

DEPARTAMENTO DE ÓPTICA

OPTIMIZACIÓN DEL FUNCIONAMIENTO DE UN  
MODULADOR ESPACIAL DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO  
MEDIANTE EL MODELO RETARDADOR-ROTOR.  
APLICACIONES EN ÓPTICA ADAPTATIVA

VICENTE DURÁN BOSCH

UNIVERSITAT DE VALENCIA  
Servei de Publicacions  
2008

Aquesta Tesi Doctoral va ser presentada a València el dia 28 de Setembre de 2007 davant un tribunal format per:

- D. Vicent Climent Jordá
- D. Ignacio Moreno Soriano
- D. Rafael Navarro Belsué
- D. Santiago Royo Royo
- D. Salvador Bará Viñas

Va ser dirigida per:

D. Jesús Lancis Sáez

D. Enrique Tajahuerce Romera

©Copyright: Servei de Publicacions  
Vicente Durán Bosch

---

Depòsit legal:

I.S.B.N.:978-84-370-7010-0

Edita: Universitat de València

Servei de Publicacions

C/ Artes Gráficas, 13 bajo

46010 València

Spain

Telèfon: 963864115

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA  
FACULTAT DE FÍSICA



OPTIMIZACIÓN DEL FUNCIONAMIENTO DE UN  
MODULADOR ESPACIAL DE LUZ DE CRISTAL LÍQUIDO  
MEDIANTE EL MODELO RETARDADOR-ROTOR.  
APLICACIONES EN ÓPTICA ADAPTATIVA

Memoria presentada por  
**VICENTE DURÁN BOSCH**

Para optar al título de  
**Doctor en Física**

Junio 2007

D. Jesús LANCIS SÁEZ y D. Enrique TAJAHUERCE ROMERA, Profesores Titulares del Departament de Física de la Universitat Jaume I de Castelló,

CERTIFICAN que la presente memoria: **“Optimización del funcionamiento de un modulador espacial de luz de cristal líquido mediante el modelo retardador-rotor. Aplicaciones en óptica adaptativa”**, resume el trabajo de investigación realizado, bajo su dirección, por D. Vicente DURÁN BOSCH y constituye su tesis para optar al título de Doctor en Física.

Y para que así conste, y en cumplimiento de la legislación vigente, firma el presente certificado en Valencia, a 30 de abril de dos mil siete.

Fdo: Dr. Jesús Lancis Sáez

Fdo: Dr. Enrique Tajahuerce Romera

*A mi familia*

*(dos Ángeles, una Ana y la que nos da Amparo a todos)*

“No hay sino un problema filosófico verdaderamente serio: el suicidio. Juzgar si la vida vale o no vale la pena vivirla es responder a la pregunta fundamental de la filosofía. Las demás, si el mundo tiene tres dimensiones, si el espíritu tiene nueve o doce categorías, vienen después. [...]

Si me pregunto por qué juzgo tal cuestión más apremiante que tal otra, respondo que por las acciones a las que compromete. Nunca he visto morir a nadie por el argumento ontológico. Galileo, que defendía una verdad científica importante, abjuró de ella con toda tranquilidad cuando puso su vida en peligro. En cierto sentido, hizo bien. Aquella verdad no valía la hoguera. Es profundamente indiferente saber cuál gira alrededor del otro, si la tierra o el sol. Para decirlo todo, es una futilidad. En cambio, veo que muchas personas mueren porque estiman que la vida no vale la pena vivirla. Veo a otras que, paradójicamente, se hacen matar por las ideas o las ilusiones que les dan una razón para vivir (lo que se llama una razón para vivir es, al mismo tiempo, una excelente razón para morir). Opino, en consecuencia, que el sentido de la vida es la pregunta más apremiante. ¿Cómo responder a ella?”

*El mito de Sísifo*, Albert Camus.

## Agradecimientos

Si, a diferencia de las mujeres que confiesan su edad, o de los hombres que presumen de virilidad, mi ordenador no miente, le he dedicado 40.162 palabras al estudio de los ‘dispositivos de cristal líquido nemático con estructura de hélice’. Realmente no sé qué resulta más estremecedor, si el número de palabras, o el asunto del que éstas han hecho glosa. Como estamos en una democracia parlamentaria, se admiten votaciones al respecto.

En cualquier caso, creo llegado el momento de dedicar unas pocas líneas más (muy pocas, en comparación con el torrente que luego se avecina) a todos aquellos que me han acompañado en este viaje científico, y en otros, que, sin ser científicos, también conducen a lugares muy estimulantes.

Para no despertar envidias, ni ser el causante de celos, disputas y homicidios en primer grado, dispondré a los agradecidos en estricto orden alfabético, empleando para ello el primer apellido. Si da la casualidad de que dos personas comparten el primer apellido, pero no el mismo sexo, mencionaré primero a la mujer, en lo que sin duda es un repugnante gesto sexista. Si, por el contrario, esas personas comparten sexo, no en el sentido que el lector tiene ahora en mente, sino en el otro (mucho menos divertido), recurriré entonces, como es lógico, al segundo apellido. Y hechas estas aclaraciones, comportémonos, sin más preámbulos, como personas bien nacidas.

A José Angel **Albert** quiero agradecerle que, a pesar de los años, no se haya cortado nunca la coleta; a María **Alé**, las dos vacaciones en Roma que me regaló; y a Pedro **Andrés**, mi tutor (no os riáis, que existe), que me haya servido de guía en los congresos (esos extraños guateques en los que, en vez de una botella, hay que llevar un póster). Con la *b* está, cómo no, Manuel **Baena**, con el que siempre es un placer discutir, aunque ninguno de los dos tenga razón... Viene a continuación Salvador **Bará**, a quien debo unos deliciosos días de frío y lluvia en Santiago de Compostela. A Borja **Beltrán** le quiero dar las gracias

por su hospitalidad romana y por su empeño en volver siempre a casa con la luz del alba. En Barcelona estudié la carrera y allí conocí (¡en el laboratorio de Óptica!) a Pablo **Blanch**, quien ha tenido la suficiente valentía como para dedicarse siempre a lo que realmente le gusta. La *c* tiene como primer representante a D. Javier **Canet**, con el que siempre es un placer compartir una cerveza (o quizá varias). Viene a continuación José **Caraquitena**, el chico de Artana que se fue hace tiempo a ‘hacer las américas’ y con el que conversé largo y tendido durante mis primeros años de doctorado. Mención aparte merece Vicent **Clement**, un asiduo de la sección de agradecimientos, en la que, antes o después, acaba apareciendo: él se lo ha buscado, por ser buena persona. Y cerrando el lote, tenemos a Emilio **Cloquell**, mi amigo más petrolífero, que tiene la virtud de dejarse ver en las tascas, excepto cuando uno ha quedado con él. Solita con la ‘e’ está Isabel **Escobar**, la porción más manchega del departamento de Óptica de Valencia, con la que nunca está de más compartir una ‘botelleja’. A Isabel le sigue Mercedes, **Fernández** de apellido, un soplo de aire fresco procedente del Cantábrico. Con *h* se escribe ‘Hernández’ y a David **Hernández** le doy las gracias por poner a mi disposición toda su sabiduría práctica en mis primeros años como oficial de laboratorio. Y tras la letra muda, viene la *i* latina y con ella, como no podía ser de otra manera, Cristina **Ibáñez**, a quien le quiero agradecer todas las horas compartidas y su infatigable empeño por réirse...de mis bobadas. Aunque su nombre resulte impronunciable, ¿cómo no incluir en estos agradecimientos a Zbigniew **Jaroszewicz**?. Al óptico ‘que surgió del frío’ le debo su hospitalidad en Varsovia y su compañía en el laboratorio de Castellón durante todas sus estancias en la UJI. Y de Polonia nos vamos a Holanda, donde nació y creció (hasta alcanzar una envidiable estatura) Arnoud **Klaren**, con el que compartí un proyecto europeo y, posteriormente, en TS, muchos buenos momentos. Desde aquí saludo a Javier **Lamana**, parroquiano de las tascas, donde he mantenido con él tantas conversaciones absurdas. Y llega ahora uno de mis directores de tesis, Jesús **Lancis**, sin el que este trabajo no hubiese sido posible y al que le agradezco su ingenuidad por confiar en mí (y también las cervezas que tomamos en Varsovia y Praga). Sin salir del departamento, tenemos a Lluís **Martínez**, a quien le debo muchas horas en el labora-



