



UNIVERSITAT
JAUME·I

Universitat Jaume I de Castelló
Escuela Superior de Tecnología y Ciencias Experimentales

Departamento de Ingeniería Química

**SIMULACIÓN DE LA DEFORMACIÓN DE BALDOSAS
CERÁMICAS DURANTE LA COCCIÓN**

Tesis Doctoral
VICENTE CANTAVELLA SOLER

Castellón, 1998



UNIVERSITAT
JAUME I

Universitat Jaume I de Castelló
Escuela Superior de Tecnología y Ciencias Experimentales

Departamento de Ingeniería Química

**SIMULACIÓN DE LA DEFORMACIÓN DE BALDOSAS
CERÁMICAS DURANTE LA COCCIÓN**

MEMORIA
que para optar al grado de
Doctor Ingeniero en Química presenta
VICENTE CANTAVELLA SOLER

Castellón, 1998

JOSÉ EMILIO ENRIQUE NAVARRO, CATEDRÁTICO DE INGENIERÍA QUÍMICA DE LA UNIVERSITAT JAUME I DE CASTELLÓN Y FRANCISCO NEGRE MEDALL, PROFESOR TITULAR DE INGENIERÍA QUÍMICA DE LA UNIVERSITAT JAUME I DE CASTELLÓN.

CERTIFICAN: Que D. Vicente Cantavella Soler ha realizado bajo su dirección, en los laboratorios del Instituto de Tecnología Cerámica, dentro del programa de doctorado del Departamento de Ingeniería Química de la Universitat Jaume I de Castellón, el trabajo que bajo el título "SIMULACIÓN DE LA DEFORMACIÓN DE BALDOSAS CERÁMICAS DURANTE LA COCCIÓN", presenta en esta Memoria y que constituye su Tesis para optar al grado de Doctor Ingeniero en Química.

Y para que conste a los efectos oportunos, firman el presente certificado en Castellón, a diecisiete de febrero de mil novecientos noventa y ocho.

Fdo.: José E. Enrique Navarro
Catedrático de Ingeniería Química

Fdo.: Francisco Negre Medall
Prof. Titular de Ingeniería Química

Agraïments

El treball que es presenta s'ha realitzat a l'Institut de Tecnologia Ceràmica de la Universitat Jaume I, concertat amb l'Associació d'Investigació de les Indústries Ceràmiques. Vull manifestar el meu agraïment a aquestes dues institucions per haver-me permès disposar del mitjans necessaris per a dur-lo a terme.

Exprime també el meu agraïment als directors d'aquesta tesis: José Emilio Enrique Navarro i Francisco Negre Medall, especialment per l'impuls inicial que vaig rebre d'ells i la confiança que van mostrar en el desenvolupament de l'estudi.

Des d'aquestes línies, manifeste també el meu reconeixement a Domingo Llorens. Junts vam passar moltes hores tractant de planificar un assaig que poguera comprovar el model teòric desenvolupat.

Finalment, vull donar les gràcies a Eliseo Monfort, pels seus comentaris sobre la transmissió de calor i a Lidón Campos i Sílvia Cantavella per haver dut a terme la sempre pesada tasca de revisar el manuscrit.

Índice

1.	Resumen	1
2.	Introducción	5
2.1.	<i>Proceso de fabricación de baldosas cerámicas</i>	7
2.2.	<i>Cocción de baldosas cerámicas</i>	9
2.2.1.	Generalidades	9
2.2.2.	Hornos	14
2.2.2.1.	<i>Zona de calentamiento</i>	16
2.2.2.2.	<i>Zona de enfriamiento</i>	17
2.2.3.	Transmisión de calor	18
2.2.3.1.	<i>En el interior del horno</i>	18
	a. <i>Convección</i>	18
	b. <i>Radiación</i>	19
	c. <i>Cálculo del incremento de temperatura de las piezas</i>	21
2.2.3.2.	<i>En el interior de la pieza</i>	23
2.2.3.3.	<i>Resolución de las ecuaciones de transmisión de calor</i>	25
2.2.4.	Sustentación y desplazamiento de piezas en el interior del horno	25
2.3.	<i>Propiedades mecánicas de las piezas</i>	28
2.3.1.	Generalidades	28
2.3.2.	Leyes de comportamiento	30
2.3.2.1.	<i>Comportamiento elástico</i>	30
2.3.2.2.	<i>Comportamiento plástico</i>	31
2.3.2.3.	<i>Comportamiento viscoso</i>	33
	a. <i>Modelo exclusivamente viscoso</i>	33
	b. <i>Modelo viscoelástico</i>	34
	c. <i>Modelo viscoplástico</i>	36
2.3.3.	Endurecimiento de los materiales sometidos a la acción de un esfuerzo	36
2.3.3.1.	<i>Ley de endurecimiento aditiva</i>	37
2.3.3.2.	<i>Ley de endurecimiento multiplicativa</i>	38
2.3.4.	Resolución de las ecuaciones mecánicas	38
2.3.5.	Fluencia en materiales cerámicos	39
2.3.5.1.	<i>Fenomenología de la fluencia</i>	39
2.3.5.2.	<i>Mecanismos por los que se produce la fluencia</i>	42

2.3.5.3.	<i>Fluencia secundaria</i>	44
2.3.5.4.	<i>Modelos globales</i>	46
2.3.6.	Montajes experimentales de determinación de las propiedades mecánicas	47
2.3.6.1.	<i>Ensayos uniaxiales</i>	47
2.3.6.2.	<i>Ensayos de flexión</i>	50
2.4.	<i>Deformación de las baldosas cerámicas</i>	54
2.4.1.	Comportamiento durante el calentamiento y la cocción	54
2.4.1.1.	<i>Deformaciones asociadas a la expansión-contracción térmica</i>	54
2.4.1.2.	<i>Deformaciones pirolásticas</i>	58
2.4.2.	Comportamiento durante el enfriamiento	59
3.	Objetivo y alcance de la investigación	67
4.	Materiales, aparatos y técnicas experimentales	73
4.1.	<i>Materiales</i>	75
4.2.	<i>Aparatos y técnicas experimentales</i>	75
4.2.1.	Análisis químico	75
4.2.2.	Difracción de rayos X	76
4.2.3.	Medida de la densidad aparente	76
4.2.4.	Diagrama de compactación	77
4.2.5.	Análisis dilatométrico	78
4.2.6.	Análisis térmico diferencial (ATD)	79
4.2.7.	Análisis termogravimétrico (TG-DTG)	80
4.2.8.	Determinación de las propiedades térmicas	81
4.2.9.	Determinación de las propiedades viscoelásticas	82
4.2.10.	Determinación de las curvaturas asociadas a la expansión-contracción térmica	86
5.	Resultados y discusión	89
5.1.	<i>Caracterización de los materiales utilizados</i>	91
5.1.1.	Soporte de gres	91

5.1.1.1.	<i>Análisis químico</i>	91
5.1.1.2.	<i>Diagrama de compactación</i>	91
5.1.1.3.	<i>Análisis dilatométrico</i>	92
5.1.1.4.	<i>Análisis térmico diferencial (ATD)</i>	93
5.1.1.5.	<i>Análisis termogravimétrico (TG-DTG)</i>	94
5.1.2.	SopORTE de porosa	95
5.1.2.1.	<i>Análisis químico</i>	95
5.1.2.2.	<i>Diagrama de compactación</i>	96
5.1.2.3.	<i>Análisis dilatométrico</i>	96
5.1.2.4.	<i>Análisis térmico diferencial (ATD)</i>	97
5.1.2.5.	<i>Análisis termogravimétrico (TG-DTG)</i>	98
5.2.	<i>Modelo propuesto</i>	100
5.2.1.	Estudio térmico	100
5.2.1.1.	<i>Estimación de la temperatura de la superficie de la pieza</i>	101
5.2.1.2.	<i>Transmisión de calor en el interior de la pieza</i>	102
a.	<i>Transferencia de calor sin reacciones químicas</i>	103
b.	<i>Transferencia de calor con reacciones químicas</i>	106
5.2.1.3.	<i>Diferencias finitas</i>	110
a.	<i>Temperatura conocida en la superficie de la pieza</i>	110
b.	<i>Temperatura conocida en la atmósfera del horno</i>	113
5.2.1.4.	<i>Comprobación de la aplicabilidad de los coeficientes de transmisión de calor</i>	116
5.2.2.	Estudio mecánico	119
5.2.2.1.	<i>Relaciones estáticas o de equilibrio</i>	120
5.2.2.2.	<i>Leyes de comportamiento de los materiales</i>	120
a.	<i>Utilización de un modelo elástico</i>	121
b.	<i>Utilización de un modelo viscoelástico</i>	121
5.2.2.3.	<i>Limitaciones del modelo elástico</i>	123
5.2.2.4.	<i>Modelo de elementos finitos utilizado</i>	125
a.	<i>Cálculo de las funciones de interpolación</i>	126
b.	<i>Cálculo de la matriz de rigidez</i>	127
c.	<i>Cálculo de las cargas</i>	130
c.1.	<i>Cálculo de $\{p_v^c\}$</i>	131
c.2.	<i>Cálculo de $\{p_{th}^c\}$</i>	132
c.3.	<i>Cálculo de $\{p_c^c\}$</i>	133
c.4.	<i>Cálculo de $\{p_n^c\}$</i>	133
c.4.1.	<i>Apoyos planos</i>	134
c.4.2.	<i>Rodillos</i>	136

d.	<i>Ensamblaje del modelo</i>	142
5.2.2.5.	<i>Algoritmo de integración</i>	143
a.	<i>Método de Euler</i>	144
b.	<i>Método implícito</i>	145
5.2.2.6.	<i>Contactos</i>	145
5.2.2.7.	<i>Interpolación de datos en función de la temperatura</i>	146
5.3.	<i>Determinación experimental de los parámetros del modelo</i>	147
5.3.1.	<i>Cálculo de los parámetros térmicos</i>	147
5.3.1.1.	<i>Descripción del ensayo</i>	148
5.3.1.2.	<i>Tratamiento numérico</i>	148
a.	<i>Diferencias finitas</i>	148
b.	<i>Determinación de los parámetros</i>	151
b.1.	<i>Selección de un método de optimización</i>	152
b.2.	<i>Descripción del método de Powell</i>	153
5.3.1.3.	<i>Resultados</i>	154
a.	<i>Ensayos realizados con probetas de gres</i>	154
a.1.	<i>Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 500°C</i>	155
a.2.	<i>Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 700°C</i>	161
a.3.	<i>Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 900°C</i>	164
a.4.	<i>Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 1100°C</i>	167
b.	<i>Ensayos realizados con probetas de porosa</i>	168
b.1.	<i>Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 500°C</i>	169
b.2.	<i>Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 700°C</i>	172
b.3.	<i>Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 900°C</i>	174
b.4.	<i>Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 1100°C</i>	176
5.3.2.	<i>Cálculo de los parámetros viscoelásticos</i>	179
5.3.2.1.	<i>Descripción del ensayo</i>	180
5.3.2.2.	<i>Tratamiento numérico</i>	182
a.	<i>Cálculo de las fuerzas aplicadas</i>	183
b.	<i>Apoyos y restricciones</i>	184
c.	<i>Cálculo de las reacciones</i>	186
d.	<i>Optimización</i>	187
5.3.2.3.	<i>Resultados</i>	187
a.	<i>Ensayos realizados con probetas de gres</i>	180
a.1.	<i>Aplicación del modelo sin endurecimiento</i>	188
a.1.1.	<i>Ensayos realizados con probetas de densidad 2150 kg m⁻³</i>	188

a.1.2.	Ensayos realizados con probetas de densidades 2050 kg m ³ y 1950 kg m ³	200
a.2.	Aplicación del modelo con endurecimiento	203
a.2.1.	Ensayos realizados con probetas de densidad 2150 kg m ³	204
a.2.2.	Ensayos realizados con probetas de densidades 2050 kg m ³ y 1950 kg m ³	213
b.	Ensayos realizados con probetas de porosa	214
b.1.	Aplicación del modelo sin endurecimiento	214
b.1.1.	Ensayos realizados con probetas de densidad 2050 kg m ³	214
b.1.2.	Ensayos realizados con probetas de densidades 1950 kg m ³ y 1850 kg m ³	227
b.2.	Aplicación del modelo con endurecimiento	231
b.2.1.	Ensayos realizados con probetas de densidad 2050 kg m ³	231
b.2.2.	Ensayos realizados con probetas de densidades 1950 kg m ³ y 1850 kg m ³	242
b.3.	Identificación de las fases cristalinas presentes en las probetas	244
5.4.	Aplicación del modelo	249
5.4.1.	Descripción del ensayo	249
5.4.2.	Tratamiento numérico	243
5.4.3.	Ensayos realizados con probetas de gres	252
5.4.3.1.	Cálculo térmico	252
5.4.3.2.	Cálculo mecánico	259
a.	Desplazamientos	259
b.	Deformaciones y tensiones	266
b.1.	Etapa de aumento de la curvatura cóncava	266
b.2.	Etapa de máxima curvatura cóncava	270
b.3.	Etapa de disminución de la curvatura cóncava	274
b.4.	Etapa plana	277
b.5.	Etapa de aumento de la curvatura convexa	278
b.6.	Etapa de estabilización de la curvatura convexa	281
5.4.4.	Ensayos realizados con probetas de porosa	284
5.4.4.1.	Cálculo térmico	284
5.4.4.2.	Cálculo mecánico	289
a.	Desplazamientos	289
b.	Deformaciones y tensiones	295
b.1.	Etapa de aumento de la curvatura cóncava	296
b.2.	Etapa de máxima curvatura cóncava	297
b.3.	Etapa de disminución de la curvatura cóncava	298

b.4.	<i>Primera etapa plana</i>	300
b.5.	<i>Etapa de aumento de la curvatura convexa</i>	302
b.6.	<i>Etapa de máxima curvatura convexa</i>	303
b.7.	<i>Etapa de disminución de la curvatura convexa</i>	305
b.8.	<i>Segunda etapa plana</i>	308
6.	Conclusiones y recomendaciones	311
6.1.	<i>Conclusiones</i>	313
6.2.	<i>Recomendaciones</i>	320
7.	Apéndice	321
7.1.	<i>Nomenclatura</i>	323
7.1.1.	Simbolos	323
7.1.1.1.	<i>Simbolos latinos</i>	323
7.1.1.2.	<i>Simbolos griegos</i>	327
7.1.2.	Funciones	329
7.2.	<i>Programa informático</i>	330
7.2.1.	Selección de un lenguaje de programación	330
7.2.2.	Esquema general	333
7.2.2.1.	<i>Estructura de los módulos</i>	334
7.2.2.2.	<i>El módulo MATE</i>	334
7.2.2.3.	<i>El módulo FEA</i>	336
7.2.2.4.	<i>Integración de los objetos en un programa</i>	338
7.3.	<i>Cálculo de la matriz de rigidez y de las cargas cuando la fibra neutra no se sitúa en el centro</i>	340
7.3.1.	Cálculo de la posición de la fibra neutra	340
7.3.2.	Cálculo de la matriz de rigidez	341
7.3.3.	Cálculo de las cargas	344
7.3.3.1.	Cálculo de $\{p_v^c\}$ y $\{p_a^c\}$	344
7.3.3.2.	Cálculo de $\{p_{th}^c\}$	344
7.3.3.3.	Cálculo de $\{p_c^c\}$	345

8.	Bibliografía	347
----	---------------------------	-----

1. Resumen

1. Resumen

Se ha desarrollado un modelo que permite estudiar la transmisión de calor que tiene lugar en el interior de piezas cerámicas durante su cocción. Este modelo contempla la transmisión de calor por conducción y la presencia de reacciones químicas. La resolución de las ecuaciones del modelo se ha llevado a cabo utilizando una técnica numérica (diferencias finitas).

Mediante ensayos de laboratorio, y utilizando el modelo de transmisión de calor desarrollado, se ha determinado la conductividad térmica y el intercambio energético asociado a las reacciones químicas (generación de calor) en dos composiciones cerámicas, una de *gres* y otra de *porosa*, habitualmente empleadas en la industria de fabricación de baldosas cerámicas. Esto ha permitido conocer la evolución de los perfiles de temperatura en el interior de la pieza durante la cocción.

Se ha propuesto una relación entre la deformación que sufre un material y la tensión aplicada (*ley de comportamiento*) para las composiciones antes indicadas (*gres* y *porosa*). Se ha desarrollado un programa que hace uso de la técnica de elementos finitos y que permite resolver las ecuaciones obtenidas, pudiéndose determinar los parámetros de la ley de comportamiento a partir de ensayos mecánicos de relajación realizados a diferentes temperaturas.

La combinación del cálculo térmico con el mecánico ha conducido a la estimación teórica de la evolución de la curvatura que sufren las piezas durante el calentamiento y la cocción (no se ha considerado la etapa de enfriamiento).

Por último, se ha desarrollado un montaje de laboratorio que permite crear un gradiente de temperatura en el interior de una probeta y analizar la curvatura producida, comprobando con ello el modelo desarrollado.

2. Introducción

2. Introducción

2.1. Proceso de fabricación de baldosas cerámicas

El proceso de fabricación de productos cerámicos, entre los que se incluyen los pavimentos y revestimientos cerámicos, se desarrolla en una serie de etapas sucesivas, que podemos agrupar en:

- Preparación de materias primas.
- Conformación de la pieza.
- Tratamiento térmico.

La primera etapa del proceso de fabricación de baldosas cerámicas es la preparación de las materias primas que constituyen el soporte. Estas materias primas son habitualmente arcillas, feldespatos y carbonatos (añadidos en el caso de las arcillas blancas utilizadas para la fabricación de baldosas cerámicas).

Una vez seleccionadas las materias primas, se procede a su dosificación y a la molturación de las mismas. Esta molturación puede llevarse a cabo tanto por vía seca (molinos de martillos o pendulares) como por vía húmeda (molinos de bolas continuos o discontinuos), siendo ésta última la más habitual.

Después de la etapa de molienda existen distintas posibilidades de preparar el material, que dependen del método de conformación de pieza que se vaya a utilizar.

El procedimiento más habitual de conformación de baldosas cerámicas es el prensado en semiseco (5-7% de humedad en base seca), mediante el uso de prensas hidráulicas; aunque también existe la posibilidad de llevar a cabo el conformado mediante extrusión.

Si se desea conformar la pieza por prensado en semiseco y se ha realizado la molturación vía seca, es necesario humectar el polvo obtenido tras la molturación, con el fin de lograr la deformabilidad adecuada del polvo. En cambio, si la molturación se ha realizado vía húmeda, es necesario eliminar el exceso de agua mediante el secado-granulación por atomización.

La pieza, una vez conformada, suele someterse a una etapa de secado, tras la cual se produce el esmaltado.

2. Introducción

El esmaltado consiste en la aplicación por distintos métodos, de una o varias capas de vidriado, con un espesor comprendido entre 70 y 500 μm en total. Este tratamiento tiene por objetivo conferir al producto las características estéticas y técnicas deseadas (diseño, brillo, color, textura, impermeabilidad, facilidad de limpieza, resistencia química y mecánica, etc.).

La naturaleza de la capa resultante es esencialmente vítrea, aunque incluye en muchas ocasiones componentes cristalinos en su estructura.

El vidriado, al igual que la pasta cerámica, está compuesta por una serie de materias primas inorgánicas. Contiene sílice como componente fundamental (formador de red); así como otros elementos que actúan como fundentes -disminuyendo la temperatura de *fusión*- (alcalinos, alcalinotérreos, cinc, boro y en raras ocasiones plomo), como opacificantes (circonio, titanio, estaño) o como colorantes (hierro, cromo, cobalto, manganeso, etc.).

Los esmaltes pueden estar compuestos por fritas y material no fritado. Las fritas son materiales vítreos de composición compleja, que se obtienen por fusión a temperatura elevada (~ 1500 °C) de materias primas cristalinas, combinadas en la proporción adecuada para dar lugar, tras las descomposiciones y reacciones pertinentes, al vidriado de la composición deseada.

El proceso de preparación de los esmaltes consiste normalmente en someter a la frita y aditivos a una fase de molienda, en un molino de bolas de alúmina, hasta obtener un determinado tamaño de partícula. A continuación se ajustan las condiciones de la suspensión acuosa, cuyas características dependen del método de aplicación que se vaya a utilizar.

El esmaltado de las piezas cerámicas se realiza en continuo y los métodos de aplicación más usuales en la fabricación de estos productos cerámicos son la cortina o cascada y las aplicaciones en seco. Finalmente, se puede realizar una decoración de la pieza, habitualmente mediante técnicas serigráficas.

Tras la etapa de esmaltado se realiza la cocción del esmalte en los procesos de bicocción, o la cocción del esmalte y del soporte conjuntamente en los procesos de monococción. La cocción de los productos cerámicos es una de las etapas más importantes del proceso de fabricación, ya que de ella dependen gran parte de las características del producto cerámico: resistencia mecánica, estabilidad dimensional, resistencia a los agentes químicos, facilidad de limpieza, etc.

La producción mayoritaria de baldosas cerámicas en España se realiza por prensado unidireccional y utilizando composiciones de *pasta roja* y en menor proporción de *pasta blanca*. Estas baldosas pueden dividirse en dos grupos:

- *Pavimento gresificado de baja porosidad*, denominado *pavimento de gres*. Este producto presenta una elevada resistencia mecánica debido a su baja porosidad. Esta baja porosidad, que corresponde a una absorción de agua del 2 al 6%, se obtiene mediante ciclos de cocción con una temperatura máxima del orden de 1140 °C. Este producto se fabrica exclusivamente por monococción.

Dentro de este grupo se sitúa también un tipo de producto de pasta blanca: el *gres porcelánico*. Se caracteriza por presentar una porosidad muy baja (absorción de agua inferior al 0.5%) y por ser un material normalmente no esmaltado.

- *Revestimiento poroso*, denominado *azulejo*. Presenta una elevada capacidad de absorción de agua (mayor del 10%), menor resistencia mecánica que el pavimento gresificado y una elevada estabilidad dimensional, debido a las fases cálcicas que se desarrollan durante el proceso de cocción. En la actualidad, la fabricación de revestimiento poroso se realiza por los procesos de monococción y bicocción con doble cocción rápida.

2.2. Cocción de baldosas cerámicas

2.2.1. Generalidades

La cocción de baldosas cerámicas provoca una modificación fundamental de sus propiedades, dando lugar a un material duro y resistente; en este sentido se puede decir que es la etapa más importante de todo el proceso de fabricación

2. Introducción

[1][2]. Durante la cocción se ponen de manifiesto, asimismo, muchos defectos que han tenido su origen en etapas anteriores.

La cocción de materiales cerámicos no implica simplemente llevarlos a una determinada temperatura; sino que tienen gran importancia las velocidades de calentamiento, de enfriamiento y el tiempo de permanencia a la temperatura máxima. Esto es debido a que, durante la cocción, tienen lugar una serie de transformaciones físico-químicas que han de desarrollarse en unas condiciones adecuadas de temperatura y de tiempo de permanencia para poder obtener un producto final con las características deseadas.

En la figura 2.1 se han representado las fases cristalinas que desaparecen y las que surgen como consecuencia del tratamiento térmico de una composición de porosa (revestimiento poroso); mientras que en la tabla 2.1 se indica el conjunto de transformaciones físico-químicas que tienen lugar durante el tratamiento térmico de una composición (tanto de pavimento de gres como de revestimiento poroso).

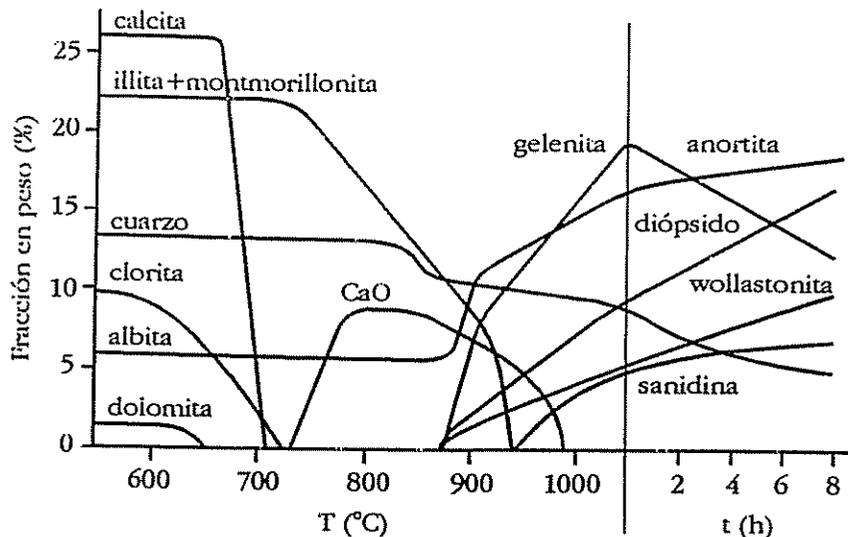


Figura 2.1. Fases cristalinas que desaparecen y aparecen durante la cocción

Tabla 2.1. Transformaciones físico-químicas que tienen lugar durante el tratamiento térmico de las baldosas cerámicas.

Temperatura (°C)	Transformaciones
ambiente-150 °C	Eliminación del agua libre
150-250	Eliminación del agua ligada. Descomposición de algunos hidratos de hierro
350-650	Eliminación del agua de constitución
400-600	Combustión de las sustancias orgánicas
573	Transformación cuarzo $\alpha \rightarrow$ cuarzo β
700-800	Inicio de la fusión de los álcalis y óxidos de hierro
800-900	Descomposición de los carbonatos Oxidación del carbón
1000	Inicio de la fusión de pastas con CaO y FeO con formación de silicatos
1060-1100	Inicio de la fusión de los feldespatos y formación de silicatos y alúmino-silicatos
1100-1200	Sigue formándose vidrio con reducción de tamaño y de porosidad

La secuencia de temperaturas a la que se somete la pieza cerámica durante el proceso de cocción recibe el nombre de *curva de temperatura* o *ciclo de cocción*. En la fabricación de baldosas cerámicas se utilizan hornos continuos y la curva de temperatura indica la temperatura programada en cada uno de los módulos que compone el horno.

En la figura 2.2 se ha representado la curva de temperatura de un horno, de forma esquemática.

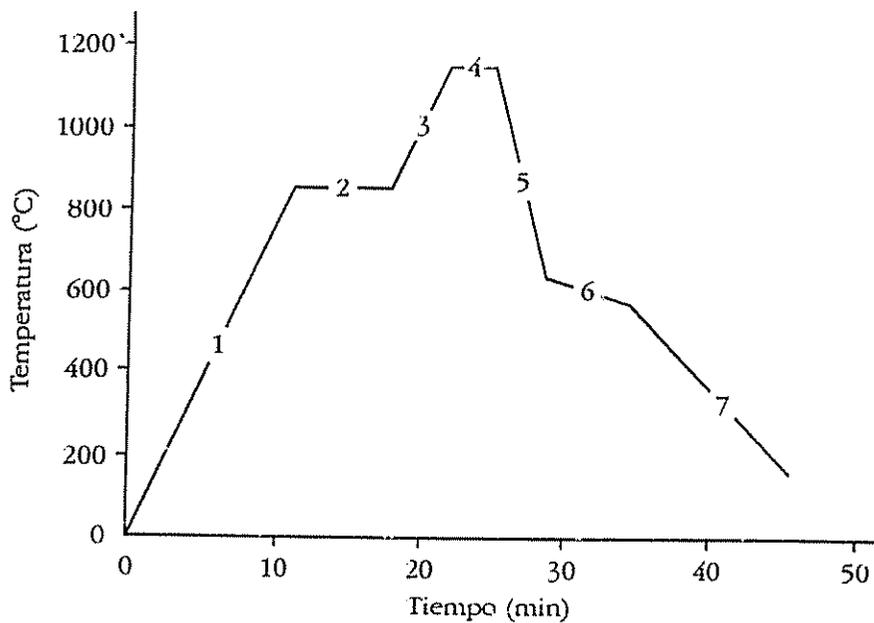


Figura 2.2. Ciclo de cocción utilizado en un proceso de fabricación por monococción

En esta curva de temperatura se distinguen los siguientes tramos:

1. Corresponde a la etapa inicial de calentamiento (conocida frecuentemente como etapa de *precalentamiento*). Habitualmente se realiza a una velocidad que está comprendida entre 60 y 80 °C min⁻¹. El factor que limita la velocidad de calentamiento en esta etapa es la humedad residual de las piezas, que puede provocar la rotura de las mismas si la velocidad de calentamiento es excesiva.
2. Corresponde al periodo de oxidación y descomposición. La oxidación de compuestos de carbono y de las formas reducidas del óxido de hierro, así como la descomposición de los carbonatos de calcio y magnesio (en composiciones de revestimiento), son reacciones de gran importancia en los procesos de cocción rápida.

Es necesario que todas estas reacciones se hayan completado antes de que se produzca la fusión del esmalte.

Es habitual que en las etapas 1 y 2, la temperatura de la parte inferior de la pieza sea más elevada que la de la parte superior. Esta diferencia de temperatura obedece a dos razones:

- Se logra retrasar la fusión del esmalte, permitiendo que las reacciones de oxidación y descomposición se completen antes de la fusión del esmalte.
- Se favorece una curvatura cóncava de la pieza, lo que es útil para lograr la planaridad en el producto a la salida del horno

La duración de este segundo periodo depende de una serie de factores como son:

- En el caso de la materia orgánica y sustancias oxidables: naturaleza y cantidad de los mismos
 - En el caso de los carbonatos: naturaleza cristalina, tamaño de partícula y porcentaje en que se encuentran en la pasta.
 - Temperatura a la que se desarrolla la etapa.
 - Composición química de la atmósfera del horno
 - Permeabilidad de la pieza cerámica, que depende de las variables de proceso y de la composición.
 - Espesor de la pieza.
3. Etapa final de calentamiento. Se suele realizar a la máxima velocidad posible puesto que todas las reacciones químicas de oxidación y descomposición que podrían dar lugar a defectos ya se han completado.
 4. Corresponde a la etapa de cocción propiamente dicha. Se lleva a cabo a una temperatura comprendida entre 1100 y 1180 °C, aunque varía en función de las características del producto. En monococción es deseable que la temperatura de maduración del esmalte coincida con la temperatura a la cual el soporte alcanza las características deseadas (contracción lineal, absorción de agua, etc.), aunque ello no suele ser posible.

2. Introducción

5. Corresponde al primer tramo de enfriamiento. Debido a la elevada resistencia del material al choque térmico, este tramo transcurre a la máxima velocidad posible.
6. A una temperatura próxima a los 573 °C, la resistencia al choque térmico del material baja bruscamente como consecuencia del aumento del coeficiente de dilatación que se produce durante la transformación alotrópica cuarzo $\beta \rightarrow$ cuarzo α ; ello limita la velocidad a la que puede llevarse a cabo el enfriamiento.
7. Superado este punto crítico, el material se vuelve a enfriar lo más rápidamente posible, de nuevo por convección forzada.

Habitualmente los esmaltes tienen un coeficiente de dilatación menor que los soportes. Esto hace que, durante el enfriamiento, el vidriado contraiga menos de lo que lo hace el soporte. La consecuencia inmediata es que, durante el enfriamiento, la pieza presenta tendencia hacia la curvatura convexa; por ello, en las etapas de precalentamiento y cocción se actúa sobre el horno de forma que la pieza adopte una curvatura cóncava y compense la evolución de la pieza en el enfriamiento.

2.2.2. Hornos

La tecnología de la cocción ha sufrido en los últimos años una profunda evolución técnica. Particularmente en el sector de baldosas cerámicas esta evolución ha conducido a la implantación masiva de los hornos monoestrato de rodillos. En estos hornos, el material se cuece en una sola capa y no en pilas como en los hornos tradicionales, lo que hace que el ciclo de cocción se reduzca considerablemente.

Según el tipo de transporte y desplazamiento (*movimentación*) del material en la cocción, los hornos monoestrato pueden clasificarse en diferentes tipos:

- Hornos de rodillos sin soporte refractario.
- Hornos de rodillos con soporte refractario.
- Hornos de vagonetas.

Actualmente, los hornos monoestrato más utilizados son los hornos de rodillos sin soporte refractario.

En la figura 2.3 y figura 2.4 se ha representado de forma esquemática un horno monoestrato de rodillos.

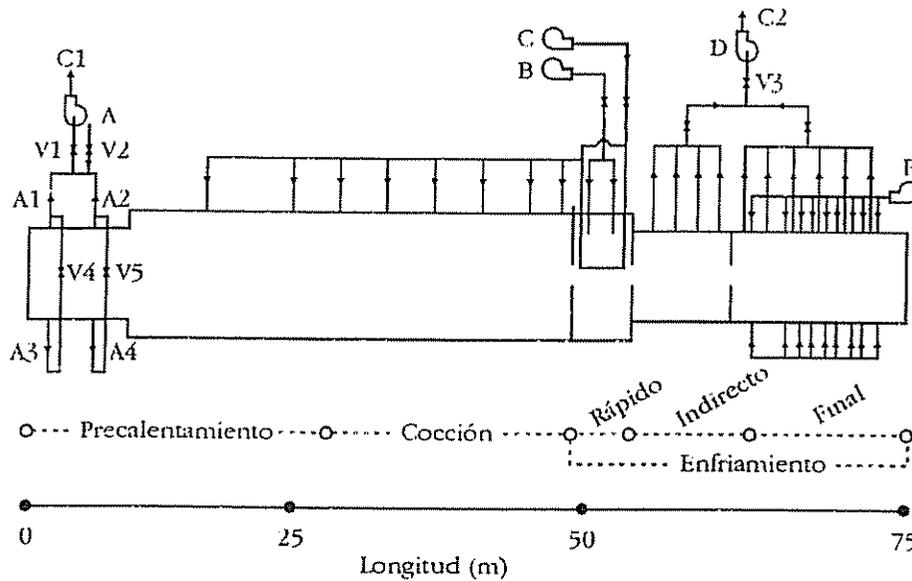


Figura 2.3. Representación esquemática de un horno monoestrato de rodillos

Ventiladores

- A: Aspiración de humos
- B: Inyección de aire de enfriamiento
- C: Inyección de aire de combustión
- D: Aspiración de aire caliente
- E: Inyección de aire de enfriamiento final

Válvulas:

- V1: del ventilador A
- V2: de entrada del aire caliente
- V3: del ventilador D
- V4: distribución de aspiración de humos
- V5: distribución de aspiración de humos

Chimeneas:

- C1: de humos
- C2: de enfriamiento

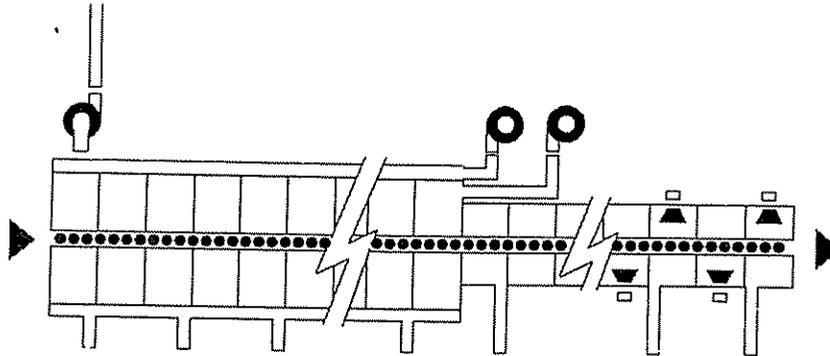


Figura 2.4. Representación esquemática de un horno monoestrato de rodillos

De forma general, los hornos pueden dividirse en dos zonas:

- *Zona de calentamiento*, que comprende:
 - Aspiración de humos
 - Precalentamiento
 - Cocción propiamente dicha

- *Zona de enfriamiento*, que comprende:
 - Primer enfriamiento forzado
 - Enfriamiento lento (transformación cuarzo $\beta \rightarrow$ cuarzo α)
 - Segundo enfriamiento forzado

2.2.2.1. Zona de calentamiento

La zona de calentamiento abarca entre el 55 y el 60% de la longitud total del horno y comprende:

- *Aspiración de humos*. Es la zona en la que se procede a la extracción de los humos producidos en la combustión. Esta zona no está construida para soportar temperaturas superiores a 800 °C. La temperatura de salida de los gases a través de la chimenea está comprendida entre 100 y 250 °C.

- *Zona de calentamiento*. En esta zona es donde tiene lugar el aporte energético que permite llevar a cabo la oxidación de la materia orgánica o la descomposición de los carbonatos, alcanzándose temperaturas en torno a los 800 - 900 °C.

- *Zona de cocción.* Consta de dos fases, una primera de calentamiento hasta alcanzar la temperatura máxima, y una segunda de permanencia a la máxima temperatura durante un determinado tiempo.

Las mayores diferencias constructivas entre la zona de cocción y la de calentamiento se centran en el tipo de refractario empleado (que debe ser capaz de soportar mayores temperaturas en la zona de cocción) y en el tipo de control de temperatura (más estricto en la zona de cocción).

2.2.2.2. Zona de enfriamiento

Abarca el 40-45% de la longitud total del horno, y comprende las siguientes zonas:

- *Primera zona de enfriamiento forzado.* Se sitúa a continuación de la zona de cocción, por lo que se construye con materiales adecuados para soportar elevadas temperaturas. La longitud de esta zona oscila entre 4 y 6 m.

El enfriamiento se realiza por convección forzada, haciendo incidir aire frío (a temperatura ambiente) directamente sobre la pieza mediante una serie de tubos metálicos con perforaciones, situados en el interior del horno a poca distancia de las piezas.

El aire de enfriamiento, una vez caliente, se aspira y puede descargarse a través de la chimenea de enfriamiento, o bien emplearse parcialmente como aire primario de combustión, con el consiguiente ahorro energético.

- *Zona de enfriamiento lento.* El hecho de que la temperatura en esta zona sea inferior permite utilizar refractarios y rodillos de menor temperatura de trabajo.

El enfriamiento se realiza por convección natural, de forma que se logra un enfriamiento lento que evita la rotura de las piezas por el choque térmico (desventados).

- *Segunda zona de enfriamiento forzado.* Está compuesta de módulos sin aislar y potentes ventiladores, que inyectan gran cantidad de aire con el

2. Introducción

objetivo de bajar lo suficiente la temperatura como para permitir su manipulación (en torno a los 100 °C).

2.2.3. Transmisión de calor

2.2.3.1. En el interior del horno

El aporte de calor en los hornos se realiza normalmente por combustión de gas natural, utilizándose tanto quemadores de alta como de baja velocidad.

En la actualidad existe la tendencia a preferir los diseños de hornos con un gran número de quemadores (200 o más) de pequeña potencia sobre los diseños con un pequeño número de quemadores de elevada potencia. De esta forma es posible lograr una mayor uniformidad de temperatura en el interior del horno.

La transmisión de calor en el interior del horno es un proceso muy complejo, que se ha estudiado extensamente para modelizar su comportamiento [3][4][5][6]. Básicamente se admite que existen dos mecanismos por los cuales se produce el aporte energético a las piezas: convección y radiación [7][8].

a. Convección

Tiene lugar como consecuencia de la entrada en contacto de los gases calientes del interior del horno con la superficie de las piezas.

Existen dos tipos de convección: natural y forzada, que pueden encontrarse solapadas. En el caso de la convección natural, el flujo de gases se debe exclusivamente a diferencias de densidad como consecuencia de las diferencias de temperatura, mientras que en la convección forzada existe la acción de una fuerza externa que pone en movimiento el fluido (diferencia de presión).

En los hornos de rodillos se trata de favorecer la convección forzada frente a la natural puesto que los coeficientes de transmisión de calor son mayores en la convección forzada. Entre los factores que favorecen la convección forzada se tiene:

- Elevada velocidad de salida de los gases de los quemadores.

- Tiro ocasionado por los ventiladores de extracción colocados a la entrada del horno y en el enfriamiento (aspiración).
- Inyección de aire de enfriamiento

La densidad de flujo de calor que se transmite por convección, y que recibe la superficie de la pieza puede obtenerse a partir de la ecuación:

$$q_c = h_c (T_v - T_s) \quad (2.2.1)$$

donde:

- q_c : densidad de flujo de calor por convección ($W m^{-2}$)
- h_c : coeficiente de transmisión de calor por convección ($W m^{-2} K^{-1}$)
- T_v : temperatura media de los gases calientes ($^{\circ}C$ ó K)
- T_s : temperatura de la superficie de la pieza ($^{\circ}C$ ó K)

La determinación teórica del calor aportado por convección es difícil puesto que el régimen de circulación de los gases en el interior del horno es turbulento y en la actualidad todavía no se comprende bien el fenómeno de la turbulencia en tres dimensiones [9]

b. Radiación

La transmisión de calor por radiación se produce sin que sea necesaria la existencia de un medio físico que transporte esta energía (a diferencia de lo que ocurría con la convección). La radiación electromagnética es la responsable de la transmisión de la energía.

En los hornos la radiación va asociada principalmente a la temperatura presente en las paredes internas del horno y a la llama producida en los quemadores.

El material refractario que recubre las paredes interiores del horno es calentado por los gases de combustión y, debido a la temperatura que alcanza, puede emitir energía radiante.

El otro foco importante de energía es la llama de los quemadores. La intensidad de esta radiación depende de la temperatura de la llama, de su longitud y de la emisividad.

2. Introducción

La densidad de flujo de calor por radiación se puede calcular utilizando la ecuación de Stefan-Boltzmann:

$$q_R = \sigma \epsilon_R (T_M^4 - T_S^4) \quad (2.2.2)$$

donde:

- q_R : densidad de flujo de calor por radiación (W m^{-2})
- σ : constante de Stefan-Boltzmann ($5.670 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)
- ϵ_R : emisividad resultante
- T_M : temperatura del cuerpo radiante (paredes, llama, etc.) (K)
- T_S : temperatura de la superficie de la pieza (K)

En el caso de que el horno rodee completamente a la carga, ϵ_R se puede calcular mediante la expresión [10]:

$$\frac{1}{\epsilon_R} = \frac{1}{\epsilon_S} + \frac{1}{\epsilon_M} - 1 \quad (2.2.3)$$

donde ϵ_S es la emisividad de la superficie de la pieza y ϵ_M la emisividad del cuerpo radiante (paredes, llama, etc.).

Al ser la densidad de flujo de calor por radiación proporcional a la diferencia de temperaturas elevada a la cuarta potencia, a medida que se incrementa la temperatura del cuerpo radiante, la energía emitida por radiación aumenta muy rápidamente.

En ocasiones, y por similitud con la ecuación (2.2.1), la expresión (2.2.2) se escribe en la forma:

$$q_R = h_R (T_h - T_S) \quad (2.2.4)$$

donde T_h representa la temperatura del horno (se considera $T_h \approx T_M$) y h_R viene dado por la expresión:

$$h_R = \sigma \epsilon_R (T_h^2 + T_S^2)(T_h + T_S) \quad (2.2.5)$$

Hay que tener en cuenta que el calor que recibe una pieza por radiación depende, en general, de factores geométricos:

- Distancia de las paredes del horno (bóveda, solera y laterales) a la superficie de la pieza.
- Distancia de la pieza a la llama radiante
- Ángulo de incidencia de la radiación sobre la superficie de la pieza.
- Geometría de la llama.

Este conjunto de factores hace que en los hornos monoestrato de rodillos, la uniformidad del flujo de calor que recibe la pieza por radiación sea difícil de conseguir [7].

c. Cálculo del incremento de temperatura de las piezas

Teniendo en cuenta que el aporte energético a las piezas se produce tanto por convección como por radiación, se han propuesto ecuaciones que permiten conocer el incremento de temperatura que sufre una pieza como consecuencia del tratamiento térmico a que está sometida. Una de las más utilizadas es [10][11]:

$$\Delta T = \frac{\Delta t}{Mc_p} \left[\sigma \epsilon_R A_R (T_h^4 - T_p^4) + h_c A_C (T_h - T_p) \right] \quad (2.2.6)$$

donde:

- ΔT : incremento de temperatura que sufre la pieza (K)
- Δt : incremento de tiempo (s)
- M : masa de la carga (pieza) (kg)
- c_p : calor específico de la pieza ($J \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)
- σ : constante de Stefan-Boltzmann ($5.670 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)
- ϵ_R : emisividad resultante
- A_R : superficie de la carga que intercambia calor por radiación (m^2)
- T_h : temperatura de la atmósfera del horno (K)
- T_p : temperatura de la pieza (K)
- h_c : coeficiente individual de transmisión de calor por convección (W m^{-2})

2. Introducción

A_C : superficie de la carga que intercambia calor por convección (m^2)

En la expresión (2.2.6) se considera que la temperatura en el interior de la pieza es uniforme, es decir, la resistencia a la transferencia de calor en el interior de la pieza es mucho menor que la resistencia a la transmisión de calor desde el ambiente del horno hasta la superficie de la pieza.

Las superficies A_R y A_C pueden ser muy diferentes cuando se procede a realizar la cocción de un material apilado (en el que A_R es únicamente la superficie envolvente de la carga, mientras que A_C es el total de la superficie sobre la que se transfiere el calor por convección). En el caso de la cocción de baldosas cerámicas en hornos de rodillos, A_R y A_C son similares; aunque pueden existir ciertas diferencias como consecuencia de la presencia de los rodillos en la parte inferior de la pieza.

La dificultad que presentan las ecuaciones (2.2.1) y (2.2.4) es la estimación de h_C y h_R .

Los coeficientes h_C y h_R varían con la temperatura del horno (figura 2.5) y con la velocidad de circulación de los gases en el interior del horno (figura 2.6).

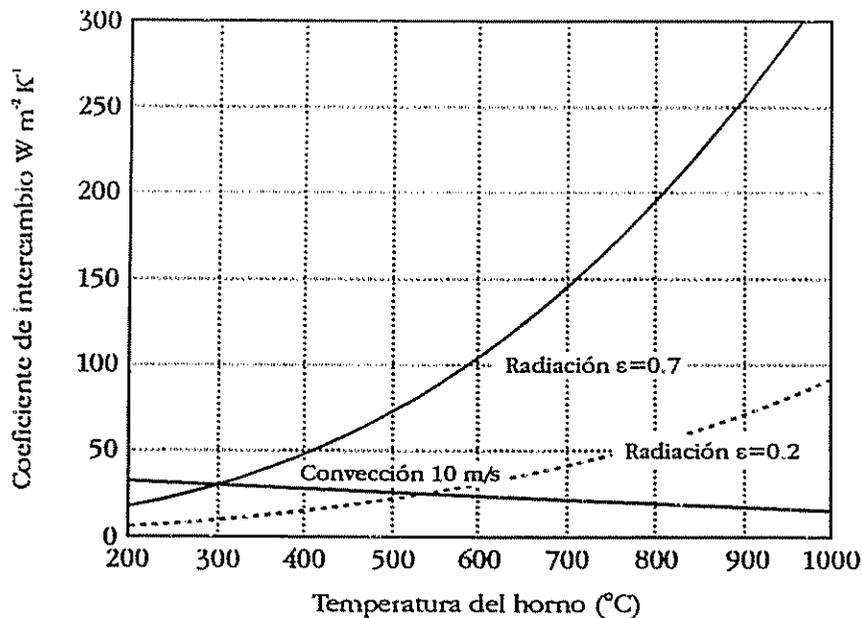


Figura 2.5. Variación del coeficiente de intercambio (h_C y h_R) con la temperatura del horno (T_h)

Existen ecuaciones que permiten estimar el coeficiente de intercambio de calor por convección. Una de las más utilizadas es:

$$h_c = h_{c0} + h_{c1} \sqrt{\frac{v_A}{T_A}} \quad (2.2.7)$$

donde:

v_A : velocidad de circulación de los gases (m s^{-1})

T_A : temperatura de los gases (K)

h_{c0} : constante ($2.3 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$)

h_{c1} : constante ($195 \text{ W m}^{-2.5} \text{ K}^{-0.5} \text{ s}^{0.5}$)

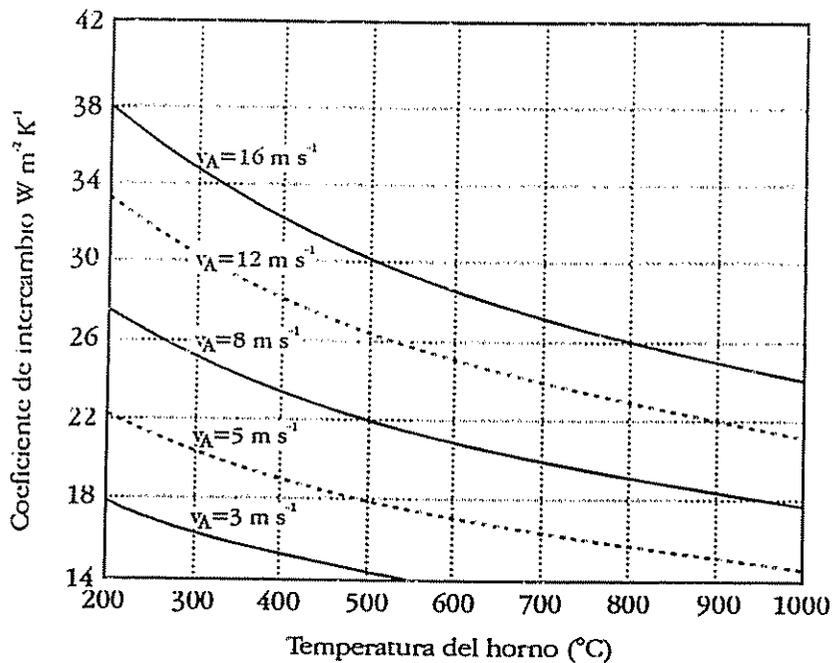


Figura 2.6. Variación del coeficiente de intercambio (h_c) con la velocidad de circulación de los gases en el interior del horno (v_A)

2.2.3.2. En el interior de la pieza

En el interior de la pieza el mecanismo fundamental de transmisión de calor es la conducción. La ecuación que permite calcular la evolución del perfil interno de temperatura en función del tiempo adopta la forma [12]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k \cdot \nabla T) + G_E \quad (2.2.8)$$

donde:

- T: temperatura (°C ó K)
- t: tiempo (s)
- c_p: calor específico de la pieza (J kg⁻¹ K⁻¹)
- ρ: densidad de la pieza (kg m⁻³)
- k: conductividad térmica (W m⁻¹ K⁻¹)
- G_E: generación de calor (W m⁻³)

En muchas ocasiones se considera que el material es isótropo (con lo que k puede considerarse como un escalar (k)). Si además la conductividad térmica es constante, la ecuación (2.2.8) se simplifica:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + \frac{G_E}{\rho c_p} \quad (2.2.9)$$

α recibe el nombre de difusividad térmica, y viene dada por la expresión:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (2.2.10)$$

Si, además, no se tiene en cuenta la influencia de las reacciones químicas (no hay generación de calor), la ecuación (2.2.9) se puede escribir simplemente como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \quad (2.2.11)$$

Existe poca bibliografía sobre el estudio de la transmisión de calor en baldosas cerámicas durante el proceso de cocción. Suele tener más interés la determinación de las propiedades térmicas en materiales refractarios [13][14][15] o en ladrillos de construcción que en baldosas cerámicas. Sin embargo, es muy amplia la bibliografía que se dedica al estudio de la resolución de las ecuaciones (2.2.8), (2.2.9) y (2.2.11) bajo determinadas condiciones de contorno.

2.2.3.3. Resolución de las ecuaciones de transmisión de calor

Durante la cocción de las baldosas cerámicas, la temperatura del ambiente (gases que rodean a la pieza) y, por tanto, la de la superficie de las piezas, evoluciona en función del tiempo. Esta dependencia hace que no sea posible resolver la ecuación de transmisión de calor de forma analítica, siendo necesario recurrir a métodos numéricos de cálculo.

Entre los métodos numéricos más utilizados se pueden indicar:

- Método de *diferencias finitas*
- Método de *elementos finitos*

El método de las diferencias finitas tiene a su favor que es relativamente fácil de programar en un ordenador. Permite estudiar problemas en los que las propiedades del material varían con la temperatura y hace posible abordar fácilmente el caso en que las condiciones de contorno (temperatura, densidad de flujo de calor en la superficie del cuerpo o coeficientes de transmisión de calor) dependen del tiempo. Como inconveniente del método se puede indicar que es difícil de aplicar en el caso de que el cuerpo presente una geometría compleja.

El método de los elementos finitos, en gran auge como consecuencia del desarrollo de los ordenadores, permite estudiar la transferencia de calor en piezas de geometría compleja con mayor facilidad que el método de las diferencias finitas. Es un método más versátil y, aunque es más difícil de implementar en un ordenador, es posible encontrar en el mercado programas comerciales que permiten estudiar los más diversos problemas de transmisión de calor (ANSYS, ABACCUS, COSMOS, etc.) [16][17].

2.2.4. Sustentación y desplazamiento de piezas en el interior del horno

En todos los hornos continuos es necesario sustentar las piezas y desplazarlas por el interior del mismo. El sistema encargado de llevar a cabo esto recibe el nombre de *sistema de movimentación*.

En los hornos túnel de vagonetas, las piezas eran apiladas en unas vagonetas que se introducían en el interior del horno. Esto tenía como consecuencia que el aporte de calor a diferentes puntos de la vagoneta podía ser muy diferente.

Con la aparición de los hornos monoestrato de rodillos se solucionó parcialmente este problema. Las piezas son sustentadas por una serie de rodillos (figura 2.7), con lo cual el acceso del calor a la superficie de la pieza es mejor que en el caso del uso de vagonetas. Sin embargo, los rodillos pueden conducir a problemas durante el tratamiento térmico de las piezas [18].

Desde el punto de vista térmico, los rodillos representan un obstáculo para la transmisión de calor por radiación y alteran el flujo de gases cerca de la parte inferior de la pieza, con lo cual también altera la transmisión de calor por convección.

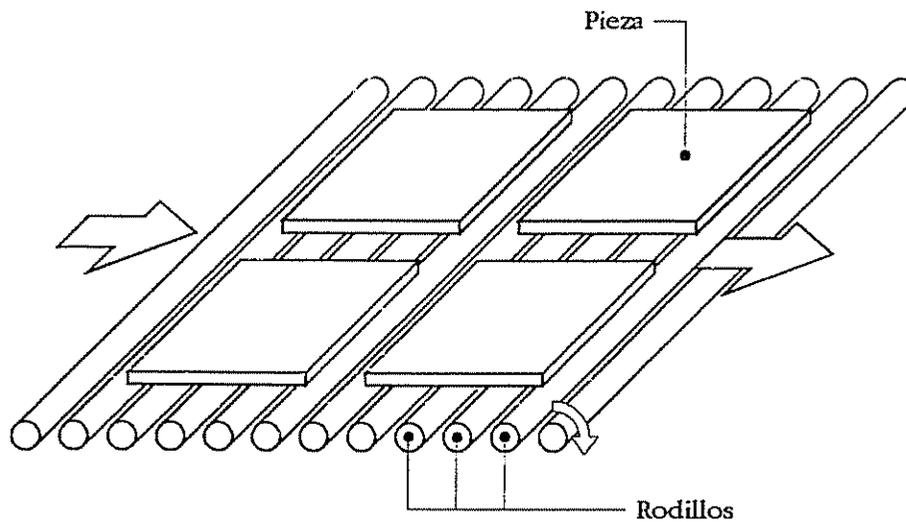


Figura 2.7. Esquema del apoyo de las piezas sobre los rodillos en el interior de los hornos monoestrato

Desde el punto de vista mecánico, la acción de los rodillos sobre las piezas también tiene importancia. El efecto rectificante de la acción combinada de la gravedad y los rodillos es mayor en sentido transversal (lados de la pieza perpendiculares al sentido de avance de las piezas en el horno) que en sentido longitudinal (lados de la pieza paralelos al sentido de avance) [18].

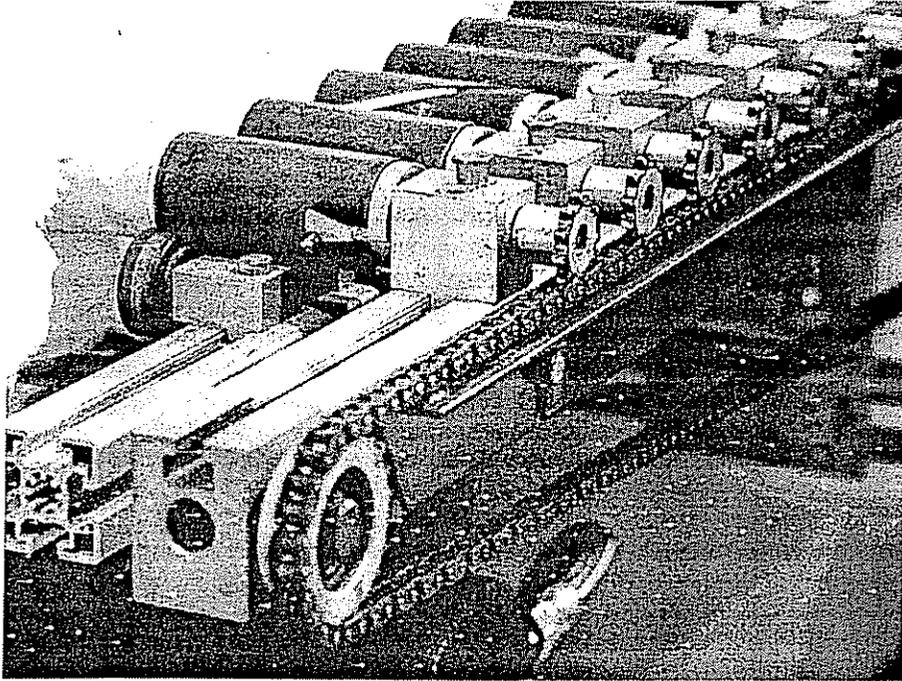


Figura 2.8. Sistema de rotación de los rodillos mediante cadena

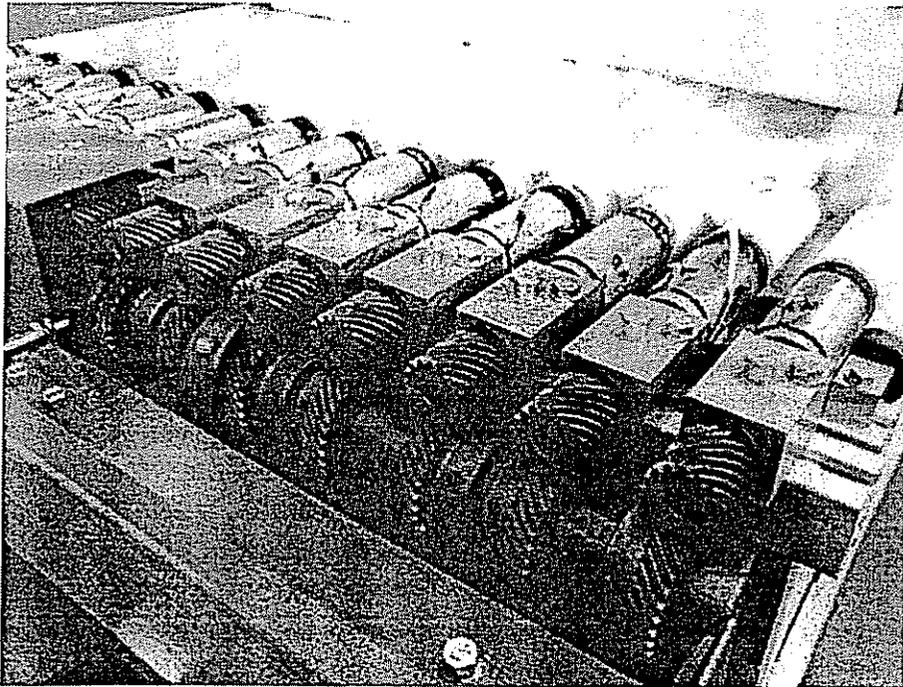


Figura 2.9. Sistema de rotación de rodillos mediante engranajes

La rotación de los rodillos puede llevarse a cabo bien mediante cadena (figura 2.8) o bien mediante engranajes (figura 2.9), siendo éste último el método más utilizado en la actualidad. Las ventajas de los engranajes sobre las cadenas son, fundamentalmente:

- Eliminación de los problemas de tensado de las cadenas.
- Posibilidad de alternar engranajes de diámetro ligeramente superior con otros de diámetro ligeramente inferior. Esto disminuye el problema de combadura de los rodillos.

2.3. Propiedades mecánicas de las piezas

2.3.1. Generalidades

Para conocer la evolución de las curvaturas de las piezas durante todo el tratamiento térmico no es suficiente con calcular la distribución de temperatura en el interior de la pieza, sino que es necesario saber la relación que hay entre las tensiones generadas por las diferencias de temperatura y las deformaciones; en otras palabras: se necesitan conocer las propiedades mecánicas de las piezas. Estas propiedades mecánicas vienen definidas por las *leyes de comportamiento* de los materiales, que son relaciones entre las tensiones y las deformaciones que aparecen en un punto de un cuerpo.

Se distinguen generalmente tres grandes métodos de formulación de las leyes de comportamiento de los materiales [19]:

- Aproximación *microscópica*: trata de modelizar los mecanismos de deformación y de rotura a escala atómica, cristalina o molecular. El comportamiento macroscópico es el resultado de una integración o un promedio de las variables microscópicas a escala del *elemento de volumen*. Por *elemento de volumen* se entiende una porción de material que cumple las dos condiciones siguientes:
 - Ser suficientemente grande desde el punto de vista de las heterogeneidades de la materia.

- Ser suficientemente pequeño para que las derivadas parciales de las ecuaciones de la mecánica de los medios continuos tengan sentido.
- Aproximación *termodinámica*: introduce un medio continuo homogéneo equivalente al medio real. Los fenómenos físicos microscópicos se representan haciendo intervenir ciertas *variables internas* macroscópicas.
- Aproximación *funcional*: conduce a ecuaciones de tipo integral que hacen intervenir funciones características de los materiales, expresadas a partir de las variables macroscópicas. A diferencia del método anterior, no se hacen intervenir variables internas.

Ninguna de las tres aproximaciones permite hacer una identificación directa de los parámetros. Las variables microscópicas (densidad de dislocaciones, densidad de huecos, textura, etc.) son difícilmente medibles y utilizables en la práctica. Los potenciales termodinámicos son prácticamente inaccesibles desde el punto de vista de medida experimental; de hecho, las variables internas, por definición, no se pueden medir directamente. La aproximación funcional requiere el conocimiento de toda la historia de las variables observables, lo que plantea problemas tanto desde el punto de vista teórico como experimental.

Para mostrar el comportamiento mecánico de un material, es habitual recurrir a una representación gráfica en la que se indica la respuesta del material cuando es sometido a la acción de un esfuerzo o deformación uniaxial.

La caracterización de un material se puede llevar a cabo analizando el comportamiento del mismo frente a una serie de ensayos mecánicos como son:

- Ensayo a *velocidad de deformación constante*: consiste en aplicar un esfuerzo de forma que la velocidad de deformación no varíe ($\dot{\epsilon} = \text{cte}$). Se representa entonces la tensión aplicada en función de la deformación alcanzada.
- Ensayo de *fluencia (creep)*: consiste en aplicar una tensión constante ($\sigma = \text{cte}$) y analizar la evolución de la deformación en función del tiempo.

2. Introducción

- Ensayo de *relajación*: se mantiene una deformación constante ($\epsilon = \text{cte}$) y se analiza la evolución de la tensión en función del tiempo.

2.3.2. Leyes de comportamiento

2.3.2.1. Comportamiento elástico

Posiblemente el modelo más sencillo que establece una relación entre la tensión a la que se somete a un cuerpo y su deformación sea el modelo elástico.

Se caracteriza porque la deformación es esencialmente *reversible*. Dentro de los sólidos elásticos cabe distinguir dos tipos:

- Aquéllos que presentan una reversibilidad *instantánea* (la tensión no depende de la velocidad de deformación sino sólo de la propia deformación):

$$\sigma = \sigma(\epsilon) \quad (2.3.1)$$

donde:

ϵ : deformación

σ : tensión (Pa)

- Aquéllos que presentan una reversibilidad *retardada*, que sólo se alcanza tras un tiempo infinito. Este tipo de materiales obedecen una ley de la forma:

$$\sigma = \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}) \quad (2.3.2)$$

donde $\dot{\epsilon}$ representa la velocidad de deformación.

La ley de Hooke es un caso particular de la expresión (2.3.1), en que la relación entre σ y ϵ es lineal.

$$\sigma = E\epsilon \quad (2.3.3)$$

La constante de proporcionalidad E recibe el nombre de *módulo de elasticidad* o *módulo de Young*.

El comportamiento frente a un ensayo a velocidad de deformación constante, fluencia y relajación es el que se muestra en la figura 2.10.

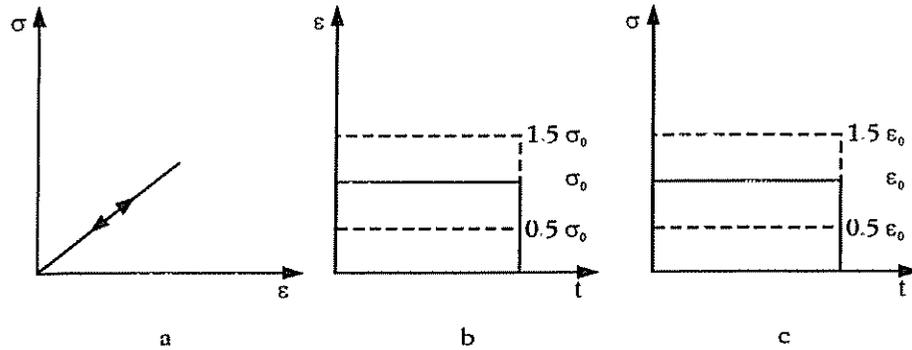


Figura 2.10. Comportamiento elástico

Las características fundamentales de este tipo de comportamiento son:

- No existe deformación permanente cuando cesa la fuerza aplicada (figura 2.10.a).
- Al ejercer una determinada tensión ($\sigma = \text{cte}$), se produce una deformación que es constante en el tiempo (no existe flujo de materia) (figura 2.10.b).
- Cuando se aplica un desplazamiento constante ($\epsilon = \text{cte}$), la fuerza que es necesario ejercer para mantener este desplazamiento es también constante (no existe relajación de tensiones) (figura 2.10.c).

El modelo elástico se utiliza para metales, hormigones y rocas para sollicitaciones inferiores al límite de elasticidad.

2.3.2.2. Comportamiento plástico

Las características básicas de un comportamiento plástico son (figura 2.11 y figura 2.12):

- Existe deformación permanente cuando cesa la fuerza que producía la deformación (figura 2.11.a).

2. Introducción

- La respuesta de este tipo de materiales no depende explícitamente del tiempo; esto significa que la deformación final del material no depende de la velocidad a la cual se aplica la carga.

El comportamiento de este tipo de materiales frente a un ensayo a tensión constante o a deformación constante no está definido (figura 2.11.b y figura 2.11.c). Si la tensión, en valor absoluto, es inferior a σ_s , no existe deformación plástica; sin embargo, si la tensión supera cierto valor σ_s , inmediatamente se produce una deformación que conduce a una disminución del valor de σ , de forma que siempre se cumpla $\sigma \leq \sigma_s$.

La ecuación característica de este tipo de comportamiento es:

$$\varepsilon = \begin{cases} 0 & \text{si } |\sigma| < \sigma_s \\ \varepsilon_p(\text{arbitrario}) & \text{si } \sigma = \sigma_s \operatorname{sgn}(\dot{\varepsilon}_p) \end{cases} \quad (2.3.4)$$

donde $\operatorname{sgn}(x)$ es la función signo, definida como:

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (2.3.5)$$

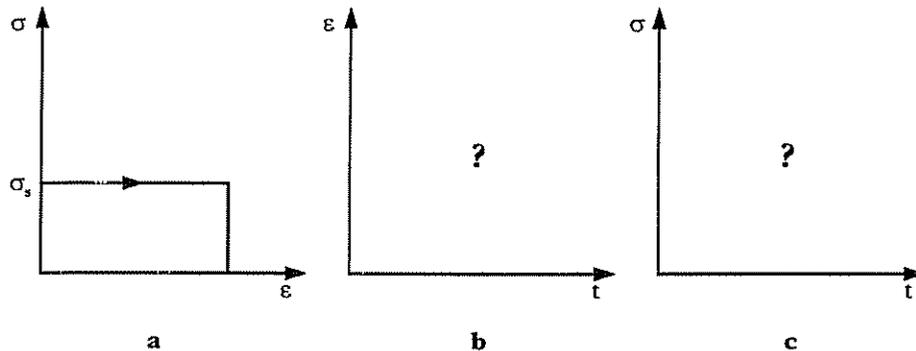


Figura 2.11. Comportamiento plástico perfecto

Existen materiales que tienen un comportamiento intermedio entre el de un sólido plástico y un sólido elástico; son los llamados sólidos elastoplásticos (figura 2.12). El modelo elastoplástico permite estudiar este tipo de comportamiento y es mucho más utilizado que el modelo exclusivamente plástico.

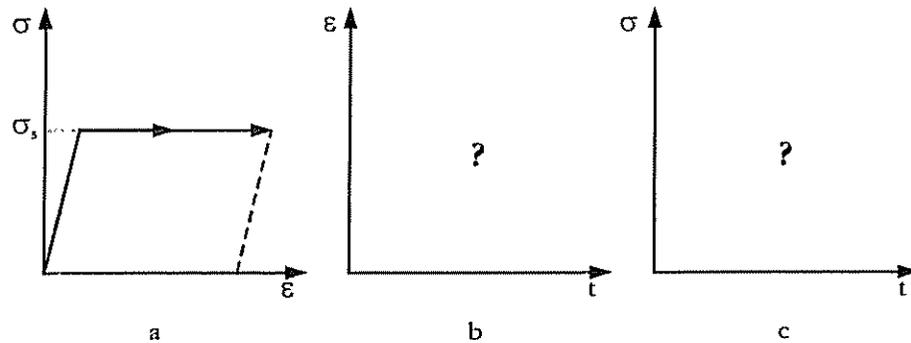


Figura 2.12. Comportamiento elastoplástico

El modelo elastoplástico se emplea en el estudio de aceros con bajo contenido en carbono y en análisis límite.

2.3.2.3. Comportamiento viscoso

a. Modelo exclusivamente viscoso

Un fluido viscoso presenta un flujo para un valor cualquiera (arbitrariamente pequeño) de la tensión (figura 2.13.a). En la figura 2.13 se muestra asimismo la respuesta de este tipo de materiales ante la aplicación de un esfuerzo a tensión constante (figura 2.13.b) y deformación constante (figura 2.13.c). Estos fluidos siguen a una ley de la forma:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}(\sigma, \dot{\sigma}) \quad (2.3.6)$$

donde:

- $\dot{\epsilon}$: velocidad de deformación viscosa (s^{-1})
- σ : tensión (Pa)
- $\dot{\sigma}$: velocidad de aplicación de la tensión ($Pa\ s^{-1}$)

Otra diferencia respecto a los sólidos plásticos es que la respuesta de un material viscoso depende de la velocidad de aplicación de la carga o de la velocidad de deformación del mismo.

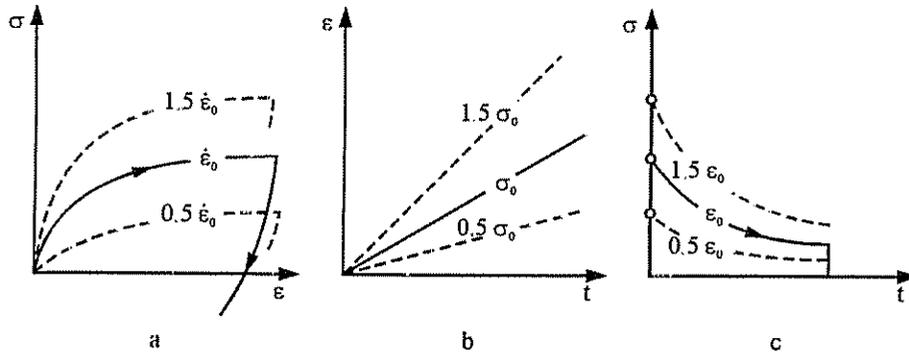


Figura 2.13. Comportamiento viscoso

Los modelos viscosos se utilizan para polímeros termoplásticos cerca de la temperatura de fusión, hormigón fresco y muchos metales cerca de su temperatura de fusión.

b. Modelo viscoelástico

Al modelo viscoso se le puede añadir un comportamiento puramente elástico (figura 2.14), con lo que se tiene el modelo viscoelástico.

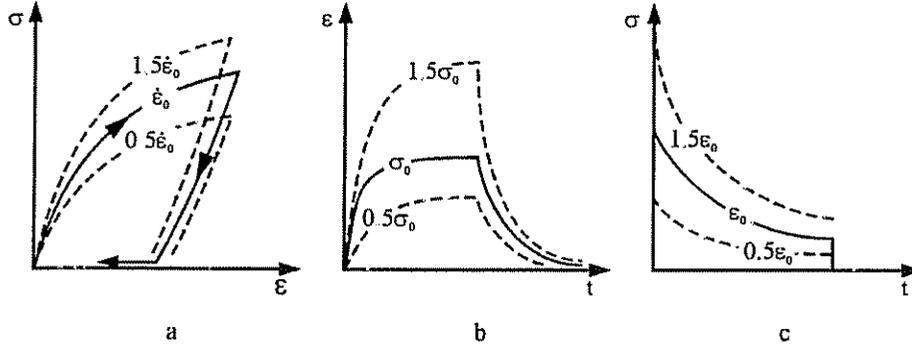


Figura 2.14. Comportamiento viscoelástico

El modelo más sencillo que puede justificar un comportamiento viscoso del material adopta la forma:

$$\begin{aligned}
 \epsilon &= \epsilon_e + \epsilon_c \\
 \epsilon_e &= E^{-1} \sigma \\
 \dot{\epsilon}_c &= A \frac{\sigma}{\sigma_0}
 \end{aligned}
 \tag{2.3.7}$$

donde:

- ϵ : deformación total
- ϵ_e : deformación elástica
- ϵ_c : deformación viscosa
- $\dot{\epsilon}_c$: velocidad de deformación viscosa (s^{-1})
- A: constante (independiente de σ , pero función de la temperatura) (s^{-1})
- σ : tensión (Pa)
- σ_0 : tensión de referencia (Pa)
- E: módulo de elasticidad (Pa)

El modelo anterior recibe el nombre de modelo viscoelástico lineal, puesto que la velocidad de deformación es una función lineal de la tensión. Aunque formalmente la ecuación sea similar a la ley de Newton de la viscosidad, hay que hacer notar que en (2.3.7) la velocidad de deformación que aparece es únicamente la velocidad de deformación viscosa ($\dot{\epsilon}_c$). Para conocer la deformación total es necesario determinar también la deformación elástica (ϵ_e).

La expresión (2.3.7), y una serie de generalizaciones de ella que preservan la linealidad, han sido ampliamente utilizadas en el estudio del comportamiento mecánico de los vidrios.

Cuando se estudian materiales cerámicos formados por aglomerados de partículas, suele modificarse la expresión (2.3.7) para incluir un exponente n en las tensiones:

$$\dot{\epsilon}_c = A \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (2.3.8)$$

La ecuación (2.3.8) recibe el nombre de ley de Norton.

Si el intervalo de temperatura que se está estudiando es suficientemente estrecho, la constante de proporcionalidad (A) puede expresarse en función de la temperatura, siendo esta relación similar a la ecuación de Arrhenius:

$$A = A_0 e^{-\frac{\Delta E}{RT}} \quad (2.3.9)$$

donde:

A_0 : constante (s^{-1})

ΔE : energía de activación ($J\ kmol^{-1}$)

R : constante de los gases ideales ($8314\ J\ kmol^{-1}\ K^{-1}$)

T : temperatura (K)

Los modelos viscoelásticos se emplean para estudiar el comportamiento de vidrios, polímeros orgánicos, caucho y maderas si la tensión no es demasiado elevada.

c. Modelo viscoplástico

De la misma forma que se ha añadido una componente elástica a un modelo viscoso, es posible añadir características plásticas a un modelo viscoso, obteniéndose un modelo viscoplástico.

Por último, se pueden combinar componentes elásticas, viscosas y plásticas (sólido elastoviscoplástico). La ley que caracteriza este comportamiento presenta la forma:

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} & \text{si } |\sigma| < \sigma_s \\ \varepsilon_e + \varepsilon_p & \text{si } |\sigma| \geq \sigma_s; \quad \dot{\varepsilon}_p = \frac{\dot{\sigma}}{E} + f(\sigma) \end{cases} \quad (2.3.10)$$

Habitualmente no se recurre a modelos más complejos. A medida que la ley de comportamiento del material es más sofisticada, es necesario ir añadiendo más parámetros que hay que determinar experimentalmente.

2.3.3. Endurecimiento de los materiales sometidos a la acción de un esfuerzo

Hay muchos materiales que presentan una resistencia ante la deformación que aumenta a medida que aumenta la tensión aplicada. Esta característica recibe el nombre de endurecimiento del material.

El endurecimiento es más fácil de explicar con el modelo de comportamiento elastoplástico [20]. A medida que se va deformando un sólido

elastoplástico, su tensión va aumentando hasta que se alcanza una tensión máxima σ_s (correspondiente al límite de elasticidad). Una deformación ulterior del material no se traduce en ningún aumento o disminución de dicha tensión (figura 2.15.a). En cambio, si el material presenta endurecimiento, es posible superar la deformación correspondiente al límite de elasticidad y el valor de la tensión σ sigue aumentando, aunque en general la pendiente $d\sigma/d\varepsilon$ es menor que en el intervalo elástico (figura 2.15.b). Si cesa la fuerza aplicada se aprecia la existencia de una deformación permanente.

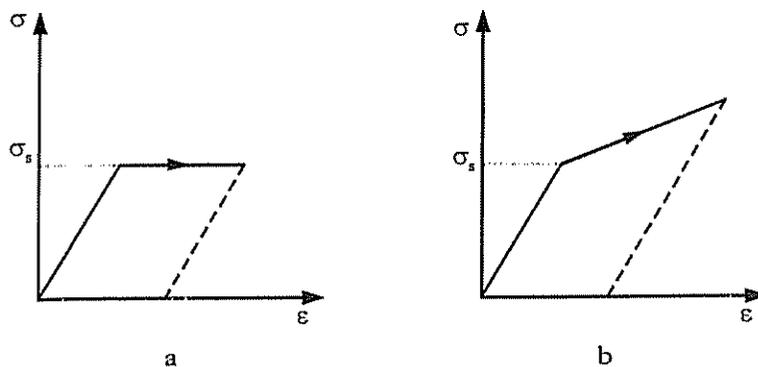


Figura 2.15. Endurecimiento de un material elastoplástico

En el caso de los materiales viscoelásticos, este endurecimiento se traduce en que el factor A de la ecuación (2.3.8) pasa a ser función de la deformación, es decir:

$$\sigma = \sigma(\varepsilon_c, \dot{\varepsilon}_c) \quad (2.3.11)$$

Existen dos ecuaciones que han sido bastante utilizadas para estudiar el fenómeno del endurecimiento; se trata de la *ley de endurecimiento aditiva* y la *ley de endurecimiento multiplicativa*.

2.3.3.1. Ley de endurecimiento aditiva

La ecuación que rige la variación de la deformación viscosa en función de la tensión y de la deformación, en el caso de que la tensión sea uniaxial, adopta la forma [20]:

$$\dot{\varepsilon}_c = A(\sigma - R - k)^n \quad (2.3.12)$$

2. Introducción

donde R suele escribirse como:

$$R = C_{R1}\epsilon_c + C_{R2}(1 - e^{-b\epsilon_c}) \quad (2.3.13)$$

Uno de los mayores inconvenientes que presenta la ecuación anterior es el elevado número de coeficientes que deben ser determinados experimentalmente (A , k , n , C_{R1} , C_{R2} , b). Además, todos estos coeficientes pueden ser función de la temperatura.

2.3.3.2. Ley de endurecimiento multiplicativa

La velocidad de deformación viscosa se escribe en función de la tensión (σ) y de la propia deformación (ϵ_c) como [20]:

$$\dot{\epsilon}_c = A \left(\frac{\sigma}{\epsilon_c^{1/m}} \right)^n \quad (2.3.14)$$

donde m es el exponente de endurecimiento. Respecto a la ecuación (2.3.13), presenta la ventaja de que sólo depende de tres parámetros (A , n y m), que son función de la temperatura.

2.3.4. Resolución de las ecuaciones mecánicas

Como ya se ha comentado, la causa principal de la aparición de deformaciones en el interior de una pieza es la existencia de perfiles de temperatura. Estos perfiles de temperatura pueden tener una forma compleja, lo que unido a la forma no lineal de muchas de las leyes de comportamiento y a la posibilidad de variación de los parámetros mecánicos con la temperatura hace que, con mucha frecuencia, sea necesario recurrir a un método numérico para resolver el problema.

Existen varias técnicas matemáticas que se pueden utilizar para resolver el problema del cálculo de los desplazamientos de la pieza en función del tiempo, aunque posiblemente la más ampliamente utilizada en la actualidad sea la de los elementos finitos.

El método de elementos finitos es un procedimiento numérico que permite analizar estructuras mecánicas y medios continuos. Originalmente se planteó

como un método de análisis de tensiones. Actualmente se utiliza también para analizar problemas de transferencia de calor, dinámica de fluidos, campos eléctricos y magnéticos, etc.

En líneas generales, el método consiste en dividir el medio continuo en una serie de celdas que reciben el nombre de elementos. Estos elementos vienen caracterizados por:

1. Una *geometría*: forma y dimensiones del elemento.
2. Unos *nodos*, que son los puntos a través de los cuales un elemento se conecta con sus elementos vecinos.
3. Unos *grados de libertad* asociados a cada nodo y que determinan el número de componentes independientes del campo, es decir, el número de variables que es necesario especificar en cada nodo; así, por ejemplo, si se desea estudiar un problema de transmisión de calor el número de grados de libertad será uno (temperatura en cada nodo); mientras que si se desea estudiar la deformación de un sólido en 3D, el número de grados de libertad será seis -tres desplazamientos (U_{xi} , U_{yi} , U_{zi}) y tres rotaciones (Θ_{xi} , Θ_{yi} , Θ_{zi}), uno respecto a cada uno de los tres ejes coordenados-.

El campo que se desea estudiar (campo de temperaturas, de desplazamientos, etc.) se calcula en el interior del elemento a partir del valor en los nodos, utilizando para ello unas funciones de interpolación que reciben el nombre de *funciones de forma*. Con estas funciones, si se conoce el valor del campo en los nodos es posible conocer su valor en todo punto del sólido. Posteriormente se suman las contribuciones de todos los elementos (operación conocida como *ensamblaje*), planteándose un problema en el que las incógnitas son los valores del campo en los nodos.

2.3.5. Fluencia en materiales cerámicos

2.3.5.1. Fenomenología de la fluencia

Se han llevado a cabo numerosos estudios sobre las propiedades mecánicas a elevada temperatura de los materiales cerámicos *técnicos*. Los materiales cerámicos *tradicionales* (entre los que se encuentran las pastas de pavimento y

2. Introducción

revestimiento cerámicos) han sido mucho menos estudiados, posiblemente como consecuencia de que éstos últimos no presentan una microestructura tan bien controlada como la de los productos de *cerámica técnica*, y de que las prestaciones termomecánicas exigidas a los productos *tradicionales* son menores.

En general se admite que a elevada temperatura existe un flujo viscoso en un material cerámico [21][22][23][24]. Este flujo viscoso recibe el nombre de *fluencia* (no confundir con el ensayo mecánico, del mismo nombre, y en el que un material se somete a una tensión constante). Si se representa la deformación que sufre un material en función del tiempo, suele obtenerse una representación similar a la de la figura 2.16, en la que se distinguen tres etapas:

- **Etapas I:** Recibe el nombre de *fluencia primaria*. En esta etapa la velocidad de deformación $\dot{\epsilon}$ disminuye con el tiempo, hasta alcanzar un valor estacionario (constante).
- **Etapas II:** Tiene lugar la *fluencia secundaria* o *fluencia estacionaria*. Es, con diferencia, la etapa más estudiada; por una parte por su mayor utilidad en problemas relacionados con la deformación a elevada temperatura de materiales cerámicos y, por otra parte, por el hecho de que la microestructura del material permanece sensiblemente constante durante toda esta etapa [31].
- **Etapas III:** *Fluencia terciaria*. La velocidad de deformación $\dot{\epsilon}$ aumenta rápidamente con el tiempo, alcanzándose un punto en el que se produce la rotura del material.

A pesar de la generalidad de la figura 2.16, no siempre se observa este tipo de patrón. En ocasiones es posible encontrar materiales que se apartan de este tipo de comportamiento:

- Determinados materiales no muestran la etapa correspondiente a la fluencia primaria, y la curva muestra sólo dos etapas (figura 2.17.a).
- Puede suceder que la etapa correspondiente a la fluencia primaria esté invertida (figura 2.17.b), es decir, que se produzca un aumento de la velocidad de deformación $\dot{\epsilon}$ con el tiempo.

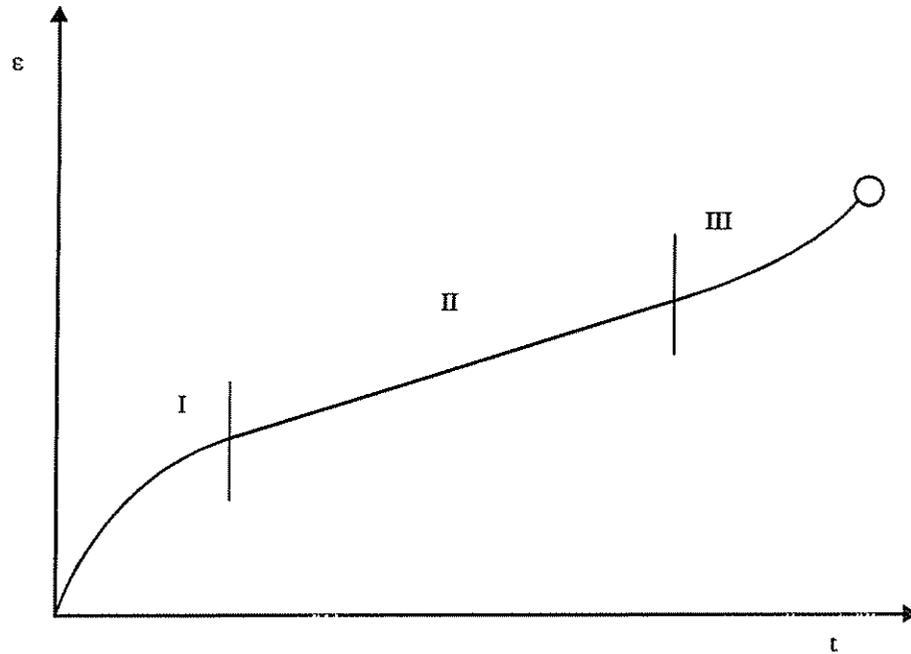


Figura 2.16. Representación típica de las diferentes etapas de la fluencia de un material cerámico

- La figura 2.17.c muestra un tipo de comportamiento en el que existe fluencia primaria en forma sigmoïdal previa a la fluencia secundaria. Este tipo de comportamiento se observa en monocristales que contienen una densidad de dislocaciones muy baja y la etapa primera se debe a una multiplicación de las dislocaciones.

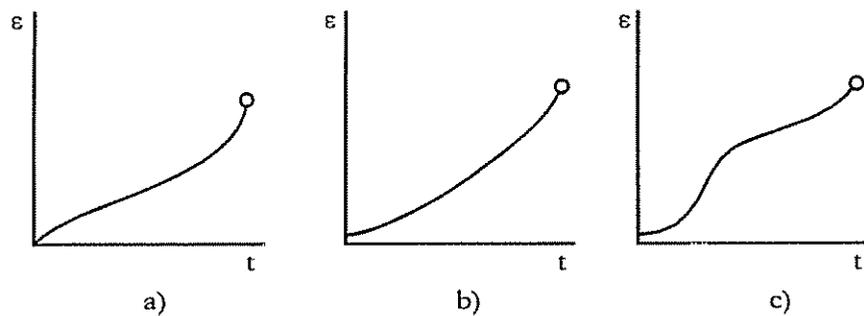


Figura 2.17. Diferentes tipos de comportamiento de fluencia

En determinados casos es difícil enmarcar los resultados experimentales dentro de alguno de los comportamientos anteriormente indicados.

2.3.5.2. Mecanismos por los que se produce la fluencia

La figura 2.18 ilustra el mecanismo difusional en un material policristalino. La deformación se produce por el flujo difusional de átomos (representados en la figura como pequeños círculos) a través o alrededor de los granos (cuadrados en la figura 2.18).

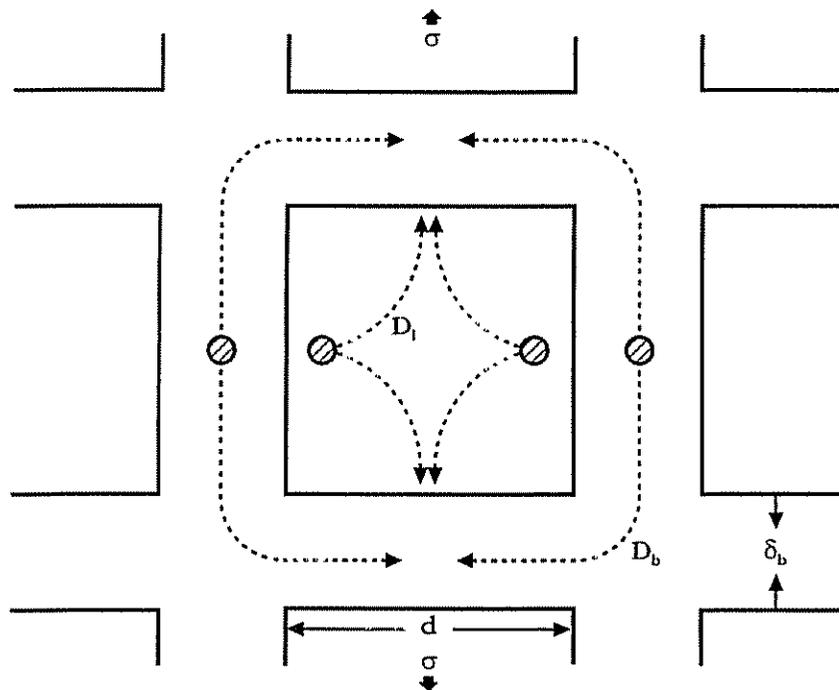


Figura 2.18. Mecanismo difusional de fluencia

Cuando el flujo de materia discurre a través de los granos, el mecanismo recibe el nombre de fluencia de Nabarro-Herring, y la velocidad de deformación por tracción ($\dot{\epsilon}_c$) producida por una tensión σ viene dada por:

$$\dot{\epsilon}_c = C_1 \frac{\sigma \Omega D_1}{d^2 kT} \quad (2.3.15)$$

donde:

- C_1 : constante. Suele estar comprendida entre 10 y 20
- σ : tensión (Pa)
- Ω : volumen atómico o molecular (m^3)

- D : difusividad de la red ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
 d : tamaño de grano (m)
 k : constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$)
 T : temperatura (K)

Cuando la difusión transcurre a través de los bordes de grano, el mecanismo recibe el nombre de fluencia de Coble y la ecuación de velocidad es:

$$\dot{\epsilon}_c = C_b \frac{\sigma \Omega D_b \delta_b}{d^3 k T} \quad (2.3.16)$$

donde:

- C_b : constante. Suele estar comprendida entre 40 y 50
 σ : tensión (Pa)
 Ω : volumen atómico o molecular (m^3)
 D_b : difusividad en el borde de grano ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
 δ_b : espesor del borde de grano (m)
 d : tamaño de grano (m)
 k : constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$)
 T : temperatura (K)

La importancia relativa de uno u otro de los mecanismos anteriormente expuestos depende de las velocidades relativas de difusión en la red y en el borde de los granos. Habitualmente se distingue entre uno u otro de los mecanismos debido a la dependencia que muestran respecto al tamaño de los granos.

Raj y Ashby consideraron teóricamente el acoplamiento entre ambos tipos de mecanismos (difusión en la red y difusión en el borde de granos), llegando a una expresión para la velocidad de deformación de la forma:

$$\dot{\epsilon}_c = C \frac{\sigma \Omega}{k T} \frac{1}{d^2} D_1 \left(1 + \frac{\pi \delta_b}{d} \frac{D_b}{D_1} \right) \quad (2.3.17)$$

donde:

- C : constante con un valor en torno a 14
 σ : tensión (Pa)
 Ω : volumen atómico o molecular (m^3)
 D : difusividad de la red ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)

2. Introducción

- D_b : difusividad en el borde de grano ($m^2 s^{-1}$)
- δ_b : espesor del borde de grano (m)
- d : tamaño de grano (m)
- k : constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23} J K^{-1}$)
- T : temperatura (K)

Si $D_1 \gg D_b \delta_b$ (2.3.17) se reduce a la ecuación de Nabarro-Herring, mientras que si $D_1 \ll D_b \delta_b$, la ecuación es equivalente a la expresión de Coble.

Además de los mecanismos anteriores, la fluencia se puede producir por el movimiento de dislocaciones. Este mecanismo fue propuesto por Weertman, quien obtuvo la siguiente expresión para la velocidad de deformación:

$$\dot{\epsilon}_c \propto \frac{D_1}{kT} \left(\frac{\sigma}{E} \right)^n \quad (2.3.18)$$

donde:

- D_1 : difusividad debida al movimiento de las dislocaciones ($m^2 s^{-1}$)
- E : módulo de elasticidad (Pa)
- n : exponente de tensiones de fluencia
- σ : tensión (Pa)
- k : constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23} J K^{-1}$)
- T : temperatura (K)

El valor del exponente de tensiones (n) depende de ciertos detalles del modelo, aunque en la mayor parte de los casos su valor está comprendido entre 4 y 5.

2.3.5.3. Fluencia secundaria

Muchos mecanismos que tratan de explicar la fluencia secundaria proponen una ecuación semiempírica, basada en las expresiones presentadas en el apartado anterior, y que adopta la forma general [25][26][27]:

$$\dot{\epsilon}_c = \frac{ADGb}{kT} \left(\frac{b}{d} \right)^p \left(\frac{\sigma}{G} \right)^n \quad (2.3.19)$$

donde:

- D: difusividad ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
- G: módulo de cizalla (Pa)
- b: vector de Burgers (m)
- b: módulo del vector de Burgers (m)
- σ : tensión aplicada (Pa)
- d: tamaño del grano (m)
- p: exponente de la inversa del tamaño del grano
- n: exponente de la tensión
- A: constante adimensional
- k: constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$)
- T: temperatura (K)

La difusividad (D) se relaciona con la temperatura mediante una ecuación similar a la de Arrhenius:

$$D = D_0 e^{\frac{-\Delta E}{RT}} \quad (2.3.20)$$

donde:

- D_0 : factor de frecuencia ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
- ΔE : energía de activación del proceso difusional (J kmol^{-1})
- R: constante de los gases ideales ($8314 \text{ J kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$)
- T: temperatura (K)

El comportamiento de fluencia de cerámicas policristalinas se puede dividir en varias categorías, dependiendo de los valores de los parámetros p y n. Los valores de p pueden oscilar entre 0 y 3, mientras que los de n se encuentran habitualmente en el intervalo de 1 a 5. Asimismo, p y n están relacionados con el mecanismo por el cual se produce la fluencia.

