

Universidad de Cantabria

Tesis Doctoral

FORMACIÓN DE IMÁGENES EN ÓPTICA ADAPTATIVA

Vidal Fernández Canales

Capítulo 1

LA TURBULENCIA ATMOSFÉRICA

La atmósfera no se comporta como un medio homogéneo para la propagación de la luz. El origen de este comportamiento se halla en el proceso de calentamiento del aire por el Sol. Durante el día la luz solar calienta las masas terrestres. Por la noche la superficie de la Tierra se enfría gradualmente y se disipa calor hacia la atmósfera. Estos procesos producen movimientos de aire a gran escala, que alcanzan el régimen turbulento, y se convierten progresivamente en movimientos a escalas menores. Como resultado se crean en la atmósfera regiones de aire a distintas temperaturas, cuyo tamaño y distribución son aleatorios. El índice de refracción del aire depende de la densidad, y por tanto de la temperatura, con lo que también el índice de refracción de la atmósfera es aleatorio. Por

tanto, las ondas que se propagan por ella encuentran un medio inhomogéneo y se distorsionan.

Este es uno de los principales problemas de la astronomía. Las ondas luminosas que provienen de los objetos astronómicos llegan distorsionadas a los telescopios que se hallan sobre la superficie terrestre, por los efectos de la turbulencia atmosférica, lo que limita la resolución de los telescopios. Si la atmósfera fuera un medio ideal, perfectamente homogéneo, la resolución de un telescopio con óptica perfecta sería inversamente proporcional a su abertura. Este es el límite de resolución que impone la difracción. Sin embargo, las aberraciones aleatorias que la atmósfera introduce en el frente de onda imponen un nuevo límite de resolución. En función de las condiciones atmosféricas, el diámetro mínimo de la imagen de una fuente puntual (disco de *seeing*) puede variar entre 0.3 y 10" (segundos de arco) aproximadamente. Un valor típico en los observatorios astronómicos es 2", que corresponde al límite de resolución difraccional de una abertura de 6 cm en el visible. En telescopios de menor tamaño el único efecto de la atmósfera sobre la imagen es que esta presenta un movimiento aleatorio. Sin embargo, a partir del límite impuesto por la atmósfera, el aumento de la abertura del telescopio, aun con elementos ópticos perfectos, no conlleva una mejora de la resolución.

En este capítulo resumiremos las características de la turbulencia atmosférica, en especial aquellos aspectos que posteriormente serán de utilidad para el análisis de la formación de imágenes parcialmente compensadas. Una descripción detallada de la turbulencia atmosférica se halla en Tennekes y Lumley (1972) o Lumley y Panofsky (1964). Los resultados más relacionados con la propagación de señales ópticas se encuentran en Tatarski (1967) y Roddier (1981).

1.1 Estructura de la turbulencia

Un flujo alcanza el régimen turbulento cuando el número de Reynolds R_e excede un valor crítico que depende sólo de la estructura geométrica del flujo. El número de Reynolds se define como:

$$R_e = \frac{V_0 L_0}{\nu_0} \quad (1.1)$$

donde V_0 es una velocidad característica y L_0 un tamaño característico del flujo; ν_0 es la viscosidad cinemática del fluido. La viscosidad cinemática del aire es del orden de $15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$; si se toma para la atmósfera $V_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ y $L_0 = 15 \text{ m}$ se obtiene $R_e = 10^6$ que en general corresponde a turbulencia plenamente desarrollada.

Según la teoría de Kolmogorov (1961), para este grado de turbulencia, la energía cinética de los movimientos a grandes escalas se transfiere a movimientos de escalas cada vez menores. En cada escala L los movimientos tienen una velocidad característica V . El proceso de transferencia de energía a escalas menores finaliza en una escala en la que el número de Reynolds $R_e = VL/\nu_0$ es suficientemente pequeño para que la energía cinética se disipe en calor por fricción.

En un estado estacionario la tasa de disipación de energía ε_0 es igual a la tasa de producción de energía turbulenta. Se supone que la velocidad del movimiento del aire en la escala L depende sólo de L y de la tasa de producción y disipación de energía. Un razonamiento dimensional muestra que:

$$V = \varepsilon_0^{1/3} L^{1/3} \quad (1.2)$$

En un análisis espectral de la energía cinética en función del módulo κ del vector de onda, la energía $E(\kappa)d\kappa$ entre κ y $\kappa+d\kappa$ es proporcional a $V^2(\kappa)$. De (1.2) teniendo en cuenta que $L \propto 1/\kappa$, se obtiene:

$$E(\kappa)d\kappa \propto \kappa^{-2/3} \quad (1.3)$$

y por tanto:

$$E(\kappa) \propto \kappa^{-5/3} \quad (1.4)$$

que se conoce como ley de Kolmogorov, válida sólo en el rango inercial $1/L_0 \ll \kappa \ll 1/l_0$, donde L_0 es la escala superior (generalmente la escala de los movimientos que dan lugar a la turbulencia) y l_0 es la escala inferior, en la que aparece la disipación.

En la troposfera, l_0 varía entre unos milímetros cerca de la superficie terrestre hasta 1 cm en los límites con la tropopausa, y L_0 es del orden de 100 m. El tamaño de las zonas homogéneas en el frente de onda oscila entre unos pocos centímetros y pocos metros. Por tanto, la ley de Kolmogorov se puede aplicar a este caso. Este resultado se ha comprobado experimentalmente en multitud de circunstancias.