torio y otras tantas en lugares más amenos de la universidad. Otro peso pesado de la lista (ahora más que nunca) es Gladys **Mínguez**, quien me ha acompañado en estos siete años (¡ya!) que llevo en la UJI. Termina la *m* con el doctor Rubén **Molina**, quien en todos estos años nunca ha dejado de mostrar interés por las cosas que hago. Demos ahora un salto hasta la *p*, donde encontramos a Fernando **Peris** Alcantud, a quien hay que agradecerle su fe en el amor, gracias a la cual tanta gente ha conocido Europa central. ¿Y qué decir de su primo, Giovanni **Peris** Stella?. Probablemente tendría material para escribir otra tesis doctoral, pero me conformaré con darle las gracias por los buenos momentos vividos en Madrid, Valencia o Benicàssim. No olvido tampoco los días que pasé en Alicante y Elche en compañía de Teresa **Pinheiro**, con la que también he disfrutado de muchas y muy buenas veladas en Valencia y que me ha demostrado que es posible algo tan excéntrico como bailar y divertirse al mismo tiempo. Saludo ahora a Pascual **Queral**, con el que he pasado muchas noches (¿demasiadas, quizá?) en las discotecas de Castellón (por llamarlas de alguna manera) y también a José María **Rodríguez**, nuestro castellonense más murciano (‘acho’, te llevaremos una garrafa de Font Vella para compensar lo del trasvase). Viene ahora el valenciano con más salsa que jamás haya pisado tierras irlandesas, Emilio **Ribes**, quien siempre me ha dado cobijo en su casa de la capital del Turia. Empieza la *s* Héctor **Sánchez**, nuestro ex-informático del CERN, a quien agradezco su generosidad (y el whisky con que siempre nos ha obsequiado en su casa). No puedo olvidar a Noemí **Sanchis**, mi compañera de trabajo, que me ha permitido ‘compatibilizar’ los laboratorios de docencia con todo lo demás. Cometería un *lapsus* imperdonable si no menciono ahora a Jorge **Sans** (Sango), el hombre que más trabaja en Bosch, ese negocio que fundó la familia de mi madre. Entre los que disfrutaban del whisky de Héctor está el inclasificable Rafel **Siurana**, gracias al cual casi todos tenemos un nombre con el que, desde luego, no nos bautizaron. A José Cristo **Soto** nunca podré pagarle las conversaciones que con su mujer entabla en las cenas de ‘colla’. Y sin darnos cuenta ya estamos en la *t* y, por lo tanto, toca hablar de Enrique **Tajahuerce**, mi otro director de tesis, a cuya puerta tantas veces me he asomado, a pesar de lo cual nunca me ha lanzado a la cabeza ningún objeto contundente.

¿Y quién es el siguiente? Pues nuestro díscolo becario, Víctor **Torres**, con el que ha sido un placer trabajar, aunque sea... un hombre. Vienen ahora, uno detrás de otro, tres miembros del BB D'Or: Luis **Velasco**, nuestro exiliado más golfo, que tiene la manía de volver a España los fines de semana en los que nadie quiere salir; Francisco **Viciano**, el más viajero de todos nosotros, con el que compartí unos buenos vinos en Galicia; y Carlos **Villalobos**, que tuvo el arrojo suficiente como para invitarnos a su casa esta última Nochevieja (desde luego, dimos el 'cante'). Y ya llegamos a la última letra del alfabeto. A Telesforo **Zapata** quiero agradecerle todos esos consejos que me da cuando vamos a tomar un café: algún día los pondré en práctica. Y cierra esta larga lista Gloria **Zen**, la italiana que vino de las montañas, gracias a la cual todos hemos aprendido un poquito más de la lengua de Dante.

Antes de acabar, tres cosas más.

En primer lugar, quiero expresar mi agradecimiento por su apoyo económico al Departamento de Física de la Universitat Jaume I, al proyecto europeo nº IST-2001-3706 y al proyecto del Ministerio de Educación y Ciencia FIS 2004-02404.

En segundo lugar, quiero pedir disculpas de antemano si me he dejado a alguien; si es así, os aseguro que no ha habido mala fe. Asimismo, quiero extender esas disculpas a las mujeres, maridos, novias y novios de los que he mencionado en las páginas anteriores. El agradecimiento a vuestra pareja os incluye también a vosotros.

Por último, quiero recordar a todos los que jamás leerán esto porque han dejado de existir. Ese es, sin lugar a dudas, el final que nos espera. Sólo queda consolarse con aquel razonamiento de Epicuro: cuando nosotros estamos, no está la muerte; cuando llega la muerte, dejamos de estar nosotros. Nada, pues, hay que temerle.

Gracias a todos.

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Calibración de un dispositivo de cristal líquido como modulador espacial de luz	5
1.2. Optimización de un dispositivo de cristal líquido como modulador puro de fase	7
1.3. Modelo retardador-rotor	8
1.4. Aplicaciones de los moduladores espaciales de cristal líquido en óptica adaptativa	9
1.5. Objetivos y esquema general de la tesis	12
Referencias	14
<b>2. Revisión de las propiedades ópticas de los dispositivos de cristal líquido nemático</b>	<b>23</b>
2.1. Cristales líquidos	24
2.2. Cristales líquidos nemáticos	27
2.3. Celda de cristal líquido nemático con estructura de hélice	29
2.4. Descripción matricial de las propiedades ópticas de una celda de TNLC en ausencia de campo externo	35

2.5. Respuesta de una celda de TNLC a la aplicación de un campo externo	43
Referencias	50
<b>3. Caracterización de un dispositivo de cristal líquido nemático con estructura de hélice</b>	<b>53</b>
3.1. Teorema de equivalencia	55
3.2. Modelo retardador-rotor para un dispositivo de cristal líquido nemático con estructura de hélice	61
3.3. Representación en la esfera de Poincaré de la acción de un dispositivo de cristal líquido	64
3.4. Determinación de los parámetros de fabricación de una celda de cristal líquido nemático de giro helicoidal	69
3.4.1. Método de Soutar y Lu	69
3.4.2. Ambigüedades matemáticas	74
3.4.3. Método de los parámetros de Stokes	76
3.4.4. Resultados experimentales	79
3.5. Determinación de los parámetros característicos de una celda de TNLC sobre la que hay aplicado un voltaje externo	85
3.5.1. Medida de los parámetros característicos	85
3.5.2. Análisis en la esfera de Poincaré	86
3.5.3. Resultados experimentales	89

Referencias	94
<b>4. Optimización de un dispositivo de cristal líquido para la obtención de una modulación pura de fase</b>	<b>97</b>
4.1. Modulación pura de fase mediante la utilización de luz linealmente polarizada	99
4.1.1. Estados de igual azimut	100
4.1.2. Diseño de un generador de EAPS mediante un dispositivo de cristal líquido con estructura de hélice	102
4.1.3. Resultados experimentales	107
4.2. Modulación pura de fase mediante la utilización de luz elípticamente polarizada	113
4.3. Modulación pura de fase mediante la utilización de luz circularmente polarizada	118
4.3.1. Representación en la esfera de Poincaré de la acción de un TNLCD sobre un haz circularmente polarizado	119
4.3.2. Optimización de la respuesta en fase del TNLCD	121
4.3.3. Resultados experimentales	125
Referencias	127
<b>5. Aplicaciones de los dispositivos de cristal líquido nemático con estructura de hélice en óptica adaptativa</b>	<b>131</b>
5.1. Compensación de aberraciones en segmentos focales mediante la generación de axicones elípticos programables	131

5.1.1.	Diseño de axicones	133
5.1.2.	Haces adifraccionales	134
5.1.3.	Axicones difractivos	136
5.1.4.	Axicones elípticos en iluminación oblicua	140
5.1.5.	Compensación dinámica del astigmatismo de un axicón en iluminación oblicua	143
5.2.	Compensación de modos de Zernike y patrones de aberración oculares mediante un TNLCD	144
5.2.1.	Esquema de codificación de las aberraciones	147
5.2.2.	Diseño del montaje experimental para la compensación de aberraciones con un TNLCD	149
5.2.3.	Compensación de modos de Zernike y patrones oculares típicos	152
5.3.	Procedimiento para la compensación de aberraciones ópticas y dispositivo para su puesta en práctica	158
	Referencias	162
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>169</b>
6.1.	Conclusiones generales	169
6.2.	Perspectivas de futuro	171
6.2.1.	Caracterización de dispositivos de cristal líquido sobre silicio	172

6.2.2. Diseño de moduladores de cristal líquido con un ancho de banda extenso	173
6.2.3. Diseño de nuevos sistemas de óptica adaptativa	173
Referencias	175

# Capítulo 1

## Introducción

Los cristales líquidos son sustancias que presentan una fase intermedia entre los estados sólido y líquido, lo que les confiere una combinación única de propiedades eléctricas y ópticas. Aunque estos materiales se conocen desde hace más de un siglo, sólo se empezó a considerar su uso en el campo de la optoelectrónica a principios de los años sesenta, gracias a los trabajos pioneros de Williams y posteriormente de Heilmeyer [1-3]. En la década siguiente, Helfrich y Schadt describieron un nuevo efecto electro-óptico en los cristales líquidos de tipo nemático, conocido como efecto de giro (*twist effect*) o también modo TN (acrónimo de la expresión inglesa *twisted nematic*) [4]. El modo TN consiste en un giro controlable del plano de polarización de la luz que atraviesa una celda de cristal líquido que presenta una estructura molecular en forma de hélice. Esta estructura helicoidal puede ser alterada por la aplicación de un campo eléctrico externo, lo que induce un cambio en la actividad óptica del material. Si la celda, que típicamente posee un giro molecular de  $90^\circ$ , se sitúa entre dos polarizadores, la variación del voltaje aplicado se traduce en una modulación de la intensidad del haz que emerge del analizador. De esta forma, es posible construir un ‘display’ de cristal líquido (abreviadamente LCD, acrónimo de *Liquid Crystal Display*), caracterizado por su bajo consumo, y capaz de proporcionar, mediante la aplicación de pequeños voltajes de control, una modulación de intensidad con un alto contraste y un tiempo de respuesta relativamente corto [5]. Además, la ausencia de degradación electroquímica del material con estructura molecular en hélice hace que el tiempo de vida medio de los TNLCD sea relativamente largo [6].