Los valores de la difusividad efectiva han merecido también mucha atención por parte de los investigadores [25]. Se han propuesto expresiones que permiten relacionar la difusividad efectiva con parámetros microestructurales del material, pero en general se llega a expresiones complejas cuyos parámetros son difíciles de determinar experimentalmente.

Las ecuaciones (2.3.19) y (2.3.20) pueden combinarse obteniendo, en el caso habitual de que se pueda escribir $p=0$, la siguiente expresión:

$$\dot{\epsilon}_c = A \left(\frac{\sigma}{E} \right)^n e^{\frac{\Delta E}{RT}} \quad (2.3.21)$$

donde A, E, n, y ΔE deben ser determinados experimentalmente.

2.3.5.4. Modelos globales

Estrictamente hablando, no está justificado el empleo de las ecuaciones válidas para la fluencia secundaria en todo el rango de fluencia; a pesar de esto, con frecuencia se ha obviado la fluencia primaria sin una justificación clara [28].

Se han llevado a cabo intentos de proponer ecuaciones válidas en todo el intervalo de tiempo y, por tanto, que fueran capaces de explicar las tres etapas de fluencia. Uno de estos modelos es el de Graham y Wales [29], que sugieren una ecuación de la forma:

$$\dot{\epsilon}_c = B \sigma^n e^{\frac{\Delta E}{RT}} (a + bt^{-2/3} + ct^2) \quad (2.3.22)$$

donde B, n, ΔE , a, b y c son constantes que deben determinarse experimentalmente.

Una de las propuestas que ha tenido más éxito es el concepto de proyección Θ (Θ -project concept), que se basa en la expresión [29]:

$$\epsilon = \Theta_1 (1 - e^{-\Theta_2 t}) + \Theta_3 (e^{\Theta_4 t} - 1) \quad (2.3.23)$$

donde:

- Θ_1, Θ_3 : constantes adimensionales
- Θ_2, Θ_4 : constantes (s^{-1})
- t: tiempo (s)

Hay que observar que en la ecuación anterior aparece directamente la deformación (ϵ) y no la velocidad de deformación ($\dot{\epsilon}_c$).

La premisa básica del concepto de la proyección Θ es que las curvas de fluencia pueden ser consideradas como la suma de una componente de disminución de $\dot{\epsilon}_c$ con el tiempo (primera etapa de la fluencia) y otra componente de aumento de $\dot{\epsilon}_c$ (tercera etapa de la fluencia). Los factores Θ_1 y Θ_3 actúan como factores de escala de la primera y tercera etapas de la fluencia, mientras que Θ_2 y Θ_4 son parámetros de velocidad que definen la velocidad a la que decae la fluencia primaria y se acelera la terciaria.

En el caso habitual de que las deformaciones estudiadas sean tales que no aparezca la fluencia terciaria (deformaciones pequeñas), es posible expandir en serie de Taylor el segundo término de la ecuación (2.3.23), llegándose a [58]:

$$\epsilon = \Theta_1(1 - e^{-\Theta_2 t}) + \Theta_3 \Theta_4 t \quad (2.3.24)$$

2.3.6. Montajes experimentales de determinación de las propiedades mecánicas

Todas las leyes de comportamiento presentadas en este apartado hacen intervenir una serie de parámetros que deben ser determinados experimentalmente mediante ensayos de laboratorio.

Entre los ensayos que pueden llevarse a cabo para determinar dichos parámetros se pueden indicar los ensayos de tracción, compresión, torsión y flexión. En ocasiones, los resultados obtenidos a partir de estos diferentes ensayos no son comparables entre sí [31].

2.3.6.1. Ensayos uniaxiales

El método de tracción (o de compresión) uniaxial es el que presenta una mayor sencillez conceptual. La tensión es constante en una sección transversal dada, y esto hace que el tratamiento matemático sea sencillo y la interpretación de los resultados de tensión-deformación bastante directa.

El hecho de que la tensión σ sea constante en una sección hace que fácilmente se pueda conocer σ a partir de la fuerza de tracción (o compresión). La deformación de la probeta suele medirse utilizando varios métodos como son:

2. Introducción

- Catetómetros, que permiten medir el desplazamiento entre dos hilos de platino unidos a la pieza.
- Galgas extensiométricas.
- Transductores de desplazamiento.

Los ensayos uniaxiales de tracción, han sido utilizados por muchos investigadores [31]; sin embargo, este tipo de ensayo presenta varias dificultades:

- Elevado coste del sistema de fijación de la probeta a la máquina de ensayos mecánicos. El sistema de fijación ha de asegurar que la carga se aplique de forma alineada al eje de la probeta.
- Coste de preparación de la probeta. La mecanización de la probeta es compleja y cara; especialmente cuando se trata de materiales cerámicos. En la figura 2.19 se han representado esquemáticamente algunos tipos de probetas utilizadas habitualmente en los ensayos mecánicos de tracción.

Los ensayos uniaxiales que trabajan en compresión, aunque de mayor sencillez de montaje, pueden presentar el problema de fricción en los puntos de contacto entre la pieza y los apoyos (figura 2.20). Esto puede conducir a que el estado de tensión en la probeta difiera mucho del uniaxial [29], con lo cual el tratamiento de los datos obtenidos es complejo. Además, las deformaciones plásticas no son homogéneas, debido a la amplia variación de la tensión de cizalla en diferentes puntos de la probeta próximos a los apoyos.

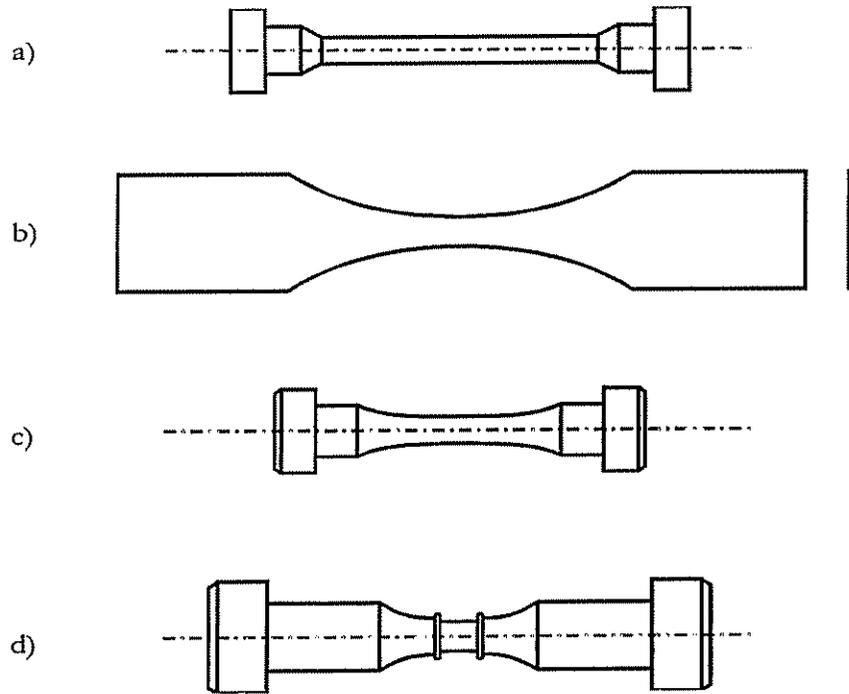


Figura 2.19. Algunos tipos de probetas utilizados en los ensayos uniaxiales de tracción

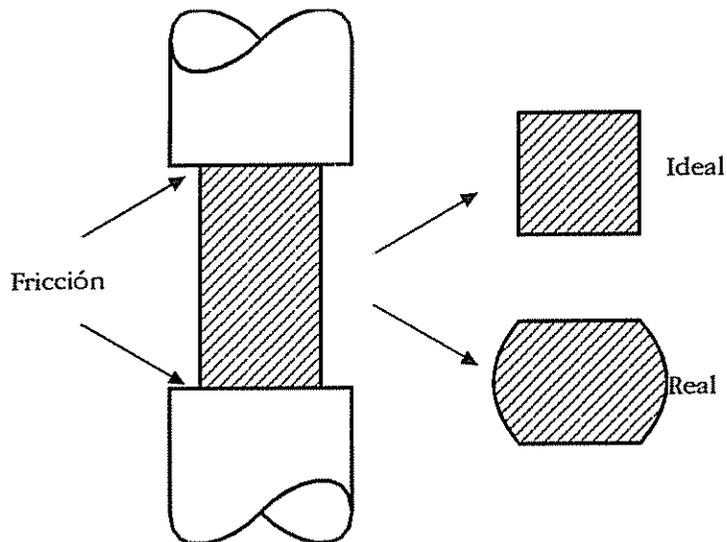


Figura 2.20. Deformación en forma de barrilete en los ensayos de compresión uniaxial

2.3.6.2. Ensayos de flexión

Las dificultades comentadas en los ensayos uniaxiales han hecho surgir métodos basados en la flexión para estudiar el comportamiento frente a la fluencia de materiales cerámicos [33][34][35].

En los ensayos de flexión, una probeta -en general de forma paralelepípedica-, se apoya en dos soportes y sobre la misma se ejerce por la parte central una fuerza. Si la fuerza se aplica en un único punto (coincidente con el centro de la pieza), el ensayo es de flexión en tres puntos, mientras que si se aplica en dos puntos equidistantes del centro de la probeta, el ensayo es de flexión en cuatro puntos (figura 2.21).

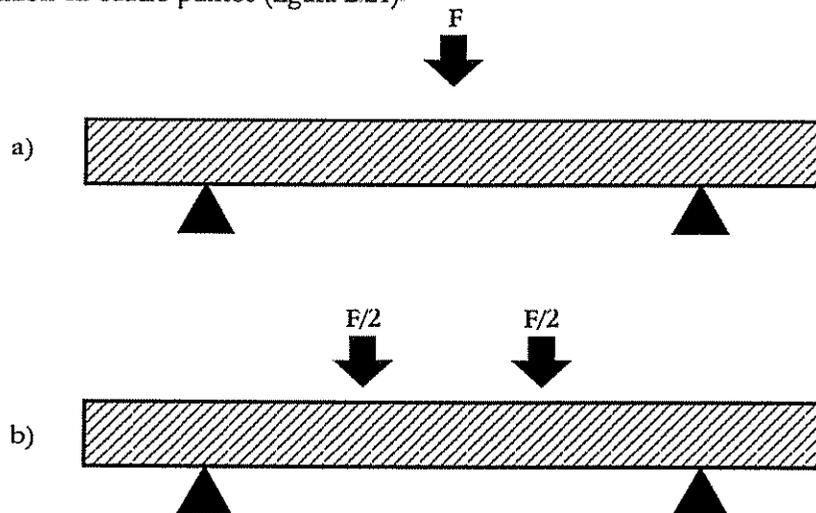


Figura 2.21. Distribución de los puntos de apoyo y de las fuerzas aplicadas en un ensayo de flexión en tres puntos (a) y en cuatro puntos (b)

Habitualmente se trabaja con ensayos de flexión en cuatro puntos. La razón fundamental es que el momento flector es constante en la zona comprendida entre los dos apoyos internos (puntos en los que se aplica el esfuerzo) (figura 2.22); esto se traduce en que la tensión entre los dos apoyos internos sólo depende de la posición vertical y, por tanto, es independiente de x ($\sigma = \sigma(y)$).

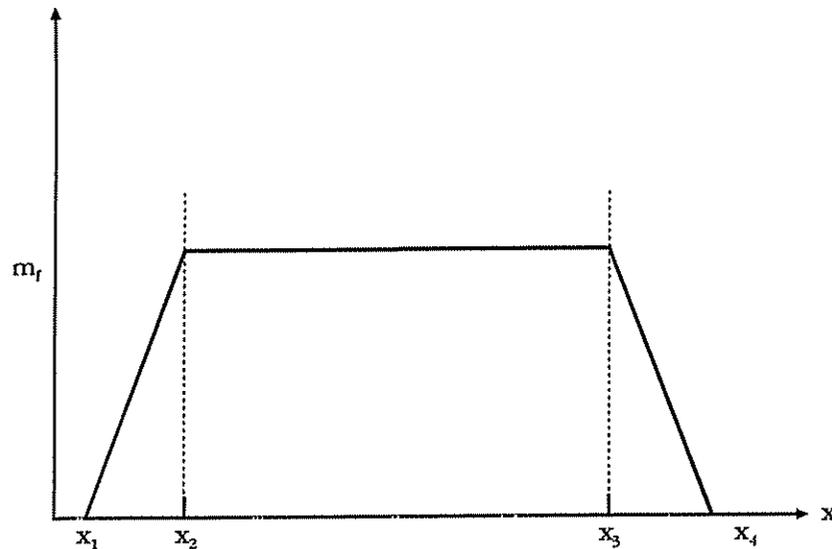


Figura 2.22. Momento flector en un ensayo de flexión en cuatro puntos. x_1, x_4 : posiciones de los apoyos externos; x_2, x_3 : posiciones de los apoyos internos

A pesar de ello, hay que tener en cuenta que los ensayos de flexión en cuatro puntos también pueden presentar desventajas respecto a los de tres puntos de apoyo. El mayor inconveniente es que la componente de cizalla en las dos zonas situadas entre los apoyos externos e internos es mayor que en el caso del ensayo en tres puntos de apoyo. Esta componente de cizalla se incrementa a medida que aumenta la separación entre los puntos en los que se aplica la fuerza (apoyos internos).

Las ventajas fundamentales de los métodos que se basan en la flexión son la facilidad de alineación (respecto al ensayo de tracción) y el menor coste y mayor facilidad de preparación de las probetas. Esto se traduce en que los ensayos de flexión sean más estables [33].

Sin embargo, los ensayos de flexión también presentan una serie de inconvenientes tanto en lo que se refiere al montaje experimental como al tratamiento de los datos obtenidos.

En cuanto a los posibles errores asociados al montaje experimental se puede citar [36][37]:

2. Introducción

- *Desigualdad de momentos*: se produce cuando sobre uno de los apoyos internos la fuerza aplicada es superior a la aplicada en el otro (figura 2.23).
- *Torcedura de los apoyos (twisting)*: se produce cuando la carga no se aplica uniformemente a lo largo de los apoyos (figura 2.24), sino que existe una falta de paralelismo entre los mismos.
- *Acuñaamiento (wedging)*: aparece como consecuencia de que en la línea de aplicación de la fuerza existe una singularidad en el campo de tensiones. Este efecto es más importante a medida que aumenta el espesor de la barra.
- *Fricción*: El contacto entre la barra y los apoyos (que en general son rodillos) presenta cierto coeficiente de fricción (μ). Como consecuencia de la deformación que sufre la pieza y de la existencia de cierta fricción entre ésta y los apoyos, durante la realización del experimento pueden aparecer fuerzas de fricción sobre la probeta.

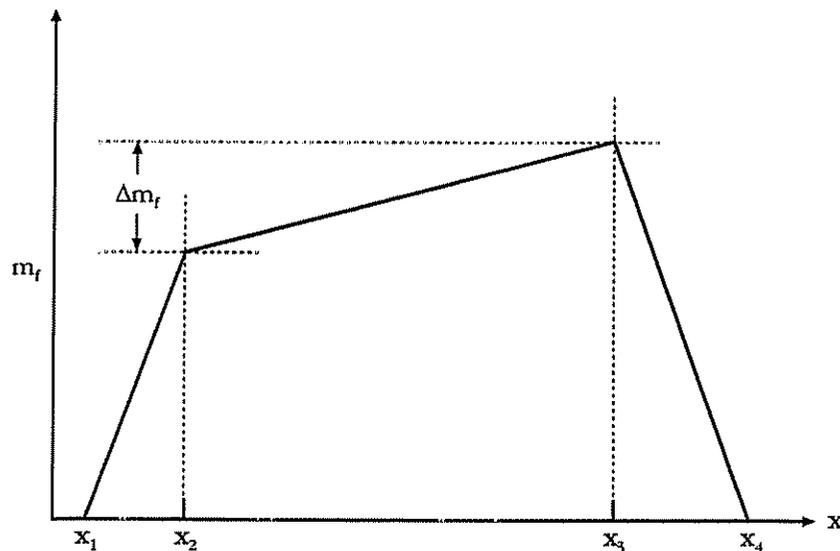


Figura 2.23. Desigual distribución de momentos en un ensayo de flexión en 4 puntos

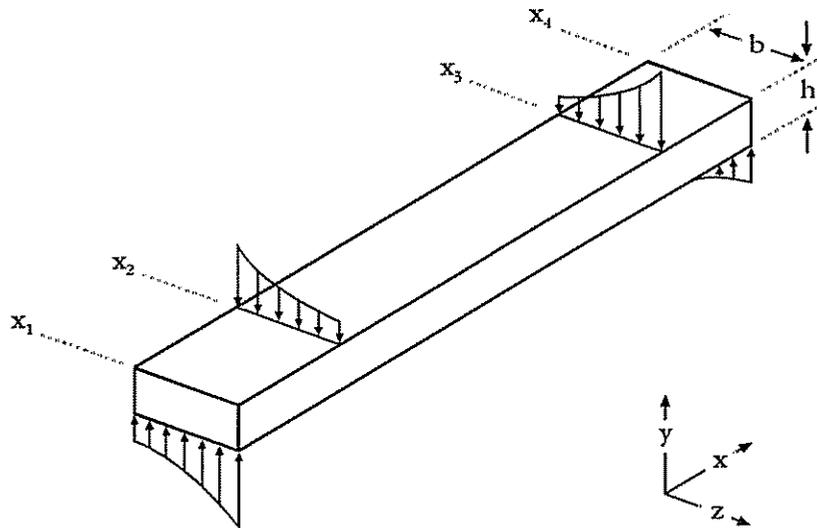


Figura 2.24. Distribución de fuerzas en el caso de que exista torcedura en los apoyos

La otra dificultad que presenta el ensayo de flexión está relacionada con la obtención de los parámetros a partir de los resultados experimentales. Así como en el ensayo de tracción σ era constante (y por lo tanto fácilmente calculable a partir de la fuerza total aplicada), en el caso de los ensayos de flexión σ no es constante (depende de x e y) y, por tanto, la relación entre el campo de tensiones $\sigma(x,y)$ y la fuerza aplicada es más compleja.

Cuando el material se comporta de forma elástica lineal, la sencilla relación entre ϵ y σ hace que sea posible obtener una expresión analítica entre la fuerza aplicada sobre la probeta y su deformación (medida como la flecha). En el caso de que el material sea viscoelástico, se han obtenido expresiones análogas cuando la probeta está sometida a una fuerza constante; sin embargo, cuando la carga es arbitraria (variable en el tiempo), es necesario recurrir a métodos numéricos para llevar a cabo el cálculo de las tensiones y deformaciones.

Hay otro factor que viene a complicar el estudio. Es el hecho de que el comportamiento en tracción y en compresión de los materiales cerámicos es diferente. Habitualmente, los materiales cerámicos presentan una deformación superior cuando trabajan en tracción que cuando lo hacen en compresión [32].

En los ensayos uniaxiales, la diferencia de comportamiento en tracción y en compresión no representa un problema serio puesto que la probeta está sometida sólo a tracción (o compresión); sin embargo, en un ensayo de flexión, en la misma pieza coexisten puntos sometidos a tracción junto a otros sometidos a compresión, con lo cual, es necesario utilizar dos leyes de comportamiento o, lo que suele ser más habitual, una única ley de comportamiento pero con parámetros diferentes en la zona de compresión y en la zona de tracción. Si el comportamiento en tracción es diferente al de compresión, la fibra neutra (aquella que se considera que presenta una deformación nula) no se encuentra en el centro de la barra, siendo necesario calcular su posición a partir del balance de fuerzas. Todo ello no hace sino complicar los cálculos, incrementar el número de parámetros a determinar y aumentar con ello la incertidumbre en la determinación de los mismos; aunque al final se logre reproducir mejor los resultados experimentales.

2.4. Deformación de las baldosas cerámicas

Las deformaciones que puede sufrir una pieza durante la cocción son muy variadas (vértices hacia arriba o hacia abajo, curvatura homogénea cóncava o convexa, lados paralelos al sentido de avance de las piezas hacia arriba, etc.) [38]. Estas deformaciones se pueden clasificar atendiendo a la causa que las motiva [39][40]; con lo que se puede distinguir entre las curvaturas producidas durante el calentamiento y la cocción y aquéllas que tienen su origen en el enfriamiento.

2.4.1. Comportamiento durante el calentamiento y la cocción

2.4.1.1. *Deformaciones asociadas a la expansión-contracción térmica*

Como ya se ha comentado anteriormente, en el transcurso del proceso de cocción de las baldosas cerámicas tienen lugar una serie de transformaciones físico-químicas que conducen a la obtención de un producto final que presenta las características técnicas, mecánicas y estéticas deseadas.

Durante dicho proceso se produce una expansión y posterior contracción del material. Este comportamiento es fuertemente dependiente de la temperatura. Los diagramas de expansión-contracción, que son una representación de la dilatación-contracción que sufre un material en función de la temperatura, muestran de manera cuantitativa este fenómeno.

En estos diagramas se muestran los cambios dimensionales que sufre una probeta cuando es sometida a un tratamiento térmico y sobre la misma no actúa ningún tipo de fuerza externa. Los cambios dimensionales que sufre un material en estas condiciones reciben el nombre de *deformación libre* (ϵ_f).

En la figura 2.25 se ha representado el diagrama de expansión-contracción típico de una composición de gres; mientras que en la figura 2.26 se muestra el diagrama correspondiente a una pasta de monococión porosa.

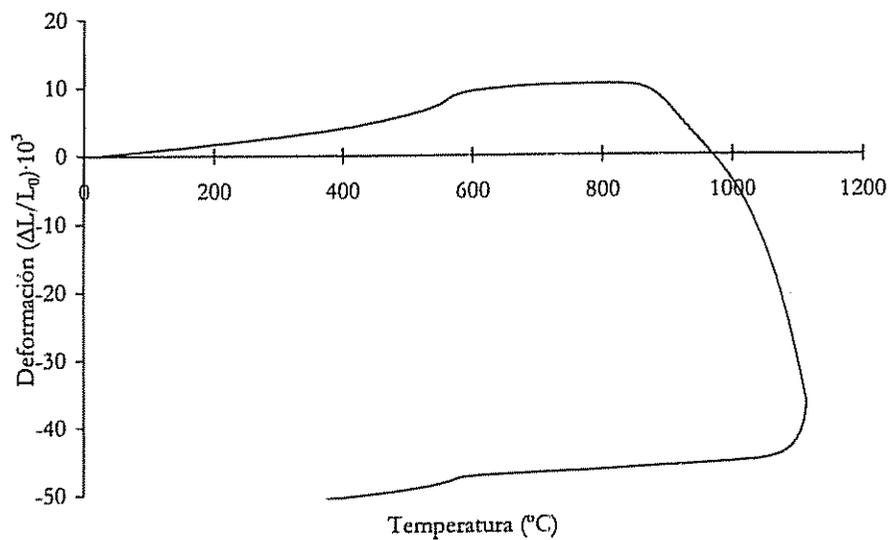


Figura 2.25. Diagrama de expansión-contracción de una composición típica de gres

Los diagramas de expansión-contracción dependen de la velocidad de calentamiento y enfriamiento a la que se realiza el ensayo, de forma que al aumentar esta velocidad, el diagrama se desplaza hacia temperaturas superiores. Así, si la velocidad de calentamiento pasa de 5 °C min^{-1} a 50 °C min^{-1} , la temperatura a la cual se produce la contracción del material se desplaza unos 100 °C (figura 5.27).

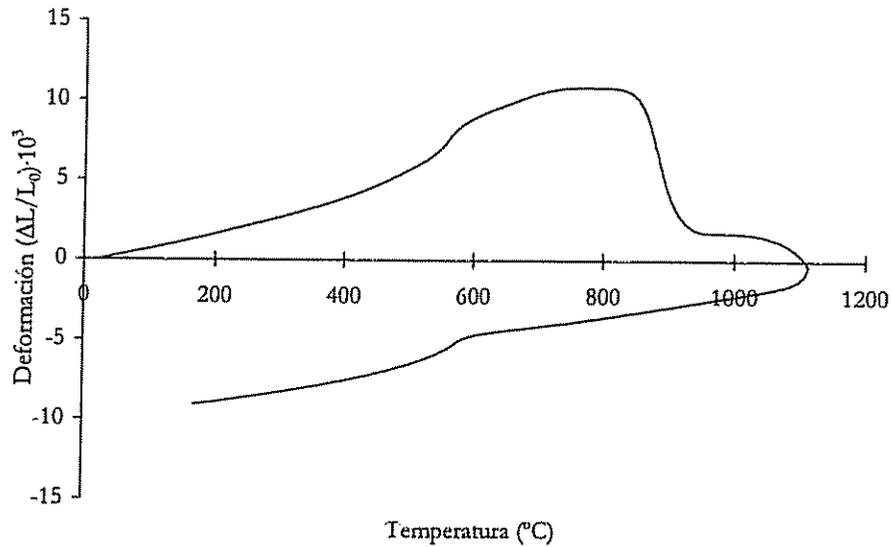


Figura 2.26. Diagrama de expansión-contracción de una composición típica de porosa

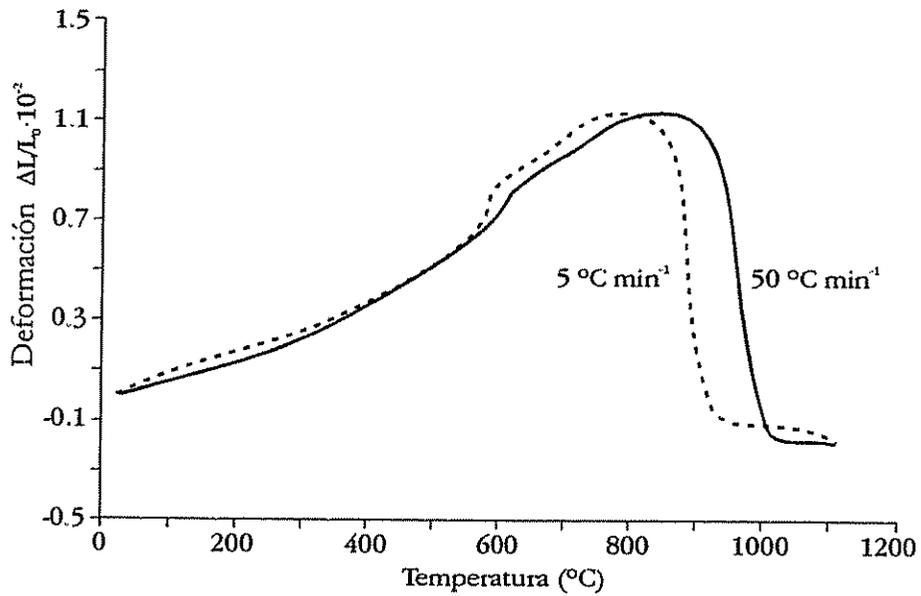


Figura 5.27. Influencia de la velocidad de calentamiento sobre el diagrama de expansión-contracción

El calentamiento y posterior enfriamiento de la pieza hace que las diferencias de temperatura entre el interior y la superficie o entre la superficie superior e

inferior de la pieza puedan ser muy importantes (fácilmente se puede alcanzar una diferencia de 100 °C). Esto hace que, dependiendo del valor del coeficiente de dilatación lineal (α) -definido en la ecuación (2.4.1) como la pendiente de la curva de deformación libre en función de la temperatura-, puedan aparecer diferencias de deformación ($d\varepsilon_v$) en la pieza.

$$d\varepsilon_v = \frac{dL}{L} = \alpha dT \quad (2.4.1)$$

donde:

- α : coeficiente de dilatación lineal (°C⁻¹ ó K⁻¹)
- L: longitud de la pieza (m)
- T: temperatura (°C ó K)

la integración de la expresión anterior conduce a:

$$\varepsilon_v = \ln \frac{L}{L_0} \quad (2.4.2)$$

siendo L_0 la longitud inicial de la pieza (m).

Es habitual emplear, en lugar de ε_v , la deformación uniaxial (ε), definida como:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2.4.3)$$

donde L_0 representa, como antes, la longitud inicial de la pieza. ε_v se aproxima a ε en el caso de pequeñas deformaciones $L \approx L_0$.

A lo comentado anteriormente hay que añadir que, durante todo el proceso de cocción, pero especialmente en aquellos momentos en los que se produce la aparición de fases cristalinas y vítreas, existe una variación muy importante de las propiedades mecánicas de los materiales, lo que es, potencialmente, una causa más que puede provocar la falta de uniformidad dimensional.

2. Introducción

El grado de curvatura debido a esta diferencia de contracción depende de la diferencia de contracción lineal entre las dos superficies de la pieza y de la razón espesor/longitud de la misma [41].

El comportamiento de una composición de monococción de porosa es muy diferente al de una composición de gres. Este comportamiento distinto tiene su origen en el diagrama de expansión-contracción y en las propiedades mecánicas de ambos tipos de materiales.

A baja temperatura (hasta unos 800 °C), el comportamiento dilatométrico de ambos tipos de composiciones es similar. A partir de dicha temperatura se produce una reducción de volumen como consecuencia del comienzo de la sinterización [42]. En el caso de las pastas de gres, esta sinterización prosigue con la aparición de fase líquida. Las composiciones de porosa presentan, en cambio, un comportamiento más complejo. En éstas últimas, la contracción que se produce a partir de los 800 °C se ve frenada por la aparición de fases cristalinas cálcicas como la anortita, la gelenita, el diópsido o la wollastonita [43]. A partir de una cierta temperatura, estas fases cálcicas desaparecen, con lo que se produce una importante contracción (acompañada de una deformación de la pieza). Habitualmente se trabaja en unas condiciones tales que las fases cristalinas cálcicas están presentes, asegurando con ello una gran constancia dimensional.

En el caso de una composición de monococción porosa, pequeñas variaciones de temperatura en el rango entre 800 y 925 °C pueden tener una repercusión muy importante en las dimensiones finales del producto [44], mientras que en el caso del gres, son las variaciones de temperatura en el rango de cocción (por encima de 1000 °C) las más importantes.

2.4.1.2. Deformaciones piropásticas

En la cocción de una pasta de gres rojo, a temperatura superior a 900-1000 °C se desarrolla una fase líquida viscosa, responsable de la gresificación. A partir de este momento, el material deja de comportarse como un sólido rígido y la aplicación de una tensión conduce a una deformación permanente, denominada *piropástica*. La magnitud de esta deformación es función, por una parte, de la viscosidad aparente del sistema, directamente relacionada con la cantidad de fase líquida y su viscosidad, y por otra del esfuerzo o tensión que se aplica.

En determinadas condiciones (falta de horizontalidad de los rodillos, excesiva acumulación de suciedad en distintas zonas de los mismos, etc. o temperatura de cocción excesiva) la pieza puede presentar deformaciones pirolásticas [45].

2.4.2. Comportamiento durante el enfriamiento

Durante la etapa de enfriamiento, las transformaciones físico-químicas son menos importantes. El esmalte, que durante la primera etapa de la cocción (hasta alcanzar la máxima temperatura) no había intervenido desde el punto de vista mecánico, pasa ahora a jugar un papel relevante. La diferencia entre las propiedades termomecánicas (sobre todo el coeficiente de dilatación) del esmalte y del soporte puede originar la aparición de curvaturas en las piezas.

Para analizar las curvaturas producidas durante el enfriamiento es útil considerar una pieza plana a la temperatura de cocción del vidriado [46] (figura 2.28.a). A esta temperatura los dos componentes (vidriado y soporte) tienen las mismas dimensiones, ya que el vidriado se encuentra en estado viscoso y se adapta sin tensiones a las dimensiones del soporte.

A medida que se va enfriando la pieza, el vidriado comienza a ser más rígido, hasta que se alcanza una determinada temperatura T_n (figura 2.28.b), que recibe el nombre de *temperatura de acoplamiento efectivo*, a partir de la cual vidriado y soporte están íntimamente adheridos.

A partir de este momento se pueden dar dos casos:

- El vidriado y el soporte contraen lo mismo. En este caso no se desarrollan tensiones ni curvaturas.
- El soporte contrae más que el vidriado. Este es el caso más habitual (figura 2.28.c). Como ambas capas están rígidamente unidas, no pueden contraer en diferente magnitud (figura 2.28.d) y se desarrollan una serie de tensiones entre ambas. Estas tensiones, de compresión en la capa de vidriado y de tracción en el soporte, conducen a la aparición de una curvatura convexa (figura 2.28.e).

2. Introducción

- El vidriado contrae más que el soporte (figura 2.29). Es el caso contrario al anterior. Finalmente se tiene una pieza con curvatura cóncava, en la que el vidriado está sometido a tracción y el soporte a compresión (figura 2.29.e).

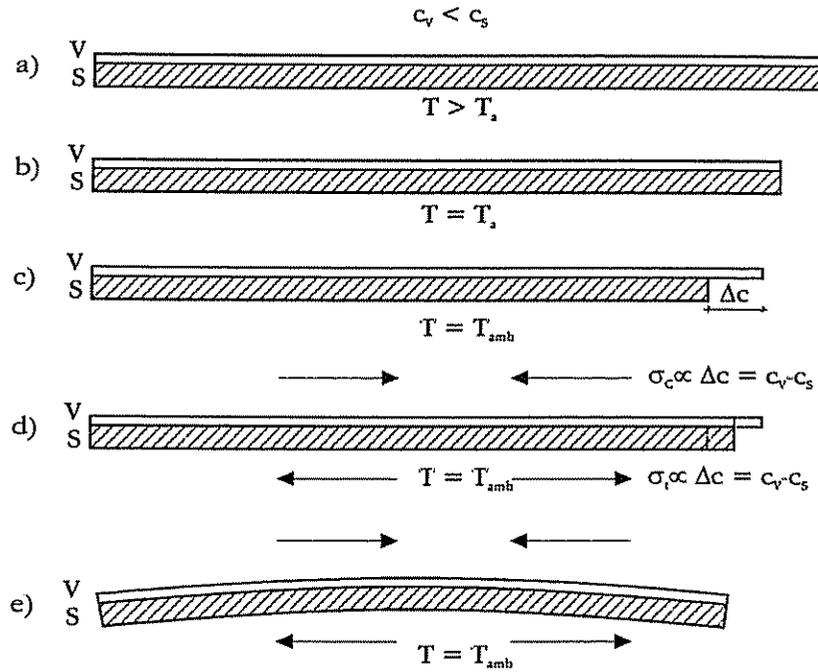


Figura 2.28. Evolución de la curvatura y de la tensión vidriado-soporte durante el enfriamiento de la pieza en el horno. La contracción del soporte (c_s) es mayor que la del vidriado (c_v)

La temperatura de acoplamiento efectiva (T_a) puede calcularse a partir de la curva de expansión térmica del vidriado.

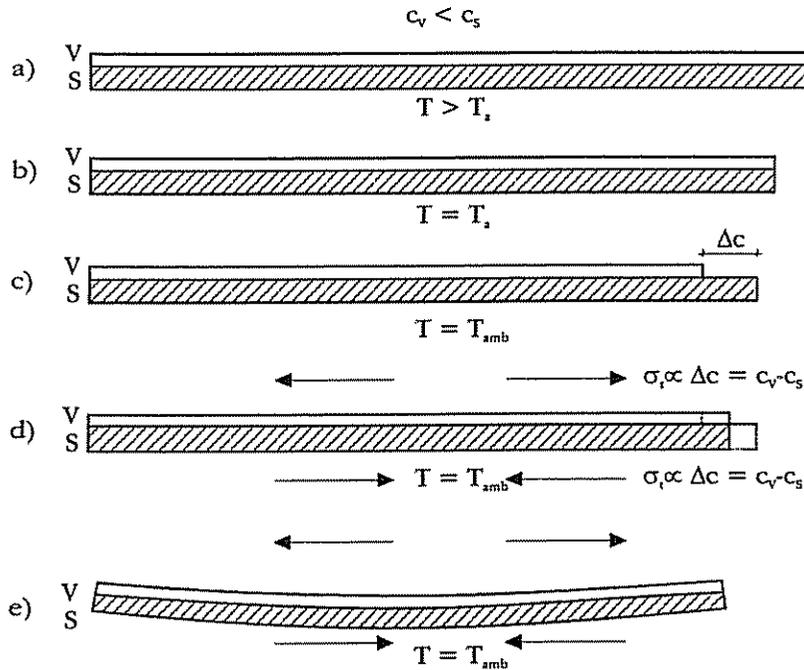


Figura 2.29. Evolución de la curvatura y de la tensión vidriado-soporte durante el enfriamiento de la pieza en el horno. La contracción del vidriado (c_v) es mayor que la del soporte (c_s)

Al llevar a cabo un análisis dilatométrico de un vidriado (figura 2.30) se observa que, al aumentar la temperatura existe un tramo recto hasta alcanzar una T_1 (temperatura de *anillamiento inferior*) temperatura a la cual se produce un aumento progresivo de la velocidad de deformación hasta alcanzar otro punto T_2 (temperatura de *anillamiento superior*) en el que se vuelve a iniciar un tramo recto. Al final de éste comienza a disminuir la pendiente que alcanza en T_2 el punto máximo de su recorrido. A partir de este punto, que señala el reblandecimiento dilatométrico del vidrio, se inicia una progresiva contracción.

A lo largo del tramo recto inicial, el vidrio conserva su rigidez mecánica, y el valor de su coeficiente de dilatación se mantiene constante. Los puntos T_1 y T_2 delimitan el intervalo de transformación en el que se produce la transición al estado vítreo. El punto de intersección de las prolongaciones de los dos tramos rectos de la curva se toma convencionalmente como punto de transformación T_B .

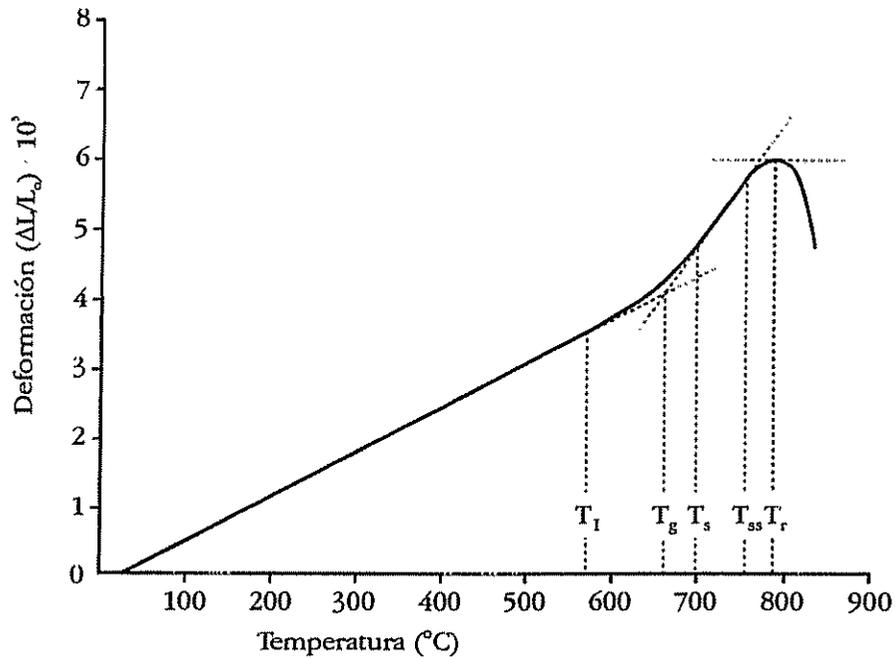


Figura 2.30. Diagrama de expansión térmica de un vidrioado

Todos los investigadores coinciden en que la temperatura de acoplamiento efectivo debe estar situada entre la temperatura de transformación y la de reblandecimiento, aunque existen discrepancias en cuanto a su valor exacto.

Utilizando métodos ópticos y el método de Steger para determinar la evolución de las tensiones entre el esmalte y el soporte con la temperatura, se puede concluir que la aproximación más acertada es considerar que T_a es la semisuma de T_g y T_r [47]:

$$T_a = \frac{T_g + T_r}{2} \quad (2.4.4)$$

donde:

- T_g : temperatura de transformación (°C ó K)
- T_r : temperatura de reblandecimiento (°C ó K)
- T_a : temperatura de acoplamiento efectiva (°C ó K)

De esta forma, la temperatura de acoplamiento efectiva puede ser fácilmente calculada a partir de la curva de expansión térmica del vidrioado.

Las curvaturas originadas durante el enfriamiento de una baldosa cerámica han sido estudiadas y modelizadas utilizando la teoría desarrollada por Timoshenko [46][48]. Admitiendo una serie de hipótesis simplificativas [46], la flecha de la curvatura de la pieza (figura 2.31) (δ_c) puede calcularse mediante la expresión:

$$\delta_c = \frac{L^2}{8h} K_R \Delta c \quad (2.4.5)$$

donde:

δ_c : flecha de curvatura de la pieza (m)

h : espesor de la pieza (m)

L : longitud de la pieza (m)

$\Delta c = c_v - c_s$

c_s : contracción que hubiera experimentado el soporte desde T_a hasta la temperatura ambiente sin estar sometido a tensión

c_v : contracción que hubiera experimentado el vidriado desde T_a hasta la temperatura ambiente sin estar sometido a tensión

K_R : constante adimensional

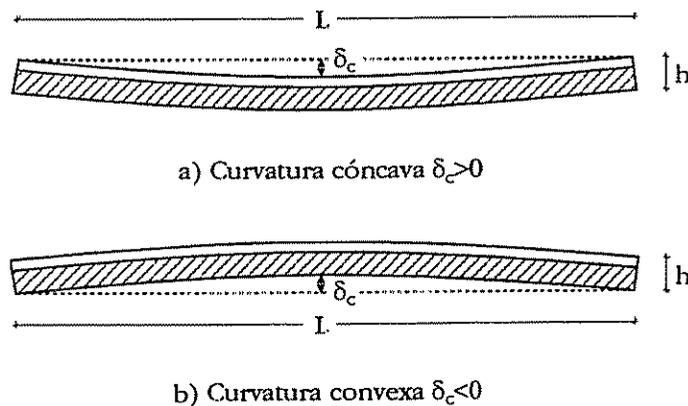


Figura 2.31. Significado geométrico de la flecha de la curvatura

La contracción se define como:

$$c = - \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2.4.6)$$

siendo L_0 la longitud inicial y L la final.

2. Introducción

K_R es una constante adimensional, definida como:

$$K_R = \frac{6(m+1)^2 mn}{m^4 n^2 + 4m^3 n + 6m^2 n + 4mn + 1} \quad (2.4.7)$$

y:

$$\begin{aligned} m &= \frac{h_v}{h_s} \\ n &= \frac{E_v}{E_s} \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

donde:

- h_v : espesor del vidriado (m)
- h_s : espesor del soporte (m)
- E_v : módulo de elasticidad del vidriado (Pa)
- E_s : módulo de elasticidad del soporte (Pa)

Análogamente, este mismo modelo sencillo puede dar información acerca de las tensiones que aparecen entre el vidriado y el soporte:

$$\sigma_v = E_v K'_R \Delta c \quad (2.4.9)$$

donde:

- σ_v : tensión a la que está sometido el vidriado (Pa)
- E_v : módulo de elasticidad del vidriado (Pa)
- $\Delta c = c_v - c_s$
- c_s : contracción que hubiera experimentado el soporte desde T_a hasta la temperatura ambiente sin estar sometido a tensión
- c_v : contracción que hubiera experimentado el vidriado desde T_a hasta la temperatura ambiente sin estar sometido a tensión
- K'_R : constante adimensional

K'_R está definida como:

$$K'_R = \frac{nm^3 + nm^2 + 1}{m^4 n^2 + 4m^3 n + 6m^2 n + 4mn + 1} \quad (2.4.10)$$

Las expresiones (2.4.5) y (2.4.9) son útiles porque permiten estimar de forma aproximada la flecha de la curvatura y la tensión a partir de parámetros fácilmente determinables en la práctica, como son los módulos de elasticidad, espesores y temperatura de acoplamiento efectivo.

El modelo presenta limitaciones, como es el hecho de considerar que el comportamiento tanto del soporte como del vidriado es elástico, admitiendo que el módulo de elasticidad es constante e igual al que presentan ambos materiales a temperatura ambiente.

Asimismo, aunque es posible conocer las tensiones residuales que existen en el interior de la pieza tras la cocción, no es posible analizar cómo cambian estas tensiones en función del tiempo, puesto que al tratarse de un modelo elástico, no existe relajación de tensiones. Esto conduce a que, en teoría, la curvatura de las piezas no debería cambiar tras su salida del horno, mientras que, experimentalmente, se observa que en piezas muy tensionadas existe un importante cambio de la curvatura en función del tiempo.

3. Objeto y alcance de la investigación

3. Objeto y alcance de la investigación

El objetivo final del presente estudio es analizar los factores que influyen en las deformaciones que aparecen en las baldosas cerámicas en el proceso de calentamiento y cocción (no se considerarán, por consiguiente, las deformaciones producidas durante el enfriamiento y que se encuentran asociadas al acoplamiento entre el vidriado y el soporte).

Para llevar a cabo este estudio se ha propuesto la elaboración de un modelo que permita simular el comportamiento térmico y mecánico de la baldosa durante la cocción.

La utilización de un modelo teórico permite:

- Calcular el valor de los perfiles de temperatura en el interior de la baldosa. Estos perfiles son muy difíciles de determinar experimentalmente en piezas industriales (que tienen un espesor de unos 8-10 mm).
- Tener acceso a una serie de datos que no estarían disponibles de otro modo; por ejemplo, la deformación en cada punto de la pieza, desglosada en su componente elástica, de fluencia y térmica, la distribución de tensiones, etc.
- Establecer una vía para conectar los resultados de ensayos de laboratorio con el comportamiento industrial de las piezas. Así, por ejemplo, una vez determinados en el laboratorio los parámetros del modelo, éste podría utilizarse para predecir el comportamiento de la baldosa en una cocción industrial, sin necesidad de recurrir al actual método de prueba-error, realizado directamente sobre el horno industrial.

Pero también plantea una serie de problemas y dificultades, entre los que se pueden indicar:

- Necesidad de definir una ley de comportamiento, cuando en la actualidad se conoce poco el comportamiento mecánico de las composiciones habitualmente empleadas en el sector de baldosas cerámicas.

3. Objeto y alcance de la investigación

- Complejidad en la resolución de la parte mecánica del modelo. Es necesario recurrir a una formulación por elementos finitos.
- Necesidad de la determinación experimental de los parámetros mecánicos del modelo.

En la actualidad no se dispone de ningún modelo capaz de predecir la evolución de la curvatura que presentan las baldosas durante el tratamiento térmico. En la práctica, la curvatura de las baldosas se explica cualitativamente utilizando los diagramas de expansión-contracción y la curva de temperatura del horno, pero esto presenta una serie de limitaciones y, en muchos casos, estas ideas sencillas no permiten predecir de forma clara la evolución real de la curvatura.

En la bibliografía consultada existe poca información sobre datos térmicos y apenas existen datos del comportamiento mecánico de las composiciones de gres y de porosa. El hecho de que el conocimiento de esta información sea indispensable para calcular la deformación de la pieza durante la cocción hace que sea necesario poner a punto métodos que permitan medir experimentalmente los parámetros térmicos y mecánicos necesarios.

Por todo ello, se ha establecido el siguiente plan de trabajo:

- Proponer un modelo de transmisión de calor en el interior de piezas cerámicas.
- Planificar ensayos de laboratorio con el objetivo de determinar los parámetros térmicos (conductividad térmica y datos cinéticos de las reacciones químicas que transcurren con un intercambio de calor significativo).
- Desarrollar un modelo mecánico que permita conocer cómo se relacionan los perfiles de temperatura en el interior de la baldosas con la deformación de la misma.
- Determinar los parámetros mecánicos (módulo de elasticidad y parámetros de fluencia) que intervienen en la ley de comportamiento de las composiciones de gres y de porosa.

3. Objeto y alcance de la investigación

- Establecer ensayos a escala de laboratorio que permitan analizar la influencia de los gradientes de temperatura sobre las curvaturas, comprobando con ello los resultados proporcionados por el modelo.

4. Materiales, aparatos y técnicas experimentales

4. Materiales, aparatos y técnicas experimentales

4.1. Materiales

Para la realización de este trabajo se utilizaron dos composiciones típicas, de coloración roja en cocido, empleadas en la fabricación de baldosas cerámicas por monococción, una de gres y otra de porosa.

Las composiciones de gres son habitualmente empleadas en la fabricación de baldosas de baja porosidad, para su colocación como pavimento. Las piezas fabricadas a partir de composiciones de porosa presentan una absorción de agua mayor junto a una estabilidad dimensional más elevada, lo cual las hace especialmente adecuadas para su empleo como revestimiento.

Una de las razones por las cuales se han elegido estas dos composiciones es que, conjuntamente, los productos de gres y porosa cubren la mayor parte de las composiciones empleadas en la fabricación de baldosas cerámicas esmaltadas.

Por otra parte, el comportamiento que tienen ambos materiales en la cocción, especialmente en lo que hace referencia a sus características dimensionales y curvaturas, es muy diferente, lo que hace que las conclusiones que se podrían obtener del estudio de una de ellas podrían ser muy diferentes a las obtenidas con la otra.

En ambos casos, para la realización de los ensayos de laboratorio, se partió de polvo atomizado industrialmente, con un contenido de humedad del 5.5% (referido al sólido seco).

4.2. Aparatos y técnicas experimentales

4.2.1. Análisis químico

Se utilizó el análisis químico por espectrometría de fluorescencia de rayos X para la determinación de los siguientes elementos en las materias primas: silicio, aluminio, hierro, calcio, magnesio, sodio, potasio, titanio, manganeso y fósforo. El análisis se realizó en un equipo de la marca Philips, modelo PW2400.

4.2.2. Difracción de rayos X

La determinación de las fases presentes en las probetas de porosa se llevó a cabo en un equipo de la firma Philips, modelo PW1830, dotado de anticátodo de cobre (longitud de onda de la radiación empleada: 15.42 nm).

Las condiciones de trabajo del difractómetro fueron las siguientes:

Voltaje: 40 kV
Intensidad: 20 mA

4.2.3. Medida de la densidad aparente

La determinación de la densidad aparente de las probetas se realizó por inmersión en agua, según el procedimiento propuesto por el Instituto de Tecnología Cerámica [49].

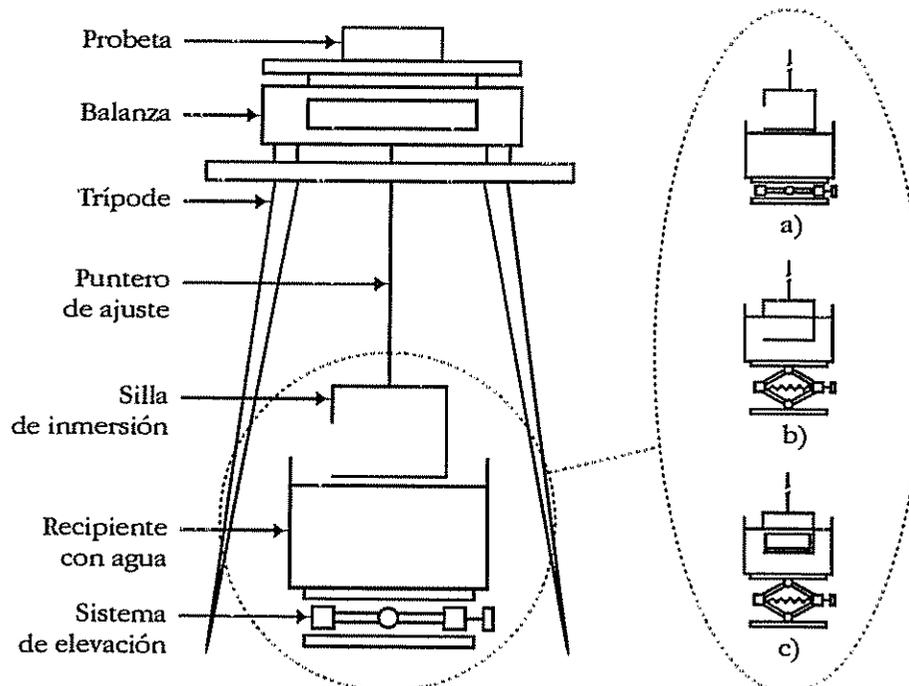


Figura 4.1. Montaje para la determinación de la densidad aparente de la pieza por inmersión en agua

En la figura 4.1 se muestra un esquema del dispositivo y método empleados para la determinación de la densidad de la pieza por inmersión en agua.

La secuencia de operaciones a realizar era:

- Preparación del agente peliculógeno (formado por una mezcla de una resina acrílica y butanona).
- Se pesaba la probeta antes de aplicar la película.
- Aplicación de la película, y polimerización de la misma.
- Se pesaba de nuevo la probeta con la película.
- Ajuste del puntero y tarado de la balanza (esta operación sólo era necesario realizarla una vez por cada serie de determinaciones de densidad aparente).
- Finalmente se pesaba bajo agua la probeta con la película polimerizada.

Para la determinación de la densidad aparente en agua se utilizó una balanza Mettler modelo PJ300, que posee una resolución de 0.001 g. Con esta balanza se obtuvo tanto el peso de la pieza con la película como el peso de la pieza bajo agua.

La densidad aparente en agua se determinó utilizando la expresión:

$$\rho_{ap} = \frac{M_p}{M_r - M_a} \rho_w \quad (4.2.1)$$

donde:

- ρ_{ap} : densidad aparente (kg m^{-3})
- M_p : masa de la probeta (kg)
- M_r : masa de la probeta con película (kg)
- M_a : masa aparente de la probeta con película sumergida en agua (kg)
- ρ_w : densidad del agua (kg m^{-3})

4.2.4. Diagrama de compactación

El diagrama de compactación es una representación cuantitativa de la variación de la densidad aparente de una probeta en función de la presión a la que se efectúa el prensado.

4. Materiales, aparatos y técnicas experimentales

Habitualmente, la relación entre la densidad aparente (ρ_{ap}) y la presión de prensado (P_p) obedece a una ecuación de la forma [50]:

$$\rho_{ap} = \rho_{ap}^0 + a \log \frac{P_p}{P_p^0} \quad (4.2.2)$$

donde ρ_{ap}^0 y a son constantes (para una determinada humedad del polvo atomizado) y P_p^0 es una presión de prensado de referencia (1 MPa o 1 kgf cm⁻²), de forma que ρ_{ap}^0 y (a) caracterizan el comportamiento frente al prensado de un determinado polvo cerámico.

La mayor utilidad de la expresión 4.2.2 es que permite conocer la presión a la que se ha de llevar a cabo el prensado, con el fin de lograr la densidad aparente deseada.

4.2.5. Análisis dilatométrico

En la figura 4.2 se muestra el diseño de un dilatómetro [51]. La muestra se coloca en un soporte de alúmina y en contacto con una varilla también de alúmina sobre la que ejerce presión un resorte.

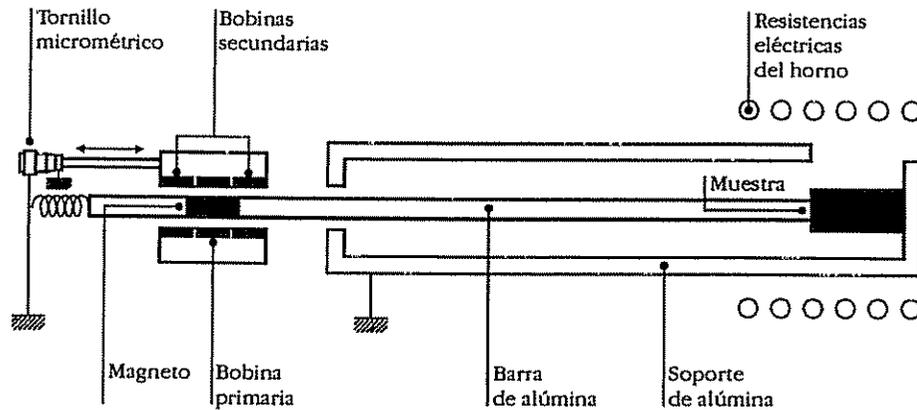


Figura 4.2. Esquema de un dilatómetro

Cuando el horno se calienta, el soporte, la barra de alúmina y la propia muestra cambian de dimensiones, de forma que midiendo el desplazamiento de la barra de alúmina y conociendo la dilatación tanto del soporte como de la

barra, es posible calcular la magnitud en que se ha dilatado (o contraído) la muestra.

La caracterización dilatométrica (diagrama de expansión-contracción) de las composiciones estudiadas se llevó a cabo en un dilatómetro de la marca Adamel, modelo DI-24 Lhomargy, con una velocidad de calentamiento de $5\text{ }^{\circ}\text{C min}^{-1}$.

4.2.6. Análisis térmico diferencial (ATD)

La figura 4.3 es una representación esquemática de un analizador térmico diferencial (ATD) [51]. Este dispositivo mide la diferencia de temperatura entre una muestra y una referencia, sometidas ambas a un calentamiento similar en el interior de un horno.

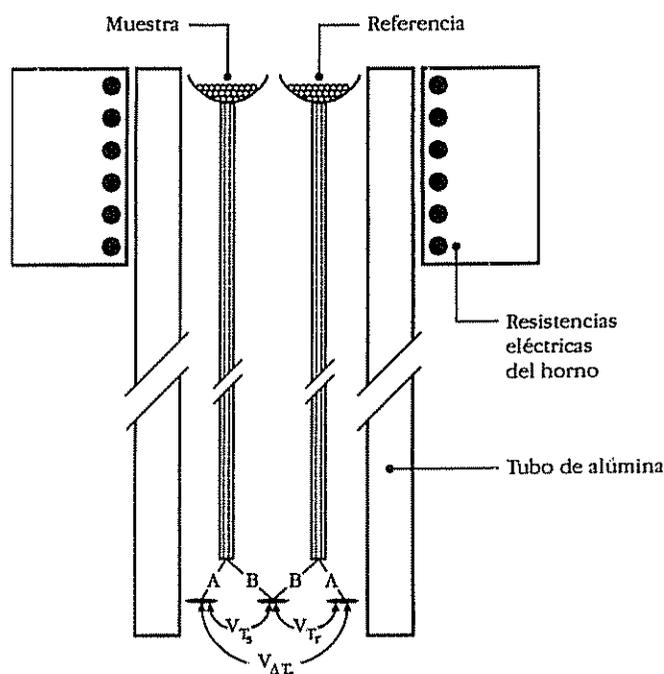


Figura 4.3. Esquema de un equipo de análisis térmico diferencial (ATD)

El material de referencia puede ser cualquier sustancia con aproximadamente la misma masa térmica que la muestra, pero que no sufra ningún tipo de transformación en el rango de temperatura de interés. La diferencia de

temperatura entre la muestra y la referencia se mide mediante un termopar diferencial

Cuando la muestra sufre una transformación, el instrumento detecta que la muestra está más fría que la referencia (si la reacción es endotérmica) o más caliente (si es exotérmica). Esta transformación se registra como un pico en la representación gráfica de ΔT (diferencia de temperatura entre la muestra y la referencia) frente al tiempo.

4.2.7. Análisis termogravimétrico (TG-DTG)

La figura 4.4 muestra el diseño típico de un analizador termogravimétrico (TG) [51]. El polvo que se desea analizar se coloca en un pequeño crisol refractario. El crisol se introduce en un horno y se suspende de una balanza de alta precisión. Asimismo, se sitúa un termopar próximo a la muestra, pero no en contacto con ella.

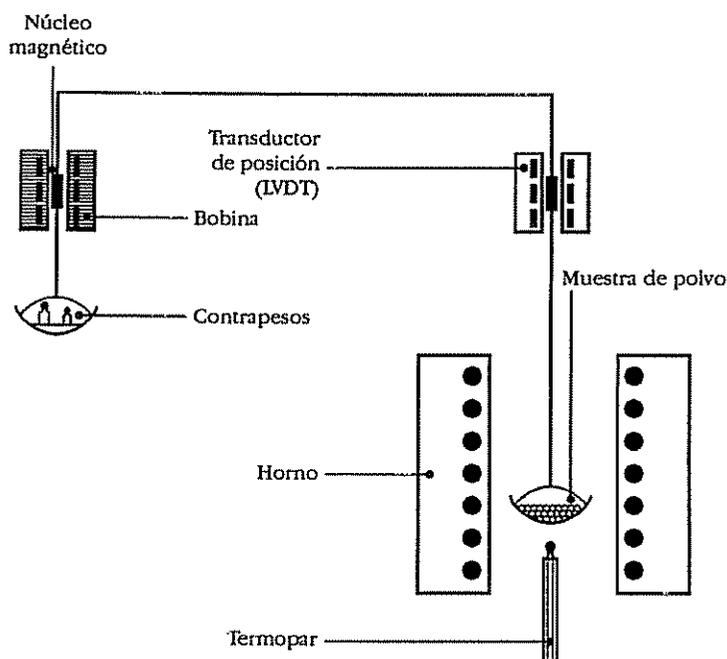


Figura 4.4. Esquema de un equipo de análisis termogravimétrico (TG-DTG)

Durante el tratamiento térmico, se registra el peso de la muestra en función del tiempo. Si se produce alguna reacción acompañada de pérdida de masa

(como sucede por ejemplo en la deshidroxilación de material arcilloso o en la descomposición de carbonatos), ésta se refleja en la curva del peso en función del tiempo. Habitualmente, además de trabajar con la curva de peso en función del tiempo (TG), se utiliza su derivada (DTG), que presenta la ventaja de poner de manifiesto de forma más clara las transformaciones que tienen lugar, especialmente si éstas aparecen solapadas.

Se utilizó un equipo de la marca Netsch, modelo STA-409 para realizar el ATD y TG-DTG simultáneos a las composiciones utilizadas en este trabajo. La velocidad de calentamiento de las muestras fue de $10\text{ }^{\circ}\text{C min}^{-1}$.

4.2.8. Determinación de las propiedades térmicas

En la figura 4.5 se muestra el esquema del montaje utilizado para determinar las propiedades térmicas de las composiciones empleadas.

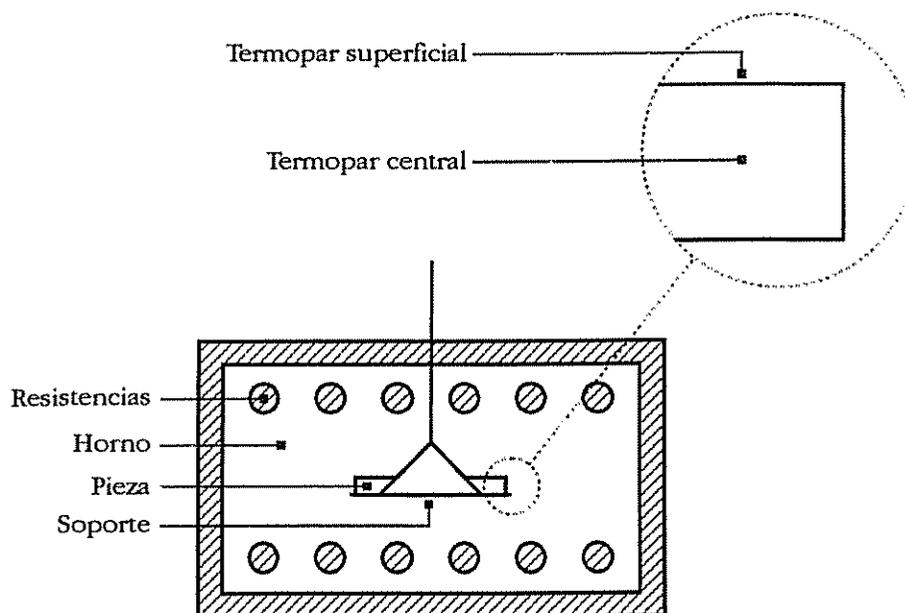


Figura 4.5. Montaje experimental para la determinación de las propiedades térmicas

En primer lugar se procedió a preparar unas piezas cilíndricas de 75 mm de diámetro y 26 mm de espesor. Estas piezas fueron prensadas en una máquina de ensayos universales de la marca Instron, modelo 6027, con una célula de carga de 200 kN y utilizando un molde manual.

Las probetas, una vez prensadas, fueron perforadas tal como se indica en la figura 4.6, con el fin de introducir en su interior un termopar. El diámetro del orificio era de 1.5 mm y alcanzaba el centro de la probeta.

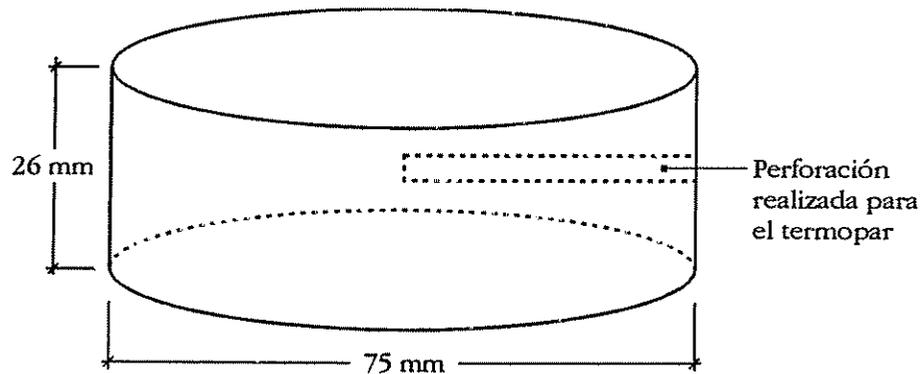


Figura 4.6. Esquema de las probetas empleadas en la determinación de las propiedades térmicas

A continuación, las probetas fueron introducidas en una estufa, en donde permanecieron durante 24 horas a una temperatura de 110 °C, con el fin de eliminar completamente la humedad.

Una vez secas, se introdujeron en el horno y se situaron los termopares central y superficial. Los termopares utilizados eran de tipo K, y estaban conectados a un sistema de adquisición de datos (Data Logger), que registraba las temperaturas cada 10 s.

4.2.9. Determinación de las propiedades viscoelásticas

En la figura 4.7 se ha representado el dispositivo experimental utilizado en la realización de los ensayos de determinación de las propiedades viscoelásticas.

Este dispositivo permite hacer ensayos de flexión en 4 puntos. Consta de un soporte de acero refractario con cuatro rodillos de carburo de silicio. La pieza se introduce en la forma indicada en la figura y sobre los rodillos superiores se ejerce la fuerza.

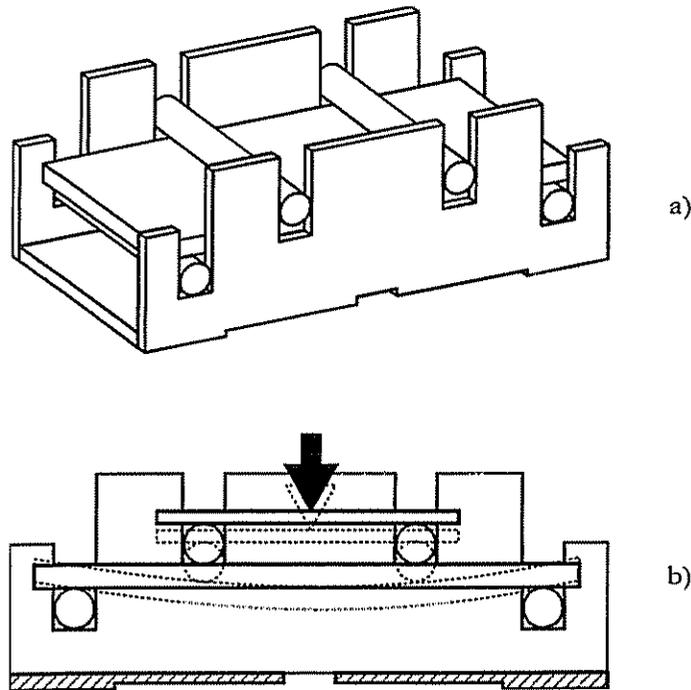


Figura 4.7. Dispositivo experimental de flexión en cuatro puntos

El conjunto se introducía en un horno tubular vertical, con resistencias eléctricas, que estaba acoplado a una máquina de ensayos universales de la marca Instron, modelo 6027 (figura 4.8 y figura 4.9).

Por la parte superior e inferior del horno se introducían sendos tubos de alúmina. El inferior servía de apoyo para el soporte de la pieza, mientras que el superior estaba conectado a una célula de carga de 10 kN que permitía medir la fuerza aplicada sobre la probeta.

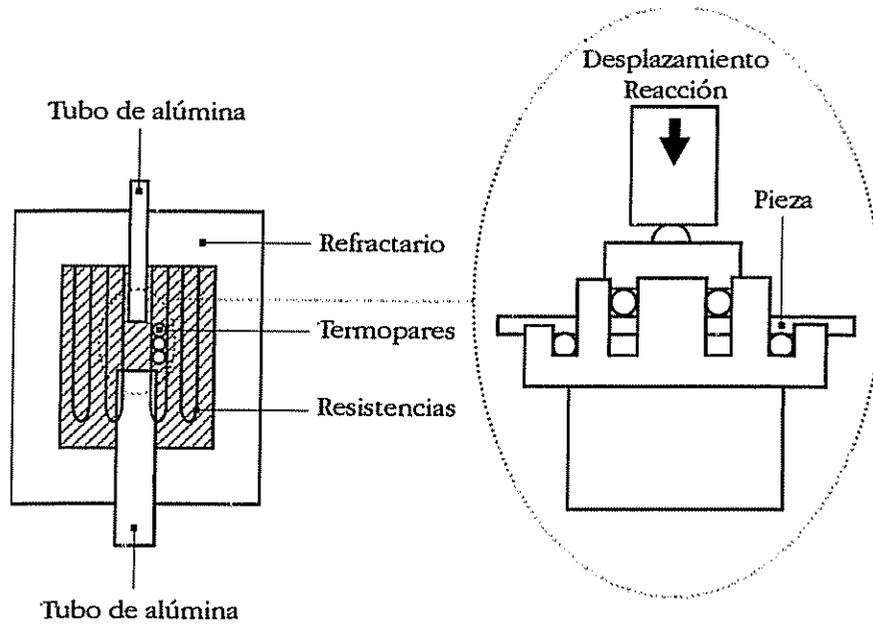


Figura 4.8. Esquema del horno tubular empleado y ubicación del dispositivo de flexión en cuatro puntos

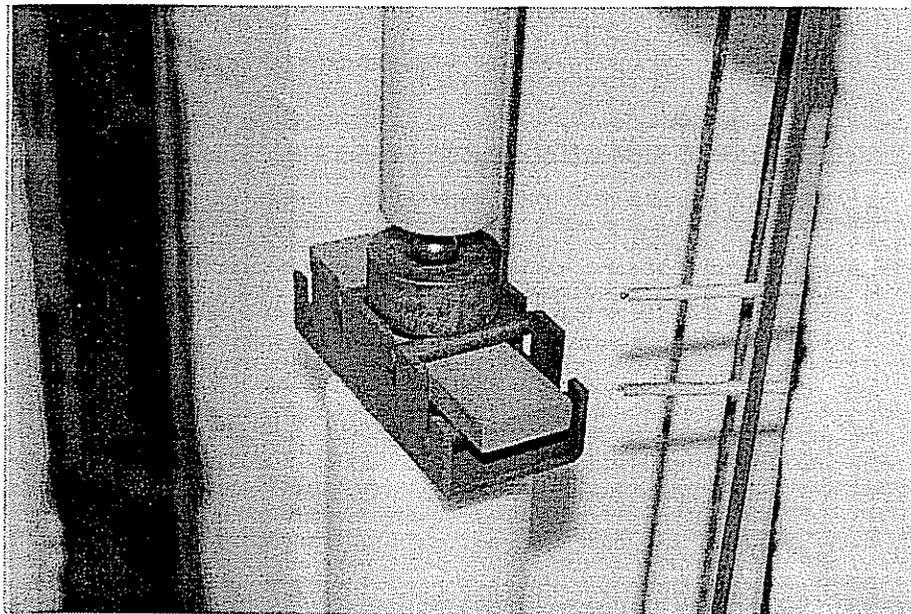


Figura 4.9. Detalle de la probeta y del sistema de flexión en cuatro puntos en el horno

El procedimiento de realización de los ensayos constaba de los siguientes pasos:

1. Preparación de la probeta: se partía del polvo atomizado, a una humedad del 5.5% (en base seca). El polvo se prensaba y, a continuación, la probeta obtenida pasaba a una estufa donde permanecía al menos durante 24 horas a una temperatura de 110 °C.
2. La probeta se situaba en el soporte de flexión en 4 puntos y se introducían ambos en el interior del horno, que se calentaba a una velocidad de unos 30 °C min⁻¹ hasta alcanzar la temperatura máxima.
3. La temperatura máxima se mantenía durante 90-120 minutos. Este periodo de tiempo era necesario para asegurar que todo el montaje (especialmente las barras de alúmina) hubieran alcanzado una temperatura constante y, por tanto, no tuvieran cambios dimensionales durante la realización del ensayo.
4. Aplicación de la fuerza a una velocidad de desplazamiento constante (0.5 mm min⁻¹) hasta alcanzar la fuerza máxima seleccionada (F_{max}). Los ensayos se realizaron a diferentes valores de F_{max} .
5. Mantenimiento del desplazamiento alcanzado al aplicar F_{max} durante cierto tiempo (5 minutos) y medida de la fuerza opuesta por la probeta (reacción).
6. Liberación de la fuerza aplicada. Tras un periodo de espera de 2 minutos, periodo durante el cual se relajaban las tensiones acumuladas en la probeta, se pasaba de nuevo al punto 4 de forma que, en total, para cada probeta se realizaban 6 ensayos.
7. Enfriamiento del horno y medida del espesor de la probeta.

4.2.10. Determinación de las curvaturas asociadas a la expansión-contracción térmica

En la figura 4.10 se indica el esquema del montaje elaborado para determinar las curvaturas producidas en probetas durante el tratamiento térmico.

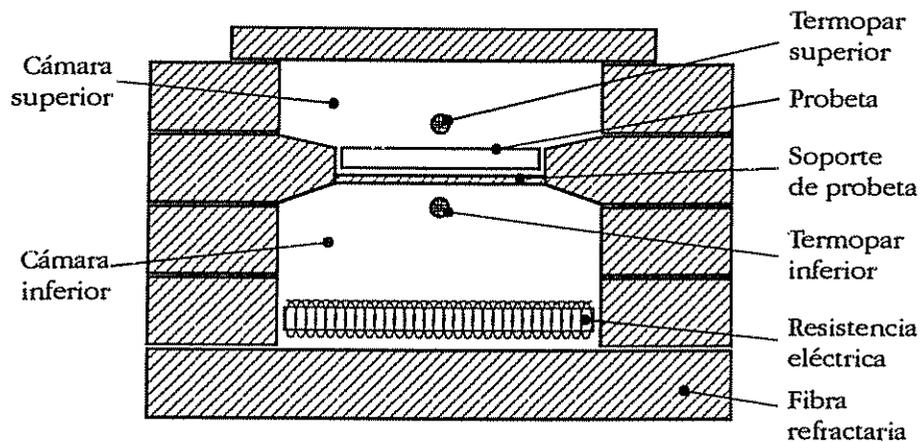


Figura 4.10. Esquema del horno diseñado para estudiar el efecto de los perfiles de temperatura sobre la curvatura de las probetas

El horno posee dos cámaras separadas mediante fibra refractaria. En la cámara inferior existe un elemento calefactor constituido por resistencias eléctricas (figura 4.11.a). La placa de fibra que actúa de elemento separador posee una pequeña varilla de alúmina que actúa de soporte de la pieza (figura 4.11.b) y que permite la transferencia de calor desde la zona inferior.

El seguimiento de la evolución de la curvatura de la probeta se realiza a través de una pequeña ventana lateral que posee el horno (figura 4.11.c y figura 4.11.d).

El horno se controlaba manualmente mediante un sistema proporcional (*fototriac analógico*) regulado por un potenciómetro de forma que, manualmente era posible controlar la potencia que disipaban las resistencias eléctricas.

La potencia suministrada a las resistencias se medía mediante una pinza amperimétrica. Durante el tratamiento térmico se trataba de mantener constante la potencia disipada por las resistencias (unos 3.5 kW), con lo que la velocidad de calentamiento no era constante en todo el experimento.

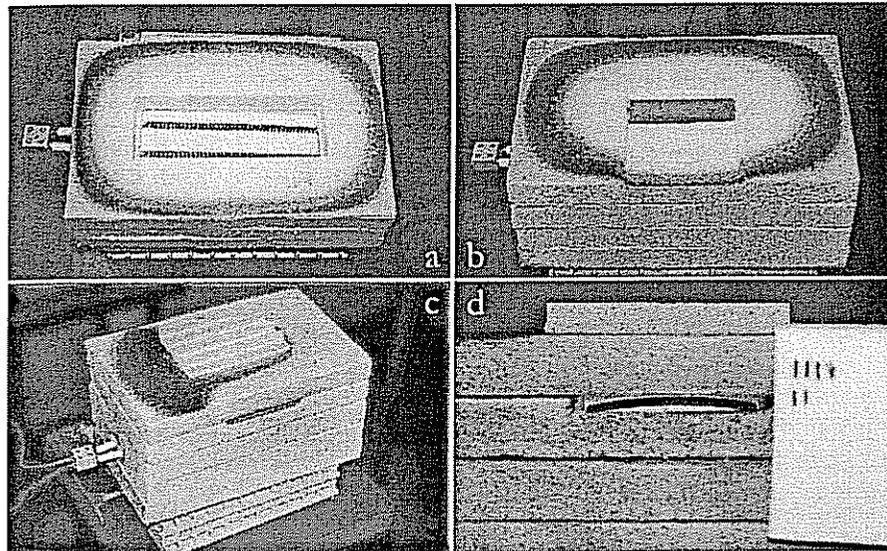


Figura 4.11. Diferentes detalles del horno diseñado para estudiar el efecto de los perfiles de temperatura sobre la curvatura de las probetas

Las probetas utilizadas en la realización de los ensayos se conformaron a partir de polvo atomizado a una humedad del 5.5 % (en base seca), utilizando una prensa hidráulica de laboratorio. Seguidamente, se introducían en una estufa a 110 °C, donde permanecían al menos durante 24 horas.

El registro de la temperatura se realizaba mediante dos termopares de tipo K, con vaina metálica de 1.5 mm de diámetro, situados en las proximidades de la probeta, y que estaban conectados a un sistema de adquisición de datos (Data Logger), que tomaba lecturas de la temperatura cada 10 segundos.

El seguimiento de la curvatura de la probeta se realizaba tomando fotografías con una cámara convencional, durante el tratamiento térmico de la pieza. Una vez obtenidas las fotografías, éstas se digitalizaban (mediante escáner) y se procedía a medir la flecha de deformación mediante un programa informático desarrollado a tal efecto y que ajustaba el perfil de toda la pieza a un arco de parábola (de esta forma se minimizaba el error de la determinación de la flecha).

5. Resultados y discusión

5. Resultados y discusión

5.1. Caracterización de los materiales utilizados

5.1.1. Soporte de gres

5.1.1.1. Análisis químico

En la tabla 5.1 se recoge el análisis químico del soporte de gres utilizado en el presente trabajo.

Tabla 5.1. Análisis químico de la composición de gres

Óxidos	Fracción en masa (%)
SiO ₂	63.3
Al ₂ O ₃	17.5
Fe ₂ O ₃	6.03
CaO	1.44
MgO	1.28
Na ₂ O	0.39
K ₂ O	3.36
TiO ₂	0.79
MnO	0.04
P ₂ O ₅	0.18
Pérdida por calcinación a 1000 °C	5.63

5.1.1.2. Diagrama de compactación

En la figura 5.1 se ha representado el diagrama de compactación (relación entre la densidad aparente y la presión de prensado) de la composición de gres utilizada. En la tabla 5.2 se muestra el resultado del ajuste de los datos experimentales a la ecuación (4.2.2), tomando como presión de prensado de referencia 1 kgf cm⁻².

Tabla 5.2. Parámetros de ajuste del diagrama de compactación de la composición de gres

Parámetro	Valor
ρ_{ap}^0 (kg m^{-3})	982
a (kg m^{-3})	444
R^2	0.9991

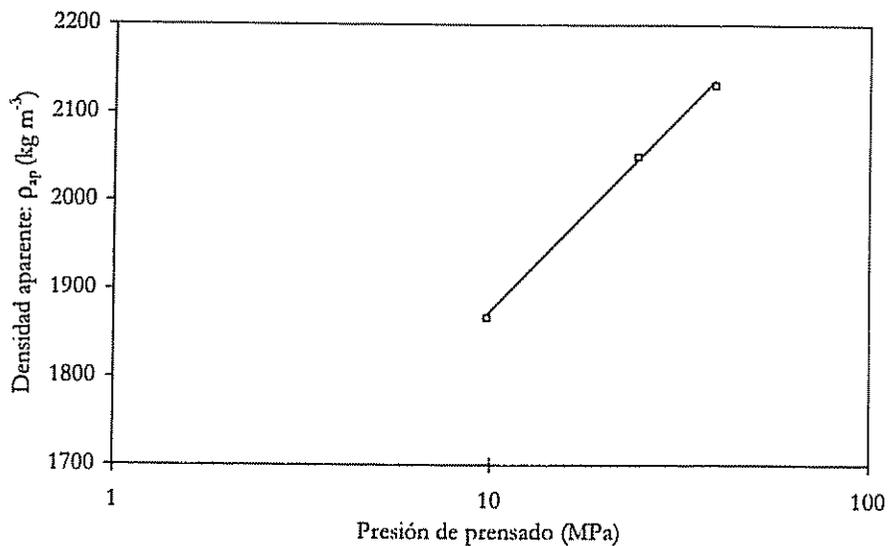


Figura 5.1. Diagrama de compactación de la composición de gres

5.1.1.3. Análisis dilatométrico

En la figura 5.2 se ha representado el diagrama de expansión-contracción de la composición de gres utilizada.

El ensayo de expansión-contracción se ha realizado a una temperatura máxima de 1100 °C y a una velocidad de calentamiento de 5 °C min⁻¹.

En torno a los 573 °C aparece un aumento importante del coeficiente de dilatación final (pendiente de la curva), que corresponde a la transición cuarzo $\alpha \rightarrow$ cuarzo β . A partir de unos 850-900 °C comienza la generación de fases líquidas, lo que conduce a la sinterización del material (reducción de la porosidad, aumento de la resistencia mecánica, etc.).

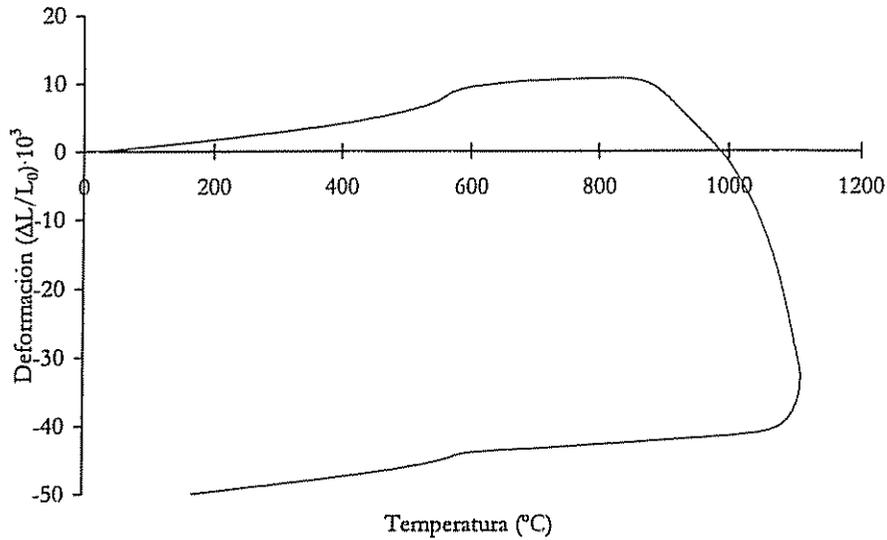


Figura 5.2. Diagrama de expansión-contracción de la composición de gres

5.1.1.4. Análisis térmico diferencial (ATD)

En la figura 5.3 se muestra el análisis térmico diferencial realizado a una muestra de la composición de gres empleada en el presente estudio. En la tabla 5.3 se indican los picos más importantes que aparecen en dicha gráfica, así como el origen de los mismos.

Tabla 5.3. Picos observados en el análisis térmico diferencial (ATD) de la composición de gres

T (°C)	Tipo de pico	Origen
96	endotérmico	Pérdida de agua absorbida
344	endotérmico	Descomposición de hidróxidos de hierro
546	endotérmico	Deshidroxilación del material arcilloso
574	endotérmico	Transformación $\alpha \rightarrow \beta$ del cuarzo
744	endotérmico	Descomposición de los carbonatos

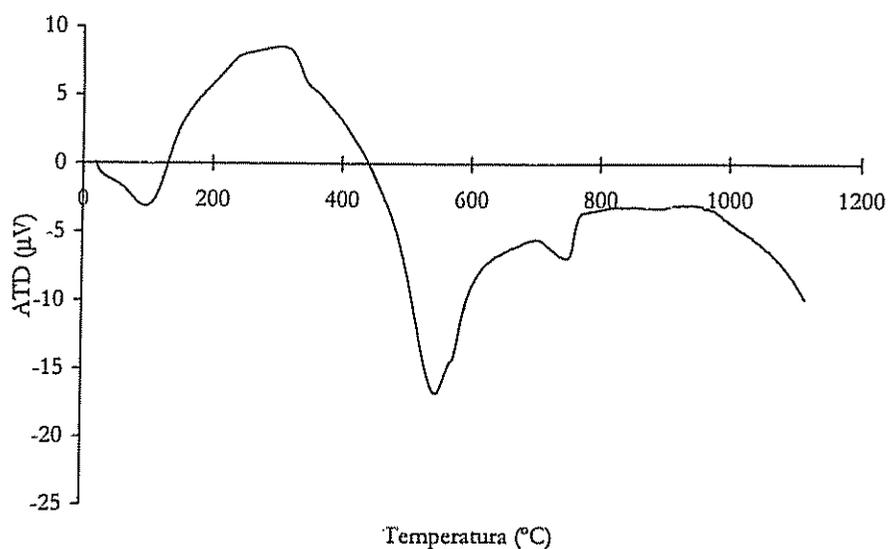


Figura 5.3. Análisis térmico diferencial de la composición de gres

5.1.1.5. Análisis termogravimétrico (TG-DTG)

En la figura 5.4 se ha representado el análisis termogravimétrico (TG) y el termogravimétrico diferencial (DTG) de la composición de gres. Los picos más importantes se han comentado en la tabla 5.4.

Tabla 5.4. Picos observados en el análisis termogravimétrico (TG-DTG) de la composición de gres

T (°C)	T* (°C)	Pérdida de peso ΔM (%)	Origen
25-250	86	0.97	Pérdida de agua absorbida
250-400	330	0.32	Descomposición de hidróxidos de hierro
400-700	533	3.79	Deshidroxilación del material arcilloso
700-850	736	1.05	Descomposición de los carbonatos
850-1100	---	0.113	No identificado

T*: temperatura a la cual la velocidad de pérdida de peso es máxima

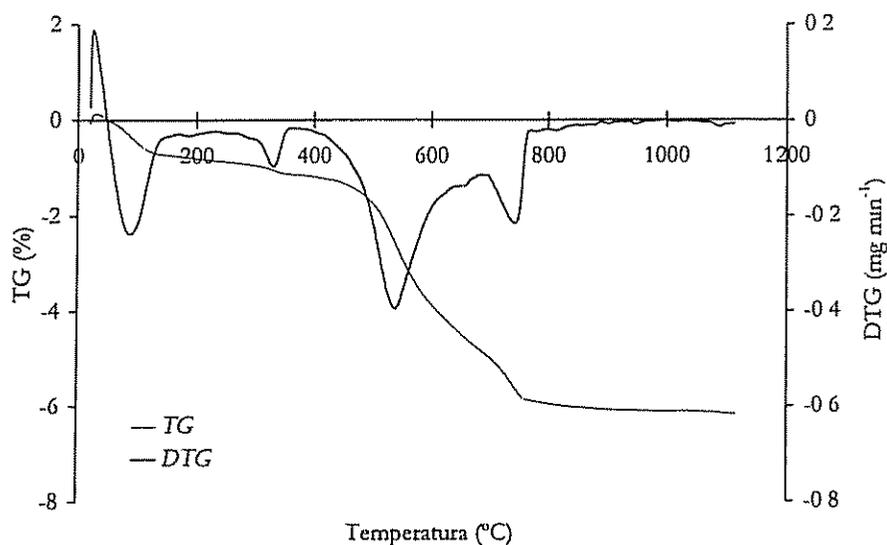


Figura 5.4. Análisis termogravimétrico (TG) y termogravimétrico diferencial (DTG) de la composición de gres

5.1.2. Soporte de porosa

5.1.2.1. Análisis químico

En la tabla 5.5 se recoge el análisis químico del soporte de monococción de porosa utilizado en el presente trabajo.

Tabla 5.5. Análisis químico de la composición de porosa

Óxidos	Fracción en masa (%)
SiO ₂	55.5
Al ₂ O ₃	14.9
Fe ₂ O ₃	5.16
CaO	6.54
MgO	2.72
Na ₂ O	0.57
K ₂ O	3.68
TiO ₂	0.64
MnO	0.05
P ₂ O ₅	0.29
Pérdida por calcinación a 1000 °C	10.02

5.1.2.2. Diagrama de compactación

A partir de los datos obtenidos de densidad en función de la presión de prensado (figura 5.5), se determinaron los parámetros (ρ_{ap}^0) y (a) de la ecuación (4.2.2) que se indican en la tabla 5.6:

Tabla 5.6. Parámetros de ajuste del diagrama de compactación de la composición de porosa

Parámetro	Valor
ρ_{ap}^0 (kg m ⁻³)	920
a (kg m ⁻³)	442
R ²	0.9996

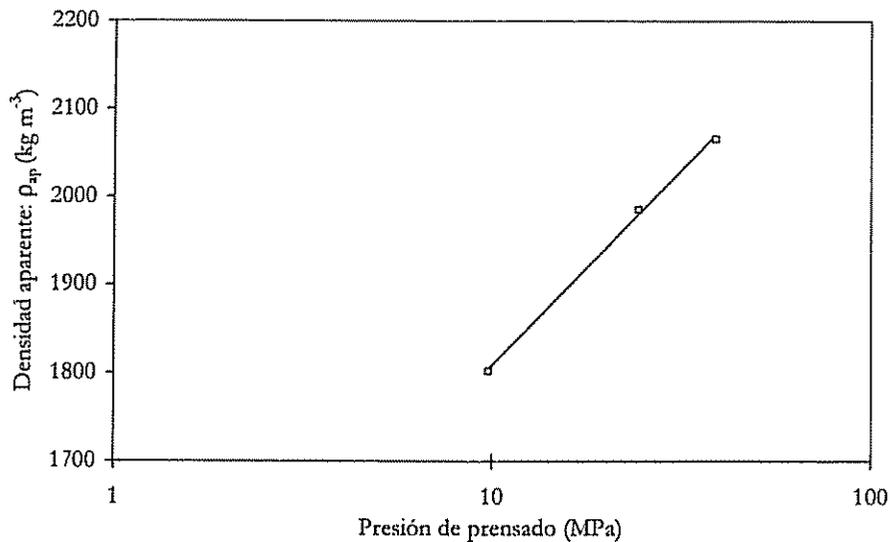


Figura 5.5. Diagrama de compactación de la composición de porosa

5.1.2.3. Análisis dilatométrico

En la figura 5.6 se muestra el diagrama de expansión-contracción de la composición de monococción de porosa utilizada en este trabajo.

En el tramo de calentamiento se observa, cerca de los 573 °C, un incremento en el coeficiente de dilatación lineal. Este incremento corresponde a la transición cuarzo $\alpha \rightarrow$ cuarzo β .

En torno a los 800 °C se produce una contracción brusca, como consecuencia de la desaparición de fases cristalinas y el comienzo de la sinterización. La contracción se ve detenida hacia los 900 °C debido a la aparición de nuevas fases cálcicas cristalinas, que son las que confieren estabilidad dimensional a este tipo de composiciones.

Al seguir aumentando la temperatura se produce una ligera expansión, consecuencia de la dilatación de las fases cálcicas cristalinas. Al alcanzar una temperatura próxima a 1100 °C comienza la fusión de parte de estas fases y se reinicia la contracción del material.

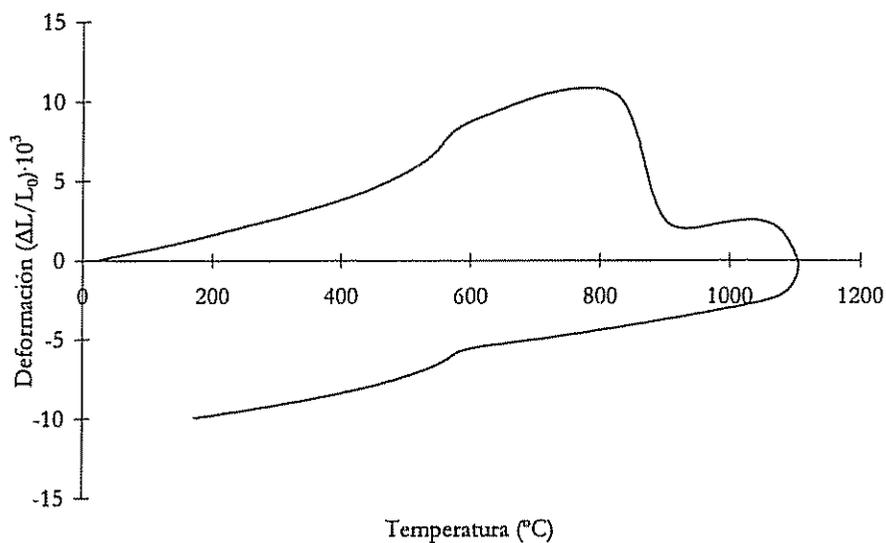


Figura 5.6. Diagrama de expansión-contracción de la composición de porosa

5.1.2.4. Análisis térmico diferencial (ATD)

En la figura 5.7 se presenta el análisis térmico diferencial realizado a la composición de monococción porosa empleada en este estudio. La tabla 5.7 explica los picos más importantes que aparecen en dicha gráfica.

