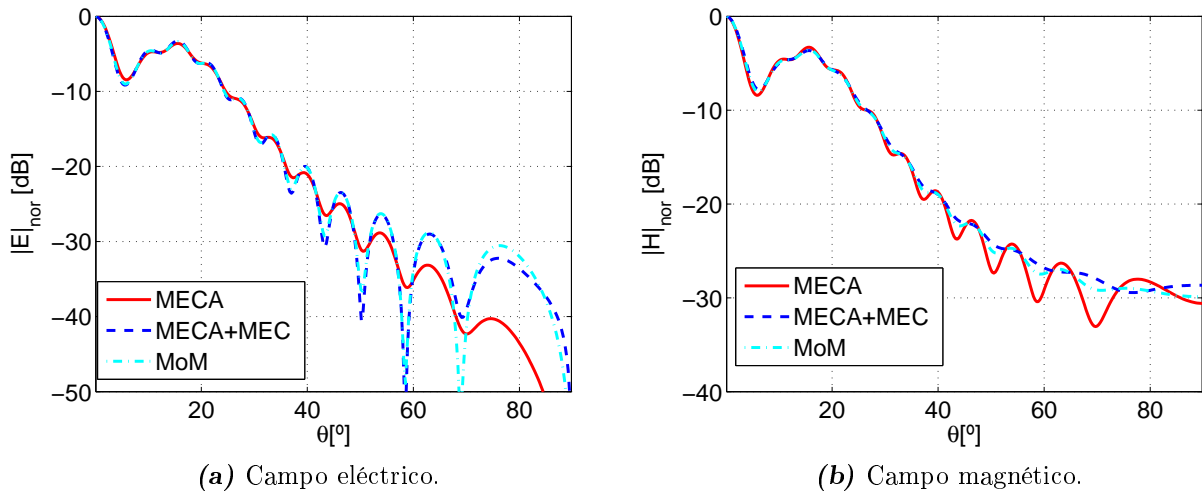


Figura 4.12: Nivel de campo del conjunto dipolo paralelo y disco de radio $a = 6\lambda$.

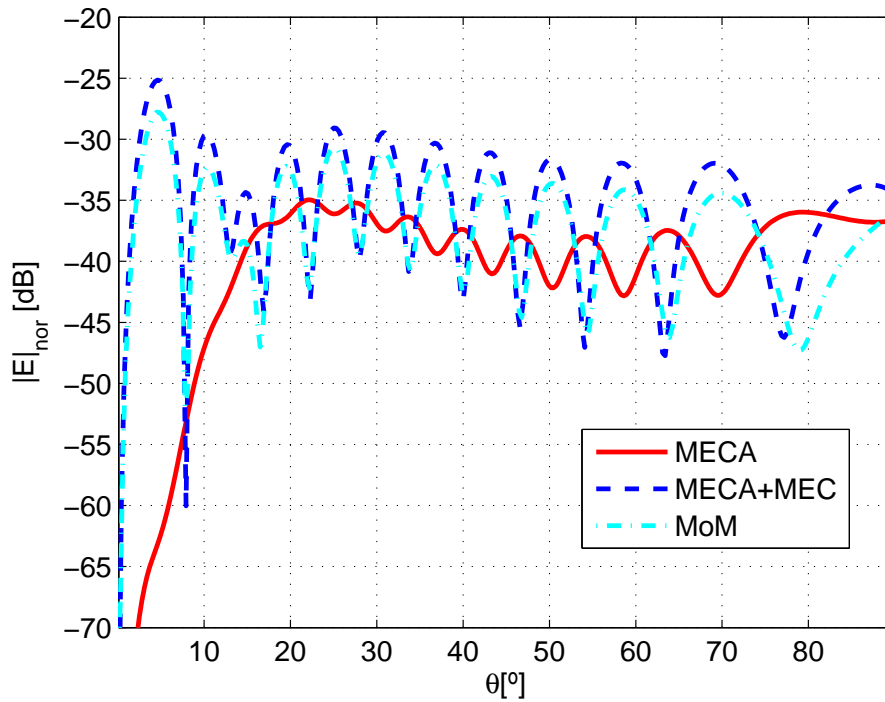


Figura 4.13: Nivel de la componente contrapolar ($\phi = 45^\circ$) del conjunto dipolo paralelo y disco de radio $a = 6\lambda$.

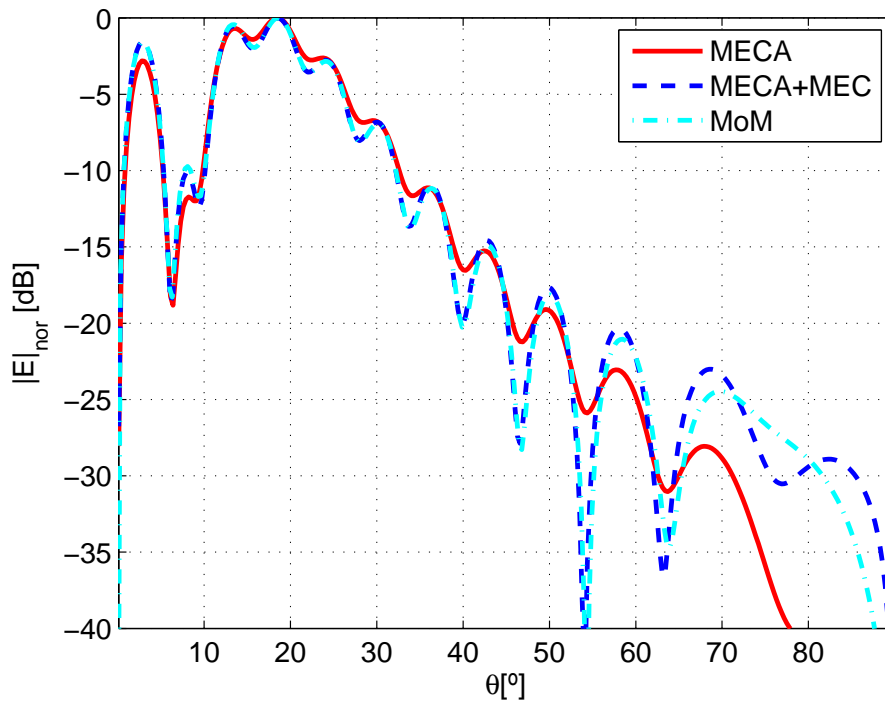


Figura 4.14: Nivel de campo eléctrico del conjunto dipolo vertical y disco de radio $a = 6\lambda$.

que el nivel generado por el elemento radiante en $\theta = 0^\circ$ es nulo. En cuanto al resto del margen angular, los trazos responden de manera similar a como lo hacían en la figura 4.12a.

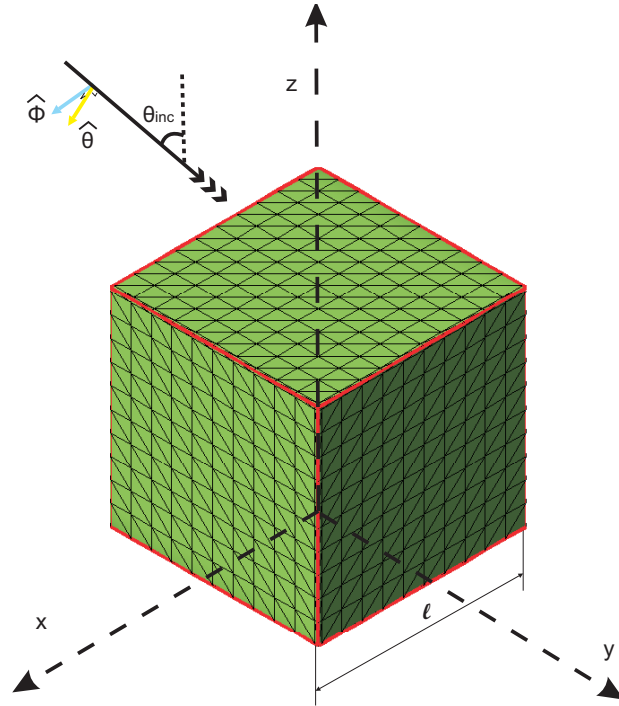


Figura 4.15: Geometría del cubo bajo análisis.

4.4.4. Cubo

La elección de un cubo dentro de los ejemplos de validación se debe a la aportación adicional de esta geometría frente a las ya evaluadas, pues contiene facetas no coplanares. Consecuentemente exige una distinción entre zonas iluminadas y en sombra, aunque esta puede efectuarse de una manera sencilla y rápida por medio del criterio de la normal.

Se representa en la figura 4.15 un cubo PEC de lado ℓ , donde se han resaltado las polarizaciones $\hat{\phi}$ y $\hat{\theta}$. La incidencia de una onda plana se produce en el plano $\phi = 270^\circ$ y los resultados para $\ell = 5,08\lambda$ y $\theta \in [0^\circ, 45^\circ]$ se muestran en la figura 4.16 (en 4.16a para la polarización $\hat{\theta}$ y en 4.16b, para la $\hat{\phi}$). Se ha elegido una frecuencia de trabajo $f = 10$ GHz. La profundidad de los nulos es más marcada en los trazos rojos sólidos, mientras que la difracción sirve de relleno para los mismos (en tono azul y discontinuo). Se contrasta MECA+MEC con los valores traídos de [Natsuhara et ál., 1992; Omaki et ál., 2007] y entre los cuales se encuentra una gran similitud, cifrando en menos de 7 dB la máxima diferencia en la polarización $\hat{\theta}$ y 3 dB en la $\hat{\phi}$. Se mantiene la superposición entre las distintas curvas en los primeros lóbulos como quedaba patente en otros ejemplos.