Debido a sus innegables ventajas, los TNLCD se empezaron a utilizar con éxito en el diseño de pantallas para calculadoras de bolsillo y relojes [5]. Para tales aplicaciones se ideó un dispositivo básico formado por siete segmentos de cristal líquido, los cuales se volvían transparentes u opacos de forma selectiva según el dígito que se deseaba representar. Poco después, la rápida miniaturización de los sistemas electrónicos de control propició la aparición de dispositivos capaces de albergar cantidades mayores de información. Tales dispositivos estaban formados por matrices de celdas, las cuales podían ser activadas mediante un esquema de multiplexado conocido como *passive-matrix addressing*. Con él se podían construir paneles con un alto contraste de hasta un máximo de 64 filas [7]. Este número, que se mantuvo como una cota superior durante algunos años, se incrementó considerablemente a partir de 1984 gracias a la aparición de los LCD con estructura superhelicoidal (STN-LCD, acrónimo de *SuperTwisted Nematic Liquid Crystal Display*) [8], caracterizados por presentar estructuras con giros moleculares mayores de  $90^\circ$ . Ya en la década de los noventa, se dio un paso definitivo para la construcción de pantallas de cristal líquido de alta resolución con la introducción de un esquema de control activo conocido como *active-matrix addressing* [9]. El elemento clave de estas matrices activas es un componente electrónico no lineal (típicamente un TFT, del inglés *Thin-Film-Transistor*) que va unido a cada elemento de la pantalla (píxel) y que permite su control electrónico individual. Con esta nueva tecnología, la evolución de los LCD se aceleró de forma vertiginosa. Así, en 1994 un TFT-LCD tenía, en el mejor de los casos, un tamaño de pantalla de alrededor de 9.5 pulgadas (en diagonal) para una resolución estándar VGA ( $640 \times 480$  píxeles). Tres años después, ya existían en el mercado dispositivos con un tamaño de 13.3 pulgadas para una resolución XGA ( $1024 \times 768$  píxeles) [10].

Un tipo especial de TNLCD es el constituido por los dispositivos que se emplean en sistemas de videoproyección, caracterizados por su reducido tamaño (su diagonal suele ser del orden de la pulgada) [6]. Como es sabido, los sistemas de proyección permiten presentar imágenes (habitualmente procedentes de un ordenador) en grandes pantallas. Aunque existen muchos diseños, un

videoprojector típico consta, en primer lugar, de una lámpara de luz blanca, la cual emite un haz que se divide en tres canales (rojo, verde y azul) mediante sendos espejos dicróicos. Cada uno de estos haces pasa por un TNLCD que modula espacialmente la intensidad de la luz. A continuación, un cubo separador reagrupa los tres canales RGB (del inglés, *Red-Green-Blue*) y, por último, un objetivo forma la imagen final en color sobre la pantalla de proyección [11]. La electrónica de control del videoprojector es la encargada de descomponer la señal de video que le llega en sus tres componentes RGB, cada una de las cuales es codificada en un TNLCD (que se halla optimizado para proporcionar un contraste máximo en el correspondiente canal) [12]. La evolución de los TNLCD empleados en los sistemas de videoproyección ha ido encaminada, por un lado, a un progresivo aumento de su resolución espacial (ya es posible encontrar formatos WUXGA, de  $1920 \times 1200$  píxeles [13]) y, por otro lado, a una progresiva reducción del tiempo de respuesta del dispositivo. Ésta última exigencia ha ido acompañada de una paulatina disminución del grosor de las celdas de cristal líquido [14], pues la frecuencia temporal de éstas es inversamente proporcional al cuadrado de su grosor [15]. Recientemente, la mejora de los sistemas electrónicos de control ha propiciado la aparición de los dispositivos de cristal líquido sobre silicio (LCoS, de *Liquid Crystal on Silicon*) [16], que, como su nombre indica, se construyen depositando una delgada capa de cristal líquido (típicamente TN) sobre una oblea de material semiconductor, que contiene los circuitos de control de cada píxel. Los dispositivos de LCoS funcionan por reflexión y proporcionan una modulación espacial más uniforme que la de los TFT-LCD [17].

Paralelamente al desarrollo de los dispositivos de tipo TN, han ido apareciendo nuevos LCD basados en otras tecnologías. Entre ellos destacan los LCD que emplean cristales líquidos nemáticos con alineación paralela, conocidos como PAL (del inglés *parallel aligned*) [18-20] y los LCD ferroeléctricos, FLC, que emplean una clase especial de cristales líquidos esméticos [21-24]. Las celdas de tipo PAL, en ausencia de campo eléctrico, están formadas por moléculas que permanecen aproximadamente paralelas unas a otras. Por lo

tanto, al no poseer una estructura helicoidal como la de los dispositivos de tipo TN, no producen el efecto de giro propio de éstos. La aplicación sobre un PAL-LCD de un potencial externo provoca una variación de la birrefringencia óptica del cristal líquido, por lo que en muchos textos se dice que operan en un modo de “birrefringencia controlada eléctricamente” o modo ECB (del inglés *Electrically Controllable Birefringence*). Este modo de funcionamiento hace que los PAL-LCD se empleen frecuentemente como moduladores puros de fase [25, 26], es decir, como dispositivos que permiten introducir un determinado retardo en un frente de onda incidente sin alterar la intensidad de éste. También es típica la utilización de las celdas de tipo PAL como láminas de retardo variable [27, 28]. Muchos PAL-LCD poseen un sistema de control óptico, es decir, el campo eléctrico aplicado sobre el cristal líquido se controla mediante una señal óptica [19]. Ésta se origina en un dispositivo primario (que puede ser un TNLCD), el cual modula la intensidad de la luz procedente de una fuente láser. El “haz de escritura” así generado impresiona una delgada capa de material semiconductor fotosensible, cuya impedancia depende de la intensidad de la luz que incide sobre ella. De esta forma es posible regular el voltaje aplicado sobre cada punto del cristal líquido. Este diseño permite, además, eliminar la estructura pixelada del modulador primario mediante un sistema óptico de filtraje intermedio. Sin embargo, el excesivo tamaño de estos dispositivos y, sobretodo, su elevado coste, constituyen restricciones que limitan en la práctica su uso. Los FLCD, por su parte, están constituidos por celdas que se comportan como una lámina con un retardo fijo (habitualmente  $180^\circ$ ) y cuyo eje óptico admite típicamente dos orientaciones, según cuál sea el voltaje aplicado sobre el cristal líquido. Estos dispositivos, que se caracterizan por poseer un tiempo de respuesta mínimo en comparación con los construidos a partir de otras tecnologías de cristal líquido, se han empleado fundamentalmente como moduladores binarios de intensidad o fase [29]. No obstante, existen en la actualidad diseños que permiten una modulación continua de la amplitud compleja del campo eléctrico [30-32].

## 1.1. Calibración de un dispositivo de cristal líquido como modulador espacial de luz

Una de las principales aplicaciones de los LCD consiste en su uso como moduladores espaciales de luz [33, 34]. Un modulador espacial de luz (SLM, del inglés *Spatial Light Modulator*) es cualquier dispositivo que permite controlar la intensidad, fase o estado de polarización del haz que incide sobre él en función del espacio y el tiempo. Usualmente, los TNLCD se emplean como moduladores espaciales de intensidad en el diseño de pantallas, mientras que los PAL-LCD, que pueden trabajar en un régimen de modulación pura de fase, son ideales para lograr un control espacial del frente de ondas de un haz luminoso. No obstante, en las dos últimas décadas se han hecho muchos esfuerzos por alcanzar una modulación pura de fase con TNLCD comerciales de pequeño formato (como los empleados habitualmente en los sistemas de videoproyección) [14, 35-38]. La alta resolución espacial de estos dispositivos, su facilidad de control y, sobretodo, su reducido coste en comparación con otras tecnologías, hacen muy atractiva su utilización en una enorme variedad de aplicaciones que no tienen por objeto el diseño de pantallas (y que se agrupan en la literatura bajo el nombre de *nondisplay applications*, véase por ejemplo la Ref. [6]). Así, se pueden mencionar usos tan diversos como el diseño de lentes activas y elementos ópticos difractivos [39, 40], la generación de pinzas ópticas [41], la holografía digital [42], el conformado de pulsos [43], el encriptado óptico [44], o la polarimetría [45].