Tabla 5.7. Picos observados en el análisis térmico diferencial (ATD) de la composición de porosa

T (°C)	Tipo de pico	Origen
95	endotérmico	Pérdida de agua absorbida
337	endotérmico	Descomposición de hidróxidos de hierro
553	endotérmico	Deshidroxilación del material arcilloso
571	endotérmico	Transformación $\alpha \rightarrow \beta$ del cuarzo
809	endotérmico	Descomposición de los carbonatos
890	exotérmico	Cristalización de fases cálcicas

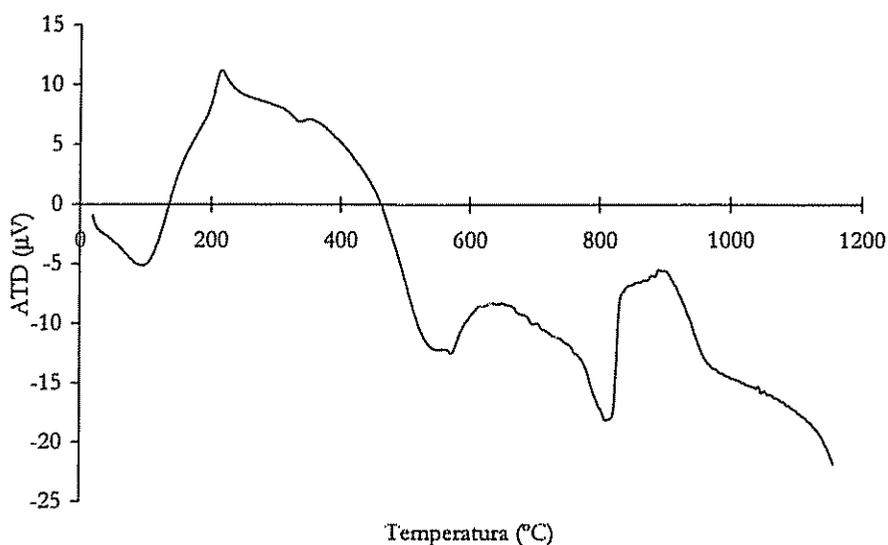


Figura 5.7. Análisis térmico diferencial de la composición de porosa

5.1.2.5. Análisis termogravimétrico (TG-DTG)

La figura 5.8 muestra el análisis termogravimétrico (TG) y el termogravimétrico diferencial (DTG) de la composición de porosa y en la tabla 5.8 se detalla el intervalo de temperatura, pérdida de masa y origen de los picos más representativos.

Tabla 5.8. Picos observados en el análisis termogravimétrico (TG-DTG) de la composición de porosa

T (°C)	T* (°C)	Pérdida de peso ΔM (%)	Origen
20-190	95	0.73	Pérdida de agua absorbida
190-400	324	0.42	Descomposición de hidróxidos de hierro
400-620	534	2.73	Deshidroxilación del material arcilloso
620-830	810	6.34	Descomposición de los carbonatos
830-1155	--	0.38	No identificado

T*: temperatura a la cual la velocidad de pérdida de peso es máxima

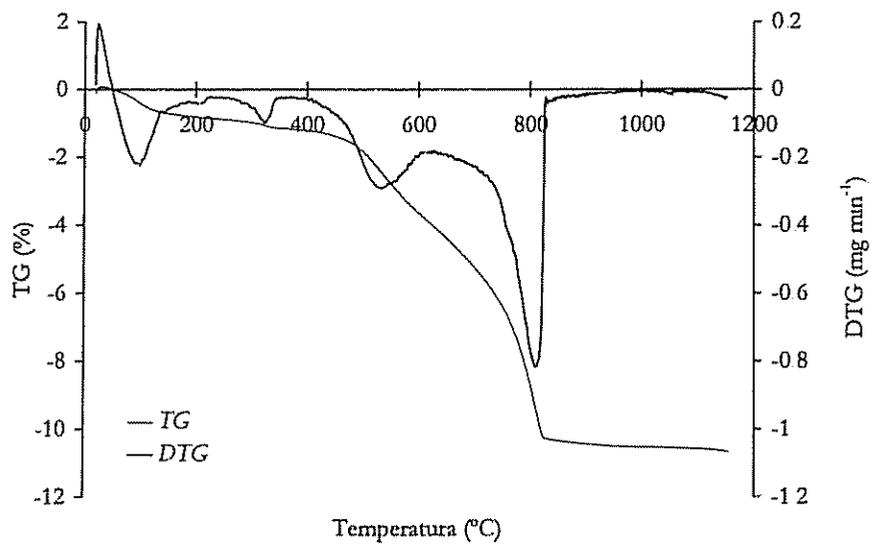


Figura 5.8. Análisis termogravimétrico (TG) y termogravimétrico diferencial (DTG) de la composición de porosa

5.2. Modelo propuesto

5.2.1. Estudio térmico

En el estudio térmico se van a proponer varios modelos, que difieren en las condiciones de contorno utilizadas para estudiar la transmisión de calor, y en el hecho de tener en cuenta o no las reacciones químicas.

Como se verá posteriormente, bajo determinadas hipótesis acerca de la forma de las ecuaciones cinéticas, es posible reducir el estudio del problema de transmisión de calor con reacciones químicas a otro equivalente en que no existan reacciones químicas, redefiniendo adecuadamente la difusividad térmica.

Las condiciones de contorno presentan un problema diferente. Se puede conocer la temperatura en la superficie de la pieza, o bien se pueden conocer los coeficientes de transmisión de calor por convección y radiación, con lo cual la temperatura de la superficie de la pieza se obtiene como parte de la solución del problema.

Ambas condiciones de contorno presentan ventajas e inconvenientes. La mayor dificultad del uso de la temperatura en la superficie de la pieza radica en conocer su valor; esta tarea es especialmente compleja debido a la dificultad de situar elementos medidores próximos a la pieza y debido a que, en determinados momentos del ciclo de cocción, la velocidad de calentamiento (o enfriamiento) es muy elevada y la propia inercia de los elementos de medida o la perturbación que éstos causan sobre la pieza puede ser importante.

Si se utilizan los coeficientes de transmisión de calor por convección y por radiación es suficiente conocer la temperatura del ambiente; sin embargo, es necesario tener una estimación de los mismos. Además, el coeficiente de transmisión de calor por radiación depende de la temperatura de la superficie de la pieza, que no puede conocerse si no se resuelve el problema. Es necesario calcular simultáneamente el coeficiente de transmisión de calor por radiación y la temperatura de la superficie de la pieza, o bien utilizar ecuaciones aproximadas de estimación de los coeficientes, como se verá posteriormente.

5.2.1.1. Estimación de la temperatura de la superficie de la pieza

Como ya se ha comentado, la determinación experimental de la temperatura de la superficie de la pieza es muy difícil de llevar a cabo.

Un método que permite tener una estimación de la temperatura en la parte inferior de la pieza es situar un rodillo sensorizado en el interior del horno en sustitución de los rodillos convencionales [52]. Más adelante se tendrá ocasión de comentar con mayor detenimiento este montaje. Sin embargo, el rodillo sensorizado no permite conocer la temperatura en la proximidad de la parte superior de la pieza; por ello, este valor tiene que ser estimado teóricamente.

Para llevar a cabo esta estimación es útil considerar una porción de pieza **P**, que presenta un área de contacto con el ambiente **A**. Se considerará que la porción de pieza es suficientemente grande como para que la mayor parte de calor sea aportado desde el ambiente y no a través de la zona de contacto de **P** con el resto de la pieza.

Si se representa por $T(x)$ la temperatura de la superficie de la pieza en una determinada posición del horno (x), y por $T_A(x)$ la temperatura del ambiente en contacto con **P** en la misma posición (x), la cantidad de calor que recibe **P** en un intervalo Δt será:

$$Q\Delta t = h_T A [T(x) - T_A(x)] \Delta t \quad (5.2.1)$$

donde:

- Q: flujo de calor que recibe la pieza (W)
- h_T : coeficiente de transmisión de calor por convección y radiación ($W\ m^{-2}\ K^{-1}$)
- A: área de la porción de pieza **P** (m^2)

En ausencia de reacciones químicas, este calor se invierte exclusivamente en aumentar la temperatura de **P**; de forma que:

$$Q\Delta t = M c_p [T(x + \Delta x) - T(x)] \quad (5.2.2)$$

donde:

- M: masa de la porción de pieza **P** (kg)

5. Resultados y discusión

c_p :	calor específico ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)
$T(x+\Delta x)$:	temperatura de la porción de pieza P en un punto situado a una distancia $x+\Delta x$ de la entrada del horno ($^{\circ}C$ ó K)

de ambas ecuaciones se puede llegar a:

$$T(x + \Delta x) = (1 + \varphi)T(x) - \varphi T_A(x) \quad (5.2.3)$$

donde:

$$\varphi = \frac{h_f A \Delta t}{Mc_p} \quad (5.2.4)$$

El valor de φ en la parte inferior de la pieza puede estimarse si se conoce la temperatura del ambiente y la de la superficie de la pieza (valor proporcionado por el rodillo sensorizado). Si se admite que φ tiene el mismo valor en la parte superior que en la inferior de la pieza, a partir de la temperatura del ambiente será posible calcular la de la superficie de la pieza.

5.2.1.2. Transmisión de calor en el interior de la pieza

La expresión (5.2.3) proporciona una estimación de la temperatura de la superficie de la pieza a partir del conocimiento de la temperatura en el ambiente; sin embargo, para calcular la distribución de temperatura en el interior de la pieza es necesario recurrir a un modelo de transmisión de calor.

A las dificultades de orden técnico que aparecen en la determinación experimental del perfil interno de temperatura, hay que añadir que es necesario conocer este perfil de forma completa y no únicamente una serie de puntos seleccionados; aunque, más importante que saber exactamente el valor de la temperatura, es conocer las diferencias relativas de temperatura (que van a determinar las diferencias de deformación térmica). Todo ello hace favorecer el uso de un modelo matemático frente a la determinación experimental directa.

Suele admitirse que la transmisión de calor en el interior de un sólido se produce fundamentalmente por conducción. A continuación se va a presentar el modelo matemático de transmisión de calor utilizado, considerando en primer lugar el caso en que no sean importantes las reacciones químicas -una aproximación muy utilizada en el estudio de la cocción de materiales cerámicos-

Posteriormente se pasará a considerar el caso en que sea necesario tener en cuenta los cambios entálpicos asociados a las reacciones químicas.

a. Transferencia de calor sin reacciones químicas

El modelo más sencillo que permite dar cuenta de la transmisión de calor en el interior de una pieza es aquél en que no existe generación de calor como consecuencia de las reacciones químicas. Las hipótesis admitidas en este modelo son las siguientes:

- No se tiene en cuenta el intercambio energético como consecuencia de la variación de entalpía asociada a las reacciones químicas.
- La conductividad térmica, densidad y calor específico no se ven afectados por cambios en la microestructura, composición o temperatura.
- Geométricamente, la pieza se considera un paralelepípedo.

La ecuación diferencial correspondiente a la variación de la temperatura en función de la posición y del tiempo adopta la forma (2.2.11):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \quad (5.2.5)$$

donde α representa la difusividad térmica (medida en $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$), definida como (2.2.10):

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (5.2.6)$$

donde:

- k: conductividad térmica ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)
- ρ : densidad (kg m^{-3})
- c_p : calor específico ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)

Con las hipótesis anteriores, α será constante, por serlo k, ρ y c_p .

5. Resultados y discusión

En dos dimensiones y en coordenadas cartesianas, la ecuación (5.2.5) adopta la forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (5.2.7)$$

En la figura 5.9 se ha representado esquemáticamente la pieza y el sistema de coordenadas de dos dimensiones utilizado.

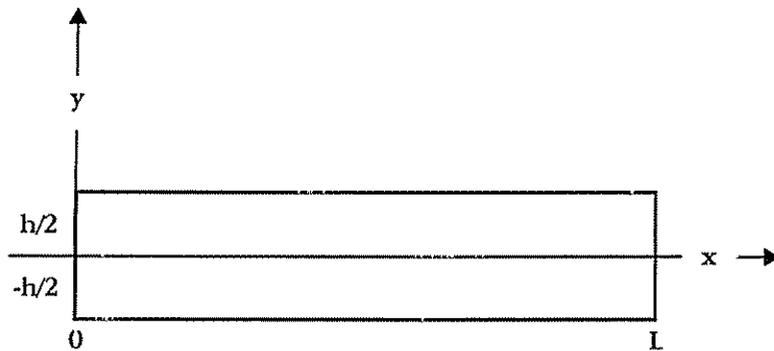


Figura 5.9. Dimensiones de la pieza y sistema de referencia utilizado

Las condiciones de contorno son, en el caso de que se conozca la temperatura de la superficie de la pieza:

$$\begin{aligned} x=0 \quad T &= T_{x1}(t, y) \\ x=L \quad T &= T_{x2}(t, y) \\ y=-\frac{h}{2} \quad T &= T_{y1}(t, x) \\ y=\frac{h}{2} \quad T &= T_{y2}(t, x) \end{aligned} \quad (5.2.8)$$

donde:

$T_{x1}(t, y)$: temperatura en la superficie $x=0$ ($^{\circ}\text{C}$ ó K)
 $T_{x2}(t, y)$: temperatura en la superficie $x=L$ ($^{\circ}\text{C}$ ó K)

$T_{y1}(t,x)$: temperatura en la superficie $y=-h/2$ ($^{\circ}\text{C}$ ó K)

$T_{y2}(t,x)$: temperatura en la superficie $y=h/2$ ($^{\circ}\text{C}$ ó K)

o bien, si se conoce la temperatura en la atmósfera del horno:

$$\begin{aligned} x=0 \quad q_x &= -k \frac{\partial T}{\partial x} = h_I (T_{hx1}(t,y) - T(t;0,y)) \\ x=L \quad q_x &= -k \frac{\partial T}{\partial x} = h_I (T_{hx2}(t,y) - T(t;L,y)) \\ y=-\frac{h}{2} \quad q_y &= -k \frac{\partial T}{\partial y} = h_I \left(T_{hy1}(t,x) - T\left(t;x, \frac{-h}{2}\right) \right) \\ y=\frac{h}{2} \quad q_y &= -k \frac{\partial T}{\partial y} = h_I \left(T_{hy2}(t,x) - T\left(t;x, \frac{h}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (5.2.9)$$

donde:

$T_{hx1}(t,y)$: temperatura en el ambiente del horno próximo a la superficie $x=0$ ($^{\circ}\text{C}$ ó K)

$T_{hx2}(t,y)$: temperatura en el ambiente del horno próximo a la superficie $x=L$ ($^{\circ}\text{C}$ ó K)

$T_{hy1}(t,x)$: temperatura en el ambiente del horno próximo a la superficie $y=-h/2$ ($^{\circ}\text{C}$ ó K)

$T_{hy2}(t,x)$: temperatura en el ambiente del horno próximo a la superficie $y=h/2$ ($^{\circ}\text{C}$ ó K)

$T(t;x,y)$: temperatura en el punto (x,y) y en el instante t ($^{\circ}\text{C}$ ó K)

q_{ξ} : densidad de flujo de calor en la dirección ξ ($\xi=x,y$) (W m^{-2})

A partir de las ecuaciones (2.2.4) y (2.2.7) se puede evaluar el coeficiente de transmisión de calor por convección y radiación h_I :

$$h_I = h_{C0} + h_{C1} \sqrt{\frac{v_A}{T_h}} + \sigma \epsilon_R (T_h^2 + T_S^2)(T_h + T_S) \quad (5.2.10)$$

donde:

v_A : velocidad de circulación de los gases (m s^{-1})

5. Resultados y discusión

- h_{C0} : constante de la ecuación de estimación del coeficiente de intercambio por convección ($2.3 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$)
 h_{C1} : constante de la ecuación de estimación del coeficiente de intercambio por convección ($195 \text{ W m}^{-2.5} \text{ K}^{-0.5} \text{ s}^{0.5}$)
 T_h : temperatura del horno (K)
 σ : constante de Stefan-Boltzmann ($5.670 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)
 ϵ_R : emisividad resultante
 T_s : temperatura de la superficie de la pieza (K)

Esta expresión depende de la temperatura de la superficie de la pieza (T_s), que es un valor que no se conoce hasta haber resuelto el problema térmico (perfil de temperatura en el interior de la pieza); esto hace que h_T tenga que obtenerse de manera simultánea a la resolución del problema térmico.

Una forma de soslayar esta dificultad consiste en admitir que, en la ecuación (5.2.10) $T_h \approx T_s$ (la temperatura de la superficie de la pieza es similar a la del horno). Con esta simplificación (5.2.10) puede escribirse en la forma:

$$h_T = h_{C0} + h_{C1} \sqrt{\frac{v_{\Delta}}{T_h}} + 4\sigma\epsilon_R T_h^3 \quad (5.2.11)$$

Para resolver el problema es necesario, además, conocer la distribución inicial de temperatura en el interior de la pieza (condición inicial). Esta temperatura puede considerarse constante e igual a la temperatura ambiente (T_0), de forma que:

$$t=0 \quad T=T_0 \quad (5.2.12)$$

b. Transferencia de calor con reacciones químicas

Cuando se requiere considerar las reacciones químicas la ecuación (5.2.5) necesita incorporar un término generación, que tiene en cuenta el cambio térmico asociado a dichas reacciones químicas:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + G_E \quad (5.2.13)$$

donde G_E representa la generación de calor (en W m^{-3}).

El término generación de calor puede escribirse en la forma:

$$\frac{G_E}{\rho} = - \sum_{i=1}^{N_R} \phi_i H_i^0 \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = - \sum_{i=1}^{N_R} \phi_i H_i^0 \dot{\xi}_i \quad (5.2.14)$$

donde:

- ϕ_i : Fracción del componente de *referencia* que interviene en una reacción química en el material (kg componente de referencia/kg material)
- H_i^0 : Entalpía de la reacción *i*-ésima (J/kg componente de referencia)
- ξ_i : Grado de avance de la reacción *i*-ésima

ξ_i varía desde 0 (cuando la reacción todavía no se ha iniciado) hasta 1 (cuando la reacción se ha completado).

$$\xi_i = \frac{M_i - M_{i0}}{M_{if} - M_{i0}} \quad (5.2.15)$$

donde:

- M_i : masa de componente de referencia
- M_{i0} : masa de componente de referencia inicial (antes de que se inicie la reacción)
- M_{if} : masa de componente de referencia final (una vez completada la reacción)

Por componente de *referencia* se entiende un componente de los que interviene en la reacción (incluidos los productos de la reacción), respecto al cual se expresa ϕ_i y H_i^0 .

Si se dispusiera de datos de la cinética de las reacciones químicas que tienen lugar durante la cocción de las piezas, se podría conocer la relación entre la variación del grado de avance con el tiempo ($\dot{\xi}_i$) y la temperatura. Sin embargo, normalmente no se dispone de estos datos, o éstos dependen de factores como son la propia permeabilidad de la pieza, la presión parcial de gases ocluidos en el interior de la pieza, etc. Esto hace que la relación entre $\dot{\xi}_i$ y la temperatura sea difícil de determinar en la práctica.

Por ello, es conveniente utilizar un modelo sencillo que indique, aunque sea de forma aproximada, cómo varía $\dot{\xi}_i$ con la temperatura. El modelo más simple

[6] consiste en imaginar que por debajo de cierta temperatura T_{*i} la reacción no tiene lugar, mientras que entre T_{*i} y T_i^* la reacción transcurre a velocidad constante ($\dot{\xi}_i = \text{cte}$) (figura 5.10). Al alcanzar la temperatura T_i^* , la reacción se ha completado y de nuevo $\dot{\xi}_i = 0$.

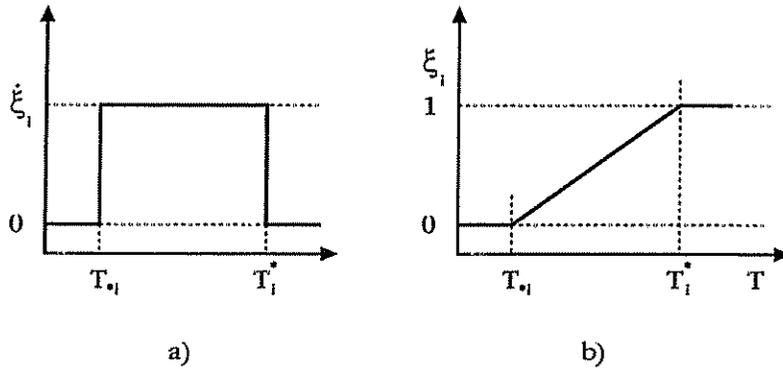


Figura 5.10. Variación del grado de avance de la reacción en función del tiempo

La integración de $\dot{\xi}_i$ entre las temperaturas T_{*i} y T_i^* conduce a una expresión de la forma:

$$\xi_i(\theta_i) = \theta_i [Y(\theta_i) - Y(\theta_i - 1)] + Y(\theta_i - 1) \quad (5.2.16)$$

siendo:

$$\theta_i = \frac{T - T_{*i}}{T_i^* - T_{*i}} \quad (5.2.17)$$

y la función de Heaviside ($Y(x)$) (función escalón unidad) viene definida por la expresión:

$$Y(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (5.2.18)$$

La expresión (5.2.16) da lugar en ocasiones a oscilaciones en los perfiles de temperatura. Estas oscilaciones, de naturaleza puramente numérica, son debidas a discontinuidades en la derivada de la función $\xi_i = f(\theta_i)$ en los límites del intervalo $[T_{*i}, T_i^*]$, y pueden eliminarse si se utiliza una función polinomial en la

que los coeficientes son elegidos para eliminar las discontinuidades en la derivada de $\xi_i=f(\theta_i)$ (figura 5.11). Esta función viene dada por:

$$\xi_i(\theta_i) = (3\theta_i^2 - 2\theta_i^3)[Y(\theta_i) - Y(\theta_i - 1)] + Y(\theta_i - 1) \quad (5.2.19)$$

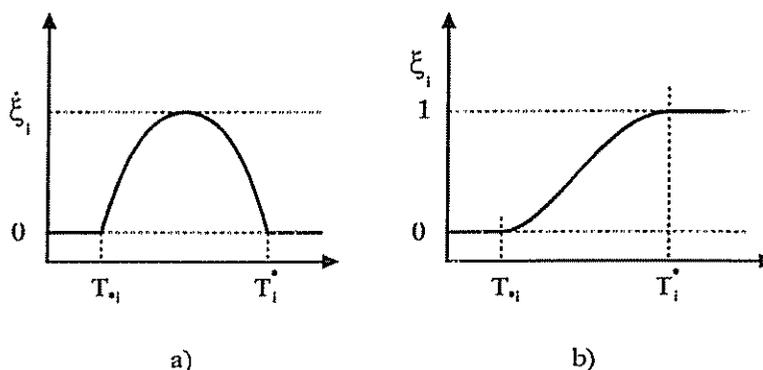


Figura 5.11. Variación del grado de avance de la reacción en función del tiempo. Eliminación de la discontinuidad en la pendiente de ξ_i

Haciendo operaciones se llega a:

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial t} = \frac{\phi(\theta_i(1-\theta_i))}{T_i^* - T_{*i}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.2.20)$$

donde los símbolos $\langle \bullet \rangle$ representan los corchetes de Macauley (ver apéndice).

De (5.2.13), (5.2.14) y (5.2.20):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] - \sum_{i=1}^{N_R} \frac{\phi_i H_i^0}{c_p} \frac{\phi(\theta_i(1-\theta_i))}{T_i^* - T_{*i}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.2.21)$$

Reordenando términos, la ecuación anterior se puede expresar en la forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^* \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (5.2.21)$$

donde:

$$\alpha^* = \frac{\alpha}{1 + \frac{6}{c_p} \sum_{i=1}^{N_R} \frac{\phi_i H_i^0}{T_i^* - T_{*i}} \langle \theta_i (1 - \theta_i) \rangle} \quad (5.2.22)$$

Por tanto, con la hipótesis (5.2.19) el problema de transmisión de calor en el interior de una pieza cuando existe un conjunto de reacciones químicas puede asimilarse al problema de transmisión de calor sin reacciones químicas, pero con una difusividad térmica *aparente* α^* que es función de la temperatura (y del conjunto de reacciones químicas).

5.2.1.3. *Diferencias finitas*

a. *Temperatura conocida en la superficie de la pieza*

El método de las diferencias finitas se basa en la división del sólido bidimensional en una serie de celdas (figura 5.12).

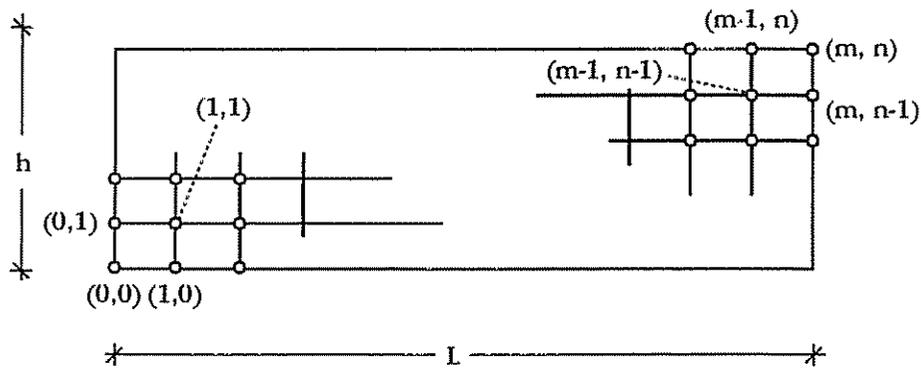


Figura 5.12. Esquema de la malla utilizada en la aplicación del método de diferencias finitas

En esta malla T_{ij} representa el valor de la temperatura en el nodo (i,j) en el instante t y T'_{ij} representa el valor de T en el mismo nodo en el instante $t+\Delta t$.

Existen varios métodos o formas de plantear la resolución de (5.2.7) o (5.2.21) utilizando la técnica de las diferencias finitas [53]. Entre las técnicas aplicables a problemas de transmisión de calor en dos dimensiones se encuentra

el método *explícito*, el *implícito* y el *implícito de dirección alternante*. En este trabajo se optó por éste último, debido a que:

- El método *explícito* es sólo *condicionalmente estable*, lo que significa que para garantizar que el método converja hacia la solución exacta a medida que Δx , Δy y Δt disminuyen es necesario que se cumpla cierta relación entre los incrementos espaciales (Δx , Δy) y el temporal (Δt); mientras que el método *implícito alternante* es estable de forma incondicional, es decir, independientemente de la relación entre los incrementos espacial y temporal.
- El método *implícito de dirección alternante* conduce a matrices tridiagonales que son muy fáciles de manipular, con lo que el cálculo puede llevarse a cabo rápidamente, mientras que el método *implícito* requiere el uso de matrices mayores y el cálculo en ordenador es más lento.

Para utilizar este método se parte de la definición de diferencia central:

$$\delta_x T_{ij} = \frac{T_{i+1/2,j} - T_{i-1/2,j}}{\Delta x} \quad (5.2.23)$$

$$\delta_x^2 T_{ij} = \frac{T_{i-1,j} - 2T_{ij} + T_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (5.2.24)$$

y otras definiciones análogas para $\delta_y T$ y $\delta_y^2 T$. El método implícito de dirección alternante permite calcular T'_{ij} a partir de T_{ij} , operando en dos pasos:

$$\frac{T_{ij}^{\#} - T_{ij}}{\Delta t / 2} = \alpha_{ij}^{\#} \delta_x^2 T_{ij}^{\#} + \alpha_{ij} \delta_y^2 T_{ij} \quad (5.2.25)$$

$$\frac{T'_{ij} - T_{ij}^{\#}}{\Delta t / 2} = \alpha_{ij}^{\#} \delta_x^2 T_{ij}^{\#} + \alpha_{ij}^{\#} \delta_y^2 T'_{ij} \quad (5.2.26)$$

En el primer paso se calcula $T_{ij}^{\#}$ a partir de T_{ij} , mientras que en el segundo se calcula T'_{ij} a partir de $T_{ij}^{\#}$.

El símbolo # en $\alpha_{ij}^{\#}$ indica que la difusividad térmica (α) ha sido calculada a la temperatura intermedia $T_{ij}^{\#}$.

5. Resultados y discusión

Desarrollando la expresión (5.2.25) y definiendo el módulo de Fourier en la dirección x ($Fo_{x,i}^{\#}$, $Fo_{x,i}^{\#}$) e y ($Fo_{y,i}^{\#}$, $Fo_{y,i}^{\#}$) como:

$$Fo_{x,ij} = \frac{\alpha_{ij} \Delta t}{(\Delta x)^2}; \quad Fo_{x,ij}^{\#} = \frac{\alpha_{ij}^{\#} \Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (5.2.27)$$

$$Fo_{y,ij} = \frac{\alpha_{ij} \Delta t}{(\Delta y)^2}; \quad Fo_{y,ij}^{\#} = \frac{\alpha_{ij}^{\#} \Delta t}{(\Delta y)^2} \quad (5.2.28)$$

Se tiene, para $i=1$:

$$\begin{aligned} & 2(1 + Fo_{x,ij})T_{ij}^{\#} - Fo_{x,ij}T_{i+1,j}^{\#} = \\ & = Fo_{y,ij}T_{i,j-1} + 2(1 - Fo_{y,ij})T_{ij} + Fo_{y,ij}T_{i,j+1} + Fo_{x,ij}T_{i-1,j}^{\#} \end{aligned} \quad (5.2.29)$$

Para $2 \leq i \leq m-2$:

$$\begin{aligned} & -Fo_{x,ij}T_{i-1,j}^{\#} + 2(1 + Fo_{x,ij})T_{ij}^{\#} - Fo_{x,ij}T_{i+1,j}^{\#} = \\ & = Fo_{y,ij}T_{i,j-1} + 2(1 - Fo_{y,ij})T_{ij} + Fo_{y,ij}T_{i,j+1} \end{aligned} \quad (5.2.30)$$

Para $i=m-1$:

$$\begin{aligned} & -Fo_{x,ij}T_{i-1,j}^{\#} + 2(1 + Fo_{x,ij})T_{ij}^{\#} = \\ & = Fo_{y,ij}T_{i,j-1} + 2(1 - Fo_{y,ij})T_{ij} + Fo_{y,ij}T_{i,j+1} + Fo_{x,ij}T_{i+1,j}^{\#} \end{aligned} \quad (5.2.31)$$

En notación matricial:

$$[B_{xj}] \{T_i^{\#}\} = \{T_i^{\phi}\} \quad (5.2.32)$$

(5.2.32) tiene la forma de un sistema lineal de ecuaciones con una matriz de coeficientes tridiagonal que puede resolverse mediante algoritmos muy eficientes [53][54].

El sistema anterior permite conocer $T_{ij}^{\#}$. Una vez obtenidos estos valores, es posible utilizar (5.2.26) para calcular T_{ij}^{ϕ} . Desarrollando (5.2.26) se llega a:

Para $j=1$:

$$\begin{aligned} & 2(1 + Fo_{yij}^{\#})T'_{ij} - Fo_{yij}^{\#}T'_{i,j+1} = \\ & = Fo_{sij}^{\#}T_{i-1,j}^{\#} + 2(1 - Fo_{sij}^{\#})T_{ij}^{\#} + Fo_{sij}^{\#}T_{i+1,j}^{\#} + Fo_{yij}^{\#}T'_{i,j-1} \end{aligned} \quad (5.2.33)$$

Para $2 \leq j \leq n-2$:

$$\begin{aligned} & -Fo_{yij}^{\#}T'_{i,j-1} + 2(1 + Fo_{yij}^{\#})T'_{ij} - Fo_{yij}^{\#}T'_{i,j+1} = \\ & = Fo_{sij}^{\#}T_{i-1,j}^{\#} + 2(1 - Fo_{sij}^{\#})T_{ij}^{\#} + Fo_{sij}^{\#}T_{i+1,j}^{\#} \end{aligned} \quad (5.2.34)$$

Para $j=n-1$:

$$\begin{aligned} & -Fo_{yij}^{\#}T'_{i,j-1} + 2(1 + Fo_{yij}^{\#})T'_{ij} = \\ & = Fo_{sij}^{\#}T_{i-1,j}^{\#} + 2(1 - Fo_{sij}^{\#})T_{ij}^{\#} + Fo_{sij}^{\#}T_{i+1,j}^{\#} + Fo_{yij}^{\#}T'_{i,j+1} \end{aligned} \quad (5.2.35)$$

En notación matricial:

$$[B_{,j}] \{T'_i\} = \{T_i^{\#\phi}\} \quad (5.2.36)$$

b. Temperatura conocida en la atmósfera del horno

Cuando sólo se dispone de la temperatura en el interior del horno, es necesario hacer uso de los coeficientes de intercambio de calor por convección y por radiación. La mayor dificultad se centra en la determinación del valor de estos coeficientes. Una vez determinados, la aplicación del método de las diferencias finitas (método implícito de dirección alternante) es similar al caso en que se conocía la temperatura en la superficie de la pieza (con la salvedad de las condiciones de contorno).

El método opera en dos pasos: en el primero se calcula $T^{\#}_{ij}$ a partir de T_{ij} , y en el segundo se calcula T'_{ij} a partir de $T^{\#}_{ij}$.

5. Resultados y discusión

Antes de escribir las ecuaciones que permiten calcular T_{ij}^l y $T_{ij}^\#$ conviene definir el módulo de Biot en las direcciones x (Bi_x) e y (Bi_y) como:

$$Bi_{xij} = \frac{h_I \Delta x}{k_{ij}}; \quad Bi_{xij}^\# = \frac{h_I \Delta x}{k_{ij}^\#} \quad (5.2.37)$$

$$Bi_{yij} = \frac{h_I \Delta y}{k_{ij}}; \quad Bi_{yij}^\# = \frac{h_I \Delta y}{k_{ij}^\#} \quad (5.2.38)$$

Desarrollando la expresión (5.2.25), con las nuevas condiciones de contorno, se llega a:

Para $i=1$:

$$\begin{aligned} & \left[2(1 + Fo_{xij}) - \frac{Fo_{xij}}{1 + Bi_{xij}} \right] T_{ij}^\# - Fo_{xij} T_{i+1,j}^\# = \\ & = Fo_{yij} T_{i,j-1} + 2(1 - Fo_{yij}) T_{ij} + Fo_{yij} T_{i,j+1} + \frac{Fo_{xij} Bi_{xij}}{1 + Bi_{xij}} T_{hij}^\# \end{aligned} \quad (5.2.39)$$

Para $2 \leq i \leq m-2$:

$$\begin{aligned} & -Fo_{xij} T_{i-1,j}^\# + 2(1 + Fo_{xij}) T_{ij}^\# - Fo_{xij} T_{i+1,j}^\# = \\ & = Fo_{yij} T_{i,j-1} + 2(1 - Fo_{yij}) T_{ij} + Fo_{yij} T_{i,j+1} \end{aligned} \quad (5.2.40)$$

Para $i=m-1$:

$$\begin{aligned} & -Fo_{xij} T_{i-1,j}^\# + \left[2(1 + Fo_{xij}) - \frac{Fo_{xij}}{1 + Bi_{xij}} \right] T_{ij}^\# = \\ & = Fo_{yij} T_{i,j-1} + 2(1 - Fo_{yij}) T_{ij} + Fo_{yij} T_{i,j+1} + \frac{Fo_{xij} Bi_{xij}}{1 + Bi_{xij}} T_{hij}^\# \end{aligned} \quad (5.2.41)$$

En notación matricial:

$$[C_{xj}] \{T_i^\#\} = \{T_i^\phi\} \quad (5.2.42)$$

(5.2.42) tiene la forma de un sistema de ecuaciones con matriz de coeficientes tridiagonal.

Si se desarrolla la expresión (5.2.26), con las nuevas condiciones de contorno (5.2.9) se obtiene el siguiente resultado:

Para $j=1$:

$$\begin{aligned} & \left[2(1 + Fo_{yij}^{\#}) - \frac{Fo_{yij}^{\#}}{1 + Bi_{yij}^{\#}} \right] T'_{i1} - Fo_{yij}^{\#} T'_{i,j+1} = \\ & = Fo_{xij}^{\#} T_{i-1,j}^{\#} + 2(1 - Fo_{xij}^{\#}) T_{ij}^{\#} + Fo_{xij}^{\#} T_{i+1,j}^{\#} + \frac{Fo_{yij}^{\#} Bi_{yij}^{\#}}{1 + Bi_{yij}^{\#}} T'_{bij} \end{aligned} \quad (5.2.43)$$

Para $2 \leq j \leq n-2$:

$$\begin{aligned} & -Fo_{yij}^{\#} T'_{i,j-1} + 2(1 + Fo_{yij}^{\#}) T'_{ij} - Fo_{yij}^{\#} T'_{i,j+1} = \\ & = Fo_{xij}^{\#} T_{i-1,j}^{\#} + 2(1 - Fo_{xij}^{\#}) T_{ij}^{\#} + Fo_{xij}^{\#} T_{i+1,j}^{\#} \end{aligned} \quad (5.2.44)$$

Para $j=n-1$:

$$\begin{aligned} & -Fo_{yij}^{\#} T'_{i,j-1} + \left[2(1 + Fo_{yij}^{\#}) - \frac{Fo_{yij}^{\#}}{1 + Bi_{yij}^{\#}} \right] T'_{i,n-1} = \\ & = Fo_{xij}^{\#} T_{i-1,j}^{\#} + 2(1 - Fo_{xij}^{\#}) T_{ij}^{\#} + Fo_{xij}^{\#} T_{i+1,j}^{\#} + \frac{Fo_{yij}^{\#} Bi_{yij}^{\#}}{1 + Bi_{yij}^{\#}} T'_{bij} \end{aligned} \quad (5.2.45)$$

En notación matricial:

$$[C_{y,i}] \{T'_i\} = \{T_i^{\#\phi}\} \quad (5.2.46)$$

5.2.1.4. Comprobación de la aplicabilidad de los coeficientes de transmisión de calor

Las ecuaciones propuestas para el cálculo de los coeficientes de transmisión de calor por convección y por radiación se han utilizado en el estudio de la transmisión de calor en hornos túnel, pero en la bibliografía consultada no se ha encontrado ninguna referencia de la utilización de dichos coeficientes en el estudio de hornos de rodillos monoestrato.

Con el fin de comprobar la aplicabilidad de estos coeficientes para llevar a cabo los cálculos de transmisión de calor es conveniente disponer de un sistema que permita la determinación, al menos de forma aproximada, de la temperatura en la superficie de la pieza.

Ferrer y col. [52] diseñaron un dispositivo que permite tomar medidas de temperatura en puntos muy próximos a la superficie inferior de la pieza. El equipo se basa en un rodillo metálico, de diámetro algo menor que los utilizados en los hornos monoestrato, en el que se disponen varios termopares (figura 5.13). El número de termopares ubicados en un mismo rodillo depende de la cantidad de información que se desea obtener y del diámetro del rodillo. Sustituyendo cualquiera de los rodillos del horno por el rodillo sensorizado es posible obtener la distribución de temperatura en una zona muy próxima a la parte inferior de la pieza.

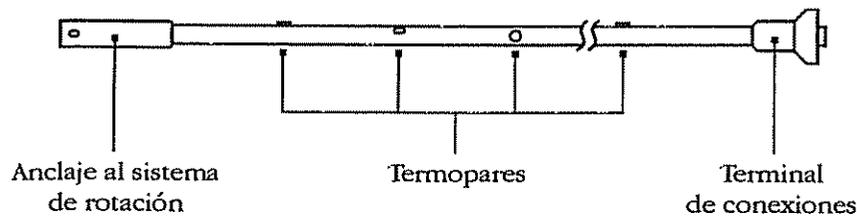


Figura 5.13. Esquema del rodillo sensorizado

En la figura 5.14 se ha representado el ciclo de cocción en un horno monoestrato del que se dispone también de las temperaturas obtenidas con el rodillo sensorizado.

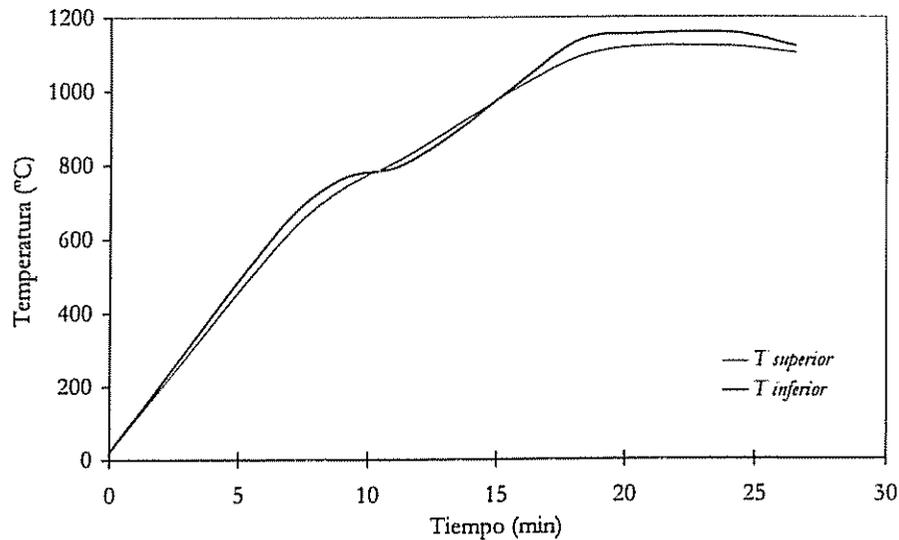


Figura 5.14. Ciclo de cocción

Si las ecuaciones de estimación de los coeficientes de transmisión de calor por convección y radiación son aplicables, debería ser posible predecir la temperatura de la superficie de la pieza (temperatura del rodillo sensorizado) a partir del ciclo de cocción (temperatura en atmósfera).

La mayor parte de los parámetros de la ecuación (5.2.11) necesarios en la realización de los cálculos se pueden obtener de la bibliografía. Los valores utilizados fueron los siguientes:

$$\begin{aligned}
 h_{C1}: & \quad 2.3 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1} \\
 h_{C1}: & \quad 195 \text{ W m}^{-2.5} \text{ K}^{-0.5} \text{ s}^{0.5} \\
 \epsilon_R: & \quad 0.9
 \end{aligned}$$

Queda por evaluar la velocidad de circulación de los gases en el interior de un horno. La medida directa de esta velocidad es difícil de llevar a cabo, puesto que se trata de velocidades pequeñas que no pueden ser determinadas con ayuda de tubos de Pitot.

La alternativa a la medida de v_A se encuentra en realizar una estimación a partir de un balance de materia, utilizando para ello el caudal de gases que circulan por la chimenea de humos. Ciertamente, no todos los gases que atraviesan la chimenea de humos provienen del interior del horno; existe

5. Resultados y discusión

también la entrada de aire parásito que proviene de la entrada del horno, que se encuentra siempre abierta. Además, al desplazarse desde la zona de cocción hacia la entrada del horno, el caudal másico de gases va aumentando como consecuencia de la aportación de gases de los quemadores. Este caudal másico es muy difícil de conocer, puesto que los quemadores no suelen ir equipados de caudalímetros que permitan medir la cantidad de aire y gas que consumen. Este aumento de caudal másico va acompañado de una disminución de la temperatura al acercarse a la entrada del horno, lo que hace que la posible variación del caudal volumétrico de gases en el interior del horno sea menor que la variación del caudal másico.

En cualquier caso, hay que hacer notar que interesa conocer de forma precisa v_A sólo a bajas temperaturas. Cuando aumenta la temperatura, el término correspondiente a la radiación es cada vez más significativo, lo que hace que la importancia relativa de un error en v_A sea menor.

A partir del caudal de gases en condiciones normales que pasa por la chimenea ($Q_{v,n}=7000 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$), la temperatura de estos gases ($T_{ch}=200 \text{ }^\circ\text{C}$) y la sección del horno ($S=1.65 \times 0.8 \text{ m}^2$) se estimó una velocidad de circulación de gases en el interior del horno de $v_A=2.5 \text{ m s}^{-1}$, que se consideró constante en todo el horno.

El espesor de la pieza que se utilizó en los cálculos fue de 8.5 mm, mientras que los datos de propiedades térmicas utilizados (densidad, conductividad térmica, calor específico y reacciones químicas) fueron los obtenidos en el apartado 5.3.1. del presente trabajo.

La malla utilizada en el cálculo por diferencias finitas constaba de 31 celdas en la dirección (x) y 20 en la dirección (y), lo que condujo a un modelo con 672 nodos, que fue resuelto con un intervalo de tiempo de 5 s, obteniéndose la evolución de la temperatura en el punto central de la cara inferior de la pieza, en función del tiempo.

En la figura 5.15 se ha representado la temperatura en la parte inferior de la atmósfera del horno ($T_{inferior}$), la temperatura de la parte inferior de la pieza -medida con el rodillo sensorizado- ($T_s \text{ experimental}$) y la temperatura en la cara inferior de la pieza ($T_s \text{ teórica}$), obtenida mediante el cálculo por diferencias finitas, utilizando las ecuaciones y aproximaciones antes comentadas.

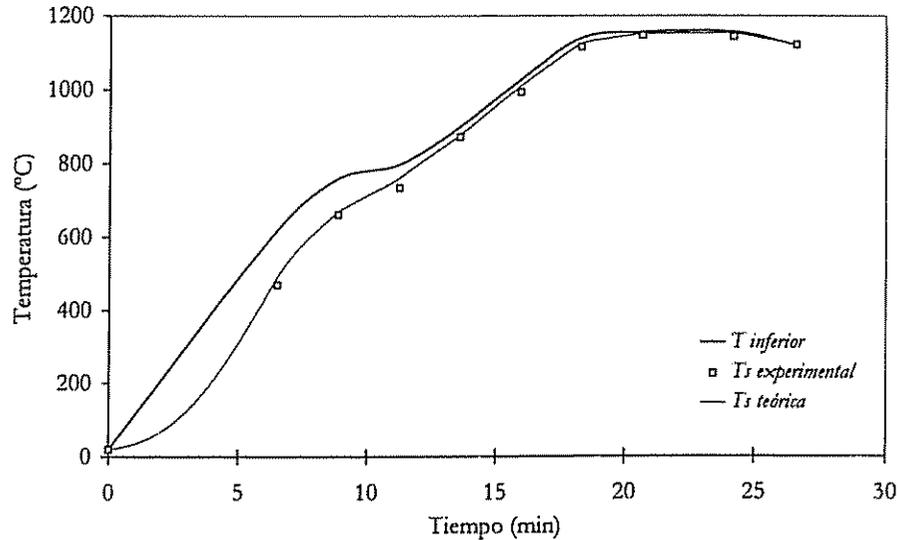


Figura 5.15. Comparación de la temperatura en la superficie de la pieza, calculada teóricamente y medida con ayuda de un rodillo sensorizado

Como puede comprobarse, la diferencia entre la temperatura de la atmósfera del horno y la de la superficie de la pieza es bastante notable, especialmente a bajas temperaturas. Este hecho se debe a que en la zona de temperatura más baja la velocidad de calentamiento es mayor y el coeficiente de transmisión de calor por convección y radiación es menor.

Se observa asimismo que la concordancia entre los valores experimentales y los teóricos de la temperatura en la parte inferior de la pieza es buena, con lo cual el cálculo de la temperatura superficial de la pieza realizado utilizando el valor de h_T proporcionado por la ecuación (5.2.11) se considera adecuado.

5.2.2. Estudio mecánico

Una vez se ha obtenido la distribución de temperatura en el interior de la pieza, a partir del diagrama de expansión-contracción del material es posible conocer cuál es la deformación libre (térmica) de cada punto de la pieza. Por deformación libre se entiende la que sufriría un material si no estuviera sometido a ninguna tensión.

5.2.2.1. Relaciones estáticas o de equilibrio

Durante el proceso de cocción, una baldosa cerámica se encuentra sometida a una serie de tensiones en su interior, de forma que la deformación libre no se corresponde con su deformación real. De hecho, las deformaciones libres generan una serie de tensiones internas que deben encontrarse en equilibrio en todo momento.

Si se aplica un balance microscópico de las fuerzas y momentos en un determinado punto de la pieza se llega a las ecuaciones de equilibrio; que pueden expresarse de la siguiente forma [55]:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} + f_i &= 0 \\ \sigma_{ij} - \sigma_{ji} &= 0\end{aligned}\tag{5.2.47}$$

donde:

σ_{ij} : componente j de la tensión ejercida sobre una superficie normal al eje i (Pa)

$\sigma_{ij,j}$: divergencia de σ_{ij} (N m^{-3})

f_i : componente i de la fuerza por unidad de volumen (N m^{-3})

5.2.2.2. Leyes de comportamiento de los materiales

Las relaciones de equilibrio son aplicables a cualquier tipo de material y no dependen de las características del mismo; por ello, estas ecuaciones no son suficiente para calcular los desplazamientos de un cuerpo por la acción de una fuerza, y es necesario conocer la relación entre la deformación (e incluso velocidad de deformación) y la tensión existente en cada punto del cuerpo. Esta relación recibe el nombre, como ya ha sido comentado, de *ley de comportamiento*.

Se han llevado a cabo numerosos estudios sobre las propiedades mecánicas a elevada temperatura de los materiales cerámicos *avanzados* (*cerámicas técnicas*). Los materiales cerámicos *tradicionales* (entre los que se encuentran las pastas de pavimento y revestimiento cerámicos) han sido mucho menos estudiados y, en muchos casos, se ha recurrido simplemente a modelos elásticos.

a. Utilización de un modelo elástico

Gaillard y col. [56] llevaron a cabo un estudio de la predicción de deformaciones producidas durante la cocción de porcelana de mesa, para lo cual supusieron que el material se comportaba de manera elástica, aunque con un módulo de elasticidad que era función de la temperatura y que midieron utilizando la técnica de ultrasonidos. No consideraron la existencia de gradientes internos de temperatura, por lo que, la única fuerza que provocaba las deformaciones era el propio peso de la pieza.

Hensall y col. [17] realizaron otro estudio con el objetivo de determinar las tensiones internas producidas durante la cocción de porcelana de mesa. Consideraron la existencia de perfiles internos de temperatura, calculados teóricamente, mientras que para resolver la parte estructural supusieron que el material se comportaba de forma elástica, utilizando el programa comercial de elementos finitos ANSYS para llevar a cabo todos los cálculos.

Teniendo en cuenta la similitud entre la porcelana y el gres, se consideró la hipótesis de suponer que la pieza, durante el proceso de cocción, se comportaba como un sólido elástico. El modelo elástico tiene la gran ventaja de que requiere un sólo parámetro mecánico (el módulo de elasticidad), junto al diagrama de deformación libre del material. Además, el problema es lineal, es decir, se puede reducir a la resolución de un sistema lineal de ecuaciones.

Posteriormente se analizarán las limitaciones de utilizar un modelo elástico en la simulación de deformaciones de baldosas cerámicas durante la cocción.

b. Utilización de un modelo viscoelástico

La ecuación más general que permite calcular la deformación de un material adopta la forma:

$$\varepsilon = \varepsilon(\sigma, t, S, T) \quad (5.2.48)$$

donde:

- σ : tensión (Pa)
- t : tiempo (s)
- S : parámetros característicos de la estructura del material

T: temperatura (°C ó K)

En general se admite que la relación entre la velocidad de deformación por fluencia $\dot{\epsilon}_c$ y la tensión σ es una relación potencial, con lo cual:

$$\dot{\epsilon}_c = F(S, T) \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (5.2.49)$$

donde $F(S, T)$ es una función de la estructura del material (estructura original y deformación acumulada) y de la temperatura; sin embargo, en la mayor parte de las ocasiones la ecuación anterior se presenta en la forma:

$$\dot{\epsilon}_c = A \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (5.2.50)$$

Si se considera la combinación de un modelo viscoso con uno elástico, se llega a la ley de comportamiento:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_e + \epsilon_c \\ \epsilon_e &= E^{-1} \sigma \\ \dot{\epsilon}_c &= A \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \end{aligned} \quad (5.2.51)$$

Sin embargo, si el material presenta endurecimiento, la ecuación anterior ha de hacer intervenir también la propia deformación, tal y como se había visto en la introducción.

En el presente estudio se ha optado por utilizar una ley de comportamiento que, en el caso uniaxial, adopta la forma:

$$\dot{\epsilon}_c = A e^{-b\epsilon_c} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (5.2.52)$$

Cuando una pieza está sometida a un ciclo térmico, determinadas porciones de la misma se encuentran unas veces en compresión y otras en tracción; es

decir, que existen puntos en los que σ cambia de signo a lo largo del tiempo. En estos casos, la ecuación (5.2.52) no es válida y es necesario sustituirla por:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_c &= \dot{p} \operatorname{sgn}(\sigma) \\ \dot{p} &= A e^{-bp} \left(\frac{|\sigma|}{\sigma_0} \right)^n\end{aligned}\quad (5.2.53)$$

p representa la deformación viscoplástica acumulada y $\operatorname{sgn}(\sigma)$ es la función signo (ver apéndice).

Al incorporar el comportamiento elástico se llega finalmente a:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_e + \varepsilon_c \\ \varepsilon_e &= E^{-1} \sigma \\ \dot{\varepsilon}_c &= \dot{p} \operatorname{sgn}(\sigma) \\ \dot{p} &= A e^{-bp} \left(\frac{|\sigma|}{\sigma_0} \right)^n\end{aligned}\quad (5.2.54)$$

5.2.2.3. Limitaciones del modelo elástico

Ha sido comentado que el modelo elástico es el modelo más sencillo, tanto desde el punto de vista de número de parámetros de los que depende (sólo depende del módulo de elasticidad E , que puede ser función de la temperatura) como desde el punto de vista de facilidad de cálculo (aún cuando sea necesario recurrir a un método numérico para resolver el problema).

Por todo ello se abordó en primer lugar la cuestión de si era posible utilizar un modelo elástico para simular las deformaciones que sufría la pieza durante la cocción. Los datos utilizados para llevar a cabo la simulación fueron tomados o bien de la bibliografía (k , c_p , E , ν)[56] o bien medidos experimentalmente (T_h , ε_f).

El cálculo fue llevado a cabo en un ordenador PC, utilizando un programa comercial de elementos finitos (ANSYS). Tanto el problema térmico como el estructural fueron resueltos utilizando *elementos planos* con 4 nodos por elemento. En el caso del problema térmico, el único grado de libertad era la temperatura.

5. Resultados y discusión

En el problema mecánico cada nodo poseía dos grados de libertad (desplazamiento en las direcciones x e y).

En la figura 5.16 se ha representado el aspecto que presentaría la pieza, según los cálculos, en el instante $t=484$ s ($T=875$ °C), que corresponde a la etapa de contracción de la pieza.

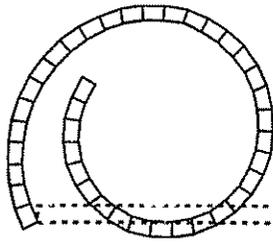


Figura 5.16. Aspecto que presenta la pieza deformada. El trazado punteado representa la pieza sin deformar

Se podría pensar que la causa del problema es una sobreestimación de la diferencia de temperaturas entre la parte superior e inferior de la pieza; sin embargo, esta diferencia es de aproximadamente 30 °C, que no es un valor que pueda considerarse elevado (en la atmósfera del horno suele haber diferencias superiores a 70-80 °C entre la parte inferior y la superior).

Con el fin de comprobar si se había producido algún error en el cálculo por elementos finitos se procedió a sustituir los *elementos planos* de 4 nodos por *elementos barra* de 2 nodos con tres grados de libertad por nodo, utilizando de nuevo el programa ANSYS. Los resultados obtenidos fueron similares.

Se puede tener una idea semicuantitativa de la magnitud de la flecha producida durante el calentamiento de una pieza elástica si se recurre a la ecuación de Timoshenko y se supone que la pieza está formada por dos capas de igual espesor y módulo de elasticidad, una de las cuales se encuentra a una temperatura T_1 y la otra a una temperatura T_2 (ecuación (2.4.5)).

$$\delta_c = \frac{L^2}{8h} K_R \Delta c \quad (5.2.55)$$

Δc puede escribirse como:

$$\Delta c = \alpha \Delta T \quad (5.2.56)$$

con lo cual:

$$\delta_c = \frac{L^2}{8h} K_R \alpha \Delta T \quad (5.2.57)$$

Como el módulo de elasticidad y los espesores de ambas capas son similares, $m=1$ y $n=1$ y K_R (ecuación (2.4.7)) adopta el valor 1.5. Considerando que para dicha temperatura $\alpha \approx 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, para una pieza de una longitud de 400 mm y un espesor de 8 mm (valores típicos), la expresión anterior proporciona una flecha de deformación de aproximadamente 100 mm, lo cual es claramente inadmisibles.

Queda claro, por consiguiente, la necesidad de utilizar un modelo que incorpore el comportamiento no elástico que exhiben los soportes de gres y porosa durante la cocción.

5.2.2.4. Modelo de elementos finitos utilizado

La baldosa cerámica se modelizó como una barra de longitud L y de anchura b . Esta barra se dividió en una serie de elementos lineales de longitud L_e , reduciendo el problema original de 3 dimensiones a sólo una (figura 5.17). Esto permitió una reducción muy notable del tiempo requerido para obtener la solución del problema.

Cada elemento (figura 5.17) consta de dos nodos (identificados por las letras i y j) y cada uno de los nodos posee tres grados de libertad (desplazamiento en la dirección x (U_i, U_j), en la dirección y (V_i, V_j) y rotación (Θ_i, Θ_j)).

Además de estos grados de libertad, los elementos utilizados presentan la posibilidad de definir una temperatura variable en la dirección y ; es decir, es como si estuvieran constituidos por capas. Esto permite relacionar el cálculo térmico con el mecánico puesto que basta con definir como temperaturas internas aquéllas obtenidas en la resolución del problema térmico. La incorporación de capas al elemento es también necesaria para introducir la deformación por fluencia, que puede adoptar una distribución arbitraria dentro del elemento. De esta forma, cada una de las capas que forman el elemento contiene información sobre su temperatura y su deformación por fluencia.

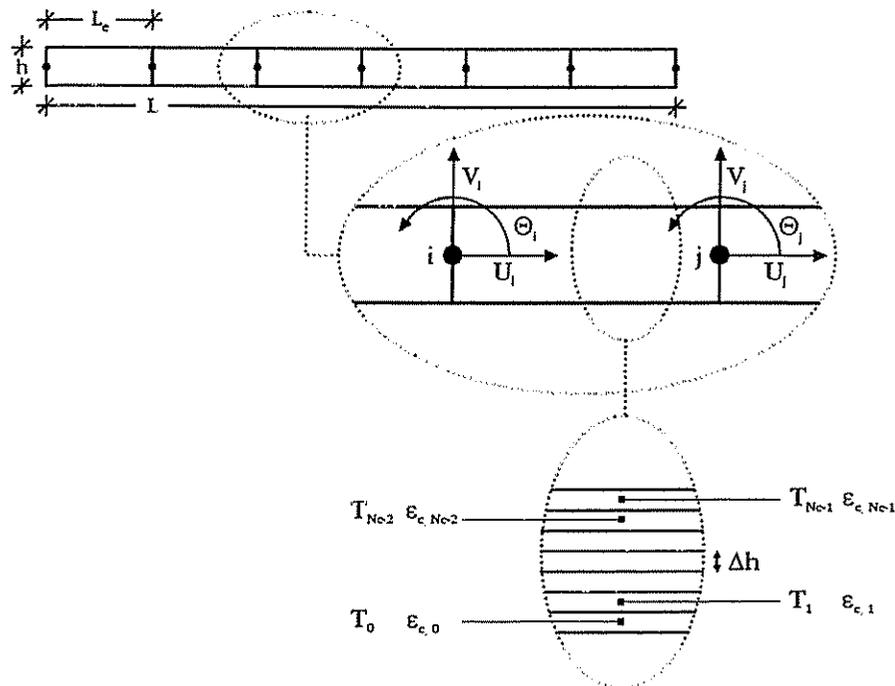


Figura 5.17. Esquema de la discretización de la pieza realizada utilizando el método de los elementos finitos

a. *Cálculo de las funciones de interpolación*

El valor del campo de desplazamientos en el interior del elemento se calcula a partir de los desplazamientos en los nodos. Las funciones utilizadas para llevar a cabo esta interpolación dependen de las características del elemento, aunque en general se recurre a polinomios o a series de Fourier.

El campo de desplazamientos en el interior del elemento tiene sólo dos componentes independientes (u : desplazamiento en (x) y v : desplazamiento en (y)); por consiguiente se ha de buscar una función de interpolación para u y otra para v . Se seleccionó un polinomio de interpolación de grado 1 para el cálculo de los desplazamientos en la dirección x y otro de grado 3 para los desplazamientos en la dirección y , de forma que el campo de desplazamientos (u, v) y las rotaciones (θ) fueran funciones continuas en los nodos.

Los desplazamientos en el interior del elemento $\{u\}$ se pueden calcular a partir de los desplazamientos *nodales* (desplazamientos de cada nodo $\{U^c\}$), utilizando la ecuación:

$$\{u\} = [N]\{U^e\} \quad (5.2.58)$$

donde:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad \{U^e\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ \Theta_i \\ U_j \\ V_j \\ \Theta_j \end{Bmatrix} \quad (5.2.59)$$

$$[N] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L_c} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{3x^2}{L_c^2} + \frac{2x^3}{L_c^3} & x - \frac{2x^2}{L_c} + \frac{x^3}{L_c^2} \\ \frac{x}{L_c} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3x^2}{L_c^2} - \frac{2x^3}{L_c^3} & -\frac{2x^2}{L_c} + \frac{x^3}{L_c^2} \end{bmatrix} \quad (5.2.60)$$

b. Cálculo de la matriz de rigidez

La deformación en el interior del elemento $\{\epsilon\}$ tiene una sola componente ϵ_x , y puede descomponerse en dos partes: la debida a la elongación ϵ_{sl} y la debida a la flexión ϵ_{xf} .

$$\epsilon_x = \epsilon_{sl} + \epsilon_{xf} \quad (5.2.61)$$

ϵ_{sl} y ϵ_{xf} están relacionados con los desplazamientos en el interior del elemento:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xt} &= \frac{d}{dx} u \\ \varepsilon_{xt} &= -y \frac{d^2}{dx^2} v\end{aligned}\tag{5.2.62}$$

donde y es la distancia desde la fibra neutra.

Si el módulo de elasticidad es constante dentro de un elemento, la posición de la fibra neutra coincide con el centro de la probeta. Esto es lo que sucede en la mayor parte de los casos; sin embargo, si el módulo de elasticidad varía de forma muy importante con la temperatura o existen elevados gradientes de temperatura dentro de la pieza, puede suceder que el módulo de elasticidad sea significativamente diferente de un punto a otro.

En el apartado 7.3 se desarrollan expresiones para el cálculo de la matriz de rigidez y de las cargas en el caso de que la fibra neutra no se sitúe en el centro de la probeta. En los cálculos efectuados en este trabajo se ha comprobado que el error cometido al admitir que la fibra neutra se encuentra en el centro de la probeta es pequeño; a pesar de ello, para ensayos realizados con probetas de mayor espesor (8 mm) podría ser necesario tomar en consideración este hecho.

A partir de las expresiones anteriores (5.2.58), (5.2.60), (5.2.61) y (5.2.62) se llega a una relación entre la deformación total $\{\varepsilon\}$ y los desplazamientos nodales $\{\mathbf{U}^e\}$:

$$\{\varepsilon\} = [\mathbf{B}] \{\mathbf{U}^e\}\tag{5.2.63}$$

donde:

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_e} & \frac{6(L_e - 2x)y}{L_e^3} & \frac{2(2L_e - 3x)y}{L_e^2} \\ \frac{1}{L_e} & \frac{-6(L_e - 2x)y}{L_e^3} & \frac{2(L_e - 3x)y}{L_e^2} \end{bmatrix}\tag{5.2.64}$$

Las ecuaciones de equilibrio, aplicadas a un elemento, adoptan la forma [57]:

$$\int_V [\mathbf{B}]^T \{\sigma\} dV = \{\mathbf{p}_v^e\} + \{\mathbf{p}_a^e\}\tag{5.2.65}$$

La deformación total se puede escribir como suma de una deformación elástica $\{\epsilon_e\}$, térmica $\{\epsilon_{th}\}$ y viscosa $\{\epsilon_c\}$:

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_e\} + \{\epsilon_{th}\} + \{\epsilon_c\} \quad (5.2.66)$$

Mientras que la tensión $\{\sigma\}$ puede escribirse utilizando la matriz de elasticidad $[C]$ -que recoge las características elásticas de un sólido-:

$$\{\sigma\} = [C] \{\epsilon_e\} \quad (5.2.67)$$

En el caso de que el elemento sea una barra, la matriz de elasticidad se reduce al módulo de elasticidad E ; es decir, $[C]$ presenta una sola componente. De (5.2.66) y (5.2.67):

$$\{\sigma\} = [C] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_{th}\} - \{\epsilon_c\}) \quad (5.2.68)$$

y sustituyendo en (5.2.65) se llega a la expresión:

$$\int_V [B]^T [C] \{\epsilon\} dV = \{p_v^e\} + \{p_a^e\} + \int_V [B]^T [C] \{\epsilon_{th}\} dV + \int_V [B]^T [C] \{\epsilon_c\} dV \quad (5.2.69)$$

Definiendo:

$$\{p_{th}^e\} = \int_V [B]^T [C] \{\epsilon_{th}\} dV \quad (5.2.70)$$

$$\{p_c^e\} = \int_V [B]^T [C] \{\epsilon_c\} dV \quad (5.2.71)$$

y de (5.2.63), (5.2.69), (5.2.70) y (5.2.71):

$$\int_V [B]^T [C] [B] dV \{U^e\} = \{p_v^e\} + \{p_a^e\} + \{p_{th}^e\} + \{p_c^e\} \quad (5.2.72)$$

La matriz de rigidez del elemento $[K^e]$ se define, para el caso particular de la barra y teniendo en cuenta que $[C]=E$, como:

$$[K^e] = E \int_V [B]^T [B] dV \quad (5.2.73)$$

que expresada en función de sus componentes adopta la forma:

$$[\mathbf{K}^e] = \begin{bmatrix} h^* & 0 & 0 & -h^* & 0 & 0 \\ 0 & h^{*3} & \frac{1}{2}L_c h^{*3} & 0 & -h^{*3} & \frac{1}{2}L_c h^{*3} \\ 0 & \frac{1}{2}L_c h^{*3} & \frac{1}{3}L_c^2 h^{*3} & 0 & -\frac{1}{2}L_c h^{*3} & \frac{1}{6}L_c^2 h^{*3} \\ -h^* & 0 & 0 & h^* & 0 & 0 \\ 0 & -h^{*3} & -\frac{1}{2}L_c h^{*3} & 0 & h^{*3} & -\frac{1}{2}L_c h^{*3} \\ 0 & \frac{1}{2}L_c h^{*3} & \frac{1}{6}L_c^2 h^{*3} & 0 & -\frac{1}{2}L_c h^{*3} & \frac{1}{2}L_c^2 h^{*3} \end{bmatrix} \quad (5.2.74)$$

donde:

$$h^* = \frac{h}{L_c} \quad (5.2.75)$$

De (5.2.72) y (5.2.73):

$$[\mathbf{K}^e]\{\mathbf{U}^e\} = \{\mathbf{p}^e\} \quad (5.2.76)$$

siendo:

$$\{\mathbf{p}^e\} = \{\mathbf{p}_v^e\} + \{\mathbf{p}_{th}^e\} + \{\mathbf{p}_c^e\} + \{\mathbf{p}_s^e\} \quad (5.2.77)$$

Conocidas las fuerzas $\{\mathbf{p}^e\}$ en un instante cualquiera, los desplazamientos nodales $\{\mathbf{U}^e\}$ se pueden calcular a partir de la expresión (5.2.76). Los desplazamientos nodales y las fuerzas aplicadas en los nodos vienen relacionadas, pues, por la matriz de rigidez.

c. Cálculo de las cargas

En la expresión (5.2.76) se necesita introducir el conjunto de cargas aplicadas sobre el elemento. Estas cargas $\{\mathbf{p}^e\}$ corresponden a la suma de varias contribuciones (5.2.77):

$\{\mathbf{p}_v^e\}$: *fuerza másica*. Representa la acción de la gravedad.

$\{p_{th}^e\}$: *fuerza térmica*. Viene originada por la diferencia de temperatura dentro de un elemento, lo que provoca una diferencia en la deformación libre de diferentes puntos del elemento.

$\{p_c^e\}$: *fuerza viscosa (fluencia)*. Se produce como consecuencia de la deformación por fluencia $\{\epsilon_c\}$ en diferentes puntos dentro del elemento.

$\{p_a^e\}$: *fuerza debida a los apoyos*. Es la fuerza que realiza el soporte sobre la pieza, y depende de la forma en que se realice el contacto entre los nodos y el soporte.

c.1. Cálculo de $\{p_v^e\}$

$\{p_v^e\}$ corresponde al término de la fuerza de gravedad. La fuerza de gravedad actúa sobre el conjunto del elemento, siendo necesario expresarla en forma de *fuerza aplicada sobre los nodos*. Para llevar a cabo esta transformación se utiliza la siguiente expresión [73]:

$$\{p_v^e\} = \int_V [N]^T \{X\} dV \quad (5.2.78)$$

siendo:

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\rho g \end{Bmatrix} \quad (5.2.79)$$

donde:

ρ : densidad del material (kg m^{-3})

g : aceleración de la gravedad (m s^{-2})

Llevando a cabo la integración se llega finalmente a:

$$\{\mathbf{p}_v^e\} = \frac{h^2 \rho g b L_c}{12} \begin{Bmatrix} 0 \\ -6 \\ -L_c \\ 0 \\ -6 \\ L_c \end{Bmatrix} \quad (5.2.80)$$

c.2. Cálculo de $\{\mathbf{p}_{th}^e\}$

$\{\mathbf{p}_{th}^e\}$ representa la fuerza asociada a la deformación libre de la pieza. $\{\mathbf{p}_{th}^e\}$ viene dado por la expresión:

$$\{\mathbf{p}_{th}^e\} = E \int_V [\mathbf{B}]^T \{\boldsymbol{\varepsilon}_{th}\} dV \quad (5.2.81)$$

Como se ha comentado anteriormente, el elemento finito utilizado presenta la posibilidad de tener una serie de capas paralelas con diferente temperatura. Puntos de diferente temperatura podrán tener -y habitualmente tendrán- deformaciones libres también diferentes.

Si se realiza la integración (5.2.81) teniendo en cuenta esta disposición de capas en el interior del elemento (barra), se llega a la expresión final:

$$\{\mathbf{p}_{th}^e\} = bE\Delta h \sum_{i=0}^{N_c-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{th,i} \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ -h/2 + (i+1/2)\Delta h \\ 1 \\ 0 \\ h/2 - (i+1/2)\Delta h \end{Bmatrix} \quad (5.2.82)$$

donde:

- b: anchura de la pieza (m)
- E: módulo de elasticidad (Pa)

- Δh : espesor de la capa (m)
 N_c : número de capas por elemento
 $\epsilon_{th,i}$: deformación libre (térmica) debida a la expansión-contracción de la capa i -ésima
 h : espesor de la pieza (m)

c.3. Cálculo de $\{p_c^e\}$

$\{p_c^e\}$ corresponde a la fuerza asociada a la fluencia. Cada capa del elemento posee una deformación por fluencia propia. Realizando un desarrollo paralelo al que permitió calcular $\{p_{th}^e\}$, se llega a:

$$\{p_c^e\} = E \int_V [B]^T \{\epsilon_c\} dV \quad (5.2.83)$$

y llevando a cabo la integración (extendida a todas las capas del elemento) se obtiene:

$$\{p_c^e\} = bE\Delta h \sum_{i=0}^{N_c-1} \epsilon_{c,i} \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ -h/2 + (i + 1/2)\Delta h \\ 1 \\ 0 \\ h/2 - (i + 1/2)\Delta h \end{Bmatrix} \quad (5.2.84)$$

donde $\epsilon_{c,i}$ es la deformación de fluencia de la capa i -ésima

c.4. Cálculo de $\{p_a^e\}$

El término $\{p_a^e\}$ merece especial atención. Corresponde a la fuerza que realizan los apoyos sobre la pieza.

El cálculo de $\{p_a^e\}$ depende de la distribución de los contactos entre el apoyo y la pieza (figura 5.18 y figura 5.19); ahora bien, el establecimiento de los puntos de contacto depende de varios factores, como son:

- *La deformación de la pieza.* Si la pieza presenta una curvatura convexa, los puntos de contacto se situarán cerca de los bordes de la misma;

mientras que si presenta una curvatura cóncava los puntos de contacto estarán cerca del centro. Para conocer la deformación de la pieza es necesario solucionar el problema mecánico (5.2.76); pero la solución a éste no se puede obtener si se desconoce $\{p_a^c\}$. Para resolver el problema se puede recurrir a una técnica iterativa, como se describirá en el apartado 5.2.2.6.

- *La geometría de los apoyos.* Los puntos de contacto no serán los mismos si el apoyo es plano o si el apoyo está constituido por una serie de rodillos sobre los que se desplaza la pieza. En este último caso, los puntos de contacto no varían únicamente como consecuencia de la deformación de la pieza, sino también debido al desplazamiento de la pieza sobre los rodillos.

c.4.1. Apoyos planos

Los apoyos planos son los más fáciles de analizar. En la figura 5.18 se ha representado esquemáticamente la pieza, indicando los contactos que se producen dependiendo de la geometría de la misma. En un instante cualquiera, las fuerzas originadas por los apoyos pueden escribirse en función de los desplazamientos nodales, en la forma:

$$\{p_a^c\} = -[K_a^c]\{U^c\} \quad (5.2.85)$$

donde $[K_a^c]$ es la matriz de rigidez correspondiente a los apoyos.

De hecho es como si se hubieran sustituido los apoyos por un resorte asociado al nodo i -ésimo y otro resorte asociado al nodo j -ésimo de un elemento. Si el desplazamiento en el nodo i -ésimo V_i^c es negativo, el resorte está activo y $K_{a,22}^c$ es positivo e igual a la rigidez del resorte (k_s). Si V_i^c es positivo, el resorte no actúa y $K_{a,22}^c$ es cero. De la misma manera, si hay contacto en el nodo j -ésimo, el valor de $K_{a,55}^c$ será k_s , y si no lo hay será $K_{a,55}^c = 0$. El valor de la matriz $[K_a^c]$ dependerá de si existe o no contacto entre el nodo y el soporte. Matemáticamente:

$$[\mathbf{K}_s^c] = k_s \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y(-V_i^c) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y(-V_i^c) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.2.86)$$

donde $Y(x)$ es la función de Heaviside (función escalón unidad).

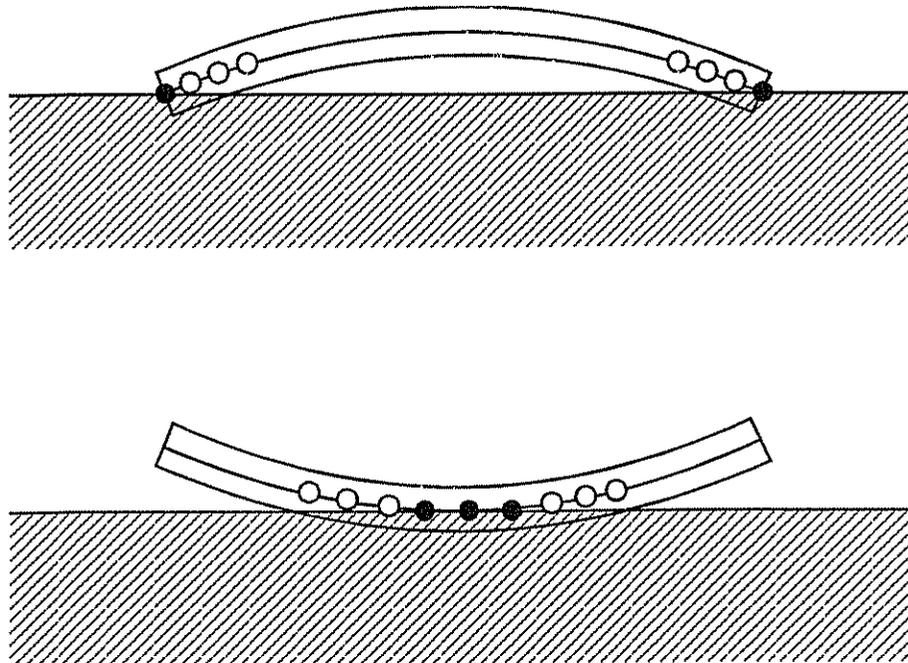


Figura 5.18. Distribución de los nodos que se encuentran en contacto con un soporte plano, dependiendo de la deformación de la pieza

Si se representa por $\{\mathbf{p}_\Sigma^c\}$ el conjunto de todas las fuerzas salvo las correspondientes a los apoyos, es decir:

$$\{\mathbf{p}_\Sigma^c\} = \{\mathbf{p}_v^c\} + \{\mathbf{p}_{th}^c\} + \{\mathbf{p}_c^c\} \quad (5.2.87)$$

entonces, la expresión que relaciona los desplazamientos nodales con las fuerzas aplicadas es simplemente:

$$([K^e] + [K_a^e]) \{U^e\} = \{P_\Sigma^e\} \quad (5.2.88)$$

que es un sistema no lineal de ecuaciones, debido a la dependencia de $[K_a^e]$ con $\{U^e\}$ (ecuación 5.2.86).

c.4.2. Rodillos

En el caso de que el apoyo sea plano, los contactos se establecen entre el apoyo y los nodos, tal como se ha visto en el apartado anterior. En cambio, si el apoyo está formado por rodillos, el contacto -que sigue considerándose puntual- se puede establecer entre el rodillo y un punto intermedio dentro del elemento. A esto hay que añadir que la pieza se desliza sobre los rodillos. En la figura 5.19 se ha representado esquemáticamente la pieza junto a los contactos que se establecen entre ella y los rodillos, dependiendo de la deformación que sufre la pieza.

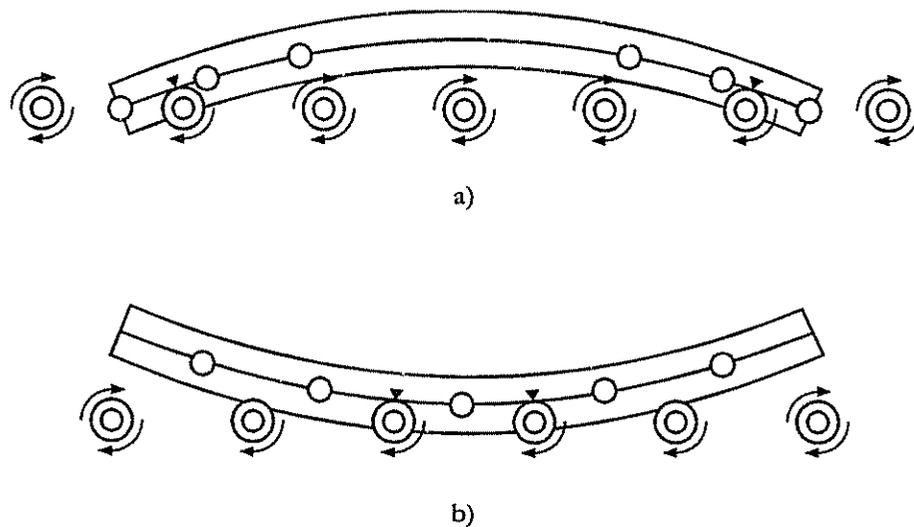


Figura 5.19. Distribución de los puntos que se encuentran en contacto con los rodillos, dependiendo de la deformación de la pieza

Para calcular la fuerza ejercida por los rodillos sobre la pieza, en primer lugar es necesario considerar el caso en que se disponga de una fuerza $\{q^v(x)\}$ distribuida a lo largo de un elemento:

$$\{q^v(x)\} = \begin{bmatrix} 0 \\ q^v(x) \end{bmatrix} \quad (5.2.89)$$

La fuerza nodal equivalente vendrá determinada por la ecuación:

$$\{p_n^e\} = \int_{L_e} [N]^T \{q^v(x)\} dx \quad (5.2.90)$$

donde $[N]$ es la matriz de funciones de forma.

En el caso de que el apoyo sea puntual, $\{q^v(x)\}$ puede escribirse utilizando la delta de Dirac $\delta(x)$, de forma que:

$$\{q^v(x)\} = \begin{bmatrix} 0 \\ p \end{bmatrix} \delta(x - x_0) \quad (5.2.91)$$

donde x_0 es la posición en la que se está aplicando la fuerza y p representa la magnitud de dicha fuerza.

Al igual que en el caso del apoyo plano, p depende del desplazamiento de la pieza en dicho punto, de forma que se puede escribir:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ p \end{bmatrix} = -[A]\{u\} \quad (5.2.92)$$

$$[A] = k_s \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \gamma(-v) \end{bmatrix} \quad (5.2.93)$$

$[A]$ no es una matriz de rigidez. Hay que recordar que la matriz de rigidez relaciona desplazamientos nodales con fuerzas nodales, mientras que $[A]$ relaciona el desplazamiento en un punto dentro de la barra (elemento) con la fuerza que actuaría sobre dicho punto en el caso de que éste estuviera acoplado a un resorte que trabajara sólo en compresión.

De (5.2.91) y (5.2.92):

$$\{q^e\} = -[A]\{u\}\delta(x - x_0) \quad (5.2.94)$$

El vector de desplazamientos en el interior del elemento $\{u\}$ se puede calcular a partir del vector de desplazamientos nodales $\{U^e\}$, utilizando para ello la matriz de funciones de forma $[N]$ (ecuación (5.2.58)):

$$\{u\} = [N]\{U^e\} \quad (5.2.95)$$

De (5.2.94) y (5.2.95):

$$\{q^e\} = -[A][N]\{U^e\}\delta(x - x_0) \quad (5.2.96)$$

y sustituyendo en (5.2.90):

$$\{p_a^e\} = - \int_{L_e} [N]^T [A][N]\delta(x - x_0) dx \{U^e\} \quad (5.2.97)$$

Llevando a cabo la integración se llega finalmente a:

$$\{p_a^e\} = -[K_a^e]\{U^e\} \quad (5.2.98)$$

Las componentes de la matriz $[K_a^e]$ vienen dadas por las expresiones:

$$\begin{aligned} K_{a,11}^e &= 0 \\ K_{a,12}^e &= 0 \\ K_{a,13}^e &= 0 \\ K_{a,14}^e &= 0 \\ K_{a,15}^e &= 0 \\ K_{a,16}^e &= 0 \end{aligned} \quad (5.2.99)$$

$$\begin{aligned}
 K_{a,22}^c &= (1 - 3x_0^{*2} + 2x_0^{*3})^2 \Upsilon(-v) \\
 K_{a,23}^c &= (1 - 3x_0^{*2} + 2x_0^{*3})^2 (1 - 2x_0^* + x_0^{*2}) x_0 \Upsilon(-v) \\
 K_{a,24}^c &= 0 \\
 K_{a,25}^c &= (3x_0^{*2} - 2x_0^{*3})(1 - 3x_0^{*2} + 2x_0^{*3}) \Upsilon(-v) \\
 K_{a,26}^c &= (1 - 3x_0^{*2} + 2x_0^{*3})(x_0^* - 1) x_0^* x_0 \Upsilon(-v)
 \end{aligned} \tag{5.2.100}$$

$$\begin{aligned}
 K_{a,33}^c &= (1 - 2x_0^* + x_0^{*2})^2 x_0^2 \Upsilon(-v) \\
 K_{a,34}^c &= 0 \\
 K_{a,35}^c &= (3x_0^{*2} - 2x_0^{*3})(1 - 2x_0^* + x_0^{*2}) x_0 \Upsilon(-v) \\
 K_{a,36}^c &= (1 - 2x_0^* + x_0^{*2})(x_0^* - 1) x_0^* x_0^2 \Upsilon(-v)
 \end{aligned} \tag{5.2.101}$$

$$\begin{aligned}
 K_{a,44}^c &= 0 \\
 K_{a,45}^c &= 0 \\
 K_{a,46}^c &= 0
 \end{aligned} \tag{5.2.102}$$

$$\begin{aligned}
 K_{a,55}^c &= (3x_0^{*2} - 2x_0^{*3})^2 \Upsilon(-v) \\
 K_{a,56}^c &= (3x_0^{*2} - 2x_0^{*3})(x_0^* - 1) x_0^* x_0 \Upsilon(-v)
 \end{aligned} \tag{5.2.103}$$

$$K_{a,66}^c = (x_0^* - 1)^2 x_0^{*2} x_0^2 \Upsilon(-v) \tag{5.2.104}$$

Debido a la simetría de $[K_a^c]$ sólo se han indicado las componentes de la matriz triangular superior.

Para calcular v se puede hacer uso de la expresión (5.2.95):

$$\begin{aligned}
 v &= (1 - 3x_0^{*2} + 2x_0^{*3}) V_i + (1 - 2x_0^* + x_0^{*2}) x_0 \Theta_i + \\
 &+ (3x_0^{*2} - 2x_0^{*3}) V_j + (x_0^* - 1) x_0^* x_0 \Theta_j
 \end{aligned} \tag{5.2.105}$$

donde:

$$x_0^* = \frac{x_0}{L_c} \tag{5.2.106}$$

El resto del cálculo es completamente análogo al presentado en el caso de los apoyos planos.

Cuando la pieza y los contactos se desplazan entre sí como consecuencia del movimiento de la pieza en el interior del horno, el esquema de cálculo anterior presenta una serie de dificultades.

La primera de estas dificultades está relacionada con lo que sucede cuando una pieza con curvatura convexa entra en contacto con un rodillo (figura 5.20.a). En este caso se produce un cambio brusco en la posición relativa pieza-rodillo, lo que conduce a la aparición de un incremento en los desplazamientos que no disminuye al reducir el incremento de tiempo empleado en la integración.

La segunda dificultad aparece cuando una pieza cóncava se encuentra en contacto sólo con un rodillo (figura 5.20.b). En este caso la pieza se encuentra en equilibrio inestable, lo que conduce a que la matriz de rigidez del sistema sea singular.

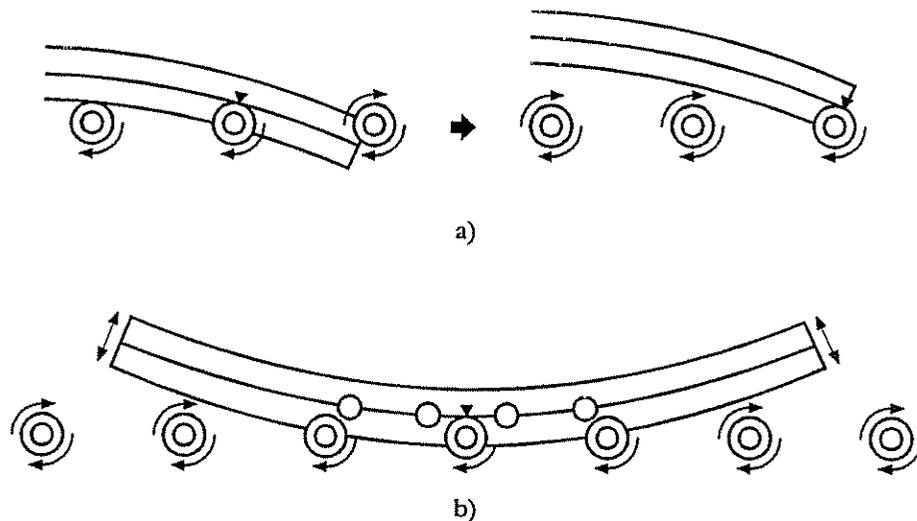


Figura 5.20. Disposiciones relativas pieza-rodillo que pueden producir dificultades en los cálculos

El primero de los problemas se puede solucionar si se tiene en cuenta que los contactos entre la pieza y los rodillos no son realmente contactos puntuales, sino que son contactos con una superficie cilíndrica (rodillos).

Se puede suponer, al igual que se había hecho en los casos anteriores, que sobre el nodo que está en contacto con el rodillo aparece una fuerza que es proporcional a la magnitud de la penetración del nodo en el rodillo (δ_c) (figura 5.21). A partir de una serie de consideraciones geométricas sencillas, se puede llegar a la expresión:

$$\delta_c = V_k - R + \sqrt{R^2 - (x - x_c)^2} \quad (5.2.107)$$

donde:

R: radio de los rodillos (m)

V_k : desplazamiento del nodo en posible contacto con la pieza ($k=i, j$) (m)

x_c : distancia en x desde el centro del rodillo hasta el nodo de la pieza (m)

Si $\delta_c < 0$ existirá contacto entre la pieza y el rodillo, mientras que si $\delta_c > 0$ no se producirá tal contacto.

La fuerza aplicada por un apoyo de estas características no puede escribirse en la forma de la ecuación (5.2.98), siendo necesario tomar en consideración un término adicional:

$$\{p_a^c\} = [K_a^c] (\{U^c\} - \{S^c\}) \quad (5.2.108)$$

donde $\{S^c\}$ es un vector cuyas componentes son:

$$\{S^c\} = [0 \quad y_s Y(-V_i^c) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (5.2.109)$$

en el caso de que el contacto se establezca con el nodo de la izquierda, y:

$$\{S^c\} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad y_s Y(-V_i^c) \quad 0]^T \quad (5.2.110)$$

si el contacto se establece en el nodo de la derecha. y_s es la coordenada y del rodillo en el punto de contacto con la pieza (figura 5.21).

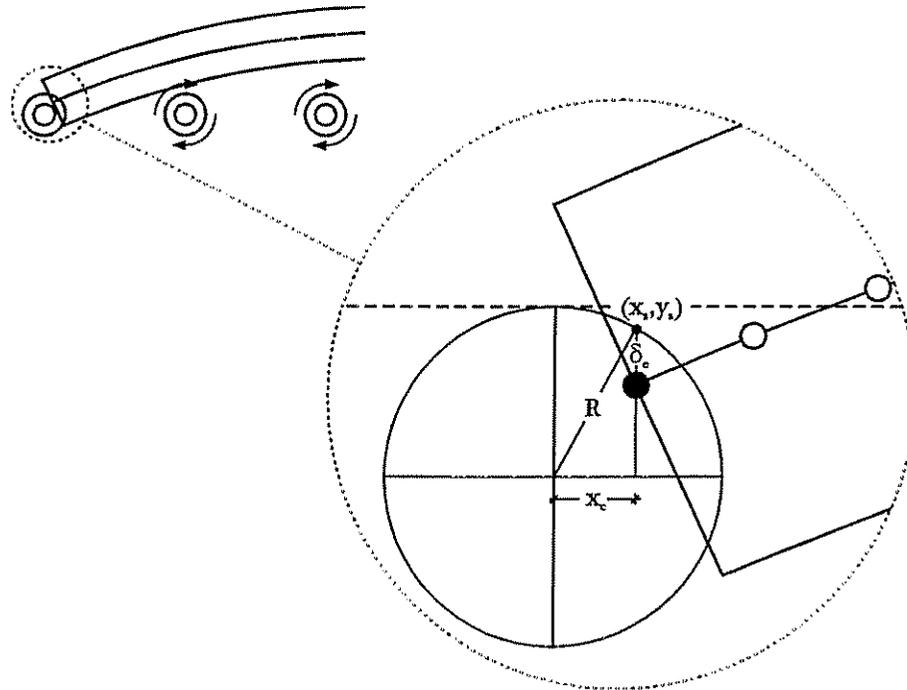


Figura 5.21. Esquema del contacto de un nodo con un rodillo

De (5.2.76) y (5.2.77), (5.2.87), (5.2.108):

$$([\mathbf{K}^e] + [\mathbf{K}_a^e])\{\mathbf{U}^e\} = \{\mathbf{p}_E^e\} + [\mathbf{K}_a^e]\{\mathbf{S}^e\} \quad (5.2.111)$$

El segundo problema (matriz de rigidez singular como consecuencia del apoyo de la pieza en un único punto), se puede resolver fácilmente seleccionando de forma adecuada el valor de k_s .

d. Ensamblaje del modelo

Una vez ha sido calculada la matriz de rigidez de la barra, la de los apoyos y las fuerzas que actúan sobre un elemento, hay que pasar a sumar todas las contribuciones para obtener la respuesta de la pieza global. El proceso de combinación de las matrices de rigidez de cada elemento y de fuerzas que actúan sobre cada nodo recibe el nombre de ensamblaje.

Durante el ensamblaje del modelo se ha de tener en cuenta también si existen restricciones a los grados de libertad.

Habitualmente, el proceso de ensamblaje se representa mediante la operación Σ , de forma que:

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}] &= \sum_e [\mathbf{K}^e] & [\mathbf{K}_a] &= \sum_e [\mathbf{K}_a^e] \\ \{\mathbf{U}\} &= \sum_e \{\mathbf{U}^e\} & \{\mathbf{p}_\Sigma\} &= \sum_e \{\mathbf{p}_\Sigma^e\} \end{aligned} \quad (5.2.112)$$

y la ecuación (5.2.88) queda como:

$$([\mathbf{K}] + [\mathbf{K}_a])\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{p}_\Sigma\} \quad (5.2.113)$$

mientras que la (5.2.111) se puede escribir:

$$([\mathbf{K}] + [\mathbf{K}_a])\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{p}_\Sigma\} + [\mathbf{K}_a]\{\mathbf{S}\} \quad (5.2.114)$$

Las ecuaciones (5.2.113) y (5.2.114) son ecuaciones no lineales. Esta no linealidad se debe a varios factores:

- La relación entre tensiones y deformaciones no es lineal (ecuación (5.2.54).
- La propia deformación de la pieza condiciona los puntos en los cuales se establece el contacto con el soporte. Estos contactos ejercen una fuerza sobre las piezas que es altamente no lineal.

Hay otros factores, como la distribución arbitraria de temperaturas, que simplemente añaden la dificultad de tener que considerar un elevado número de valores con el fin de trabajar con una representación discreta fiel a la continua; pero que no introducen no linealidades adicionales.

5.2.2.5. Algoritmo de integración

Si en las ecuaciones (5.2.113) y (5.2.114), la matriz de rigidez de los apoyos $[\mathbf{K}_a]$ y las fuerzas aplicadas $\{\mathbf{p}_\Sigma\}$ fueran independientes de $\{\mathbf{U}\}$, dicha expresión representaría un sistema lineal de ecuaciones, que podría resolverse de manera sencilla y rápida. Sin embargo, como ya ha sido comentado, la matriz $[\mathbf{K}_a]$ depende de $\{\mathbf{U}\}$. Además, existen otras dificultades que no han sido

comentadas anteriormente. El conjunto de fuerzas $\{\mathbf{p}_\Sigma\}$ depende de $\{\mathbf{p}_c^e\}$ que, a su vez, depende de la deformación por fluencia en cada instante:

$$\{\mathbf{p}_c^e\} = E \int_V [\mathbf{B}]^T \{\boldsymbol{\varepsilon}_c\} dV \quad (5.2.115)$$

El único problema que presenta la ecuación (5.2.115) es el cálculo de $\{\boldsymbol{\varepsilon}_c\}$. La ley de comportamiento utilizada (5.2.54) da la relación entre la tensión aplicada y la velocidad de deformación por fluencia $\{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_c\}$. Esta ecuación debe integrarse con el fin de conocer la deformación por fluencia.

Los métodos de integración suelen recurrir a una discretización del tiempo; de forma que, conocida la solución al problema en un instante t_n , se pasa a calcular la solución en un instante $t_{n+1} = t_n + \Delta t_n$.