1.2 Fluctuaciones del índice de refracción

Las variaciones de temperatura en la atmósfera producen variaciones de la densidad del aire y por consiguiente, del índice de refracción n . Es conveniente describir sus propiedades estadísticas usando la función de estructura o el espectro de potencias. La función de estructura se define como:

$$D_n(\vec{\rho}) = \left\langle |n(\vec{r} + \vec{\rho}) - n(\vec{r})|^2 \right\rangle \quad (1.5)$$

donde $\langle \rangle$ representa un promedio al conjunto de estados y \vec{r} y $\vec{\rho}$ son vectores de posición en la pupila. El espectro de potencias de las fluctuaciones del índice es la transformada de Fourier de la función de estructura:

$$\phi_n(\vec{\kappa}) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\langle |n(\vec{r} + \vec{\rho}) - n(\vec{r})|^2 \right\rangle \exp(-2\pi i \vec{\kappa} \vec{\rho}) d\vec{\rho} \quad (1.6)$$

donde $\vec{\kappa}$ es un vector en el espacio de frecuencias espaciales. De la teoría de Kolmogorov se puede deducir la función de estructura:

$$D_n(\vec{\rho}) = C_n^2 |\vec{\rho}|^{2/3} \tag{1.7}$$

donde C_n es la constante de estructura del índice de refracción. Este parámetro expresa la fuerza de la turbulencia. La atmósfera terrestre está estratificada: existen capas con distinto grado de turbulencia a diferentes alturas. Por tanto, es necesario determinar la constante de estructura en función de la altitud h . La figura 1.1 muestra el perfil experimental de $C_n(h)$ (Hufnagel 1974).

Finalmente, el espectro de potencias queda:

$$\phi_n(\vec{\kappa}) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} \tag{1.8}$$

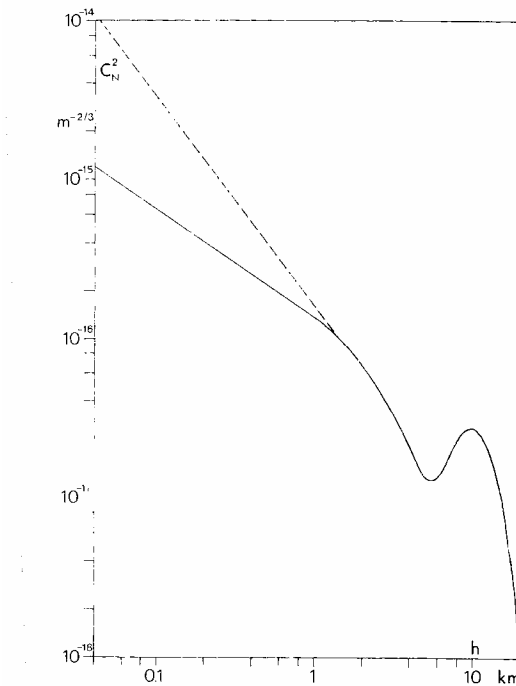


Figura 1.1 Perfil promedio de C_n^2 extendido a bajas altitudes siguiendo una ley $h^{-2/3}$ (línea continua: condiciones nocturnas estables) y siguiendo una ley $h^{-4/3}$ (línea discontinua: condiciones diurnas inestables).

1.3 Estructura espacial del frente de onda

El frente de onda se representa por:

$$\psi(\vec{r}) = A(\vec{r}) e^{i\phi(\vec{r})} \quad (1.9)$$

La magnitud A es la amplitud y ϕ la fase del frente de onda. El frente de onda que incide en el telescopio presenta variaciones espaciales tanto de la amplitud como de la fase. Estas últimas son las más importantes para el proceso de formación de imágenes, y se describirán utilizando la función de estructura, definida por:

$$D_\phi(\vec{\rho}) = \left\langle (\phi(\vec{r} + \vec{\rho}) - \phi(\vec{r}))^2 \right\rangle \quad (1.10)$$

Todos los puntos del frente de onda son equivalentes, propiedad que se denomina estacionariedad del frente de onda. Debido a la estacionariedad la función de estructura sólo depende del vector que une los puntos, no de los puntos en sí. La función de estructura de la fase a la entrada del telescopio que resulta del modelo de Kolmogorov es:

$$D_\phi(\vec{\rho}) = 6.88 \left(\frac{\rho}{r_0} \right)^{5/3} \text{ rad}^2 \quad (1.11)$$

donde r_0 , denominado parámetro de Fried (1966) depende de la longitud de onda y la distancia al cenit como:

$$r_0(\lambda, \xi) = 0.185 \lambda^{6/5} \left(\frac{\cos \xi}{\int C_n^2(h) dh} \right)^{3/5} \quad (1.12)$$

En lo sucesivo nos referiremos al parámetro de Fried r_0 , que corresponde a las condiciones $r_0(\lambda=500 \text{ nm}, \xi=0 \text{ rad})$. Se define como zona coherente de la atmósfera una

región en la que apenas se producen variaciones del índice de refracción. El parámetro de Fried representa el diámetro de las zonas coherentes en la atmósfera.

La función de estructura expresada en (1.11) sólo depende de la distancia entre puntos, es decir, del módulo del vector que une los puntos. Esto significa que se considera a la atmósfera un medio isótropo.

Una última propiedad importante de la atmósfera es la ergodicidad, que estipula que el promedio de cualquier magnitud se puede obtener realizando medidas a lo largo del tiempo sin cambiar de punto o en distintos puntos en un instante determinado. Dicho de otra manera, es indiferente realizar el promedio espacial o el temporal.

Las variaciones de amplitud en la abertura del telescopio contribuyen en mucha menor medida a la degradación de la imagen que las de la fase y son generalmente ignoradas en la planificación y evaluación de los sistemas de óptica adaptativa (Beckers 1993). Cuanto mayor es la longitud de onda menos afectan a la calidad de la imagen, desde el 15% para 500 nm al 3% a 2200 nm (Roddier y Roddier 1986).