La utilización de TNLCD comerciales como moduladores espaciales de luz plantea varios problemas de índole práctico. En primer lugar, el usuario carece de información precisa acerca de los parámetros físicos que caracterizan la estructura helicoidal de las celdas, como son el giro molecular, la birrefringencia del material en ausencia de campo eléctrico o la orientación de las moléculas en la cara de entrada del dispositivo. Estos parámetros determinan el comportamiento modulador del TNLCD, por lo que se hace necesario un estudio previo de “ingeniería inversa” que permita hallar el valor de estas magnitudes físicas que se desconocen *a priori*. Para ello, se puede aplicar alguna de las

técnicas que habitualmente se emplean en el control de calidad del procedimiento de fabricación de las celdas de cristal líquido, y que permiten verificar si los parámetros de éstas se hallan dentro de las tolerancias deseadas [46-49]. Sin embargo, tales métodos requieren elementos de polarización motorizados o el uso fuentes de luz blanca y espectrómetros. Un método monocromático muy simple, propuesto por Soutar y Lu, y que se puede considerar la generalización de un procedimiento estándar para la caracterización de láminas retardadoras [50], consiste en el ajuste numérico de las curvas de irradiancia obtenidas al situar el TNLCD (desconectado) entre dos polarizadores lineales, cuyos ejes de transmisión cambian de orientación simultáneamente, bien paralelos o bien perpendiculares [51]. Su principal inconveniente es que los valores que se obtienen de los parámetros desconocidos están sujetos a ambigüedades, por lo que se hace necesario la utilización de técnicas adicionales que las eliminen [52-55].

Una vez se han determinado los parámetros físicos de las celdas de cristal líquido, conviene desarrollar un modelo que describa el comportamiento del material cuando sobre él se aplica un campo eléctrico, para poder así predecir sus propiedades de modulación. Tomando como base la teoría viscoelástica de Oseen-Frank [56, 57], Berreman propuso a principios de los años setenta un método numérico para calcular la redistribución de las moléculas de una celda de cristal líquido cuando ésta se somete a un potencial externo [58]. Aunque el método de Berreman conduce a soluciones exactas, su complejidad matemática propició la aparición posterior de diversos modelos simplificados [59, 60]. Entre ellos, destaca el presentado en 1990 por Lu y Saleh, que permite describir el comportamiento modulador de un TNLCD por medio del cálculo matricial de Jones [15]. Partiendo de algunas hipótesis simplificadoras acerca de la redistribución de las moléculas bajo la acción de un campo externo, el modelo de Lu y Saleh conduce a una solución analítica para la matriz de Jones de una celda de tipo TN en función del voltaje que se aplica sobre ella. Sin embargo, la progresiva disminución del grosor de los dispositivos comerciales (con la finalidad de alcanzar tiempos de respuesta cada vez menores) ha invalidado las hipótesis en

que se sustenta este modelo y que básicamente ignoran el comportamiento molecular en el borde de las celdas. Por ese motivo, algunos autores, partiendo de suposiciones más realistas acerca de la reorientación de las moléculas por efecto de un potencial externo, han propuesto versiones más sofisticadas del modelo Lu y Saleh [61-63]. Otros, adoptando un punto de vista más experimental, han presentado técnicas polarimétricas que tienen por objeto la medida para cada valor del voltaje aplicado de la matriz de Jones del dispositivo [37, 64]. Esto permite determinar y predecir su comportamiento modulador sin recurrir a ningún modelo microscópico.

## 1.2. Optimización de un dispositivo de cristal líquido como modulador puro de fase

En general, una celda con estructura de hélice situada entre dos polarizadores produce una modulación conjunta de intensidad y fase [65]. El cambio en la birrefringencia de un cristal líquido de tipo TN debido a la aplicación de un voltaje externo conduce, en principio, a un efecto de retardo de fase. Sin embargo, la estructura helicoidal del material no sólo produce un giro en el plano de polarización de la luz que incide sobre él, sino que además altera su elipticidad. Es decir, el modo de funcionamiento clásico de una celda de tipo TN, que se basa en la capacidad de ésta para guiar la luz, es en realidad una simplificación de su comportamiento real. Fijado el ángulo de giro molecular, el modo guiador de la luz sólo se alcanza en tres casos: (1) en el denominado *límite adiabático*, que exige que la celda posea grosores considerables (de decenas de micras) [11]; (2) cuando el “gap” de la celda, esto es, el producto de su grosor por la diferencia de índices de refracción del material, toma una serie de valores discretos (hallándose entonces la celda en un *punto adiabático local* [53]), lo que se consigue para una determinada longitud de onda (condición de Gooch y Tarry [65]) o cuando se aplica un cierto voltaje; y (3), para dos estados de polarización lineales, perpendiculares entre sí, que vienen determinados por el gap de la celda [66]. En el resto de casos, la luz que emerge de un cristal líquido de tipo TN está, en general, elípticamente polarizada y posee un azimut y

una elipticidad que varían con el voltaje aplicado sobre la celda. Esta modulación del estado de polarización (inherente a la estructura molecular en forma de hélice) se traduce en un cambio de la amplitud compleja de la luz cuando la celda se sitúa entre dos polarizadores. Para solventar este problema, se han desarrollado diversos métodos que permiten minimizar las variaciones residuales de intensidad que acompañan a la modulación pura de fase. Para ello, la configuración clásica en la que el TNLCD se sitúa entre dos polarizadores ha sido substituida por configuraciones polarimétricas más complejas, que además de los polarizadores suelen incluir láminas retardadoras antes y después del dispositivo, para poder así generar y detectar estados de polarización elípticos [14, 37, 67].

### 1.3. Modelo retardador-rotor

En 1941, Hurwitz y Jones demostraron una serie de teoremas de equivalencia que permiten descomponer un sistema complejo de polarización en una secuencia de retardadores lineales, rotores y polarizadores [68]. El primero de ellos establece que cualquier dispositivo de polarización no absorbente (esto es, descrito por una matriz de Jones unitaria) es ópticamente equivalente a un sistema formado por un retardador lineal seguido de un rotor. Los parámetros de este sistema equivalente determinan por completo la acción del dispositivo sobre un estado de polarización incidente arbitrario. Este teorema resulta muy útil para simplificar el estudio de cualquier medio anisótropo lineal (no dicroico) que exhibe además actividad óptica [69]. También resulta una herramienta fundamental para el diseño de sistemas de polarización acromáticos [70].

La descomposición en la secuencia retardador-rotor, aplicada a los TNLCD, se ha empleado en la medida de los parámetros físicos de las celdas de cristal líquido (en dispositivos que funcionan tanto por transmisión [71, 72] como por reflexión [73]) o para analizar los valores que deben tomar dichos parámetros para que el TNLCD alcance un contraste máximo [74]. En tales aplicaciones, el régimen de funcionamiento del dispositivo se restringe a dos

casos límite: cuando sobre las celdas no hay aplicado un voltaje externo, o cuando el valor de éste es máximo. No obstante, y tal y como se muestra en la Ref. [75], la equivalencia retardador-rotor se puede extender a la descripción de un TNLCD sobre el que se ha establecido un campo externo intermedio, puesto que en tal caso la matriz de Jones del dispositivo sigue siendo unitaria. La redistribución molecular que se origina cuando se establece un potencial en las celdas hace que los parámetros del sistema equivalente pasen a ser funciones del voltaje aplicado, aunque, como en el caso de los elementos de la matriz de Jones, no existen expresiones analíticas que expresen esa dependencia.

Desde un punto de vista experimental, se puede llevar a cabo una calibración completa de las propiedades de modulación de un TNLCD midiendo en el laboratorio los parámetros del sistema equivalente para cada valor del voltaje aplicado. De esta forma, y al igual que en los procedimientos que determinan experimentalmente los elementos de la matriz de Jones, no es necesario recurrir a un modelo microscópico aproximado que describa la redistribución de las moléculas de cristal líquido cuando se hallan sometidas a un campo eléctrico. Pero además, y a diferencia de lo que sucede con los elementos de la matriz de Jones, los parámetros del sistema equivalente poseen un claro significado físico y conducen, con la ayuda del formalismo de la esfera de Poincaré [76], a una representación gráfica del modo de operación de un TNLCD. Así, el estado de polarización del haz que emerge de cada celda se puede determinar a partir del estado incidente mediante dos rotaciones sucesivas sobre la superficie de la esfera de Poincaré [38, 75]. Dichas rotaciones corresponden, respectivamente, a la acción del retardador y a la del rotor del sistema equivalente.