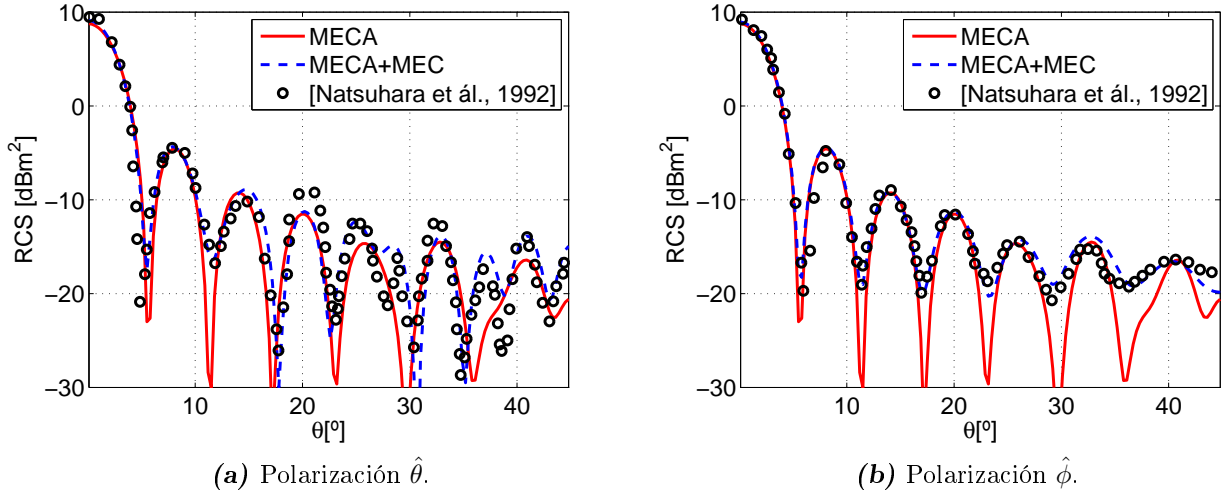


Figura 4.16: RCS monoestática de un cubo PEC de lado $\ell = 5,08\lambda$.

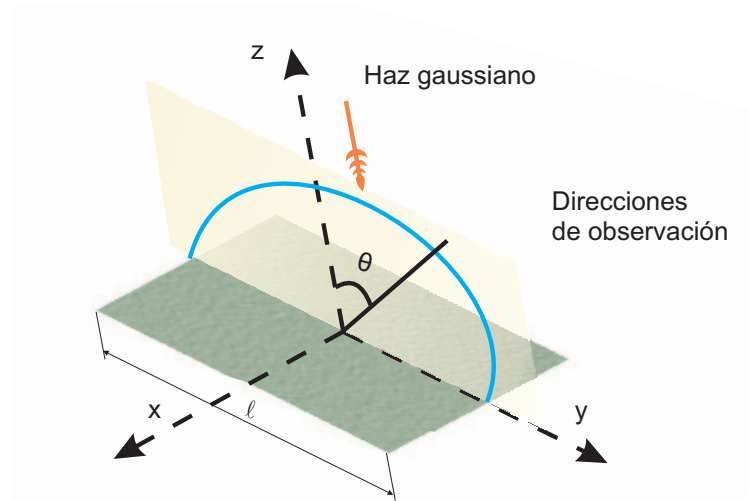


Figura 4.17: Geometría de la superficie rugosa de lado $\ell = 40\lambda$.

4.4.5. Superficie rugosa

Una vez estudiada la coherencia de resultados para diversas geometrías canónicas, se muestra seguidamente un escenario parcialmente diferente al no tratarse de una superficie lisa, sino consistente en una placa cuadrada rugosa de lado $\ell = 40\lambda$ (con $\lambda = 1$ m), que se encuentra en el plano $z = 0$. La rugosidad de la misma fue generada en consonancia con lo expuesto en [García y Stoll, 1984] tras fijar una desviación estándar de la altura en $\sigma_{\text{alt}} = 0,02\lambda$ y una longitud de correlación $l_c = 0,5\lambda$. El esquema se presenta en la figura 4.17.

Para los primeros modelos con conductividad no infinita, se establece el ángulo de incidencia sobre la geometría en $\theta = 0^\circ$. Asimismo, para eludir en gran medida los efectos de

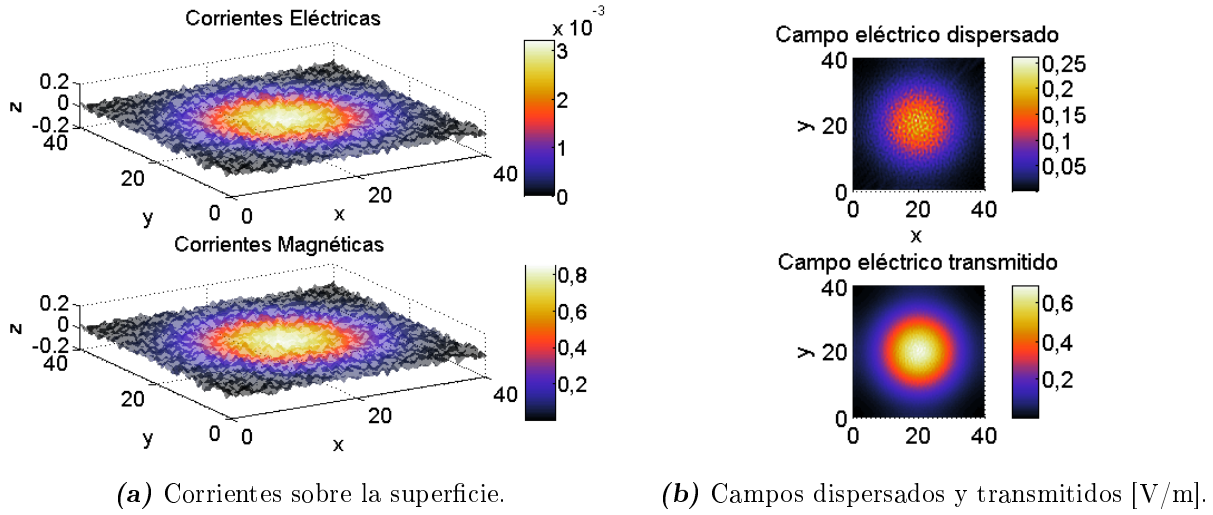


Figura 4.18: Corrientes y campos en la superficie rugosa de lado $\ell = 40\lambda$.

difracción generados por las aristas de la placa, se ha optado por una iluminación de tipo haz gaussiano [Zhang et ál., 1998], tal que la energía se concentra preferentemente en el centro de la superficie. De este modo queda recogido en la figura 4.18a, donde se representan los módulos de las corrientes tanto eléctricas como magnéticas.

Dada la condición de no-PEC de la superficie, la referencia que se toma es el conjunto de valores determinados por la ejecución del código *Steepest Descent Fast Multipole Method* (SDFMM) [Engheta et ál., 1992; Jandhyala et ál., 1998b; El-Shenawee et ál., 2001a].

Se lleva a cabo el análisis para una terreno con pérdidas caracterizado por una permitividad relativa $\varepsilon_r = 2$ y una conductividad $\sigma = 0,03$ S/m. En la figura 4.18b se incluyen los campos eléctricos transmitido y dispersado por la geometría, estando este último más difuminado debido a la irregularidad de la superficie y a las interacciones existentes.

A continuación se calcula la RCS biestática, presentada en la figura 4.19. Se observa que presenta un buen ajuste entre las simulaciones llevadas a cabo con el método MECA y con SDFMM, no solo en el lóbulo principal como era de esperar, sino también para direcciones de observación hasta valores de $\theta = 80^\circ$. La mayor discordancia se sitúa en direcciones de observación rasantes, donde la aproximación de MECA no provee un buen ajuste a la referencia empleada.

El comportamiento se repite (véase la figura 4.20) al cambiar los parámetros que definen la superficie y acercarlos a los propios de un buen dieléctrico ($\varepsilon_r = 2$; $\sigma = 0,0001$ S/m). La amplitud máxima desciende en torno a 6 dB, mientras que el trazo se mantiene similar, con idéntica anchura del lóbulo principal.

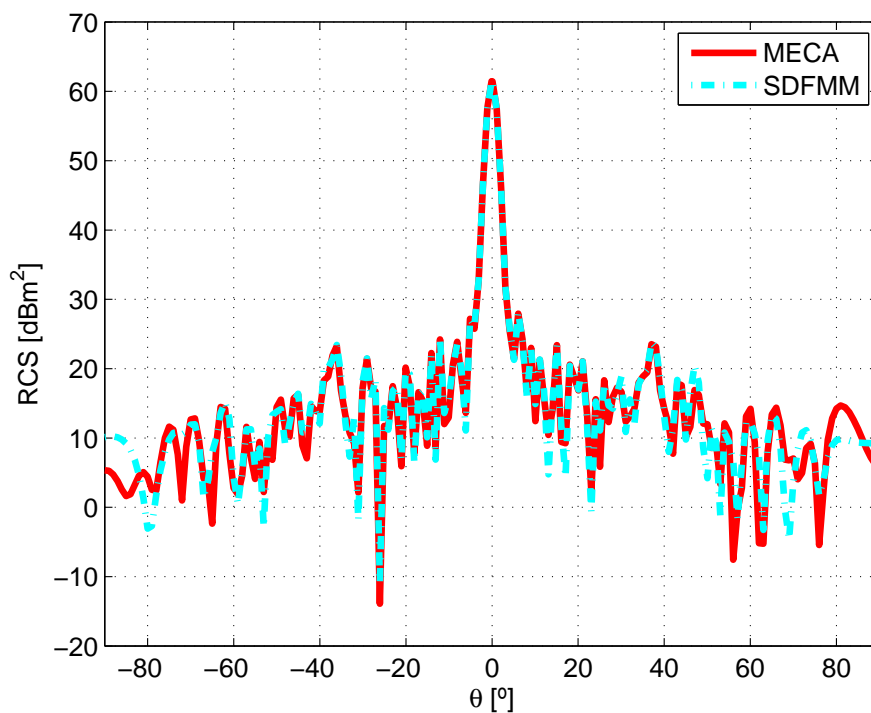


Figura 4.19: RCS biestática de una superficie rugosa de lado $\ell = 40\lambda$. Incidencia normal con haz gaussiano. Caracterización $\epsilon_r = 2$; $\sigma = 0,03$ S/m.