La elección de un método de integración es de vital importancia en la rapidez y estabilidad (convergencia) del cálculo. Entre los algoritmos de integración utilizados en cálculos viscoelásticos sólo se van a comentar dos: el método de Euler y el método implícito.

a. Método de Euler

En el método de Euler la deformación en el instante t_{n+1} se calcula a partir de la deformación en el instante t_n utilizando la ecuación:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}_{c,n+1}\} = \{\boldsymbol{\varepsilon}_{c,n}\} + \{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c,n}\} \Delta t_n \quad (5.2.116)$$

donde:

$$\Delta t_n = t_{n+1} - t_n \text{ (s)} \quad (5.2.117)$$

$\{\boldsymbol{\varepsilon}_{c,n}\}$: deformación por fluencia en el instante t_n

$\{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c,n}\}$: velocidad de deformación por fluencia en el instante t_n (s^{-1})

Este algoritmo es el utilizado por el programa ANSYS [58]. Tiene la ventaja de que es muy eficiente cuando la componente de fluencia es poco importante; sin embargo, cuando la deformación por fluencia es importante, el paso de integración (Δt_n) debe reducirse para asegurar la convergencia, lo que hace que, en estos casos, sea un algoritmo muy lento. Puede llegar el caso de que la reducción de Δt_n haga que el problema no se pueda resolver en la práctica (de hecho, el programa ANSYS, tras una semana de cálculo ininterrumpido en un

ordenador Pentium a 120 MHz, fue incapaz de resolver el problema mecánico presentado en este trabajo).

b. Método implícito

Es un método más complejo que el método de Euler, y consta de varias etapas. En una primera etapa se calcula $\{\epsilon_c^0\}$ y $\{\dot{\epsilon}_c^1\}$:

$$\begin{aligned}\{\epsilon_c^0\} &= \{\epsilon_{c,n}\} \\ \{\dot{\epsilon}_c^0\} &= \{\dot{\epsilon}(\{\epsilon_c^0\}, t_n)\} \\ \{\epsilon_c^1\} &= \{\epsilon_c^0\} + \{\dot{\epsilon}_c^0\} \Delta t_n\end{aligned}\tag{5.2.118}$$

A continuación se aplica un algoritmo iterativo, hasta alcanzar la convergencia:

$$\begin{aligned}\{\dot{\epsilon}_c^i\} &= \{\dot{\epsilon}(\{\epsilon_c^i\}, t_{n+1})\} \\ \{\epsilon_c^{i+1}\} &= \{\epsilon_c^0\} + [\alpha \{\dot{\epsilon}_c^0\} + (1 - \alpha) \{\dot{\epsilon}_c^i\}] \Delta t_n\end{aligned}\tag{5.2.119}$$

El proceso iterativo concluye cuando:

$$\|\{\epsilon_c^{i+1}\} - \{\epsilon_c^i\}\| \leq \mu \|\{\epsilon_c^{i+1}\}\|\tag{5.2.120}$$

α es un parámetro que puede variar entre 0 y 1 (en los cálculos llevados a cabo se eligió $\alpha=0.5$); mientras que para μ suele admitirse que un valor de 0.01 asegura un buen compromiso coste-precisión (aunque en los cálculos efectuados se adoptó un valor más estricto: $\mu=10^{-4}$, con el fin de mejorar la precisión).

5.2.2.6. Contactos

La matriz de rigidez de los apoyos $[K_n]$ depende de los desplazamientos nodales $\{U\}$, desplazamientos que no es posible conocer si no se conoce $[K_n]$. Para llevar a cabo este cálculo se recurre a un proceso iterativo, que consta de las siguientes etapas:

- Se supone un valor para $[K_n]$ ($[K_{n,0}]$)
- Se calcula $\{U_j\}$, a partir del valor supuesto de $[K_{n,j-1}]$

- Se calcula $[\mathbf{K}_{a,i}]$, puesto que se conoce $\{\mathbf{U}_j\}$, y se repite el proceso iterativo

El proceso iterativo continúa hasta que se cumple la condición:

$$\|[\mathbf{K}_{a,j+1}]\{\mathbf{U}_{j+1}\} - [\mathbf{K}_{a,j}]\{\mathbf{U}_j\}\| \leq [\mathbf{K}_{a,0}]\{\mathbf{U}_0\} \quad (5.2.121)$$

5.2.2.7. Interpolación de datos en función de la temperatura

Los parámetros de la ecuación (5.2.54) (A, b, n) dependen de la temperatura, lo que implica que para llevar a cabo los cálculos se deberían conocer las funciones $A(T)$, $b(T)$ y $n(T)$. Con los ensayos que se han realizado sólo se dispone experimentalmente de valores puntuales de dichos parámetros, obtenidos para un conjunto de temperaturas (T_0, T_1, \dots, T_n), siendo necesario realizar una interpolación para calcular los valores correspondientes a las temperaturas intermedias.

Si se representa por $\dot{\epsilon}_{c,i}$ la velocidad de deformación por fluencia calculada a la temperatura T_i y por $\dot{\epsilon}_{c,i+1}$ la correspondiente velocidad de deformación calculada a la temperatura T_{i+1} , interesa proponer un esquema de interpolación de forma que se garantice que, para una temperatura intermedia $T_{i+\phi}$ ($T_i \leq T_{i+\phi} \leq T_{i+1}$) la velocidad de deformación $\dot{\epsilon}_{c,i+\phi}$ sea también intermedia ($\dot{\epsilon}_{c,i} \leq \dot{\epsilon}_{c,i+\phi} \leq \dot{\epsilon}_{c,i+1}$).

Para ello se puede proponer la siguiente fórmula de interpolación para $\dot{\epsilon}_c$:

$$\dot{\epsilon}_{c,i+\phi} = \dot{\epsilon}_{c,i}^{1-\phi} \dot{\epsilon}_{c,i+1}^{\phi} \quad (5.2.122)$$

donde:

$$\phi = \frac{T_{i+\phi} - T_i}{T_{i+1} - T_i} \quad (5.2.123)$$

Sustituyendo valores:

$$\dot{\epsilon}_{c,i+\phi} = A_i^{1-\phi} A_{i+1}^{\phi} e^{-\epsilon_c[(1-\phi)b_i + \phi b_{i+1}]} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{((1-\phi)n_i + \phi n_{i+1})} \quad (5.2.124)$$

Si se compara (5.2.126) con:

$$\dot{\varepsilon}_{c,i+\phi} = A_{i+\phi} e^{-\varepsilon_c b_{i+\phi}} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n_{i+\phi}} \quad (5.2.125)$$

se llega a:

$$A_{i+\phi} = A_i^{1-\phi} A_{i+1}^{\phi} \quad (5.2.126)$$

$$b_{i+\phi} = (1-\phi)b_i + \phi b_{i+1} \quad (5.2.127)$$

$$n_{i+\phi} = (1-\phi)n_i + \phi n_{i+1} \quad (5.2.128)$$

que son las fórmulas que permiten llevar a cabo la interpolación.

5.3. Determinación experimental de los parámetros del modelo

5.3.2. Determinación de los parámetros térmicos

Para hacer uso del modelo propuesto es necesario conocer el valor de determinadas propiedades térmicas como son la conductividad térmica o el calor específico. Además, en aquellos casos en los que las reacciones químicas puedan jugar un papel importante, es necesario tomarlas en consideración.

Es fácil encontrar datos térmicos de elementos o sustancias puras, o incluso de determinadas mezclas simples, sin embargo, los datos bibliográficos referentes a las propiedades térmicas de los materiales cerámicos (especialmente las cerámicas tradicionales) son escasos.

Aunque los resultados obtenidos con el ATD y el TG-DTG permiten estudiar qué reacciones tienen lugar durante el tratamiento térmico del material, estos resultados no son directamente extrapolables a lo que sucede en el interior de una pieza. En la realización del ATD y del TG-DTG se trabaja con un material pulverulento que se encuentra en una atmósfera de aire, mientras que en la pieza el material está compactado y la difusión de los gases en su interior se ve significativamente dificultada (dependiendo de la permeabilidad de la pieza).

5. Resultados y discusión

Por esta razón se propuso una serie de ensayos con el objetivo de determinar la conductividad térmica y la influencia de las reacciones químicas sobre el perfil de temperatura en probetas conformadas en condiciones similares a las de las piezas industriales.

5.3.1.1. Descripción del ensayo

Los ensayos realizados han sido descritos con detalle en el apartado 4.2.8. En esencia se basaron en la determinación, en estado no estacionario, de la temperatura en el centro de una probeta cilíndrica sometida a un tratamiento térmico. Los valores calculados en el centro de la probeta dependen de los parámetros térmicos de la pieza, de forma que éstos se pueden calcular a partir del ajuste de los resultados calculados a los valores experimentales.

5.3.1.2. Tratamiento numérico

En este apartado se va a indicar cómo se calculó la evolución de la temperatura en el interior de la probeta a partir de las ecuaciones de transmisión de calor en estado no estacionario. La resolución de estas ecuaciones exige el uso de un método numérico, debido a la variación de la temperatura de la superficie en función del tiempo y, en el caso de que se consideren reacciones químicas, debido a la variación de la difusividad térmica aparente (α^*) con la temperatura.

a. Diferencias finitas

La ecuación que permite calcular la evolución de los perfiles de temperatura en un sólido de geometría cilíndrica, cuando el perfil de temperatura es independiente del ángulo φ , adopta la forma [12][59][60]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[kr \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[k \frac{\partial T}{\partial z} \right] + G_E \quad (5.3.1)$$

En el caso en que el término generación pueda escribirse en la forma descrita en el apartado 5.2.1.2, la ecuación (5.3.1) puede adoptar la forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^* \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (5.3.2)$$

En la figura 5.22 se ha representado esquemáticamente una pieza junto al mallado utilizado en la realización de los cálculos por diferencias finitas.

Al igual que en el caso de la transmisión de calor en una pieza de geometría rectangular, resulta útil definir una serie de módulos adimensionales:

$$Fo_{rj} = \frac{\alpha_j \Delta t}{(\Delta r)^2}; \quad Fo_{rj}^{\#} = \frac{\alpha_j^{\#} \Delta t}{(\Delta r)^2} \quad (5.3.3)$$

$$Fo_{zj} = \frac{\alpha_j \Delta t}{(\Delta z)^2}; \quad Fo_{zj}^{\#} = \frac{\alpha_j^{\#} \Delta t}{(\Delta z)^2} \quad (5.3.4)$$

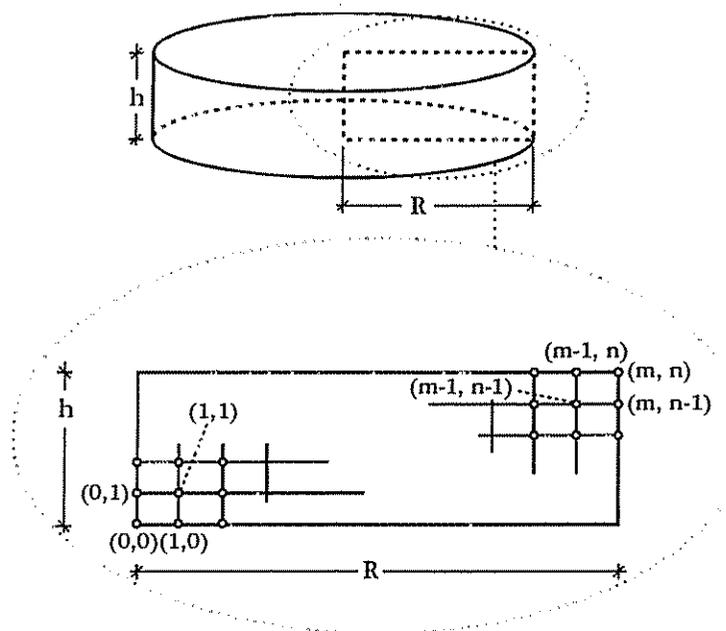


Figura 5.22. Esquema del mallado de la pieza utilizado en el cálculo de transmisión de calor mediante el método de diferencias finitas

Para llevar a cabo el cálculo por diferencias finitas se ha utilizado el método implícito de dirección alternante (cuya explicación ya se presentó en el apartado 5.2.1.3). En este método se parte de una distribución conocida de temperaturas en un instante t_n (que en la primera iteración coincidirá con la temperatura

5. Resultados y discusión

inicial de la pieza); a partir de esta temperatura (T_{ij}) se calcula la temperatura en un instante $t_n + \Delta t_n$ ($T_{ij}^\#$), haciendo uso de un valor intermedio $T_{ij}^\#$.

Después de llevar a cabo una serie de manipulaciones matemáticas se llega a las siguientes expresiones:

Para $i=1$:

$$\begin{aligned} & \left[2 + \left(1 + \frac{1}{2i}\right) Fo_{\bar{n}i} \right] T_{ij}^\# - \left(1 + \frac{1}{2i}\right) Fo_{\bar{n}i} T_{i+1,j}^\# = \\ & = Fo_{\bar{z}ij} T_{i,j-1} + 2(1 - Fo_{\bar{z}ij}) T_{ij} + Fo_{\bar{z}ij} T_{i,j+1} \end{aligned} \quad (5.3.5)$$

Para $2 \leq i \leq m-2$:

$$\begin{aligned} & - \left(1 - \frac{1}{2i}\right) Fo_{\bar{n}i} T_{i-1,j}^\# + 2(1 + Fo_{\bar{n}i}) T_{ij}^\# - \left(1 + \frac{1}{2i}\right) Fo_{\bar{n}i} T_{i+1,j}^\# = \\ & = Fo_{\bar{z}ij} T_{i,j-1} + 2(1 - Fo_{\bar{z}ij}) T_{ij} + Fo_{\bar{z}ij} T_{i,j+1} \end{aligned} \quad (5.3.6)$$

Para $i=m-1$:

$$\begin{aligned} & - \left(1 - \frac{1}{2i}\right) Fo_{\bar{n}i} T_{i-1,j}^\# + 2(1 + Fo_{\bar{n}i}) T_{ij}^\# = \\ & = Fo_{\bar{z}ij} T_{i,j-1} + 2(1 - Fo_{\bar{z}ij}) T_{ij} + Fo_{\bar{z}ij} T_{i,j+1} + \left(1 + \frac{1}{2i}\right) Fo_{\bar{n}i} T_{i+1,j}^\# \end{aligned} \quad (5.3.7)$$

En notación matricial:

$$[B_{\bar{n}i}] \{T_i^\#\} = \{T_i^\phi\} \quad (5.3.8)$$

El sistema de ecuaciones anterior permite calcular $T_{ij}^\#$ a partir de T_{ij} . Para calcular T_{ij}^ϕ a partir de $T_{ij}^\#$ se hace uso de:

Para $j=1$:

$$\begin{aligned} 2(1 + Fo_{z_{ij}}^{\#})T'_{ij} - Fo_{z_{ij}}^{\#}T'_{i,j+1} &= \left(1 - \frac{1}{2i}\right)Fo_{z_{ij}}^{\#}T_{i-1,i}^{\#} + \\ &+ 2(1 - Fo_{z_{ij}}^{\#})T_{ij}^{\#} + \left(1 + \frac{1}{2i}\right)Fo_{z_{ij}}^{\#}T_{i+1,i}^{\#} + Fo_{z_{ij}}^{\#}T'_{i,j-1} \end{aligned} \quad (5.3.9)$$

Para $2 \leq j \leq n-2$:

$$\begin{aligned} -Fo_{z_{ij}}^{\#}T'_{i,j-1} + 2(1 + Fo_{z_{ij}}^{\#})T'_{ij} - Fo_{z_{ij}}^{\#}T'_{i,j+1} &= \\ = \left(1 - \frac{1}{2i}\right)Fo_{z_{ij}}^{\#}T_{i-1,i}^{\#} + 2(1 - Fo_{z_{ij}}^{\#})T_{ij}^{\#} + \left(1 + \frac{1}{2i}\right)Fo_{z_{ij}}^{\#}T_{i+1,i}^{\#} \end{aligned} \quad (5.3.10)$$

Para $j=n-1$:

$$\begin{aligned} -Fo_{z_{ij}}^{\#}T'_{i,j-1} + 2(1 + Fo_{z_{ij}}^{\#})T'_{ij} &= \left(1 - \frac{1}{2i}\right)Fo_{z_{ij}}^{\#}T_{i-1,i}^{\#} + \\ + 2(1 - Fo_{z_{ij}}^{\#})T_{ij}^{\#} + \left(1 + \frac{1}{2i}\right)Fo_{z_{ij}}^{\#}T_{i+1,i}^{\#} + Fo_{z_{ij}}^{\#}T'_{i,j+1} \end{aligned} \quad (5.3.11)$$

En notación matricial:

$$[B_{zi}] \{T'_i\} = \{T_i^{\# \phi}\} \quad (5.3.12)$$

b. Determinación de los parámetros

El esquema de cálculo presentado anteriormente permite estimar la temperatura en el centro de la probeta si se conocen los datos de conductividad térmica, calor específico, etc.

En el caso en que interese calcular los parámetros térmicos a partir de los datos de la temperatura en el centro de la probeta, es conveniente definir una función $S(\lambda_T)$ que indique la magnitud en que la temperatura calculada difiere de la experimental. Matemáticamente se expresa $S(\lambda_T)$ como la suma del cuadrado de la diferencia entre los valores experimentales de temperatura en el centro de

la pieza (T_c) y los teóricos (\hat{T}_c), calculados éstos últimos de la forma indicada en el apartado anterior.

$$S(\lambda_T) = \sum_i (T_c(t_i) - \hat{T}_c(\lambda_T; t_i))^2 \quad (5.3.13)$$

donde λ_T es un vector que representa el conjunto de parámetros de los que depende la temperatura interna calculada (conductividad térmica (k), calor específico (c_p) y reacciones químicas (T^* , T^*)).

La minimización de $S(\lambda_T)$ permite tener una estimación de los parámetros que se desean determinar.

La determinación del mínimo de $S(\lambda_T)$ es un problema que se va a plantear también posteriormente, en referencia a la determinación de los parámetros viscoelásticos.

b.1. Selección de un método de optimización

Existe una gran cantidad de métodos numéricos que permiten llevar a cabo la optimización de funciones de una o varias variables, tanto si hay restricciones como si no [61][62]. En este trabajo se ha optado por utilizar el método de Powell [63], debido a varias razones:

- Es un método que no requiere el cálculo de derivadas. Debido a la complejidad de la ecuación que se pretende optimizar, no es posible calcular fácilmente la derivada.
- Es un método que converge rápidamente, lo que es importante debido al gran coste de tiempo de cálculo necesario para evaluar $S(\lambda_T)$.
- El método converge aun cuando se parte de una relativamente mala estimación inicial.

El método de Powell es aplicable a la optimización de funciones de varias variables no sometidas a restricciones.

b.2. Descripción del método de Powell

El método de Powell permite llevar a cabo la optimización de una función $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ de n variables. Es un método iterativo que consta de una serie de pasos:

1. Se parte de un conjunto de n direcciones linealmente independientes $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ y de una estimación inicial del valor óptimo \mathbf{p}_0 .
2. Para $i=1, 2, \dots, n$ se calcula λ_i de forma que $f(\mathbf{p}_{i-1} + \lambda_i \xi_i)$ sea mínimo y se define $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_{i-1} + \lambda_i \xi_i$.
3. Para $i=1, 2, \dots, n-1$ se reemplaza ξ_i por ξ_{i+1} .
4. Se reemplaza ξ_n por $\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_0$.
5. Se elige λ de forma que $f(\mathbf{p}_n + \lambda(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_0))$ sea mínimo, y se define $\mathbf{p}_0' = \mathbf{p}_n + \lambda(\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_0)$.
6. Si $|\mathbf{p}_0' - \mathbf{p}_0| < \epsilon$ se ha encontrado el óptimo; en caso contrario se sustituye \mathbf{p}_0 por \mathbf{p}_0' y se vuelve al punto 2.

El método de Powell indica la dirección en que debe realizarse la búsqueda del óptimo; es decir, es un método que permite determinar los vectores ξ_i de forma que la optimización de una función de varias variables se reduce a la optimización de una función de una sola variable $g(\lambda) = f(\mathbf{p} + \lambda \xi_i)$, siendo necesario utilizar un método numérico que permita llevar a cabo la optimización anterior.

Habitualmente, para calcular el óptimo de $g(\lambda)$ se recurre al método de Coggins, que al igual que el de Powell, permite encontrar el óptimo de una función cuadrática en un número finito de pasos (de hecho, en uno).

El método de Coggins parte de una estimación inicial del óptimo (x_1) y de un incremento de la variable independiente (Δx) y opera en una serie de pasos:

1. Se calcula $x_2 = x_1 + \Delta x$.
2. Se evalúa $g(x_1)$ y $g(x_2)$.
3. Si $g(x_1) > g(x_2)$ se hace $x_3 = x_1 + 2\Delta x$
Si $g(x_1) \leq g(x_2)$ se hace $x_3 = x_1 - \Delta x$
4. Se evalúa $g(x_3)$ y se determina:
 $g_{\min} = \min(g(x_1), g(x_2), g(x_3))$
 x_{\min} : valor de x que corresponde a g_{\min} .
5. Se calcula la estimación cuadrática del óptimo \bar{x} a partir de la ecuación:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \frac{(x_2^2 - x_3^2)g(x_1) + (x_3^2 - x_1^2)g(x_2) + (x_1^2 - x_2^2)g(x_3)}{(x_2 - x_3)g(x_1) + (x_3 - x_1)g(x_2) + (x_1 - x_2)g(x_3)} \quad (5.3.14)$$

6. Si $|g_{\min} - g(\bar{x})| < \epsilon_g$ o $|x_{\min} - \bar{x}| < \epsilon_x$, donde ϵ_g y ϵ_x son los errores absolutos admitidos en g y x respectivamente, el proceso finaliza.
7. Se retiene el mejor punto (x_{\min} o \bar{x}) y los dos puntos adyacentes y se vuelve al paso 4.

5.3.1.3. Resultados

Para la realización de estos ensayos, se introdujeron una serie de probetas cilíndricas en el interior de un horno, tal como se ha indicado en el apartado 4.2.8. Durante el calentamiento de las mismas, se registró la temperatura en un punto próximo a la superficie de la probeta (que se consideró que era representativo de la temperatura superficial) y la temperatura del centro de la misma.

a. Ensayos realizados con probetas de gres

Se establecieron 4 temperaturas de trabajo: 500, 700, 900 y 1100 °C. Para cada una de estas temperaturas máximas, se seleccionó una velocidad de calentamiento, atendiendo a los siguientes criterios:

- Una velocidad de calentamiento elevada conduce a una diferencia de temperatura importante entre la superficie de la pieza y el interior. Este perfil de temperatura diferenciado permite calcular con precisión los parámetros térmicos (conductividad térmica y parámetros de las reacciones químicas).
- Si la velocidad de calentamiento es demasiado rápida, las grandes diferencias de temperatura en el interior de la probeta hacen que ésta tenga contracciones diferenciales muy importantes y pueda romperse, perturbando con ello los perfiles de temperatura. Este fenómeno es particularmente importante a temperaturas altas, debido a la elevada contracción consecuencia de la sinterización.

Después de llevar a cabo una serie de ensayos con el objetivo de determinar la velocidad de calentamiento óptima (velocidad máxima a la que no se producía la rotura), se eligieron las velocidades de calentamiento que se indican en la tabla 5.1.

Tabla 5.1. Velocidades de calentamiento medias utilizadas en los diferentes ensayos

T_{max} (°C)	\dot{T} (°C min ⁻¹)
500	~80
700	~80
900	40
1100	20

A las temperaturas máximas de 500 y 700 °C, se pudo realizar el calentamiento de la probeta a la máxima velocidad que permitía el horno, sin que por ello se produjera la rotura de la probeta. En estas condiciones, en cambio, la velocidad de calentamiento no es estrictamente constante en todo el proceso de calentamiento; por ello en la tabla 5.1, y para estas dos temperaturas (500 y 700 °C), el valor consignado de la velocidad de calentamiento es sólo aproximado.

a.1. Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 500 °C

En la figura 5.23 se indica la evolución de la temperatura en la superficie de la pieza cruda y en su interior en función del tiempo.

5. Resultados y discusión

La disminución de la temperatura de la superficie de la pieza al aproximarse a la temperatura de consigna se debe al sistema de control del horno.

La probeta, una vez alcanzó la temperatura máxima (500 °C), se dejó enfriar y, a continuación, fue sometida a un nuevo tratamiento térmico idéntico al anterior. En la figura 5.24 se ha representado la temperatura superficial y la central en función del tiempo en este segundo tratamiento térmico.

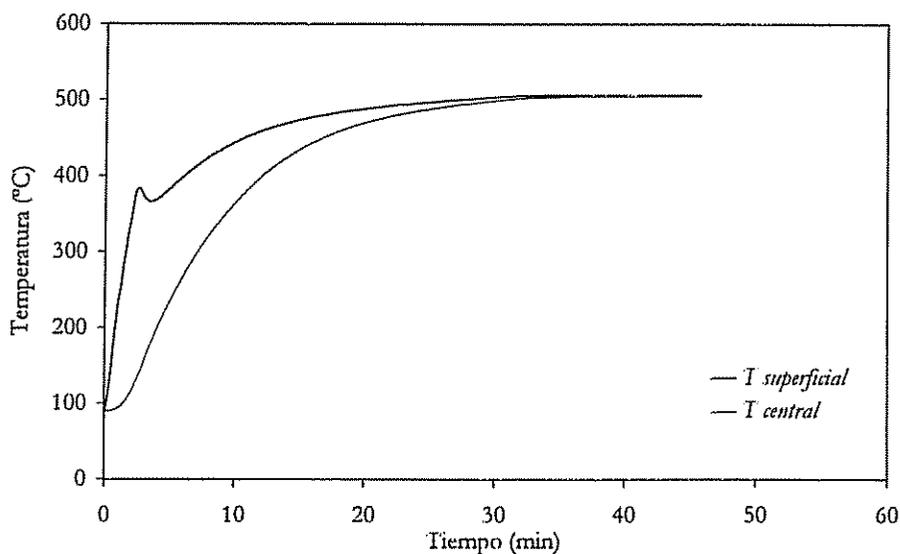


Figura 5.23. Evolución de la temperatura en la superficie y en el centro de la probeta cruda. ($T_{\max}=500$ °C)

Al comparar la evolución de la temperatura en el interior de la pieza tanto cruda como cocida (figura 5.25) se comprueba que el comportamiento es prácticamente idéntico. Esto es debido a que en el intervalo de temperatura considerado en este experimento (hasta 500 °C), las reacciones químicas no son significativas desde el punto de vista térmico. De hecho, si estas reacciones hubieran sido importantes se debería haber detectado una diferencia entre la temperatura central de la pieza cruda (que puede sufrir reacciones químicas) y la temperatura central de la pieza cocida (que ya ha sufrido las reacciones químicas).

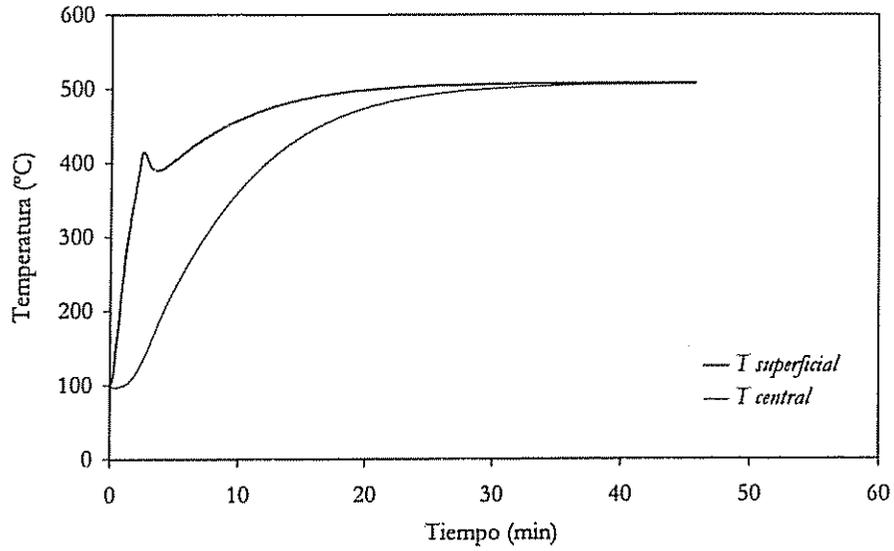


Figura 5.24. Evolución de la temperatura en la superficie y en el centro de la probeta cocida. ($T_{max}=500\text{ °C}$)

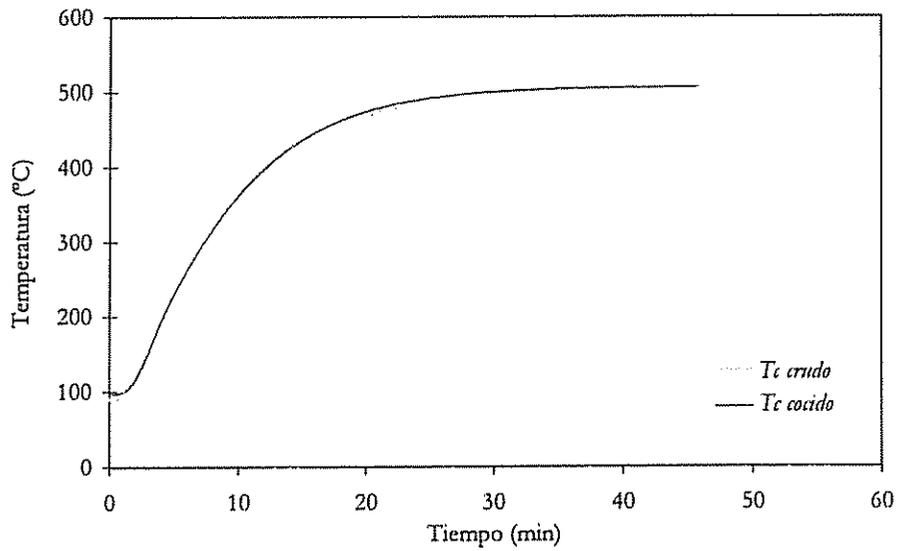


Figura 5.25. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{max}=500\text{ °C}$)

5. Resultados y discusión

En la tabla 5.2 se indica el valor de la conductividad térmica obtenido al llevar a cabo el ajuste de la curva teórica a los datos experimentales. El valor de calor específico fue obtenido de la bibliografía.

El cuadrado del coeficiente de correlación obtenido fue de $R^2=0.9999$, lo cual indica que el ajuste es muy bueno.

Tabla 5.2. **Parámetros térmicos utilizados en el ajuste. $T_{\max}=500$ °C**

Parámetro	Valor
k ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	0.57
c_p ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	1250
R^2	0.9999

En la figura 5.26 se ha representado la evolución de la temperatura teórica en el centro de la probeta junto a la temperatura experimental y la diferencia de temperatura entre ambas. Se comprueba gráficamente el buen ajuste entre los valores teóricos y experimentales, lo que significa que la conductividad térmica y el calor específico pueden considerarse independientes de la temperatura y similares en el caso de un material crudo y un material cocido. Esto no significa que realmente k y c_p sean independientes de la temperatura, sino que es posible considerar un valor medio constante de dichos parámetros.

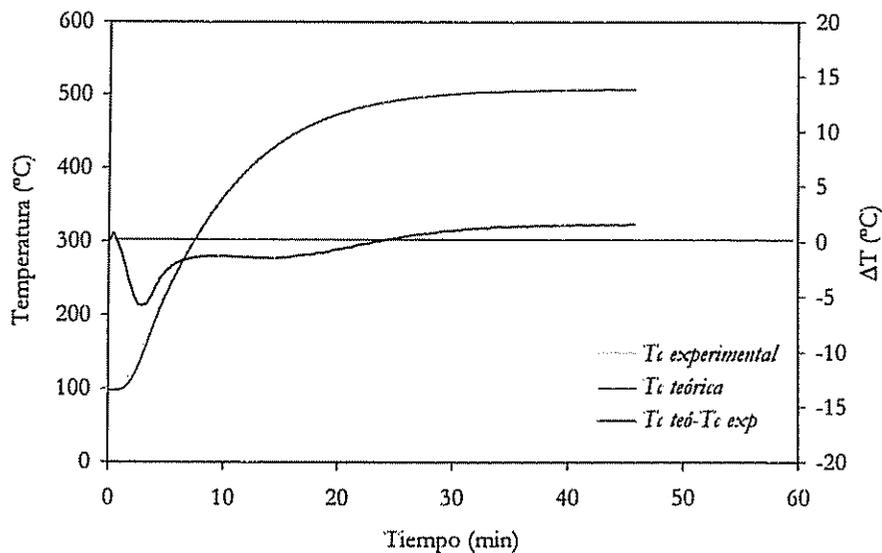


Figura 5.26. Comparación de la temperatura central teórica y experimental en el centro de la probeta cruda. ($T_{\max}=500$ °C)

Para poder obtener la evolución de la temperatura en el centro de la pieza en función del tiempo, es necesario calcular todo el perfil de temperatura en el interior de la pieza.

En la figura 5.27 se ha representado el perfil de temperatura (en forma de curvas isotermas) en una sección de la probeta. El lado izquierdo representa la parte central de la probeta, mientras que el derecho corresponde a la superficie lateral. Debido a la geometría y a las condiciones de contorno del problema, los perfiles de temperatura son simétricos respecto al eje de rotación del cilindro y presentan un plano de simetría, que pasa por el centro de la pieza y es paralelo a las caras superior e inferior del cilindro.

Es destacable que en la parte central de la pieza existe una zona alargada en la que la temperatura es aproximadamente constante. Esto hace que situar un termopar en sentido radial, con el fin de medir la temperatura en el centro de la pieza sea más preciso que situarlo en sentido axial (en sentido axial las isotermas se encuentran más próximas y es más fácil que se produzcan errores de lectura y que el termopar perturbe los perfiles de temperatura).

La diferencia de temperatura entre isotermas sucesivas es de 16 °C. Estas isotermas se concentran cerca del eje de rotación del cilindro y en las proximidades de las caras superior e inferior. Cerca de la superficie lateral de la pieza (lado derecho), las isotermas se encuentran más separadas entre sí, como consecuencia de que el aporte de calor se produce tanto por las caras superior e inferior como por la lateral.

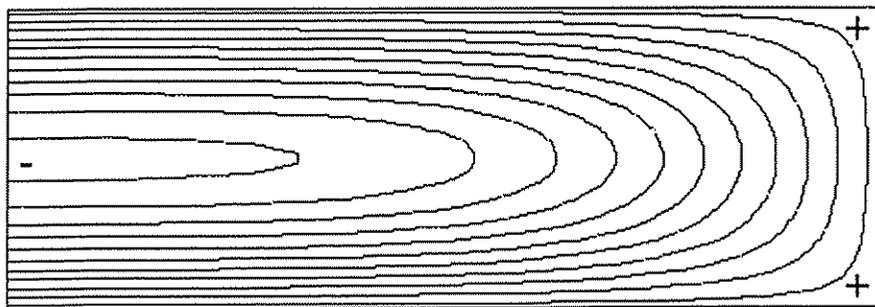


Figura 5.27. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=5$ min, $T_{\min}=226$ °C, $T_{\max}=404$ °C, $\Delta T=16$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

5. Resultados y discusión

A medida que transcurre el tiempo ($t=10$ min, figura 5.28; $t=15$ min, figura 5.29; $t=20$ min, figura 5.30), el número de isotermas disminuye. En la figura 5.23 se observa, que cuando $t=15$ min, prácticamente la temperatura de la superficie de la pieza ha alcanzado el valor máximo y la velocidad de calentamiento es ya bastante baja, mientras que para tiempos mayores la velocidad de calentamiento es todavía menor. La reducción de la velocidad de calentamiento hace que la temperatura en el interior de la pieza se uniformice, disminuyendo con ello el número de isotermas. Sin embargo, la forma del perfil de temperatura es similar en todos los casos.

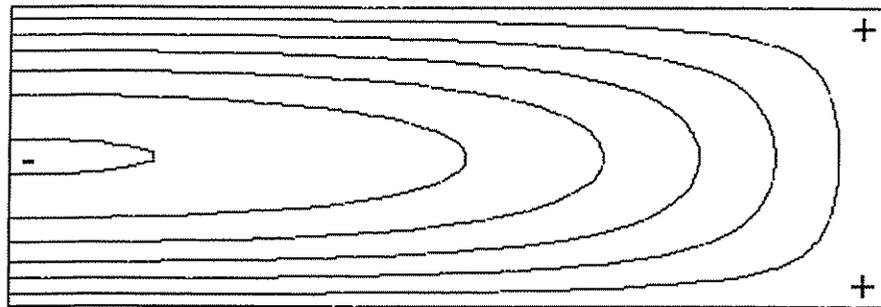


Figura 5.28. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=10$ min, $T_{\min}=360$ °C, $T_{\max}=458$ °C, $\Delta T=16$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

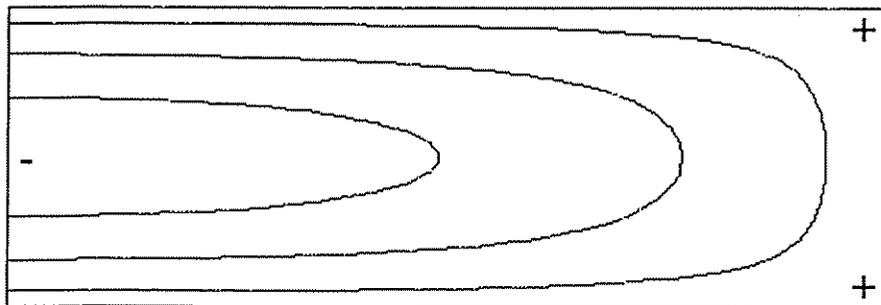


Figura 5.29. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=15$ min, $T_{\min}=435$ °C, $T_{\max}=486$ °C, $\Delta T=16$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

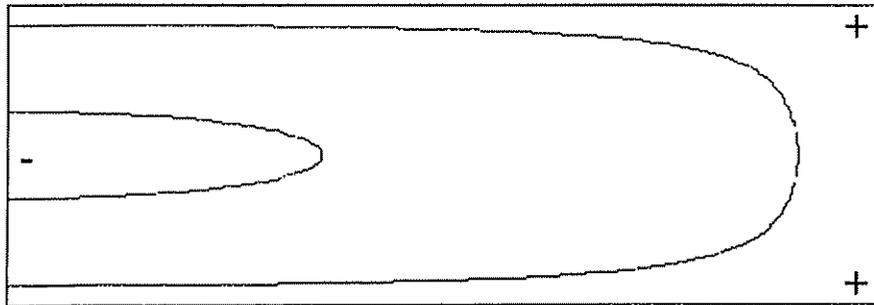


Figura 5.30. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=20$ min, $T_{\min}=474$ °C, $T_{\max}=498$ °C, $\Delta T=16$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

a.2. Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 700 °C

En la figura 5.31 se ha representado la temperatura en el centro de una pieza cruda y de una pieza previamente cocida. A diferencia de lo que ocurría en el caso de trabajar a 500 °C, ahora se observa una diferencia entre ambas curvas. A partir de los resultados obtenidos del ATD, cabe pensar que esta diferencia de temperaturas está relacionada con la eliminación de los grupos OH de los materiales arcillosos (deshidroxilación del material arcilloso), que es una reacción endotérmica.

El ajuste de la temperatura central de la probeta cocida puede llevarse a cabo modificando únicamente el valor de la conductividad térmica; de hecho, al hacer los cálculos, se obtiene un valor de k similar al obtenido cuando el tratamiento térmico se realizó a 500 °C; sin embargo, para reproducir la curva correspondiente al material crudo es necesario tomar en consideración las reacciones químicas que tienen lugar.

En la tabla 5.3 se indican los valores obtenidos al realizar el ajuste de la temperatura teórica en el centro de la pieza a los correspondientes valores experimentales.

El valor de ϕ_1 (fracción de agua de constitución) fue obtenido a partir de la pérdida por calcinación (x_{ppc}), realizada a la temperatura de 1000 °C y del contenido en carbonatos (x_c), expresado éste último como kg de CaCO_3 /kg de sólido seco; mientras que la entalpía de deshidroxilación fue tomada de la bibliografía [6]

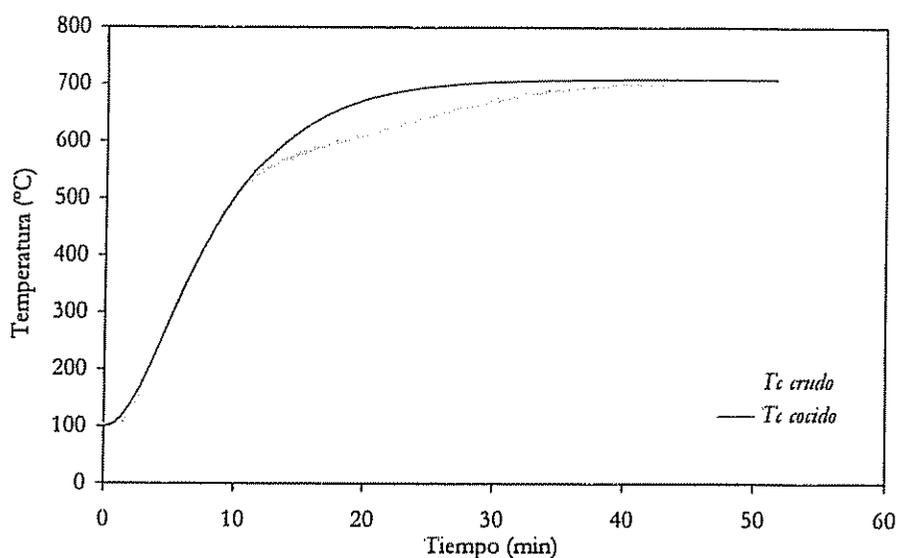


Figura 5.31. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{\max}=700\text{ °C}$)

Los dos únicos valores que se modificaron para tomar en consideración la reacción química de deshidroxilación del material arcilloso fueron las temperaturas T_{-1} y T^*_1 . Aunque T_{-1} se interpreta como la temperatura de comienzo de la reacción química y T^*_1 como la temperatura de finalización de la misma, hay que tener en cuenta que esto es así para el caso en que la cinética adopte la forma sencilla propuesta por la ecuación (5.2.19):

$$\xi_i(\theta_i) = (3\theta_i^2 - 2\theta_i^3)[Y(\theta_i) - Y(\theta_i - 1)] + Y(\theta_i - 1) \quad (5.3.15)$$

La ecuación anterior sólo constituye una aproximación y, por tanto, los valores calculados de T_{-1} y T^*_1 no tienen porqué coincidir exactamente con las temperaturas reales de inicio y finalización de la reacción.

Los valores de T_{-1} y T^*_1 así como los demás parámetros térmicos utilizados en el cálculo de la temperatura interna de la pieza cruda se muestran en la tabla 5.3. El cuadrado del coeficiente de correlación obtenido fue de $R^2=0.9997$, lo que indica un buen acuerdo entre los resultados calculados y los valores experimentales.

Tabla 5.3. Parámetros térmicos utilizados en el ajuste. $T_{\max}=700\text{ }^{\circ}\text{C}$

Parámetro	Valor
k ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	0.57
c_p ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	1250
ϕ_1	0.042
T_{*1} ($^{\circ}\text{C}$)	510
T_1^* ($^{\circ}\text{C}$)	700
H^0_1 (kJ kg^{-1})	5400
R^2	0.9997

En la figura 5.32 se han representado las temperaturas teórica y experimental en función del tiempo, así como la diferencia entre ambas. El acuerdo entre los valores teóricos y los medidos experimentalmente es bueno, lográndose explicar la disminución de la temperatura en la parte central de la pieza como consecuencia de las reacciones químicas.

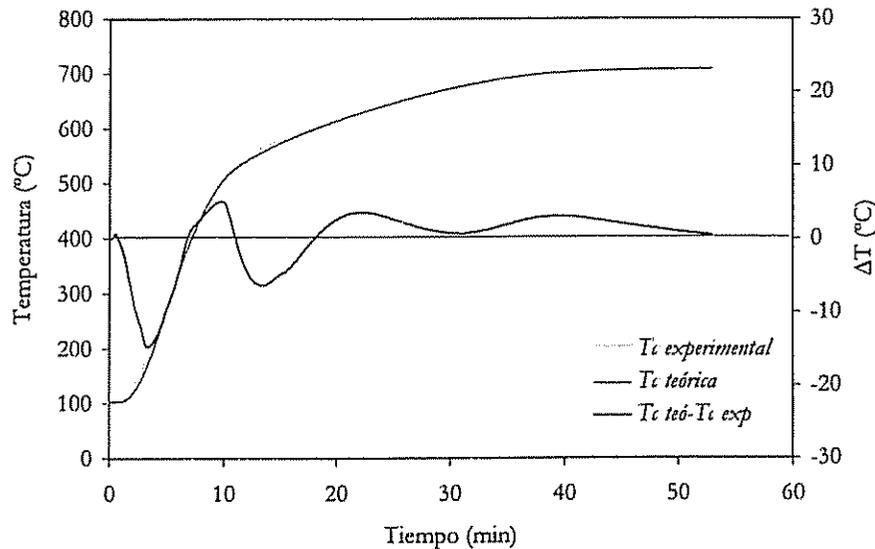


Figura 5.32. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{\max}=700\text{ }^{\circ}\text{C}$)

El efecto de las reacciones químicas también se puede analizar utilizando el perfil de temperatura en el interior de la pieza, en un instante en el que se están produciendo las reacciones químicas. En la figura 5.33 se muestra el perfil de temperatura a los 15 min del comienzo del tratamiento térmico, con la probeta

inicialmente cruda, mientras que en la figura 5.34 se muestra el perfil en el mismo instante, pero con la probeta inicialmente cocida.

Las reacciones químicas endotérmicas tienen como consecuencia la disminución de α^* (ecuación 5.2.22), con lo cual la *resistencia* opuesta a la transmisión de calor aumenta, el número de isotermas se hace mayor y la temperatura en el centro de la probeta disminuye.

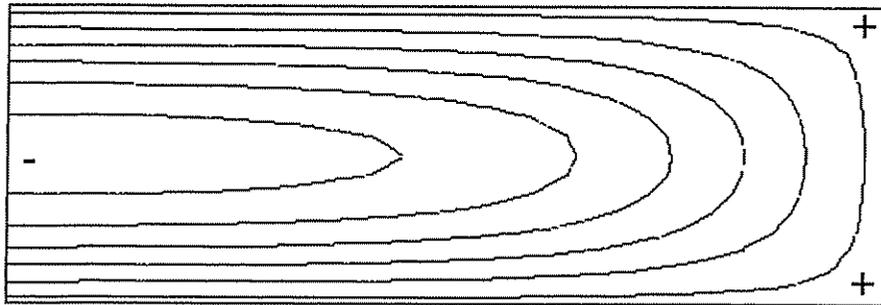


Figura 5.33. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=15$ min, $T_{\min}=578$ °C, $T_{\max}=685$ °C, $\Delta T=18$ °C). Probeta inicialmente cruda. Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

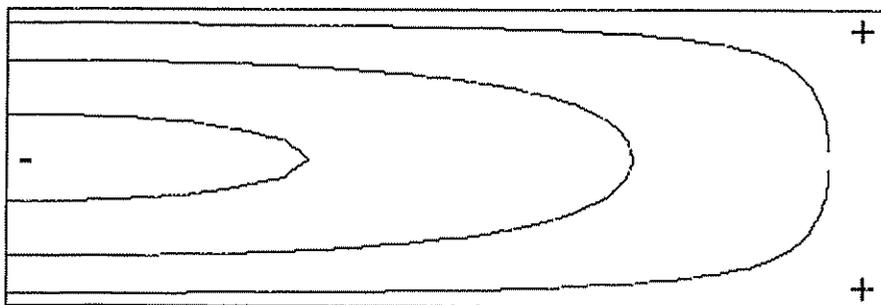


Figura 5.34. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=15$ min, $T_{\min}=630$ °C, $T_{\max}=685$ °C, $\Delta T=18$ °C). Probeta inicialmente cocida. Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

a.3. Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 900 °C

En la figura 5.35 se muestra la temperatura en el centro de una probeta cruda y de una probeta previamente cocida. La temperatura máxima a la que se realizó el tratamiento térmico fue de 900 °C. Al igual que había ocurrido al realizar el

experimento a 700 °C, se observa una diferencia entre la curva que corresponde a la temperatura en el punto central de la probeta cruda y la temperatura central de la probeta cocida.

De los resultados obtenidos con el ATD se comprueba que, cuando el tratamiento térmico se realiza a 900 °C no sólo interviene la reacción química de deshidroxilación del material arcilloso, sino que es necesario considerar la descomposición de los carbonatos.

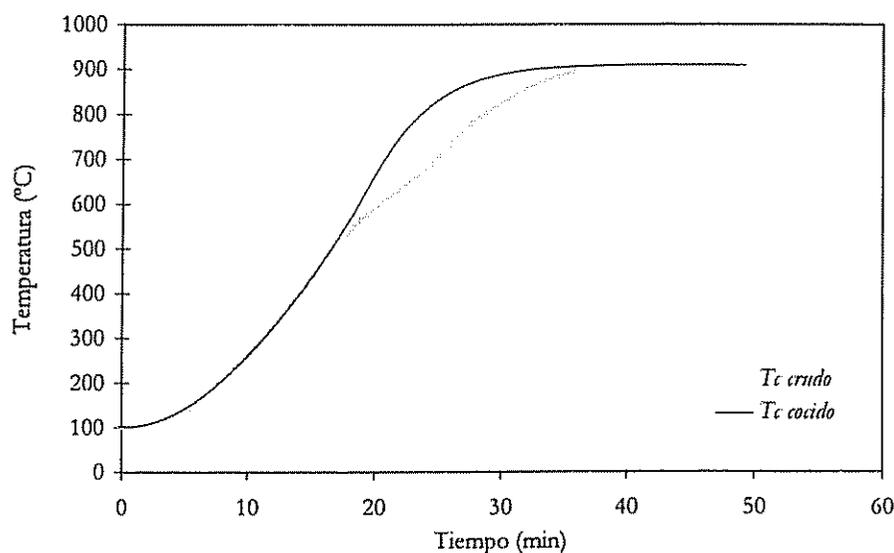


Figura 5.35. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{\max}=900$ °C)

En la tabla 5.4 se han representado los parámetros utilizados para calcular la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda en función del tiempo. Los valores de k , c_p , ϕ_1 , T_{*1} y T^*_1 fueron los mismos que los que se utilizaron para calcular la evolución de la temperatura en el centro de la pieza cruda trabajando a $T_{\max}=700$ °C.

ϕ_2 fue determinado a partir del análisis químico del material (contenido en carbonatos), mientras que H^{02} fue obtenido de la bibliografía. Como en el caso anterior, sólo quedó por determinar los valores de T_{*2} y T^*_2 (comienzo y finalización de la descomposición de los carbonatos).

El cuadrado del coeficiente de correlación obtenido al llevar a cabo el ajuste fue de $R^2=0.9994$, lo que muestra un buen acuerdo entre los valores teóricos y los experimentales.

Tabla 5.4. Parámetros térmicos utilizados en el ajuste. $T_{\max}=900\text{ }^{\circ}\text{C}$

Parámetro	Valor
k ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	0.57
c_p ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	1250
ϕ_1	0.042
T_{*1} ($^{\circ}\text{C}$)	510
T^{*1} ($^{\circ}\text{C}$)	700
H^{01} (kJ kg^{-1})	5400
ϕ_2	0.0263
T_{*2} ($^{\circ}\text{C}$)	700
T^{*2} ($^{\circ}\text{C}$)	900
H^{02} (kJ kg^{-1})	1784
R^2	0.9994

En la figura 5.36 se muestran los valores experimentales y los teóricos de la temperatura en el centro de la pieza en función del tiempo. La concordancia entre las dos curvas no es tan buena como en los casos precedentes; no obstante, el modelo propuesto es capaz de explicar la mayor parte de la disminución de la temperatura debida a las reacciones químicas.

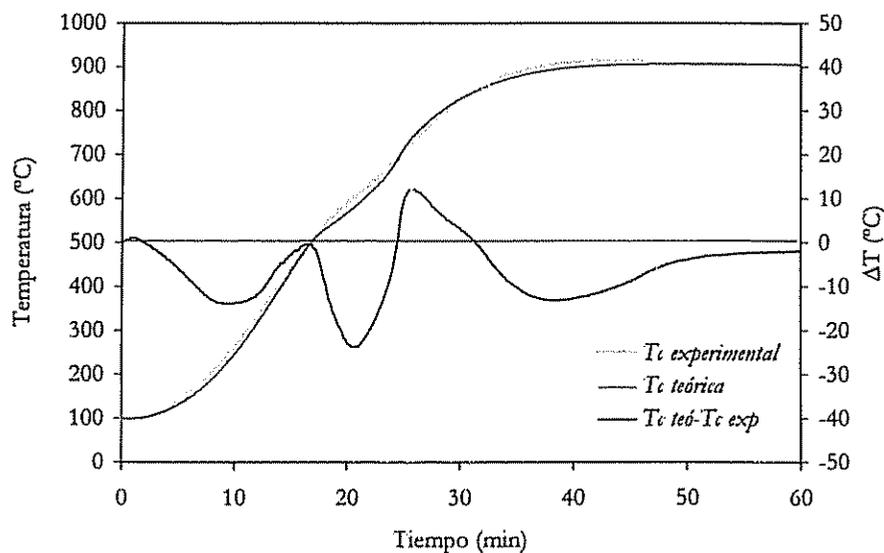


Figura 5.36. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{\max}=900\text{ }^{\circ}\text{C}$)

a.4. Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 1100 °C

La figura 5.37 presenta la evolución de la temperatura en la parte central de las probetas cruda y cocida. La existencia de reacciones químicas juega un papel relevante, haciendo que la curva de temperatura central de la probeta cruda esté por debajo de la temperatura central de la probeta cocida.

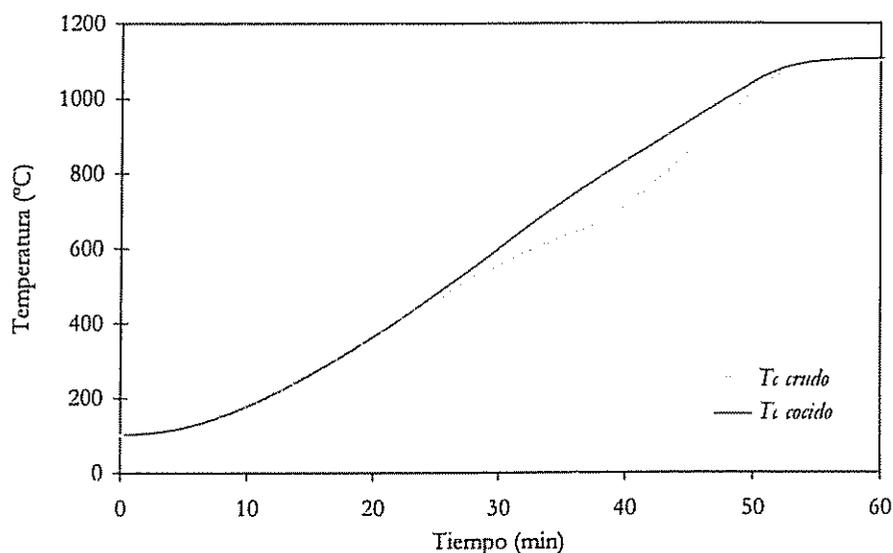


Figura 5.37. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{\max}=1100$ °C)

En la tabla 5.5 se indican los parámetros utilizados para calcular la evolución de la temperatura en el centro de la probeta en función del tiempo. De los datos del ATD, se desprende que no existe ninguna reacción importante (desde el punto de vista térmico) entre 900 y 1100 °C; por ello se pensó en utilizar el mismo conjunto de parámetros que ya se había empleado para analizar la temperatura en el centro de la probeta cruda tratada a 900 °C.

El cuadrado del coeficiente de correlación obtenido fue de $R^2=0.9991$, ligeramente inferior al obtenido trabajando a 900 °C.

La figura 5.38 representa la evolución de las temperaturas teórica y experimental en el centro de una probeta cruda, junto a la diferencia entre ambas curvas. Puede comprobarse que es posible explicar la mayor parte del

5. Resultados y discusión

descenso de temperatura que se produce como consecuencia de las reacciones químicas.

Tabla 5.5. Parámetros térmicos utilizados en el ajuste. $T_{\max}=1100\text{ }^{\circ}\text{C}$

Parámetro	Valor
$k\text{ (W m}^{-1}\text{ K}^{-1}\text{)}$	0.57
$c_p\text{ (J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}\text{)}$	1250
ϕ_1	0.042
$T_{*1}\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	510
$T^*_1\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	700
$H^{0_1}\text{ (kJ kg}^{-1}\text{)}$	5400
ϕ_2	0.0263
$T_{*2}\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	700
$T^*_2\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	900
$H^{0_2}\text{ (kJ kg}^{-1}\text{)}$	1784
R^2	0.9991

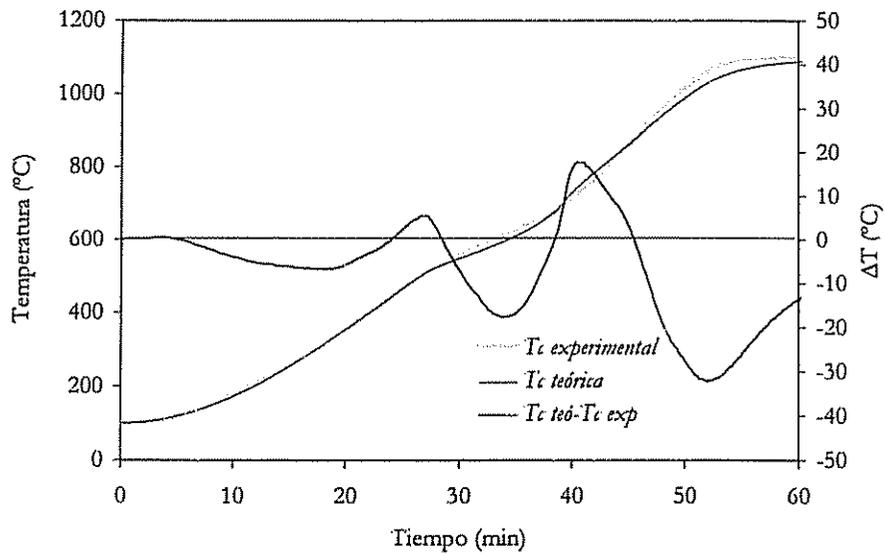


Figura 5.38. Comparación de la temperatura central teórica y experimental en el centro de la probeta cruda. ($T_{\max}=1100\text{ }^{\circ}\text{C}$)

b. Ensayos realizados con probetas de porosa

Se establecieron 4 temperaturas máximas de trabajo: 500, 700, 900 y 1100 $^{\circ}\text{C}$. Las velocidades de calentamiento para cada temperatura máxima se

determinaron siguiendo los mismos criterios utilizados en el caso de las probetas de gres. Las velocidades seleccionadas se resumen en la tabla 5.6.

A la temperatura de 1100 °C fue necesario disminuir la velocidad de calentamiento hasta 40 °C min⁻¹ con el fin de evitar la rotura de las piezas como consecuencia de las contracciones diferenciales producidas durante la sinterización; con todo, la menor contracción lineal que presentan las composiciones de porosa respecto a las de gres, permitió trabajar a una velocidad de calentamiento mayor que en el caso del gres.

Tabla 5.6. Velocidades de calentamiento medias utilizadas en los diferentes ensayos

T_{\max} (°C)	\dot{T} (°C min ⁻¹)
500	~80
700	~80
900	~80
1100	40

b.1. Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 500 °C

En la figura 5.39 se ha representado la evolución de la temperatura en función del tiempo en la superficie de la pieza cruda y en el interior de la misma. La disminución de la temperatura de la superficie de la pieza al alcanzar la temperatura de consigna se debe al sistema de control del horno.

En la figura 5.40 se ha representado la temperatura de la superficie de la pieza ya cocida y la del interior de la misma.

Si se compara la evolución de la temperatura en el interior de la pieza tanto en la pieza cruda como cocida (figura 5.41), se comprueba que el comportamiento es prácticamente idéntico. Esto significa que, al igual que lo que ocurría con la composición de gres, por debajo de 500 °C se puede considerar que las reacciones químicas no son significativas desde el punto de vista térmico.

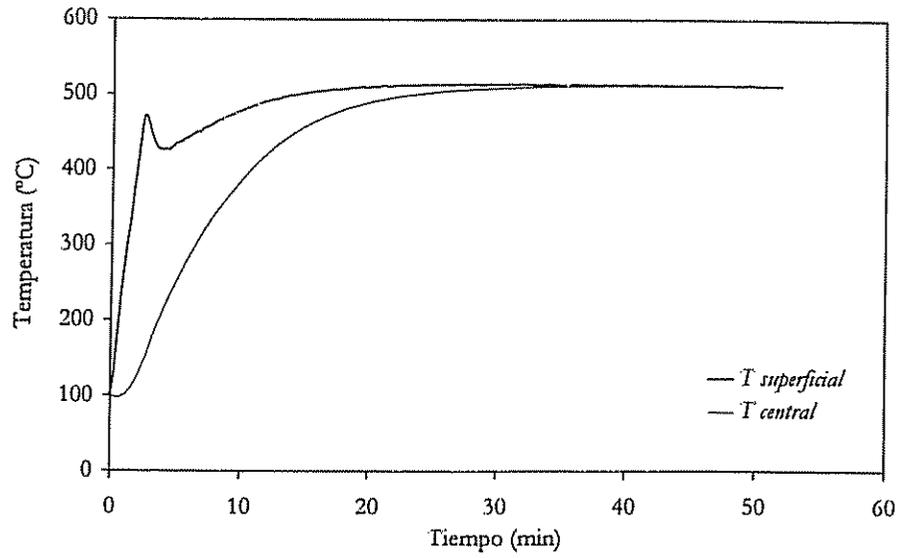


Figura 5.39. Evolución de la temperatura en la superficie y en el centro de la probeta cruda. ($T_{max}=500\text{ }^{\circ}\text{C}$)

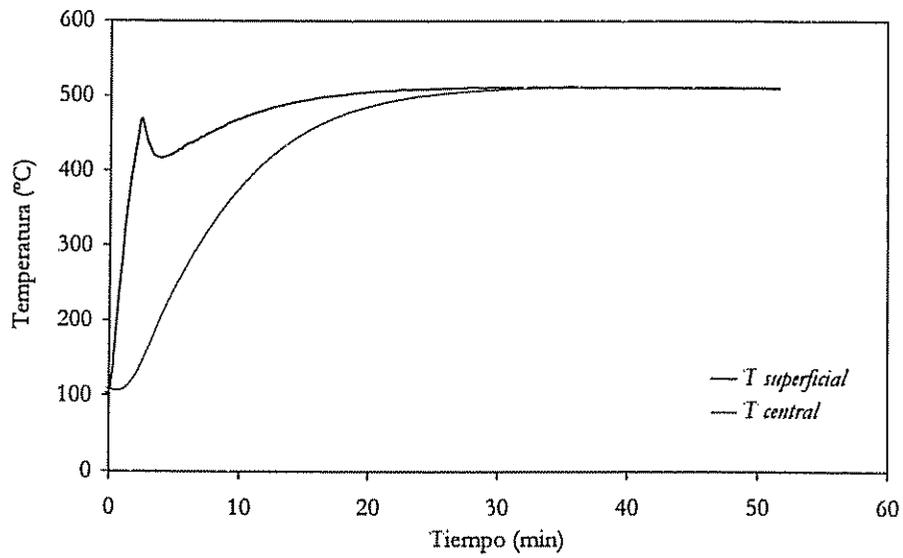


Figura 5.40. Evolución de la temperatura en la superficie y en el centro de la probeta cocida. ($T_{max}=500\text{ }^{\circ}\text{C}$)

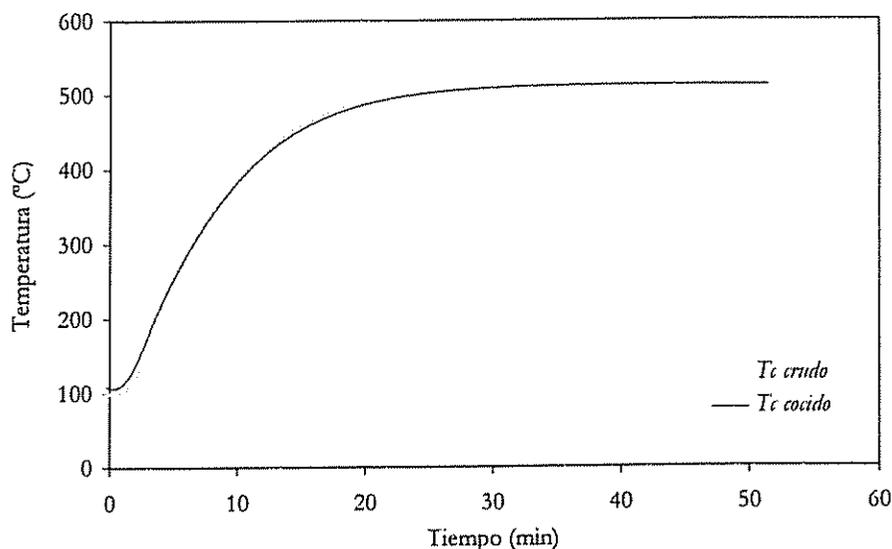


Figura 5.41. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{\max}=500\text{ °C}$)

En la figura 5.42 se ha representado la temperatura experimental y la teórica en el interior de la probeta cruda así como la diferencia entre ambas. El valor del calor específico ha sido tomado de la bibliografía, mientras que la conductividad térmica se ha calculado a partir del ajuste de los resultados teóricos a los datos experimentales. En la tabla 5.7 se recogen los valores utilizados en el ajuste. El cuadrado del coeficiente de correlación obtenido fue de $R^2=0.9999$.

Tabla 5.7. Parámetros térmicos utilizados en el ajuste. $T_{\max}=500\text{ °C}$

Parámetro	Valor
k ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	0.57
c_p ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	1250
R^2	0.9999

La buena concordancia entre los datos experimentales y los valores calculados confirma que es posible considerar una conductividad térmica (k) y calor específico (c_p) constantes (independientes de la temperatura).

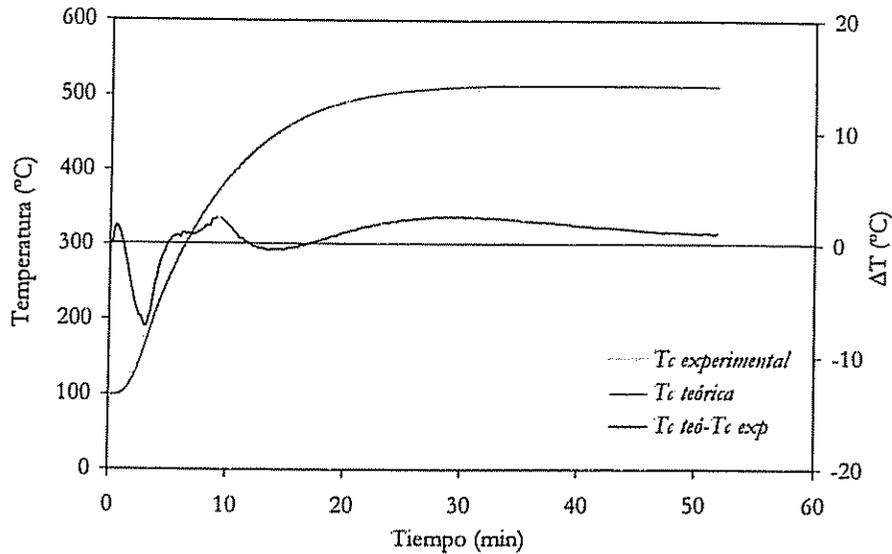


Figura 5.42. Comparación de la temperatura central teórica y experimental en el centro de la probeta cruda. ($T_{max}=500\text{ }^{\circ}\text{C}$)

b.2. Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 700 °C

En la figura 5.43 se observa la evolución de la temperatura en el centro de una probeta cruda y de una probeta que previamente había sufrido un tratamiento térmico a una temperatura máxima de 700 °C.

Se comprueba que existe una diferencia entre ambas curvas. Esta diferencia de temperaturas se encuentra en el rango en el que se produce la deshidroxilación del material arcilloso. Al igual que en el caso de la composición de gres, para prever la evolución de la temperatura central de la probeta cruda fue necesario tener en cuenta esta reacción química.

En la tabla 5.8 se muestran los valores obtenidos al realizar el ajuste de la temperatura teórica en el centro de la probeta a los valores experimentales.

El valor de ϕ_1 (kg de agua de constitución/kg de sólido seco) fue obtenido, como en el caso de la composición de gres, a partir de la pérdida por calcinación (x_{ppe}) realizada a 1000 °C y a partir del contenido en carbonatos (x_c). El valor de la entalpía de la reacción fue tomado de la bibliografía [6].

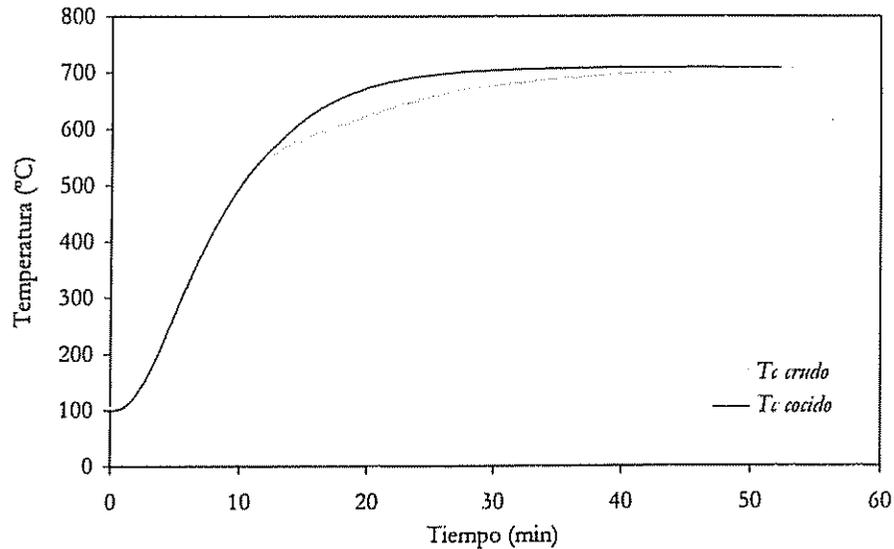


Figura 5.43. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{\max}=700\text{ °C}$)

Los dos únicos valores obtenidos por ajuste a partir de los datos experimentales fueron las temperaturas de comienzo ($T_{\cdot 1}$) y de finalización (T^*_1) de la reacción.

El cuadrado del coeficiente de correlación obtenido fue de $R^2=0.9984$, lo que indica un buen acuerdo entre los resultados calculados y los valores experimentales. Asimismo, cabe indicar que las temperaturas $T_{\cdot 1}$ y T^*_1 que condujeron a un mejor ajuste fueron las mismas que se obtuvieron en el caso de la composición de gres.

Tabla 5.8. Parámetros térmicos utilizados en el ajuste. $T_{\max}=700\text{ °C}$

Parámetro	Valor
k ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	0.57
c_p ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	1250
ϕ_1	0.046
$T_{\cdot 1}$ ($^{\circ}\text{C}$)	510
T^*_1 ($^{\circ}\text{C}$)	700
H^0_1 (kJ kg^{-1})	5400
R^2	0.9984

5. Resultados y discusión

En la figura 5.44 se muestra la temperatura teórica y la experimental en el interior de una probeta en función del tiempo, así como la diferencia entre ambas. Las temperaturas teórica y experimental son similares entre sí, lográndose explicar la mayor parte de la influencia de las reacciones químicas sobre la temperatura interna de las probetas.

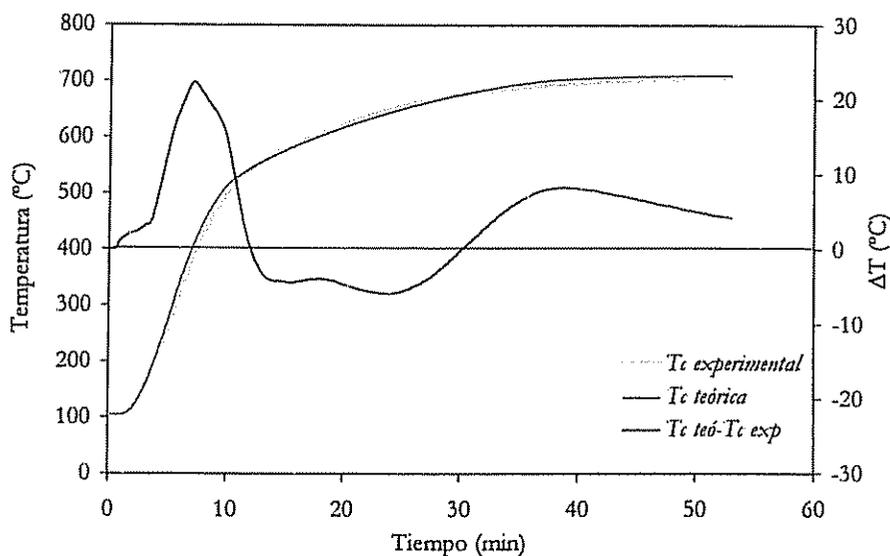


Figura 5.44. Comparación de la temperatura central teórica y experimental en el centro de la probeta cruda. ($T_{\max}=700$ °C)

b.3. Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 900 °C

La figura 5.45 muestra los valores de la temperatura en el centro de una probeta cruda y de una probeta cocida. Como se había visto en el caso del ensayo realizado a 700 °C, existe una diferencia importante entre ambas curvas.

Los resultados obtenidos con el ATD indican que, además de considerar la deshidroxilación del material arcilloso, es necesario tener en cuenta la descomposición de los carbonatos.

En la tabla 5.9 se indican los parámetros utilizados para llevar a cabo el ajuste de la temperatura central teórica a los valores experimentales. Los valores de k , c_p , T^*_1 y T^*_2 fueron los mismos ya utilizados en el ensayo realizado a 700 °C. ϕ_2 fue determinado a partir del análisis químico del material (contenido en carbonatos); mientras que H^0_2 fue obtenido de la bibliografía.

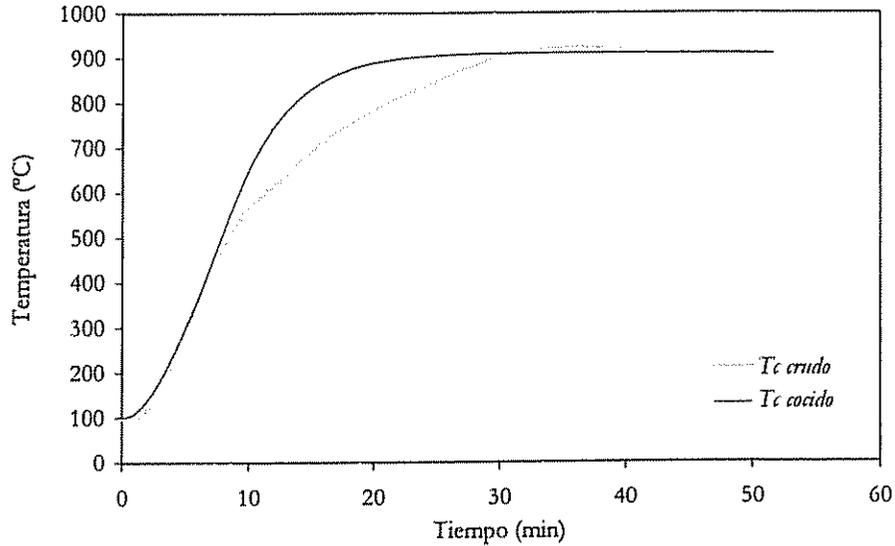


Figura 5.45. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{\max}=900\text{ }^{\circ}\text{C}$)

Los valores de T^*_2 y T^*_1 son similares a los que se obtuvieron trabajando con la composición de gres, aunque hay que indicar que en el caso de la composición de porosa T^*_2 es ligerante superior.

El cuadrado del coeficiente de correlación obtenido fue $R^2=0.9972$, que indica un buen acuerdo entre los valores calculados y los experimentales.

Tabla 5.9. Parámetros térmicos utilizados en el ajuste. $T_{\max}=900\text{ }^{\circ}\text{C}$

Parámetro	Valor
k ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	0.57
c_p ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	1250
ϕ_1	0.046
T^*_{*1} ($^{\circ}\text{C}$)	510
T^*_1 ($^{\circ}\text{C}$)	700
H^0_1 (kJ kg^{-1})	5400
ϕ_2	0.1259
T^*_{*2} ($^{\circ}\text{C}$)	700
T^*_2 ($^{\circ}\text{C}$)	950
H^0_2 (kJ kg^{-1})	1784
R^2	0.9972

En la figura 5.46 puede verse la evolución de la temperatura medida experimentalmente en el centro de la pieza y la temperatura calculada teóricamente, junto a la diferencia entre ambas.

El acuerdo, en general, es bueno. Únicamente aparece una discrepancia entre las dos temperaturas en la zona final del calentamiento. No están claras las razones por las cuales aparece esta diferencia, aunque da la impresión de que la simplicidad del modelo cinético utilizado no permite tomar en consideración de forma completa el comportamiento térmico del material.

En cualquier caso, el resultado es suficientemente preciso para los cálculos que se desean realizar, especialmente teniendo en cuenta la precisión con la que se conocen otros parámetros en un horno industrial.

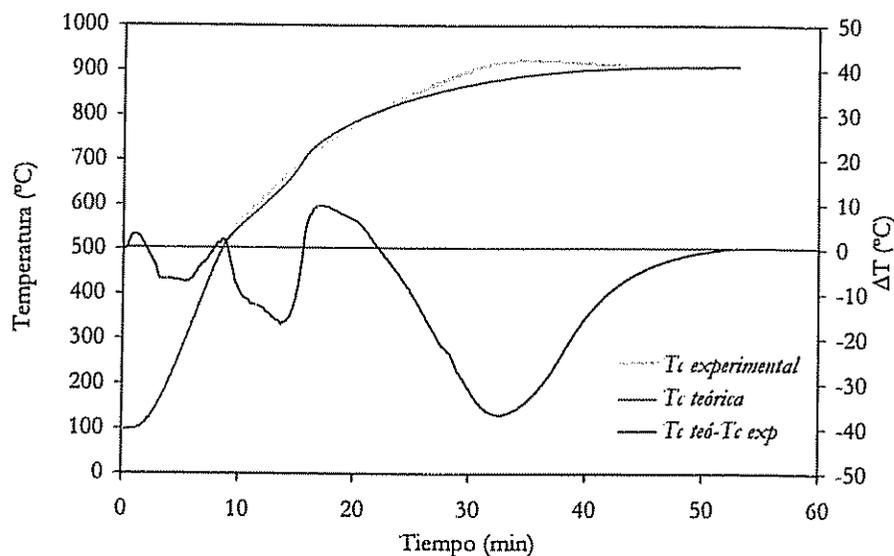


Figura 5.46. Comparación de la temperatura central teórica y experimental en el centro de la probeta cruda. ($T_{\max}=900$ °C)

b.4. Ensayos realizados hasta la temperatura máxima de 1100 °C

A diferencia de los ensayos anteriores realizados con la composición de monococción porosa, en este caso no fue posible trabajar a la máxima velocidad de calentamiento (~ 80 °C min^{-1}) debido a que en estas condiciones, las diferencias de temperatura en el interior de la pieza conducían a diferencias de

contracción muy importantes y se producía la rotura de las piezas como consecuencia de ello. Por esto se eligió una velocidad de calentamiento de $40\text{ }^{\circ}\text{C}\text{ min}^{-1}$.

La figura 5.47 muestra la evolución de la temperatura en el interior de una probeta inicialmente cruda, y de la misma probeta cuando ésta ha sufrido previamente un tratamiento térmico a una temperatura máxima de $1100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

La curva de temperatura interna muestra el típico comportamiento ya observado al trabajar a 700 y $900\text{ }^{\circ}\text{C}$: la temperatura en el centro de la pieza cuando ésta se encuentra inicialmente cruda es menor que la temperatura del centro de la probeta si ésta ha sufrido previamente un tratamiento térmico. Sin embargo, se observa que la pendiente de la curva de temperatura del material crudo, cerca de la temperatura máxima, es superior a la pendiente del material cocido. Esto puede indicar la presencia de alguna reacción exotérmica que no aparecía en el caso del gres.

Los resultados del ATD indican que, en torno a $890\text{ }^{\circ}\text{C}$ existe un pico exotérmico que corresponde a la cristalización de fases cálcicas. Este pico se encuentra mal definido y, en la bibliografía consultada, no se han encontrado datos acerca de la entalpía de tales reacciones químicas. Esto se complica como consecuencia de que no se trata únicamente de una reacción química, sino más bien de un conjunto de reacciones químicas. Todo ello hace que también sea difícil la evaluación de ϕ_3 .

El estudio de esta reacción (o conjunto de reacciones) se realizó de forma diferente. Vale la pena recordar que, según la ecuación 5.2.22, el término de entalpía de una reacción química entra en la ecuación formando parte del producto $\phi_3 H^0_3$, ambos parámetros difíciles de determinar. Se optó por realizar el ajuste de los datos de temperatura interna modificando no sólo T_{*3} y T^*_3 , sino también $\phi_3 H^0_3$, de esta forma fue posible establecer un valor aproximado de $\phi_3 H^0_3$.

En la tabla 5.10 se muestran los parámetros utilizados para calcular la evolución de la temperatura en el centro de la probeta en función del tiempo. Los valores utilizados de k , c_p y los correspondientes a las dos primeras reacciones químicas (deshidroxilación del material arcilloso y descomposición de carbonatos) fueron tomados de los resultados del ensayo realizado a $900\text{ }^{\circ}\text{C}$.

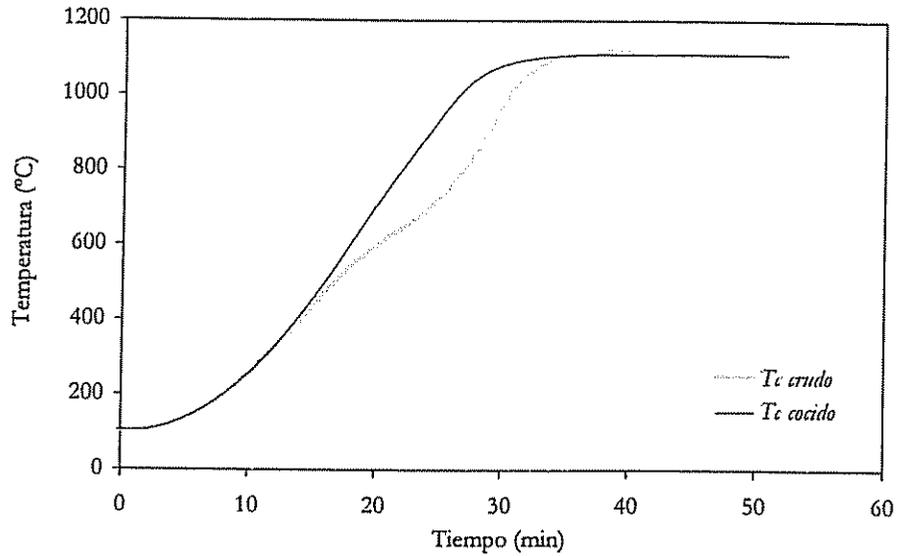


Figura 5.47. Comparación de la evolución de la temperatura en el centro de la probeta cruda y cocida. ($T_{\max}=1100\text{ °C}$)

El ajuste es bueno, obteniéndose un coeficiente de correlación de $R^2=0.9991$.

Tabla 5.10. Parámetros térmicos utilizados en el ajuste. $T_{\max}=1100\text{ °C}$

Parámetro	Valor
k ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	0.57
c_p ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	1250
ϕ_1	0.046
T_{*1} ($^{\circ}\text{C}$)	510
T^*_1 ($^{\circ}\text{C}$)	700
H^0_1 (kJ kg^{-1})	5400
ϕ_2	0.1259
T_{*2} ($^{\circ}\text{C}$)	700
T^*_2 ($^{\circ}\text{C}$)	950
H^0_2 (kJ kg^{-1})	1784
$\phi_3 H^0_3$ (kJ kg^{-1})	-92
T_{*3} ($^{\circ}\text{C}$)	850
T^*_3 ($^{\circ}\text{C}$)	1150
R^2	0.9991

En la figura 5.48 se muestra la temperatura teórica y experimental en función del tiempo y la diferencia entre ambas. Se observa que el acuerdo entre los valores calculados y los datos experimentales es bastante bueno, aunque en general se comprueba que los ajustes a elevada temperatura (900 y 1100 °C) no son tan precisos como los obtenidos a temperaturas inferiores.

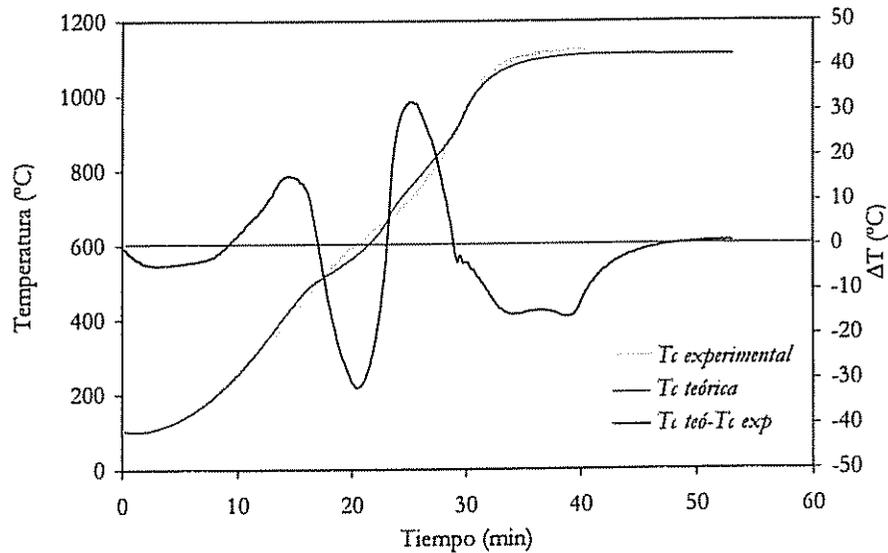


Figura 5.48. Comparación de la temperatura central teórica y experimental en el centro de la probeta cruda. ($T_{\max}=1100$ °C)

5.3.2. Determinación de los parámetros viscoelásticos

La segunda parte del modelo propuesto utiliza los datos de la distribución de temperatura en el interior de la pieza para calcular las deformaciones y tensiones en la pieza. Como ya se ha comentado, la relación entre las deformaciones (o velocidad de deformación) y las tensiones constituye la ley de comportamiento. Estas leyes de comportamiento dependen de una serie de parámetros, que deben ser determinados experimentalmente.

En el presente apartado se analiza el método utilizado para la determinación de los parámetros que aparecen en las ecuaciones de viscoelasticidad no lineal (ecuación 5.2.54).

5. Resultado y discusión

El objetivo último perseguido con el presente trabajo es tratar de predecir las deformaciones que se producen en las baldosas cerámicas durante la cocción, que es un proceso dinámico en el que la naturaleza química y las propiedades físicas van cambiando continuamente.

Sería conveniente poder disponer de un método que pudiera determinar, durante la cocción, todos los parámetros viscoelásticos. En la bibliografía consultada no se han encontrado referencias de métodos que permitan obtener estos parámetros en un proceso en el que la temperatura varía y, aunque la técnica de ultrasonidos ofrece la posibilidad de medir de forma rápida el módulo de elasticidad, este dato por sí solo es insuficiente para explicar el comportamiento mecánico de las baldosas cerámicas durante la cocción.

Los ensayos de relajación realizados a alta temperatura, al igual que otros tipos de ensayos mecánicos como los de fluencia, exigen que la temperatura se mantenga estable durante la realización del ensayo. Aparecen de inmediato dos dificultades:

- En los ensayos mecánicos la fuerza se aplica sobre la pieza (probeta) cuando la temperatura es estable; mientras que, en la cocción industrial, sobre baldosa aparecen esfuerzos tanto en el calentamiento como en el enfriamiento. Durante el proceso de cocción de las baldosas, la temperatura no es uniforme en el interior de las mismas y los perfiles de temperatura varían con el tiempo.
- La microestructura del material cambia, incluso a temperatura constante, como consecuencia de la sinterización.

Con todas las limitaciones comentadas anteriormente queda claro que la determinación precisa de las propiedades viscoelásticas a una determinada temperatura a escala de laboratorio es difícil y, lo que es más importante, la extrapolación al proceso industrial es sólo aproximada.

5.3.2.1. Descripción del ensayo

El montaje experimental ha sido descrito con cierto detalle en el apartado 4.2.9.

El ensayo consiste en aplicar un cierto esfuerzo a una probeta prismática de sección rectangular hasta lograr una determinada deformación (δ_0). A continuación se registra el valor de la fuerza que es necesario aplicar para mantener dicha deformación. Esta fuerza sería constante si el material fuera perfectamente elástico, mientras que disminuiría a medida que transcurre el tiempo si existieran fenómenos de relajación. Los resultados obtenidos en este ensayo muestran el aspecto indicado en la figura 5.49

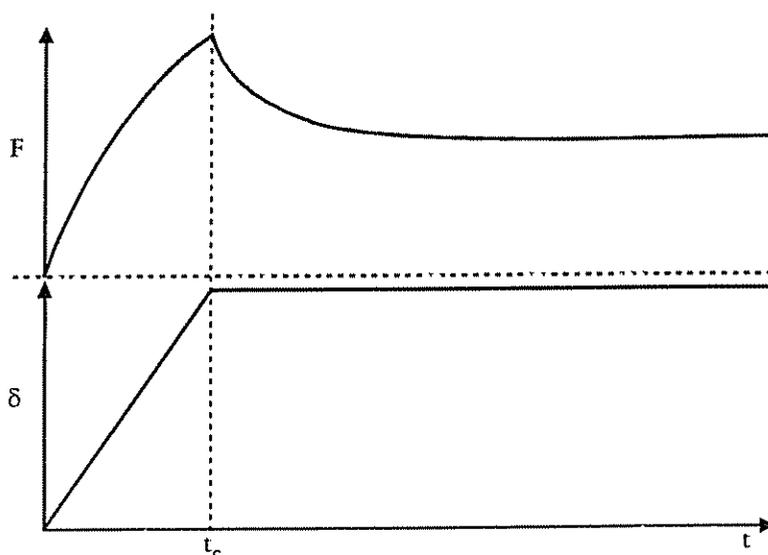


Figura 5.49. Aspecto típico de la evolución de la fuerza y la deformación (flecha) en función del tiempo

La forma de dicha figura depende del valor de los parámetros viscoelásticos que aparecen en la ecuación 5.2.54, de forma que, en líneas generales se puede decir que:

- Cuando E aumenta, se incrementa la pendiente de la representación de $F=F(t)$ en el intervalo de tiempo en que se está incrementando la carga $[0, t_c]$.
- Cuando A aumenta, también lo hace la velocidad de deformación viscosa y la caída de F a partir del tiempo t_c es más acusada.
- En cierta medida, la influencia de n es similar a la de A . Cuando n aumenta, la velocidad de deformación aumenta y la pendiente de la curva $F=F(t)$ poco después de t_c es mayor (en valor absoluto). Sin

embargo, existe una diferencia fundamental entre la influencia de A y la de n . Al aumentar A , el valor de la velocidad de deformación es mayor para cualquier valor de la tensión σ , mientras que al incrementarse n aumenta sobre todo la velocidad de deformación para valores elevados de la tensión. Disminuyendo A y aumentando n se tiene un comportamiento caracterizado por la rápida relajación de las tensiones al principio y por una lenta relajación para tiempos largos.

- Al aumentar el valor de b , disminuye la velocidad de deformación por fluencia, tal y como puede observarse en la ecuación 5.2.54; ahora bien, esta disminución es más importante a medida que es mayor la propia deformación por fluencia. Esto hace que cuando los materiales han sufrido una deformación importante se comporten de forma más *rigida*.

En determinadas circunstancias, en los ensayos de relajación, es difícil separar la influencia que juegan los diferentes parámetros; de forma que, por ejemplo, los datos de un único experimento de relajación pueden ser ajustados por varias combinaciones de valores de A , n y b . Es necesario realizar numerosos experimentos para diferentes valores de deformación máxima con el fin de determinar de forma más precisa el valor de estos parámetros.

5.3.2.2. Tratamiento numérico

Cuando una probeta es sometida a un ensayo de flexión, en su interior se genera un campo de tensiones que depende de la posición. Este hecho, unido a la forma de la ley de comportamiento utilizada, hace que no se disponga de un método analítico que indique la fuerza de reacción en función del tiempo y del valor de los parámetros viscoelásticos.

Es necesario recurrir a un método numérico para resolver el problema. El método numérico empleado es similar al utilizado para calcular las deformaciones de la pieza a partir de la distribución de temperatura en el interior del sólido.

En la figura 5.50.a se ha representado esquemáticamente una pieza (considerada como una barra), sometida a un ensayo de flexión en cuatro puntos (en esta figura se ha exagerado la curvatura de la probeta con fines ilustrativos). Puede observarse que el montaje descrito anteriormente es simétrico respecto a un eje vertical que pasara por el centro de la pieza. Esto

hace que sea suficiente tener en cuenta lo que le sucede a una de las mitades de la pieza.

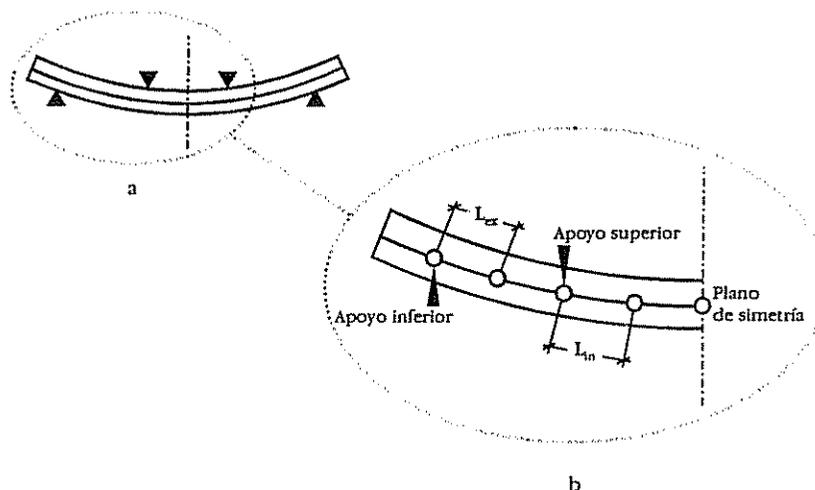


Figura 5.50. Esquema de la distribución de los elementos utilizados en el estudio de la relajación de tensiones en el interior de una probeta

Se considera que la pieza es una barra, constituida por elementos con dos nodos y tres grados de libertad (*gd*) en cada nodo (U_i , V_i y Θ_i) (figura 5.50.b). El nodo situado más hacia la izquierda coincide con el punto en que se sitúa el apoyo inferior (externo), mientras que el nodo situado a la derecha corresponde al centro de la probeta (plano de simetría).