#### **1.4. Aplicaciones de los moduladores espaciales de cristal líquido en óptica adaptativa**

La óptica adaptativa se ocupa del estudio de todas aquellas tecnologías y sistemas que permiten corregir en tiempo real las distorsiones a las que se ve sometido un frente de onda óptico. Históricamente, el primero en describir el



problema que tales sistemas pretenden resolver fue Isaac Newton, quien en su tratado de Óptica, publicado en 1730, atribuyó a lo que él llamaba los “temblores de la atmósfera”<sup>1</sup> las distorsiones aleatorias que se observan en las imágenes tomadas por telescopios de largo alcance [77]. Más de dos siglos después, en 1953, Horace Babcock, el entonces director de los observatorios astronómicos de Palomar y Monte Wilson, sugirió la posibilidad de emplear un elemento óptico deformable para corregir las distorsiones en los frentes de onda producidas por las perturbaciones atmosféricas [78]. De forma independiente, Vladimir P. Linnik presentó en 1957 una idea similar a la de Babcock en la revista soviética *Optika i Spektroskopiya* [79]. Sin embargo, ninguno de estos autores llegó a materializar sus ideas, debido principalmente a los costes prohibitivos de los sistemas que proponían. Ya en la década de los años setenta, se retomaron las ideas de Babcock y Linnik. El primer sistema de óptica adaptativa plenamente operativo del que se tiene noticia se instaló en el Observatorio Haleakala de Hawái para tomar imágenes de satélites enviados al espacio [80].

Un sistema de óptica adaptativa típico consta básicamente de tres subsistemas: un sensor, para medir las aberraciones presentes en el frente de onda, un modulador espacial de luz, que actúa como dispositivo corrector, y un sistema de control, que evalúa las medidas tomadas previamente por el sensor para convertirlas en una señal que ponga en funcionamiento los elementos de que consta el dispositivo corrector. De esta forma es posible diseñar un sistema

---

<sup>1</sup> “Aun cuando la teoría de la fabricación de los telescopios pudiese acabar llevándose plenamente a la práctica, con todo aún habría ciertos límites imposibles de superar. Efectivamente, el aire a través del cual miramos las estrellas se encuentra en perpetuo estado de vibración, como se puede ver por el trémulo movimiento de las sombras de las torres elevadas y por la titilación de las estrellas fijas [...]. Los telescopios largos pueden hacer que los objetos aparezcan mayores y más brillantes que en los cortos, pero no pueden construirse de modo que eliminen la confusión de los rayos debida a los temblores de la atmósfera. El único remedio es el aire más sereno y tranquilo que se halla tal vez en la cumbre de las más altas montañas, por encima de las nubes más espesas” (Libro I, Parte I de la Ref. [77]).

retroalimentado que corrige las aberraciones de forma iterativa (*closed-loop adaptive optical system*, en la literatura anglosajona). Existen diversos sistemas para detectar y medir los frentes de onda ópticos, destacando los aberrómetros que emplean métodos de doble paso [81], los refractómetros resueltos espacialmente [82] y los sistemas basados en sensores de curvatura [83] y en sensores de tipo Hartmann-Shack, actualmente los más utilizados [84, 85]. Por su parte, los correctores más habituales son los espejos deformables [86] y los dispositivos de cristal líquido, principalmente de tipo nemático [87].

Desde hace algunos años, las áreas de aplicación de la óptica adaptativa se han ido extendiendo progresivamente fuera del ámbito de la astronomía. Así, se han dedicado muchos esfuerzos al diseño de sistemas adaptativos en el campo de la óptica fisiológica. Como es sabido, el ojo humano está afectado por diversas aberraciones monocromáticas, las cuales, por un lado, degradan la calidad de la visión, y por otro, disminuyen la resolución de las imágenes que se pueden tomar de las superficies internas del propio ojo. Sólo una parte de esas aberraciones, como el desenfoque o el astigmatismo, puede ser realmente corregida por las gafas convencionales o por las lentes de contacto. En 1989, Dreher *et al.* presentaron un sistema que compensaba las aberraciones de un ojo humano empleando un espejo deformable (que funcionaba manualmente) [88]. Poco después, Liang *et al.* desarrollaron un sensor de frente de onda de tipo Hartmann-Shack para la medida de las aberraciones presentes en el frente de onda que emergía de un ojo humano por la reflexión en la retina de un spot de luz focalizado [89]. Tomando como base ese resultado, diseñaron posteriormente una cámara de alta resolución equipada con un sistema de óptica adaptativa que tomaba imágenes del fondo del ojo. Su aparato compensaba las aberraciones del ojo humano por medio de un espejo deformable conectado al sensor de Hartmann-Shack [90]. De esta forma, fue posible tomar imágenes de la retina en tiempo real con una calidad óptica sin precedentes. Desde entonces, se han desarrollado numerosos sistemas de óptica adaptativa que se han empleado con éxito en la obtención de imágenes retinianas de alta calidad, así como en diversas investigaciones en el campo de la visión [91-98].

De entre las numerosas aplicaciones en el ámbito de la óptica adaptativa, en esta tesis nos centraremos en la capacidad correctora de un TNLCD para el diseño de un axicón elíptico programable. Con este elemento es posible eliminar el astigmatismo que se observa en los segmentos focales generados por un axicón convencional cuando éste se ve sometido a iluminación oblicua. Esto constituye el primer paso para la construcción de un sistema adaptativo de *scanning* [99, 100]. También utilizaremos el TNLCD para compensar de forma eficaz modos de Zernike y aberraciones oculares típicas (que pueden ser generadas por láminas de fase estáticas). Finalmente, integraremos el TNLCD en un módulo de óptica adaptativa, con la finalidad de corregir en tiempo real todo tipo de aberraciones y, en especial, las correspondientes a un ojo humano.

### 1.5. Objetivos y esquema general de la tesis

El modelo retardador-rotor constituye el eje central de esta tesis. Tomándolo como base, se pretende la consecución de un doble objetivo: por un lado, la calibración completa de un TNLCD arbitrario, y por otro, la optimización de su comportamiento modulador para alcanzar una respuesta pura de fase. Una vez se ha completado el proceso de optimización, se demuestra la capacidad del TNLCD para funcionar como corrector de aberraciones en dos aplicaciones de óptica adaptativa.

La presente memoria está estructurada de la manera que a continuación se detalla. En el Capítulo 2 se hace una somera revisión de las propiedades eléctricas y ópticas de los cristales líquidos, poniendo especial atención en los materiales de tipo nemático, que son, junto con los ferroeléctricos, los más utilizados en las aplicaciones de Optoelectónica. Asimismo, y con la ayuda del cálculo matricial de Jones, se deduce una expresión analítica para la matriz que determina el efecto de una celda de cristal líquido nemático con estructura de hélice sobre un estado de polarización incidente. A continuación, se hace una descripción cualitativa del comportamiento de las moléculas de estas celdas cuando sobre ellas se aplica un campo eléctrico.

En el Capítulo 3, tras enunciar y demostrar el teorema de equivalencia de Hurwitz y Jones, se presenta el modelo retardador-rotor para un TNLCD [75, 101]. Tomándolo como base, se lleva a cabo una calibración completa de las propiedades moduladoras de un dispositivo comercial. En primer lugar, se determinan de forma unívoca los parámetros de diseño de las celdas [101] y, a continuación, se hallan los parámetros del sistema equivalente para cada valor del voltaje aplicado [75].

En el Capítulo 4, se describen las distintas configuraciones polarimétricas que permiten optimizar la respuesta en fase del TNLCD. En particular, se demuestra que es posible conseguir una modulación pura de fase mediante la generación de estados de igual azimut [38] (lo que implica iluminar el dispositivo con un haz lineal o elípticamente polarizado) o por medio de luz incidente circularmente polarizada [102]. En cada caso se presenta la correspondiente curva de operación.

El Capítulo 5 describe dos aplicaciones del TNLCD en el ámbito de la óptica adaptativa. En la primera, se diseña un axicón elíptico programable para la corrección del astigmatismo que afecta a los segmentos focales generados por un axicón convencional en iluminación oblicua [100]. La segunda aplicación muestra la capacidad del TNLCD para compensar distintos tipos de aberraciones, entre las que se incluyen las correspondientes a un ojo humano [103]. A la luz de estos resultados, se describe un módulo de óptica adaptativa que incluye un TNLCD para la corrección dinámica de frentes de onda aberrados [104].

Finalmente, en el Capítulo 6 se resumen las principales aportaciones de este trabajo, así como las perspectivas de futuro que con él se vislumbran.