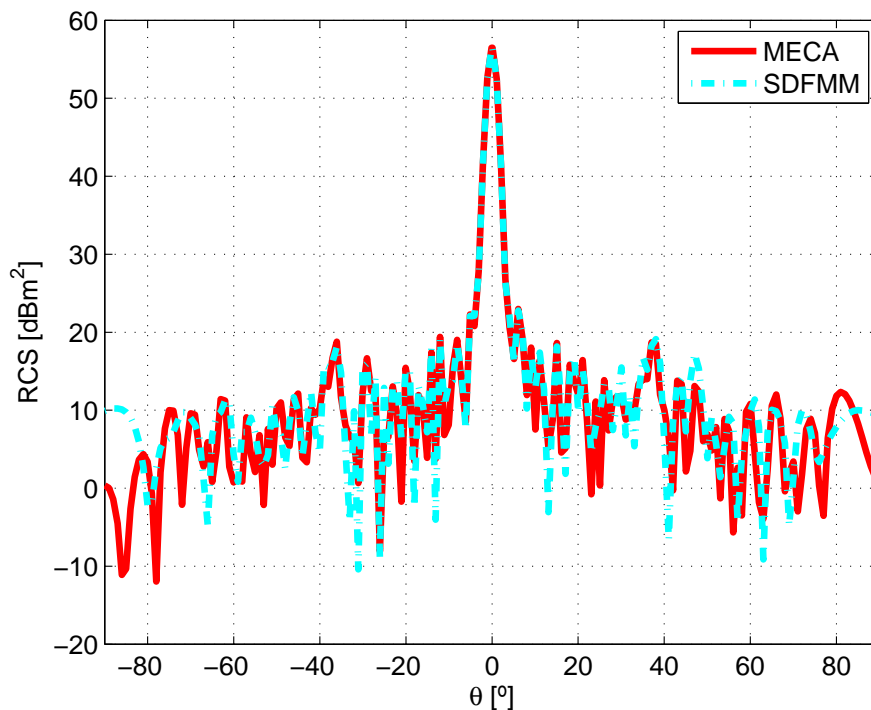


Figura 4.20: RCS biestática de una superficie rugosa de lado $\ell = 40\lambda$. Incidencia normal con haz gaussiano. Caracterización como buen dieléctrico $\epsilon_r = 2$; $\sigma = 0,0001$ S/m.

4.5. Geometrías con reflexiones

Las anteriores validaciones se han efectuado sobre geometrías que no generan reflexiones internas. Por tanto, hasta el momento se ha verificado el correcto funcionamiento y la precisión de MECA para materiales conductores eléctricos perfectos (aproximación de Óptica Física), con pérdidas y dieléctricos. Se ha hecho hincapié en que a partir de determinado límite angular es necesario tener en consideración la contribución de la difracción en aristas.

Las dos próximas secciones versan sobre la evaluación de la RCS monoestática de un diedro rectangular (ángulo interior igual a 90°) de placas cuadradas a una frecuencia $f = 300$ MHz. El ejemplo es uno de los más adecuados en el contexto de las reflexiones, pues la contribución de la interacción entre placas es la más intensa y la difracción es de orden inferior. Se hará distinción entre el modelado PEC y con pérdidas.

4.5.1. Diedro PEC

Se ha elegido un diedro rectangular PEC de lado $5,6088\lambda$ [Griesser y Balanis, 1987] cuyo eje coincide con el eje x de un sistema cartesiano de coordenadas. Las dos placas que constituyen la geometría forman un ángulo de 45° con el plano $y = 0$ y la componente z de su vector normal es positiva. La esquematización se presenta en la figura 4.21.

Una onda plana incide sobre las dos caras con un ángulo $\phi = 90^\circ$ y $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$ para determinar la RCS monoestática. En la figura 4.22 se presentan los resultados debidos a la contribución de diferentes reflexiones que se van sumando (se ha aprovechado la simetría para también incluir $\phi = 270^\circ$ y $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$), tanto para la polarización horizontal (figura 4.22a) como para la vertical (figura 4.22b). Se verifica en ambos gráficos que la segunda reflexión es la que tiene más importancia: la primera reflexión solo tiene en cuenta que la onda que incide sobre las caras se dispersa en todas las direcciones del espacio y, en especial, en la de interés. El trazo negro (punto-rama), de segunda reflexión, es el obtenido al sumar al paso anterior la reflexión entre placas; es decir, la radiación incidente en una de las caras se refleja en la otra y viceversa. No se detectan mayores variaciones en el perfil al incluir contribuciones de orden superior.

Para culminar con este ejemplo de validación mediante diedro PEC se incluye una comparativa de resultados entre SDFMM y MECA en la figura 4.23, de nuevo para ambas polarizaciones (se ha asumido como trazo final de MECA el debido a las 4 reflexiones evaluadas en las imágenes anteriores). El margen angular de máximo interés es el comprendido

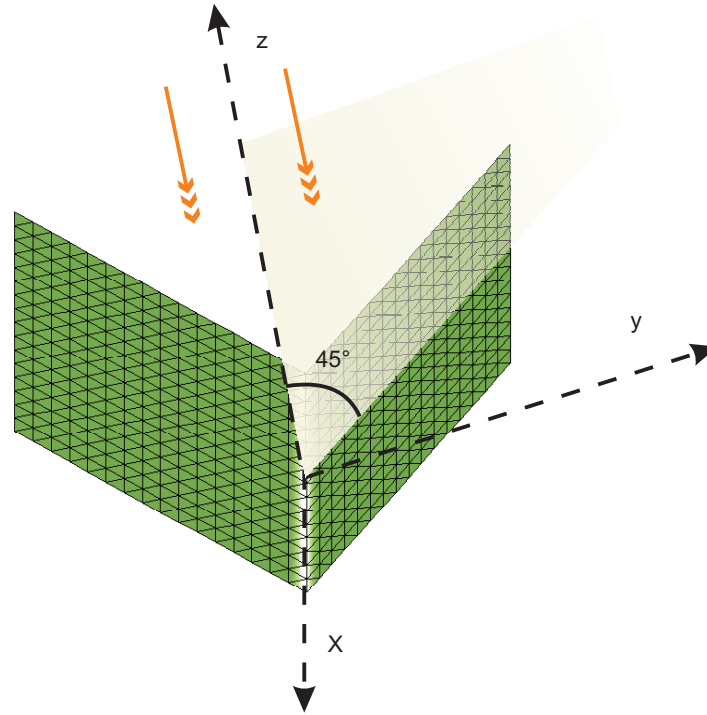


Figura 4.21: Geometría del diedro rectangular.

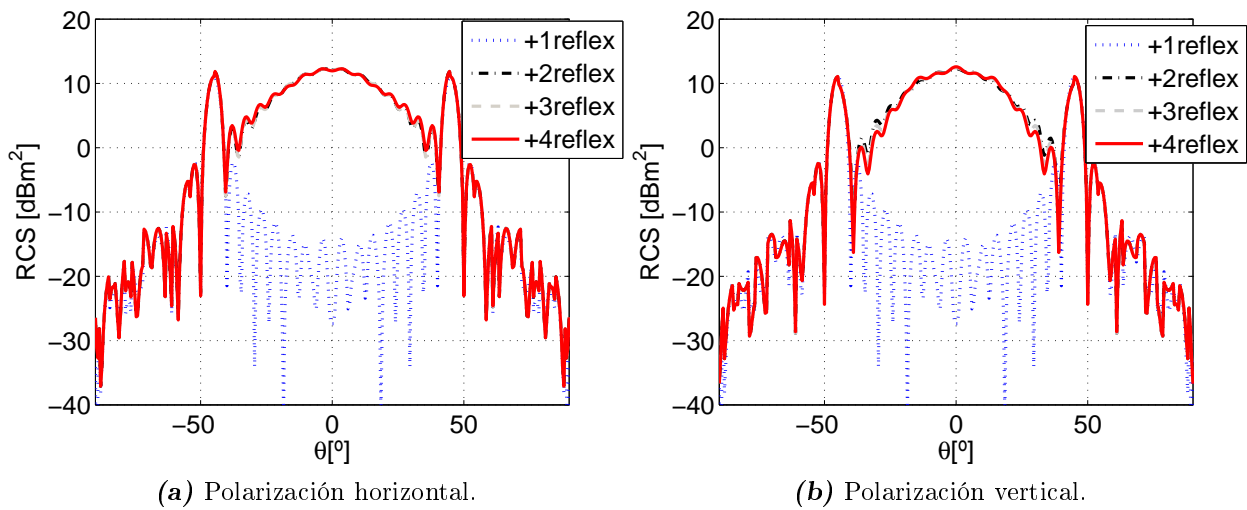


Figura 4.22: RCS monoestática de diedro PEC rectangular de lado $\ell = 5,6088\lambda$. Contribuciones MECA de distintas reflexiones.

entre $\theta = -45^\circ$ y $\theta = 45^\circ$, que es el correspondiente a la incidencia sobre la zona interior del diedro. Como se puede observar la similitud entre los resultados es elevada, por lo que se puede concluir que tanto los niveles de campo generado por las rutinas de MECA para conductores eléctricos perfectos, como el procedimiento descrito para la evaluación de reflexiones es correcto y adecuado.