La longitud de los elementos que quedan entre los apoyos inferior y superior (L_{ex}) y la de los elementos que quedan entre el apoyo superior y el centro de la pieza (L_{in}) se eligió de forma que uno de los nodos coincidiera con el apoyo superior y ambas longitudes fueran lo más similares posibles ($L_{ex} \approx L_{in}$). De esta forma fue posible simplificar la aplicación de las condiciones de contorno (imposición de un desplazamiento conocido en los apoyos superior e inferior).

a. Cálculo de las fuerzas aplicadas

El conjunto de las fuerzas aplicadas (excepto las que aparecen como consecuencia de los apoyos) se reduce a la fuerza de fluencia, puesto que $\{p_{th}^c\}$ es nulo (al no existir una diferencia de temperatura en el interior de la probeta), y se puede admitir que la fuerza debida a la gravedad $\{p_v^c\}$ es muy inferior a la realizada por los apoyos. Con todo ello, $\{p_\Sigma^c\}$ queda en la forma:

$$\{P_{\Sigma}^e\} = \{P_c^e\} \quad (5.3.14)$$

Esta fuerza se puede calcular a partir de la expresión (5.2.84):

$$\{P_c^e\} = bE\Delta h \sum_{i=0}^{N_c-1} \epsilon_{c,i} \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ -h/2 + (i + 1/2)\Delta h \\ 1 \\ 0 \\ h/2 - (i + 1/2)\Delta h \end{Bmatrix} \quad (5.3.15)$$

b. Apoyos y restricciones

Los apoyos adoptan una forma más simple que cuando la pieza descansaba libremente sobre una superficie plana o sobre rodillos, puesto que el contacto entre los apoyos y la probeta tiene lugar en todo momento, y no depende de la propia deformación de la misma.

Se tienen dos tipos de apoyos. El primero está constituido por los apoyos inferiores. Estos son los más fáciles de considerar, puesto que imponen simplemente la restricción $V_i=0$, donde i es el nodo en contacto con el apoyo externo.

El apoyo superior merece más atención. Si se fija el grado de libertad r -ésimo en un valor cero (es el caso de los apoyos inferiores); basta con eliminar la fila y columna r -ésimas de la matriz de rigidez. De hecho, este ha sido el procedimiento que se ha venido utilizando hasta ahora.

El grado de libertad (gd en adelante) correspondiente al desplazamiento en la dirección (y) del nodo en contacto con el apoyo superior no puede tratarse del mismo modo, puesto que no es igual a cero, sino que es igual a cierto valor \bar{v}_δ (desplazamiento del nodo como consecuencia de la aplicación de la fuerza).

Existe una variante del método de eliminación de filas y columnas que también puede aplicarse en el caso de que el gd no sea igual a cero [16]; sin embargo el método es laborioso de llevar a la práctica.

Una alternativa para resolver este problema consiste en acoplar el *gdl* que se desea eliminar (*r*-ésimo) a un resorte de rigidez (k_s) muy elevada, de forma similar a como se había hecho para simular los contactos sobre un apoyo. Este método recibe el nombre de *método de penalización*. La introducción de este resorte conduce a una modificación de la matriz de rigidez del elemento, pero no supone la eliminación de filas ni columnas en la matriz de rigidez global. Junto a este resorte, se añade una fuerza de magnitud $p_s = k_s \bar{v}_\delta$ aplicada en el *gdl* *r*-ésimo (figura 5.51). La adición de esta fuerza provoca una deformación v_δ en el *gdl* *r*-ésimo. A medida que k_s aumenta, v_δ se aproxima a \bar{v}_δ ; aunque valores excesivamente elevados de k_s pueden dar problemas de estabilidad en la resolución numérica del problema. Es necesario llegar a un compromiso entre ambos factores.

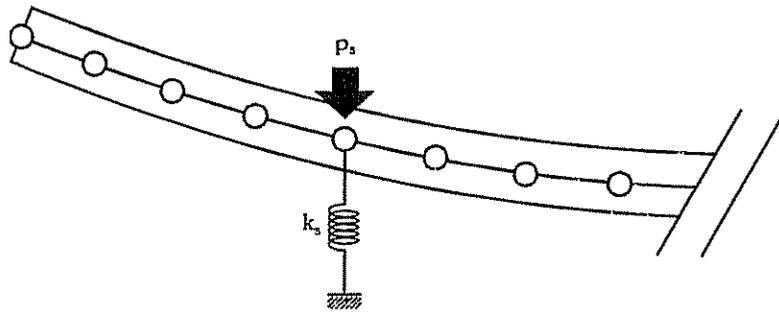


Figura 5.51. Aplicación de una carga y un resorte externos para imponer la condición de desplazamiento diferente de cero

La ecuación que relaciona los desplazamientos nodales con las fuerzas nodales adopta la forma:

$$([K^e] + [K_s^e])\{U^e\} = \{p_\Sigma^e\} + \{p_s^e\} \quad (5.3.16)$$

donde $[K_s^e]$ y $\{p_s^e\}$ dependen de si el nodo al que se impone la restricción está situado a la izquierda o a la derecha del elemento. Cuando el apoyo superior se encuentra en el nodo de la izquierda se tiene:

$$[\mathbf{K}_s^c] = \frac{k_s}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \{\mathbf{p}_s^c\} = \frac{\bar{v}_\delta}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.3.17)$$

mientras que para el elemento que tiene el apoyo superior en la parte de la derecha:

$$[\mathbf{K}_s^c] = \frac{k_s}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \{\mathbf{p}_s^c\} = \frac{\bar{v}_\delta}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

c. Cálculo de las reacciones

Para calcular las reacciones basta con eliminar la matriz $[\mathbf{K}_s]$ y el vector de fuerzas $\{\mathbf{p}_s\}$ en la expresión resultante del ensamblaje de la ecuación (5.3.16). Esto equivale a eliminar el resorte y su fuerza asociada.

La fuerza que sería necesario aplicar sobre el apoyo superior para mantener la deformación v_δ sería $\{\mathbf{p}_{\Sigma R}\}$, que vendría dada por la expresión:

$$[\mathbf{K}]\{\mathbf{U}(v_\delta)\} = \{\mathbf{p}_{\Sigma R}\} \quad (5.3.19)$$

$\{\mathbf{p}_{\Sigma R}\}$ es el conjunto de fuerzas. El número de componentes de $\{\mathbf{p}_{\Sigma R}\}$ coincide con el número de grados de libertad. Si se llama r al *gdl* asociado al desplazamiento en la dirección (y) del nodo en contacto con el apoyo superior, se tiene:

$$P_{\Sigma Rr} = \{\mathbf{K}_r\}^T \{\mathbf{U}\} \quad (5.3.20)$$

donde $\{\mathbf{K}_r\}^T$ es el vector fila r -ésimo de la matriz de rigidez. $p_{\Sigma Rr}$ representa la fuerza total ejercida sobre el grado de libertad r -ésimo. Esta fuerza tiene dos componentes: la acción del apoyo superior sobre el soporte (R) y la fuerza asociada a la fluencia (p_{cr}):

$$p_{\Sigma Rr} = R + p_{cr} \quad (5.3.21)$$

con lo cual es posible conocer la fuerza que ejerce el apoyo superior.

d. Optimización

El esquema de cálculo presentado en el apartado anterior permite conocer la fuerza aplicada sobre la probeta si se conocen los parámetros viscoelásticos de la misma; pero es precisamente el valor de estos parámetros lo que se desea obtener.

Para determinar el valor de dichos parámetros se ha definido una función ($S(\lambda_M)$) como la suma del cuadrado de la diferencia entre los valores de R experimentales y los teóricos \hat{R} , calculados éstos últimos de la forma indicada en el apartado anterior.

$$S(\lambda_M) = \sum_i (R(t_i) - \hat{R}(\lambda_M; t_i))^2 \quad (5.3.13)$$

λ_M es un vector que representa el conjunto de parámetros de los que depende la fuerza de reacción calculada (módulo de elasticidad (E) y parámetros viscoelásticos (A , n , b)). $S(\lambda_M)$ cuantifica la magnitud en que se apartan los valores calculados de los experimentales. En principio, una forma de estimar los valores de los parámetros viscoelásticos es determinar aquellos valores que minimicen $S(\lambda_M)$ [64].

Para minimizar $S(\lambda_M)$ se utilizó el método de Powell, ya explicado en el apartado 5.3.1.2.

5.3.2.3. Resultados

Siempre que fue posible se realizaron ensayos con valores de la fuerza máxima aplicada de 50, 100 y 150 N. La selección de estos valores se realizó teniendo en cuenta varios factores:

- Debido a que para la realización de los experimentos se tuvo que utilizar una célula de carga de 10 kN, los valores muy bajos de fuerza eran significativamente más imprecisos.
- Valores muy elevados de la fuerza aplicada podían conducir a la rotura de la pieza (a bajas temperaturas) o bien a una deformación demasiado grande (a temperaturas muy elevadas). Cuando la deformación de una probeta es muy elevada, el cambio geométrico producido en la misma es tan relevante que ya no es posible considerarla plana.

En determinados casos, no obstante, se tuvo que recurrir a la realización de experimentos a valores de fuerza de 20 ó 25 N, debido a la baja resistencia mecánica o a la gran deformabilidad de las probetas.

a. Ensayos realizados con probetas de gres

a.1. Aplicación del modelo sin endurecimiento

El primer modelo que se aplicó para explicar los resultados de los ensayos de relajación fue el correspondiente a la ecuación (5.2.51), que es el que aparece con mayor frecuencia en la bibliografía consultada.

a.1.1. Ensayos realizados con probetas de densidad 2150 kg m⁻³

A continuación se presentan los resultados obtenidos al trabajar con las probetas de una densidad de 2150 kg m⁻³. La alta resistencia mecánica de estas probetas permitió alcanzar una carga máxima elevada sin que por ello se produjera la rotura de las probetas. A densidades más bajas, la fuerza máxima aplicada tuvo que reducirse.

En la tabla 5.11 se indica la temperatura a la que se realizaron los diferentes ensayos, la fuerza máxima aplicada (F_{\max}) y los valores obtenidos del módulo de elasticidad (E), la constante de proporcionalidad en la ecuación de fluencia (A) y el exponente de tensiones (n), así como el cuadrado del coeficiente de correlación (R^2), que es una indicación aproximada de la bondad del ajuste.

Desde la figura 5.53 hasta la figura 5.66 se ha representado gráficamente la evolución de la fuerza aplicada en función del tiempo (curva de carga y relajación de la tensión).

La magnitud en la que se produce la relajación de las tensiones depende, como ya se ha comentado, tanto de A como de n e incluso de E , lo que hace que la simple inspección de estos valores no siempre permita decidir si un material relaja las tensiones más rápidamente que otro. Por ello, con fines comparativos, se ha representado en la figura 5.52 la fracción de la fuerza aplicada que se relaja, en función del tiempo (F_R), para las diferentes temperaturas analizadas y para un valor de la fuerza máxima aplicada (F_{max}) de 50 N.

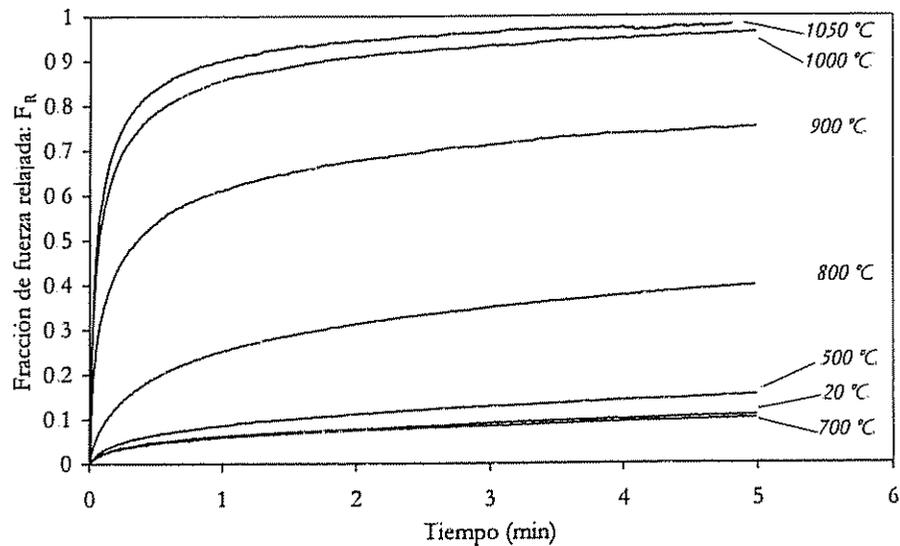


Figura 5.52. Relajación de la fuerza aplicada para las diferentes temperaturas ensayadas. $\rho=2150 \text{ kg m}^{-3}$. $F_{max}=50 \text{ N}$

F_R se define, por tanto, como:

$$F_R = \frac{F_{max} - F}{F_{max}}$$

donde:

F_{max} : fuerza máxima aplicada (N)

F : fuerza aplicada en un instante determinado (N)

5. Resultados y discusión

En líneas generales, la figura 5.52 muestra que F_R aumenta con el tiempo y con la temperatura. A pesar de ello, hay que indicar que a 700 °C la relajación es menor que la observada a 500 °C.

Tabla 5.11. Parámetros viscoelásticos de las probetas de gres ($\rho=2150 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	R ²
20	50	6.5	$1.7 \cdot 10^{-17}$	17	0.9841
	100	--	--	--	--
500	50	8.2	$9.2 \cdot 10^{-14}$	11	0.9931
	100	--	--	--	--
700	50	8.6	$3.8 \cdot 10^{-14}$	11	0.9876
	100	9.2	$4.3 \cdot 10^{-17}$	11	0.9903
	150	--	--	--	--
800	50	9.8	$4.4 \cdot 10^{-10}$	7.0	0.9943
	100	11	$5.6 \cdot 10^{-12}$	7.0	0.9953
	150	11	$4.8 \cdot 10^{-13}$	7.0	0.9975
900	50	22	$6.4 \cdot 10^{-8}$	4.8	0.9978
	100	23	$2.7 \cdot 10^{-9}$	4.8	0.9957
	150	20	$8.0 \cdot 10^{-10}$	4.8	0.9365
1000	50	17	$2.0 \cdot 10^{-6}$	2.5	0.9845
	100	21	$3.8 \cdot 10^{-7}$	2.5	0.9763
	150	--	--	--	--
1050	50	17	$3.2 \cdot 10^{-6}$	2.5	0.9823
	100	--	--	--	--
1100	20	5.7	$3.4 \cdot 10^{-5}$	2.1	0.9754
	50	--	--	--	--

De la inspección de los valores de R² en los diferentes ensayos, así como de las figuras se concluye que el ajuste proporcionado por la ecuación (5.2.51) es muy bueno, consiguiéndose explicar adecuadamente tanto el proceso de carga como el de relajación.

Al analizar los valores de la tabla 5.11 se observa que:

- Los valores de E dependen de la temperatura a la que se realiza el ensayo, pero no varían significativamente en función de la fuerza máxima aplicada.

- Al aumentar la temperatura, el módulo de elasticidad aumenta hasta alcanzar una temperatura próxima a los 900-1000 °C. A partir de este momento comienza a decrecer. El incremento del módulo de elasticidad puede explicarse por el desarrollo de la sinterización, que hace que se creen puntos de unión entre las partículas, aumentando con ello la rigidez de la pieza. Alcanzada una cierta temperatura, la cantidad de fase líquida es tan importante que nuevamente la pieza pierde su rigidez, disminuyendo en consecuencia el módulo de elasticidad.

Esta evolución del módulo de elasticidad con la temperatura ha sido observada por otros autores [56] en el caso de la porcelana, que es un material que presenta un comportamiento en cierta medida similar al gres.

- Para un valor determinado de temperatura, el exponente de las tensiones es independiente de la fuerza máxima aplicada.
- El exponente n disminuye constantemente a medida que aumenta la temperatura. Esto significa que la relajación de las tensiones depende menos del valor de la propia tensión a medida que se incrementa la temperatura. Este fenómeno puede deberse a la progresiva aparición de fase vítrea, que hace que al aumentar la temperatura la pieza tenga cada vez un comportamiento más viscoso.
- A temperatura ambiente se observa que el valor de n es muy elevado. La inspección de la figura 5.53 puede explicar a qué se debe este valor tan elevado. Existe una rápida relajación de la tensión, pero únicamente para valores elevados de la fuerza aplicada. Transcurrido poco tiempo después de alcanzar la fuerza máxima, la velocidad a la que se relajan las tensiones es mucho menor; de hecho el comportamiento es prácticamente elástico. Esta fuerte dependencia entre la relajación de la tensión y el valor de la propia tensión conduce a que el valor de n sea alto.

Al pasar de 20 °C a 500 °C, n se reduce bruscamente. Se ha comprobado que, en estas condiciones, cambios moderados en el valor de n (por ejemplo ± 2 unidades en el valor de $n=17$ obtenido a temperatura ambiente) no hacen variar de forma significativa la forma de la curva, con lo que el valor de n no es muy significativo.

- El parámetro A varía de manera muy importante tanto con la temperatura a la que se realiza el ensayo como con la fuerza máxima aplicada. Se comprueba que el valor máximo de A se alcanza para los valores más bajos de la fuerza aplicada (F_{\max}). Por otra parte, la relación A_{\max}/A_{\min} aumenta a medida que se incrementa el valor de n .
- Aún cuando la variación de A con F_{\max} haga que éste no sea un parámetro adecuado para caracterizar el material, sí es posible analizar la variación que sufre con la temperatura para un determinado valor de la fuerza máxima aplicada.

Se comprueba que A aumenta al hacerlo la temperatura, salvo en el caso de $T=700$ °C, que muestra un valor más bajo que el observado para $T=500$ °C. Este resultado concuerda con la menor relajación que se había observado en la pieza a 700 °C en la figura 5.52 y puede deberse a que la estructura se hace más rígida (como consecuencia de la sinterización), sin que aumente todavía de forma significativa la cantidad de fase líquida.

El hecho de que varíen E , A y n con la temperatura ha sido objeto de estudio en la bibliografía consultada [19][26][27] y no presenta problema alguno, salvo la necesidad de tener que determinar la variación de dichos parámetros con la temperatura con el fin de llevar a cabo la simulación de un proceso no isoterma. En cambio, la variación de alguno de estos parámetros con la fuerza máxima aplicada sí plantea serias dificultades. En el caso de que el proceso que se deseara simular fuera simplemente una relajación, bastaría considerar un valor de A adecuado a la fuerza máxima aplicada; pero si el proceso no supone simplemente una relajación, es decir, si la deformación total varía, la selección del valor correcto de A es más ambigua.

Posteriormente se analizará con mayor detenimiento la posible modificación de la ecuación (5.2.51) con el fin de que sea posible mantener todos los parámetros independientes del valor de la fuerza máxima aplicada.

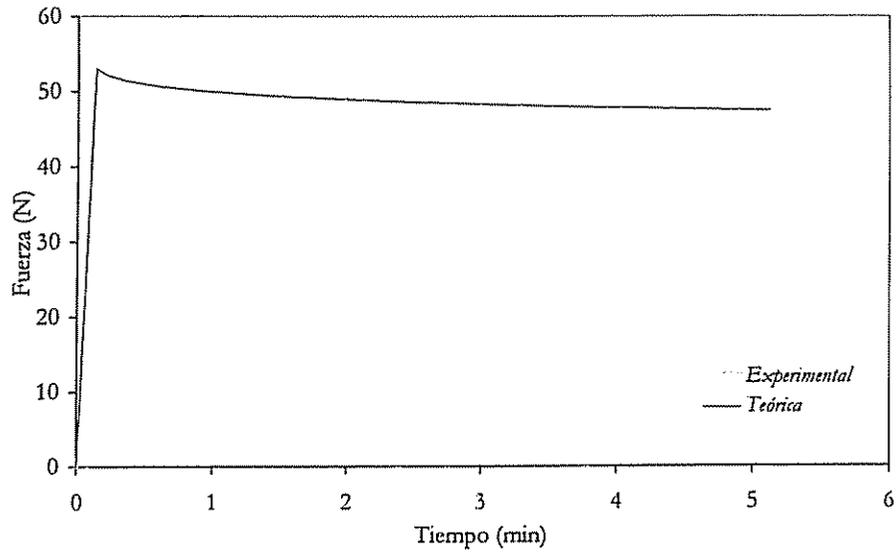


Figura 5.53. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2150\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

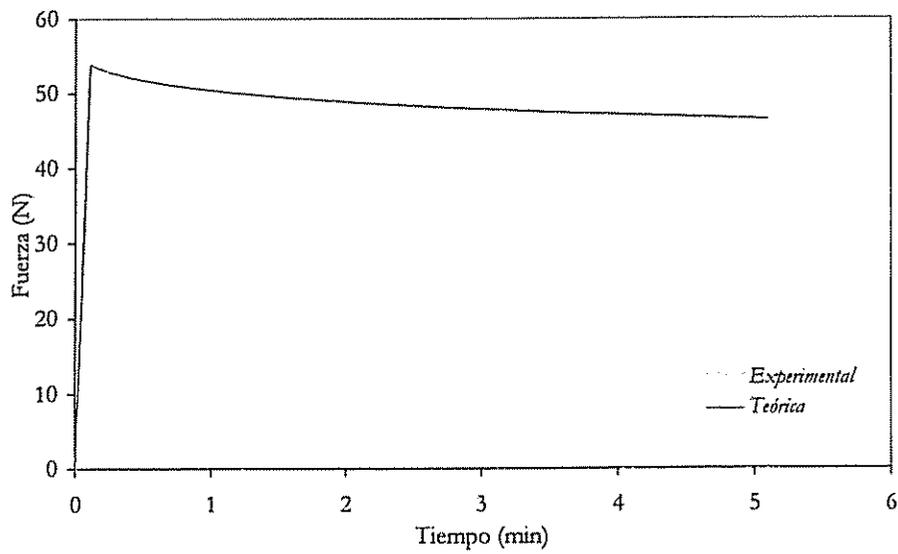


Figura 5.54. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=500\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2150\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

5. Resultados y discusión

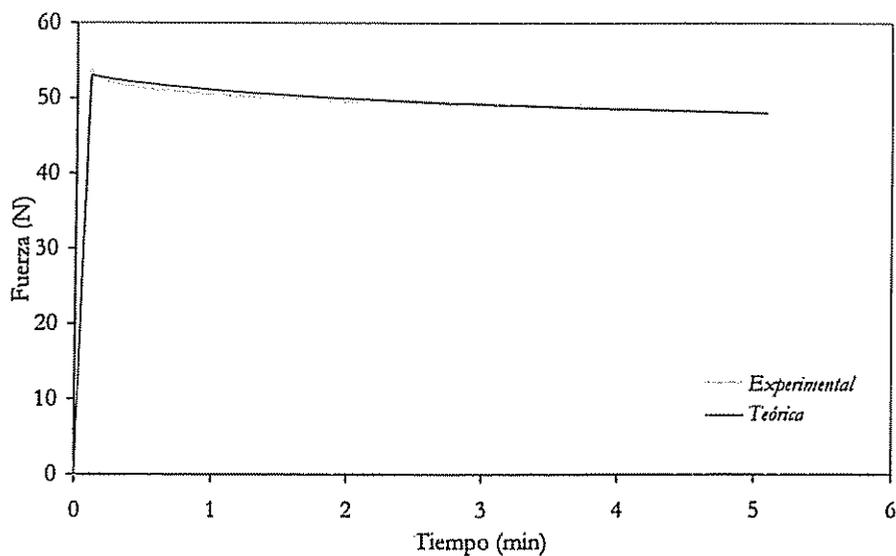


Figura 5.55. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=700$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

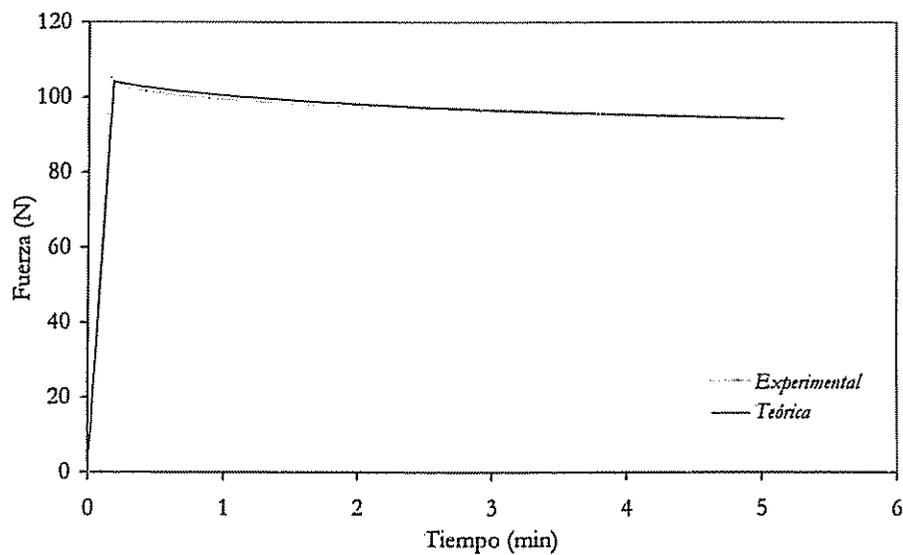


Figura 5.56. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=700$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=100$ N

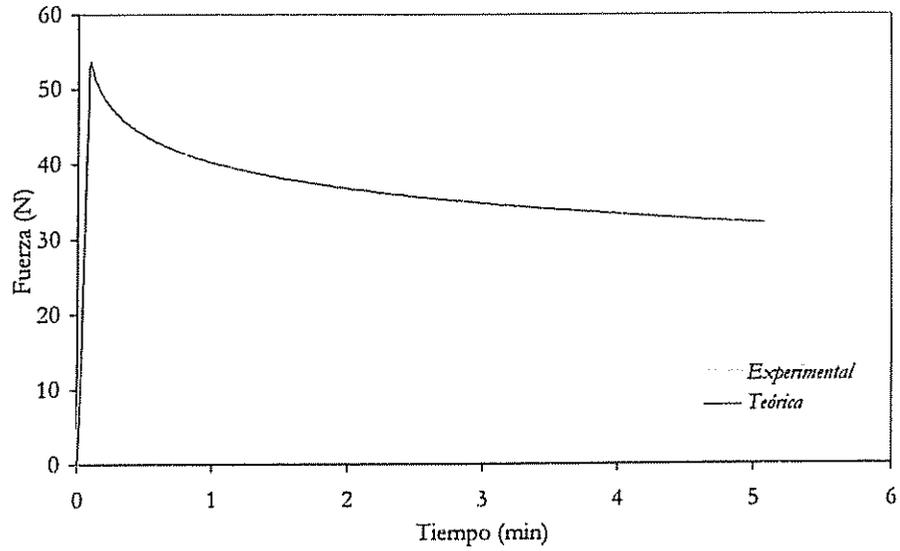


Figura 5.57. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=800$ °C. $\rho=2150$ kg m⁻³. $F_{\max}=50$ N

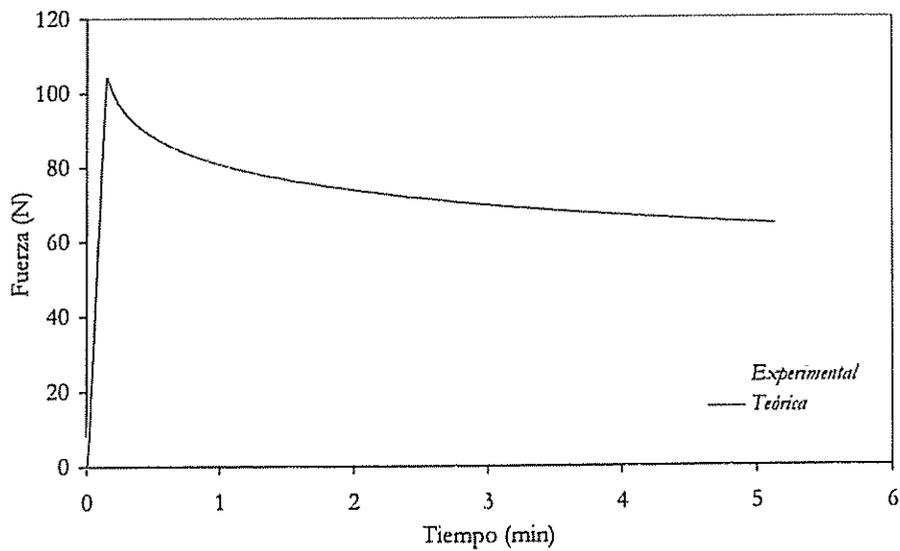


Figura 5.58. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=800$ °C. $\rho=2150$ kg m⁻³. $F_{\max}=100$ N

5. Resultados y discusión

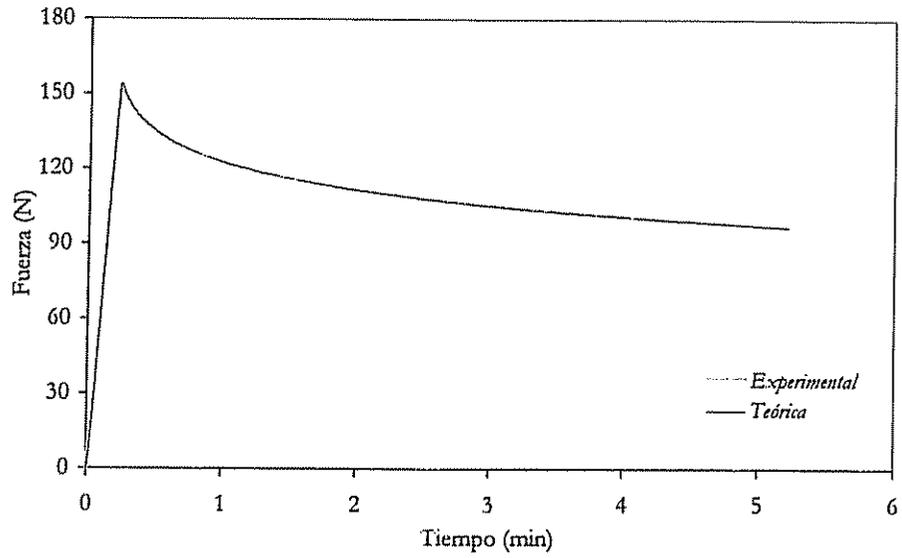


Figura 5.59. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=800$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=150$ N

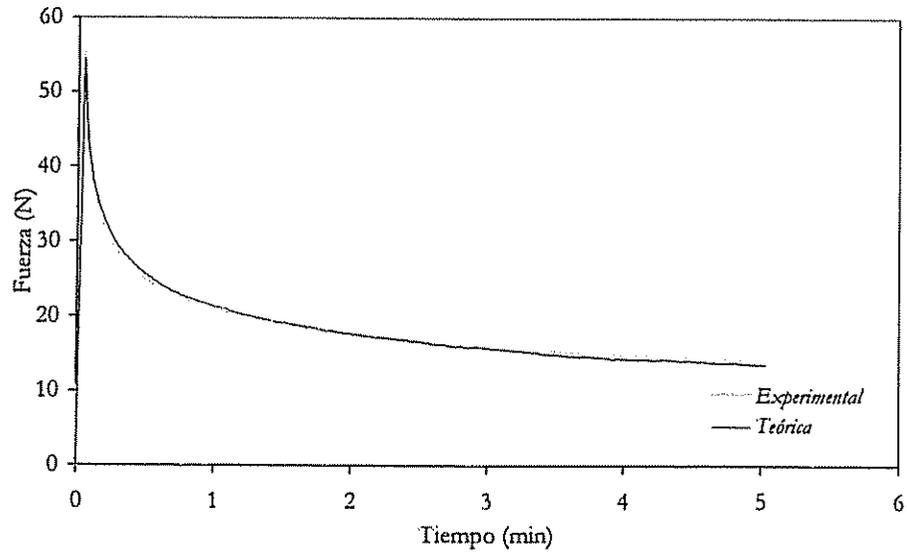


Figura 5.60. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=900$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

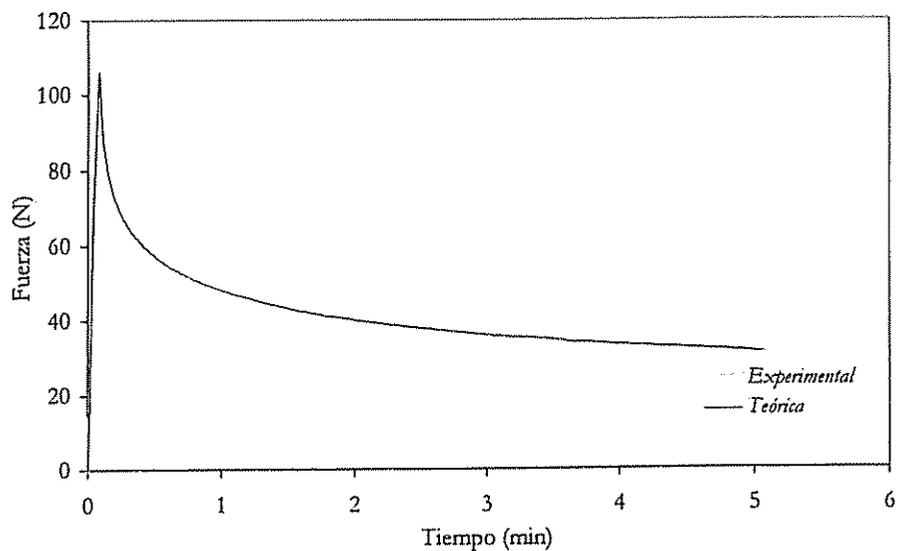


Figura 5.61. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=900$ °C. $\rho=2150$ kg m⁻³. $F_{\max}=100$ N

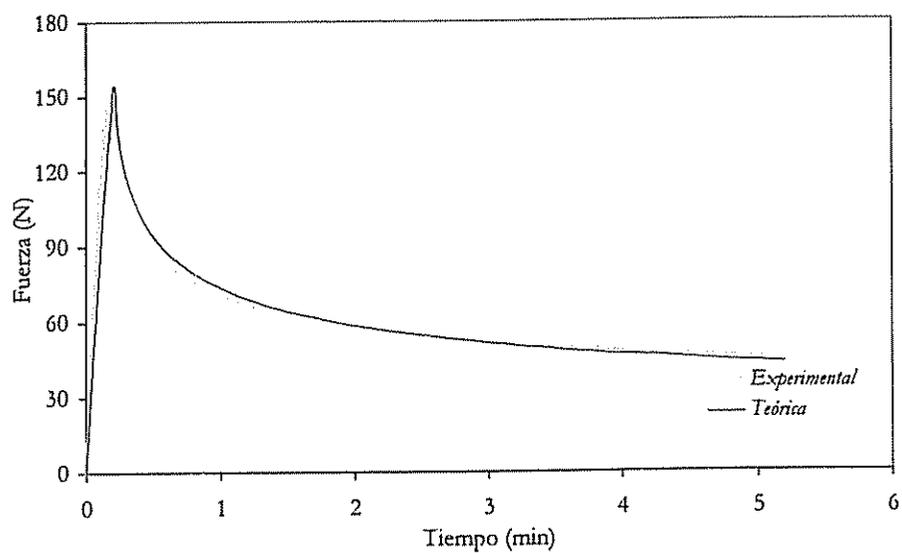


Figura 5.62. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=900$ °C. $\rho=2150$ kg m⁻³. $F_{\max}=150$ N

5. Resultados y discusión

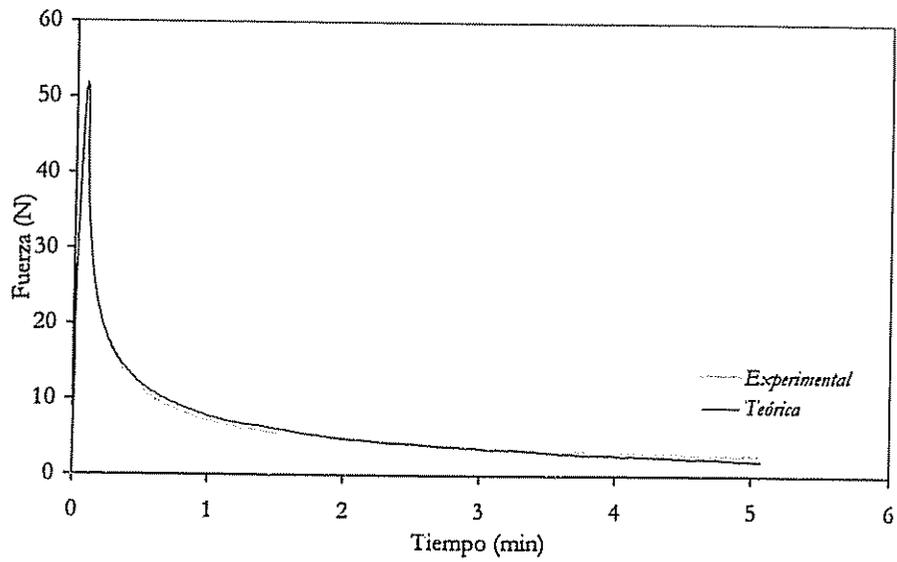


Figura 5.63. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=1000\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2150\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

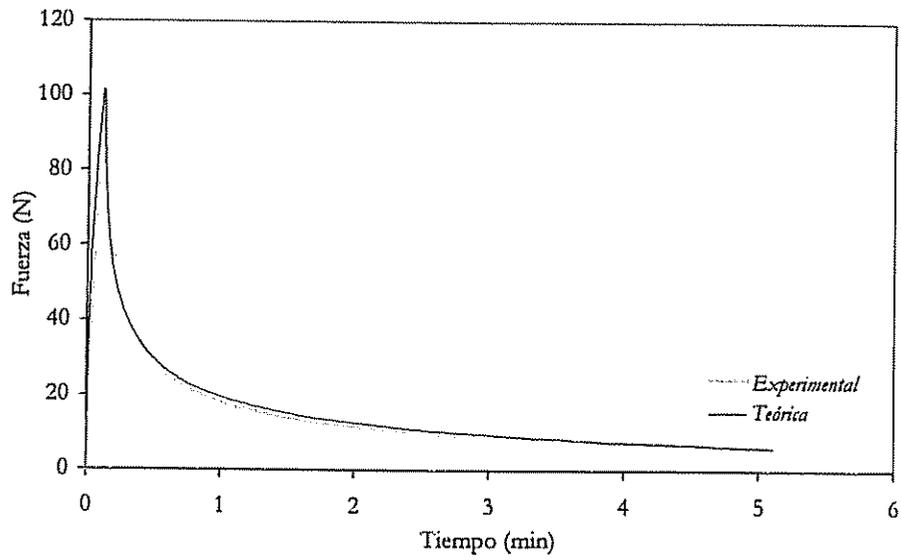


Figura 5.64. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=1000\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2150\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=100\text{ N}$

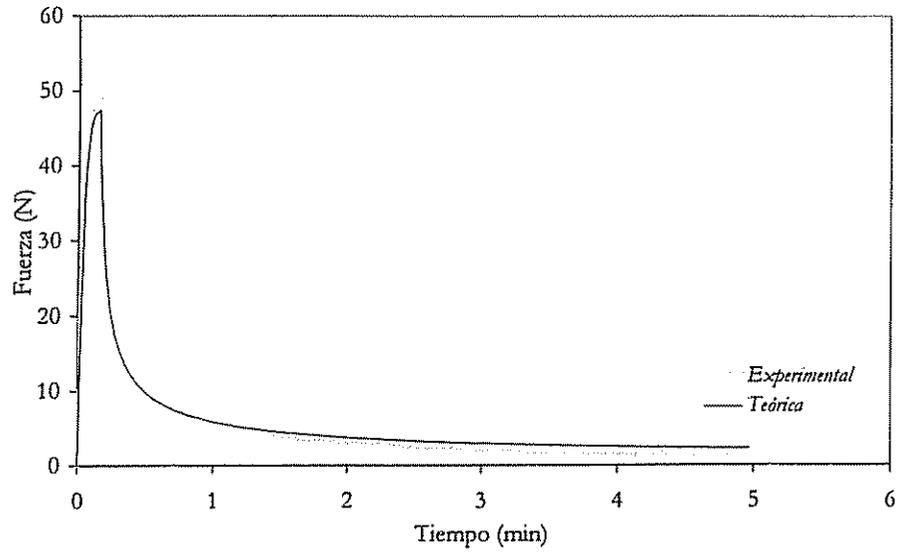


Figura 5.65. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=1050\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2150\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

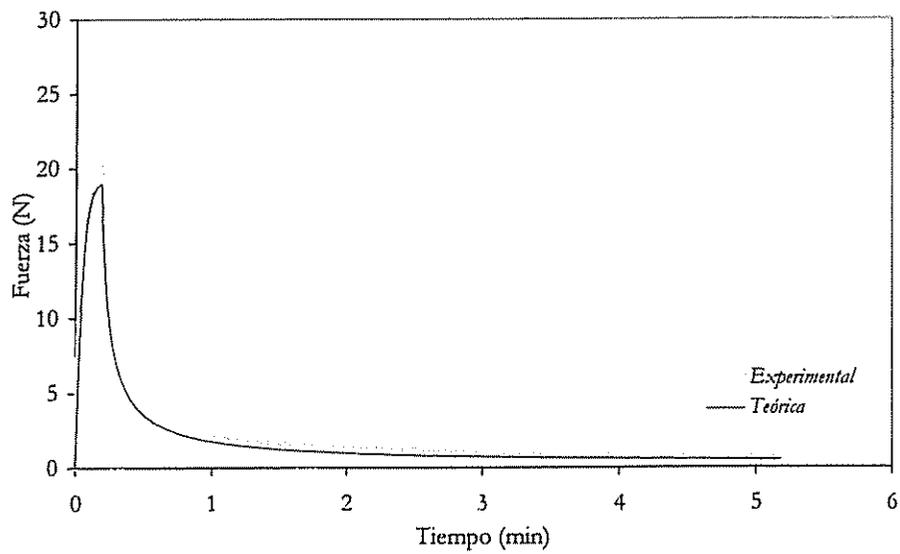


Figura 5.66. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=1100\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2150\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=20\text{ N}$

5. Resultados y discusión

a.1.2. Ensayos realizados con probetas de densidades 2050 kg m⁻³ y 1950 kg m⁻³

En la tabla 5.12 se muestran los resultados obtenidos trabajando con probetas preparadas a una densidad de 2050 kg m⁻³, y en la tabla 5.13 los resultados correspondientes a las probetas de densidad 1950 kg m⁻³.

En los dos casos se han representado los valores de la fuerza máxima aplicada (F_{\max}), módulo de elasticidad (E), constante de proporcionalidad en la ecuación de fluencia (A), exponente de tensiones (n) y el cuadrado del coeficiente de correlación (R^2).

Tabla 5.12. Parámetros viscoelásticos de las probetas de gres ($\rho=2050$ kg m⁻³)

T (°C)	F_{\max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	R ²
20	50	5.4	$3.1 \cdot 10^{-16}$	15	0.9914
	100	--	--	--	--
500	50	6.1	$3.5 \cdot 10^{-13}$	10	0.9891
	100	--	--	--	--
700	50	6.4	$2.7 \cdot 10^{-13}$	10	0.9853
	100	7.2	$4.7 \cdot 10^{-16}$	10	0.9904
	150	--	--	--	--
800	50	7.6	$4.6 \cdot 10^{-10}$	7.0	0.9829
	100	7.2	$8.2 \cdot 10^{-12}$	7.0	0.9867
	150	--	--	--	--
900	50	16	$1.1 \cdot 10^{-7}$	4.8	0.9824
	100	19	$2.7 \cdot 10^{-9}$	4.8	0.9538
	150	--	--	--	--
1000	50	18	$2.7 \cdot 10^{-6}$	2.5	0.9754
	100	22	$3.7 \cdot 10^{-7}$	2.5	0.9804
	150	--	--	--	--
1050	50	10	$5.0 \cdot 10^{-6}$	2.1	0.9902
	100	--	--	--	--
1100	20	6.0	$2.6 \cdot 10^{-5}$	2.1	0.9570
	50	--	--	--	--

Tabla 5.13. Parámetros viscoelásticos de las probetas de gres ($\rho=1950 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	R ²
20	25	3.9	$2.8 \cdot 10^{-11}$	14	0.9886
	50	--	--	--	--
500	25	5.5	$3.0 \cdot 10^{-10}$	10	0.9889
	50	--	--	--	--
700	50	5.8	$4.0 \cdot 10^{-13}$	10	0.9774
	100	--	--	--	--
800	50	6.2	$6.1 \cdot 10^{-10}$	7.0	0.9957
	100	--	--	--	--
900	50	14	$1.0 \cdot 10^{-7}$	4.8	0.9930
	100	17	$3.8 \cdot 10^{-9}$	4.8	0.9863
	150	--	--	--	--
1000	50	14	$2.0 \cdot 10^{-6}$	2.5	0.9767
	100	18	$4.1 \cdot 10^{-7}$	2.5	0.9746
	150	--	--	--	--
1050	50	10	$5.0 \cdot 10^{-6}$	2.1	0.9913
	100	--	--	--	--
1100	20	5.0	$3.1 \cdot 10^{-5}$	2.1	0.9820
	50	--	--	--	--

En la figura 5.67 se ha representado la fracción de la fuerza aplicada que se ha relajado en función del tiempo (F_R), en las siguientes condiciones:

- densidad: 2050 kg m^{-3}
- F_{max}: 50 N

La figura 5.67 muestra que F_R aumenta con el tiempo y con la temperatura, salvo cuando $T=700 \text{ °C}$, en cuyo caso la relajación es menor que la observada para la temperatura de 500 °C , al igual que sucedía con las probetas de densidad de 2150 kg m^{-3} .

Los datos presentados en la tabla 5.12 y en la tabla 5.13 muestran la misma tendencia que los mostrados en la tabla 5.11 (densidad 2150 kg m^{-3}), y que se pueden resumir como:

- El módulo de elasticidad (E) depende de la temperatura, pero no de la fuerza máxima aplicada.

5. Resultados y discusión

- El módulo de elasticidad aumenta hasta alcanzar unos 900-1000 °C, temperatura a partir de la cual disminuye.
- El exponente de tensiones (n) es independiente de la fuerza máxima aplicada.
- El exponente de tensiones (n) disminuye al aumentar la temperatura.
- El parámetro A varía tanto con la temperatura como con la fuerza máxima aplicada. Los valores más pequeños de A se alcanzan para F_{\max} elevadas. La relación entre el valor máximo de A (A_{\max}) y el valor mínimo (A_{\min}), para una determinada temperatura, aumenta al incrementarse el exponente de tensiones (n).
- Para un valor fijo de F_{\max} , A es mayor a medida que aumenta la temperatura (excepción hecha del comportamiento a 700 °C).

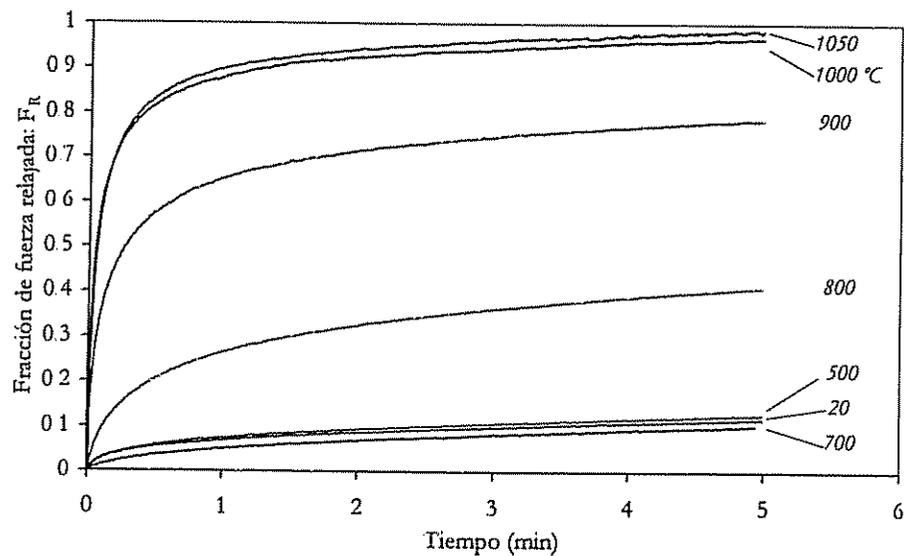


Figura 5.67 Relajación de la fuerza aplicada para las diferentes temperaturas ensayadas. $\rho=2050 \text{ kg m}^{-3}$. $F_{\max}=50 \text{ N}$

Las representaciones gráficas de los valores de la fuerza aplicada en función del tiempo, para los diferentes ensayos mostrados en la tabla 5.12 y tabla 5.13 son similares a las representaciones correspondientes a las probetas con

densidad 2150 kg m^{-3} ; por ello no se han incluido en el presente trabajo. El valor de R^2 es suficiente para tener una idea de la bondad del ajuste.

Los datos mostrados en la tabla 5.11, tabla 5.12 y tabla 5.13 permiten analizar la influencia que tiene la densidad sobre los parámetros viscoelásticos.

- Se observa que el módulo de elasticidad disminuye, para cualquier valor de la temperatura, al disminuir la densidad de las probetas.
- El valor del exponente de tensiones (n) cambia sólo muy ligeramente; de hecho, para algunos valores de la temperatura (800, 900, 1000 y 1100 °C) los valores de n que conducen a un mejor ajuste son idénticos para todas las densidades (dentro del error experimental del ensayo).
- En general, el parámetro A es más elevado para valores menores de la densidad, aunque hay casos en los que esto no se cumple (por ejemplo, a 1100 °C, $A=3.4 \cdot 10^{-5}$ para la probeta de densidad 2150 kg m^{-3} , pero $A=2.6 \cdot 10^{-5}$ para la probeta de densidad 2050 kg m^{-3}). En general estas desviaciones se observan para valores elevados de la temperatura. Ahora bien, hay que tener en cuenta que a temperatura elevada la deformación de la probeta puede ser importante (flecha de 4-6 mm) y esta deformación es más acusada cuando la probeta tiene una densidad menor. El aumento de la flecha de la probeta conduce a que ésta sea más difícil de deformar que si estuviera plana y, en consecuencia, en un ensayo de relajación de tensiones se comporta como si fuera más *rígida*. Este fenómeno podría justificar, en principio, el aumento *aparente* de A con la disminución de la densidad y explica la razón de que se haya tenido que recurrir a la realización de ensayos a bajos valores de F_{max} cuando la temperatura era elevada.

a.2. Aplicación del modelo con endurecimiento

En el apartado anterior se ha visto que la ecuación (5.2.51) conduce a que un parámetro que, en principio, debería ser una característica del material (A) dependa de las condiciones de realización del ensayo (F_{max}). Esta dependencia podría hacer pensar en la posibilidad de expresar A como una función de la tensión, por ejemplo, de forma potencial:

$$A = A_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n'} \quad (5.3.14)$$

Sin embargo, una expresión de la forma anterior conduciría exactamente al mismo resultado que se podría obtener manteniendo A constante. En efecto, al sustituir la expresión (5.3.14) en (5.2.51) se llega a:

$$\dot{\epsilon}_c = A_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n'} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n = A_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n'+n} \quad (5.3.15)$$

que tiene la forma de la expresión (5.2.51).

Se ensayaron varias formas de la función $\dot{\epsilon}_c = \dot{\epsilon}_c(\sigma, \epsilon_c)$, tanto dependientes como independientes de la propia deformación por fluencia (o de la deformación viscoplástica acumulada, en el caso de que existieran puntos alternativamente sometidos a tracción y a compresión). Al final se optó por la expresión (5.2.54), por ser la que conducía a un mejor ajuste de los valores teóricos a los experimentales.

a.2.1. Ensayos realizados con probetas de densidad 2150 kg m⁻³

En la tabla 5.14 se muestra el valor de los parámetros viscoelásticos obtenidos utilizando la ecuación 5.2.54.

Desde la figura 5.68 hasta la figura 5.81 se ha representado gráficamente la evolución de la fuerza aplicada en función del tiempo, junto a los resultados obtenidos de los cálculos realizados con la ecuación 5.2.54.

En este caso se observa que el ajuste no es tan bueno como el proporcionado por la ecuación 5.2.54, debido a que ahora el valor de A se ha mantenido constante para todos los valores de la fuerza máxima aplicada.

Al analizar los valores mostrados en la tabla 5.14 se observan muchas de las tendencias que aparecían al utilizar la ecuación 5.2.51.

- El módulo de elasticidad aumenta con la temperatura, hasta alcanzar los 900-1000 °C, temperatura a partir de la cual disminuye.

- Los valores de n disminuyen progresivamente a medida que aumenta la temperatura.
- b , que es una medida del efecto que tiene el endurecimiento, es mayor a temperaturas más bajas; esto indica que a temperatura elevada el comportamiento del material se aproxima más al modelo viscoso.
- En general A aumenta al hacerlo la temperatura; aunque se observa cierta disminución de A al alcanzar 1050 °C. Este comportamiento puede deberse a la brusca disminución de b que se produce a dicha temperatura.

Tabla 5.14. Parámetros viscoelásticos de las probetas de gres ($\rho=2150 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	b·10 ⁻³	R ²
20	50	7.0	1.8·10 ⁻⁸	7.0	70	0.9830
500	50	9.1	1.9·10 ⁻⁸	7.0	70	0.9885
700	50	9.3	3.2·10 ⁻⁸	7.0	70	0.9891
	100					0.9867
800	50	14	5.1·10 ⁻⁸	5.0	18	0.9803
	100					0.9261
	150					0.9281
900	50	22	2.7·10 ⁻⁷	3.5	6.0	0.9790
	100					0.9580
	150					0.9555
1000	50	32	7.0·10 ⁻⁶	2.5	7.0	0.9783
	100					0.9671
1050	50	16	6.5·10 ⁻⁶	2.0	1.0	0.9882
1100	20	8.0	4.8·10 ⁻⁵	2.0	1.0	0.9832

5. Resultados y discusión

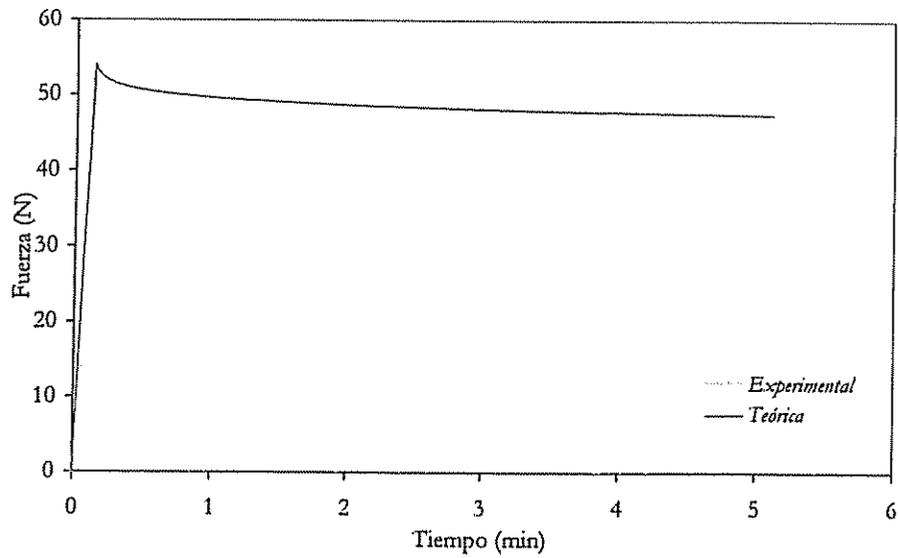


Figura 5.68. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=20$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

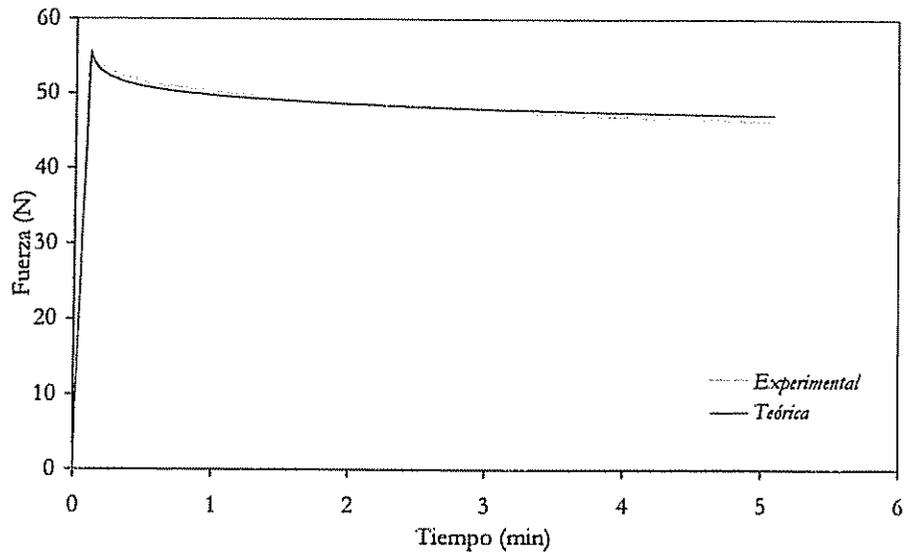


Figura 5.69. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=500$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

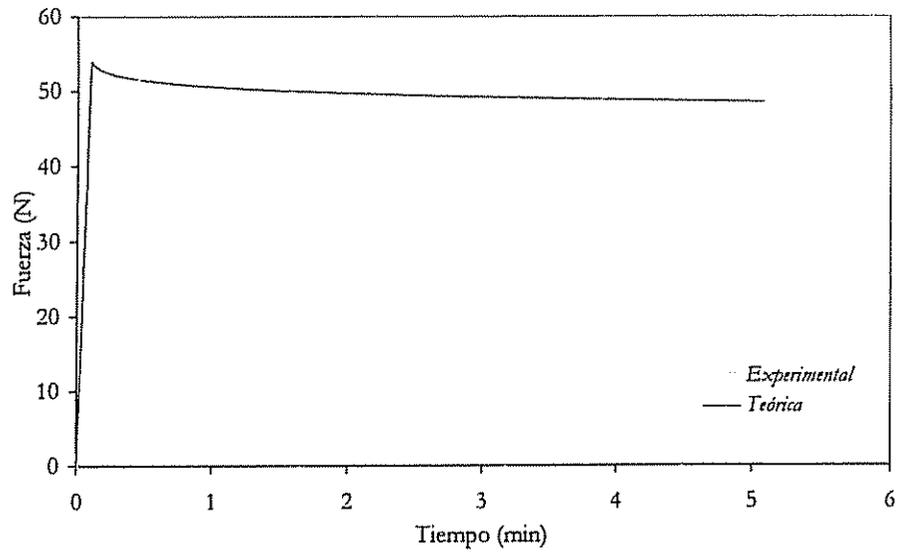


Figura 5.70. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=700$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

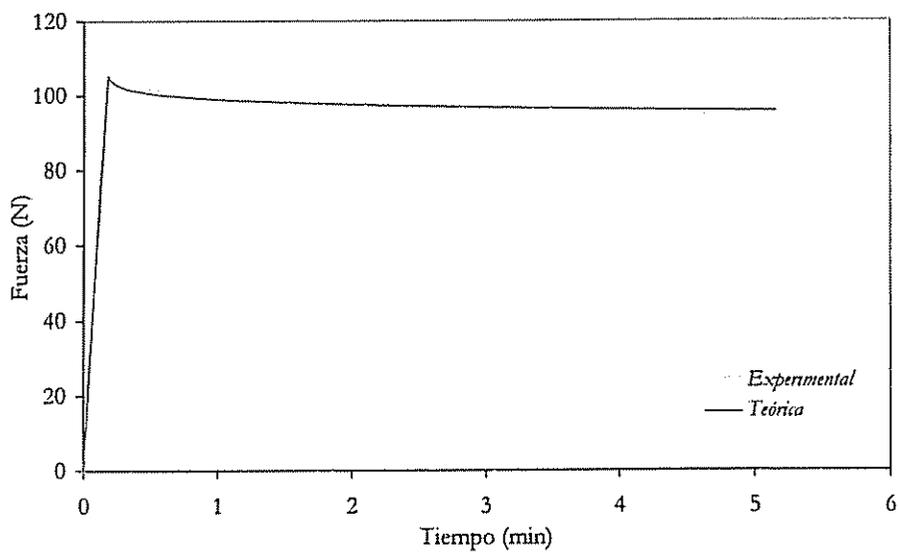


Figura 5.71. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=700$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=100$ N

5. Resultados y discusión

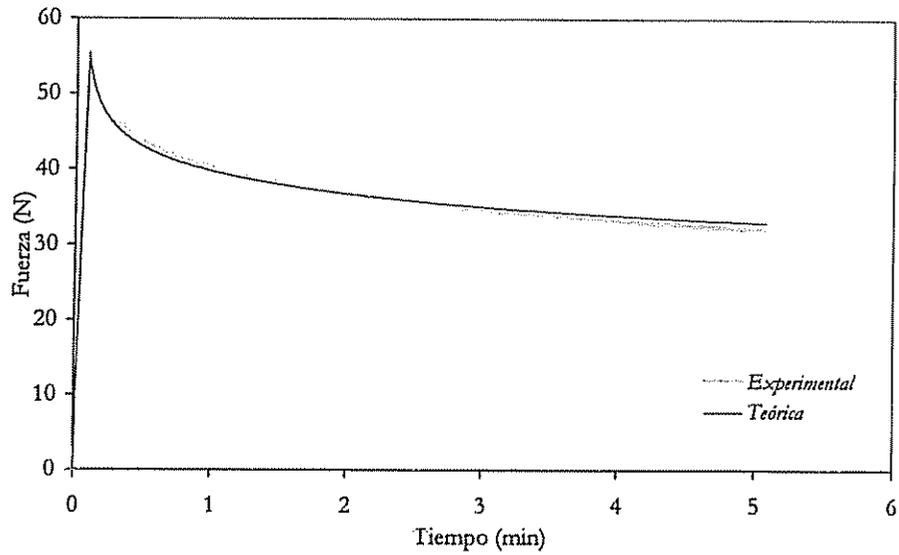


Figura 5.72. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=800$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

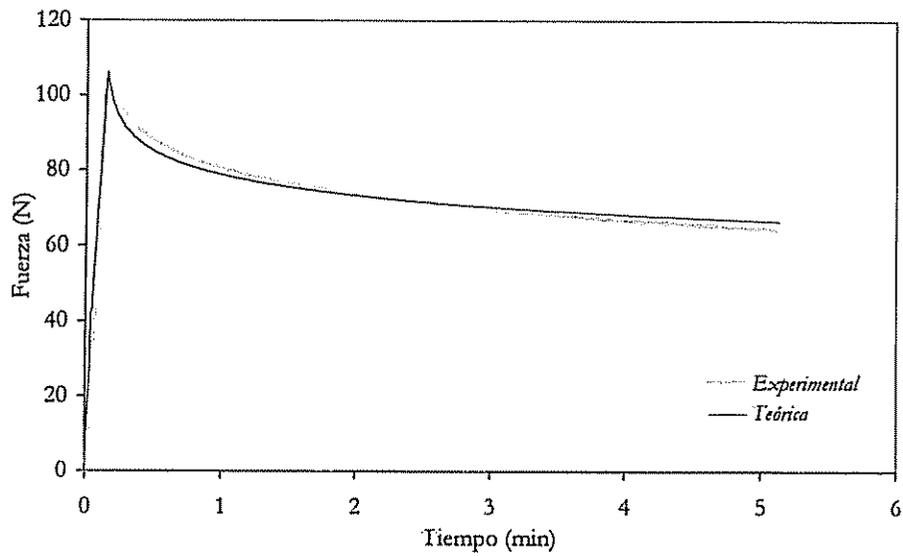


Figura 5.73. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=800$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=100$ N

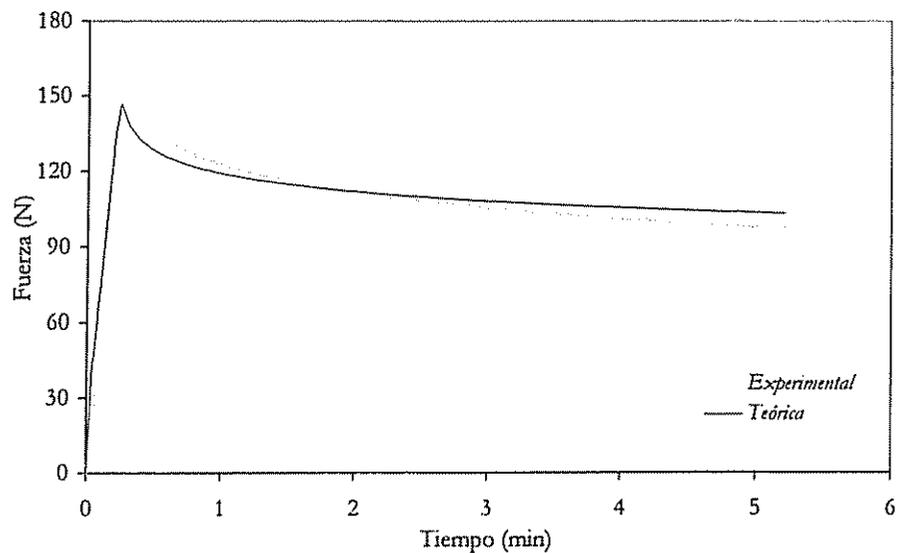


Figura 5.74. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=800$ °C. $\rho=2150$ kg m⁻³. $F_{\max}=150$ N

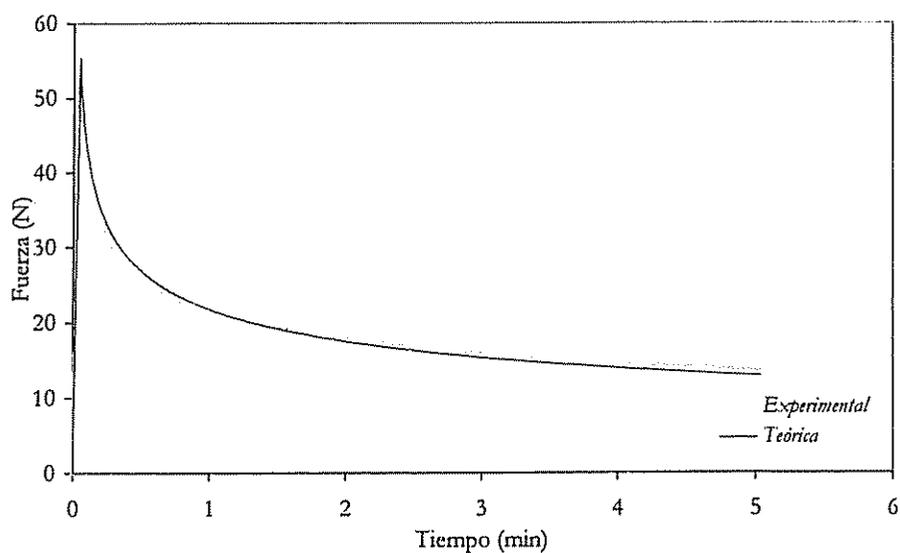


Figura 5.75. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=900$ °C. $\rho=2150$ kg m⁻³. $F_{\max}=50$ N

5. Resultados y discusión

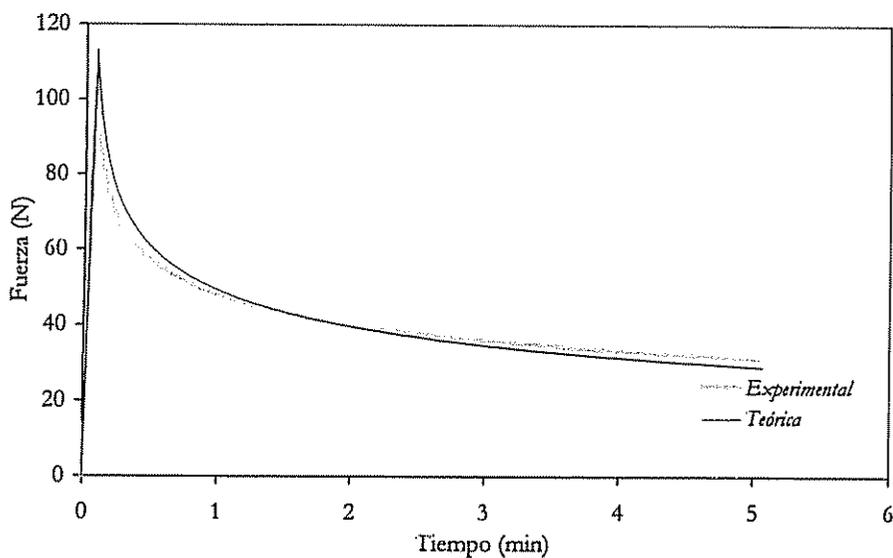


Figura 5.76. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=900\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2150\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=100\text{ N}$

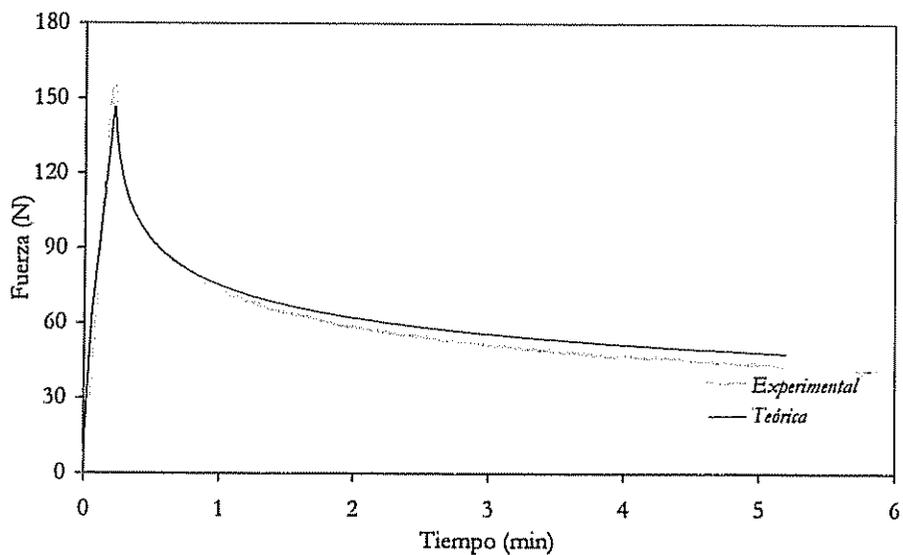


Figura 5.77. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=900\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2150\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=150\text{ N}$

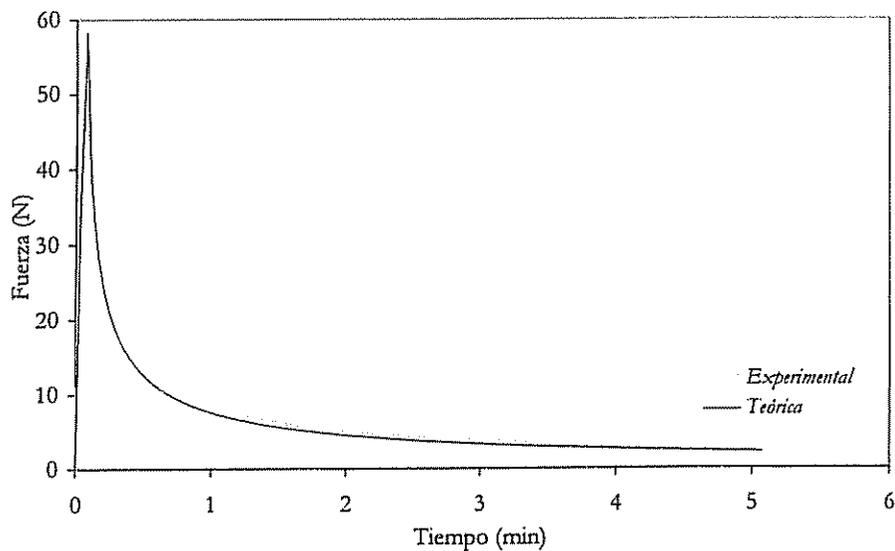


Figura 5.78. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=1000$ °C. $\rho=2150$ kg m⁻³. $F_{\max}=50$ N

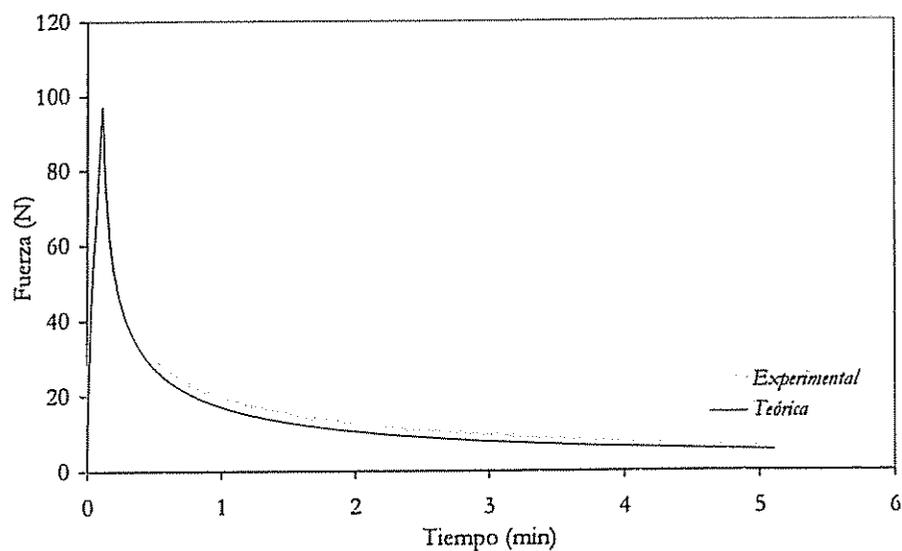


Figura 5.79. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=1000$ °C. $\rho=2150$ kg m⁻³. $F_{\max}=100$ N

5. Resultados y discusión

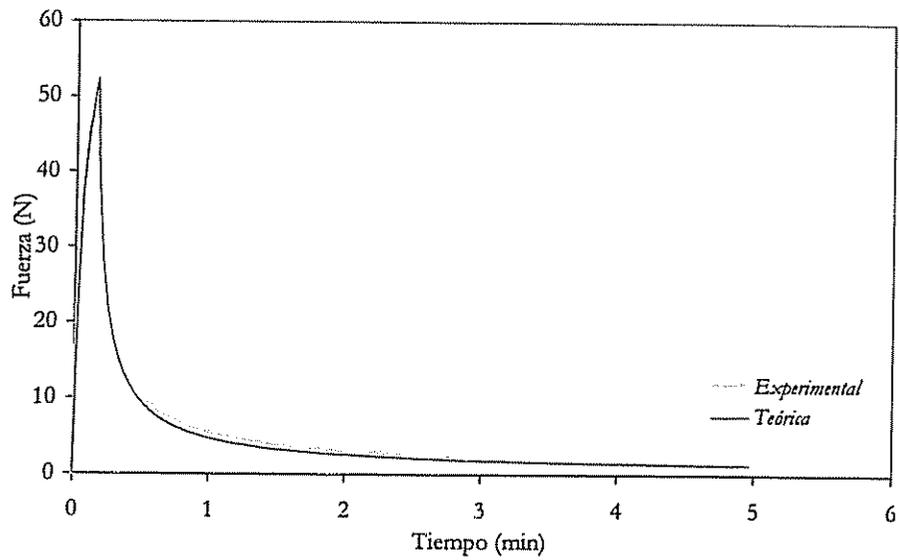


Figura 5.80. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=1050$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

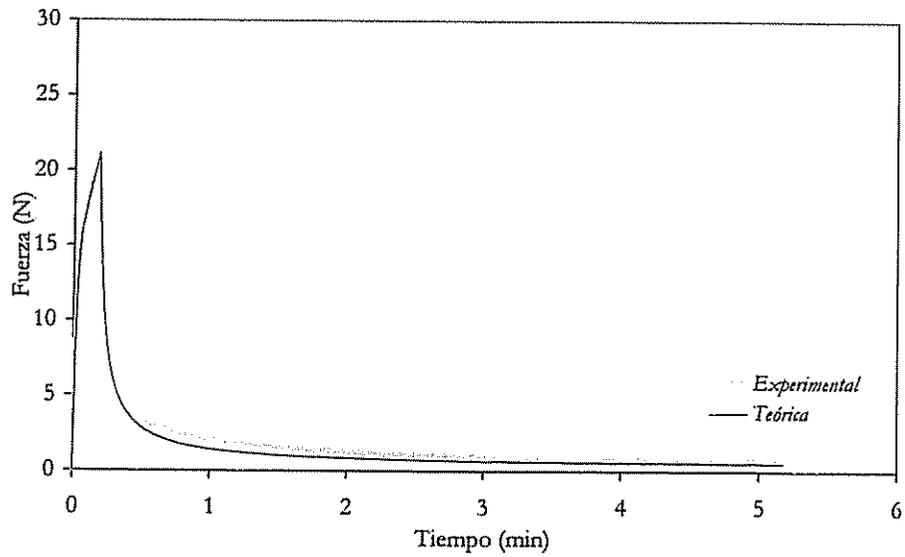


Figura 5.81. Evolución de la fuerza aplicada. Gres. $T=1100$ °C. $\rho=2150$ kg m^{-3} . $F_{max}=20$ N

a.2.2. Ensayos realizados con probetas de densidades 2050 kg m^{-3} y 1950 kg m^{-3}

En la tabla 5.15 y tabla 5.16 se muestran los valores de los parámetros de la ecuación 5.2.54 que conducen a un mejor ajuste para probetas con densidades de 2050 kg m^{-3} y 1950 kg m^{-3} respectivamente.

Tabla 5.15. Parámetros viscoelásticos de las probetas de gres ($\rho=2050 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	b·10 ⁻³	R ²
20	50	5.4	$1.6 \cdot 10^{-8}$	5.0	60	0.9881
500	50	6.4	$1.7 \cdot 10^{-8}$	5.0	60	0.9852
700	50	7.3	$2.5 \cdot 10^{-8}$	5.0	60	0.9846
	100					0.9814
800	50	10	$2.9 \cdot 10^{-7}$	4.0	15	0.9590
	100					0.9474
900	50	20	$4.9 \cdot 10^{-6}$	2.0	14	0.9317
	100					0.9329
1000	50	30	$1.9 \cdot 10^{-5}$	2.0	10	0.9798
	100					0.9071
1050	50	15	$9.3 \cdot 10^{-6}$	2.0	1.0	0.9938
1100	20	7.0	$2.6 \cdot 10^{-5}$	2.0	1.0	0.9572

Los parámetros E, A, n y b presentan la misma tendencia mostrada en las probetas de densidad 2150 kg m^{-3} . Si se compara la evolución de dichos parámetros con la densidad se llega a las siguientes conclusiones:

- En general se observa que el módulo de elasticidad disminuye a medida que la densidad es menor. En el caso de la probeta de $\rho=1950 \text{ kg m}^{-3}$ a 1100 °C , el módulo de elasticidad es mayor que el observado para la probeta de $\rho=2050 \text{ kg m}^{-3}$ a la misma temperatura; sin embargo, esto podría deberse a los errores experimentales (en especial a la aparición de una curvatura elevada en las probetas).
- El valor del exponente de tensiones cambia fundamentalmente al pasar de una densidad de 2150 kg m^{-3} a 2050 kg m^{-3} ; aunque es posible considerar el mismo valor del exponente n en las piezas de densidad 2050 y 1950 kg m^{-3} .

5. Resultados y discusión

- b presenta una tendencia muy similar a la de n. Mientras que existe un ligero cambio al pasar de una densidad de 2150 a 2050 kg m⁻³, cuando la densidad disminuye de 2050 a 1950 kg m⁻³ el valor de b es constante.
- La comparación de los valores de A es más delicada, en especial entre la densidad 2150 y 2050 kg m⁻³, debido a que varía tanto b como n, y la relajación de tensiones es un proceso que depende de los tres parámetros (e incluso de E); no obstante, en general se observa que A aumenta al disminuir la densidad aparente.

Tabla 5.16. Parámetros viscoelásticos de las probetas de gres ($\rho=1950 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	b·10 ⁻³	R ²
20	50	3.8	9.0·10 ⁻⁸	5.0	60	0.9812
500	50	5.4	6.1·10 ⁻⁸	5.0	60	0.9886
700	50	6.2	7.3·10 ⁻⁸	5.0	60	0.9911
800	50	8.0	6.3·10 ⁻⁷	4.0	15	0.9850
900	50	19	9.9·10 ⁻⁶	2.0	15	0.9164
	100					0.9819
1000	50	28	1.2·10 ⁻⁵	2.0	8	0.9813
	100					0.9523
1050	50	15	1.3·10 ⁻⁵	2.0	1	0.9944
1100	20	7.4	5.4·10 ⁻⁵	2.0	0.5	0.9710

b. Ensayos realizados con probetas de porosa

b.1. Aplicación del modelo sin endurecimiento

El primer modelo que se aplicó, como en el caso de la composición de gres, fue el correspondiente a la ecuación (5.2.51).

b.1.1. Ensayos realizados con probetas de densidad 2050 kg m⁻³

A continuación se presentan los resultados obtenidos al trabajar con las probetas preparadas a una densidad de 2050 kg m⁻³.

En la tabla 5.17 se indica la temperatura a la que se realizaron los diferentes ensayos y la fuerza máxima aplicada (F_{\max}), así como los parámetros obtenidos del ajuste (E , A , n) y el cuadrado del coeficiente de correlación (R^2).

Desde la figura 5.83 hasta la figura 5.100 se ha representado la fuerza que opone la probeta (reacción) en función del tiempo para las diferentes temperaturas ensayadas y para los distintos valores de la carga máxima aplicada.

En la figura 5.82 se ha representado la fracción de la fuerza aplicada que se relaja, en función del tiempo (F_R) para las diferentes temperaturas analizadas y para un valor de la fuerza máxima aplicada de $F_{\max}=50$ N.

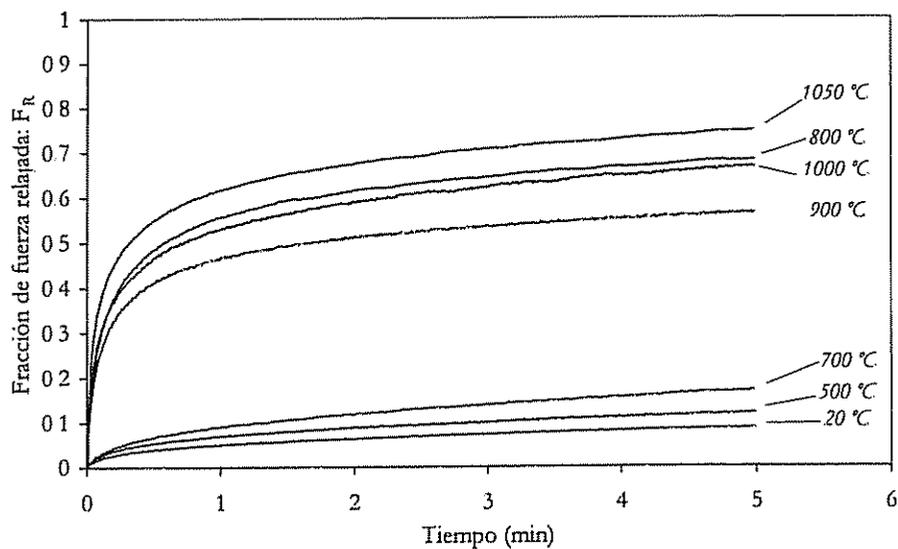


Figura 5.82. Relajación de la fuerza aplicada para las diferentes temperaturas ensayadas. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{\max}=50$ N

5. Resultados y discusión

Tabla 5.17. Parámetros viscoelásticos de las probetas de porosa ($\rho=2050 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	R ²
20	50	7.1	$3.9 \cdot 10^{-18}$	17	0.9958
	100	--	--	--	--
500	50	6.4	$2.2 \cdot 10^{-14}$	11	0.9638
	100	7.4	$3.6 \cdot 10^{-17}$	11	0.9922
	150	--	--	--	--
700	50	8.5	$5.9 \cdot 10^{-14}$	11	0.9939
	100	9.7	$1.7 \cdot 10^{-16}$	11	0.9912
	150	9.7	$4.7 \cdot 10^{-18}$	11	0.9913
800	50	12	$4.5 \cdot 10^{-8}$	5.0	0.9803
	100	14	$2.3 \cdot 10^{-9}$	5.0	0.9777
	150	14	$2.5 \cdot 10^{-10}$	5.0	0.9723
900	50	9.0	$4.6 \cdot 10^{-9}$	7.2	0.9941
	100	11	$2.3 \cdot 10^{-11}$	7.2	0.9888
	150	12	$1.1 \cdot 10^{-12}$	7.2	0.9968
1000	50	12	$2.1 \cdot 10^{-8}$	5.6	0.9914
	100	12	$6.3 \cdot 10^{-10}$	5.6	0.9878
	150	12	$8.0 \cdot 10^{-11}$	5.6	0.9676
1050	50	8.8	$1.2 \cdot 10^{-7}$	5.0	0.9870
	100	9.5	$6.9 \cdot 10^{-9}$	5.0	0.9537
	150	--	--	--	--
1100	20	7.8	$3.4 \cdot 10^{-5}$	3.0	0.9720
	50	--	--	--	--

El comportamiento mecánico de las probetas de porosa es muy diferente al que se había observado en el gres. Se comprueba que:

- En el intervalo de temperatura comprendido entre 20 y 800 °C, la fracción de fuerza relajada (F_R) aumenta con la temperatura.
- Entre 800 y 900 °C se produce una disminución de F_R con la temperatura.
- A partir de 900 °C existe de nuevo un incremento de F_R al aumentar la temperatura.

La disminución de F_R en torno a los 900 °C puede estar relacionado con la aparición de fases cristalinas cálcicas, como se comprobará posteriormente.

De la inspección de los valores de R^2 en los diferentes ensayos, así como de las figuras se concluye que el ajuste proporcionado por la ecuación (5.2.51) es muy bueno, consiguiéndose explicar adecuadamente tanto el proceso de carga de la probeta como la relajación de la misma.

Al analizar los valores de la tabla 5.17 se observa:

- Los valores del módulo de elasticidad (E) dependen de la temperatura a la que se realiza el ensayo, pero no de la fuerza máxima aplicada.
- (E) aumenta hasta que se alcanza una temperatura de unos 800 °C. Al pasar a 900 °C se observa una apreciable disminución del módulo de elasticidad y una ligera dependencia del mismo con el valor de la fuerza máxima aplicada. A partir de 1000 °C, el módulo de elasticidad vuelve a descender al aumentar la temperatura.

A primera vista puede parecer un poco sorprendente que el módulo de elasticidad disminuya precisamente cuando el comportamiento del material es más *rígido* (en el sentido de que la relajación de tensiones es menor). Hay que tener en cuenta que la relajación de las tensiones es un fenómeno que depende de E, A y n (en el modelo propuesto). No es posible prever el comportamiento de un material si se atiende únicamente a uno de estos parámetros.

- El exponente de las tensiones (n) es independiente de la fuerza máxima aplicada y sólo depende de la temperatura.
- (n) disminuye hasta alcanzar los 800 °C. A los 900 °C se produce un aumento que coincide con la disminución de la velocidad de relajación de tensiones. A partir de dicha temperatura, n sigue disminuyendo.
- El parámetro A varía tanto con la temperatura como con la fuerza máxima aplicada. El orden de magnitud en que cambia A depende de n, de forma que para valores elevados de n, la variación de A al aumentar F_{max} es también mayor.

5. Resultados y discusión

- El hecho de que A sea función de F_{\max} hace que A no sea un parámetro característico del material, sino que dependa también de las condiciones de realización del ensayo. A pesar de ello, si se fija un determinado valor de F_{\max} , el análisis de la variación de A con la temperatura sí aporta información del comportamiento mecánico de las probetas. (A) aumenta con la temperatura hasta alcanzar los 800 °C. A 900 °C se produce una brusca disminución para, posteriormente, seguir aumentando. La evolución de A y n con la temperatura es, por tanto, paralela.

La dependencia de A con el valor de la fuerza máxima aplicada pone de manifiesto las limitaciones de la ecuación (5.2.51). En el próximo apartado se analizará la utilización de una ecuación con endurecimiento para estudiar el proceso de relajación de tensiones.