## Referencias

- [1] R. Williams, "Electro-Optical Elements Utilizing an Organic Nematic Compound." USA, Patent No. 3322485, 1962.
- [2] R. Williams, "Domains in Liquid Crystals," *Journal of Chemical Physics*, vol. 39, pp. 384-388, 1963.
- [3] G. H. Heilmeier and L. A. Zanoni, "Guest-Host Interactions in Nematic Liquid Crystals . A New Electro-Optic Effect," *Applied Physics Letters*, vol. 13, pp. 91-92, 1968.
- [4] M. Schadt and W. Helfrich, "Voltage-Dependent Optical Activity of a Twisted Nematic Liquid Crystal," *Applied Physics Letters*, vol. 18, pp. 127-128, 1971.
- [5] H. Kawamoto, "The History of Liquid-Crystal Displays," *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, pp. 460, 2002.
- [6] V. G. Chigrinov, *Liquid Crystal Devices: Physics and Applications*. Boston-London: Artech-House, 1999.
- [7] P. M. Alt and P. Pleshko, "Scanning Limitations of Liquid-Crystal Displays," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. ED21, pp. 146-155, 1974.
- [8] T. J. Scheffer and J. Nehring, "A New, Highly Multiplexable Liquid-Crystal Display," *Applied Physics Letters*, vol. 45, pp. 1021-1023, 1984.
- [9] E. Lueder, *Liquid Crystal Displays: Addressing Schemes and Electro-Optical Effects*. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.
- [10] H. L. Ong, "Recent Progress and Status in STN and TFT LCDs," *Proceedings of the SPIE*, vol. 2949, pp. 20-23, 1996.
- [11] P. Yeh and C. Gu, *Optics of Liquid Crystal Displays*, 1st ed. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- [12] S. T. Wu and D. K. Yang, *Reflective Liquid Crystal Displays*, 1st ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.
- [13] "Aurora Systems, <http://www.aurora-sys.com>."

- [14] J. A. Davis, I. Moreno, and P. Tsai, "Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid-crystal displays," *Applied Optics*, vol. 37, pp. 937-945, 1998.
- [15] K. H. Lu and B. E. A. Saleh, "Theory and Design of the Liquid-Crystal TV as an Optical Spatial Phase Modulator," *Optical Engineering*, vol. 29, pp. 240-246, 1990.
- [16] D. J. McKnight, K. M. Johnson, and R. A. Serati, "Electrically Addressed 256 by 256 Liquid-Crystal-on-Silicon Spatial Light-Modulator," *Optics Letters*, vol. 18, pp. 2159-2161, 1993.
- [17] T. Sonehara, "Industrial and engineering aspects of LC applications," in *Optical Applications of Liquid Crystals, Series in Optics and Optoelectronics*, L. Vicari, Ed. Bristol & Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 2003.
- [18] U. Efron, S. T. Wu, and T. D. Bates, "Nematic Liquid-Crystals for Spatial Light Modulators - Recent Studies," *Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics*, vol. 3, pp. 247-252, 1986.
- [19] N. Mukohzaka, N. Yoshida, H. Toyoda, Y. Kobayashi, and T. Hara, "Diffraction Efficiency Analysis of a Parallel-Aligned Nematic-Liquid-Crystal Spatial Light-Modulator," *Applied Optics*, vol. 33, pp. 2804-2811, 1994.
- [20] Y. Igasaki, F. H. Li, N. Yoshida, H. Toyoda, T. Inoue, N. Mukohzaka, Y. Kobayashi, and T. Hara, "High efficiency electrically-addressable phase-only spatial light modulator," *Optical Review*, vol. 6, pp. 339-344, 1999.
- [21] N. A. Clark and S. T. Lagerwall, "Submicrosecond Bistable Electro-Optic Switching in Liquid-Crystals," *Applied Physics Letters*, vol. 36, pp. 899-901, 1980.
- [22] G. Moddel, K. M. Johnson, W. Li, R. A. Rice, L. A. Paganostauffer, and M. A. Handschy, "High-Speed Binary Optically Addressed Spatial Light-Modulator," *Applied Physics Letters*, vol. 55, pp. 537-539, 1989.
- [23] S. Fukushima, T. Kurokawa, S. Matsuo, and H. Kozawaguchi, "Bistable Spatial Light-Modulator Using a Ferroelectric Liquid-Crystal," *Optics Letters*, vol. 15, pp. 285-287, 1990.
- [24] D. J. McKnight, K. M. Johnson, and R. A. Serati, "256 x 256 Liquid-Crystal-on-Silicon Spatial Light-Modulator," *Applied Optics*, vol. 33, pp. 2775-2784, 1994.

- [25] J. Amako and T. Sonehara, "Kinoform Using an Electrically Controlled Birefringent Liquid-Crystal Spatial Light-Modulator," *Applied Optics*, vol. 30, pp. 4622-4628, 1991.
- [26] F. H. Li, N. Mukohzaka, N. Yoshida, Y. Igasaki, H. Toyoda, T. Inoue, Y. Kobayashi, and T. Hara, "Phase modulation characteristics analysis of optically-addressed parallel-aligned nematic liquid crystal phase-only spatial light modulator combined with a liquid crystal display," *Optical Review*, vol. 5, pp. 174-178, 1998.
- [27] J. M. Bueno, "Polarimetry using liquid-crystal variable retarders: theory and calibration," *Journal of Optics A-Pure and Applied Optics*, vol. 2, pp. 216-222, 2000.
- [28] B. Laude-Boulesteix, A. De Martino, B. Drevillon, and L. Schwartz, "Mueller polarimetric imaging system with liquid crystals," *Applied Optics*, vol. 43, pp. 2824-2832, 2004.
- [29] M. O. Freeman, T. A. Brown, and D. M. Walba, "Quantized Complex Ferroelectric Liquid-Crystal Spatial Light Modulators," *Applied Optics*, vol. 31, pp. 3917-3929, 1992.
- [30] S. E. Broomfield, M. A. A. Neil, and E. G. S. Paige, "Programmable Multiple-Level Phase Modulation That Uses Ferroelectric Liquid-Crystal Spatial Light Modulators," *Applied Optics*, vol. 34, pp. 6652-6665, 1995.
- [31] P. Birch, R. Young, C. Chatwin, M. Farsari, D. Budgett, and J. Richardson, "Fully complex optical modulation with an analogue ferroelectric liquid crystal spatial light modulator," *Optics Communications*, vol. 175, pp. 347-352, 2000.
- [32] R. Tudela, E. Martin-Badosa, I. Labastida, S. Vallmitjana, I. Juvells, and A. Carnicer, "Full complex Fresnel holograms displayed on liquid crystal devices," *Journal of Optics a-Pure and Applied Optics*, vol. 5, pp. S189-S194, 2003.
- [33] H. K. Liu, J. A. Davis, and R. A. Lilly, "Optical-Data-Processing Properties of a Liquid-Crystal Television Spatial Light-Modulator," *Optics Letters*, vol. 10, pp. 635-637, 1985.
- [34] H. K. Liu and T. H. Chao, "Liquid-Crystal Television Spatial Light Modulators," *Applied Optics*, vol. 28, pp. 4772-4780, 1989.
- [35] N. Konforti, E. Marom, and S. T. Wu, "Phase-Only Modulation with Twisted Nematic Liquid-Crystal Spatial Light Modulators," *Optics Letters*, vol. 13, pp. 251-253, 1988.

- [36] J. L. Pezzaniti and R. A. Chipman, "Phase-Only Modulation of a Twisted Nematic Liquid-Crystal TV by Use of the Eigenpolarization States," *Optics Letters*, vol. 18, pp. 1567-1569, 1993.
- [37] I. Moreno, P. Velasquez, C. R. Fernandez-Pousa, and M. M. Sanchez-Lopez, "Jones matrix method for predicting and optimizing the optical modulation properties of a liquid-crystal display," *Journal of Applied Physics*, vol. 94, pp. 3697-3702, 2003.
- [38] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and M. Fernandez-Alonso, "Phase-only modulation with a twisted nematic liquid crystal display by means of equi-azimuth polarization states," *Optics Express*, vol. 14, pp. 5607-5616, 2006.
- [39] V. Laude, "Twisted-nematic liquid-crystal pixelated active lens," *Optics Communications*, vol. 153, pp. 134-152, 1998.
- [40] A. Marquez, C. Lemmi, J. C. Escalera, J. Campos, S. Ledesma, J. A. Davis, and M. J. Yzuel, "Amplitude apodizers encoded onto Fresnel lenses implemented on a phase-only spatial light modulator," *Applied Optics*, vol. 40, pp. 2316-2322, 2001.
- [41] M. Reicherter, T. Haist, E. U. Wagemann, and H. J. Tiziani, "Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display," *Optics Letters*, vol. 24, pp. 608-610, 1999.
- [42] C. Kohler, X. Schwab, and W. Osten, "Optimally tuned spatial light modulators for digital holography," *Applied Optics*, vol. 45, pp. 960-967, 2006.
- [43] O. Samek, V. Hommes, R. Hergenroder, and S. V. Kukhlevsky, "Femtosecond pulse shaping using a liquid-crystal display: Applications to depth profiling analysis," *Review of Scientific Instruments*, vol. 76, 2005.
- [44] C. J. Cheng and M. L. Chen, "Polarization encoding for optical encryption using twisted nematic liquid crystal spatial light modulators," *Optics Communications*, vol. 237, pp. 45-52, 2004.
- [45] S. L. Blakeney, S. E. Day, and J. N. Stewart, "Determination of unknown input polarisation using a twisted nematic liquid crystal display with fixed components," *Optics Communications*, vol. 214, pp. 1-8, 2002.
- [46] S. T. Tang and H. S. Kwok, "Transmissive liquid crystal cell parameters measurement by spectroscopic ellipsometry," *Journal of Applied Physics*, vol. 89, pp. 80-85, 2001.