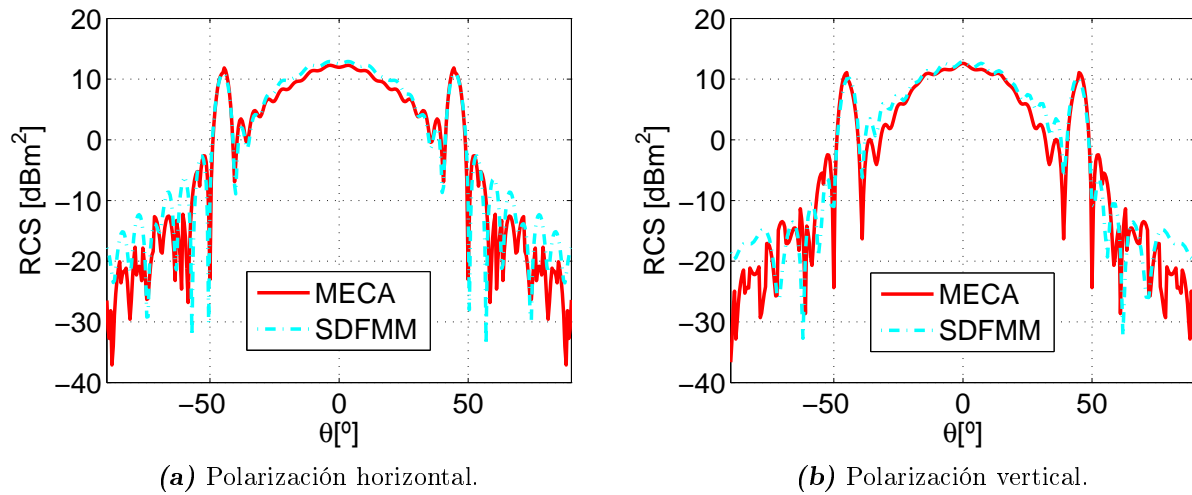


Figura 4.23: RCS monoestática de diedro PEC rectangular de lado $\ell = 5,6088\lambda$. Comparación MECA vs SDFMM.

4.5.2. Diedro con pérdidas

En este apartado se prosigue con la validación mediante la consideración de la geometría canónica del diedro rectangular. La longitud de cada lado de las dos placas es de $\ell = 8,5\lambda$ y se han escogido unos valores de permitividad relativa $\epsilon_r = 2$; permeabilidad relativa $\mu_r = 1$ y conductividad $\sigma = 0,2$ S/m. La disposición del diedro es la misma que la vista en la figura 4.21. En esta configuración se establece un barrido con el ángulo θ variando entre 0° y 45° . De nuevo, por las condiciones de simetría de la geometría, es posible reconstruir el mismo margen angular para $\phi = 270^\circ$, dando lugar a la figura 4.24. En ella se incluyen los niveles en unidades logarítmicas de la RCS monoestática calculada, tanto para SDFMM con elementos con pérdidas como para MECA. Al igual que en el ejemplo anterior, existe una gran coincidencia entre ambos métodos. Del mismo modo, la contribución de segunda reflexión de la técnica de alta frecuencia es la de mayor importancia en amplitud, aunque tiene un comportamiento suave que se ve afectado al sumarle en fase el trazo negro punteado, dando lugar a un patrón algo oscilante.

Con estas últimas ejemplificaciones se ha corroborado la precisión de los resultados de MECA frente a una técnica de onda completa para PEC y materiales con pérdidas. De igual manera, se ha verificado el adecuado cómputo de reflexiones.

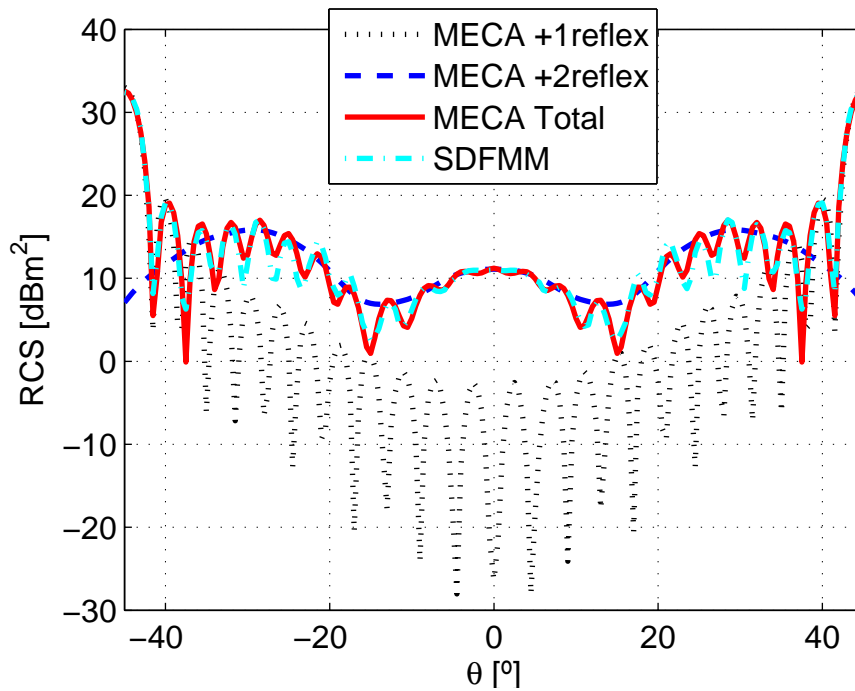


Figura 4.24: RCS monoestática de diedro rectangular de lado $\ell = 8,5\lambda$ con pérdidas. Comparación MECA vs SDFMM.

4.6. Análisis de limitaciones de MECA

En este apartado se abordan dos temas de importancia antes de mostrar en el siguiente capítulo algunos ejemplos de aplicación de MECA al cálculo de cobertura radioeléctrica. Después de haber quedado de manifiesto en diferentes configuraciones el ajuste de los resultados a los de onda completa y/o medidas a través del análisis del comportamiento de su RCS o el nivel de campo dispersado, con este punto se darán por validados tanto el método en sí como las rutinas implementadas para su ejecución.

4.6.1. Despolarización de onda

Hasta este momento se han presentado configuraciones de validación donde la polarización de la fuente, bien sea haz gaussiano u onda plana, era típicamente pura; es decir, en dirección $\hat{\theta}$ o $\hat{\phi}$, vertical u horizontal. Quedaría pendiente el estudio relativo al comportamiento cuando el vector de polarización $\hat{\mathbf{p}}$ tiene ambas componentes no nulas.

El objetivo de este apartado es determinar si existe una despolarización de la onda reflejada, entendiendo como tal que una de las dos componentes ortogonales se ve reforzada

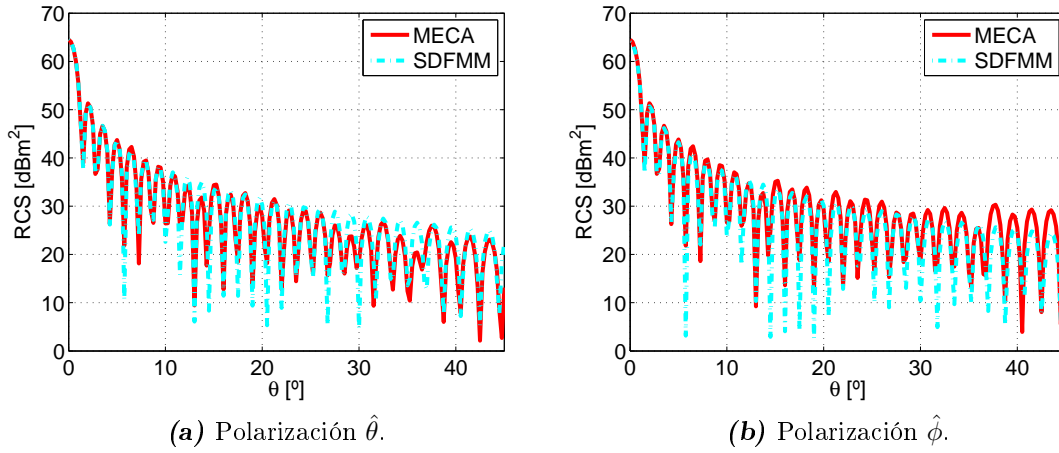


Figura 4.25: Despolarización de onda (I). Polarizaciones puras.

en detrimento de la otra. Este efecto debe ser tangible más allá de las discrepancias detectadas con anterioridad al manejar geometrías finitas y direcciones tendiendo a rasantes. La referencia para discernir si existe ese trasvase de energía entre componentes será SDFMM (véase la sección 4.2).

Se lleva a cabo el análisis sobre una geometría consistente en una placa cuadrada de lado $l = 40\lambda$ cuya superficie es rugosa y que ha sido obtenida con los mismos parámetros definidos previamente en el bloque 4.4.5. Una onda plana incide sobre el escenario para cinco polarizaciones diferentes y se calcula su RCS biestática en el rango angular comprendido entre $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 45^\circ$. La caracterización del material responde a $\varepsilon_r = 2$ y $\sigma = 0,03$ S/m, o lo que es lo mismo, una permitividad relativa compleja de $2 - j1,7984$ para la frecuencia $f = 300$ MHz.