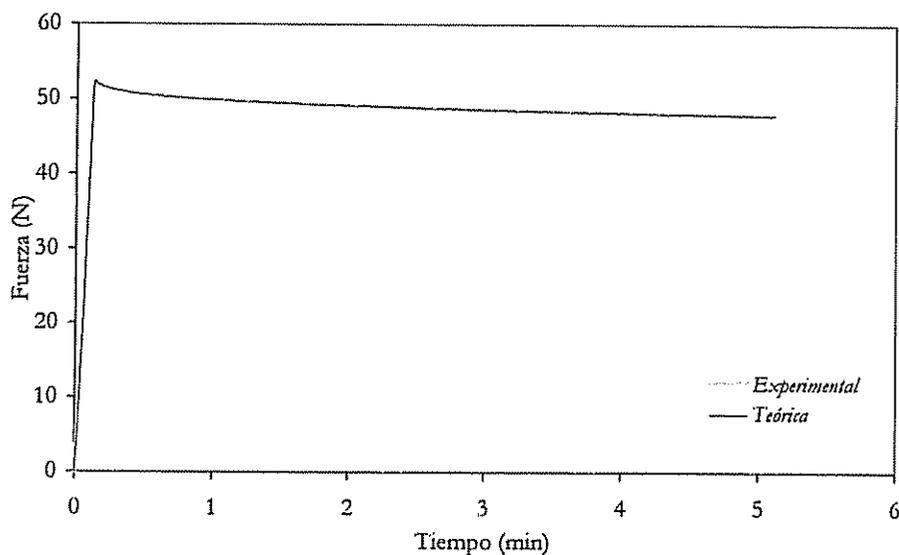


Figura 5.83. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=20$ °C. $\rho=2050$ kg m⁻³. $F_{\max}=50$ N

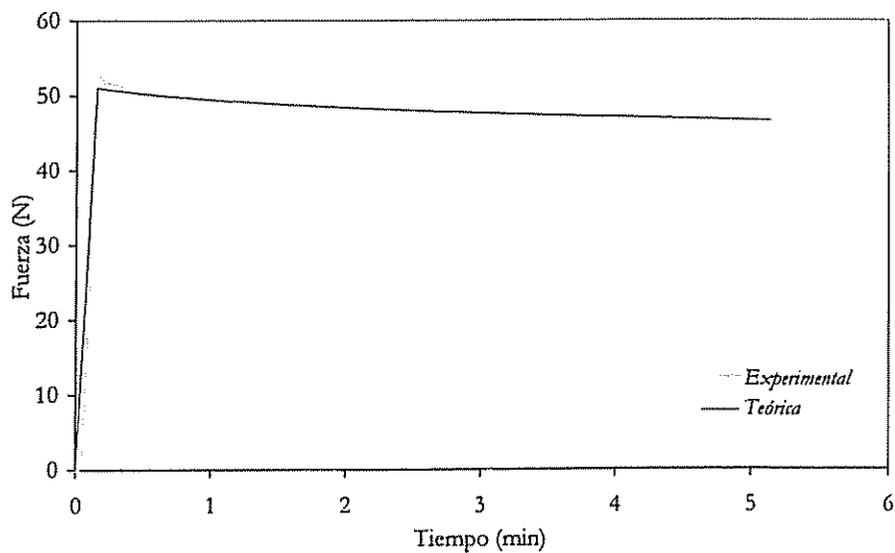


Figura 5.84. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=500\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

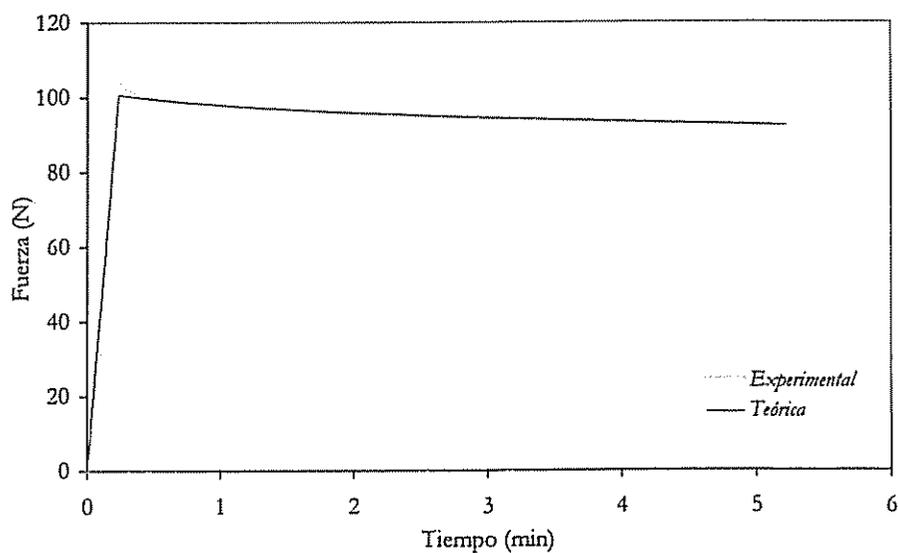


Figura 5.85. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=500\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=100\text{ N}$

5. Resultados y discusión

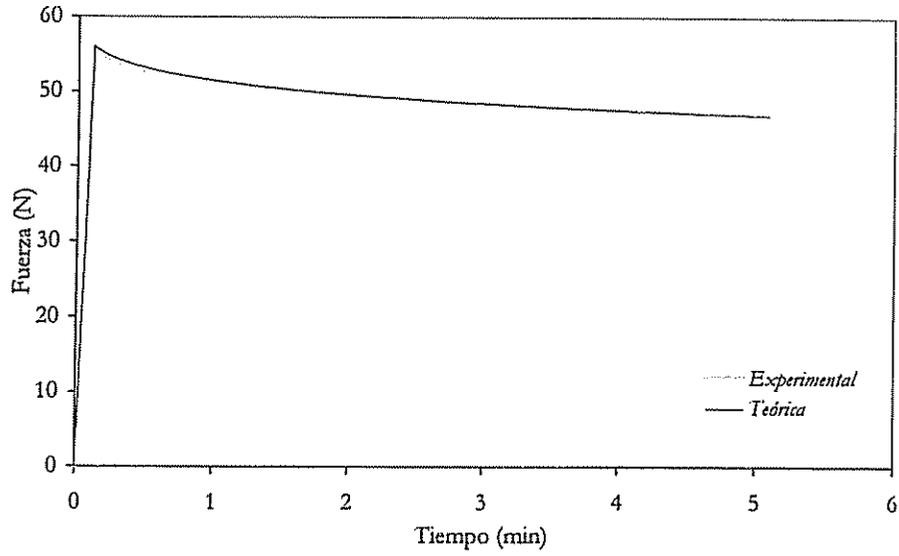


Figura 5.86. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=700\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\max}=50\text{ N}$

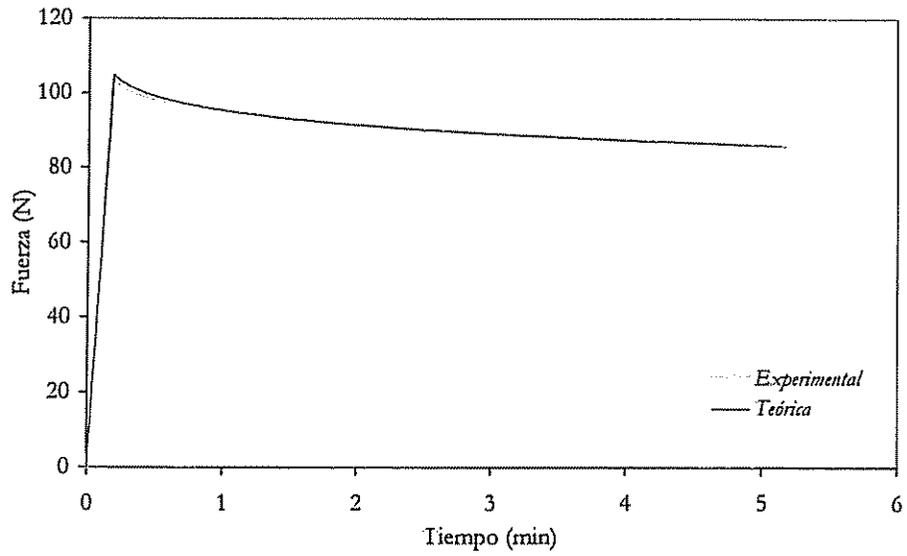


Figura 5.87. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=700\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\max}=100\text{ N}$

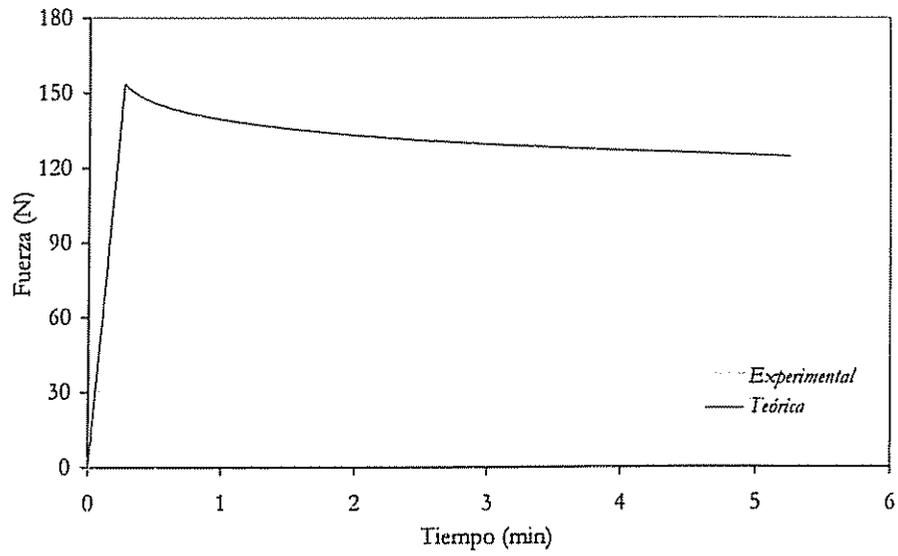


Figura 5.88. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=700$ °C. $\rho=2050$ kg m⁻³. $F_{\max}=150$ N

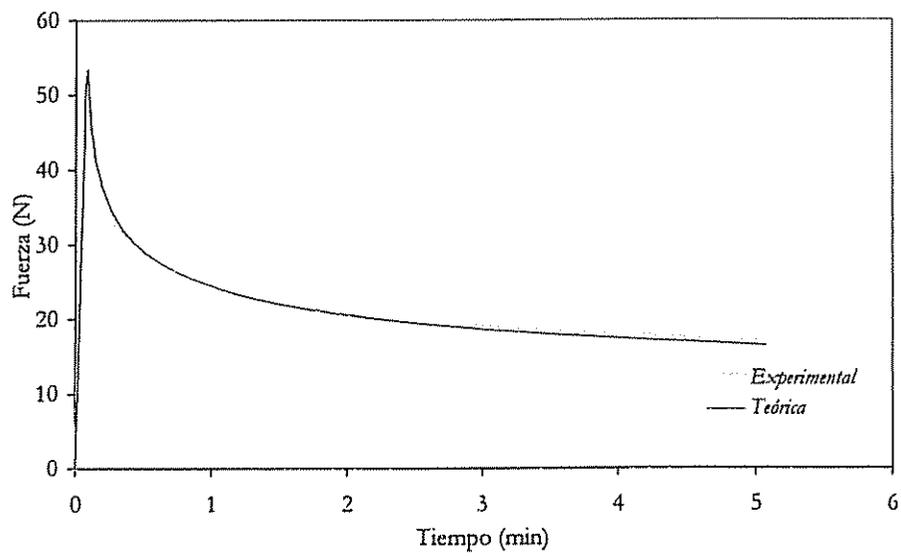


Figura 5.89. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=800$ °C. $\rho=2050$ kg m⁻³. $F_{\max}=50$ N

5. Resultados y discusión

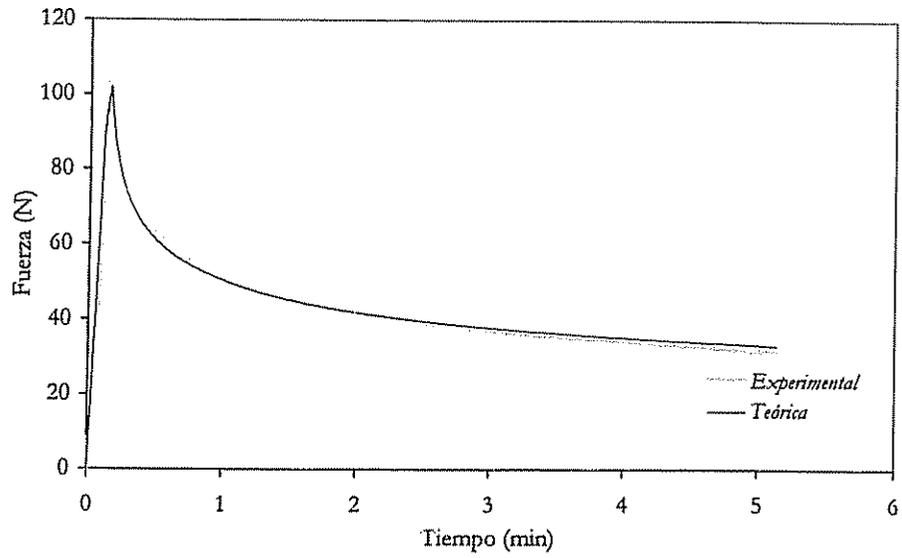


Figura 5.90. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=800$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=100$ N

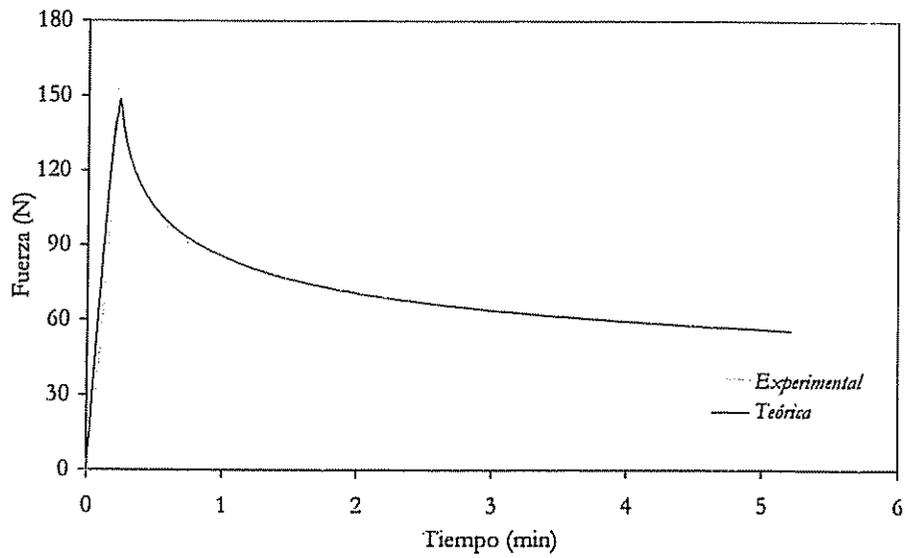


Figura 5.91. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=800$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=150$ N

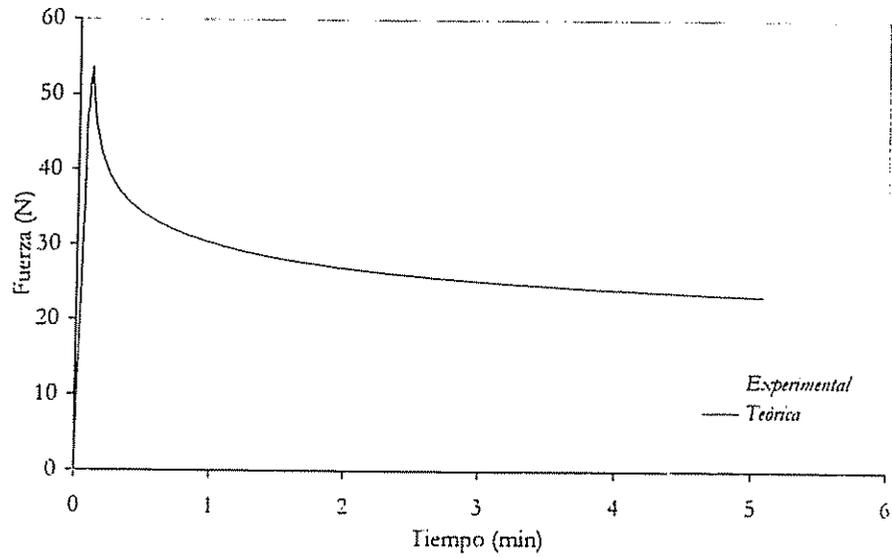


Figura 5.92. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=900$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

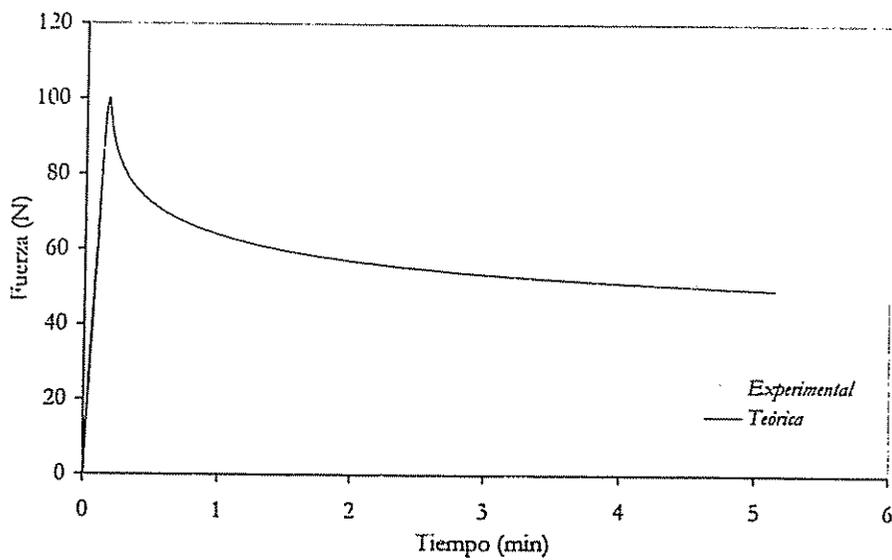


Figura 5.93. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=900$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=100$ N

5. Resultados y discusión

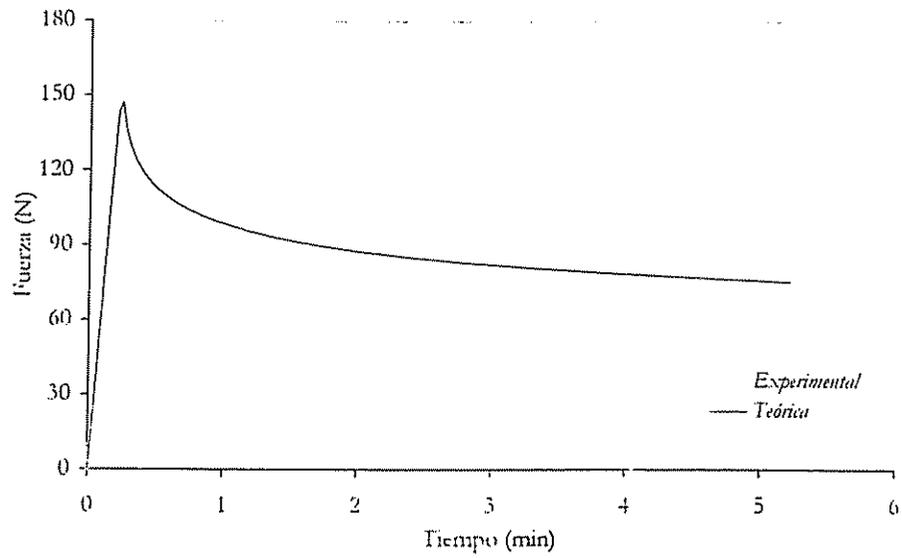


Figura 5.94. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=900$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=150$ N

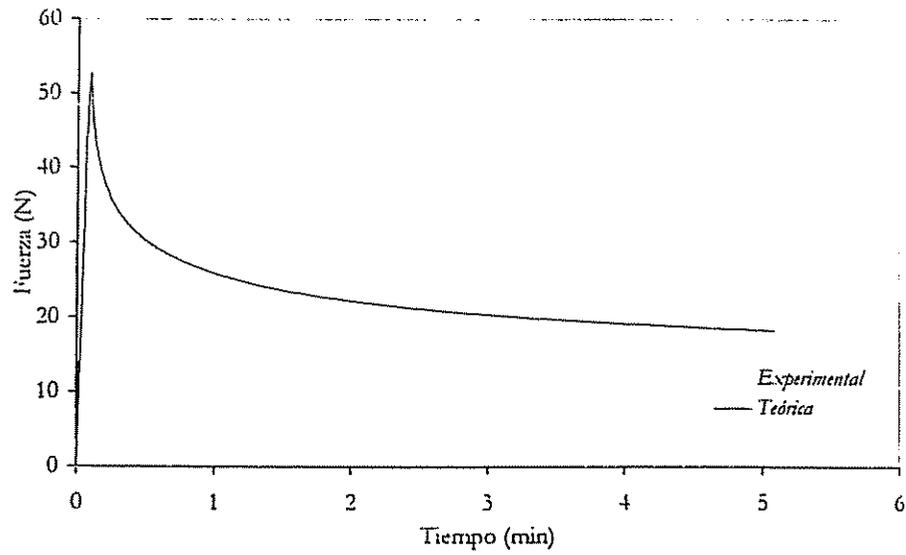


Figura 5.95. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1000$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

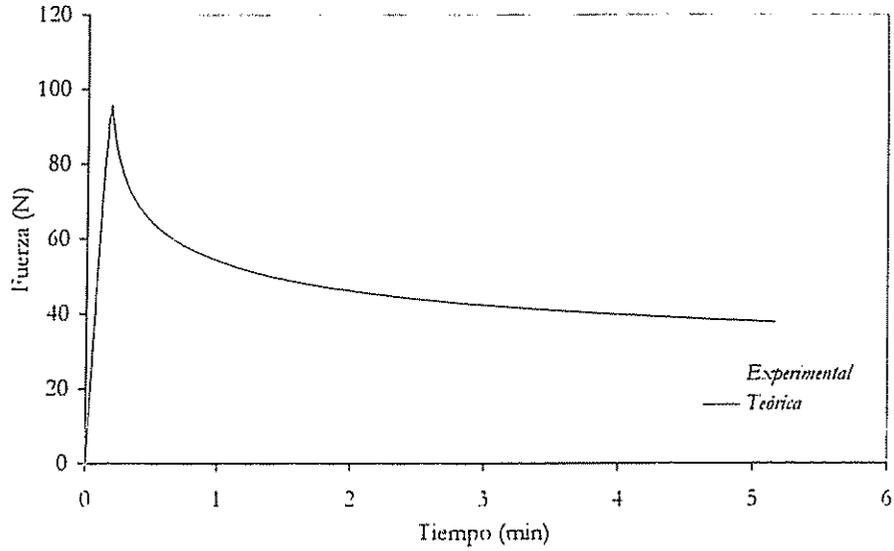


Figura 5.96. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1000\text{ °C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\max}=100\text{ N}$

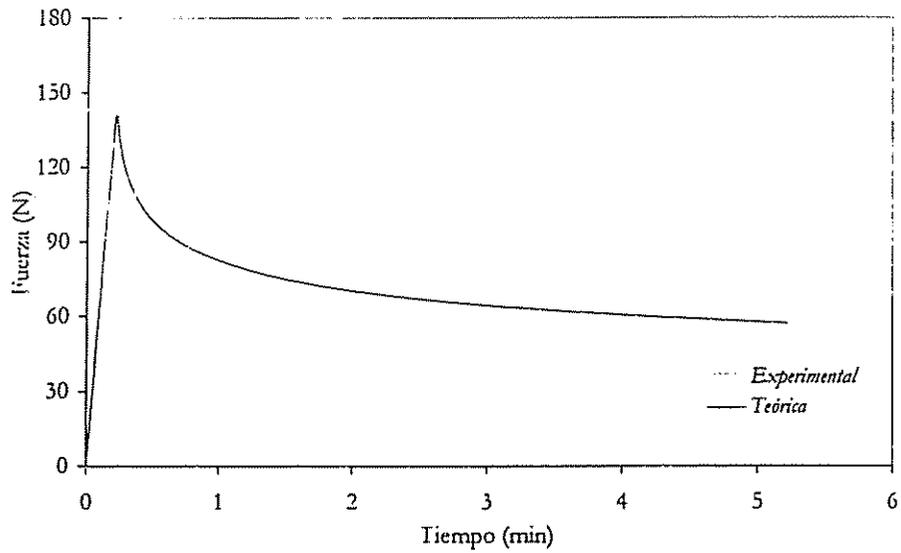


Figura 5.97. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1000\text{ °C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\max}=150\text{ N}$

5. Resultados y discusión

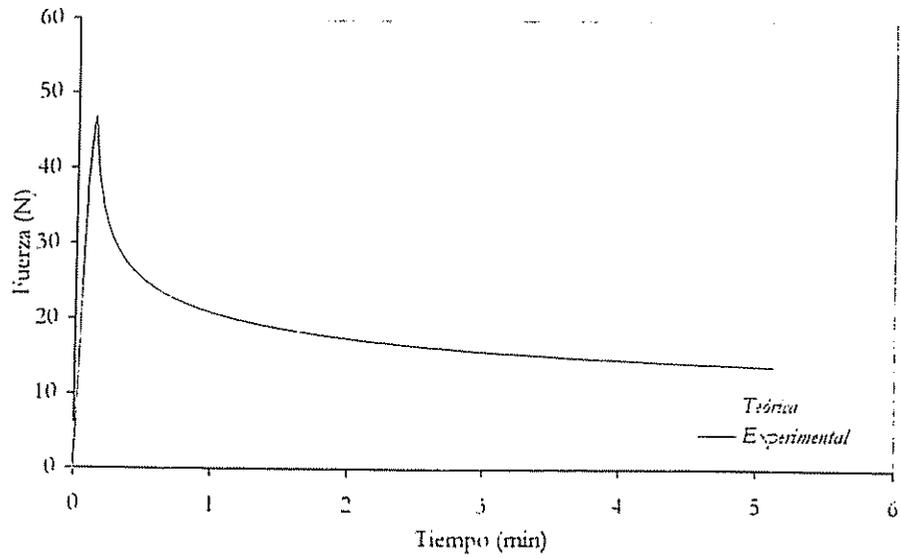


Figura 5.98. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1050$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

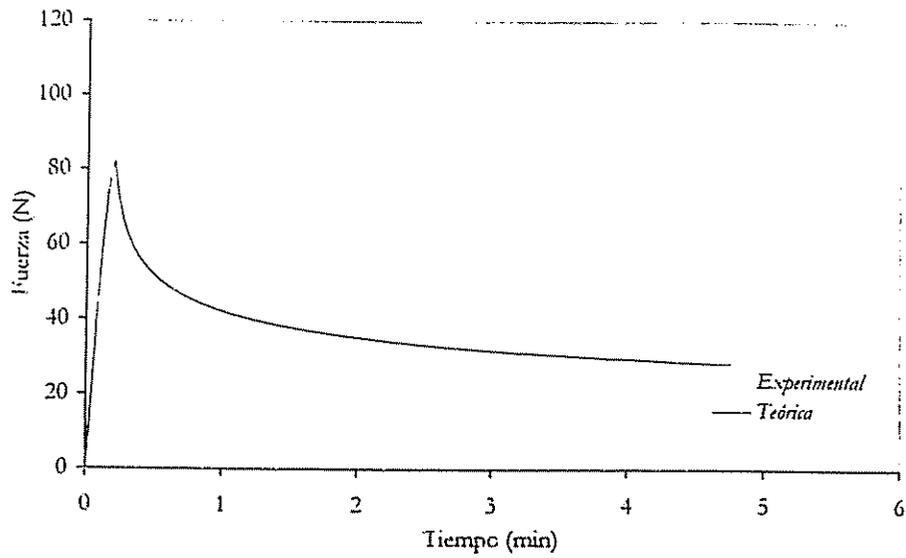


Figura 5.99. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1050$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=100$ N

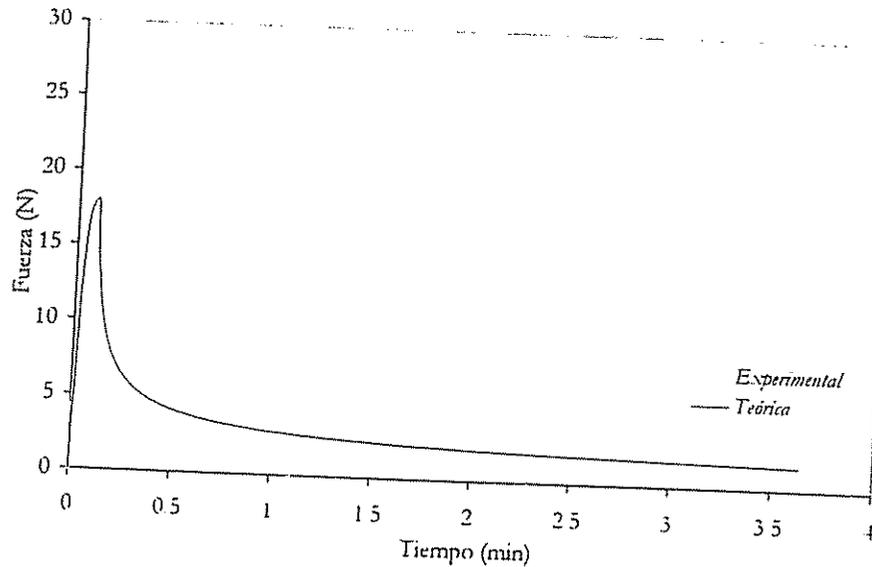


Figura 5.100 Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1100\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$.
 $F_{\text{max}}=20\text{ N}$

b.1.2. Ensayos realizados con probetas de densidades 1950 kg m^{-3} y 1850 kg m^{-3}

En la figura 5.101 se ha representado la fracción de la fuerza aplicada que se ha relajado, en función del tiempo (F_R), en las siguientes condiciones:

- densidad: 1950 kg m^{-3}
- F_{max} : 50 N

En líneas generales, el comportamiento mecánico de las probetas de porosa de densidad 1950 kg m^{-3} es similar al que presentaban las probetas de densidad 2050 kg m^{-3} ; la relajación aumenta al hacerlo la temperatura hasta que se alcanzan unos $800\text{ }^{\circ}\text{C}$. A continuación, en el intervalo de 800 a $900\text{ }^{\circ}\text{C}$ F_R disminuye y, posteriormente, vuelve a aumentar.

En la tabla 5.18 se muestran los resultados obtenidos trabajando con probetas preparadas a una densidad de 1950 kg m^{-3} , y en la tabla 5.19 los resultados correspondientes a las probetas de 1850 kg m^{-3} .

En ambos casos se indican los valores de la fuerza máxima aplicada (F_{max}), módulo de elasticidad (E), constante de proporcionalidad en la ecuación de

5. Resultados y discusión

fluencia (A), exponente de tensiones (n) y el cuadrado del coeficiente de correlación (R^2).

Los datos presentados en la tabla 5.18 y en la tabla 5.19 muestran la misma tendencia que los mostrados en la tabla 5.17 (densidad 2050 kg m^{-3}).

Las representaciones gráficas de los valores de la fuerza aplicada en función del tiempo, para los ensayos presentados en la tabla 5.18 y tabla 5.19 son similares a las representaciones correspondientes a las probetas con densidad 2050 kg m^{-3} y por ello no se han incluido en el presente trabajo.

A partir de los resultados presentados se puede concluir que:

- En general, el módulo de elasticidad (E) disminuye al disminuir la densidad de las probetas. Existen casos, sin embargo, en los que esta tendencia no se observa. Posiblemente el ejemplo más claro lo constituya el ensayo realizado sobre la probeta de $\rho=1950 \text{ kg m}^{-3}$, $T=1050 \text{ }^\circ\text{C}$, que presentaba $E=6.9 \text{ GPa}$; mientras que la probeta de $\rho=1850 \text{ kg m}^{-3}$, $T=1050 \text{ }^\circ\text{C}$ tenía un módulo de elasticidad mucho más alto $E=13 \text{ GPa}$. Posiblemente esta discrepancia en los valores observados se deba a la elevada deformación de las piezas de menor densidad, lo que conduce a que la geometría de las probetas deje de ser paralelepípedica y la resistencia frente a la deformación sea mayor (con el consiguiente aumento *aparente* del módulo de elasticidad).
- El valor del exponente de tensiones (n) cambia sólo muy ligeramente, y sigue la misma evolución con la temperatura para todas las densidades.
- En líneas generales, el valor de A es más elevado cuando la densidad es más alta (hay que tener en cuenta que sólo es posible comparar los datos en aquellos experimentos en lo que se mantiene la n constante para las tres densidades).

Tabla 5.18. Parámetros viscoelásticos de las probetas de porosa ($\rho=1950 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	R ²
20	50	6.5	$3.4 \cdot 10^{-15}$	17	0.9842
	100	--	--	--	--
500	50	6.0	$6.8 \cdot 10^{-13}$	9.0	0.9900
	100	--	--	--	--
700	50	6.7	$4.1 \cdot 10^{-12}$	9.0	0.9938
	100	7.6	$2.0 \cdot 10^{-14}$	9.0	0.9926
	150	--	--	--	--
800	50	7.5	$1.1 \cdot 10^{-7}$	5.0	0.9786
	100	7.5	$3.0 \cdot 10^{-9}$	5.0	0.9667
	150	--	--	--	--
900	50	9.0	$2.4 \cdot 10^{-9}$	7.5	0.9897
	100	7.5	$3.1 \cdot 10^{-11}$	7.5	0.9814
	150	--	--	--	--
1000	50	10	$2.9 \cdot 10^{-8}$	5.6	0.9823
	100	8.1	$4.2 \cdot 10^{-9}$	5.6	0.9049
	150	--	--	--	--
1050	50	6.9	$4.2 \cdot 10^{-7}$	4.0	0.9648
	100	--	--	--	--
1100	20	1.4	$3.2 \cdot 10^{-5}$	3.0	0.9920
	50	--	--	--	--

5. Resultados y discusión

Tabla 5.19. Parámetros viscoelásticos de las probetas de porosa ($\rho=1850 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	R ²
20	25	4.0	$2.7 \cdot 10^{-12}$	17	0.9776
	50	--	--	--	--
500	50	4.0	$4.3 \cdot 10^{-10}$	9.0	0.9884
	100	--	--	--	--
700	50	5.0	$1.6 \cdot 10^{-11}$	9.0	0.9914
	100	--	--	--	--
800	50	10	$6.7 \cdot 10^{-8}$	5.0	0.9292
	100	--	--	--	--
900	50	8.9	$3.8 \cdot 10^{-9}$	7.5	0.9919
	100	--	--	--	--
1000	50	10	$5.5 \cdot 10^{-8}$	5.6	0.9447
	100	--	--	--	--
1050	50	13	$1.3 \cdot 10^{-8}$	4.0	0.9911
	100	--	--	--	--
1100	20	3.4	$3.7 \cdot 10^{-5}$	3.0	0.9722
	50	--	--	--	--

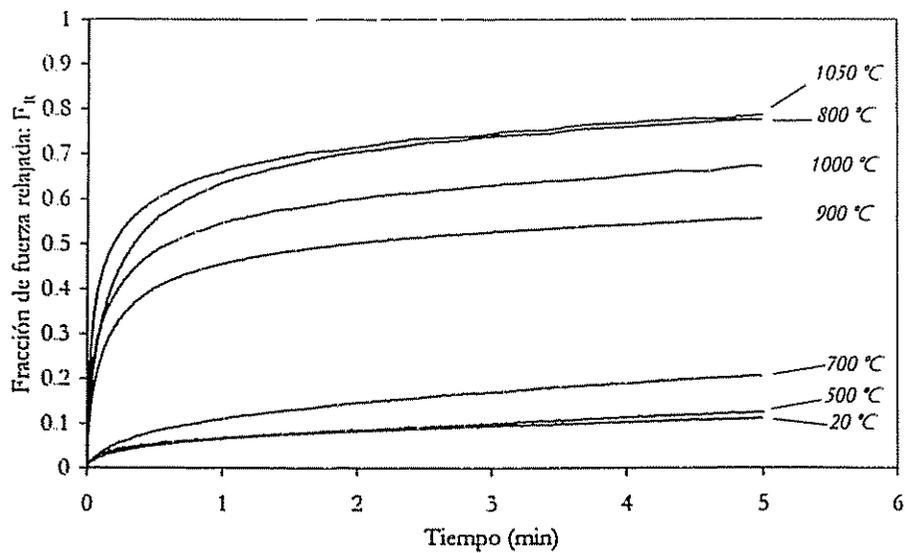


Figura 5.101. Relajación de la fuerza aplicada para las diferentes temperaturas ensayadas. $\rho=1950 \text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50 \text{ N}$

b.2. Aplicación del modelo con endurecimiento

En el apartado anterior se ha visto que la ecuación (5.2.51) conduce a que el parámetro A dependa de las condiciones de realización del ensayo (F_{max}), como sucedía en el caso del gres y, por consiguiente, no puede considerarse un parámetro característico del material.

Tras ensayar diferentes tipos de ecuaciones, la que condujo a un mejor acuerdo entre los valores teóricos y los experimentales fue la ecuación (5.2.54).

b.2.1. Ensayos realizados con probetas de densidad 2050 kg m⁻³

En la tabla 5.20 se muestra la temperatura a la que se realizaron los diferentes ensayos, la fuerza máxima aplicada y los valores de E, A, n y b obtenidos al realizar el ajuste. También se indica el valor de R² para cada ensayo.

Los ajustes se realizaron imponiendo la condición adicional de que E, A, n y b fueran independientes de la fuerza máxima aplicada.

Desde la figura 5.102 hasta la figura 5.119 se ha representado la evolución de la fuerza aplicada en función del tiempo y los resultados obtenidos a partir de la ecuación (5.2.54).

De la inspección de los datos que aparecen en la tabla 5.20 se extraen las siguientes tendencias:

- El módulo de elasticidad (E) aumenta con la temperatura, hasta alcanzar los 900 °C; temperatura a partir de la cual disminuye de nuevo.
- Los valores de n permanecen sensiblemente constantes. Sólo para temperaturas elevadas se produce una disminución significativa de n.
- b presenta una evolución más compleja. Disminuye hasta alcanzar un mínimo cuando T=800 °C. A 900 °C aumenta de forma importante (posiblemente como consecuencia de *rigidización* del material); pero a partir de esta temperatura, b sigue disminuyendo.
- En líneas generales, A aumenta al hacerle la temperatura. Por otra parte, para aquellas temperaturas en las que se produce una variación

5. Resultados y discusión

simultánea tanto de b como de n puede observarse una disminución de Λ con la temperatura (por ejemplo al pasar de 900 a 1000 °C), sin que esto signifique que se haya producido una disminución en la velocidad a la que se relajan las tensiones (figura 5.82).

Tabla 5.20. Parámetros viscoelásticos de las probetas de porosa ($\rho=2050 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	b·10 ⁻³	R ²
20	50	7.1	4.5·10 ⁻⁹	3.8	37	0.9929
500	50	7.0	5.0·10 ⁻⁹	3.8	37	0.9666
	100					0.9896
700	50	9.0	2.4·10 ⁻⁸	3.8	37	0.9923
	100					0.9800
	150					0.9611
800	50	20	7.4·10 ⁻⁷	3.8	9	0.9144
	100					0.9414
	150					0.9483
900	50	21	8.0·10 ⁻⁶	3.9	16	0.9532
	100					0.9833
	150					0.9204
1000	50	19	2.1·10 ⁻⁶	3.6	12	0.9424
	100					0.9809
	150					0.9651
1050	50	14	1.1·10 ⁻⁵	3.4	10	0.9789
	100					0.9303
1100	20	12	1.1·10 ⁻⁴	3.0	5.0	0.9756

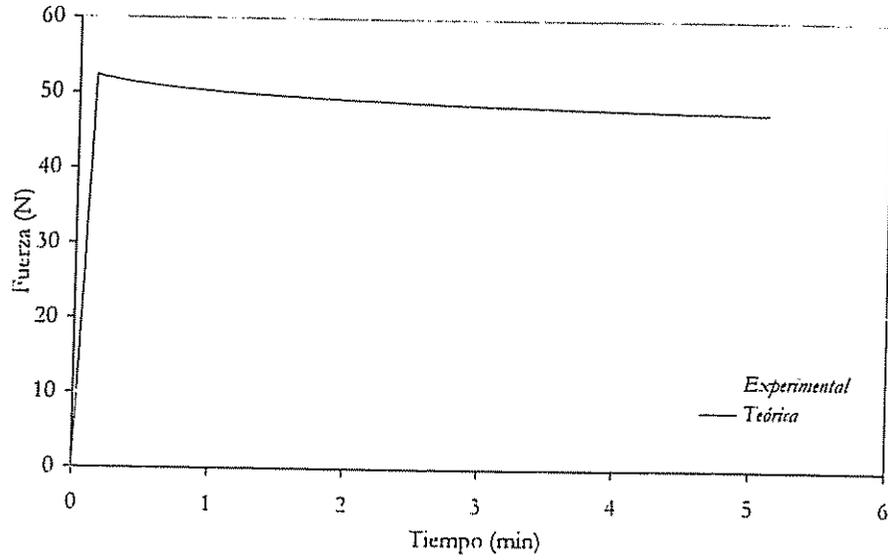


Figura 5.102. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

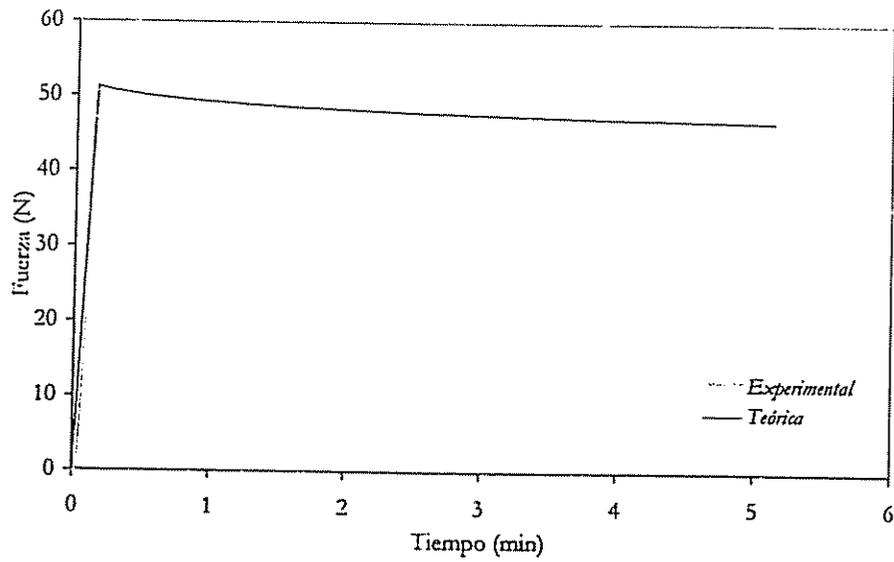


Figura 5.103. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=500\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

5. Resultados y discusión

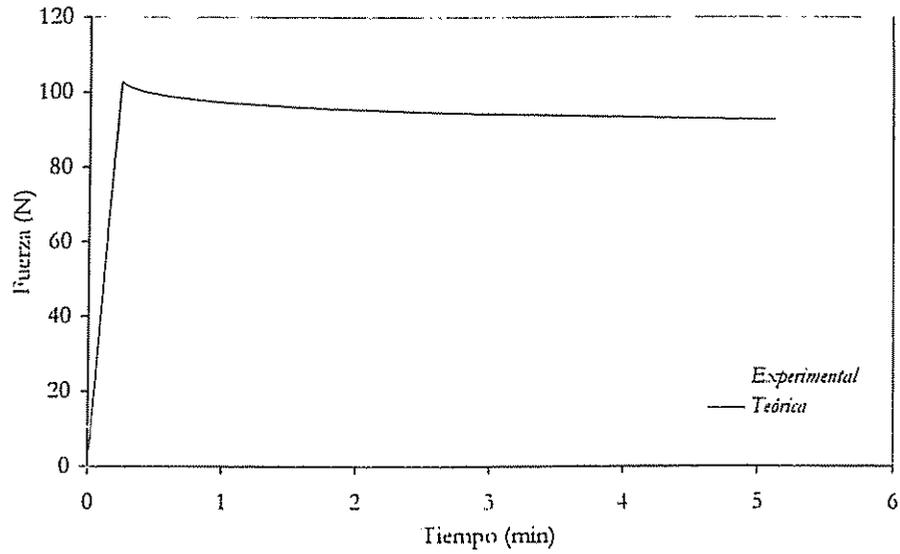


Figura 5.104. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=500$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=100$ N

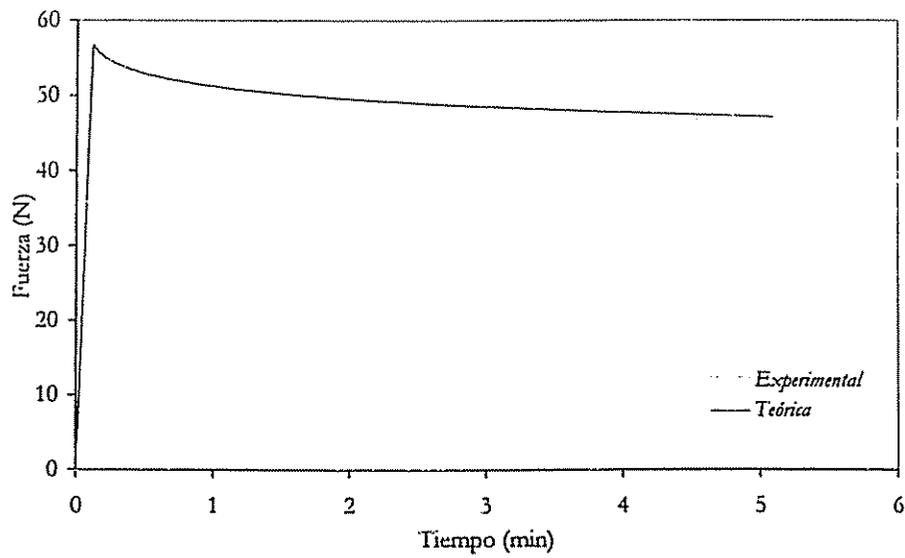


Figura 5.105. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=700$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

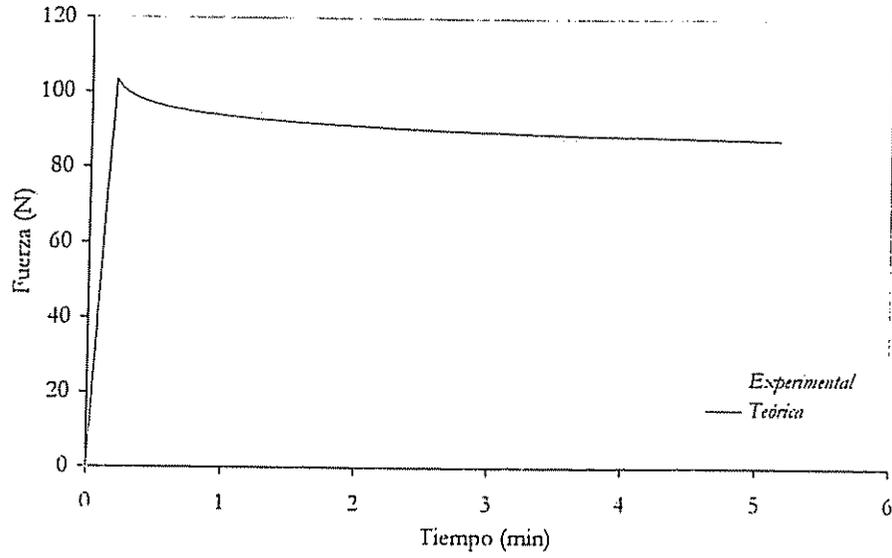


Figura 5.106. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=700 \text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050 \text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=100 \text{ N}$

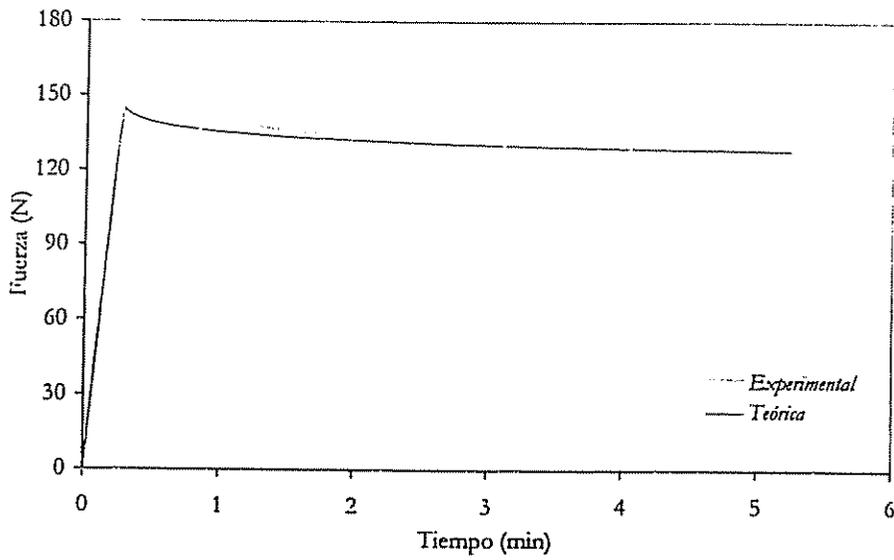


Figura 5.107. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=700 \text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050 \text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=150 \text{ N}$

5. Resultados y discusión

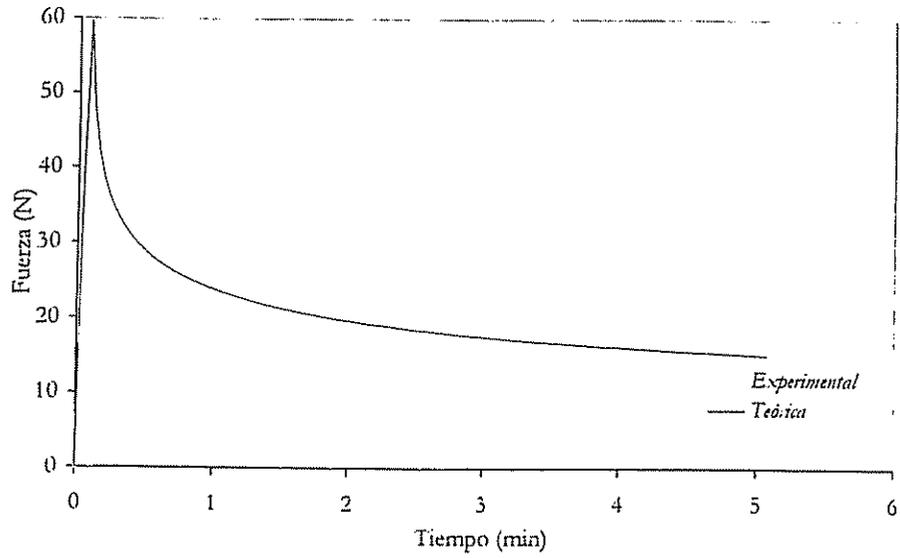


Figura 5.108. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=800\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

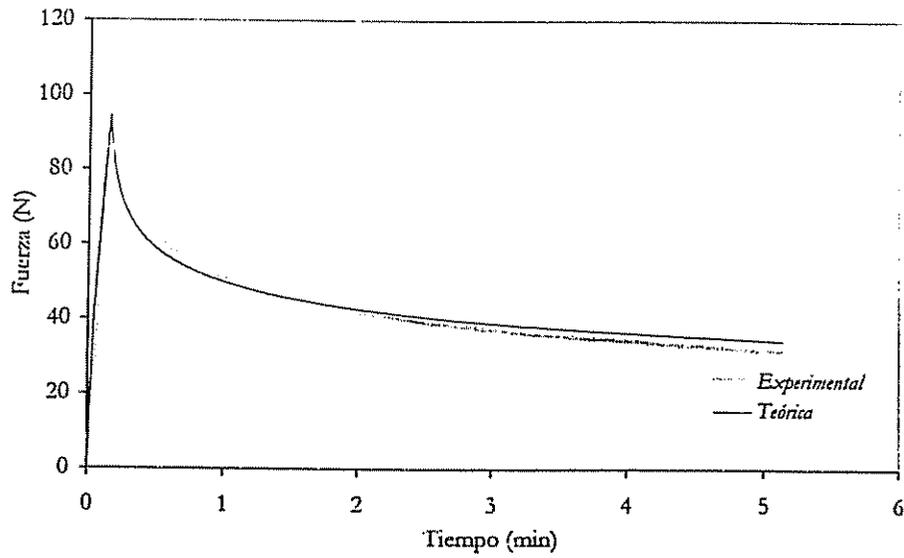


Figura 5.109. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=800\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=100\text{ N}$

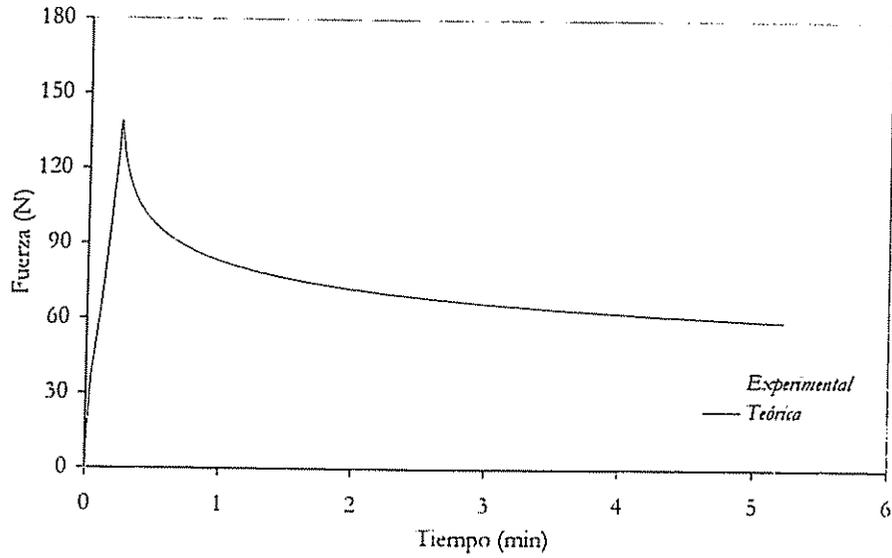


Figura 5.110. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=800\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=150\text{ N}$

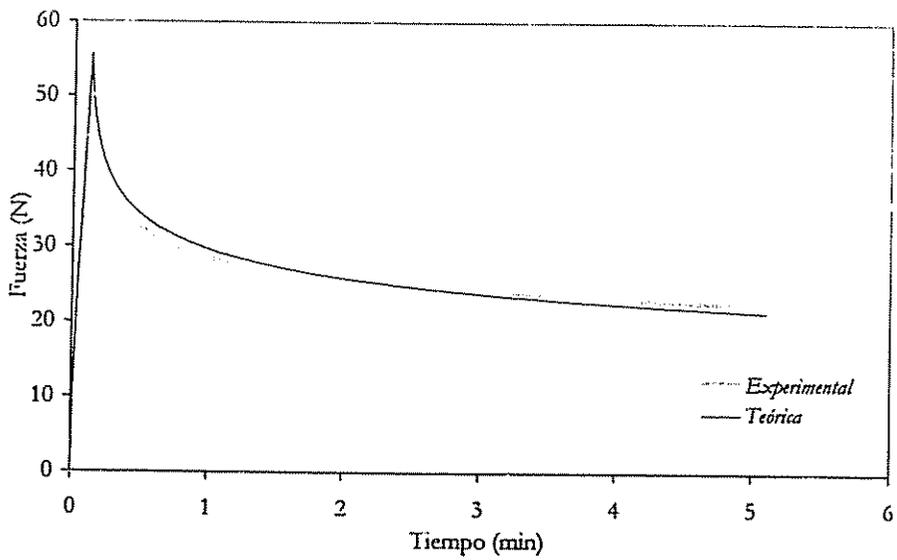


Figura 5.111. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=900\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

5. Resultados y discusión

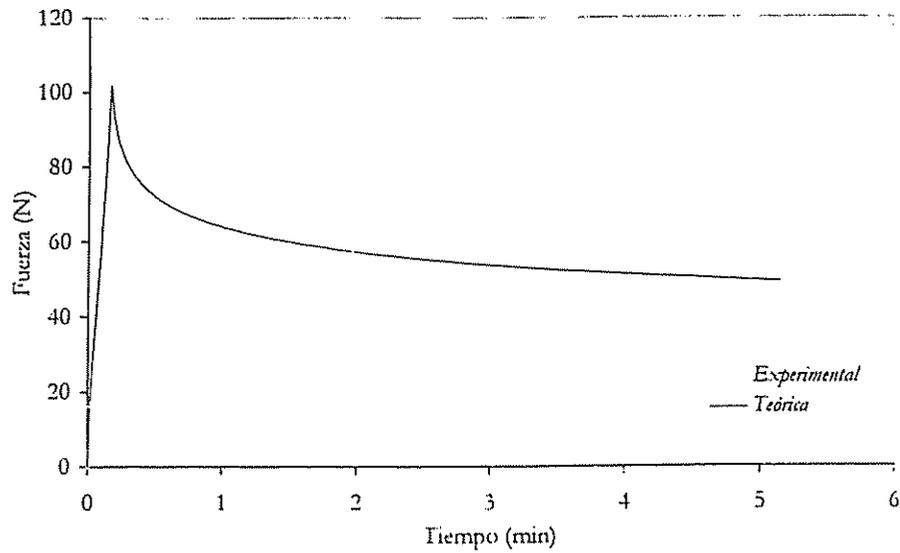


Figura 5.112. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=900\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=100\text{ N}$

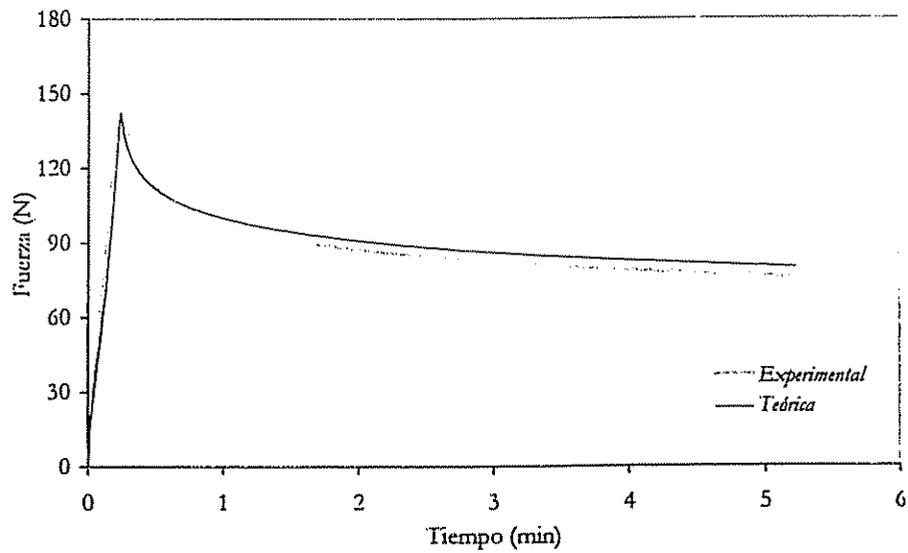


Figura 5.113. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=900\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=150\text{ N}$

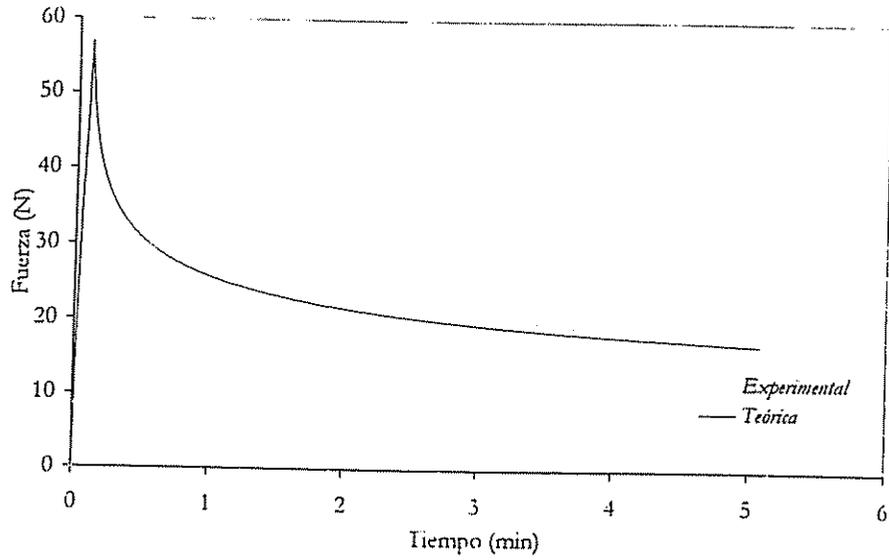


Figura 5.114. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1000\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=50\text{ N}$

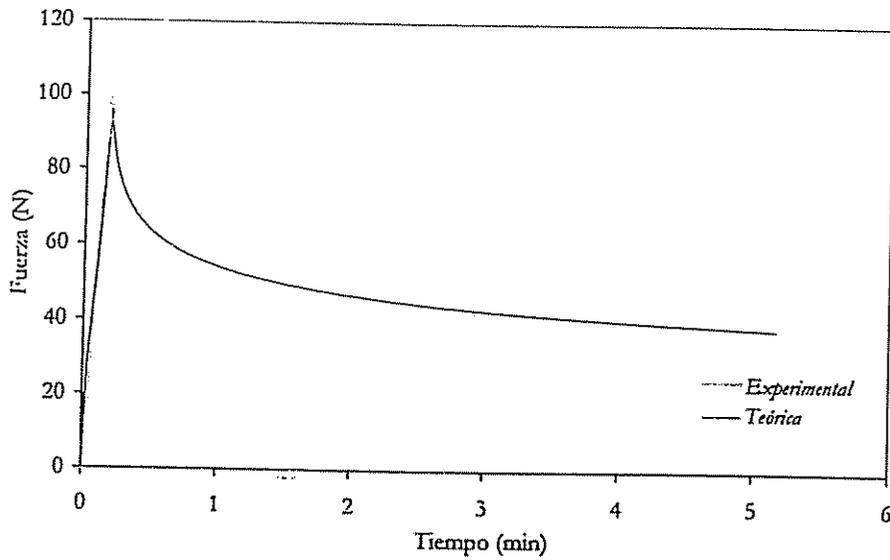


Figura 5.115. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1000\text{ }^{\circ}\text{C}$. $\rho=2050\text{ kg m}^{-3}$. $F_{\text{max}}=100\text{ N}$

5. Resultados y discusión

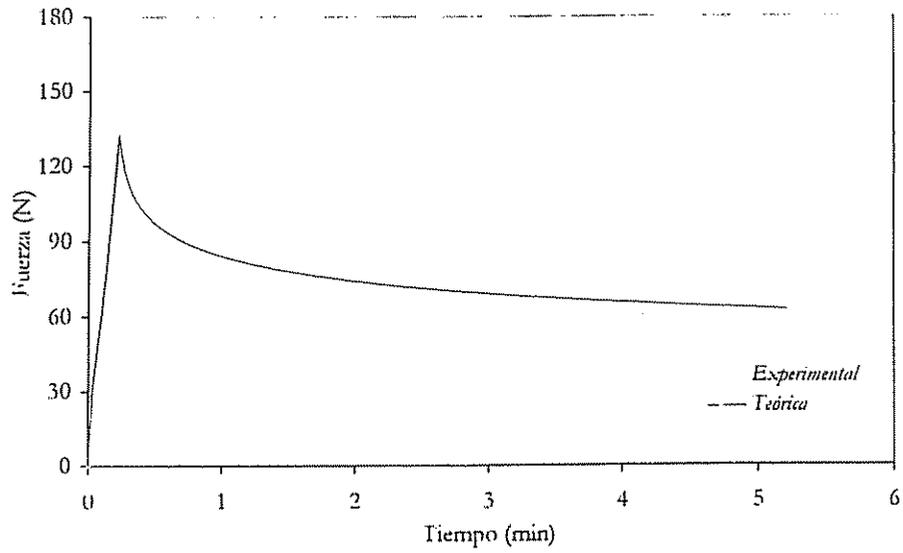


Figura 5.116. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1000$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=150$ N

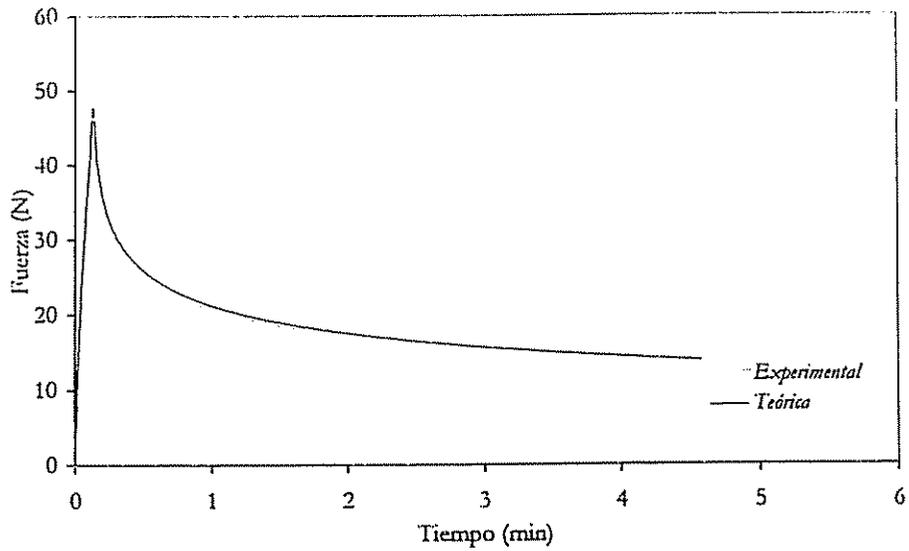


Figura 5.117. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1050$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=50$ N

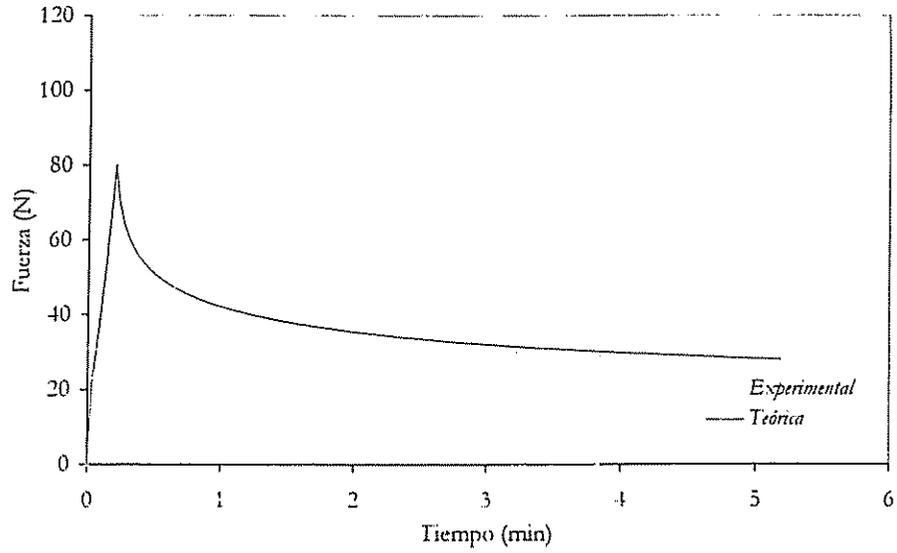


Figura 5.118. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1000$ °C. $\rho=2050$ kg m^{-3} . $F_{max}=100$ N

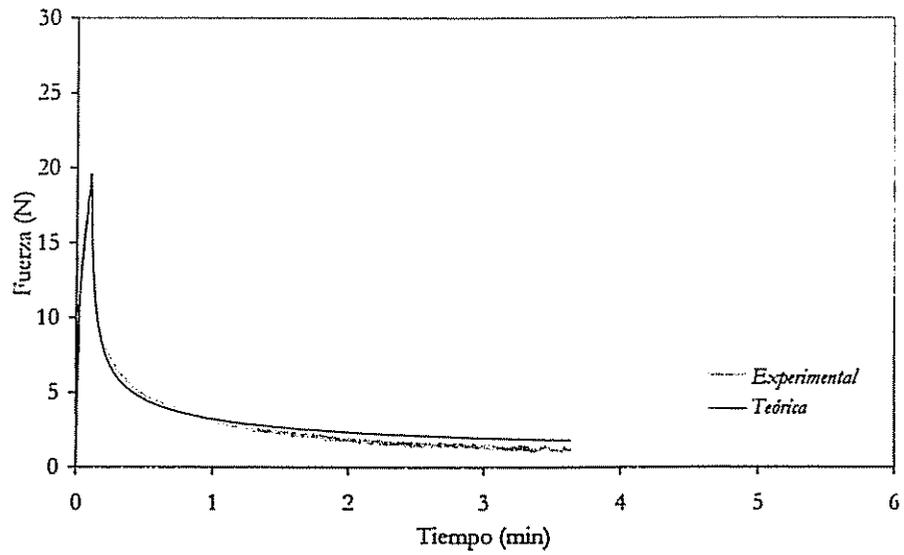


Figura 5.119. Evolución de la fuerza aplicada. Porosa. $T=1000$ °C. $\rho=2100$ kg m^{-3} . $F_{max}=100$ N

5. Resultados y discusión

b.2.2. Ensayos realizados con probetas de densidades 1950 kg m^{-3} y 1850 kg m^{-3}

La tabla 5.21 recoge los valores de los parámetros de la ecuación (5.2.54) que conducen a un mejor ajuste, trabajando con probetas de densidad 1950 kg m^{-3} ; en tanto que la tabla 5.22 muestra los valores correspondientes a las probetas de densidad 1850 kg m^{-3} .

Tabla 5.21. Parámetros viscoelásticos de las probetas de porosa ($\rho=1950 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	b·10 ⁻³	R ²
20	50	4.2	5.6·10 ⁻⁹	3.8	30	0.9816
500	50	6.2	1.1·10 ⁻⁸	3.8	30	0.9902
700	50	7.5	5.3·10 ⁻⁸	3.8	30	0.9746
	100					0.9797
800	50	10	2.9·10 ⁻⁶	3.8	8.0	0.9806
	100					0.9603
900	50	9.6	3.4·10 ⁻⁷	3.8	7.0	0.8483
	100					0.9840
1000	50	10	1.7·10 ⁻⁷	3.5	2.0	0.9108
	100					0.9153
1050	50	6.9	6.0·10 ⁻⁷	3.5	1.0	0.9565
1100	20	2.4	9.5·10 ⁻⁵	3.0	0.5	0.9912

Tabla 5.22. Parámetros viscoelásticos de las probetas de porosa ($\rho=1850 \text{ kg m}^{-3}$)

T (°C)	F _{max} (N)	E (GPa)	A (s ⁻¹)	n	b·10 ⁻³	R ²
20	25	3.9	5.9·10 ⁻⁸	3.8	30	0.9783
500	50	4.1	7.2·10 ⁻⁸	3.8	30	0.9869
700	50	5.5	8.2·10 ⁻⁷	3.8	30	0.9824
800	50	11	6.5·10 ⁻⁷	3.8	8.0	0.9808
900	50	7.5	3.6·10 ⁻⁷	3.8	7.0	0.9665
1000	50	8.6	1.7·10 ⁻⁶	3.6	7.0	0.9783
1050	50	12	5.3·10 ⁻⁸	3.5	2.0	0.9862
1100	20	3.4	7.1·10 ⁻⁵	2.5	1.0	0.9872

En primer lugar hay que indicar que, en el caso de las probetas de densidad 1850 kg m^{-3} , su baja resistencia mecánica sólo permitió la realización de ensayos con valores bajos de la fuerza máxima aplicada, de forma que sólo se realizó un ensayo para cada temperatura.

En estas condiciones, el valor de los parámetros que conducen al mejor ajuste se determina de forma imprecisa. Determinadas combinaciones de b , n y A pueden dar lugar a curvas de relajación similares. Los valores mostrados en la tabla 5.22 se calcularon a partir de la minimización de la desviación de los valores teóricos a los datos experimentales. La técnica numérica utilizada para llevar a cabo la minimización exige realizar una *estimación inicial* de los valores de dichos parámetros. Como *estimación inicial* en la minimización se seleccionaron los parámetros viscoelásticos obtenidos con las probetas de mayor densidad (1950 kg m^{-3}). Una determinación más precisa de los valores mostrados en la tabla 5.22 exigiría la realización de ensayos en los que la fuerza máxima aplicada fuera significativamente menor.

Si se analiza la variación de los parámetros E , n y b con la densidad aparente de las probetas, se llega a las siguientes conclusiones:

- En general, el módulo de elasticidad (E) es más bajo cuando la densidad aparente es menor.
- El exponente de tensiones (n) apenas varía con la densidad. Únicamente se observa cierta variación a $1100 \text{ }^\circ\text{C}$.
- b presenta una evolución más compleja con la densidad, debido fundamentalmente a que la probeta de densidad 2050 kg m^{-3} muestra un valor mínimo de (b) a la temperatura de $800 \text{ }^\circ\text{C}$, mientras que este mínimo no aparece en las probetas de densidades 1950 y 1850 kg m^{-3} . Si se comparan los valores de b en el caso de las probetas de densidades 1950 y 1850 kg m^{-3} se observa que los valores son muy similares. Sólo aparecen discrepancias para las temperaturas más elevadas.

No es posible establecer un patrón claro para la variación de A con la densidad aparente, debido a las variaciones existentes tanto en n como en b .

b.3. Identificación de las fases cristalinas presentes en las probetas

En los ensayos de relajación de tensiones llevados a cabo sobre probetas de porosa, se ha observado que dicha relajación (expresada como F_R) aumenta con la temperatura hasta alcanzar unos 800 °C. A 900 °C existe una disminución de la relajación y a partir de dicha temperatura se produce un nuevo aumento.

La bibliografía consultada indica que, durante la cocción, las composiciones que presentan un contenido elevado de carbonato de calcio desarrollan una serie de fases cálcicas (silicoaluminatos de calcio) [43].

Con el fin de evaluar el cambio mineralógico que se producía en las probetas de porosa, se procedió a realizar un difractograma de las mismas, a las diferentes temperaturas ensayadas.

Desde la figura 5.120 hasta la figura 5.126 se han representado los difractogramas obtenidos, indicando los picos correspondientes a las especies mineralógicas más significativas. Se observa que se producen una serie de cambios importantes en las fases cristalinas presentes en las probetas.

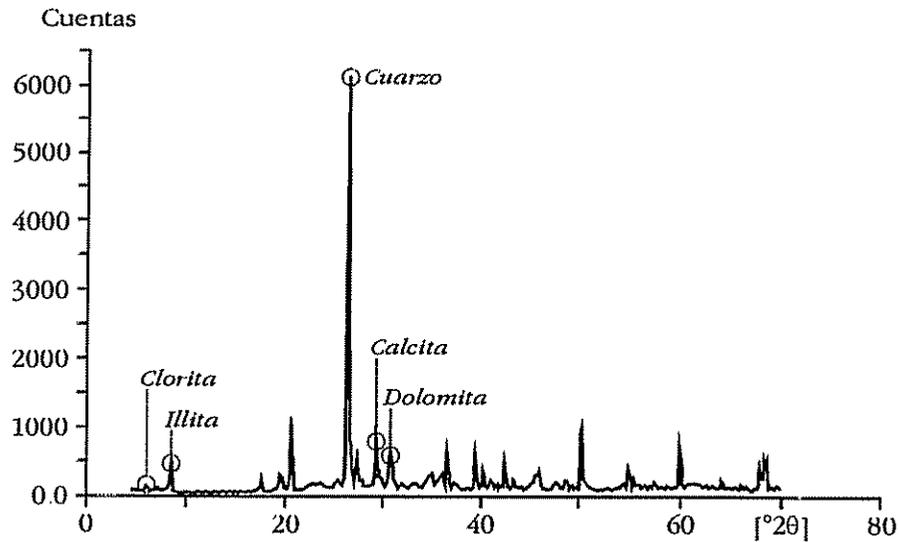


Figura 5.120. Difractograma de las probetas de porosa tratadas a 500 °C

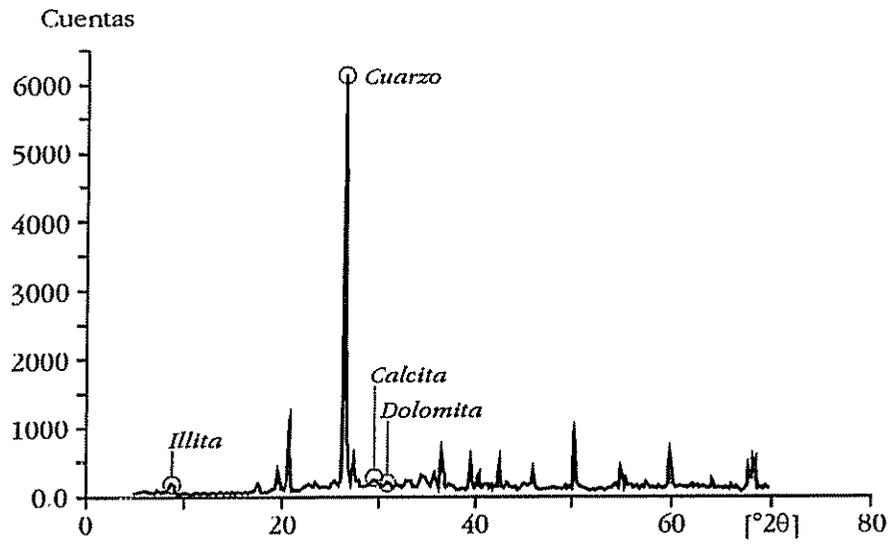


Figura 5.121. Difractograma de las probetas de porosa tratadas a 700 °C

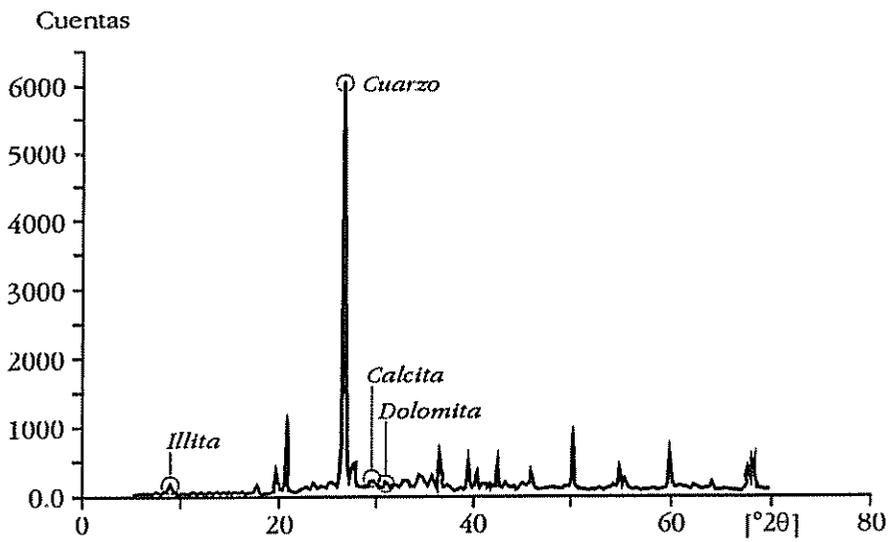


Figura 5.122. Difractograma de las probetas de porosa tratadas a 800 °C

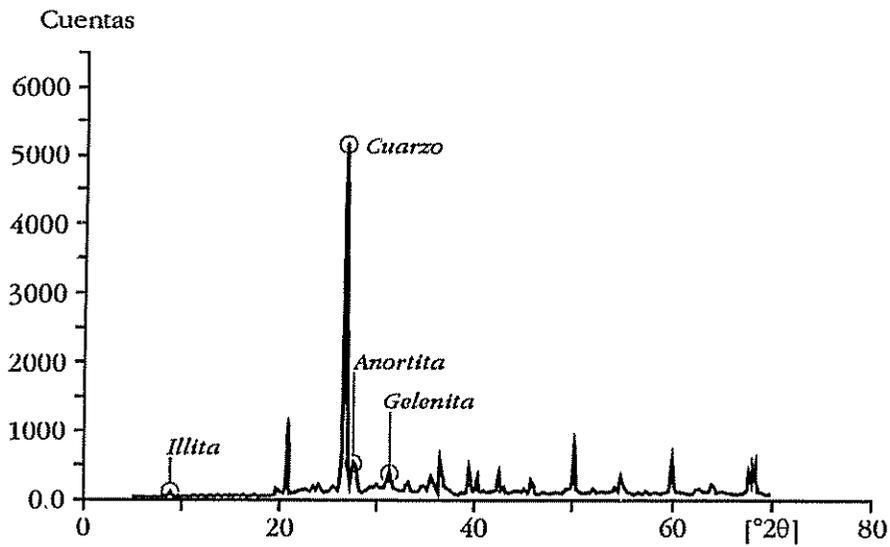


Figura 5.123. Difractograma de las probetas de porosa tratadas a 900 °C

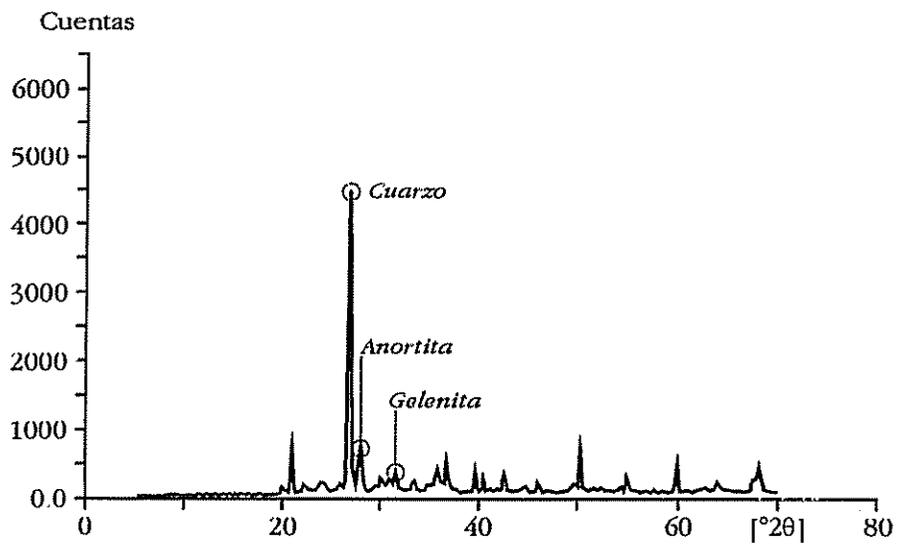


Figura 5.124. Difractograma de las probetas de porosa tratadas a 1000 °C

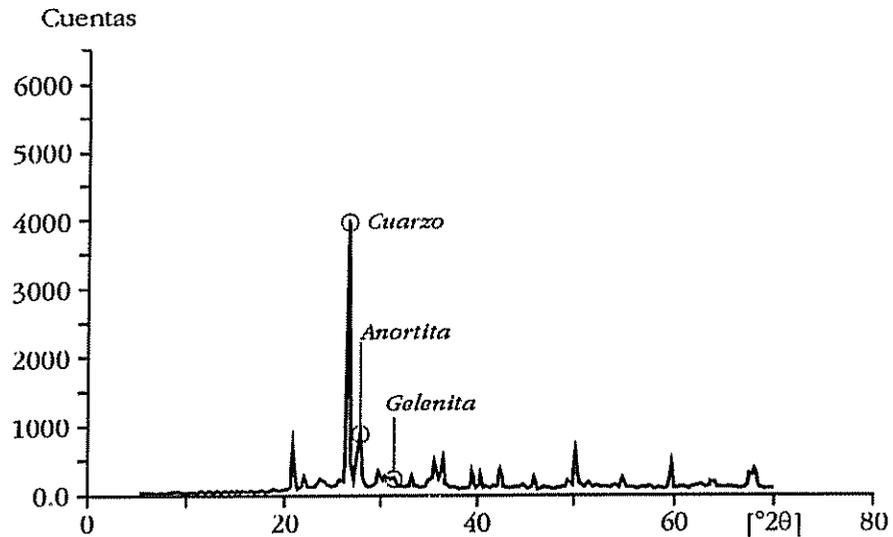


Figura 5.125. Diffractograma de las probetas de porosa tratadas a 1050 °C

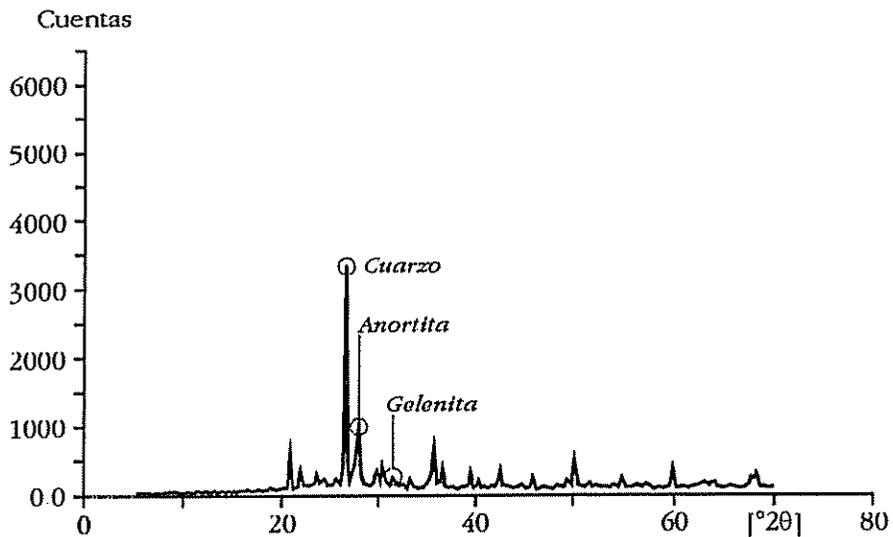


Figura 5.126. Diffractograma de las probetas de porosa tratadas a 1100 °C

En la tabla 5.23 se muestran las especies más representativas identificadas mediante la difracción de rayos X. Las cifras que aparecen en dicha tabla corresponden a la *intensidad del pico de difracción*, que es la magnitud proporcionada directamente por el difractómetro. La intensidad del pico está relacionada con la concentración de un determinado componente cristalino, y permite analizar la evolución de una determinada fase cristalina con la temperatura.

5. Resultados y discusión

Tabla 5.23. Fases cristalinas presentes en las probetas de porosa en función de la temperatura (intensidad del pico de difracción)

Especie	T (°C)						
	500	700	800	900	1000	1050	1100
clorita	350	--	--	--	--	--	--
illita	1218	480	346	146	--	--	--
cuarzo	6115	5837	5476	5098	4422	3697	3238
calcita	681	166	117	--	--	--	--
dolomita	449	128	112	--	--	--	--
anortita	--	--	--	428	581	847	829
gelenita	--	--	--	289	266	174	128

La intensidad del pico no depende exclusivamente de la concentración de una determinada especie, sino de sus características cristalográficas; esto hace que no sea posible utilizar directamente la relación de intensidades de dos especies diferentes como una medida de la relación de sus concentraciones.

Los resultados mostrados en la tabla 5.23 indican que:

- La illita desaparece completamente a 1000 °C.
- A 900 °C desaparece la calcita y la dolomita, consecuencia clara de la descomposición de los carbonatos.
- La anortita y la gelenita aparecen a 900 °C. La anortita sigue incrementándose con la temperatura; mientras que la gelenita va desapareciendo progresivamente, como consecuencia de su reacción con la sílice para dar lugar a wollastonita y anortita [43].
- El cuarzo va desapareciendo de forma regular con la temperatura, por su progresiva incorporación a la fase vítrea y a las fases cristalinas cálcicas que se generan.

Queda claro que existen numerosas reacciones químicas que tienen lugar durante la cocción de las piezas de porosa; en particular, a 900 °C se produce la desaparición completa de los carbonatos (calcita y dolomita) y la aparición de nuevas fases cálcicas (anortita y gelenita) que podrían ser las responsables del aumento de *rigidez* de las probetas.

5.4. Aplicación del modelo

En el apartado 5.2 se ha presentado el modelo propuesto, mientras que en el 5.3 se han indicado los métodos utilizados para obtener los parámetros tanto térmicos como mecánicos que aparecen en el modelo. Se dispone, por tanto, de las herramientas y de los datos necesarios para calcular la deformación que sufre la pieza debido a las diferencias de temperatura en su interior.

5.4.1. Descripción del ensayo

Con el fin de comprobar el modelo se diseñó y construyó un pequeño horno en el que una probeta, de dimensiones 80 mm x 20 mm x 3 mm, se sometía a un tratamiento térmico, de forma que la temperatura en su cara inferior fuera diferente a la de la cara superior. Este horno disponía de una pequeña ventana por la que era posible hacer el seguimiento de la curvatura de la probeta en función del tiempo.

Las probetas utilizadas en la realización de estos experimentos se prepararon mediante prensado a partir de polvo atomizado a una humedad inicial de 5.5 % (en base seca). La densidad de las probetas obtenidas era de 2050 kg m⁻³ en el caso de la composición de gres y de 1950 kg m⁻³ para la de porosa.

El registro de la temperatura se realizó mediante dos termopares de tipo K, tal como se ha indicado en el apartado 4.10. Utilizando las curvas de temperatura, el coeficiente de transmisión de calor por radiación (se podía considerar que la transmisión de calor por convección era muy baja), y usando los parámetros térmicos (conductividad térmica, calor específico y generación de calor debida a las reacciones químicas) fue posible calcular los perfiles de temperatura en el interior de la probeta en función del tiempo.

La curvaturas se midieron experimentalmente a partir de fotos tomadas a la probeta durante el tratamiento térmico, como se ha indicado en el apartado 4.10, obteniéndose como dato final la evolución de la flecha de deformación en función del tiempo. Estas curvaturas se compararon con los resultados obtenidos a partir del modelo mecánico, que utilizaba la distribución interna de temperatura, la curva de expansión-contracción del material y los parámetros mecánicos (módulo de elasticidad y parámetros de fluencia) determinados a escala de laboratorio.

Merece especial atención considerar el diagrama de expansión-contracción. Como ya ha sido comentado, este diagrama depende de manera importante de la velocidad de calentamiento a la que se lleve a cabo el ensayo, comprobándose que al aumentar la velocidad de calentamiento, el diagrama se desplaza hacia temperaturas superiores.

Mientras que los ensayos dilatométricos se realizaron a una velocidad de calentamiento de $5\text{ }^{\circ}\text{C min}^{-1}$ (que es el valor habitual), los ensayos descritos en este apartado se llevaron a cabo a una velocidad media de $60\text{ }^{\circ}\text{C min}^{-1}$; por ello fue necesario desplazar dichos diagramas unos $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ hacia temperaturas superiores. El valor exacto de este desplazamiento depende de la curva de temperatura de calentamiento, con lo cual, estrictamente hablando, sería necesario realizar un análisis dilatométrico siguiendo la curva de temperatura utilizada en el horno. Esto presenta una serie de problemas técnicos: es necesario realizar un calibrado del dilatómetro para la curva de temperatura deseada y, en muchos casos, los dilatómetros convencionales necesitan adaptarse para poder realizar calentamientos a elevada velocidad (incluso en estas condiciones, no siempre es posible alcanzar la velocidad de calentamiento exigida). Debido a estas dificultades, y a las simplificaciones que ya se habían introducido en otros puntos del modelo, se consideró más adecuado utilizar la curva dilatométrica estándar obtenida a $5\text{ }^{\circ}\text{C min}^{-1}$ y *corregirla* de forma oportuna.

Existe otro factor que puede hacer que el diagrama de expansión-contracción no se corresponda con la deformación térmica (ϵ_{th}) que sufre el material.

Durante la realización de un ensayo dilatométrico, la muestra está sometida a un ligero esfuerzo de compresión, ejercido por el palpador. Este esfuerzo hace que la deformación registrada por el dilatómetro no sea realmente la *deformación libre*. Ciertamente, a baja temperatura, este efecto no es importante porque la pequeña precarga introducida sobre la muestra tiene un efecto de deformación muy inferior a la dilatación de la muestra; ahora bien, a elevada temperatura la situación es diferente.

En el caso del gres, y en el rango de temperatura utilizado en este trabajo, la diferencia entre la deformación libre y la medida por el dilatómetro es pequeña (en términos relativos); en cambio, en el caso de la composición de porosa, la menor contracción total que sufre hace que este factor sea más importante.

Para comprobar el posible efecto que tenía la tensión sobre la curva dilatométrica, se procedió a prensar probetas en las mismas condiciones que se habían utilizado para preparar las probetas de dilatometría. Estas probetas se introdujeron en dos hornos eléctricos de laboratorio, de diferentes características, y fueron sometidas a un ciclo térmico idéntico al empleado en el análisis dilatométrico. Al final del tratamiento térmico se midió la deformación que habían sufrido, comprobándose que la contracción de las probetas cocidas en los dos hornos era idéntica ($\epsilon_{th} = -8.2 \cdot 10^{-3}$), mientras que la contracción que habían sufrido las probetas en los dilatómetros era mayor ($\epsilon_{th} = -10.8 \cdot 10^{-3}$).

Surge a continuación el problema de cómo afecta la presión ejercida por el palpador a la curva completa $\epsilon_{th} = \epsilon_{th}(T)$. Si bien es cierto que se sabe que $\epsilon_{th, fm} = -10.8 \cdot 10^{-3}$, esto no es suficiente para *reconstruir* toda la curva

A partir de los ensayos mecánicos realizados, se llegó a la conclusión de que las probetas de porosa presentaban una deformación por fluencia máxima en torno a 800 °C, que es también la temperatura a partir de la cual se produce la mayor contracción de este material. Se admitió por tanto, como hipótesis de trabajo, que la acción del esfuerzo de compresión conducía a una deformación por fluencia de la probeta en el intervalo de temperatura en el que se producía la primera contracción del material (a partir de 800 °C). De esta forma se recalculó la curva dilatométrica para que la deformación final coincidiera con la observada experimentalmente en las probetas no sometidas a tensión.

La influencia que sobre el diagrama de expansión-contracción tiene la velocidad de calentamiento hace pensar que, posiblemente, dicha velocidad tenga también cierta influencia en el valor de los parámetros viscoelásticos (que han sido obtenidos a partir de ensayos de más de 2 horas de duración).

En la bibliografía consultada no se han encontrado indicaciones de cómo pueden cambiar estos parámetros en un proceso a temperatura variable. Por todo ello, se optó por realizar los cálculos por duplicado, admitiendo uno de los dos supuestos siguientes:

- Los parámetros viscoelásticos (λ_M) son independientes de la velocidad de calentamiento; es decir: $\lambda_M(T, \dot{T} \neq 0) = \lambda_M(T, \dot{T} = 0)$.

- Los parámetros viscoelásticos muestran un desplazamiento en temperatura similar al que presenta el diagrama de expansión-contracción: $\lambda_M(T, \dot{T} \neq 0) = \lambda_M(T - \Delta T, \dot{T} = 0)$.

En realidad puede que ninguna de las hipótesis anteriores sea cierta; sin embargo, el llevar a cabo este cálculo doble permite tener un idea de la influencia que tiene el valor de los parámetros viscoelásticos en la curvatura.

5.4.2. Tratamiento numérico

Para realizar los cálculos mecánicos, se tomó un incremento de tiempo fijo de 5 s, y una malla con 50 celdas en la dirección (x) y 20 en la dirección (y), lo que condujo a un sistema de 1000 grados de libertad (*gdL*) (número de incógnitas que es necesario calcular en cada paso iterativo).

En el cálculo mecánico se consideró un incremento de tiempo de $\Delta t=5$ s; aunque Δt podía decrecer cuando era necesario con el fin de garantizar la convergencia del método. La probeta se modelizó como una barra de 50 elementos, lo que condujo a un sistema de 152 *gdL*. Los elementos se encuentran divididos en capas, cada una de las cuales puede contener una temperatura y una deformación por fluencia. El número total de capas por elemento fue de 20.

El cálculo térmico y mecánico están relacionados, lo que hace que, para poder transferir los resultados del primero como datos de entrada al segundo, sea necesario que el número de celdas en la dirección (x) en el cálculo térmico coincida con el número de elementos en el cálculo mecánico, y que el número de celdas en la dirección (y) sea igual al número de capas por elemento.

Se hicieron cálculos trabajando con varios incrementos de tiempo y con un número diferente tanto de elementos como de capas por elemento, llegando a la conclusión de que los valores anteriores representaban un buen compromiso entre precisión en el cálculo y tiempo de CPU consumido.

5.4.3. Ensayos realizados con probetas de gres

5.4.3.1. Cálculo térmico

En la figura 5.127 se muestra la evolución de la temperatura de la parte superior e inferior de la probeta, durante la realización de los ensayos.

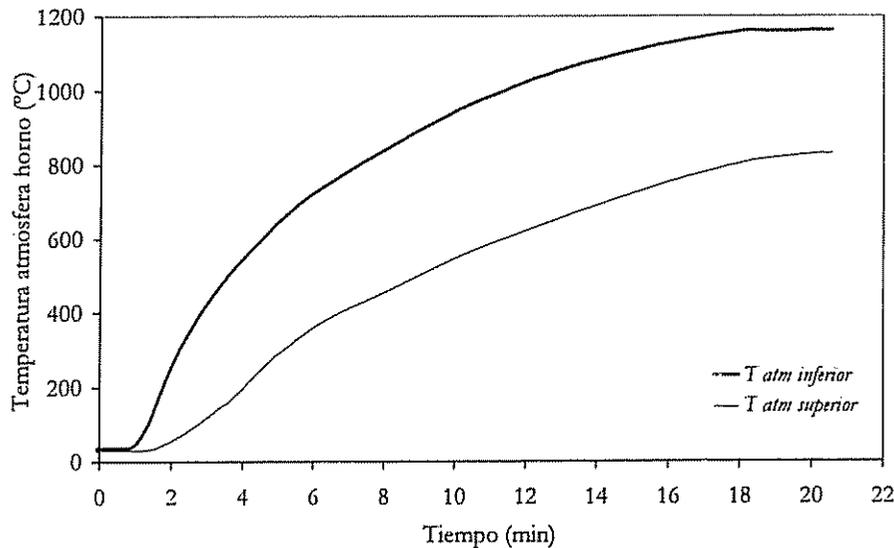


Figura 5.127. Evolución de la temperatura en la atmósfera del horno

Desde la figura 5.128 hasta la figura 5.139 se ha representado el perfil interno de temperatura en distintos instantes. Las líneas internas representan isoterma. Se ha indicado con un signo "+" el punto (o puntos) en los que la temperatura es máxima y con un signo "-" el punto (o puntos) de temperatura mínima.

Con el fin de facilitar la representación de las isoterma, en las figuras se ha multiplicado el espesor por un factor 6.

Hay que observar que, debido a las condiciones de calentamiento de las probetas, los perfiles de temperatura son simétricos respecto a un eje vertical que pasara por el centro de la probeta; sin embargo, en el cálculo no se ha hecho uso de dicha simetría para simplificar el problema.

La diferencia de temperatura entre isoterma sucesivas es de 18 °C. La figura 5.128 corresponde al instante inicial, cuando todavía no ha comenzado el calentamiento, con lo que la temperatura de la probeta es uniforme.

En la figura 5.129 ya ha comenzado el calentamiento, que se produce por la parte inferior de la probeta. Los puntos más calientes corresponden a la zona inferior, cerca de los extremos (en los vértices el aporte de calor se realiza a

través de dos caras). El punto más frío se sitúa en la parte central superior de la probeta.

En la figura 5.130 los perfiles de temperatura son más planos. Únicamente aparece cierta curvatura cerca de las caras laterales.

A partir de la figura 5.130 y en mayor medida desde la figura 5.131 hasta la figura 5.139 se observa el mismo patrón en el perfil de temperatura: los puntos más calientes se sitúan en los vértices inferiores, mientras que los más fríos se encuentran en los vértices superiores. Los perfiles en los puntos que no están próximos a las caras laterales son prácticamente planos, comprobándose que el número de isotermas aumenta al hacerlo la temperatura, hasta un tiempo de 14 min, momento a partir del cual dicho número se estabiliza.

A partir del instante en que los perfiles de temperatura son lineales, en vez de utilizar la información proporcionada por las isotermas se puede usar directamente la diferencia de temperatura entre las superficies superior e inferior. En la figura 5.140 se ha representado la temperatura en la parte inferior de la probeta, en la superior y la diferencia entre ambas (en todos los casos se ha considerado el punto medio de cada cara como representativo de la temperatura de toda la superficie). Se observa que la diferencia de temperatura aumenta hasta estabilizarse aproximadamente a unos 14 minutos.

El número de isotermas (diferencia de temperatura) depende de lo rápidamente que se calienta la probeta; siendo, por tanto, factor de:

- El valor del coeficiente de transmisión de calor
- La velocidad de calentamiento

Al principio, la diferencia de temperatura aumenta rápidamente como consecuencia del incremento del coeficiente de transmisión de calor; mientras que a medida que transcurre el tiempo, la reducción de la velocidad de calentamiento es significativa, y la diferencia de temperatura se estabiliza.