- [47] J. S. Gwag, S. H. Lee, K. Y. Han, J. C. Kim, and T. H. Yoon, "Novel cell gap measurement method for a liquid crystal cell," *Japanese Journal of Applied Physics Part 2-Letters*, vol. 41, pp. L79-L82, 2002.
- [48] S. H. Lee, W. S. Park, G. D. Lee, K. Y. Han, T. H. Yoon, and J. C. Kim, "Low-cell-gap measurement by rotation of a wave retarder," *Japanese Journal of Applied Physics Part 1-Regular Papers Short Notes & Review Papers*, vol. 41, pp. 379-383, 2002.
- [49] J. S. Chae and S. G. Moon, "Cell parameter measurement of a twisted-nematic liquid crystal cell by the spectroscopic method," *Journal of Applied Physics*, vol. 95, pp. 3250-3254, 2004.
- [50] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 6 ed. Oxford: Pergamon, 1991.
- [51] C. Soutar and K. H. Lu, "Determination of the Physical-Properties of an Arbitrary Twisted-Nematic Liquid-Crystal Cell," *Optical Engineering*, vol. 33, pp. 2704-2712, 1994.
- [52] L. G. Neto, D. Roberge, and Y. L. Sheng, "Full-range, continuous, complex modulation by the use of two coupled-mode liquid-crystal televisions," *Applied Optics*, vol. 35, pp. 4567-4576, 1996.
- [53] I. Moreno, N. Bennis, J. A. Davis, and C. Ferreira, "Twist angle determination in liquid crystal displays by location of local adiabatic points," *Optics Communications*, vol. 158, pp. 231-238, 1998.
- [54] J. A. Davis, P. Tsai, K. G. D'Nelly, and I. Moreno, "Simple technique for determining the extraordinary axis direction for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators," *Optical Engineering*, vol. 38, pp. 929-932, 1999.
- [55] J. A. Davis, D. A. Allison, K. G. D'Nelly, M. L. Wilson, and I. Moreno, "Ambiguities in measuring the physical parameters for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators," *Optical Engineering*, vol. 38, pp. 705-709, 1999.
- [56] C. W. Oseen, "The Theory of Liquid Crystals," *Transactions of Faraday Society*, vol. 29, pp. 883-899, 1933.
- [57] F. C. Frank, "On the Theory of Liquid Crystals," *Discussions of the Faraday Society*, pp. 19-28, 1958.
- [58] D. W. Berreman, "Dynamics of Liquid-Crystal Twist Cells," *Applied Physics Letters*, vol. 25, pp. 12-15, 1974.

- [59] J. Grinberg and A. D. Jacobson, "Transmission Characteristics of a Twisted Nematic Liquid-Crystal Layer," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 66, pp. 1003-1009, 1976.
- [60] D. B. Taber, J. A. Davis, L. A. Holloway, and O. Almagor, "Optically Controlled Fabry-Perot-Interferometer Using a Liquid-Crystal Light Valve," *Applied Optics*, vol. 29, pp. 2623-2631, 1990.
- [61] J. A. Coy, M. Zaldarriaga, D. F. Grosz, and O. E. Martinez, "Characterization of a liquid crystal television as a programmable spatial light modulator," *Optical Engineering*, vol. 35, pp. 15-19, 1996.
- [62] A. Marquez, J. Campos, M. J. Yzuel, I. Moreno, J. A. Davis, C. Iemmi, A. Moreno, and A. Robert, "Characterization of edge effects in twisted nematic liquid crystal displays," *Optical Engineering*, vol. 39, pp. 3301-3307, 2000.
- [63] M. Yamauchi, "Jones-matrix models for twisted-nematic liquid-crystal devices," *Applied Optics*, vol. 44, pp. 4484-4493, 2005.
- [64] M. Yamauchi and T. Eiju, "Optimization of Twisted Nematic Liquid-Crystal Panels for Spatial Light Phase Modulation," *Optics Communications*, vol. 115, pp. 19-25, 1995.
- [65] C. H. Gooch and H. A. Tarry, "Optical-Properties of Twisted Nematic Liquid-Crystal Structures with Twist Angles Less Than 90 Degrees," *Journal of Physics D-Applied Physics*, vol. 8, pp. 1575-1584, 1975.
- [66] H. Kim and Y. H. Lee, "Unique measurement of the parameters of a twisted-nematic liquid-crystal display," *Applied Optics*, vol. 44, pp. 1642-1649, 2005.
- [67] A. Marquez, C. Iemmi, I. Moreno, J. A. Davis, J. Campos, and M. J. Yzuel, "Quantitative prediction of the modulation behavior of twisted nematic liquid crystal displays based on a simple physical model," *Optical Engineering*, vol. 40, pp. 2558-2564, 2001.
- [68] H. Hurwitz and R. C. Jones, "A New Calculus for the Treatment of Optical Systems II. Proof of Three General Equivalence Theorems," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 31, pp. 493-499, 1941.
- [69] S. Huard, *Polarization of Light*. Chichester: John Wiley & Sons, 1997.
- [70] A. M. Title, "Improvement of Birefringent Filters.2. Achromatic Waveplates," *Applied Optics*, vol. 14, pp. 229-237, 1975.

- [71] S. T. Tang and H. S. Kwok, "3 x 3 Matrix for unitary optical systems," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 18, pp. 2138-2145, 2001.
- [72] S. T. Tang and H. S. Kwok, "Characteristic Parameters of Liquid Crystal Cells and Their Measurements," *Journal of Display Technology*, vol. 2, pp. 26-31, 2006.
- [73] S. T. Tang and H. S. Kwok, "Measurement of reflective liquid crystal displays," *Journal of Applied Physics*, vol. 91, pp. 8950-8954, 2002.
- [74] S. Stallinga, "Equivalent retarder approach to reflective liquid crystal displays," *Journal of Applied Physics*, vol. 86, pp. 4756-4766, 1999.
- [75] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and Z. Jaroszewicz, "Equivalent retarder-rotator approach to on-state twisted nematic liquid crystal displays," *Journal of Applied Physics*, vol. 99, pp. 113101-6, 2006.
- [76] R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and polarized light*, 1st ed. Amsterdam: Elsevier, 1987.
- [77] I. Newton, *Óptica o tratado de las reflexiones, refracciones, inflexiones y colores de la luz*, Carlos Solís ed. Madrid: Ediciones Alfaguara, 1977.
- [78] H. W. Babcock, "The Possibility of Compensating Astronomical Seeing," *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 65, pp. 229-236, 1953.
- [79] V. P. Linnik, "On the possibility of reducing the influence of atmospheric seeing on the image quality of stars," *Optika i Spektroskopiya*, vol. 3, pp. 401, 1957.
- [80] R. K. Tyson, "Introduction," in *Adaptive Optics Engineering Handbook*, R. K. Tyson, Ed. New York: Marcel Dekker, 2000.
- [81] R. Navarro and M. A. Losada, "Phase transfer and point-spread function of the human eye determined by a new asymmetric double-pass method," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 12, pp. 2385-2392, 1995.
- [82] R. H. Webb, C. M. Penney, and K. P. Thompson, "Measurement of ocular local wave-front distortion with a spatially resolved refractometer," *Applied Optics*, vol. 31, pp. 3678-3686, 1992.
- [83] F. Roddier, "Curvature Sensing and Compensation - a New Concept in Adaptive Optics," *Applied Optics*, vol. 27, pp. 1223-1225, 1988.