La figura 4.25 recoge los casos para $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\theta}$ (en la figura 4.25a) y $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\phi}$ (en la figura 4.25b). Como puede observarse, la coincidencia en la segunda situación entre los métodos MECA y SDFMM es mejor que en la primera y esta constante se mantiene para el resto de imágenes asociadas a esta polarización. A la vista de las gráficas, el valor máximo de RCS es coincidente en ambas situaciones, al tiempo que los trazos para cada una de las metodologías guardan gran similitud entre sí. Dado que se trata de polarizaciones puras, los niveles de contrapolar se sitúan muy por debajo de los mostrados, con lo que no han sido incluidos.

Dos polarizaciones complementarias, donde la amplitud de la componente θ de la primera es igual a la de la componente ϕ de la segunda y viceversa, $\hat{\mathbf{p}} = 0,4472\hat{\theta} + 0,8944\hat{\phi}$ y $\hat{\mathbf{p}} = 0,8944\hat{\theta} + 0,4472\hat{\phi}$, se representan en la figura 4.26. En la misma RCS_θ denota que los valores han sido obtenidos a partir de la componente θ del campo dispersado, así como RCS_ϕ se corresponde con los de la componente ϕ . Además, al verificar que la amplitud de una componente dobla a la otra, y debido a que la relación entre los trazos de RCS debe ser

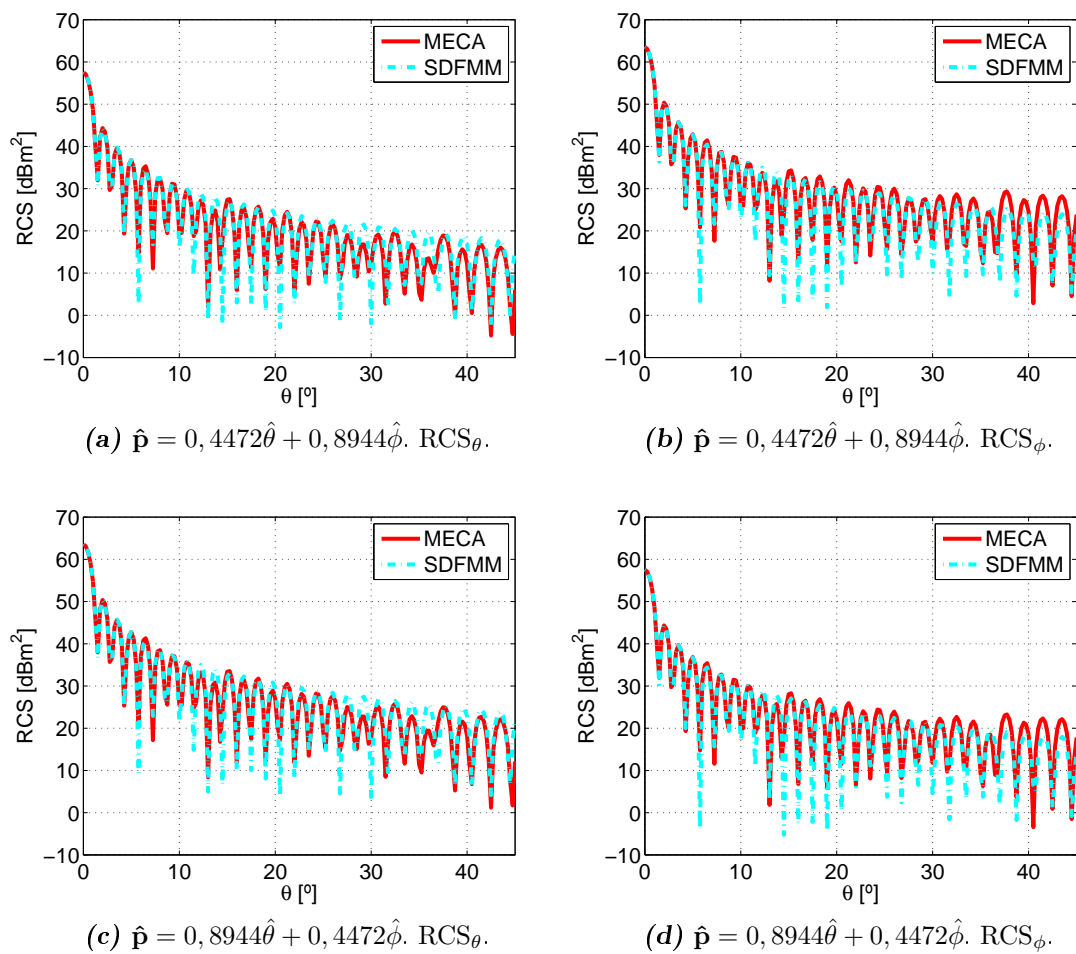


Figura 4.26: Despolarización de onda (II). Polarizaciones mixtas.

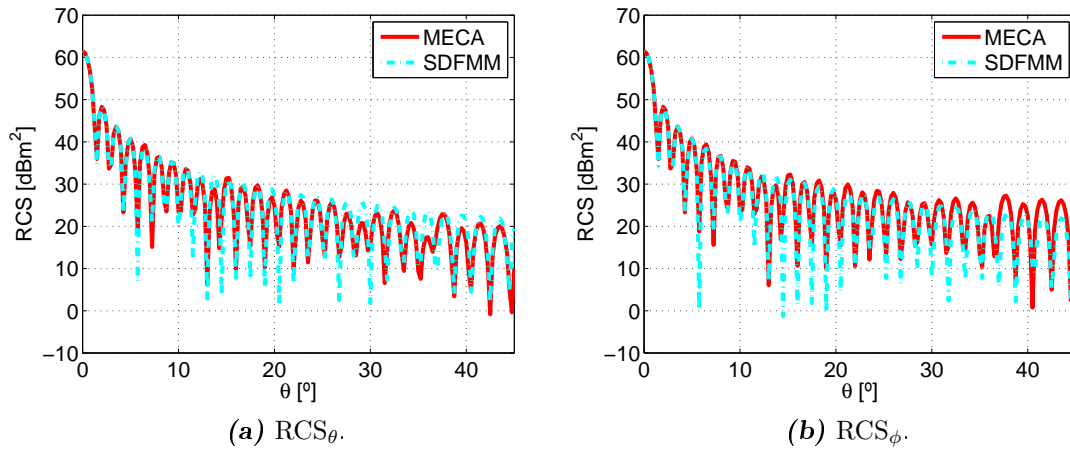


Figura 4.27: Despolarización de onda (III). $\hat{\mathbf{p}} = 0,7071\hat{\theta} + 0,7071\hat{\phi}$.

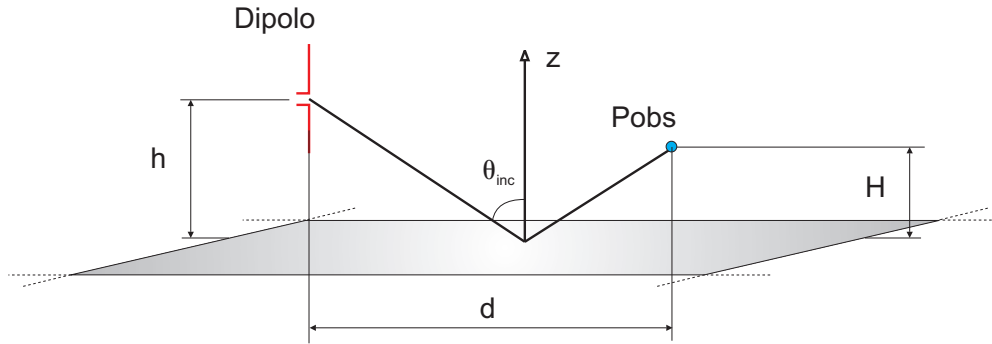


Figura 4.28: Esquema de la configuración dipolo vertical y plano infinito.

análoga a la de entrada, existe una diferencia entre estos que se cifra en torno a los 6 dB, como era de esperar.

Finalmente, la figura 4.27 atiende al caso en que las componentes θ y ϕ de la onda incidente tienen la misma amplitud. Por tanto, las simulaciones proveen unos resultados de RCS similares para ambas, sin que haya una descompensación aparente y significativa a favor de ninguna de ellas. De esta manera se concluye que no se hace visible un efecto de despolarización aun cuando los parámetros constitutivos del medio son los propios de uno con pérdidas. Esta afirmación se hace extensiva a caracterizaciones PEC y de dieléctrico que han sido contrastadas, pese a que los resultados insertados se reduzcan al medio con pérdidas por creerse este más significativo.

4.6.2. Dependencia angular

El segundo aspecto a analizar es la dependencia angular del método MECA. Es sabido que los resultados de la aproximación de Óptica Física no son muy precisos cuando se trata

de una incidencia rasante sobre geometrías de dimensiones finitas; de hecho así ha quedado patente en buena parte de los ejemplos previos de validación. No sucede igual cuando se trata de una incidencia normal.

Teniendo en consideración la temática de esta Tesis y su enfoque hacia el cálculo de cobertura radioeléctrica, a continuación se presentan varias configuraciones en las que un dipolo resonante se localiza sobre un plano y se obtienen los niveles de campo eléctrico sobre diferentes puntos de observación. El interés de esta batería de pruebas radica no solo en el rango angular de estudio, sino también en el carácter infinito del plano, que se justifica desde la perspectiva de la evaluación de cobertura por el tamaño del entorno rural o urbano de trabajo.