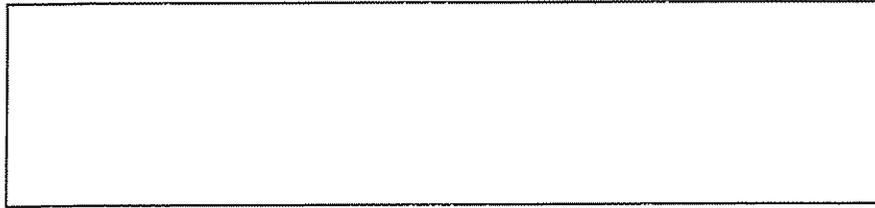


Figura 5.128. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=0.58$ min, $T_{\min}=22$ °C, $T_{\max}=23$ °C, $\Delta T=18$ °C)

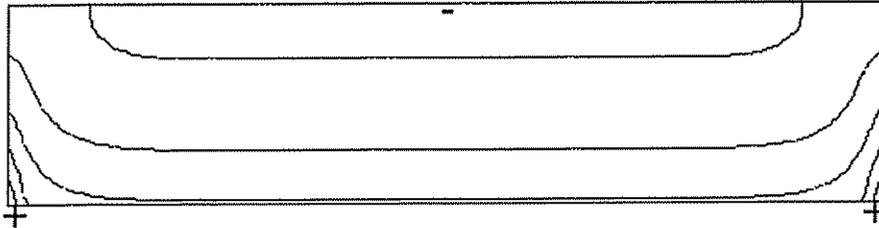


Figura 5.129. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=2.75$ min, $T_{\min}=105$ °C, $T_{\max}=198$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

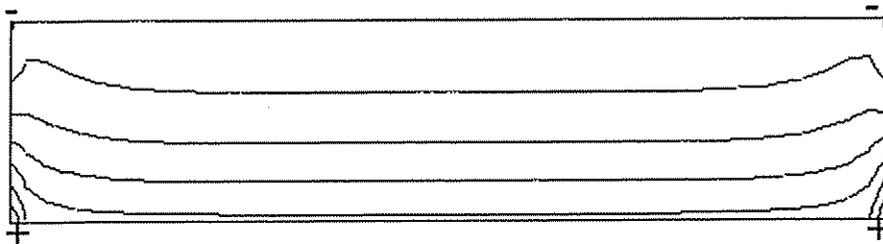


Figura 5.130. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=4.75$ min, $T_{\min}=390$ °C, $T_{\max}=522$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

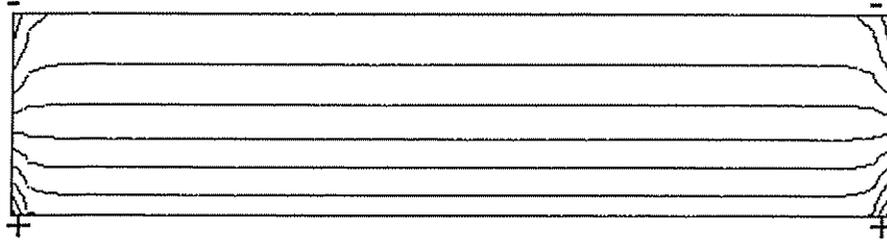


Figura 5.131. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=7.08$ min, $T_{\min}=541$ °C, $T_{\max}=724$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

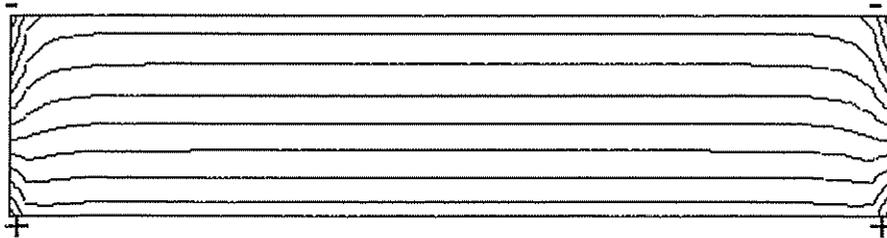


Figura 5.132. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=9.42$ min, $T_{\min}=650$ °C, $T_{\max}=871$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

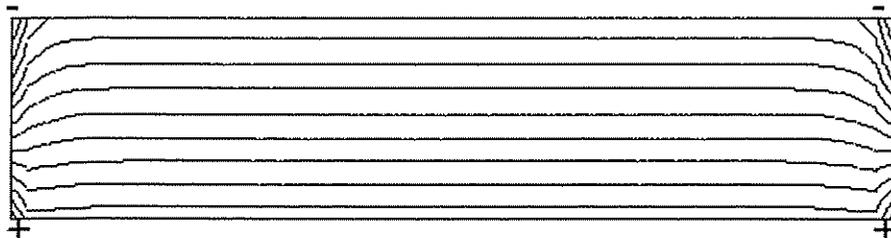


Figura 5.133. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=11.25$ min, $T_{\min}=711$ °C, $T_{\max}=958$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

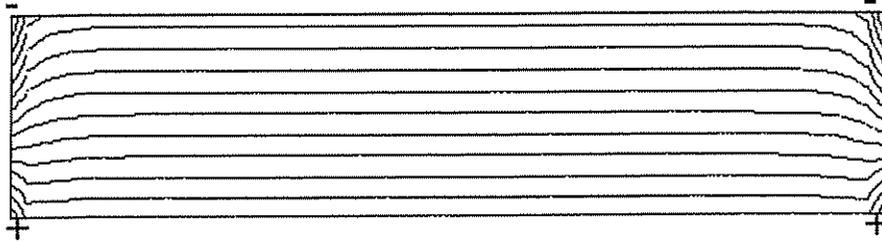


Figura 5.134. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=14.00$ min, $T_{\min}=783$ °C, $T_{\max}=1054$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

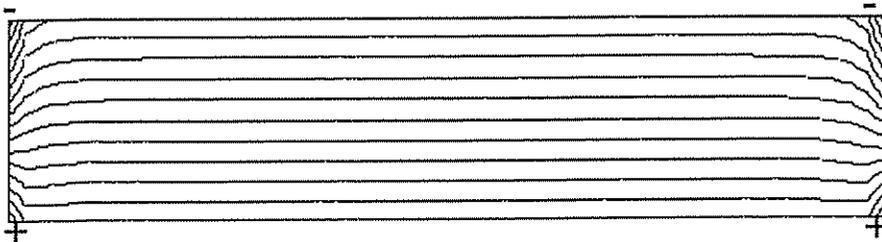


Figura 5.135. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=15.42$ min, $T_{\min}=816$ °C, $T_{\max}=1089$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

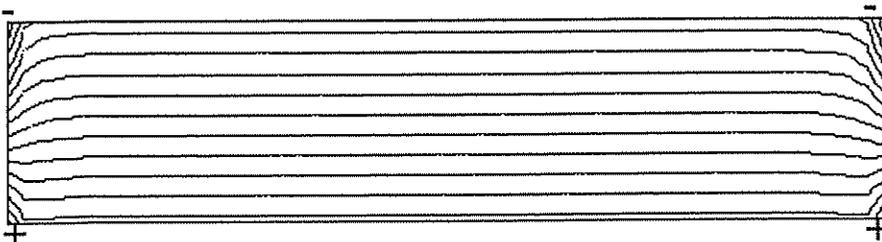


Figura 5.136. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=16.58$ min, $T_{\min}=841$ °C, $T_{\max}=1113$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

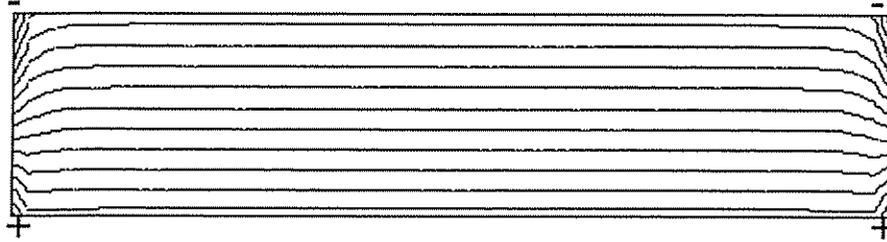


Figura 5.137. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=17.67$ min, $T_{\min}=861$ °C, $T_{\max}=1131$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

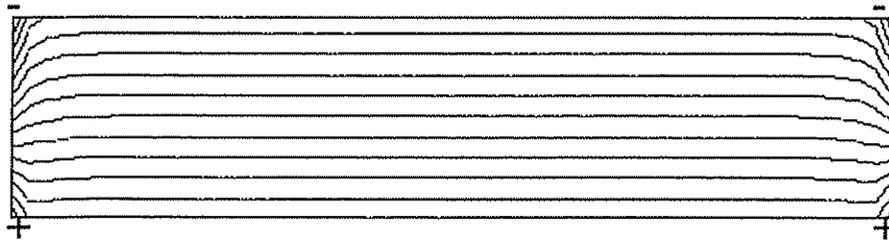


Figura 5.138. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=18.75$ min, $T_{\min}=877$ °C, $T_{\max}=1139$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

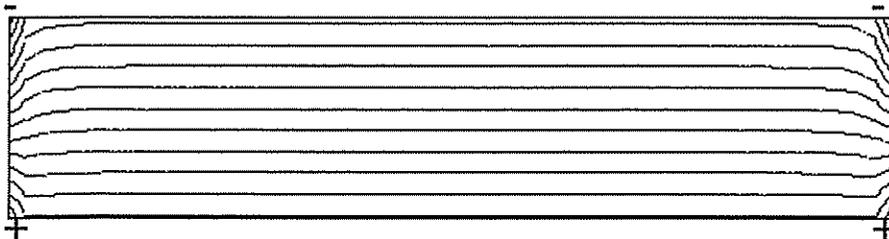


Figura 5.139. Distribución de temperatura en el interior de la probeta ($t=20.50$ min, $T_{\min}=887$ °C, $T_{\max}=1142$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

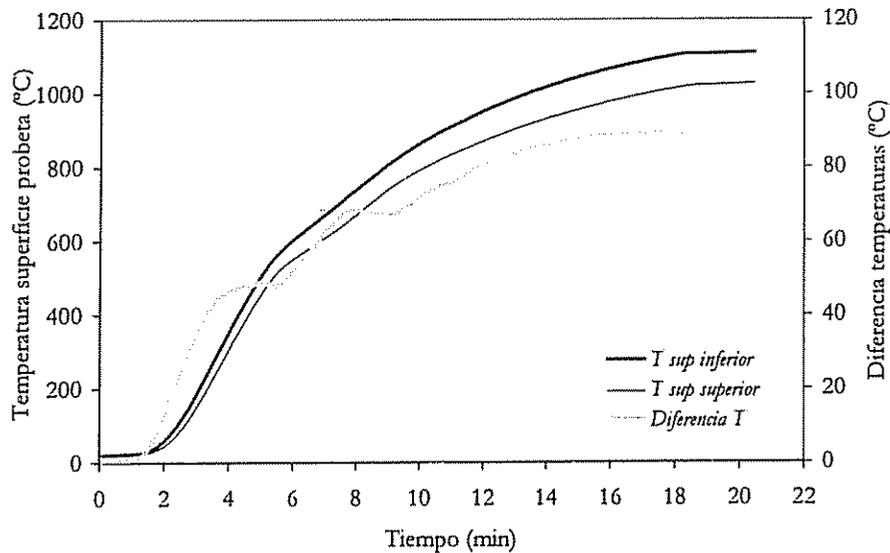


Figura 5.140. Evolución de la temperatura de la superficie de la probeta

5.4.3.2. Cálculo mecánico

a. Desplazamientos

Desde la figura 5.141 hasta la figura 5.164 se muestran las fotografías tomadas en diferentes instantes durante el calentamiento de la probeta, y los desplazamientos que sufriría la probeta se acuerdo con el modelo.

En la figura 5.165 se ha representado la deformación de la probeta (medida como la flecha) experimental y teórica, en función del tiempo. En dicha figura se consideran dos curvas teóricas. La primera (*Teórica 1*) corresponde a los cálculos efectuados con los parámetros viscoelásticos obtenidos en el apartado 5.3.2.3; mientras que la segunda (*Teórica 2*) se ha obtenido considerando un desplazamiento de temperatura similar al aplicado al diagrama de expansión-contracción.

Los mejores resultados se han obtenido trabajando con los parámetros viscoelásticos originales (*Teórica 1*); siendo éstos últimos los empleados para elaborar el resto de las figuras que aparecen en este apartado.

A la vista de la figuras presentadas se puede concluir que:

- El modelo proporciona una estimación correcta de la forma que presenta la probeta en función del tiempo.
- Si se compara la flecha teórica con la experimental (figura 5.165) se observa que, en general, el acuerdo es bueno.

Las diferencias que existen entre los valores teóricos y experimentales pueden explicarse por el conjunto de aproximaciones que se han realizado para abordar el estudio desde el punto de vista teórico.

Si se analiza el comportamiento de la probeta, en los instantes iniciales ($t \leq 2.77$ min) se observa que la deformación es muy pequeña, como consecuencia de la escasa diferencia de temperatura que existe entre las superficies superior e inferior de la probeta.

A partir de $t=4.77$ min, la curvatura empieza a ser acusada (curvatura cóncava). Esta curvatura alcanza un máximo local cuando $t=7.10$ min.

Habitualmente este comportamiento se explicaba en función de dos factores:

- Diagrama de expansión-contracción ($\epsilon_{th} = \epsilon_{th}(T)$).
- Diferencia de temperatura entre la parte superior e inferior de la probeta.

De esta forma el aumento y posterior disminución de la curvatura cóncava se podría correlacionar con $\Delta\epsilon_{th} = \epsilon_{th,sup} - \epsilon_{th,inf}$, donde $\epsilon_{th,sup}$ y $\epsilon_{th,inf}$ son las deformaciones térmicas de la cara superior e inferior respectivamente.

Un análisis detallado de la evolución de $\Delta\epsilon_{th}$ con el tiempo muestra que, mientras $-\Delta\epsilon_{th}$ decrece monótonicamente con el tiempo, la flecha de deformación δ_c aumenta hasta alcanzar un máximo local y luego disminuye.

La causa *real* de la aparición de la curvatura cóncava es más compleja. Para comprender su naturaleza es necesario hacer un análisis en el que intervenga la distribución ϵ_{th} y las tensiones internas (σ), lo que se desarrollará en el punto b de este mismo apartado.

A los 9.40 min la temperatura es lo suficientemente elevada como para que se produzca una disminución en el coeficiente de dilatación lineal, y a pesar de que la diferencia de temperatura también aumenta, globalmente la curvatura de la probeta es menor. El efecto es todavía más acusado cuando $t=11.27$ min, momento en el que la probeta está prácticamente plana.

A partir de dicho momento se invierte la tendencia. Comienza a producirse la contracción de la probeta (el coeficiente de dilatación lineal (α) pasa a ser negativo). Los puntos que se encuentran a temperatura más elevada sufren mayor contracción y ello hace que la curvatura pase a ser convexa.

Si la temperatura sigue aumentando, el coeficiente de dilatación lineal se hace más negativo y, por tanto, las mismas diferencias de temperatura se traducen en una curvatura cada vez mayor, hasta que la temperatura prácticamente se estabiliza.



Figura 5.141. Deformación experimental de la probeta ($t=0.58$ min, $\delta_c=0.0$ mm)

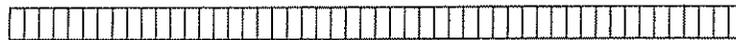


Figura 5.142. Deformación teórica de la probeta ($t=0.58$ min, $T_{\min}=22$ °C, $T_{\max}=23$ °C, $\delta_c=0.00$ mm). El trazo punteado representa la probeta sin deformar, y los pequeños segmentos verticales marcan la separación entre elementos

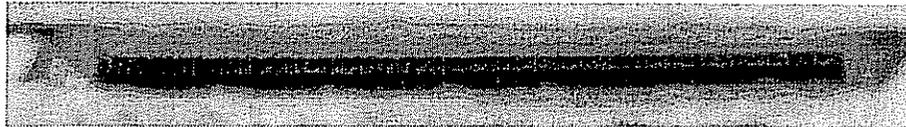


Figura 5.143. Deformación experimental de la probeta ($t=2.77$ min, $\delta_c=0.0$ mm)



Figura 5.144. Deformación teórica de la probeta ($t=2.75$ min, $T_{\min}=105$ °C, $T_{\max}=198$ °C, $\delta_c=0.09$ mm)

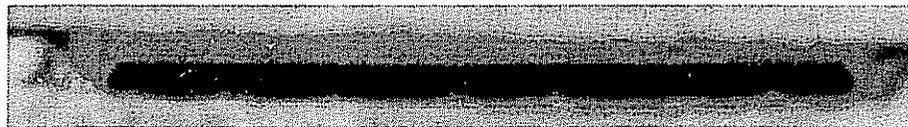


Figura 5.145. Deformación experimental de la probeta ($t=4.77$ min, $\delta_c=0.2$ mm)



Figura 5.146. Deformación teórica de la probeta ($t=4.75$ min, $T_{\min}=390$ °C, $T_{\max}=522$ °C, $\delta_c=0.24$ mm)



Figura 5.147. Deformación experimental de la probeta ($t=7.10$ min, $\delta_c=1.1$ mm)



Figura 5.148. Deformación teórica de la probeta ($t=7.08$ min, $T_{\min}=541$ °C, $T_{\max}=724$ °C, $\delta_c=0.98$ mm)



Figura 5.149. Deformación experimental de la probeta ($t=9.40$ min, $\delta_c=0.4$ mm)

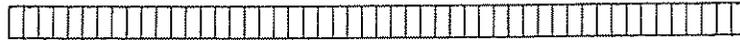


Figura 5.150. Deformación teórica de la probeta ($t=9.42$ min, $T_{\min}=650$ °C, $T_{\max}=871$ °C, $\delta_c=0.16$ mm)

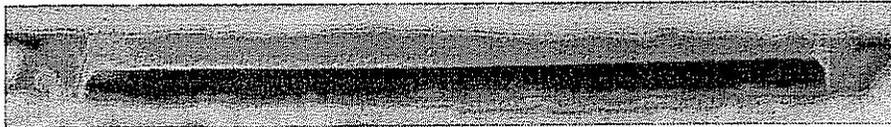


Figura 5.151. Deformación experimental de la probeta ($t=11.27$ min, $\delta_c=0.2$ mm)

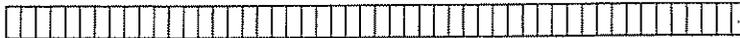


Figura 5.152. Deformación teórica de la probeta ($t=11.25$ min, $T_{\min}=711$ °C, $T_{\max}=958$ °C, $\delta_c=0.09$ mm)



Figura 5.153. Deformación experimental de la probeta ($t=14.02$ min, $\delta_c=-0.3$ mm)

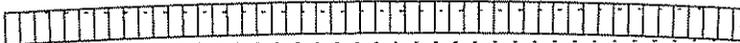


Figura 5.154. Deformación teórica de la probeta ($t=14.00$ min, $T_{\min}=783$ °C, $T_{\max}=1054$ °C, $\delta_c=-0.94$ mm)

5. Resultados y discusión



Figura 5.155. Deformación experimental de la probeta ($t=15.43$ min, $\delta_c=-1.3$ mm)



Figura 5.156. Deformación teórica de la probeta ($t=15.42$ min, $T_{\min}=816$ °C, $T_{\max}=1089$ °C, $\delta_c=-1.76$ mm)

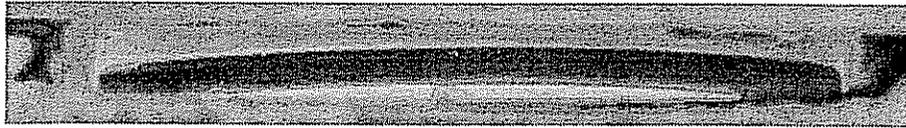


Figura 5.157. Deformación experimental de la probeta ($t=16.60$ min, $\delta_c=-1.9$ mm)

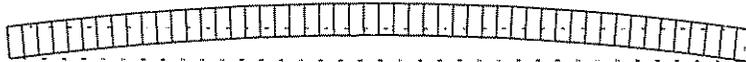


Figura 5.158. Deformación teórica de la probeta ($t=16.58$ min, $T_{\min}=841$ °C, $T_{\max}=1113$ °C, $\delta_c=-2.40$ mm)



Figura 5.159. Deformación experimental de la probeta ($t=17.67$ min, $\delta_c=-2.5$ mm)

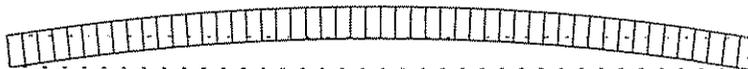


Figura 5.160. Deformación teórica de la probeta ($t=17.67$ min, $T_{\min}=861$ °C, $T_{\max}=1131$ °C, $\delta_c=-2.90$ mm)



Figura 5.161. Deformación experimental de la probeta ($t=18.72$ min, $\delta_c=-3.2$ mm)

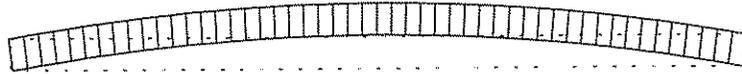


Figura 5.162. Deformación teórica de la probeta ($t=18.75$ min, $T_{\min}=877$ °C, $T_{\max}=1139$ °C, $\delta_c=-3.18$ mm)

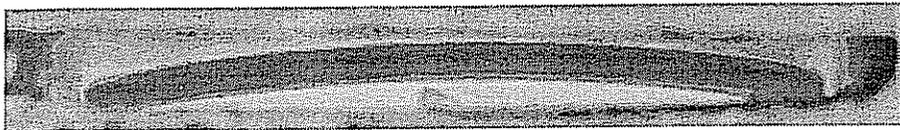


Figura 5.163. Deformación experimental de la probeta ($t=20.60$ min, $\delta_c=-3.3$ mm)

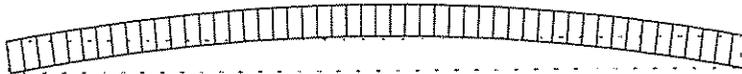


Figura 5.164. Deformación teórica de la probeta ($t=20.50$ min, $T_{\min}=887$ °C, $T_{\max}=1142$ °C, $\delta_c=-3.30$ mm)

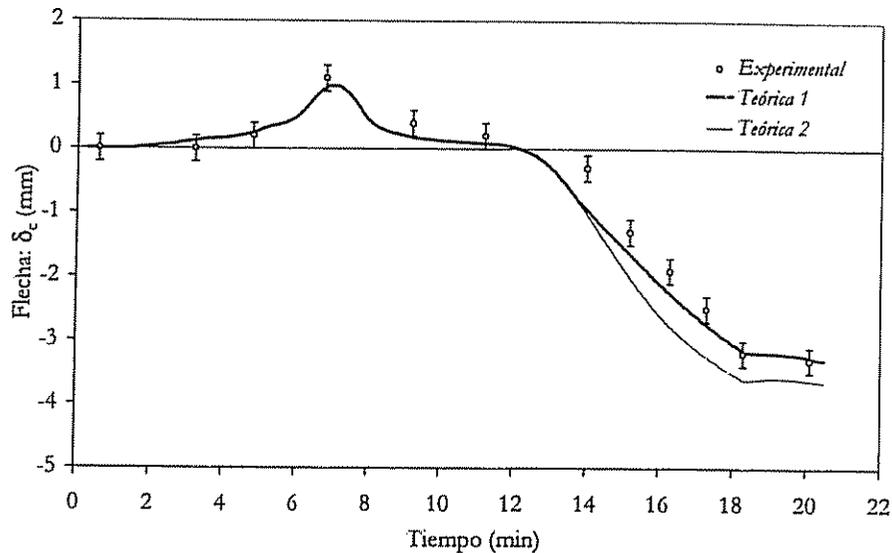


Figura 5.165. Comparación de la evolución de la curvatura de la probeta. Influencia del valor de los parámetros viscoelásticos sobre el resultado obtenido

b. Deformaciones y tensiones

El modelo desarrollado permite calcular, como se ha visto, los desplazamientos que presenta la probeta durante el tratamiento térmico. Sin embargo, junto a estos datos, durante el cálculo se generan otros que es interesante analizar para comprender mejor el mecanismo que conduce a la aparición de las curvaturas.

Entre los datos que resulta interesante considerar se encuentran los siguientes: deformación térmica (ϵ_{th} , que es la fuerza motriz que provoca la deformación), deformación por fluencia (ϵ_c) y la tensión (σ).

b.1. Etapa de aumento de la curvatura cóncava

La primera etapa que se va a analizar es la que corresponde a $t=6.33$ min. En dicho instante, la curvatura de la probeta es cóncava ($\delta_c=0.70$ mm) y va en aumento.

En la figura 5.166 se ha representado la deformación térmica en dicho instante.

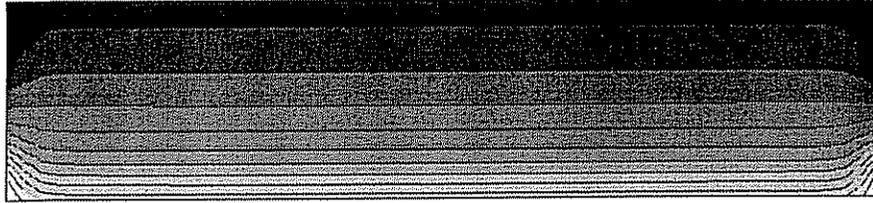


Figura 5.166. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=6.33$ min, $\epsilon_{th,min}=5.20 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=9.61 \cdot 10^{-3}$, diferencia de ϵ_{th} entre líneas isopotenciales sucesivas: $\Delta\epsilon_{th}=0.326 \cdot 10^{-3}$)

ϵ_{th} se ha representado mediante una serie de líneas isopotenciales y con una escala de grises. Los puntos con tonalidad más oscura representan aquellos puntos que muestran una deformación térmica menor.

Se observa que en la zona inferior de la probeta aparece una zona clara, en la que se produce una acumulación de líneas isopotenciales, y que corresponde a la zona en expansión que provoca la curvatura de la probeta. A partir del diagrama de expansión-contracción se observa que esta concentración de isopotenciales de ϵ_{th} está relacionada con el aumento brusco del coeficiente de dilatación lineal que se produce durante la transición cuarzo $\alpha \rightarrow$ cuarzo β .

En la figura 5.167 se muestra la tensión que aparece en la probeta en el mismo instante ($t=6.33$ min). Al igual que en el caso de la deformación térmica, se ha utilizado una escala de grises para representar la distribución del campo en el interior de la probeta. Los colores más oscuros corresponden a las tensiones más bajas (negativas) y los más claros a los puntos de tensión elevada (positiva). Hay que indicar que se ha adoptado el criterio habitual de signos, según el cual los valores negativos de tensión corresponden a zonas en compresión, mientras que los valores positivos representan puntos en tracción.

El patrón de tensiones es fundamentalmente unidireccional debido a que, como ya se había comentado, los perfiles de temperatura son planos.

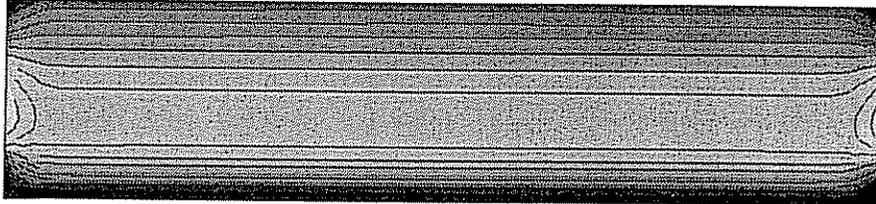


Figura 5.167. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=6.33$ min, $\sigma_{\min}=-4.31$ MPa, $\sigma_{\max}=3.19$ MPa, diferencia de σ entre líneas isopotenciales sucesivas: $\Delta\sigma=0.62$ MPa)

Se observa que la zona inferior de la probeta es más oscura, lo que indica que se trata de puntos en compresión. La zona media se encuentra sometida a tracción, mientras que la superior de nuevo se encuentra sometida a compresión.

Para analizar este patrón de distribución de tensiones es necesario tener en cuenta la deformación térmica que sufre la probeta (ϵ_{th}). Resulta conveniente imaginar la probeta dividida en tres zonas horizontales (A, B y C), tal como se muestra en la figura 5.168.

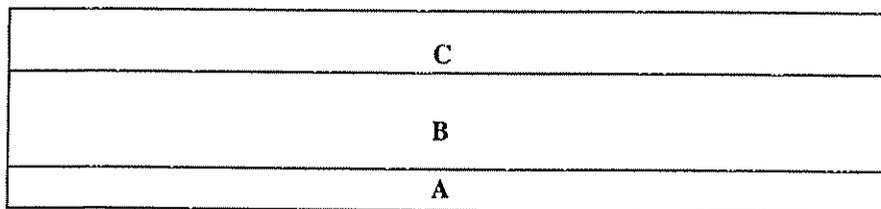


Figura 5.168. Zonas en que se puede considerar dividida imaginariamente la probeta en el tiempo $t=6.33$ min

La zona inferior (A) de la probeta dilata rápidamente como consecuencia de la concentración de líneas de isodeformación térmica ϵ_{th} . En estas condiciones, la zona A ejerce un esfuerzo de tracción sobre B y C y, por un efecto de reacción, éstas últimas ejercen un esfuerzo de compresión sobre A. La probeta trata de minimizar estas tensiones (minimización de la energía potencial) y se curva. Esta acción conduce a una ligera disminución de la tensión de compresión a la que está sometida la zona A; sin embargo, la curvatura origina

que aparezca una tensión de compresión también en la zona C, obteniéndose de esta forma el patrón de tensión observado: compresión-tracción-compresión.

Otra forma de analizar la distribución de tensiones es representando gráficamente la deformación total (curvatura de la probeta) (ϵ) y la deformación térmica (ϵ_{th}) a lo largo de una línea vertical que pase por el centro de la probeta (figura 5.169). Aquellos puntos para los que se cumpla que $\epsilon_{th} > \epsilon$ estarán sometidos a compresión; por el contrario, en los que $\epsilon_{th} < \epsilon$ habrá tracción.

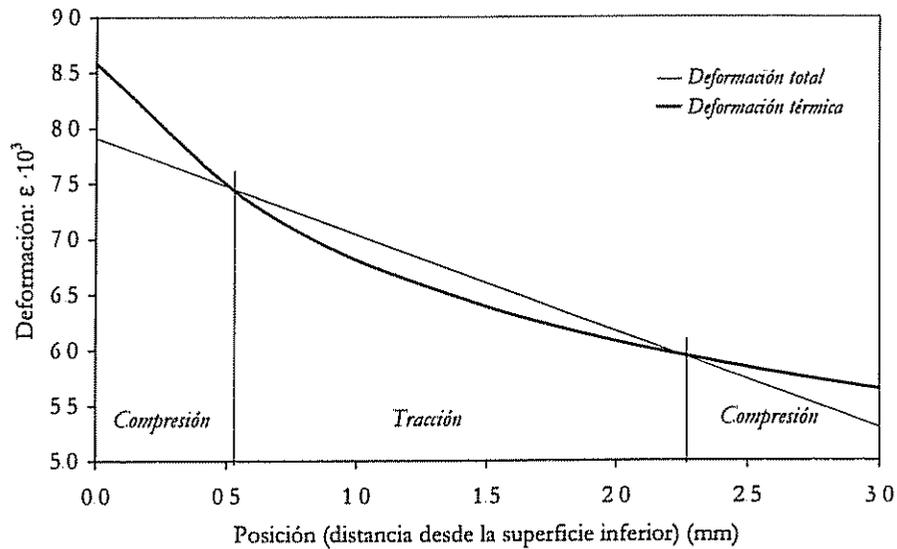


Figura 5.169. Deformación total y térmica a lo largo de una línea vertical que pasa por el centro de la probeta

La figura 5.169 permite ver también que si ϵ_{th} fuera lineal, ϵ_{th} y ϵ coincidirían, y no existirían tensiones (aunque podría haber curvatura).

En la figura 5.170 se muestra la distribución de la deformación por fluencia. Como en el caso de la deformación térmica, los tonos más oscuros representan los puntos en los que la deformación por fluencia es menor.

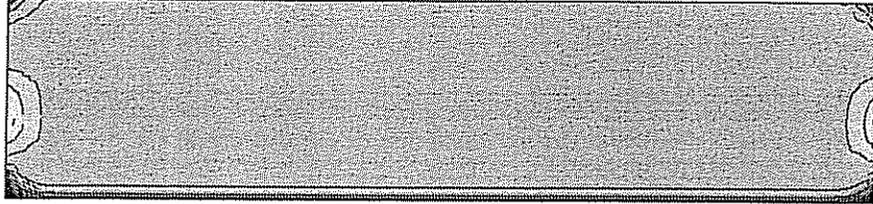


Figura 5.170. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=6.33$ min, $\epsilon_{c,\min}=-0.099\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=0.029\cdot 10^{-3}$, diferencia de ϵ_c entre líneas isopotenciales sucesivas: $\Delta\epsilon_c=0.009\cdot 10^{-3}$)

En primer lugar hay que observar que la deformación por fluencia es netamente inferior a la deformación térmica.

Salvo los efectos de borde, que no se van a considerar, merece atención observar que en la parte inferior de la probeta aparece una cierta deformación negativa (contracción). Esto es una consecuencia de dos factores:

- La temperatura en la zona inferior es más elevada, con lo que la deformación por fluencia (tanto contracción como expansión) será mayor.
- En la parte inferior de la probeta existe una tensión de compresión.

A medida que avanza el tiempo, esta zona en la que existe contracción por fluencia va aumentando.

b.2. Etapa de máxima curvatura cóncava

En la figura 5.171 se muestra la distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el instante $t=7.00$, que es el momento en el que la curvatura cóncava es máxima ($\delta_c=0.99$ mm).

Se observa que la concentración de isopotenciales de ϵ_{th} se ha desplazado hasta ocupar prácticamente el centro de la probeta. Esta concentración de isopotenciales hace que cerca del centro de la probeta exista un cambio muy brusco de deformación térmica.

Conviene considerar ahora la probeta dividida en cuatro zonas, como se indica en la figura 5.172, de forma que en las zonas A y D el gradiente de deformación es menor que en las zonas B y C. Cualitativamente, la curvatura cóncava podría explicarse a partir de la figura 5.171, simplemente teniendo en cuenta que la mitad inferior de la probeta tiene una dilatación mayor a la de la mitad superior; sin embargo, este razonamiento es incompleto porque no permite explicar la distribución de tensiones, mostrada en la figura 5.173.

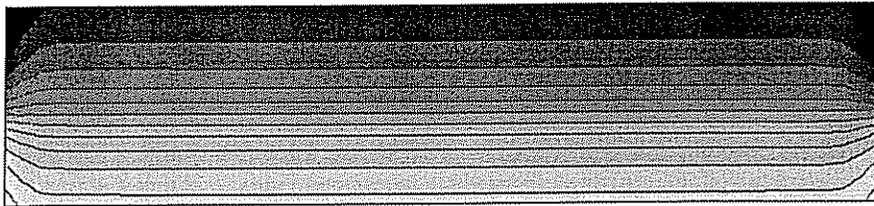


Figura 5.171. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=7.00$ min, $\epsilon_{th,min}=5.76 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=9.97 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.312 \cdot 10^{-3}$)

D
C
B
A

Figura 5.172. Zonas en que se puede considerar dividida imaginariamente la probeta en el tiempo $t=7.00$ min

La distribución de tensiones muestra cuatro zonas claramente diferenciadas, y que se pueden asimilar al patrón indicado en la figura 5.172:

- zona A: en tracción
- zona B: en compresión
- zona C: en tracción
- zona D: en compresión

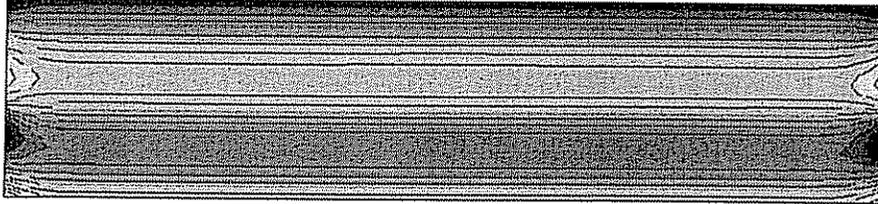


Figura 5.173. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=7.00$ min, $\sigma_{\min}=-2.97$ MPa, $\sigma_{\max}=2.93$ MPa, $\Delta\sigma=0.43$ MPa)

Posiblemente, la forma más clara de entender el patrón de tensiones observado es recurrir, como se había hecho anteriormente, a la representación de ϵ y ϵ_{th} a lo largo de una línea vertical que pase por el centro de la probeta (figura 5.174).

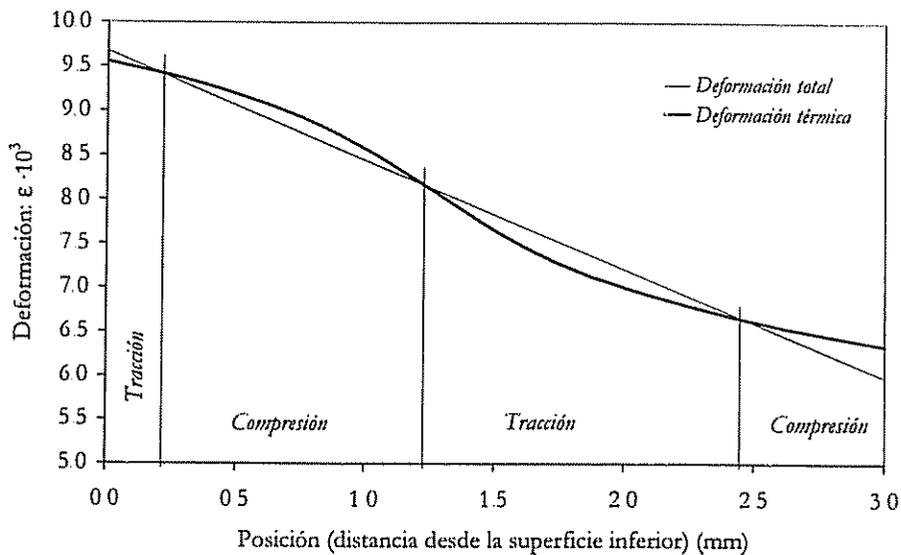


Figura 5.174. Deformación total y térmica a lo largo de una línea vertical que pasa por el centro de la probeta

La figura 5.175 muestra la deformación por fluencia que sufre la probeta. Se observa en primer lugar que los valores de ϵ_c son muy inferiores a los de ϵ_{th} ; por lo cual se puede considerar que la deformación por fluencia sigue siendo despreciable frente a la deformación térmica.

El hecho de que $\epsilon_c \ll \epsilon_{th}$ no significa que el comportamiento del material a esta temperatura sea elástico. Se puede admitir que el comportamiento es elástico cuando $\epsilon_c \ll \epsilon_e$ (donde ϵ_e representa la deformación elástica) y, de hecho, cuando la curvatura cóncava es máxima, ϵ_c representa entre el 10 y el 20% del valor de ϵ_e .

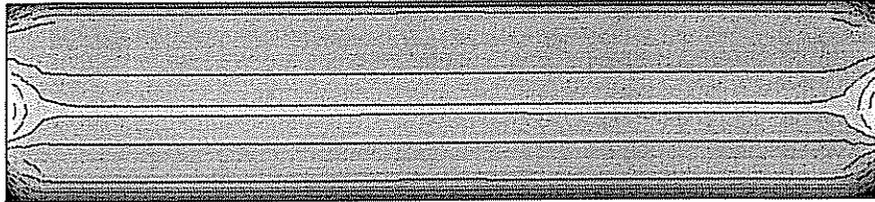


Figura 5.175. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=7.00$ min, $\epsilon_{c,min}=-0.095 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,max}=0.043 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.001 \cdot 10^{-3}$)

La figura 5.175 muestra que existe una ligera contracción tanto en la parte inferior como en la superior, mientras que en el centro ϵ_c es prácticamente constante.

El patrón de distribución de deformación por fluencia es complejo, debido a que no es ϵ_c sino $\dot{\epsilon}_c$ quien depende directamente de la tensión. Además, $\dot{\epsilon}_c$ es función de la temperatura.

Resulta aparentemente sorprendente que tanto la parte inferior de la probeta como la superior presenten un ϵ_c menor que la central.

En la parte superior, $\epsilon_c < 0$ tiene una explicación más sencilla. Basta tener en cuenta que la tensión en dicha zona ha sido de compresión desde el instante inicial hasta el actual ($t=7.00$ min).

En la parte inferior la evolución es diferente. La mayor parte del tiempo, la tensión ha sido de compresión en dicha zona, y sólo en los últimos segundos, la tensión pasa a ser de tracción (puede observarse que en la figura 5.173 la zona inferior, sometida a tracción, es pequeña). Así pues, aun cuando en esta zona $\dot{\epsilon}_c$ sea positivo, ϵ_c sigue siendo negativo.

b.3. Etapa de disminución de la curvatura cóncava

En la figura 5.176 se ha representado la deformación térmica en el instante $t=7.58$ min. En esta etapa la curvatura sigue siendo cóncava, pero va disminuyendo ($\delta_c=0.75$ mm).

Si se compara la figura 5.176 con la figura 5.166 (curvatura cóncava creciente), se comprueba que la situación es completamente simétrica. En la figura 5.166 la concentración de isopotenciales se encontraba en la parte inferior, mientras que ahora se encuentra en la parte superior.

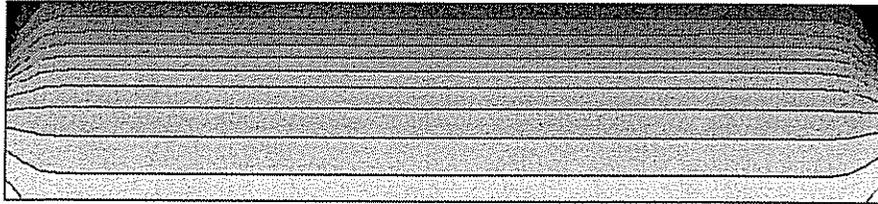


Figura 5.176. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=7.58$ min, $\epsilon_{th,min}=6.30 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=10.3 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.296 \cdot 10^{-3}$)

La concentración de líneas de isodeformación no sólo provoca la aparición de tensiones, como ya se ha visto, sino que es la causa de la aparición del máximo de curvatura cóncava en el intervalo de tiempo 6.33 min $<t<7.58$ min.

En la figura 5.177 se puede observar la evolución del gradiente de deformación térmica (que es una medida de la *concentración* de isopotenciales de deformación) a lo largo de una línea vertical que pasa por el centro de la probeta, en el intervalo de tiempo desde 6.33 min hasta 7.58 min. En este intervalo es cuando se alcanza la máxima curvatura cóncava y, posteriormente, se produce la disminución de la misma. Se observa claramente cómo la zona en la que el gradiente de deformación térmica alcanza el valor máximo se desplaza desde la superficie inferior ($t=6.33$ min) hasta la superior ($t=7.58$ min), al mismo tiempo que se produce un ensanchamiento progresivo de dicha zona.

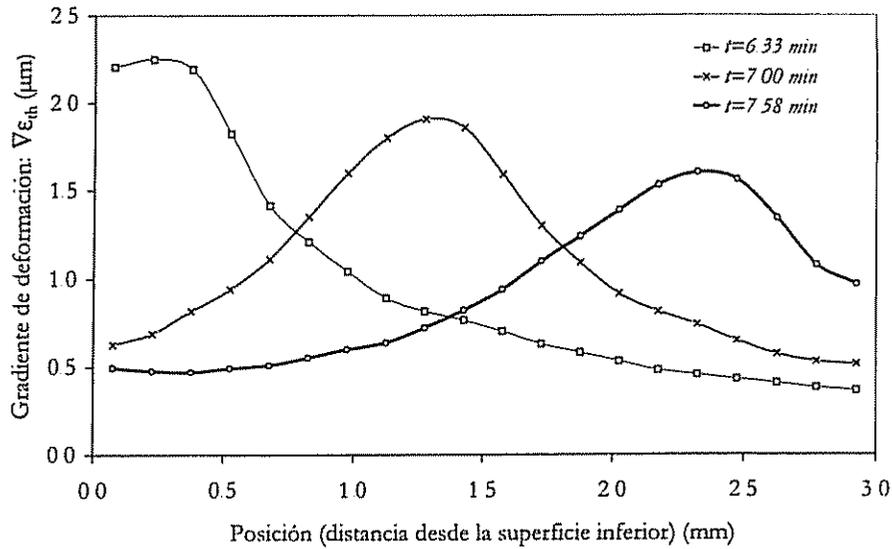


Figura 5.177. Evolución del gradiente de deformación térmica en el intervalo de tiempo en que se alcanza la máxima curvatura cóncava

En la tabla 5.24 se indica la diferencia (cambiada de signo) entre la deformación térmica de la parte superior ($\epsilon_{th,sup}$) y la de la inferior ($\epsilon_{th,inf}$) de la probeta, es decir: $\Delta\epsilon_{th} = \epsilon_{th,sup} - \epsilon_{th,inf}$ y la flecha de deformación (δ_c).

Tabla 5.24. Diferencia de deformación térmica entre la parte superior e inferior de la probeta y flecha de curvatura

t (min)	$-\Delta\epsilon_{th} \cdot 10^3$	δ_c (mm)
6.33	4.41	0.70
7.00	4.21	0.99
7.58	4.00	0.75

A medida que transcurre el tiempo $-\Delta\epsilon_{th}$ disminuye, lo cual podría hacer pensar que la curvatura de la probeta disminuyera. Pero junto a la disminución de $-\Delta\epsilon_{th}$ se tiene el desplazamiento de isopotenciales de ϵ_{th} (figura 5.177); éste último es el factor que predomina y es el que motiva la aparición del máximo de curvatura.

La figura 5.178 muestra la tensión que aparece en el tiempo $t=7.58$ min. El patrón de tensiones es exactamente el opuesto al que aparecía en la figura 5.167.

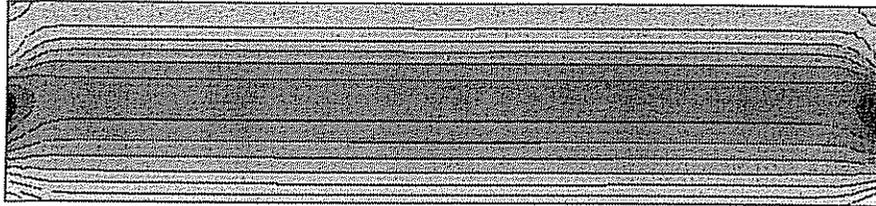


Figura 5.178. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=7.58$ min, $\sigma_{\min}=-3.34$ MPa, $\sigma_{\max}=4.99$ MPa, $\Delta\sigma=0.72$ MPa)

La representación de ϵ y ϵ_{th} (figura 5.179) permite justificar la distribución de tensiones observada.

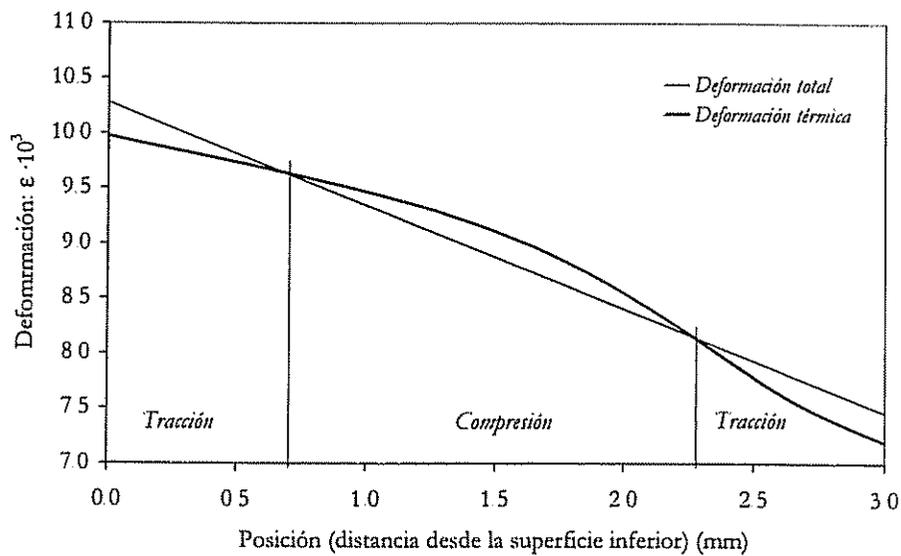


Figura 5.179. Deformación total y térmica a lo largo de una línea vertical que pasa por el centro de la probeta

Por último, la figura 5.180 muestra la distribución de ϵ_c . Básicamente la forma de la distribución es similar a la que existía en el tiempo $t=7.00$ min, aunque con pequeños cambios; por ejemplo, ϵ_c en la parte inferior de la probeta, que en $t=7.00$ min era de $-0.095 \cdot 10^{-3}$ pasa ahora a ser $-0.074 \cdot 10^{-3}$, ya que dicha zona se encuentra sometida a un esfuerzo de tracción.

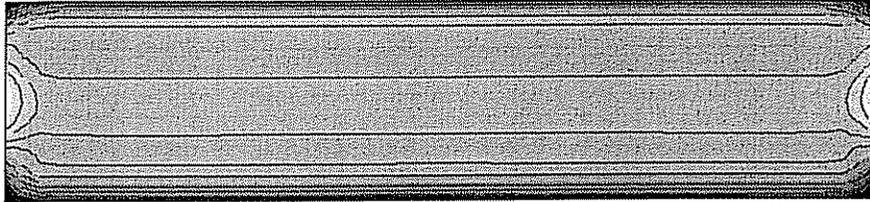


Figura 5.180. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=7.58$ min, $\epsilon_{c,\min}=-0.074\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=0.036\cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.008\cdot 10^{-3}$)

b.4. Etapa plana

Cuando la flecha de la probeta pasa a ser cero, la deformación térmica es diferente de cero (figura 5.181), pero la distribución de ϵ_{th} es tal que la curvatura global es cero.

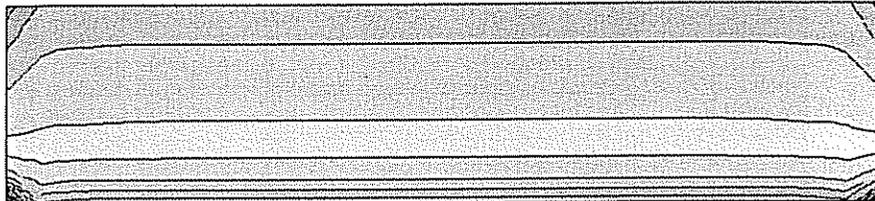


Figura 5.181. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=12.17$ min, $\epsilon_{th,\min}=9.12\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,\max}=10.7\cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.129\cdot 10^{-3}$)

La distribución de tensiones (figura 5.182) muestra que el centro está sometido a una ligera compresión, debido a la mayor deformación térmica.

La tensión máxima de compresión a la que está sometida la probeta es muy elevada ($\sigma_{\max}=17.7$ MPa) y no se encuentra en el centro, sino cerca de los vértices inferiores de la probeta. En estos puntos es donde la temperatura es más elevada en este momento ($T_{\max}=996$ °C), la contracción producida por la sinterización es muy importante y provoca tensiones de tracción en la probeta.

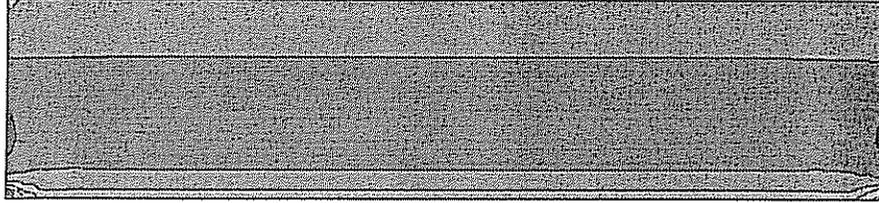


Figura 5.182. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=12.17$ min, $\sigma_{\min}=-3.42$ MPa, $\sigma_{\max}=17.7$ MPa, $\Delta\sigma=2.56$ MPa)

La deformación por fluencia (figura 5.183) es importante respecto a la deformación térmica: $\Delta\epsilon_{th}=\epsilon_{th,max}-\epsilon_{th,min}=1.58\cdot 10^{-3}$, mientras que $\Delta\epsilon_c=\epsilon_{c,max}-\epsilon_{c,min}=0.33\cdot 10^{-3}$. En estas condiciones, la deformación elástica varía desde $-0.17\cdot 10^{-3}$ hasta $0.65\cdot 10^{-3}$, lo que significa que ϵ_c es, aproximadamente, un 40% del valor de ϵ_c . El material tiene un comportamiento claramente no-elástico.

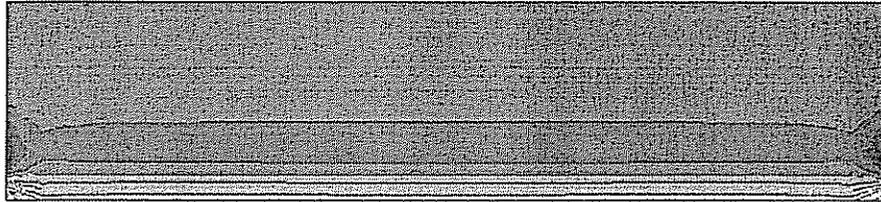


Figura 5.183. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=12.17$ min, $\epsilon_{c,min}=-0.190\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,max}=0.523\cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.051\cdot 10^{-3}$)

El valor más elevado de ϵ_c se detecta en la parte inferior de la probeta, debido a la elevada tensión de tracción y a la alta temperatura en dicha zona.

b.5. Etapa de aumento de la curvatura convexa

En cuanto se alcanza la temperatura a la cual comienza la contracción de la probeta, la parte inferior de la misma sufre una contracción muy importante. La figura 5.184 muestra la distribución de ϵ_{th} en el tiempo $t=15.00$ min (instante en el que la probeta presenta una flecha de curvatura de $\delta_c=-1.53$ mm).

Se observa que existe una concentración de isopotenciales de ϵ_{th} muy importante en la parte inferior, lo que hace prever la aparición de grandes tensiones dentro de la probeta.

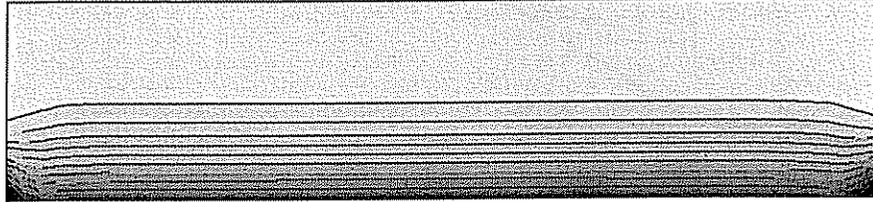


Figura 5.184. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=15.00$ min, $\epsilon_{th,min}=1.57 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=10.7 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.664 \cdot 10^{-3}$)

La distribución de tensiones en este momento (figura 5.185) muestra el patrón tracción-compresión-tracción, confirmandose que los valores de σ son muy elevados (en particular si se comparan con los observados durante la etapa de curvatura cóncava).

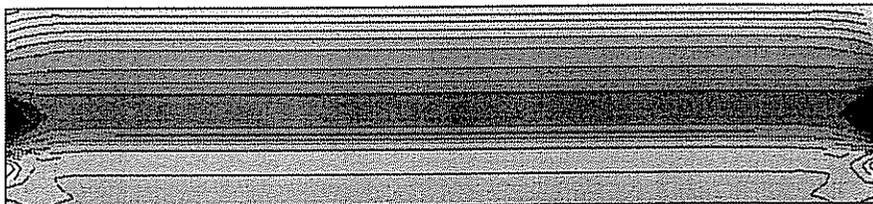


Figura 5.185. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=15.00$ min, $\sigma_{min}=-22.8$ MPa, $\sigma_{max}=20.9$ MPa, $\Delta\sigma=3.28$ MPa)

Este perfil puede explicarse utilizando la representación de ϵ y ϵ_{th} a lo largo del espesor de la probeta (figura 5.186).

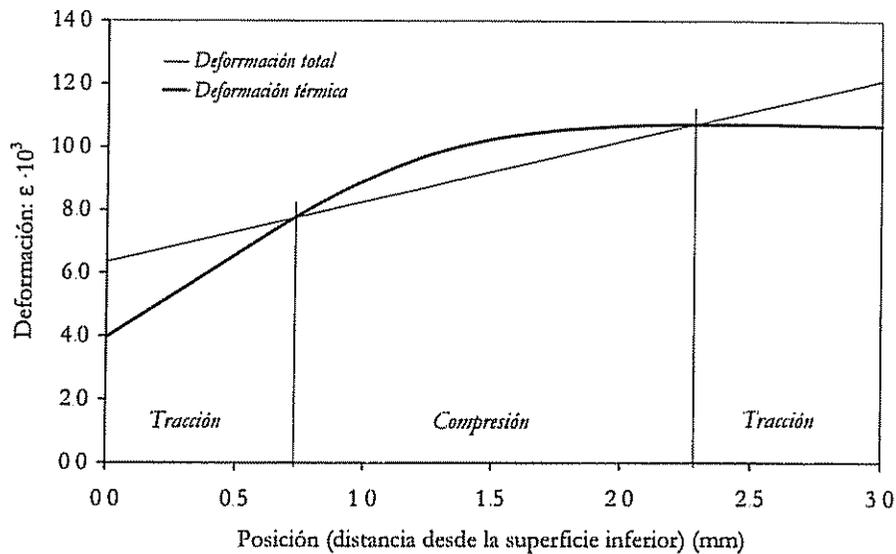


Figura 5.186. Deformación total y térmica a lo largo de una línea vertical que pasa por el centro de la probeta

La figura 5.187 muestra la deformación por fluencia de la probeta en el instante $t=15.00$ min. La deformación elástica mínima ($\epsilon_{e,\min}$) es de $-0.93 \cdot 10^{-3}$, mientras que la máxima ($\epsilon_{e,\max}$) vale $1.5 \cdot 10^{-3}$. Son valores claramente inferiores a los de ϵ_c . En otras palabras: el comportamiento del material en las condiciones indicadas es fundamentalmente no-elástico.

En la parte inferior de la probeta ϵ_c alcanza el valor más elevado. El efecto que tiene ϵ_c es, por tanto, incrementar la longitud de la cara inferior, reduciendo con ello la curvatura de la probeta. En resumen: la deformación por fluencia reduce la curvatura convexa de la probeta.

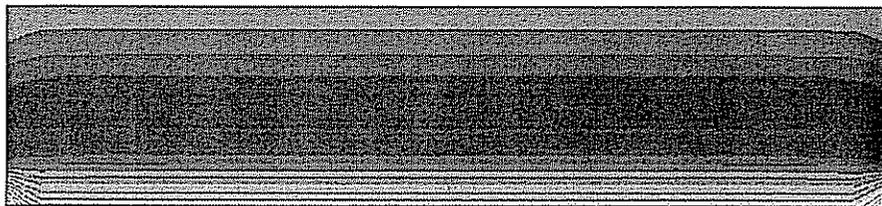


Figura 5.187. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=15.00$ min, $\epsilon_{c,\min}=-0.668 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=4.16 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.348 \cdot 10^{-3}$)

b.6. Etapa de estabilización de la curvatura convexa

Por último, se va a analizar la situación en el instante correspondiente a la finalización del ensayo ($t=20.50$ min, $\delta_c=-3.30$ mm). La diferencia entre la deformación térmica de la parte superior e inferior de la probeta es muy importante (figura 5.188), comprobándose que la distribución de isopotenciales de ϵ_{th} es bastante regular (no existe acumulación en ningún punto en particular).

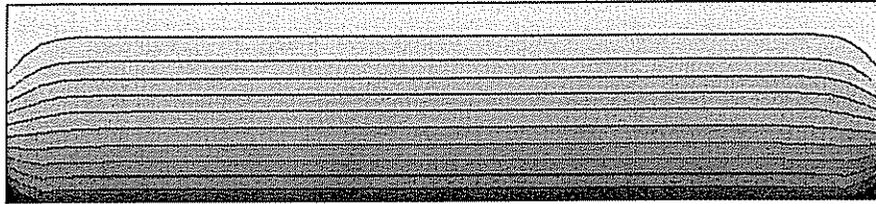


Figura 5.188. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=20.50$ min, $\epsilon_{th,min}=1.57 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=10.7 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.664 \cdot 10^{-3}$)

La distribución de tensiones es muy compleja (figura 5.189). Si se considera una línea vertical que pase por el centro de la probeta, desde la parte inferior a la superior se tienen cuatro zonas diferenciadas:

- 1ª zona: sometida a una ligera compresión, y que ocupa aproximadamente un tercio del espesor de la probeta.
- 2ª zona: sometida a una ligera tracción y de espesor similar a la anterior.
- 3ª zona: en la que existe una intensa compresión.
- 4ª zona: predomina la tracción y presenta un espesor muy pequeño.

En la figura 5.190 se ha representado ϵ , ϵ_{th} y σ a lo largo de una línea vertical que pasa por el centro de la probeta, en función de la distancia desde la superficie inferior.

Si se utilizan los datos de ϵ , ϵ_{th} se llega a la conclusión de que deberían existir tres zonas, sometidas sucesivamente a tracción, compresión y tracción. La representación de σ en la figura 5.190 muestra claramente que aparecen 4 zonas diferenciadas.

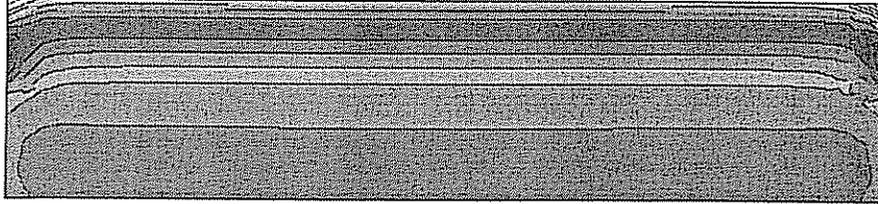


Figura 5.189. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=20.50$ min, $\sigma_{\min}=-13.7$ MPa, $\sigma_{\max}=31.0$ MPa, $\Delta\sigma=4.47$ MPa)

La utilización de $\epsilon-\epsilon_{th}$ como medida del estado de compresión o tracción es sólo aproximado. Tiene la ventaja de que ϵ_{th} se relaciona directamente con el diagrama de expansión-contracción y que ϵ es siempre lineal (si la acción de la gravedad es despreciable), lo que facilita trabajar con ambas magnitudes. Ahora bien, cuando la deformación por fluencia es elevada, el paralelismo entre $\epsilon-\epsilon_{th}$ y σ ya no es válido, y es la magnitud $\epsilon_c=\epsilon-(\epsilon_{th}+\epsilon_c)$ la que hay que utilizar.

La figura 5.191 representa ϵ , $\epsilon_{th}+\epsilon_c$ y σ , comprobándose que aquellos puntos para los que $\epsilon_{th}+\epsilon_c > \epsilon$ se encuentran sometidos a compresión, mientras que si $\epsilon_{th}+\epsilon_c < \epsilon$ existe tensión de tracción.

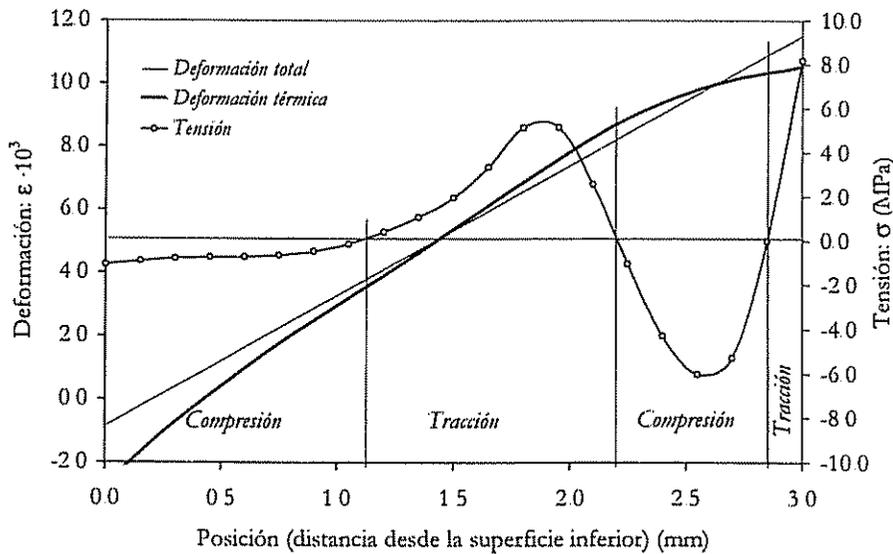


Figura 5.190. Deformación total, térmica y tensión a lo largo de una línea vertical que pasa por el centro de la probeta

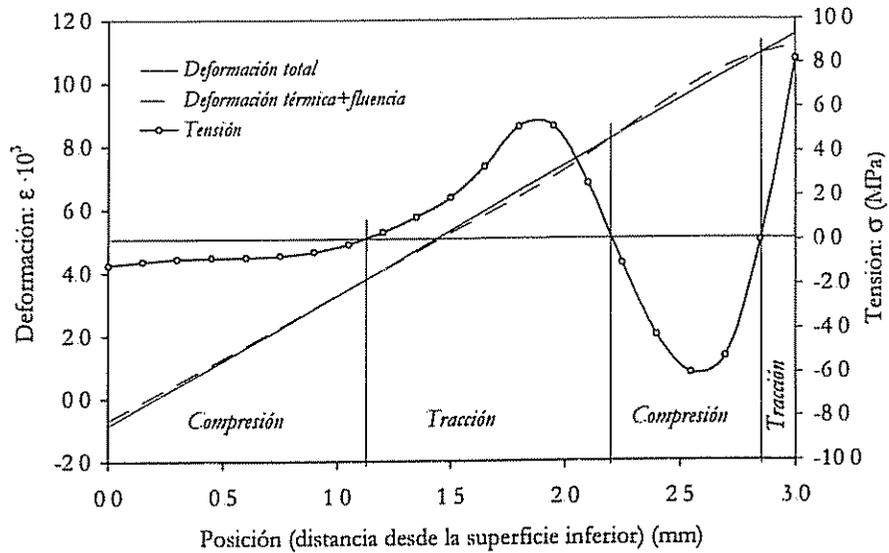


Figura 5.191. Deformación total, térmica+fluencia y tensión a lo largo de una línea vertical que pasa por el centro de la probeta

La figura 5.192 representa la distribución de ϵ_c . En líneas generales, ϵ_c es mayor en la parte inferior, contribuyendo con ello a reducir la curvatura que tendría la probeta si no existiera fluencia.

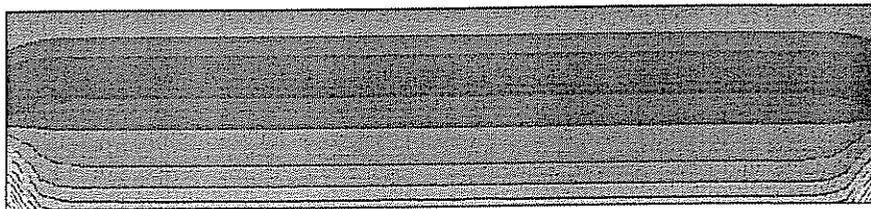


Figura 5.192. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=20.50$ min, $\epsilon_{c,\min}=-0.832 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=6.11 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.501 \cdot 10^{-3}$)

5.4.4. Ensayos realizados con probetas de porosa

5.4.4.1. Cálculo térmico

En la figura 5.193 se muestra la evolución de la temperatura en la atmósfera del horno próxima a la parte superior e inferior de la probeta.

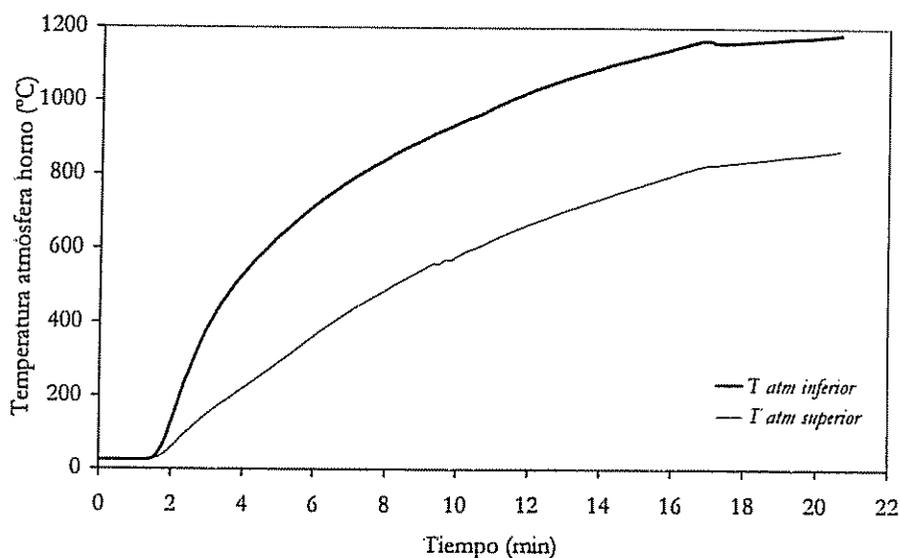


Figura 5.193. Evolución de la temperatura en la atmósfera del horno

Desde la figura 5.194 hasta la figura 5.205 se muestra la evolución del perfil interno de temperatura. Las líneas interiores representan isotermas. Los signos "+" y "-" indican la posición de las temperaturas máxima y mínima respectivamente.

En líneas generales, la evolución cualitativa de los perfiles de temperatura es completamente similar a la que se había observado para el caso de las probetas de gres.

En la figura 5.195 se observa el inicio del calentamiento de la probeta; con la zona superior central más fría. A partir de la figura 5.197 ($t=7.25$ min), los perfiles de temperatura son bastante planos y sólo se observa cierta curvatura en la zona próxima a las caras laterales.

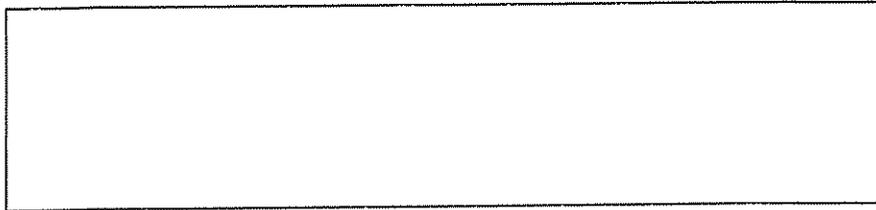


Figura 5.194. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=0.00$ min, $T_{\min}=20$ °C, $T_{\max}=20$ °C, $\Delta T=18$ °C)

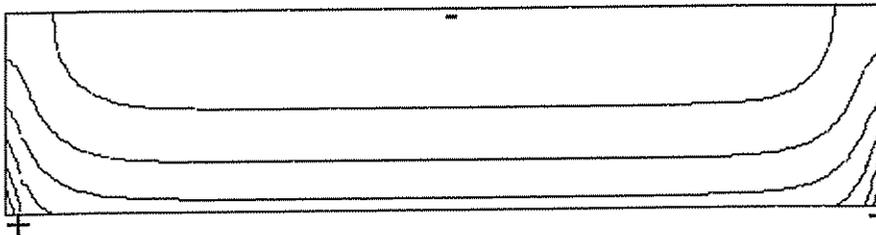


Figura 5.195. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=3.58$ min, $T_{\min}=185$ °C, $T_{\max}=308$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

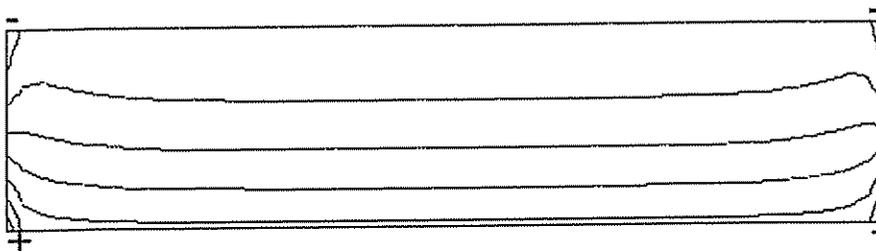


Figura 5.196. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=5.25$ min, $T_{\min}=434$ °C, $T_{\max}=569$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

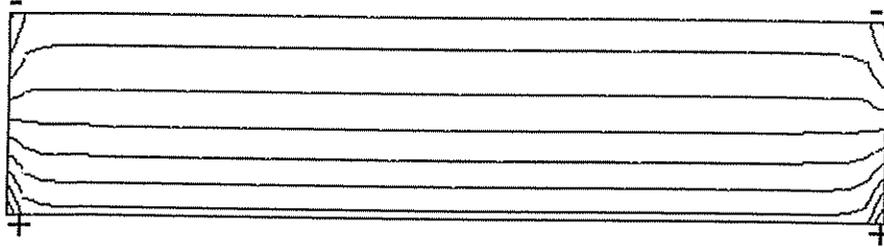


Figura 5.197. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=7.25$ min, $T_{\min}=551$ °C, $T_{\max}=735$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

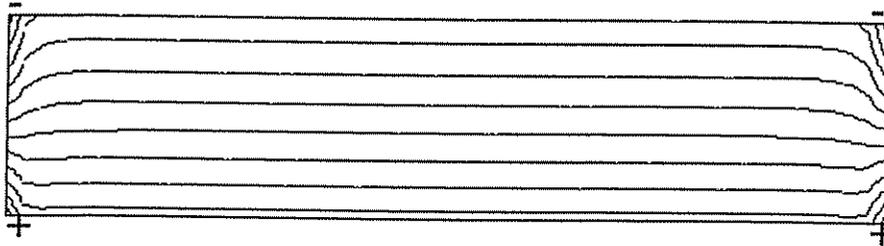


Figura 5.198. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=9.75$ min, $T_{\min}=673$ °C, $T_{\max}=886$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

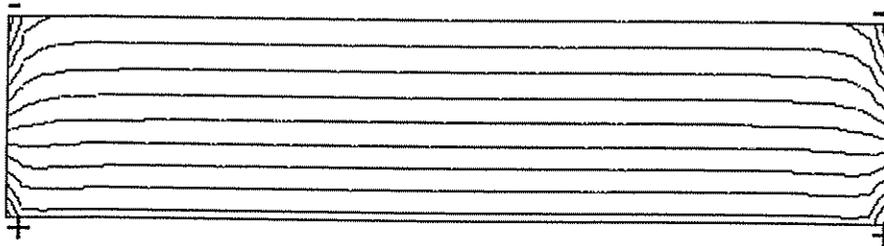


Figura 5.199. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=11.67$ min, $T_{\min}=737$ °C, $T_{\max}=977$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

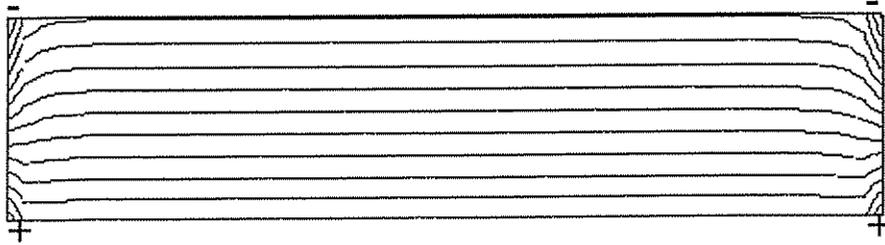


Figura 5.200. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=13.67$ min, $T_{\min}=799$ °C, $T_{\max}=1053$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

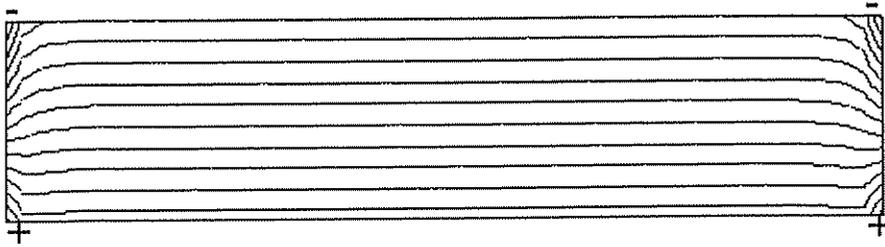


Figura 5.201. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=15.17$ min, $T_{\min}=839$ °C, $T_{\max}=1097$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

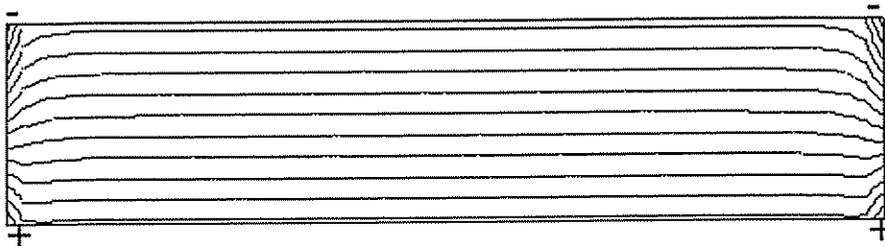


Figura 5.202. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=16.25$ min, $T_{\min}=867$ °C, $T_{\max}=1128$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

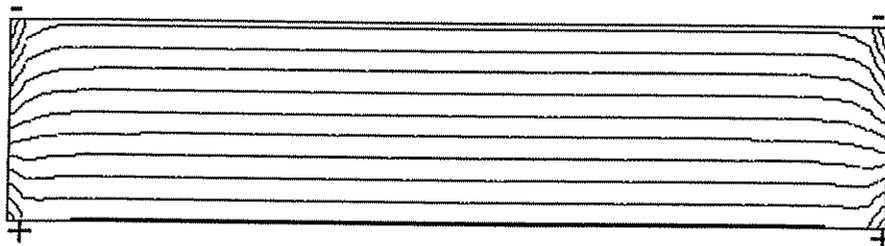


Figura 5.203. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=17.83$ min, $T_{\min}=889$ °C, $T_{\max}=1141$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

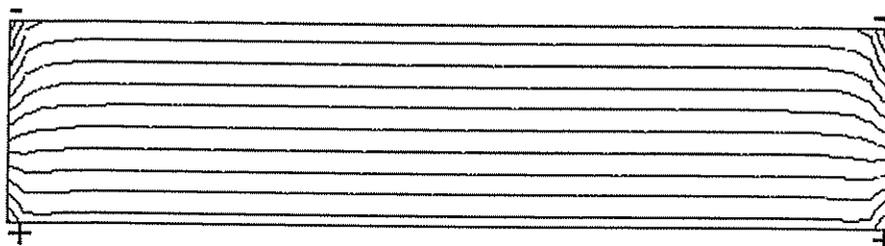


Figura 5.204. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=18.83$ min, $T_{\min}=898$ °C, $T_{\max}=1148$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

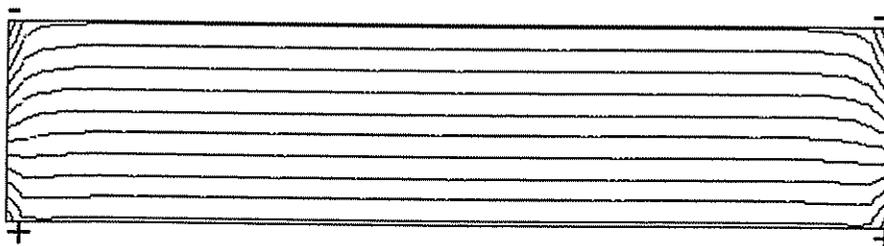


Figura 5.205. Distribución de temperatura en el interior de la pieza ($t=20.42$ min, $T_{\min}=912$ °C, $T_{\max}=1160$ °C, $\Delta T=18$ °C). Los signos "+" y "-" indican las zonas de temperatura máxima y mínima respectivamente

En la figura 5.206 se muestra la temperatura de la superficie inferior, superior y la diferencia entre ambas, en función del tiempo; confirmandose que la evolución es similar al caso de la probeta de gres.

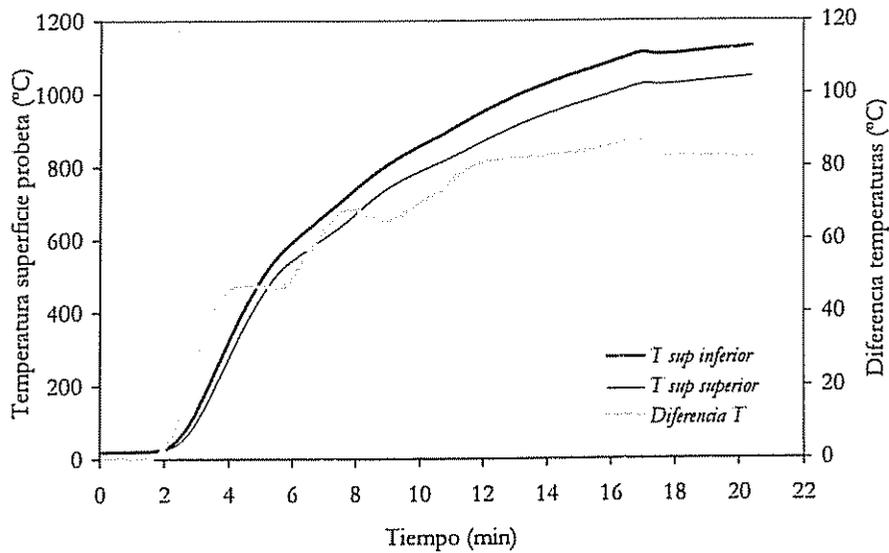


Figura 5.206. Evolución de la temperatura de la superficie de la probeta

5.4.4.2. Cálculo mecánico

a. Desplazamientos

Desde la figura 5.207 hasta la figura 5.230 se recogen las fotografías de los desplazamientos experimentales de la probeta y las gráficas correspondientes a los desplazamientos calculados utilizando el modelo.

En la figura 5.231 se ha representado la deformación de la probeta (flecha) experimental y teórica, en función del tiempo. Tal y como se había hecho con el gres, se han propuesto dos curvas teóricas. La primera (*Teórica 1*) corresponde a los cálculos efectuados con los parámetros viscoelásticos obtenidos en el apartado 5.3.2 en tanto que la segunda (*Teórica 2*) se ha elaborado aplicando un desplazamiento de temperatura a los parámetros viscoelásticos similar al aplicado al diagrama de expansión-contracción.

Los mejores resultados se han obtenido, a diferencia de lo que ocurría en el caso del gres, con los parámetros viscoelásticos desplazados (curva *Teórica 2*),

5. Resultados y discusión

siendo estos últimos los empleados para preparar el resto de las figuras que aparecen en este apartado.

De los resultados mostrados en las figuras se puede concluir que:

- El modelo permite estimar correctamente la forma que presenta la probeta en función del tiempo.
- La comparación de la flecha teórica y experimental (figura 5.231) indica que existe un buen acuerdo entre ambas.

La evolución de la curvatura durante los 10 primeros minutos es completamente paralela a la que se observa en las probetas de gres, aunque los valores precisos de los parámetros térmicos y mecánicos hacen que aparezcan ligeras diferencias en los valores de curvatura.

A partir del tiempo $t=11.67$ min comienza la contracción de la probeta. Debido a que la temperatura en la parte inferior de la misma es más elevada que la de la parte superior, existe una contracción de la parte inferior y la curvatura pasa a ser convexa. En la figura 5.219 se observa claramente esta situación.

A medida que transcurre el tiempo comienzan a hacerse más patentes las diferencias de comportamiento entre las probetas de gres y las de porosa. La curvatura cóncava de las probetas de porosa alcanza un máximo (figura 5.221) y, a partir de dicho punto se reduce de nuevo (figura 5.223). Además, el valor máximo de la flecha (en valor absoluto) es menor que en el caso del gres.

Al final del experimento, la reducción de la convexidad es total (figura 5.227), detectándose incluso cierta curvatura cóncava (figura 5.229).

Aun cuando los valores precisos de la flecha dependan de los parámetros térmicos y mecánicos, el diferente comportamiento del gres y la porosa a elevada temperatura se puede explicar cualitativamente atendiendo exclusivamente al diagrama de expansión-contracción. Así, la menor flecha viene originada porque la contracción que se produce en porosa es menor que en el gres y, tras dicha contracción inicial existe una fase de expansión como consecuencia de la dilatación de las fases cristalinas cálcicas generadas en la cocción.

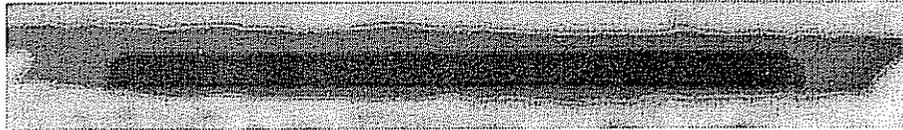


Figura 5.207. Deformación experimental de la probeta ($t=0.00$ min, $\delta_c=0.0$ mm)

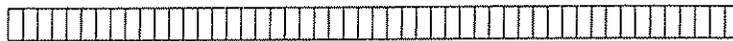


Figura 5.208. Deformación teórica de la probeta ($t=0.00$ min, $T_{\min}=20$ °C, $T_{\max}=20$ °C, $\delta_c=0.00$ mm). El trazo punteado representa la probeta sin deformar, y los pequeños segmentos verticales marcan la separación entre elementos



Figura 5.209. Deformación experimental de la probeta ($t=3.60$ min, $\delta_c=0.0$ mm)



Figura 5.210. Deformación teórica de la probeta ($t=3.58$ min, $T_{\min}=185$ °C, $T_{\max}=308$ °C, $\delta_c=0.13$ mm)



Figura 5.211. Deformación experimental de la probeta ($t=5.30$ min, $\delta_c=0.2$ mm)



Figura 5.212. Deformación teórica de la probeta ($t=5.25$ min, $T_{\min}=434$ °C, $T_{\max}=569$ °C, $\delta_c=0.28$ mm)

5. Resultados y discusión



Figura 5.213. Deformación experimental de la probeta ($t=7.30$ min, $\delta_c=1.0$ mm)

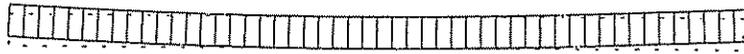


Figura 5.214. Deformación teórica de la probeta ($t=7.25$ min, $T_{\min}=551$ °C, $T_{\max}=735$ °C, $\delta_c=0.89$ mm)

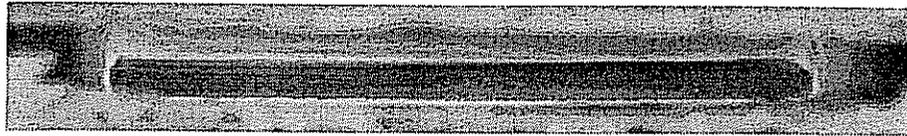


Figura 5.215. Deformación experimental de la probeta ($t=9.80$ min, $\delta_c=0.4$ mm)



Figura 5.216. Deformación teórica de la probeta ($t=9.75$ min, $T_{\min}=673$ °C, $T_{\max}=886$ °C, $\delta_c=0.34$ mm)



Figura 5.217. Deformación experimental de la probeta ($t=11.67$ min, $\delta_c=0.2$ mm)

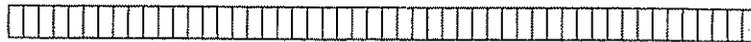


Figura 5.218. Deformación teórica de la probeta ($t=11.67$ min, $T_{\min}=737$ °C, $T_{\max}=977$ °C, $\delta_c=-0.08$ mm)

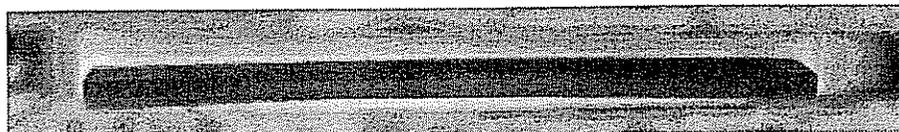


Figura 5.219. Deformación experimental de la probeta ($t=13.67$ min, $\delta_c=-0.9$ mm)

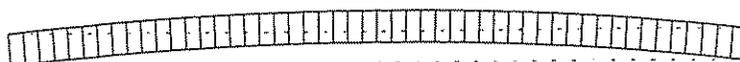


Figura 5.220. Deformación teórica de la probeta ($t=13.67$ min, $T_{\min}=799$ °C, $T_{\max}=1053$ °C, $\delta_c=-2.0$ mm)



Figura 5.221. Deformación experimental de la probeta ($t=15.16$ min, $\delta_c=-1.7$ mm)

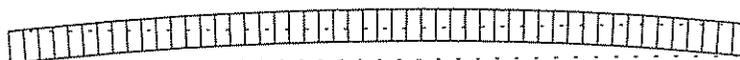


Figura 5.222. Deformación teórica de la probeta ($t=15.17$ min, $T_{\min}=839$ °C, $T_{\max}=1097$ °C, $\delta_c=-1.81$ mm)



Figura 5.223. Deformación experimental de la probeta ($t=16.30$ min, $\delta_c=-1.0$ mm)

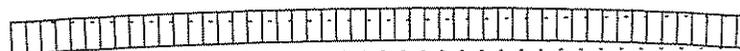


Figura 5.224. Deformación teórica de la probeta ($t=16.25$ min, $T_{\min}=867$ °C, $T_{\max}=1128$ °C, $\delta_c=-1.11$ mm)

5. Resultados y discusión

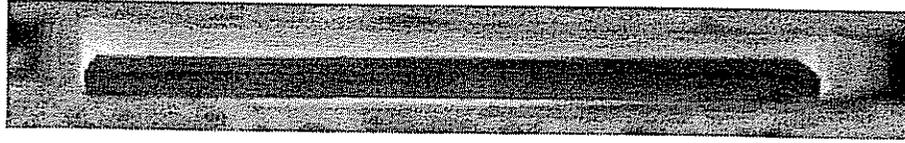


Figura 5.225. Deformación experimental de la probeta ($t=17.83$ min, $\delta_c=-0.2$ mm)



Figura 5.226. Deformación teórica de la probeta ($t=17.83$ min, $T_{\min}=889$ °C, $T_{\max}=1141$ °C, $\delta_c=-1.11$ mm)

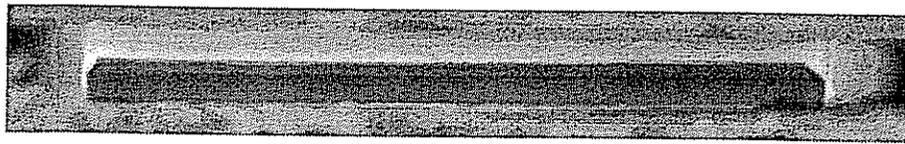


Figura 5.227. Deformación experimental de la probeta ($t=18.83$ min, $\delta_c=0.2$ mm)



Figura 5.228. Deformación teórica de la probeta ($t=18.83$ min, $T_{\min}=898$ °C, $T_{\max}=1148$ °C, $\delta_c=-0.28$ mm)

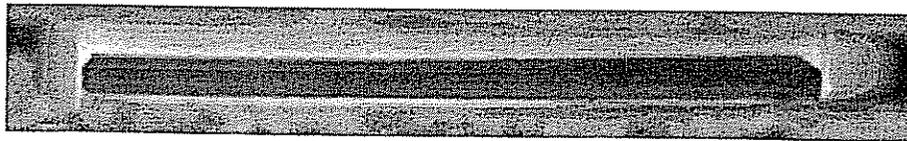


Figura 5.229. Deformación experimental de la probeta ($t=20.05$ min, $\delta_c=0.3$ mm)



Figura 5.230. Deformación teórica de la probeta ($t=20.42$ min, $T_{\min}=912$ °C, $T_{\max}=1160$ °C, $\delta_c=-0.28$ mm)

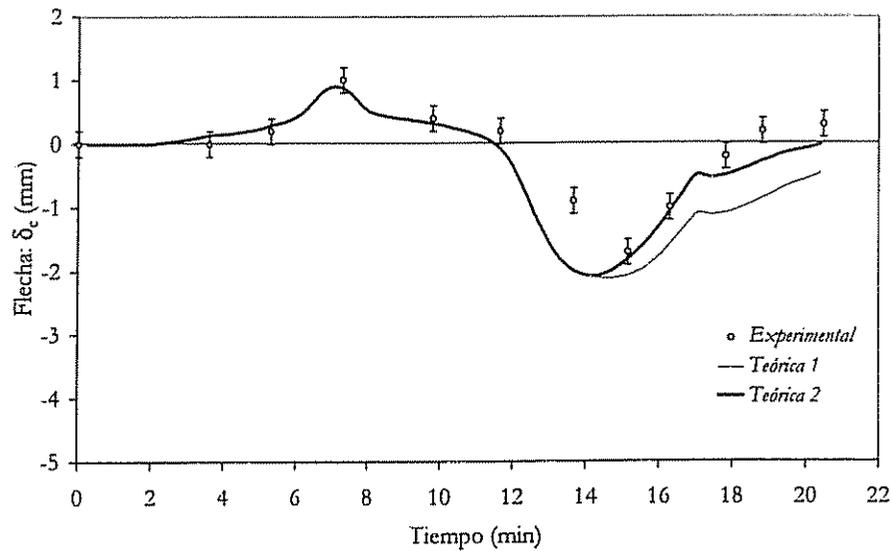


Figura 5.231. Comparación de la evolución de la curvatura de la probeta

b. Deformaciones y tensiones

La representación de las deformaciones (térmica: ϵ_{th} y de fluencia ϵ_c) y de la tensión (σ) permite interpretar de forma más precisa la generación de curvaturas en el proceso de cocción.

Las primeras etapas tratadas:

- Aumento de la curvatura cóncava.
- Máxima curvatura cóncava.
- Disminución de la curvatura cóncava.
- Primera etapa plana.
- Aumento de la curvatura convexa.

son completamente análogas al caso de gres; por ello, simplemente se comentarán las gráficas obtenidas, sin hacer referencia detallada a las causas que originan las distribuciones de deformación y tensión.

b.1. Etapa de aumento de la curvatura cóncava

En el tiempo $t=6.42$ min la curvatura es cóncava ($\delta_c=0.63$ mm) y va en aumento. La deformación térmica (figura 5.232) muestra una mayor dilatación en la parte inferior de la probeta, junto a una concentración de líneas de isodeformación en dicha zona.

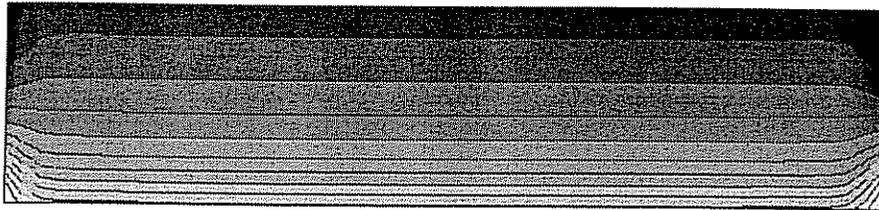


Figura 5.232. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=6.42$ min, $\epsilon_{th,min}=4.86 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=8.92 \cdot 10^{-3}$, diferencia de ϵ_{th} entre líneas isotenciales sucesivas: $\Delta\epsilon_{th}=0.300 \cdot 10^{-3}$)

La deformación térmica anterior motiva la aparición de tensiones internas (figura 5.233). Las zonas próximas a las superficies superior e inferior se encuentran sometidas a compresión, mientras que la zona central está en tracción.

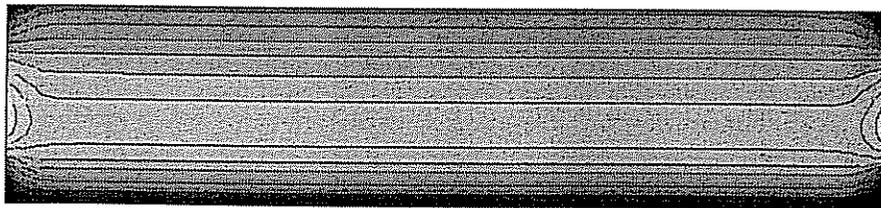


Figura 5.233. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=6.42$ min, $\sigma_{min}=-3.73$ MPa, $\sigma_{max}=2.64$ MPa, diferencia de σ entre líneas isotenciales sucesivas: $\Delta\sigma=0.537$ MPa)

La figura 5.234 muestra la distribución de la deformación por fluencia, que sigue el mismo patrón que la probeta de gres.

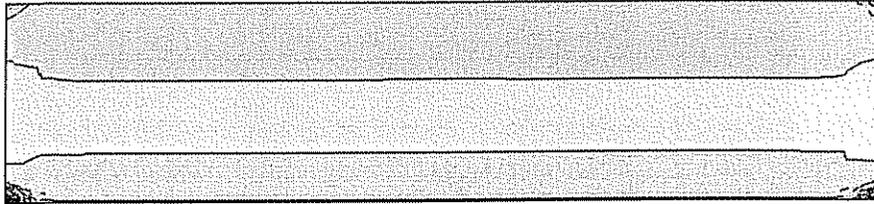


Figura 5.234. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=6.42$ min, $\epsilon_{c,\min}=-0.059\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=0.005\cdot 10^{-3}$, diferencia de ϵ_c entre líneas isopotenciales sucesivas: $\Delta\epsilon_c=0.005\cdot 10^{-3}$)

b.2. Etapa de máxima curvatura cóncava

En la figura 5.235 se muestra la distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en la probeta en el instante $t=7.17$ min, que es cuando la curvatura de la misma es máxima ($\delta_c=0.90$ mm).