La figura 4.28 muestra el plano infinito en $z = 0$ cuya caracterización será modificada; la altura de la fuente $h = 1,5$ m; la altura H (variable) de los puntos de observación P_{obs} y la distancia d entre fuente y puntos de observación. Se ha señalado θ_{inc} en la imagen, que es el ángulo para el cual se produce la reflexión según la Óptica Geométrica, con objeto de tener definida una variable angular para la representación de los resultados. No obstante, se quiere remarcar que el método MECA, como se veía en el capítulo 3, determina el valor de unas corrientes equivalentes sobre las facetas que constituyen la geometría y estas radian sobre todos los puntos de observación, con lo que realmente para uno dado se contabilizan contribuciones con diferentes ángulos, si bien en torno al valor θ_{inc} son especialmente significativas. Se fija el ángulo $\theta_{inc} \in [5^\circ, 80^\circ]$ y en función del mismo, la distancia d a la que se sitúa el punto de observación.

El dipolo de media longitud de onda para la frecuencia $f = 1800$ MHz tiene dos orientaciones posibles: la vertical (tal y como se dibuja en la figura 4.28) y la horizontal (paralelo al plano de tierra). El campo eléctrico generado por este elemento centrado en el origen de coordenadas y cuyos brazos coinciden con el eje z se ha denotado como \mathbf{E}^{inc} , al tratarse del campo incidente tanto en las facetas como en los puntos de observación y atiende a:

$$\mathbf{E}^{inc} = j\eta I_0 \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\text{sen}\theta} \right] \hat{\theta}, \quad (4.6)$$

donde I_0 es la amplitud de la distribución de corriente en el centro.

Dos son las caracterizaciones que se harán del plano infinito: la primera de ellas como conductor eléctrico perfecto y la segunda como superficie con pérdidas. Para contrastar los resultados, en el caso PEC, se utiliza el método de las imágenes [Balanis, 1989], según el cual la configuración de la figura 4.28 es equivalente a situar la imagen del dipolo respecto al plano y eliminar este último. Ambas fuentes radiarán en espacio libre sobre los puntos de

observación. En el caso del medio no-PEC se empleará el método de onda completa MoM implementado en el software FEKO², pues el método de las imágenes para una configuración de este tipo supone considerar una serie infinita de dipolos a diferentes distancias del original y con excitaciones complejas.

En la figura 4.29 se contemplan diferentes alturas H de análisis (entre 1 y 35 metros) para el estudio del plano PEC y se representa el módulo del campo eléctrico total \mathbf{E}^{tot} , entendiendo como tal la suma del incidente más la reflexión generada, en el punto de observación frente al ángulo de incidencia θ_{inc} . Asimismo, en la imagen superior los resultados corresponden a la orientación vertical, mientras que en la inferior, a la horizontal. Se observa la excelente coincidencia entre los valores MECA y los obtenidos mediante el método de las imágenes.

Cuando el dipolo es paralelo al plano de tierra, para ángulos pequeños se alcanzan niveles más elevados que para ángulos próximos al límite superior al localizarse el máximo de radiación en los parches próximos al mismo. Por el contrario, cuando el dipolo es perpendicular, el nivel en los parches más cercanos es prácticamente nulo, de ahí que el margen evaluado comience en 5° .

Con una disposición de las imágenes idéntica a la de la figura 4.29, en la figura 4.30 los mismos datos son representados en función del logaritmo de la distancia en longitudes de onda d_λ . Como se había señalado, al considerar siempre el mismo rango $\theta_{inc} \in [5^\circ, 80^\circ]$, para $H = 35 \text{ m}$ d_λ será mayor que para $H = 1 \text{ m}$ con $\theta_{inc} = 80^\circ$ y viceversa.

Dado que se observa una desviación para valores d_λ en alguno de los trazos continuos respecto a los correspondientes discontinuos, se hace zum de las gráficas en la figura 4.31 en la zona angular comprendida entre 5° y 20° . En ella queda constancia de cómo el desajuste se produce a medida que se incrementa H , si bien el máximo es de aproximadamente 2 dB y en niveles de campo bajos respecto de los casos anteriores, por tanto, poco representativa frente a la amplitud de campo total.

Con unos parámetros $\varepsilon_r = 3,5$; $\mu_r = 1$ y $\sigma = 0,5 \text{ S/m}$ se define el plano para la caracterización como medio con pérdidas. La figura 4.32 representa los valores del módulo del campo eléctrico total. Frente a la configuración PEC, para ángulos de incidencia entre 60° y 80° las oscilaciones son de menor amplitud con el dipolo vertical y, para el dipolo horizontal, los distintos trazos tienden a concentrarse en un intervalo de valores sobre el eje de ordenadas más reducido. Aun así, la superposición de MECA y MoM es indiscutible.

Otra manera de visualizar las simulaciones hechas es en función de la distancia entre fuente y punto de observación (véase la figura 4.33). Un zum sobre parte de la misma, en

²Al tratarse de un plano infinito no hay ningún problema en la caracterización no-PEC de la superficie.

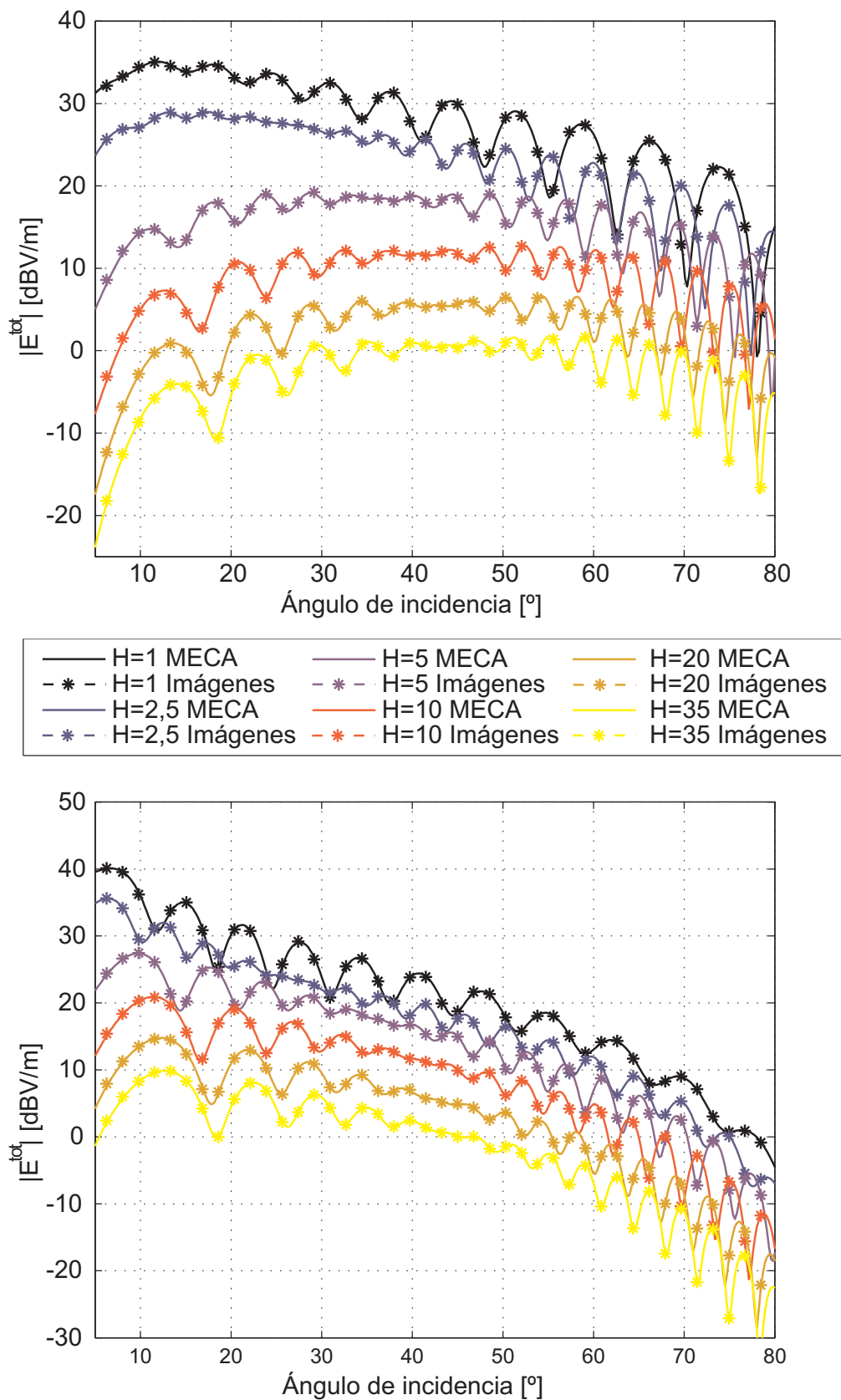


Figura 4.29: Nivel de campo eléctrico en función de los ángulos de incidencia con dipolo sobre plano infinito PEC para diferentes alturas H (en metros). Arriba, dipolo vertical. Abajo, dipolo horizontal.

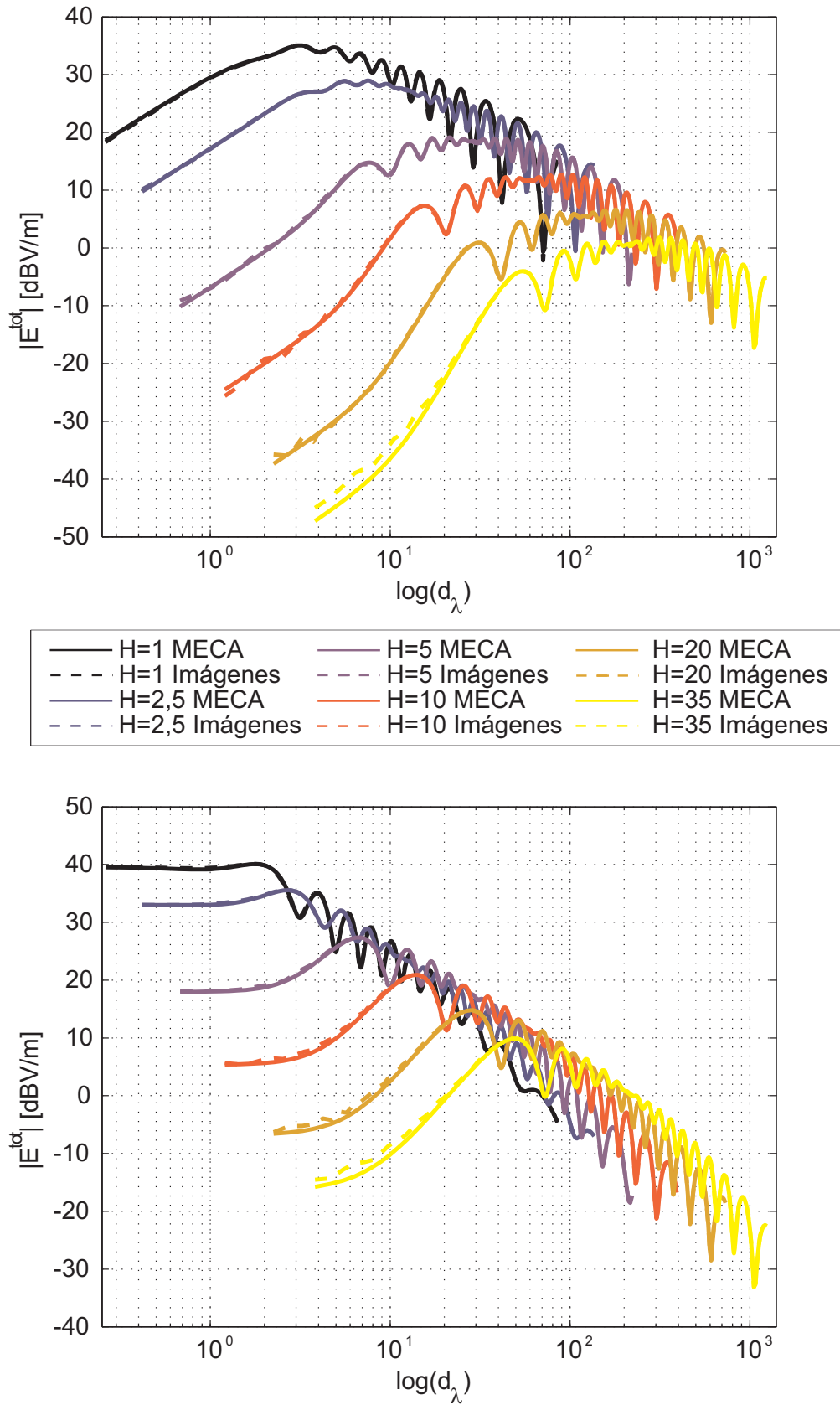


Figura 4.30: Nivel de campo eléctrico en función del logaritmo de la distancia d_λ (en longitudes de onda) con dipolo sobre plano infinito PEC para diferentes alturas H (en metros). Arriba, dipolo vertical. Abajo, dipolo horizontal.

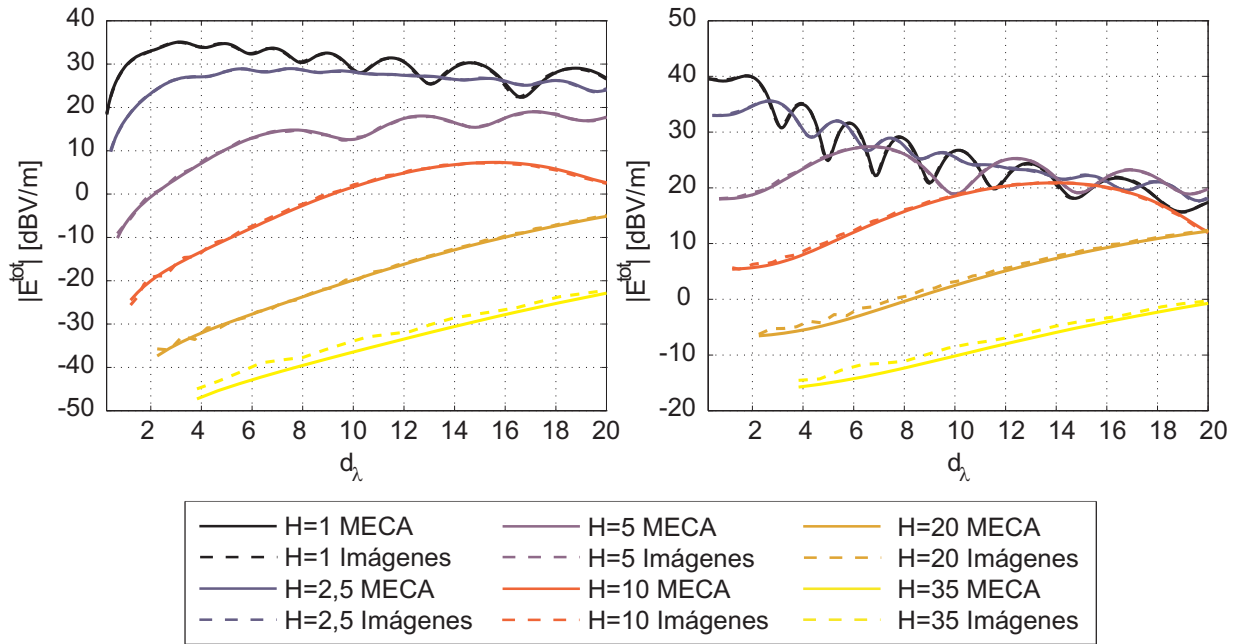


Figura 4.31: Nivel de campo eléctrico en función de la distancia d_λ (en longitudes de onda) con dipolo sobre plano infinito PEC para diferentes alturas H (en metros). Zum. Izquierda, dipolo vertical. Derecha, dipolo horizontal.

la figura 4.34, pone en evidencia que la desviación de la técnica de alta frecuencia y de la de onda completa es, una vez más, poco significativa tanto en términos absolutos como relativos.

Se puede concluir a partir de las últimas configuraciones mostradas y de las imágenes presentadas, junto con los resultados obtenidos a partir de diferentes geometrías canónicas, que la precisión de MECA queda ampliamente demostrada. Cualquier discrepancia en los resultados es debida al fenómeno de difracción, que debe ser tenido en cuenta a partir de las expresiones MEC cuando la presencia de aristas es significativa, bien por la propia geometría o por el ángulo de incidencia.

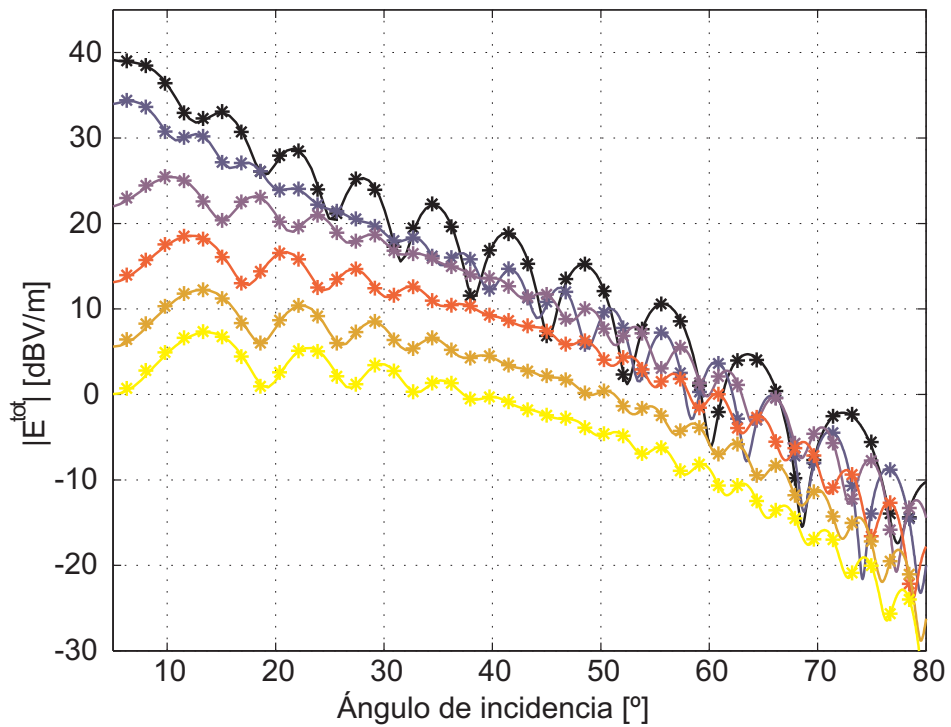
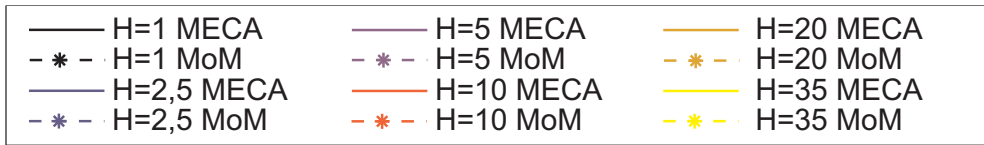
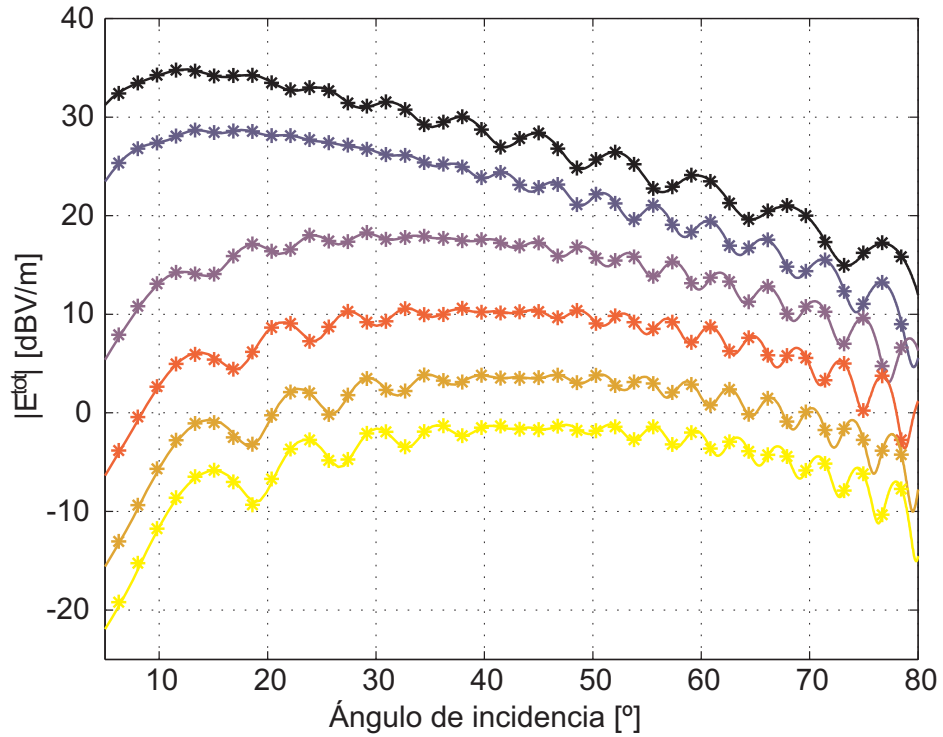