Se constata la aparición de una concentración de líneas isopotenciales en la parte central de la probeta.

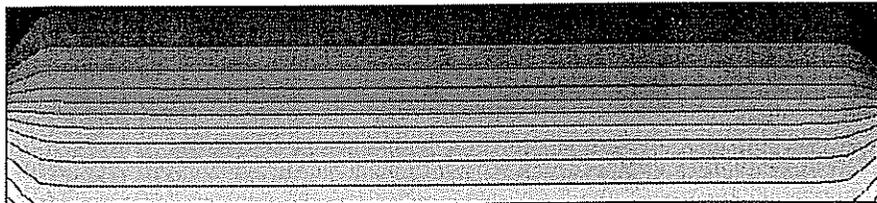


Figura 5.235. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=7.17$ min, $\epsilon_{th,\min}=5.54\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,\max}=9.62\cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.302\cdot 10^{-3}$)

La figura 5.236 muestra un patrón de tensiones complejo, con 4 zonas diferenciadas, sometidas alternativamente a esfuerzos de tracción y compresión.

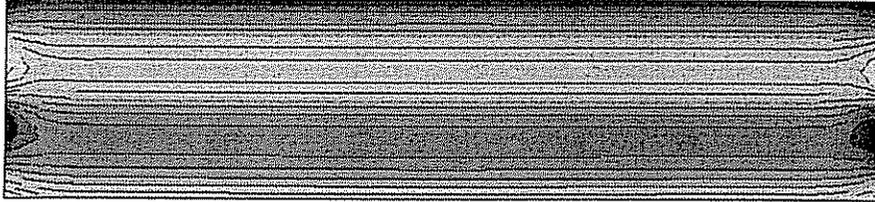


Figura 5.236. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=7.17$ min, $\sigma_{\min}=-2.23$ MPa, $\sigma_{\max}=1.83$ MPa, $\Delta\sigma=0.322$ MPa)

La deformación por fluencia todavía no es significativa (figura 5.237) debido a que la temperatura no es elevada. La distribución de ϵ_c muestra que los mayores valores de ϵ_c se sitúan cerca del centro de la probeta, y los menores cerca de las superficies superior e inferior.

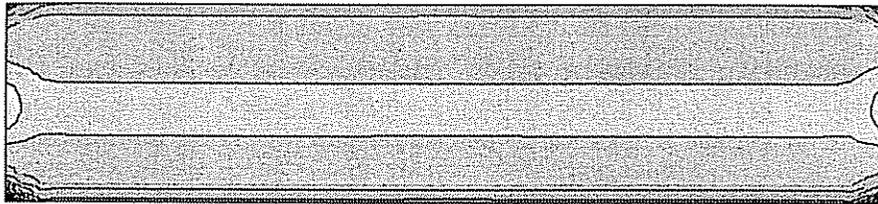


Figura 5.237. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=7.17$ min, $\epsilon_{c,\min}=-0.056 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=0.011 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.005 \cdot 10^{-3}$)

b.3. Etapa de disminución de la curvatura cóncava

La distribución de ϵ_{th} en el instante $t=7.75$ min (flecha: $\delta_c=0.65$ mm) es la simétrica de la observada en la figura 5.232. Aparece una concentración de líneas de isodeformación cerca de la parte superior de la probeta.



Figura 5.238. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=7.75$ min, $\epsilon_{th,min}=6.19 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=10.2 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.298 \cdot 10^{-3}$)

La distribución de tensiones (figura 5.239) es también la opuesta a la que se tenía cuando la curvatura cóncava iba en aumento (figura 5.233), apareciendo ahora una tensión de compresión en el centro de la probeta y una tensión de tracción cerca de la superficie.

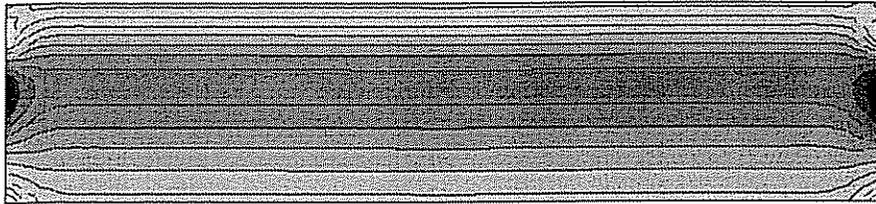


Figura 5.239. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=7.75$ min, $\sigma_{min}=-1.84$ MPa, $\sigma_{max}=2.18$ MPa, $\Delta\sigma=0.314$ MPa)

La figura 5.240 recoge la distribución de deformación por fluencia (ϵ_c).



Figura 5.240. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=7.75$ min, $\epsilon_{c,min}=-0.052 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,max}=0.009 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.004 \cdot 10^{-3}$)

En la figura 5.241 se puede observar la evolución del gradiente de deformación térmica en el intervalo de tiempo desde 6.42 min hasta 7.75 min, que es cuando se alcanza la máxima curvatura cóncava. Se observa claramente, al igual que sucedía en el caso del gres, cómo la zona en la que el gradiente de deformación térmica alcanza el valor máximo se desplaza desde la superficie inferior ($t=6.42$ min) hasta la superior ($t=7.75$ min), al mismo tiempo que se produce un ensanchamiento progresivo de dicha zona.

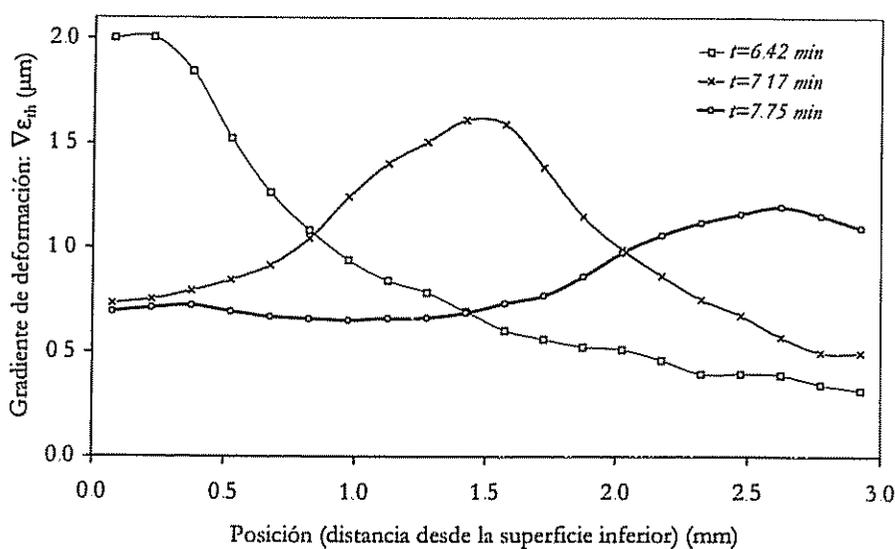


Figura 5.241. Evolución del gradiente de deformación térmica en el intervalo de tiempo en que se alcanza la máxima curvatura cóncava

b.4. Primera etapa plana

La distribución de deformación térmica (figura 5.242) en el instante $t=11.50$ min es tal que la curvatura es cero ($\delta_c=0.00$ mm).

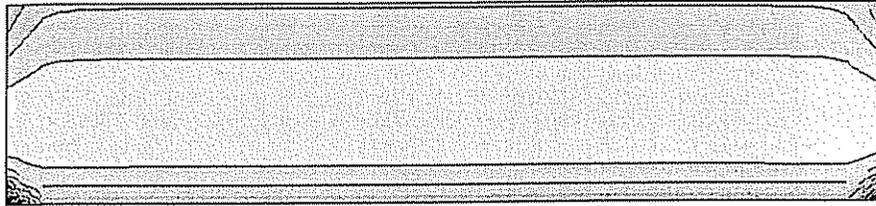


Figura 5.242. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=11.50$ min, $\epsilon_{th,min}=7.55 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=10.8 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.248 \cdot 10^{-3}$)

Sin embargo, la probeta está ligeramente tensionada (figura 5.243), con la parte central sometida a una ligera compresión y las zonas próximas a la superficie sometidas a tracción; en particular, la máxima tensión de tracción se alcanza en la zona inferior, y es consecuencia del comienzo de la contracción del material.

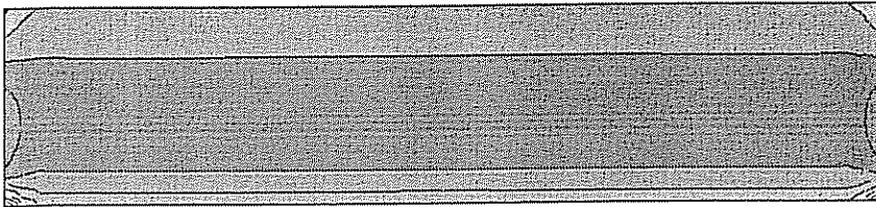


Figura 5.243. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=11.50$ min, $\sigma_{min}=-3.51$ MPa, $\sigma_{max}=14.5$ MPa, $\Delta\sigma=2.1$ MPa)

La figura 5.244 representa la distribución de deformación por fluencia (ϵ_c). La diferencia de deformación por fluencia entre puntos de la probeta es de $\Delta\epsilon_c = \epsilon_{c,max} - \epsilon_{c,min} = 1.29 \cdot 10^{-3}$ lo que es comparable a la diferencia de deformación térmica $\Delta\epsilon_{th} = \epsilon_{th,max} - \epsilon_{th,min} = 3.25 \cdot 10^{-3}$. La deformación elástica varía de $-0.4 \cdot 10^{-3}$ a $1.5 \cdot 10^{-3}$ ($\Delta\epsilon_e = 1.9 \cdot 10^{-3}$) y es, por tanto, del mismo orden que ϵ_c .

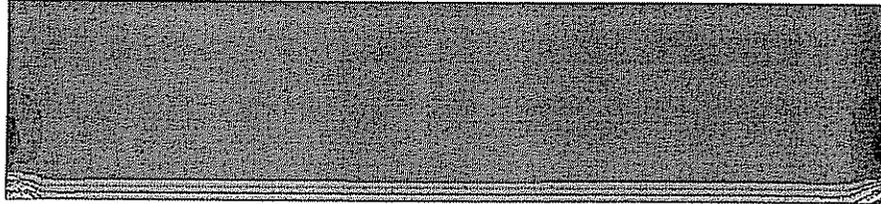


Figura 5.244. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=11.50$ min, $\epsilon_{c,\min}=-0.20\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=1.09\cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.0093\cdot 10^{-3}$)

b.5. Etapa de aumento de la curvatura convexa

La figura 5.245 muestra la distribución de ϵ_{th} en el instante $t=12.58$ min, en el que la curvatura convexa de la probeta se está incrementando ($\delta_c=-1.08$ mm).

Existe una concentración de líneas de isodeformación térmica muy importante cerca de la parte inferior de la pieza. Esta concentración obedece al inicio de la contracción que sufre el material.

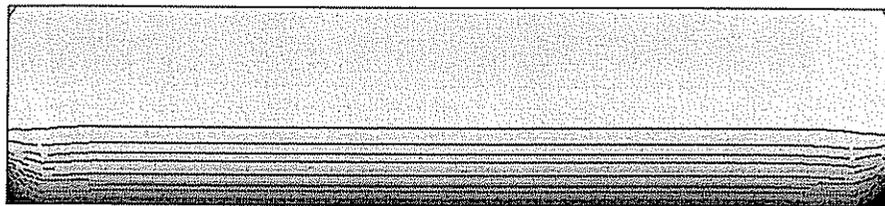


Figura 5.245. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=12.58$ min, $\epsilon_{th,\min}=4.36\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,\max}=10.8\cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.47\cdot 10^{-3}$)

La contracción de la parte inferior de la probeta origina que aparezca una tensión de tracción cerca de la superficie y de compresión en el centro.

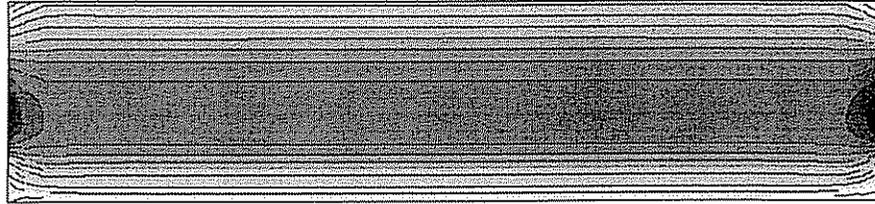


Figura 5.246. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=12.58$ min, $\sigma_{\min}=-8.95$ MPa, $\sigma_{\max}=11.6$ MPa, $\Delta\sigma=1.68$ MPa)

La deformación por fluencia es muy importante (figura 5.247) y es máxima en la zona inferior de la probeta. Esta deformación hace que la curvatura de la probeta sea menor que la que presentaría si el comportamiento fuera elástico.

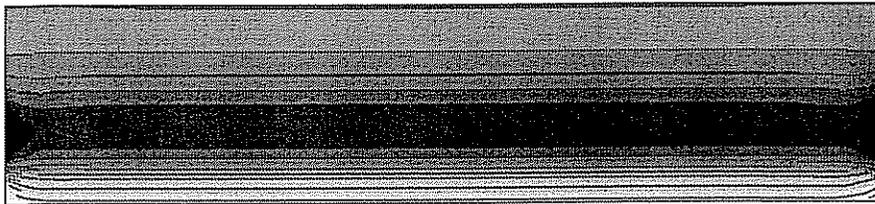


Figura 5.247. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=12.58$ min, $\epsilon_{c,\min}=-0.94 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=1.27 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.159 \cdot 10^{-3}$)

b.6. Etapa de máxima curvatura convexa

Si se sigue calentando la probeta, existe cierto instante ($t=14.17$ min) en el que la curvatura convexa alcanza un máximo ($\delta_c=-2.08$ mm) (a diferencia de lo que sucedía en el caso del gres). La figura 5.248 representa la deformación térmica en dicho instante.

El gradiente de deformación en la zona central de la probeta es muy importante, como consecuencia de la rápida contracción que sufre la composición de porosa.

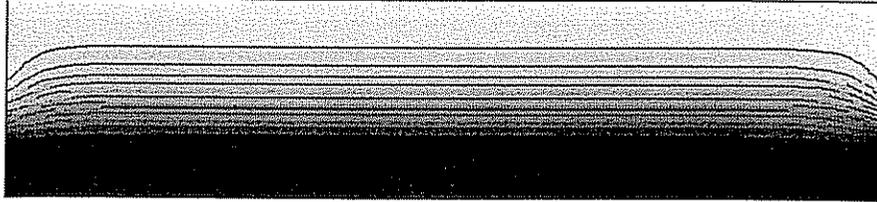


Figura 5.248. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=14.17$ min, $\epsilon_{th,min}=4.63 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=10.9 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.458 \cdot 10^{-3}$)

La distribución de tensiones (figura 5.249) muestra el patrón ya conocido compresión-tracción-compresión-tracción, que se observaba en el punto de máxima curvatura cóncava (figura 5.236), aunque en aquel caso el orden de las zonas en compresión y tracción era diferente ya que la curvatura tenía signo contrario.

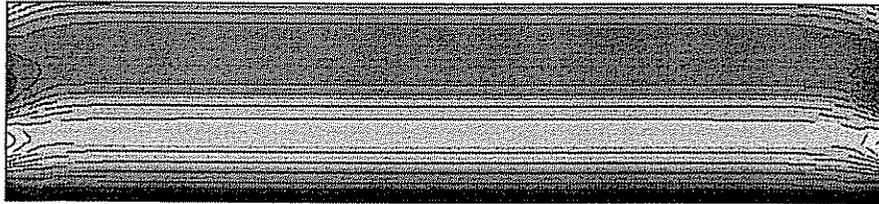


Figura 5.249. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=14.17$ min, $\sigma_{min}=-15.7$ MPa, $\sigma_{max}=15.5$ MPa, $\Delta\sigma=2.26$ MPa)

La figura 5.250 recoge la deformación por fluencia. La mayor deformación (expansión), como en los instantes anteriores, se concentra en la zona inferior de la probeta. Si bien es cierto que se trata de una zona en compresión, conviene recordar que esto sólo significa que $\dot{\epsilon}_c$ es negativo. El valor de σ en un instante dado no aporta información sobre ϵ_c ; ni siquiera sobre su signo.

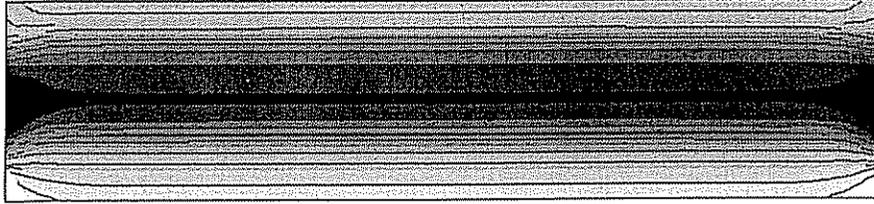


Figura 5.250. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=14.17$ min, $\epsilon_{c,\min}=-1.08\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=0.921\cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.144\cdot 10^{-3}$)

b.7. Etapa de disminución de la curvatura convexa

En la figura 5.251 se ha representado ϵ_{th} en el instante $t=16.33$ min. En esta etapa la curvatura sigue siendo convexa, pero va disminuyendo ($\delta_c=-1.04$ mm).

La situación es completamente simétrica a la que aparecía cuando aumentaba la curvatura convexa (figura 5.245), observándose ahora una concentración de líneas de isodeformación en la parte superior de la probeta.

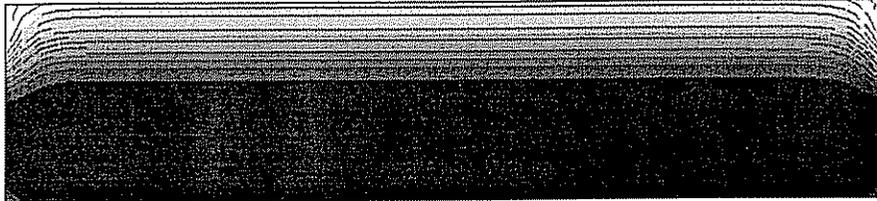


Figura 5.251. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=16.33$ min, $\epsilon_{th,\min}=4.64\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,\max}=11.0\cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.467\cdot 10^{-3}$)

Conclusiones análogas se pueden obtener en el campo de las tensiones si se compara la figura 5.252 con la figura 5.246. Aparecen tres zonas, las próximas a la superficie se encuentran en compresión, mientras que la central está sometida a tracción.

5. Resultados y discusión

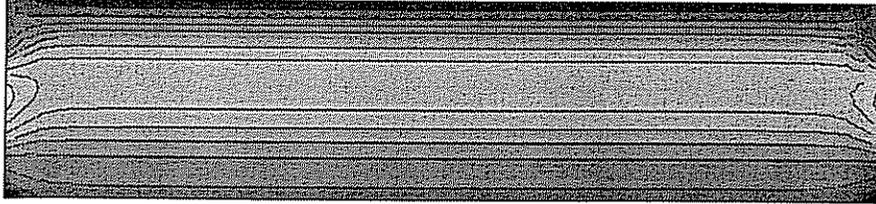


Figura 5.252. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=16.33$ min, $\sigma_{\min}=-31.1$ MPa, $\sigma_{\max}=20.4$ MPa, $\Delta\sigma=4.49$ MPa)

La distribución de deformación por fluencia (figura 5.253) es compleja, mostrando zonas con valores de ϵ_c muy distintos.

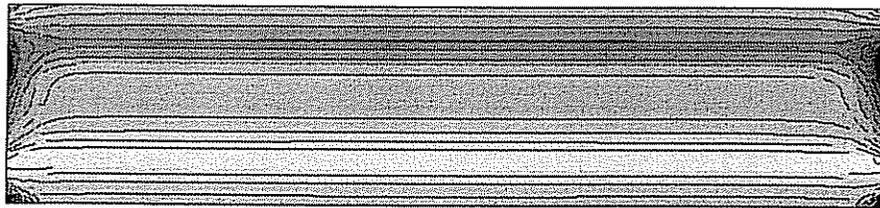


Figura 5.253. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=16.33$ min, $\epsilon_{c,\min}=-1.24 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=0.007 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.090 \cdot 10^{-3}$)

En todos los casos en los que aparece un máximo en la curvatura (tanto cóncava como convexa) se observa el mismo patrón de deformación térmica y de tensión.

- *Deformación térmica:* aparece una zona en la que existe una concentración de isopotenciales de ϵ_{th} , y que avanza desde abajo (temperatura más elevada) hacia arriba (temperatura menor).
- *Tensión:* si la probeta está dilatando:
 - Antes de alcanzar la máxima curvatura aparece una tensión de compresión en la zona próxima a la superficie y de tracción en el centro.

- En el instante en el que la curvatura es máxima surgen cuatro zonas que, desde la parte inferior a la superior, están sucesivamente en tracción, compresión, tracción y compresión de nuevo.
- Después de haberse alcanzado la máxima curvatura aparece una tensión de tracción en las zonas próximas a la superficie y de compresión en el centro.
- Si la probeta está contrayendo, la sucesión de tensiones es la opuesta a la enunciada anteriormente.

En la figura 5.254 se muestra la evolución del gradiente de deformación térmica en el intervalo de tiempo desde 12.58 min hasta 16.33 min, que es cuando se alcanza la máxima curvatura convexa. Se comprueba el desplazamiento de la zona de máximo gradiente -en valor absoluto- de deformación térmica desde la zona inferior a la superior.

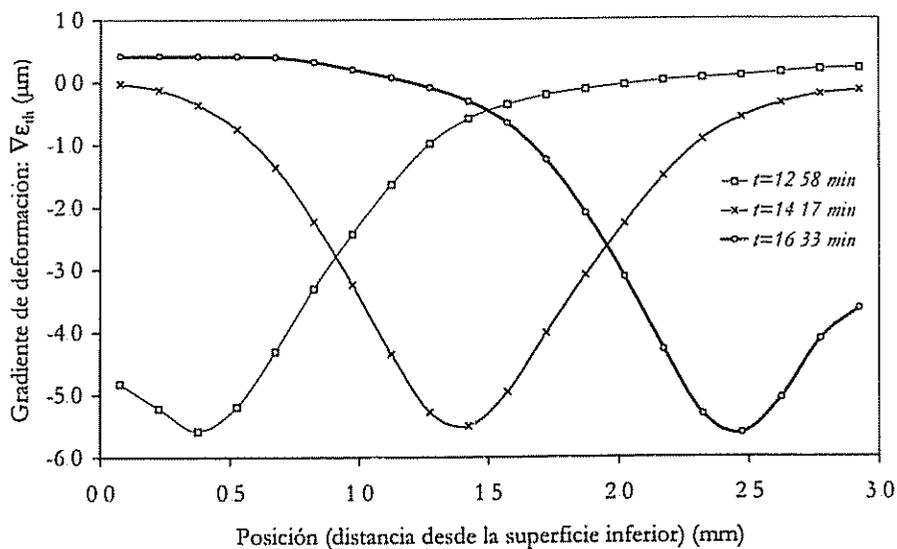


Figura 5.254. Evolución del gradiente de deformación térmica en el intervalo de tiempo en que se alcanza la máxima curvatura convexa

Es ilustrativo comparar los resultados obtenidos de la flecha de deformación (δ_c) con la diferencia de deformación térmica entre la parte superior ($\epsilon_{th,sup}$) e

5. Resultados y discusión

inferior ($\epsilon_{th,inf}$) de la probeta ($\Delta\epsilon_{th}=\epsilon_{th,sup}-\epsilon_{th,inf}$). Para ello, en la tabla 5.25 se ha indicado $\Delta\epsilon_{th}=\epsilon_{th,sup}-\epsilon_{th,inf}$ (cambiada de signo) y δ_c .

Tabla 5.25. Diferencia de deformación térmica entre la parte superior e inferior de la probeta y flecha de curvatura

t (min)	$-\Delta\epsilon_{th}\cdot 10^3$	δ_c (mm)
12.58	-6.44	-1.08
14.17	-6.27	-2.08
16.33	-6.36	-1.04

Si se utilizara únicamente la información facilitada por $\Delta\epsilon_{th}$ se llegaría a la falsa conclusión de que la probeta es más plana cuando $t=14.17$ min que cuando $t=12.58$ o $t=16.33$ min; mientras que realmente sucede lo contrario.

b.8. Segunda etapa plana

La figura 5.255 muestra ϵ_{th} al final del ensayo ($t=20.42$ min), cuando la probeta está de nuevo prácticamente plana ($\delta_c=-0.02$ mm).

Se observa que en la parte superior existe una ligera concentración de líneas de isodeformación térmica, y que ϵ_{th} es mayor en la parte superior que en la inferior. En ausencia de fluencia, esto debería provocar una curvatura convexa.

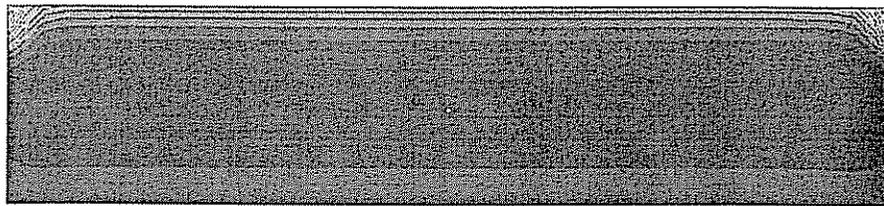


Figura 5.255. Distribución de deformación térmica (ϵ_{th}) en el interior de la probeta ($t=20.42$ min, $\epsilon_{th,min}=4.64\cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{th,max}=10.7\cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_{th}=0.447\cdot 10^{-3}$)

La distribución de tensiones se muestra en la figura 5.256. Se trata de una distribución en la que se alternan zonas en tracción con zonas sometidas a compresión. En la parte superior de la probeta es donde aparece la mayor tensión de compresión, y es también la zona en la que ϵ_{th} es mayor. Aunque

existe cierto paralelismo entre la distribución de ϵ_{th} y la de σ , para explicar completamente esta última es necesario tomar en consideración ϵ_c (figura 5.257) debido a la elevada importancia que tiene la deformación por fluencia a estas temperaturas (912-1160 °C).



Figura 5.256. Distribución de tensiones en el interior de la probeta ($t=20.42$ min, $\sigma_{\min}=-26.1$ MPa, $\sigma_{\max}=12.8$ MPa, $\Delta\sigma=3.76$ MPa)

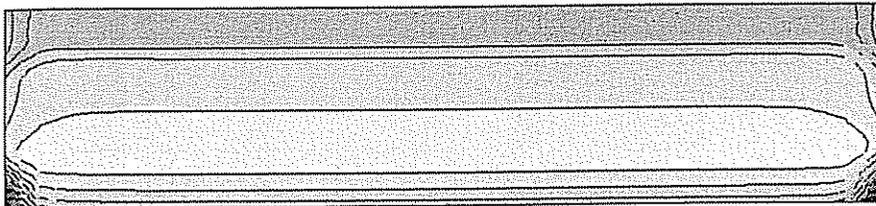


Figura 5.257. Distribución de deformación por fluencia (ϵ_c) en el interior de la probeta ($t=20.42$ min, $\epsilon_{c,\min}=-2.44 \cdot 10^{-3}$, $\epsilon_{c,\max}=-0.14 \cdot 10^{-3}$, $\Delta\epsilon_c=0.166 \cdot 10^{-3}$)

6. Conclusiones y recomendaciones

6. Conclusiones y recomendaciones

6.1. Conclusiones

Los resultados obtenidos en el presente trabajo permiten establecer las siguientes conclusiones:

1. La transmisión de calor en el interior de una pieza cerámica durante la cocción puede admitirse que tiene lugar por conducción. En la ecuación de transmisión de calor se puede considerar que la densidad, el calor específico y la conductividad térmica permanecen constantes.
2. Es necesario tener en cuenta la presencia de reacciones químicas si se desea evaluar de forma precisa los perfiles de temperatura en el interior de la pieza.
3. Se ha considerado la generación de calor como consecuencia de las reacciones químicas, postulando que la variación del grado de avance de la reacción depende exclusivamente de la temperatura, según la ecuación:

$$\xi_i(\theta_i) = (3\theta_i^2 - 2\theta_i^3)[Y(\theta_i) - Y(\theta_i - 1)] + Y(\theta_i - 1) \quad (6.1.1)$$

donde:

$$\xi_i = \frac{M_i - M_{i0}}{M_{if} - M_{i0}} \quad (6.1.2)$$

M_i : masa de componente de referencia (kg)

M_{i0} : masa de componente de referencia inicial (antes de que se inicie la reacción) (kg)

M_{if} : masa de componente de referencia final (una vez completada la reacción) (kg)

y:

$$\theta_i = \frac{T - T_{*i}}{T_i^* - T_{*i}} \quad (6.1.3)$$

6. Conclusiones y recomendaciones

donde:

T: temperatura ($^{\circ}\text{C}$ o K)

T_i^* : temperatura de comienzo de la reacción i-ésima ($^{\circ}\text{C}$ o K)

T_i^* : temperatura de finalización de la reacción i-ésima ($^{\circ}\text{C}$ o K)

4. La ecuación de generación de calor combinada con la de transmisión de calor por conducción:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T + G_E \quad (6.1.4)$$

donde:

ρ : densidad de la pieza (kg m^{-3})

c_p : calor específico ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)

T: temperatura ($^{\circ}\text{C}$ o K)

t: tiempo (s)

k: conductividad térmica ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)

G_E : generación de calor (W m^{-3})

ha permitido obtener una expresión sencilla que permite calcular la evolución de los perfiles de temperatura con el tiempo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^* \nabla^2 T \quad (6.1.5)$$

siendo α^* una difusividad térmica efectiva, que depende de las reacciones químicas y que se puede escribir como:

$$\alpha^* = \frac{\alpha}{1 + \frac{6}{c_p} \sum_{i=1}^{N_R} \frac{\phi_i H_i^0}{T_i^* - T_i} \langle \theta_i (1 - \theta_i) \rangle} \quad (6.1.6)$$

donde:

α : difusividad térmica ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)

ϕ_i : fracción másica del componente de referencia que interviene en una reacción química

H_i^0 : entalpía de la reacción i -ésima (referida al componente de referencia) (J kg^{-1})

N_R : número de reacciones químicas

$\langle \bullet \rangle$: corchetes de Macauley

5. Se ha propuesto un método numérico (basado en la técnica de las diferencias finitas) con el fin de integrar la expresión (6.1.5). Esto ha permitido, a partir de ensayos realizados en laboratorio, determinar el valor de la conductividad térmica y de los datos cinéticos de las reacciones químicas que intervienen en el término de generación de calor.
6. El comportamiento mecánico de la pieza cerámica durante la cocción no se puede considerar, ni siquiera de forma aproximada, como elástico. Las ecuaciones de la elasticidad, combinadas con la dilatación-contracción térmicas que sufre la pieza durante la cocción conduce a estimaciones de deformación excesivamente elevadas.
7. Se ha ensayado el modelo de fluencia habitualmente empleado en el estudio de los materiales cerámicos estructurales. Este modelo propone una variación de la velocidad de deformación con la tensión de la forma:

$$\dot{\epsilon}_c = A \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (6.1.7)$$

donde:

$\dot{\epsilon}_c$: velocidad de deformación por fluencia (s^{-1})

A : constante (independiente de σ , pero función de la temperatura) (s^{-1})

σ : tensión (Pa)

σ_0 : tensión de referencia (Pa)

n : exponente de tensiones

8. Se han realizado ensayos de relajación en probetas tanto de porosa como de gres. Estos ensayos indican que la expresión (6.1.7) no permite explicar los resultados obtenidos cuando se varía la fuerza máxima aplicada sobre la probeta.

9. Se ha propuesto una expresión para la velocidad de deformación por fluencia. La deformación total (incluyendo la componente elástica) adopta la forma:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_e + \varepsilon_c \\ \varepsilon_e &= E^{-1}\sigma \\ \dot{\varepsilon}_c &= \dot{p} \operatorname{sgn}(\sigma) \\ \dot{p} &= A e^{-bp} \left(\frac{|\sigma|}{\sigma_0} \right)^n\end{aligned}\tag{6.1.8}$$

donde:

- ε : deformación total
- ε_e : deformación elástica
- ε_c : deformación por fluencia
- E : módulo de elasticidad (Pa)
- p : deformación viscoplástica acumulada
- sgn : función signo
- b : constante de endurecimiento
- n : exponente de tensiones

La mayor diferencia de esta expresión respecto a la 6.1.7 es que contempla la posibilidad de que el material se endurezca como consecuencia de la aplicación de una tensión.

10. Se ha propuesto un método numérico (basado en el empleo de elementos finitos) con el fin de calcular la relajación de tensiones que se produce en el interior de la pieza tras la aplicación de una fuerza. Este esquema de cálculo ha permitido obtener los parámetros viscoelásticos que aparecen en la ecuación (6.1.8) a partir de ensayos mecánicos de laboratorio llevados a cabo a diferentes temperaturas.
11. El comportamiento mecánico de las piezas de gres y de porosa es muy diferente. Mientras que en el gres la velocidad de relajación de tensiones aumenta con la temperatura, el comportamiento de la porosa es más complejo: aumenta hasta alcanzar los 800 °C, desde 800 °C hasta 900 °C disminuye y a partir de 900 °C vuelve a aumentar.

12. La rigidización de la estructura de porosa a 900 °C puede deberse a la aparición de fases cálcicas cristalinas, como se ha comprobado mediante difracción de rayos X.
13. Se ha analizado la variación de los parámetros viscoelásticos con la densidad aparente de las piezas, llegando a la conclusión de que, en general, la velocidad a la que se produce la relajación de tensiones disminuye a medida que aumenta la densidad aparente.
14. Se ha combinado el cálculo térmico (resolución de la ecuación (6.1.5)) con el mecánico con el fin de obtener un modelo que proporcione la curvatura que sufren las piezas como consecuencia de las diferencias de temperatura.
15. Se ha diseñado y construido un pequeño horno de laboratorio en el que ha sido posible generar una diferencia de temperatura entre la parte inferior y superior de la pieza, y analizar la curvatura producida como consecuencia de esta diferencia de temperatura.
16. En probetas de gres, cuando se lleva a cabo el calentamiento de la misma por la parte inferior, se observa la siguiente evolución de la curvatura:
 - La curvatura comienza siendo cóncava, como consecuencia de la mayor dilatación de la parte inferior de la probeta.
 - Tras alcanzar el máximo de curvatura cóncava, la pieza comienza a adoptar una forma más plana. La magnitud e instante en el que la curvatura cóncava es máxima depende de la concentración de isopotenciales de ϵ_{th} y no de la diferencia de ϵ_{th} entre la parte inferior y superior de la probeta.
 - La curvatura comienza a ser convexa, debido a que la parte inferior de la probeta contrae más que la superior.

17. En probetas de porosa sometidas a un tratamiento térmico similar a las de gres, se observa la siguiente evolución de la curvatura:
- La curvatura, al igual que en gres, comienza siendo cóncava, debido a la mayor dilatación de la parte inferior de la probeta.
 - Tras alcanzar la máxima curvatura cóncava, la probeta disminuye su curvatura siguiendo un mecanismo similar al observado en las probetas de gres.
 - De forma similar a lo que sucede en gres, la curvatura comienza a ser convexa, aunque la magnitud de la curvatura es menor que en el caso del gres, debido a que la contracción de la porosa es también menor.
 - Por último, a temperatura elevada, la probeta para a ser de nuevo plana. Este comportamiento no se observa en gres y tiene su origen en la pequeña expansión que sufren las composiciones de porosa al dilatar las fases cálcicas que han cristalizado.
18. El modelo propuesto explica bien la evolución de la curvatura observada en los ensayos y permite, además, tener acceso a una serie de datos que, experimentalmente, son muy difíciles o imposibles de determinar, como son:
- Perfil de temperatura en el interior de la pieza ($T(t;x,y)$).
 - Deformación elástica (ϵ_e).
 - Deformación térmica (ϵ_{th}).
 - Deformación por fluencia (ϵ_c).
 - Tensiones internas (σ).

En muchos casos, el conocimiento de los datos anteriores es necesario para conocer el mecanismo por el cual se produce la curvatura de las probetas.

19. En todos los casos en los que aparece un máximo en la curvatura (tanto cóncava como convexa) se observa el mismo patrón de deformación térmica y de tensión. Suponiendo que la temperatura de la superficie inferior de la probeta es mayor que la de la superficie superior:
- *Deformación térmica:* aparece una zona en la que existe una concentración de isotenciales de ϵ_{th} , y que avanza desde la zona de temperatura mayor (superficie inferior) a la de menor (superficie superior).
 - *Tensión:* si la probeta está dilatando (curvatura cóncava):
 - Antes de alcanzar la máxima curvatura aparece una tensión de compresión en las dos zonas próximas a la superficie y de tracción en el centro.
 - En el instante en el que la curvatura es máxima surgen cuatro zonas que, desde la parte inferior a la superior están sucesivamente en tracción, compresión, tracción y compresión de nuevo.
 - Después de haberse alcanzado la máxima curva aparece una tensión de tracción en las dos zonas próximas a la superficie y de compresión en el centro
 - Si la probeta está contrayendo, la curvatura es convexa y la sucesión de tensiones es la opuesta a la enunciada anteriormente.
20. La deformación por fluencia es tal que, en todos los casos analizados, conduce a que la curvatura sea menor que la que tendría la pieza si el comportamiento fuera puramente elástico.

6.2. Recomendaciones

El trabajo desarrollado resuelve muchas cuestiones, pero plantea también muchas otras que podrían ser objeto de estudio ulterior; entre ellas se puede indicar:

1. Modificar el modelo de transmisión de calor con el objetivo de mejorar la estimación del perfil interno de temperatura, especialmente en el rango de temperaturas elevadas.
2. Analizar la influencia que tiene la velocidad de calentamiento sobre el diagrama de expansión-contracción y sobre los parámetros viscoelásticos.
3. Llevar a cabo un estudio sobre la variación de las propiedades mecánicas (parámetros viscoelásticos) con la densidad y con la temperatura, proponiendo un modelo que permita predecir esta variación.
4. Extender el modelo para poder estudiar el enfriamiento de la baldosa. Esto supone incorporar el efecto del vidriado y permitiría conocer datos muy importantes como son la curvatura final de las piezas (a la salida del horno), las tensiones residuales y, posiblemente, incluso la curvatura diferida (curvatura de la pieza que se produce después de haber salido del horno y que se debe a la presencia de tensiones residuales).
5. El modelo propuesto predice las deformaciones que sufre la pieza en forma de curvatura. Otro aspecto de las deformaciones es la *falta de ortogonalidad* (habitualmente medida como *descuadre*) y la *diferencia dimensional entre piezas*. Ambos se deben a variaciones en la contracción que sufren las baldosas en distintos puntos. Una ampliación del modelo a tres dimensiones podría tener en cuenta estos fenómenos.

7. Apéndice

7.1. Nomenclatura

7.1.1. Símbolos

7.1.1.1. Símbolos latinos

A:	constante de proporcionalidad en la ecuación de fluencia (s^{-1})
a:	constante de proporcionalidad entre el logaritmo de la presión de prensado y la densidad aparente ($kg\ m^{-3}$)
A*:	constante adimensional de proporcionalidad en la ecuación de fluencia
A _C :	superficie de la carga que intercambia calor por convección (m^2)
A _R :	superficie de la carga que intercambia calor por radiación (m^2)
[B]:	matriz que relaciona los desplazamientos nodales con la deformación en el interior del elemento
b:	constante de endurecimiento
b:	anchura de la probeta (m)
b :	vector de Burgers (m)
b _h :	anchura del horno (m)
B _{ξ_{ij}} :	módulo de Biot en la dirección ξ (ξ=x, y), en el nodo ij
[B _{xi}]:	matriz de coeficientes en el 1 ^{er} paso del cálculo de transmisión de calor con temperatura conocida en la superficie de la pieza
[B _{yi}]:	matriz de coeficientes en el 2 ^o paso del cálculo de transmisión de calor con temperatura conocida en la superficie de la pieza
[C]:	matriz de coeficientes elásticos
c:	contracción lineal
c _p :	calor específico ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)
c _s :	contracción lineal del soporte
c _v :	contracción lineal del vidrioado
[C _{xi}]:	matriz de coeficientes en el 1 ^{er} paso del cálculo de transmisión de calor con temperatura conocida en la atmósfera del horno
[C _{yi}]:	matriz de coeficientes en el 2 ^o paso del cálculo de transmisión de calor con temperatura conocida en la atmósfera del horno
D:	difusividad ($m^2\ s^{-1}$)
d:	tamaño de grano (m)
D ₀ :	factor de frecuencia ($m^2\ s^{-1}$)
D _b :	difusividad en el borde de grano ($m^2\ s^{-1}$)

7. Apéndice

D_i :	difusividad en la red ($m^2 s^{-1}$)
E :	módulo de elasticidad (Pa)
E_v :	módulo de elasticidad del vidrioado (Pa)
E_s :	módulo de elasticidad del soporte (Pa)
F :	fuerza (N)
F_{max} :	fuerza máxima aplicada en el ensayo de relajación (N)
f_i :	fuerza aplicada por unidad de volumen ($N m^{-3}$)
$F_{O\xi ij}$:	módulo de Fourier en la dirección ξ ($\xi=r, x, y, z$), en el nodo ij
F_R :	fracción de fuerza relajada
G :	módulo de cizalla (Pa)
g :	aceleración de la gravedad ($m s^{-2}$)
G_E :	generación de calor ($W m^{-3}$)
h :	espesor de una pieza o probeta (m)
h^* :	espesor adimensional (h/L_c)
h_C :	coeficiente de transmisión de calor por convección ($W m^{-2} K^{-1}$)
h_{C0} :	constante de la ecuación de estimación del coeficiente de intercambio por convección ($2.3 W m^{-2} K^{-1}$)
h_{C1} :	constante de la ecuación de estimación del coeficiente de intercambio por convección ($195 W m^{-2.5} K^{-0.5} s^{0.5}$)
$H_i^{(0)}$:	entalpía de la reacción i -ésima (referida al componente de referencia) ($J kg^{-1}$)
h_R :	coeficiente de transmisión de calor por radiación ($W m^{-2} K^{-1}$)
h_I :	coeficiente de transmisión de calor por convección y radiación ($W m^{-2} K^{-1}$)
h_s :	espesor del soporte (m)
h_v :	espesor del vidrioado (m)
k :	conductividad térmica ($W m^{-1} K^{-1}$)
k :	constante de Boltzmann ($1.38 \cdot 10^{-23} J K^{-1}$)
$[K]$:	matriz de rigidez global
$[K_a]$:	matriz de rigidez asociada a los apoyos
$[K^e]$:	matriz de rigidez del elemento
$[K_a^e]$:	matriz de rigidez correspondiente a los apoyos del elemento
k_{ij} :	conductividad térmica en el instante t en el nodo ij
$k_{ij}^\#$:	conductividad térmica en el instante $t+\Delta t/2$ en el nodo ij
K_R :	constante de la ecuación de Timoshenko. Relaciona la diferencia de contracción con la flecha de una pieza
K'_R :	constante de la ecuación de Timoshenko. Relaciona la diferencia de contracción con la tensión
k_s :	rigidez de un resorte ($N m^{-1}$)

L :	longitud de una pieza o probeta (m)
L_{i0} :	longitud inicial de una pieza o probeta (m)
L_e :	longitud del elemento (m)
L_h :	longitud del horno (m)
M_i :	masa de componente de referencia (kg)
M_{i0} :	masa de componente de referencia inicial (antes de que se inicie la reacción) (kg)
M_{if} :	masa de componente de referencia final (una vez completada la reacción química) (kg)
M_p :	masa de una pieza o probeta (kg)
m :	relación h_v/h_s
m :	exponente de endurecimiento
m :	número de nodos-1 en la dirección y (estudio térmico)
m_f :	momento flector
$[N]$:	matriz de funciones de interpolación (funciones de forma)
n :	relación E_v/E_s
n :	exponente de tensiones
n :	número de nodos-1 en la dirección x (estudio térmico)
N_e :	número de capas en cada elemento
N_e :	número de elementos
N_R :	número de reacciones químicas
p :	exponente de la inversa del tamaño de grano
p :	deformación viscoplástica acumulada
p_p :	presión de prensado (Pa)
p_p^0 :	presión de prensado de referencia (Pa)
P_R :	fuerza de reacción ejercida sobre un apoyo (N)
\hat{P}_R :	fuerza de reacción ejercida sobre un apoyo. Valor estimado (N)
$\{p_a^e\}$:	fuerza nodal debida a los apoyos. Actúa sobre un elemento
$\{p_c^e\}$:	fuerza nodal asociada a la fluencia. Actúa sobre un elemento
$\{p_v^e\}$:	fuerza nodal volúmica (gravedad). Actúa sobre un elemento
$\{p_{th}^e\}$:	fuerza nodal asociada a la deformación/contracción térmicas. Actúa sobre un elemento
$\{p_\Sigma^e\}$:	suma de todas las fuerzas nodales, excepto las de los apoyos. Actúa sobre un elemento
q :	densidad de flujo de calor ($W m^{-2}$)
Q :	flujo de calor (W)
$\{q^e\}$:	fuerza distribuida longitudinalmente sobre un elemento
q_c :	densidad de flujo de calor por convección ($W m^{-2}$)
q_r :	densidad de flujo de calor por radiación ($W m^{-2}$)

7. Apéndice

Q_v^n :	caudal volumétrico en condiciones normales ($m^3(N) s^{-1}$)
R :	radio de los rodillos (m)
R :	constante de los gases ideales ($J kmol^{-1} K^{-1}$)
R :	coeficiente de correlación múltiple
$S(\lambda)$:	función objetivo a optimizar
T :	temperatura (K)
\dot{T} :	velocidad de calentamiento ($K s^{-1}$)
T_A :	temperatura de los gases en la atmósfera del horno (K)
T_a :	temperatura de acoplamiento efectiva (K)
T_{amb} :	temperatura ambiente (K)
T_c :	temperatura medida en el centro de la pieza (K)
T_c :	temperatura estimada (calculada) en el centro de la pieza (K)
T_g :	temperatura de transformación (K)
T_h :	temperatura del horno (K)
T_{hij} :	temperatura del horno cerca de la celda ij (K)
$T_{hx1}(t,y)$:	temperatura en el ambiente del horno próximo a la superficie $x=0$ (K)
$T_{hx2}(t,y)$:	temperatura en el ambiente del horno próximo a la superficie $x=L$ (K)
$T_{hy1}(t,x)$:	temperatura en el ambiente del horno próximo a la superficie $y=-h/2$ (K)
$T_{hy2}(t,x)$:	temperatura en el ambiente del horno próximo a la superficie $y=h/2$ (K)
T_l :	temperatura de anillamiento inferior (K)
T_i^* :	temperatura de comienzo de la reacción i-ésima (K)
T_i^* :	temperatura de finalización de la reacción i-ésima (K)
T_{ij} :	temperatura en el nodo ij (K)
$\{T^{\#}_j\}$:	temperaturas en el instante $t+\Delta t/2$ de la fila j-ésima de los nodos en la malla de diferencias finitas (K)
$\{T^{\#}_i\}$:	temperaturas en el instante $t+\Delta t$ de la columna i-ésima de los nodos en la malla de diferencias finitas (K)
$\{T^{\phi}_j\}$:	vector de términos independientes en el 1 ^{er} paso del cálculo de transmisión de calor (instante $t+\Delta t/2$) (K)
$\{T^{\phi}_i\}$:	vector de términos independientes en el 2 ^o paso del cálculo de transmisión de calor (instante $t+\Delta t$) (K)
$T^{\#}_{ij}$:	temperatura en el nodo ij en el instante $t+\Delta t/2$ (K)
$T^{\#}_{ij}$:	temperatura en el nodo ij en el instante $t+\Delta t$ (K)
T_M :	temperatura de un cuerpo radiante (K)
T_p :	temperatura media de la pieza (K)

T_r :	temperatura de reblandecimiento (K)
T_s :	temperatura de la superficie de la pieza (K)
T_{s1} :	temperatura de anillamiento superior (K)
T_{ss} :	temperatura de comienzo del reblandecimiento (K)
$T_{x1}(t;y)$:	temperatura en la superficie $x=0$ de la pieza (K)
$T_{x2}(t;y)$:	temperatura en la superficie $x=L$ de la pieza (K)
$T_{y1}(t;x)$:	temperatura en la superficie $y=-h/2$ de la pieza (K)
$T_{y2}(t;x)$:	temperatura en la superficie $y=h/2$ de la pieza (K)
t :	tiempo (s)
u :	desplazamiento de un punto en la dirección x (m)
$\{\mathbf{u}\}$:	vector de desplazamiento en el interior del elemento
U :	coeficiente global de transmisión de calor ($W m^{-2} K^{-1}$)
U_i :	desplazamiento del nodo i -ésimo en la dirección x (m)
$\{\mathbf{U}^e\}$:	desplazamientos nodales del elemento
$U_{\xi i}$:	desplazamiento del nodo i -ésimo en la dirección ξ ($\xi=x, y, \theta$), (m)
v :	desplazamiento de un punto en la dirección y (m)
v_{Λ} :	velocidad de los gases en el interior del horno ($m s^{-1}$)
V_i :	desplazamiento del nodo i -ésimo en la dirección y (m)
v_p :	velocidad de las piezas en el interior del horno ($m s^{-1}$)
\bar{v}_g :	desplazamiento impuesto a un nodo (m)
$\{\mathbf{X}\}$:	vector fuerza de gravedad por unidad de volumen ($N m^{-3}$)
x_0 :	posición del apoyo dentro del elemento (m)
x^*_0 :	posición adimensional del apoyo dentro de un elemento (x_0/L_c)
x_{Λ} :	fracción de OH en el material arcilloso
x_C :	fracción de carbonatos en el material arcilloso
x_c :	coordenada x de la posición del centro del rodillo (m)
x_{ppc} :	pérdida por calcinación
y_0 :	posición de la fibra neutra (m)
y_c :	coordenada y de la posición del centro del rodillo (m)

7.1.1.2. Símbolos griegos

α :	coeficiente de dilatación lineal (K^{-1})
α :	difusividad térmica ($m^2 s^{-1}$)
α^* :	difusividad térmica aparente ($m^2 s^{-1}$)
α_{ij} :	difusividad térmica en el instante t en el nodo ij ($m^2 s^{-1}$)
$\alpha^{\#}_{ij}$:	difusividad térmica en el instante $t+\Delta t/2$ en el nodo ij ($m^2 s^{-1}$)
δ_b :	espesor del borde de grano (m)
δ_c :	flecha de curvatura de una pieza o probeta (m)

7. Apéndice

δ_x :	operador diferencia central en la dirección x (m^{-1})
δ_y :	operador diferencia central en la dirección y (m^{-1})
Δc :	diferencia de contracción entre el vidriado y el soporte ($c_v - c_s$)
Δh :	espesor de una capa en un elemento (m)
ΔE :	energía de activación del proceso difusional ($J \text{ kmol}^{-1}$)
ϵ :	tensor de deformación
$\{\epsilon\}$:	vector de deformación
$\dot{\epsilon}$:	velocidad de deformación (s^{-1})
ϵ_c :	deformación debida a la fluencia
$\dot{\epsilon}_c$:	velocidad de deformación debida a la fluencia
$\{\epsilon_c\}$:	vector de deformación debida a la fluencia
ϵ_e :	deformación elástica
$\{\epsilon_e\}$:	vector de deformación elástica
ϵ_f :	deformación libre (presentada por un material no sometido a tensiones)
$\{\epsilon_f\}$:	vector de deformación libre
ϵ_M :	emisividad de un cuerpo radiante
ϵ_{Rl} :	emisividad resultante
ϵ_S :	emisividad de la superficie de una pieza
ϵ_{th} :	deformación asociada a la dilatación-contracción térmica
$\{\epsilon_{th}\}$:	vector de deformación asociado a la dilatación-contracción térmica
ϵ_x :	deformación en la dirección x
ϵ_{xl} :	deformación en la dirección x debida a la elongación
ϵ_{xf} :	deformación en la dirección x debida a la flexión
ϵ_y :	deformación en la dirección y
ϕ_i :	fracción másica del componente de referencia que interviene en una reacción química
λ_M :	conjunto de parámetros mecánicos (E, A, n, b)
λ_T :	conjunto de parámetros térmicos (k, c_p, T^*, T^*)
μ :	parámetro de control de convergencia
μ :	factor de fricción
ν :	coeficiente de Poisson
θ :	rotación de un punto alrededor del eje z
Θ_i :	$i = 1, 2, 3, 4$. Parámetros del modelo de proyección Θ
Θ_i :	rotación del nodo i-ésimo en torno al eje z
$\Theta_{\xi i}$:	rotación del nodo i-ésimo en torno al eje ξ
θ_i :	temperatura adimensional
ρ :	densidad ($kg \text{ m}^{-3}$)
ρ_{ap} :	densidad aparente ($kg \text{ m}^{-3}$)

ρ_{ap}^* :	densidad aparente obtenida a la presión de prensado de referencia (kg m^{-3})
ρ_w :	densidad del agua (kg m^{-3})
σ :	tensor de tensiones (Pa)
σ :	tensión unaxial (Pa)
σ :	constante de Stefan-Boltzmann ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$)
$\{\sigma\}$:	vector de tensiones (Pa)
σ_0 :	tensión de referencia (Pa)
σ_{ij} :	componente ij del tensor de tensiones
σ_c :	tensión de compresión (Pa)
σ_s :	tensión a la que está sometido el soporte (Pa)
σ_t :	tensión de tracción (Pa)
σ_v :	tensión a la que está sometido el vidrioado (Pa)
τ_h :	tiempo que permanecen las piezas en el interior del horno (s)
Ω :	volumen atómico o molecular (m^3)
ξ :	dirección de búsqueda en el proceso de optimización
ξ_i :	grado de avance de la reacción i-ésima

7.1.2. Funciones

Función signo:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (7.1.1)$$

Función de Heaviside (función escalón unidad):

$$Y(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (7.1.2)$$

Delta de Dirac:

$$\delta(x) = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (7.1.3)$$

Propiedades de la delta de Dirac:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \neq 0 \\ \infty & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad (7.1.4)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \quad (7.1.5)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x-a) dx = f(a) \quad (7.1.6)$$

Corchetes de Macauley:

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (7.1.7)$$

Existe una relación sencilla entre las funciones anteriores:

$$Y(x) = \int_{-\infty}^x \delta(u) du \quad (7.1.8)$$

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^x Y(u) du \quad (7.1.9)$$

7.2. Programa informático

7.2.1. Selección de un lenguaje de programación

A lo largo de todo este trabajo se han ido presentando las técnicas matemáticas necesarias para resolver tanto los problemas de transmisión de calor en el interior de las piezas como los problemas de cálculo de las deformaciones y tensiones a partir del perfil de temperatura y de las fuerzas que actúan sobre la pieza. Pero es necesario resolver todas estas ecuaciones. En el caso de transmisión de calor, se trata de sistemas de ecuaciones lineales tridiagonales. En el problema mecánico, es necesario resolver sistemas no lineales, que se pueden reducir a aplicar un procedimiento iterativo que requiere, en cada paso, la solución de un sistema lineal de ecuaciones con matriz de coeficientes simétrica.

Todos estos cálculos tienen que llevarse a cabo en ordenador, debido a su extensión y complejidad. Para llevarlos a cabo se consideraron tres alternativas:

- Utilización de un programa de cálculo genérico, como *Mathematica* o *HiQ* de *National Instruments*.
- Uso de un programa de cálculo específico que permita resolver problemas mecánicos y de transmisión de calor, como *ANSYS*.
- Programación tradicional, empleando para ello un lenguaje de alto nivel como *C++*, *BASIC*, *Pascal* o *FORTRAN*.

La primera opción no se adecuaba al problema objeto de estudio. *Mathematica* es un programa excelente en el campo del cálculo simbólico, de hecho todas las manipulaciones simbólicas presentadas en este trabajo se han llevado a cabo utilizando este programa [65][66] (cálculo de funciones de interpolación, matrices de rigidez, obtención de fuerzas nodales, etc.); sin embargo, para realizar manipulaciones largas hay que recurrir al lenguaje de programación de *Mathematica*, que presenta una serie de problemas:

- Carece prácticamente de un sistema de depuración de errores. Esto hace que, especialmente en programas grandes, sea difícil localizar los errores.
- Es un lenguaje interpretado, lo que significa que es lento cuando el volumen de los cálculos a realizar es importante.
- Tiene una sintaxis que hace difícil leer programas grandes.

HiQ comparte con *Mathematica* el hecho de trabajar con un lenguaje interpretado (*scripts*), aunque posee una biblioteca matemática incorporada muy completa en cálculo numérico. A pesar de todo, realizar programas largos en *HiQ* es difícil y propenso a errores.

La opción más adecuada parece ser el uso de un programa de cálculo por elementos finitos como *ANSYS*. De hecho, este programa había sido utilizado por otros investigadores en el cálculo de perfiles de temperatura y en el estudio de las tensiones y deformaciones por fluencia que aparecen en un sólido. Quizá el mayor inconveniente de este tipo de programas sea el tiempo invertido en

familiarizarse con ellos. En la práctica, y tras unos trabajos preliminares con ANSYS, se llegó a la conclusión de que no se podía utilizar en la resolución de la parte mecánica del presente estudio, debido a los problemas ya expuestos en el apartado 5.2.2.6.

La programación tradicional es la que ofrece una mayor flexibilidad, a cambio de un mayor tiempo de programación. Entre los lenguajes de programación, dos eran los que parecían especialmente adaptados para llevar a cabo los cálculos planteados: FORTRAN y C (o su variante orientada a objetos C++). FORTRAN es un lenguaje con historia, y precisamente esta historia es la que ha hecho que llegue hasta nuestros días: existe una gran cantidad de código ya escrito y optimizado en FORTRAN. C++ es un lenguaje más estandarizado y en rápida evolución, adaptado también al cálculo científico. La mayor versatilidad de C++ hizo que se optara por éste último para desarrollar el programa [67][68][69][70].

El sistema operativo utilizado fue Windows 95, debido a su amplia extensión sobre la plataforma PC y a que el uso de un sistema de 32 bits simplificaba en gran medida la gestión de memoria, eliminando la segmentación.

Recurrir a la programación bajo Windows significa tener que ocuparse de muchos detalles informáticos como son la gestión de los cuadros de diálogo, controles (menús, botones, listas,...), gráficos, etc. Todo este trabajo puede verse reducido ligeramente si se trabaja con una biblioteca orientada a objetos tal como la MFC (Microsoft Foundation Class) o la OWL (Object Windows Library). Para la realización del programa se optó por la biblioteca OWL [71][72], aunque podría haberse utilizado perfectamente la MFC.

No tendría demasiado sentido reproducir aquí el listado del programa desarrollado. Su extensión (unas 20.000 líneas de código -aproximadamente 500 páginas-) haría aumentar el volumen del presente trabajo, sin aportar con ello mayor claridad al problema abordado. Se ha optado, en consecuencia, por presentar un esquema general del programa con el fin de tener una idea global de su funcionamiento, sin entrar en detalles informáticos.

7.2.2. Esquema general

El programa se divide en cuatro grandes módulos, que son:

Módulo MATE: Es el módulo encargado de realizar los cálculos matemáticos generales (manipulación de vectores y matrices, resolución de sistemas lineales de ecuaciones, optimización de funciones de una o varias variables, gestión de las tablas de datos, etc.).

Módulo FEA: Tiene la misión de realizar los cálculos que son específicos de los métodos de diferencias finitas y de elementos finitos (preparación de las matrices tridiagonales en los problemas de transmisión de calor, ensamblaje de la matriz de rigidez, gestión de los contactos entre la pieza y el soporte plano o entre la pieza y los rodillos, etc.).

Módulo GRF: La gran cantidad de datos generados en los cálculos de transmisión de calor y en los cálculos mecánicos sólo puede analizarse globalmente si se recurre a la representación gráfica. Basta, por ejemplo, en pensar lo difícil que resultaría interpretar un listado con las temperaturas nodales en una pieza, o con las deformaciones. El módulo *GRF* es el encargado de transformar los resultados proporcionados por *FEA* en gráficas de varios tipos (xy, curvas isopotenciales, gráficos de deformación, etc.).

Módulo MAIN: Gestiona la introducción de datos, comandos, archivos, interfaz gráfica, etc. Se ocupa de enviar y recibir información a todos los cuadros de diálogo que aparecen tras realizar una selección en el menú. Se ocupa asimismo de comprobar la coherencia en todas las operaciones realizadas.

Los módulos de mayor interés son *MATE* y *FEA*, especialmente éste último. *GRF* y *MAIN* no son más que módulos auxiliares, el primero ocupado de la etapa de postproceso de los datos y el segundo encargado de la introducción de los datos.

7.2.2.1. Estructura de los módulos

Cada módulo de los presentados en el apartado anterior está compuesto por una serie de archivos. Cada archivo contiene una serie de porciones de código independientes (*objetos*). Los objetos incluyen un conjunto de datos y una serie de funciones que operan sobre los datos, de forma que en la programación con objetos (lo que se denomina *programación orientada a objetos*), las funciones y los datos se encuentran juntos.

Los objetos más sencillos realizan tareas simples; por ejemplo el objeto *Rodi* simplemente contiene como datos la posición del centro de un rodillo y su radio, y contiene una función que determina la distancia que ha penetrado un nodo en su interior. Otros objetos más elaborados contienen multitud de datos, funciones y otros objetos y llevan a cabo tareas complejas; por ejemplo *ModSS* realiza toda la simulación de la deformación que sufren las piezas durante el tratamiento térmico en el interior de un horno.

7.2.2.2. El módulo MATE

En lo que sigue se van a mencionar los objetos más importantes que forman parte del módulo *MATE*.

Tabla: Una *Tabla* es una serie de valores (y), asociados a una serie de valores (x). Las *Tablas* son muy útiles porque permiten hacer interpolaciones entre valores sucesivos de x . Este objeto se ha utilizado para almacenar datos como el ciclo térmico o las propiedades que son función de la temperatura.

MTabla: Es un objeto similar a *Tabla*, pero a diferencia de éste, *MTabla* permite almacenar varias series de valores de (y), de forma que a cada valor de x le pueden corresponder varios valores de y . Esta estructura es muy útil en la introducción de datos en forma de hoja de cálculo o cuando se quieren representar varias series de valores en función del tiempo.

S.Aurea: Lleva a cabo la optimización de una función de una sola variable, utilizando para ello el método de la sección áurea.

- Coggins*: Realiza la optimización de una función de una variable utilizando el método de Coggins.
- MixSAC*: Optimiza una función de una sola variable. Este objeto comienza llamando a *Coggins*. Si el método converge, devuelve la solución obtenida por este método; en caso contrario llama a *S.Aurea* y optimiza la función utilizando el método de la sección áurea, que es más lento pero también más fiable.
- Powell*: Realiza la optimización de una función de varias variables usando el método de Powell.
- Vector*: Permite realizar todas las manipulaciones básicas de un vector (suma, resta, producto escalar, cálculo del módulo, etc.).
- Matrix*: Constituye la base de todas las manipulaciones que tienen que ver con matrices genéricas (suma, producto de matrices, producto de una matriz por un vector, inversión, resolución de sistemas lineales de ecuaciones, etc.).
- Mapa*: La utilidad del objeto *Mapa* se puede ver mejor con un ejemplo. Supóngase que se tiene una función de tres variables $f(x_1, x_2, x_3)$ que se desea optimizar sólo respecto a x_1 y x_3 , es decir, manteniendo x_2 constante ($x_2 = x_2^0$). Resulta conveniente entonces definir una nueva función sólo de dos variables $g(x_1, x_3) = f(x_1, x_2^0, x_3)$ que se puede optimizar respecto a todas las variables. En esencia, *Mapa* permite convertir fácilmente f en g .
- Intv*: Define un intervalo de variación de una variable. Es muy utilizado junto a los objetos que llevan a cabo la optimización para verificar si una determinada variable sale del intervalo de variación prefijado.
- MatBanSim*: Gestiona una matriz en banda simétrica. Permite llevar a cabo prácticamente las mismas operaciones que *Matrix*, pero las efectúa de manera mucho más rápida porque aprovecha las características especiales de este tipo de matrices. Además, permite ahorrar gran cantidad de memoria (especialmente cuando se trata de matrices de gran tamaño) ya que no es necesario almacenar los valores que son nulos. A

este tipo corresponden las matrices de rigidez, básicas en el cálculo mecánico.

MatTriDia: Opera con matrices tridiagonales (no necesariamente simétricas). Como en el caso del objeto *MatBanSim*, se aprovechan las características especiales de este tipo de matrices para hacer los cálculos de forma más rápida y con un menor consumo de memoria. Estas matrices aparecen en el cálculo del perfil de temperatura en el interior de la pieza.

Link: No se trata de un único objeto, sino más bien de un conjunto de objetos que se han agrupado bajo este nombre y que tienen por misión establecer un enlace entre los datos (independientemente de la fuente de que procedan) y los objetos gráficos que los representan. La razón fundamental de su existencia es que permiten la generación de objetos gráficos completamente generales e independientes de la fuente que proporciona los datos.

7.2.2.3. El módulo FEA

MatID: La matriz *ID* se emplea durante la operación de ensamblaje de la matriz de rigidez [16], y permite tener en consideración las restricciones que aparecen sobre los grados de libertad.

Prop: El objeto *Prop* contiene el conjunto de todas las propiedades de un material (densidad, conductividad térmica, calor específico, módulo de elasticidad, deformación térmica, parámetros de fluencia, etc.). Estas propiedades pueden ser -o considerarse- independientes de la temperatura (como la densidad), en cuyo caso se almacenan como un escalar; o bien ser función de la temperatura (como la deformación térmica), en cuyo caso se almacenan como un objeto de tipo *Tabla*.

EBarra: Almacena toda la información referida a los elementos de tipo barra utilizados (propiedades del material, deformación por fluencia, número de capas que lo forman, temperatura en cada una de las capas, dimensiones, etc.). Además, *EBarra* calcula las fuerzas nodales que actúan sobre el elemento y que se deben a la expansión-contracción, a la fluencia y a la fuerza de gravedad.

RQui: Las reacciones químicas son gestionadas por este objeto. Se encarga de almacenar ϕ , T^* , T y ΔH^0 en una forma optimizada para calcular la generación de calor de forma rápida.

ItSolver: Se trata, en esencia, de un *iterador*. En los capítulos precedentes se ha visto que el perfil de temperatura en el instante t_{n+1} se podía calcular a partir del perfil de temperatura en el instante t_n . *ItSolver* permite encadenar todos estos cálculos, obteniendo la secuencia de perfiles de temperatura desde el instante inicial hasta el final.

NLSolver: Puede considerarse como un iterador que permite llevar a cabo operaciones más complejas que *ItSolver*. Al igual que *ItSolver*, *NLSolver* permite ir encadenando soluciones con el fin de obtener la evolución global del proceso; ahora bien, *NLSolver* lleva a cabo también la integración de una determinada magnitud vectorial. Se utiliza en el cálculo de las deformaciones en función el tiempo; en este caso la magnitud vectorial que se integra es el conjunto de ecuaciones de fluencia aplicadas a cada nodo de la malla. Tiene la posibilidad también de alterar el valor de Δt , de forma que se garantice la convergencia del proceso iterativo.

KGbl: Es un objeto construido en base a *MatBanSim* y que permite representar las matrices de rigidez de forma muy simple. Contiene funciones que llevan a cabo el ensamblaje de la matriz de rigidez, haciendo las llamadas correspondientes a los elementos (*EBarra*).

PGbl: Representa el conjunto de cargas nodales. Contiene funciones que hacen el ensamblaje de las diferentes fuerzas nodales.

MGbl: Construido en base a *MatTriDia*, este objeto es el equivalente a *KGbl*, pero en el campo térmico. Permite preparar las matrices tridiagonales que aparecen en los cálculos de transmisión de calor, en los siguientes casos:

- Geometría plana o cilíndrica.
- Sin generación de calor o con reacciones químicas.
- Con temperatura superficial conocida o utilizando coeficientes de transferencia de calor.

TGbl: Es el equivalente a *PGbl*, en el campo térmico. Prepara el vector de términos independientes que aparece en los sistemas de ecuaciones lineales resultado de la aplicación del método de diferencias finitas.

7.2.2.4. Integración de los objetos en un programa

Todos los objetos presentados hasta ahora eran, salvo algunos casos, elementos desconectados entre sí. A partir de ahora se van a presentar una serie de objetos que utilizan todos los vistos hasta ahora y permiten llevar a cabo todos los cálculos. Básicamente existen cuatro objetos:

- *ModET*: calcula los parámetros térmicos a partir de ensayos de laboratorio.
- *ModST*: permite obtener los perfiles de temperatura en el interior de la pieza durante el proceso de cocción industrial a partir de los valores de los parámetros térmicos determinados con *ModET*.
- *ModES*: calcula los parámetros viscoelásticos utilizando los resultados de los ensayos de relajación realizados en laboratorio.
- *ModSS*: realiza la simulación de las curvaturas originadas durante la cocción de las piezas en un horno. Se requiere conocer tanto las propiedades viscoelásticas (calculadas con *ModES*) como los perfiles internos de temperatura (obtenidos con *ModST*).

Los cuatro objetos anteriores llevan a cabo tareas complejas. Con el fin de simplificar en cierta medida su escritura, estos objetos se construyeron a partir de otros más sencillos. En la figura 7.1 se muestra el esquema de los objetos empleados para escribir *ModET*, *ModST*, *ModES*, *ModSS*.

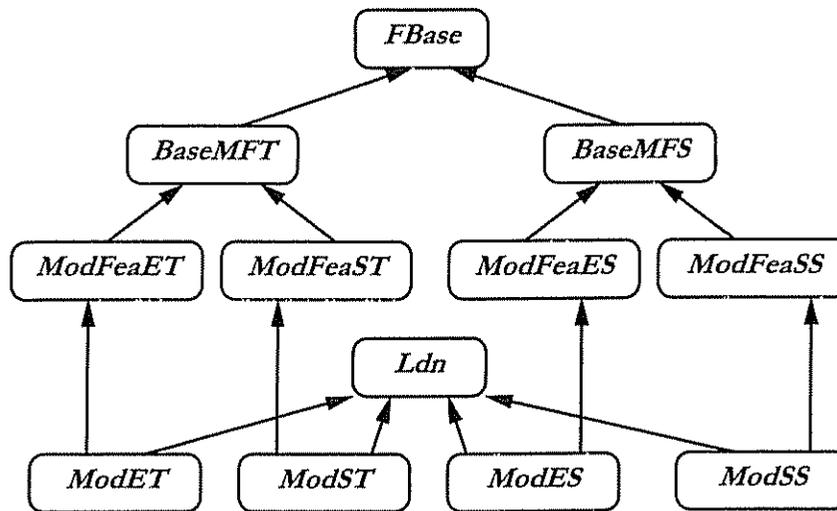


Figura 7.1. Esquema de la jerarquía de los objetos empleados para desarrollar el programa

El objeto más sencillo en el árbol genealógico de la figura 7.1 es *FBase*. Este objeto no contiene ningún dato ni función; sin embargo, permite que todos los objetos que derivan de él (los que se encuentran por debajo en la estructura jerárquica) puedan utilizar muchos de los objetos presentados en el apartado anterior; así, por ejemplo, *ItSolver* y *NLSolver* están diseñados para poder trabajar únicamente con objetos que deriven de *FBase*.

Tras *FBase*, existen dos grandes objetos: *BaseMFT* y *BaseMFS*. El primero de ellos lleva a cabo los cálculos involucrados en el problema térmico, y que son comunes a *ModET* y *ModST*. Análogamente *BaseMFS* realiza los cálculos del problema mecánico y que son comunes a *ModES* y *ModSS*.

De *BaseMFT* derivan dos objetos: *ModFeaET* y *ModFeaST*. El primero contiene el código necesario para calcular los parámetros térmicos (conductividad térmica y datos cinéticos) a partir de los ensayos realizados en laboratorio, mientras que *ModFeaST* permite realizar la simulación de la evolución de la temperatura en el interior de una pieza, una vez conocidos los parámetros térmicos.

De *BaseMFS* derivan otros dos objetos: *ModFeaES* y *ModFeaSS*. El primero contiene el código que lleva a cabo el cálculo de los parámetros mecánicos (módulo de elasticidad y parámetros de fluencia) a partir de los ensayos de relajación realizado en laboratorio. *ModFeaSS* realiza la simulación de la deformación de la pieza a partir del perfil de temperatura calculado con *ModFeaST* y utilizando los parámetros mecánicos obtenidos con *ModFeaES*.

Todos los objetos presentados hasta este momento son independientes del sistema operativo, y se encuentran en el módulo *FEA*. Aunque son capaces de llevar a cabo todos los cálculos, no gestionan la introducción de los datos (ni su salida). Las entradas y salidas de datos son gestionadas por los objetos finales (*ModET*, *ModST*, *ModES* y *ModSS*), que se encuentran en el módulo *MAIN*.

Muchas de las entradas y salidas de datos son comunes para los cuatro objetos finales; por ello, todas las funciones comunes se han agrupado en un único objeto, denominado *Ldn*. Aunque las funciones de entrada/salida se podrían haber incluido en *FBase*, se consideró mejor introducir las en un objeto diferente debido a que, de esta forma, sólo los objetos finales tenían una codificación que dependía del sistema operativo (y de la biblioteca OWL).

7.3. Cálculo de la matriz de rigidez y de las cargas cuando la fibra neutra no se sitúa en el centro

Cuando la fibra neutra no se sitúa en el centro, las expresiones desarrolladas en el apartado 5.2.2.4 no son aplicables, siendo necesario generalizarlas.

7.3.1. Cálculo de la posición de la fibra neutra

Si la fibra neutra no se sitúa en el centro de la pieza, en primer lugar es necesario calcular su posición. Esto se puede realizar a partir de un balance de fuerzas en una sección de la pieza. El resultado final que se obtiene es:

$$y_0 = \frac{\int_{-h/2}^{h/2} E y dy}{\int_{-h/2}^{h/2} E dy} \quad (7.3.1)$$

donde:

- y_0 : posición de la fibra neutra medida respecto al centro de la probeta (m)
- h : espesor de la pieza (m)
- E : módulo de elasticidad (Pa)

y teniendo en cuenta que los elementos están formados por capas, la expresión anterior se puede expresar en la forma:

$$y_0 = -h/2 + \frac{\Delta h \sum_{i=0}^{N_c-1} (i + 1/2) E_i}{\sum_{i=0}^{N_c-1} E_i} \quad (7.3.2)$$

donde:

- h : espesor de la pieza (m)
- Δh : espesor de la capa (m)
- N_c : número de capas por elemento
- E_i : módulo de elasticidad de la capa i -ésima (Pa)

7.3.2. Cálculo de la matriz de rigidez

La expresión (5.2.61) sigue siendo aplicable; es decir, sigue siendo posible descomponer la deformación en el interior del elemento ϵ_x en dos partes, una debida a la elongación (ϵ_{xl}) y otra debida a la flexión ϵ_{xf} .

$$\epsilon_x = \epsilon_{xl} + \epsilon_{xf} \quad (7.3.3)$$

ϵ_{xl} y ϵ_{xf} están relacionados con los desplazamientos en el interior del elemento:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xl} &= \frac{d}{dx} u \\ \epsilon_{xf} &= -(y - y_0) \frac{d^2}{dx^2} v \end{aligned} \quad (7.3.4)$$

donde (y) representa la posición medida desde el centro de la pieza.

La ecuación que rige la relación entre la deformación total $\{\epsilon\}$ y los desplazamientos nodales $\{\mathbf{U}^e\}$ no cambia:

$$\{\varepsilon\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{U}^e\} \quad (7.3.5)$$

pero ahora la forma de $[\mathbf{B}]$ es diferente:

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \frac{-1}{L_c} & \frac{6(L_c - 2x)(y - y_0)}{L_c^3} & \frac{2(2L_c - 3x)(y - y_0)}{L_c^2} \\ \frac{1}{L_c} & \frac{-6(L_c - 2x)(y - y_0)}{L_c^3} & \frac{2(L_c - 3x)(y - y_0)}{L_c^2} \end{bmatrix} \quad (7.3.6)$$

Finalmente, la expresión de la matriz de rigidez del elemento $[\mathbf{K}^e]$ se define según la expresión:

$$[\mathbf{K}^e] = \int_V [\mathbf{B}]^T \mathbf{E} [\mathbf{B}] dV \quad (7.3.7)$$

en la que ahora \mathbf{E} no puede salir fuera del signo de integración (por no ser constante).

La resolución de (7.3.7) es ahora más laboriosa. La solución final a la que se llega es:

$$K_{ij}^e = b \sum_{n=0}^{N_c-1} K_{ij,n}^e E_n \quad (7.3.8)$$

donde:

- b: anchura de la pieza (m)
- N_c : número de capas por elemento
- E_n : módulo de elasticidad de la capa n-ésima (Pa)

Los términos $K_{ij,n}^e$ son simétricos, ($K_{ij,n}^e = K_{ji,n}^e$) y vienen dados por las expresiones:

$$\begin{aligned}
K_{11,n}^c &= \frac{\Delta h}{L_c} \\
K_{12,n}^c &= 0 \\
K_{13,n}^c &= \frac{y_{c0} \Delta h - (n + 1/2) \Delta h^2}{L_c} \\
K_{14,n}^c &= -\frac{\Delta h}{L_c} \\
K_{15,n}^c &= 0 \\
K_{16,n}^c &= \frac{-y_{c0} \Delta h + (n + 1/2) \Delta h^2}{L_c}
\end{aligned} \tag{7.3.9}$$

$$\begin{aligned}
K_{22,n}^c &= \frac{4(1 + 3n + 3n^2) \Delta h^3 - 12(1 + n) y_{c0} \Delta h^2 + 12 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c^3} \\
K_{23,n}^c &= \frac{2(1 + 3n + 3n^2) \Delta h^3 - 6(1 + n) y_{c0} \Delta h^2 + 6 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c^3} \\
K_{24,n}^c &= 0 \\
K_{25,n}^c &= \frac{-4(1 + 3n + 3n^2) \Delta h^3 + 12(1 + n) y_{c0} \Delta h^2 - 12 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c^3} \\
K_{26,n}^c &= \frac{2(1 + 3n + 3n^2) \Delta h^3 - 6(1 + n) y_{c0} \Delta h^2 + 6 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c^3}
\end{aligned} \tag{7.3.10}$$

$$\begin{aligned}
K_{33,n}^c &= \frac{4(1/3 + n + n^2) \Delta h^3 - 4(1 + 2n) y_{c0} \Delta h^2 + 4 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c} \\
K_{34,n}^c &= \frac{-y_{c0} \Delta h + (n + 1/2) \Delta h^2}{L_c} \\
K_{35,n}^c &= \frac{-2(1 + 3n + 3n^2) \Delta h^3 - 6(1 + 2n) y_{c0} \Delta h^2 + 6 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c^2} \\
K_{36,n}^c &= \frac{2(1/3 + n + n^2) \Delta h^3 - 2(1 + 2n) y_{c0} \Delta h^2 + 2 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c}
\end{aligned} \tag{7.3.11}$$

$$\begin{aligned}
K_{44,n}^c &= \frac{\Delta h}{L_c} \\
K_{45,n}^c &= 0 \\
K_{46,n}^c &= \frac{y_{c0} \Delta h - (n + 1/2) \Delta h^2}{L_c}
\end{aligned} \tag{7.3.12}$$

$$\begin{aligned}
K_{55,n}^c &= \frac{4(1 + 2n + 2n^2) \Delta h^3 + 12(1 + 2n) y_{c0} \Delta h^2 + 12 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c^3} \\
K_{56,n}^c &= \frac{-2(1 + 3n + 3n^2) \Delta h^3 + 6(1 + 2n) y_{c0} \Delta h^2 - 6 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c^2}
\end{aligned} \tag{7.3.13}$$

$$K_{66,n}^c = \frac{4(1/3 + n + n^2) \Delta h^3 - 4(1 + 2n) y_{c0} \Delta h^2 + 4 y_{c0}^2 \Delta h}{L_c} \tag{7.3.14}$$

siendo Δh el espesor de las capas de cada elemento e $y_{c0} = y_0 + h/2$

7.3.3. Cálculo de las cargas

7.3.3.1. Cálculo de $\{p_v^c\}$ y $\{p_a^c\}$

El cálculo de $\{p_v^c\}$ y $\{p_a^c\}$ es idéntico, por no depender de la posición de la fibra neutra; por tanto, pueden calcularse utilizando las ecuaciones (5.2.80), (5.2.85) y (5.2.98).

7.3.3.2. Cálculo de $\{p_{th}^c\}$

$\{p_{th}^c\}$ viene dado por la expresión:

$$\{p_{th}^c\} = \int_V [B]^T E \{\epsilon_{th}\} dV \tag{7.3.15}$$

donde E no puede salir fuera del signo de la integración. Resolviendo (7.3.15) se llega a:

$$\{p_{th}^c\} = b\Delta h \sum_{i=0}^{N_c-1} E_i \varepsilon_{th,i} \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ -(y_0 + h/2) + (i + 1/2)\Delta h \\ 1 \\ 0 \\ (y_0 + h/2) - (i + 1/2)\Delta h \end{Bmatrix} \quad (7.3.16)$$

donde:

- b: anchura de la pieza (m)
- h: espesor de la pieza (m)
- Δh : espesor de la capa (m)
- N_c : número de capas por elemento
- E_i : módulo de elasticidad de la capa i -ésima (Pa)
- $\varepsilon_{th,i}$: deformación térmica debida a la dilatación de la capa i -ésima

7.3.3.3. Cálculo de $\{p_c^c\}$

$\{p_c^c\}$ viene dado por la expresión:

$$\{p_c^c\} = \int_V [B]^T E \{\varepsilon_c\} dV \quad (7.3.17)$$

Desarrollando la expresión anterior se llega a:

$$\{p_c^c\} = b\Delta h \sum_{i=0}^{N_c-1} E_i \varepsilon_{c,i} \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ -(y_0 + h/2) + (i + 1/2)\Delta h \\ 1 \\ 0 \\ (y_0 + h/2) - (i + 1/2)\Delta h \end{Bmatrix} \quad (7.3.18)$$

donde $\varepsilon_{c,i}$ es la deformación de fluencia de la capa i -ésima.

8. Bibliografia

8. Bibliografía

- [1] CLAUSELL, A.; GALINDO, R. *Apuntes de operaciones básicas en la fabricación de pavimentos y revestimientos cerámicos*. Valencia: Conselleria de Cultura, Educació i Ciència, 1991.
- [2] AMORÓS, J.L.; ENRIQUE, J.E.; BLASCO, A., *et al.* Hornos para la fabricación de pavimentos y revestimientos cerámicos. Características y criterios de elección. *Técnica Cerámica*, 104, 750-768, 1982.
- [3] PATANKAR, S.V.; SPALDING, D.B. Mathematical models of fluid flow and heat transfer in furnances. *Journal of the Institute of Fuel*, 46, 279-283, 1973.
- [4] YARDLEY, B.E.; PATRICK, E.A.K. A theoretical study of furnace performance. En: *Conference on the Industrial Uses of Town Gas*, 1963, p. B1-B15.
- [5] LYBAERT, P.; MEUNIER, H. SURF, a simulator for rational use of energy in batch furnances for ceramics firing. En: *Les nouvelles technologies pour l'utilisation rationnelle de l'energie dans l'industrie ceramique, European Seminar, Orleans, France, 1992*. Orleans: OPET, 1992, p. 100-107.
- [6] LYBAERT, P. Simulation numérique des fours de cuisson céramique. En: *Conduite optimisée des fours dans l'industrie céramique, Seminaire COMETT*. Orléans: Université, 1995.
- [7] GILCHRIST, J.D. *Fuels, furnances and refractories*. Oxford: Pergamon Press, 1977, p. 150-171.
- [8] JARQUE, J.C.; MORENO, A.; ENRIQUE, J.E., *et al.* Optimización de las condiciones de funcionamiento en hornos monoestrato (IV). Mecanismos de transmisión de la energía calorífica. *Técnica Cerámica*, 247, 566-572, 1996.

8. Bibliografía

- [9] LOWES, T.M.; HEAP, M.P.; MICHELFELDER, S., *et al* Mathematical modelling of combustion chamber performance. *Journal of the Institute of Fuel*, 46, 343-351, 1973.
- [10] ELMI, G. Le four à rouleaux en conduite optimisée des fours dans l'industrie céramique. En: *Conduite optimisée des fours dans l'industrie céramique, Séminaire COMETT*. Orléans: Université, 1995.
- [11] ASTIGARRAGA, J. *Hornos industriales de resistencias*. Madrid: McGraw-Hill, 1994.
- [12] JACKOB, M. *Heat transfer*. New York: John Wiley, 1962.
- [13] ASTM C182-88. *Standard test method for thermal conductivity of insulating firebrick*.
- [14] ASTM C201-86. *Standard test method for thermal conductivity of refractories*.
- [15] ASTM C202-86. *Standard test method for thermal conductivity of refractory brick*.
- [16] COOK, R.D.; MALKUS, D.S.; PLESHA, M.E. *Concepts and applications of finite element analysis*. Republic of Singapore: John Wiley, 1989.
- [17] HENSALL, D.N.; CARLSON, W.B.; FROMMELT, J.M. Calculation of thermal stress in whiteware bodies via finite element analysis. En: *Science of whitewares*. V.E. Henkes, G.Y. Onoda, W.M. Carty, eds. Westerville: American Ceramic Society, 1996.
- [18] LORICI, L. El horno de rodillos y su influencia sobre la planaridad del producto final. *Cerámica y Cristal*, 114, 19-28, 1995.
- [19] LEMAÎTRE, J.; CHABOCHE, J.L. *Mécanique des matériaux solides*. Paris: Dunod, 1985.
- [20] LUBLINER, J. *Plasticity theory*. New York: Macmillan, 1990.

-
- [21] DAVIDGE, R.W. *Mechanical behaviour of ceramics*. Cambridge: University Press, 1979.
- [22] CALLISTER, W.D. *Materials science and engineering*. 3rd ed. New York: John Wiley, 1994.
- [23] RICHERSON, D.W. *Modern ceramic engineering*. York: Marcel Dekker, 1982.
- [24] MORRELL, R. *Handbook of properties of technical & engineering ceramics. Part 1. An introduction for the engineer and designer*. London: HMSO, 1985.
- [25] *Concise encyclopedia of advanced ceramic materials*. R.J. Brook, ed. Oxford: Pergamon Press, 1991, p. 92-95.
- [26] CANNON, W.R.; LANGDON, T.G. Review Creep of ceramics. Part 1. Mechanical characteristics. *J. Mater. Sci.*, 18(1), 1-50, 1983.
- [27] CANNON, W.R.; LANGDON, T.G. Review Creep of ceramics. Part 2. An examination of flow mechanisms. *J. Mater. Sci.*, 23, 1-20, 1988.
- [28] LARA-CURZIO, E.; FERBER, M.K. Some considerations for modeling the creep behavior of composite materials. *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, 15(4), 65-75, 1994.
- [29] *Creep of metals and alloys*. R.W. Evans, B. Wilshire, eds. London: The Institute of Materials, 1985.
- [30] EVANS, R.W.; SCARNING, P.J.; WILSHIRE, B. Constitutive equations for creep of magnesia. *Proc. Br. Ceram. Soc.*, 37, 235-240, 1986.
- [31] PONRAJ, R.; RAMAKRISHNA, S. A simple four-point bend testing apparatus for brittle ceramic materials. *J. Mater. Sci. Lett.*, 11, 1000-1003, 1992.

8. Bibliografía

- [32] *Structure and properties of ceramics*. M.V. Swain, ed. Weinheim: VCH, 1994.
- [33] CHUANG, T. Estimation of power-law creep parameters from bend test data. *J. Mater. Sci.*, 21, 165-175, 1986.
- [34] CHEN, C.; CHUANG, T. Improved analysis for flexural creep with application to sialon ceramics. *J. Am. Ceram. Soc.*, 73(8), 2366-73, 1990.
- [35] HOLLENBERG, G.W.; TERWILLIGER, G.R.; GORDON, R.S. Calculation of stress and strain in four-point bending creep tests. *J. Am. Ceram. Soc.*, 54(4), 196-199, 1971.
- [36] SWANK, L.R.; CAVERLY, J.C.; ALLOR, R.L. Experimental errors in modulus of rupture test fixtures. *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, 11(9-11), 1329-1345, 1990.
- [37] HOAGLAND, R.G.; MARSCHALL, C.W.; DUCKWORTH, W.H. Reduction of errors in ceramic bend tests. *J. Am. Ceram. Soc.*, 59(5-6), 189-192, 1976.
- [38] *Tecnología de la fabricación de azulejos*. Castellón: Asociación de Técnicos Cerámicos, 1990.
- [39] MONZÓ, M. *Estudio de las causas de los defectos de fabricación en la industria de pavimentos y revestimientos cerámicos*. Castelló: Universitat Jaume I, Departament d'Enginyeria Química, 1994. Tesis doctoral.
- [40] AMORÓS, J.L.; BELTRÁN, V.; BLASCO, A., *et al.* Defectos de fabricación de pavimentos y revestimientos cerámicos. Castellón: Asociación de Investigación de las Industrias Cerámicas, 1991, p. 159-160.
- [41] MONZO, M.; ENRIQUE, J.E.; TORRE, J. De La, *et al.* Defectos de los productos de monococción (y V). Defectos producidos en la cocción. *Técnica Cerámica*, 170, 18-27, 1989.
- [42] CIZERON, G. Dilatometric analysis of thermal behavior of clays. *L'Industrie Céramique*, 795, 405-410, 1985.

- [43] PETERS, T.; IBERG, R. Mineralogical changes during firing of calcium-rich brick clays. *Ceram. Bull.*, 57(5), 503-509, 1978.
- [44] AMORÓS, J.L.; ESCARDINO, A.; SÁNCHEZ, *et al.* Estabilidad dimensional en piezas de monococción porosa. En: *II Congreso Mundial de la Calidad del Azulejo y del Pavimento Cerámico. Qualicer '92*. Castellón: Cámara Oficial de Industria, Comercio y Navegación, 1992, p. 347-376.
- [45] ESCARDINO, A.; AMORÓS, J.L.; NEGRE, F., *et al.* Defectos de planaridad en las piezas de pavimento gresificado motivados por deformación pirolástica. Influencia de las variables de proceso. *Taulells*, nº3, 3-9, 1985.
- [46] AMORÓS, J.L.; NEGRE, F.; BELDA, A., *et al.* Acuerdo esmalte-soporte (I). Causas y factores de los que depende. *Técnica Cerámica*, 178, 582-592, 1989.
- [47] AMORÓS, J.L.; BLASCO, A.; CARCELLER, J.V., *et al.* Acuerdo esmalte-soporte (II). Expansión térmica de soportes y esmaltes cerámicos. *Técnica Cerámica*, 179, 644-657, 1989.
- [48] SCHERER, G.W. *Relaxation in glass and composites*. New York: John Wiley, 1986.
- [49] AGRAMUNT, J.V.; ALMELA, V.; CANTAVELLA, V. Procedure for experimentally measuring bulk density in ceramic materials without using mercury. *Tile Brick Int.*, 11(4), 245-250, 1995.
- [50] AMORÓS, J.L.; BELTRÁN, V.; NEGRE, F., *et al.* Estudio de la compactación de soportes cerámicos (bizcochos) de pavimento y revestimiento II. Influencia de la presión y humedad de prensado. *Bol. Soc. Esp. Ceram. Vidr.*, 22(1), 9-18, 1983.
- [51] SPEYER, R.F. *Thermal analysis of materials*. New York: Marcel Dekker., 1994.

8. Bibliografía

- [52] FERRER, C.; LLORENS, D.; MALLOL, G., *et al.* Optimización de las condiciones de funcionamiento en hornos monoestrato (III). Medida de gradientes transversales de temperatura. *Técnica Cerámica*, 227, 653-662, 1994.
- [53] CARNAHAN, B.; LUTHER, H.A.; WILKES, J.O. *Cálculo numérico*. Madrid: Rueda, 1979.
- [54] DEMIDOVICH, B.P.; MARON, I.A. *Cálculo numérico fundamental*. Madrid: Paraninfo, 1985.
- [55] SAMARTÍN, A. *Curso de elasticidad*. Madrid: Bellisco, 1990.
- [56] GAILLARD, J.M.; GAULT, C.; GLANDUS, J.C., *et al.* Prediction of tableware deformations using a finite elements analysis and the measurements of physical parameters in process conditions. *Ceramics Today-Tomorrow's Ceramics*. P. Vincenzini, ed. Amsterdam: Elsevier, 1991.
- [57] ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L. *El método de los elementos finitos. Vol. 1: Formulación básica y problemas lineales*. 4ª ed. Madrid: McGraw-Hill, 1994.
- [58] *ANSYS user's manual for revision 5.0. Vol. IV Theory*. Houston: Swanson Analysis Systems, 1994.
- [59] COSTA, E. *Ingeniería química 4. Transmisión de calor*. Madrid: Alhambra, 1986.
- [60] INCROPERA, F.P.; DEWITT, D.P. *Fundamentals of heat and mass transfer*. 3ª ed. New York: John Wiley, 1990.
- [61] REKLAITIS, G.V.; RAVINDRAN, A.; RAGSDALL, K.M. *Engineering optimization*. New York: John Wiley, 1983.
- [62] PIKE, R.W. *Optimization for engineering systems*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1986.

-
- [63] POWELL, M.J.D. An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. *The Computer Journal*, 7, 155-162, 1964.
- [64] DRAPER, N.R.; SMITH, H. *Applied regression analysis*. 2nd ed. New York: John Wiley, 1981.
- [65] MAEDER, R.E. *Programming in Mathematica*. 2nd ed. Redwood City: Addison-Wesley, 1991.
- [66] WOLFRAM, S. *Mathematica: a system for doing mathematics by computer*. 2nd ed. Redwood City: Addison-Wesley, 1991.
- [67] AGUILAR, L.J. *C++ A su alcance. Un enfoque orientado a objetos*. Madrid: McGraw-Hill, 1994.
- [68] MATA, A. *Turbo C/C++. Iniciación y programación avanzada*. 3^a ed. Madrid: Paraninfo, 1992.
- [69] SCHILDT, H. *Aplique Turbo C++*. Madrid: Osborne/McGraw-Hill, 1992.
- [70] SCHILDT, H. *Programación en C y C++ en Windows 95*. Madrid: McGraw-Hill, 1995.
- [71] SHAMAS, N.C. *Guía de programación en Windows. Librería ObjectWindows*. Madrid: Anaya Multimedia, 1993.
- [72] BROQUARD, V. *Programming with OWL for Windows 95*. New Jersey: Prentice Hall, 1997.
- [73] ALVAREZ CABAL, R.; BENITO MUÑOZ, J.J. *Teoría general del MEF. Curso de especialización superior en teoría y aplicación práctica del método de los elementos finitos*. Madrid: UNED, 1994.