Figura 4.32: Nivel de campo eléctrico en función de los ángulos de incidencia con dipolo sobre plano infinito con pérdidas para diferentes alturas H (en metros). Arriba, dipolo vertical. Abajo, dipolo horizontal.

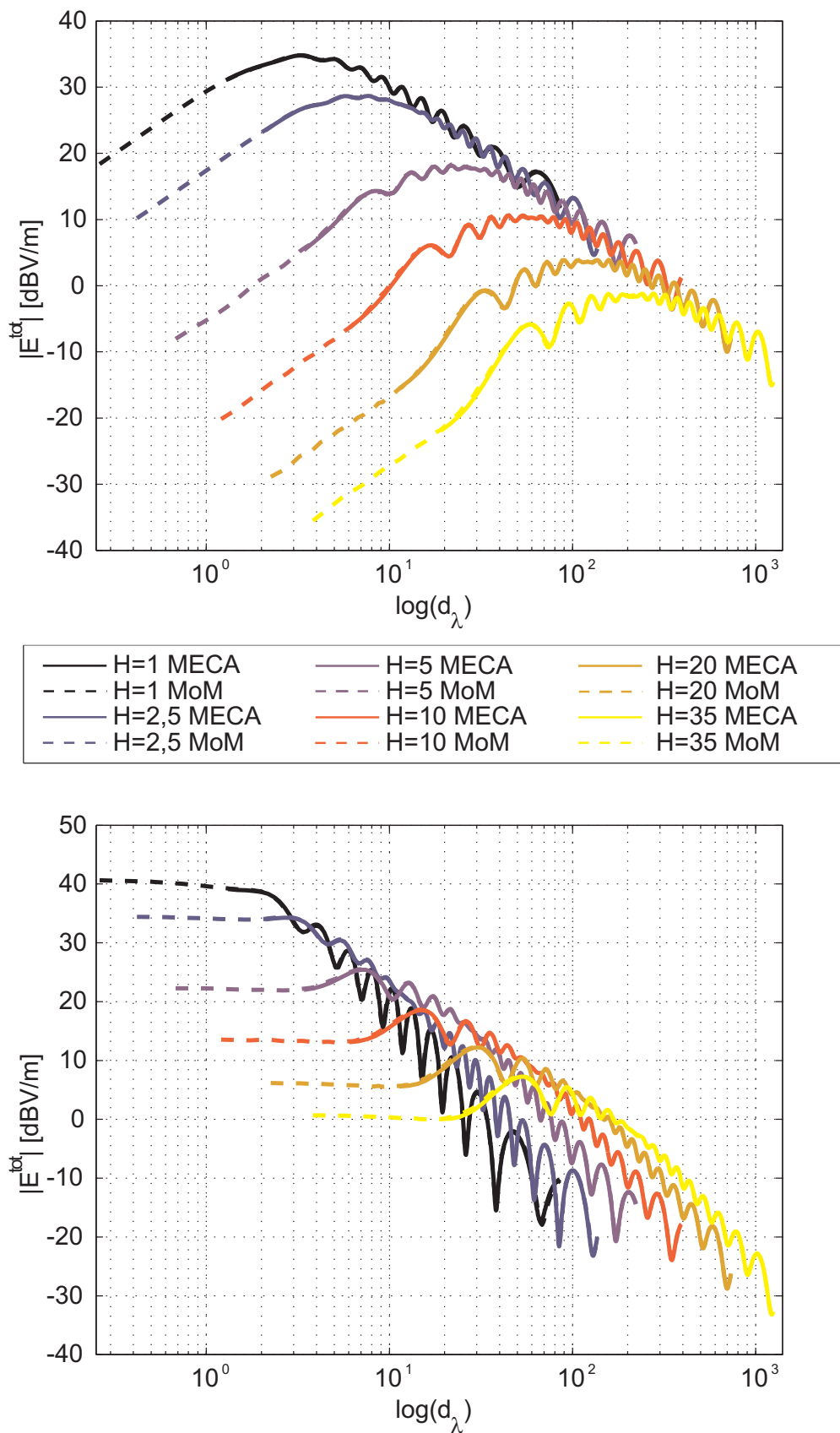


Figura 4.33: Nivel de campo eléctrico en función del logaritmo de la distancia d_λ con dipolo sobre plano infinito con pérdidas para diferentes alturas H (en metros). Arriba, dipolo vertical. Abajo, dipolo horizontal.

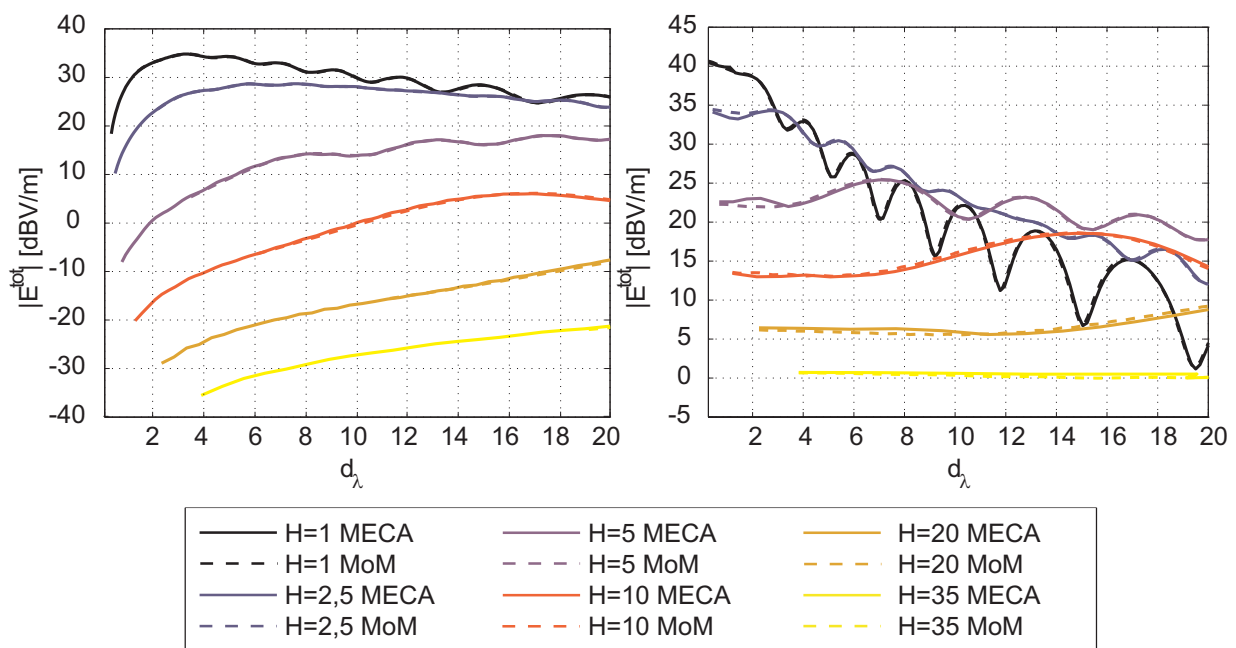


Figura 4.34: Nivel de campo eléctrico en función de la distancia d_λ (en longitudes de onda) con dipolo sobre plano infinito con pérdidas para diferentes alturas H (en metros). Zum. Izquierda, dipolo vertical. Derecha, dipolo horizontal.