- [84] Hartmann, "Objektivuntersuchungen," *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, vol. XXIV 1-21 (January), 3 and 34-47 (February), 7 and 98-117 (April), 1904.
- [85] R. V. Shack and B. C. Platt, "Production and Use of a Lenticular Hartmann Screen," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 61, pp. 656-660, 1971.
- [86] R. E. Aldrich, "Deformable Mirror Wavefront Correctors," in *Adaptative Optics Engineering Handbook*, R. K. Tyson, Ed. New York: Marcel Dekker, 2000.
- [87] G. D. Love, "Liquid Crystal Adaptative Optics," in *Adaptative Optics Engineering Handbook*, R. K. Tyson, Ed. New York: Marcel Dekker, 2000.
- [88] A. W. Dreher, J. F. Bille, and R. N. Weinreb, "Active Optical Depth Resolution Improvement of the Laser Tomographic Scanner," *Applied Optics*, vol. 28, pp. 804-808, 1989.
- [89] J. Z. Liang, B. Grimm, S. Goelz, and J. F. Bille, "Objective Measurement of Wave Aberrations of the Human Eye with the Use of a Hartmann-Shack Wave-Front Sensor," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 11, pp. 1949-1957, 1994.
- [90] J. Z. Liang, D. R. Williams, and D. T. Miller, "Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 14, pp. 2884-2892, 1997.
- [91] R. Navarro and M. A. Losada, "Aberrations and relative efficiency of light pencils in the living human eye," *Optometry and Vision Science*, vol. 74, pp. 540-547, 1997.
- [92] A. Roorda and D. R. Williams, "The arrangement of the three cone classes in the living human eye," *Nature*, vol. 397, pp. 520-522, 1999.
- [93] R. Navarro, E. Moreno-Barriuso, S. Bara, and T. Mancebo, "Phase plates for wave-aberration compensation in the human eye," *Optics Letters*, vol. 25, pp. 236-238, 2000.
- [94] I. Iglesias and P. Artal, "High-resolution retinal images obtained by deconvolution from wave-front sensing," *Optics Letters*, vol. 25, pp. 1804-1806, 2000.
- [95] E. J. Fernandez, I. Iglesias, and P. Artal, "Closed-loop adaptive optics in the human eye," *Optics Letters*, vol. 26, pp. 746-748, 2001.
- [96] H. Hofer, L. Chen, G. Y. Yoon, B. Singer, Y. Yamauchi, and D. R. Williams, "Improvement in retinal image quality with dynamic correction of the eye's aberrations," *Optics Express*, vol. 8, pp. 631-643, 2001.

- [97] B. Hermann, E. J. Fernandez, A. Unterhuber, H. Sattman, A. F. Fercher, W. Drexler, P. M. Prieto, and P. Artal, "Adaptive-optics ultrahigh-resolution optical coherence tomography," *Optics Letters*, vol. 29, pp. 2142-2144, 2004.
- [98] P. M. Prieto, E. J. Fernandez, S. Manzanera, and P. Artal, "Adaptive optics with a programmable phase modulator: applications in the human eye," *Optics Express*, vol. 12, pp. 4059-4071, 2004.
- [99] R. Arimoto, C. Saloma, T. Tanaka, and S. Kawata, "Imaging Properties of Axicon in a Scanning Optical-System," *Applied Optics*, vol. 31, pp. 6653-6657, 1992.
- [100] Z. Jaroszewicz, V. Climent, V. Duran, J. Lancis, A. Kolodziejczyk, A. Burvall, and A. T. Friberg, "Programmable axicon for variable inclination of the focal segment," *Journal of Modern Optics*, vol. 51, pp. 2185-2190, 2004.
- [101] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and Z. Jaroszewicz, "Cell parameter determination of a twisted-nematic liquid crystal display by single-wavelength polarimetry," *Journal of Applied Physics*, vol. 97, pp. 043101-6, 2005.
- [102] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and V. Climent, "Poincaré Sphere Method for Optimizing the Phase Modulation Response of a Twisted Nematic Liquid Crystal Display," *Journal of Display Technology*, vol. 3, pp. 9-14, 2007.
- [103] V. Duran, V. Climent, E. Tajahuerce, Z. Jaroszewicz, J. Arines, and S. Bara, "Efficient compensation of Zernike modes and eye aberration patterns using low-cost spatial light modulators," *Journal of Biomedical Optics*, vol. 12, pp. 014037-6, 2007.
- [104] E. Tajahuerce, V. Climent, J. Lancis, V. Duran, S. Bara, J. Arines, and Z. Jaroszewicz, "Procedimiento para la compensación de aberraciones ópticas mediante pantallas de cristal líquido tipo TNLCD y dispositivo para su puesta en práctica." España, Patente, N° Solicitud: P200601631, 2006.

# Capítulo 2

## Revisión de las propiedades ópticas de los dispositivos de cristal líquido nemático

La fase de cristal líquido fue descubierta por el botánico austriaco Friedrich Reinitzer en la temprana fecha de 1888. Sin embargo, pasaron 80 años desde este descubrimiento hasta la implementación del primer dispositivo de cristal líquido (LCD) [1]. Fue durante las décadas de los años 20 y 30 del siglo XX cuando se empezaron a estudiar con detalle las propiedades electro-ópticas de estos materiales. En 1922, George Friedel propuso una clasificación de los cristales líquidos según las diferentes ordenaciones moleculares que pueden presentar [2]. Entre 1922, y la II Guerra Mundial, Oseen y Zöcher sentaron las bases matemáticas para el estudio de su comportamiento físico [3]. Estos trabajos condujeron a la primera patente de una válvula de luz que usaba cristal líquido, otorgada a la Marconi Wireless Telegraph Company en 1936 [4]. No obstante, en esa fecha aún no se conocían materiales que tuviesen la fase de cristal líquido a temperatura ambiente (de hecho, la patente de Marconi describía un calentador para mantener el material en un rango de temperaturas alto). Ya en la década de los 60 la tecnología de los LCD recibió un impulso decisivo gracias a los trabajos de George Heilmeyer y su equipo en los laboratorios de la RCA (*Radio Corporation of America*) [5]. El equipo de Heilmeyer descubrió que la mezcla de diferentes materiales que poseen la fase de cristal líquido produce soluciones que pueden mantenerse estables en dicha fase dentro de un amplio rango de temperaturas, incluyendo la temperatura ambiente.

El conocimiento de las propiedades físicas básicas de los cristales líqui-

dos resulta imprescindible para poder entender el funcionamiento de los dispositivos diseñados a partir de estos materiales. En el presente capítulo, se hace una somera revisión de dichas propiedades, poniendo especial atención en las correspondientes a los cristales líquidos de tipo nemático. Éstos son, junto con los ferroeléctricos, los más utilizados en aplicaciones de optoelectrónica. Posteriormente, se analiza con detalle el diseño y funcionamiento de una celda de cristal líquido nemático de giro helicoidal, cuyas propiedades ópticas se describen con la ayuda del cálculo matricial de Jones. Esta descripción se completa con el estudio de la respuesta de este tipo de celdas a la aplicación de un voltaje externo.

## 2.1. Cristales líquidos

Algunos materiales orgánicos presentan una fase intermedia entre los estados sólido y líquido, denominada *fase de cristal líquido*. Cuando uno de estos materiales se encuentra en dicha fase recibe el nombre genérico de cristal líquido, o de forma abreviada LC (acrónimo de la expresión inglesa *Liquid Crystal*). Los cristales líquidos están típicamente constituidos por moléculas en forma de elipsoide alargado (moléculas calamíticas), que poseen un único eje alrededor del cual existe simetría circular.<sup>1</sup> Estas moléculas se orientan según una dirección (algo propio de los sólidos) pero sus posiciones carecen de la ordenación propia de la materia cristalina (es decir, no forman una red cristalina tridimensional). Hasta ahora se han descubierto tres tipos de cristales líquidos: *termotrópicos*, *lyotrópicos* y *poliméricos*.

En este trabajo, sólo nos ocuparemos de los cristales líquidos termotrópicos, que son los más conocidos y utilizados. Estos materiales se caracterizan

---

<sup>1</sup> En algunos casos, la fase de cristal líquido se da en sustancias que poseen moléculas discóticas, esto es, en forma de disco aplanado. Los cristales líquidos que se emplean en los dispositivos electrónicos son fundamentalmente de tipo calamítico. No obstante, desde finales de la década de los años 90, los materiales discóticos han encontrado aplicación en el diseño de los LCD (véase, por ejemplo, el Cap. 12 de la Ref. [7]).

por el hecho de que la transición a la fase de cristal líquido se induce térmicamente (a diferencia de lo que ocurre, por ejemplo, con los cristales lyotrópicos, en donde la transición tiene lugar por influencia de solventes, no por un cambio de la temperatura). La fase de cristal líquido termotrópico se observa en compuestos puros y en mezclas. A medida que la temperatura se incrementa, estos compuestos suelen pasar por una serie de transiciones de fase: de sólido a cristal líquido, de cristal líquido a líquido isotrópico, y finalmente de líquido isotrópico a vapor. También se puede llegar a la fase de cristal líquido disminuyendo la temperatura del material en estado líquido. Atendiendo a la forma en que se alcanza la fase de cristal líquido, los materiales termotrópicos se clasifican en dos tipos: *cristales líquidos enantiotrópicos*, que alcanzan la fase de cristal líquido tanto bajando como subiendo la temperatura, y *cristales líquidos monotrópicos*, que alcanzan la fase de cristal líquido de una única manera, bien mediante un proceso de calentamiento o bien mediante una disminución de la temperatura.

Los cristales líquidos termotrópicos pueden encontrarse en tres fases [2]: *esmética* (palabra que deriva del griego y que significa “jabón”); *nemática* (también de origen griego, su significado es “hilo”) y *colestérica* (de colesterol, alcohol esteroide,  $C_{27}H_{45}OH$ , presente en las células animales y en los fluidos corporales). Cada una de estas fases, que está asociada a un determinado rango de temperaturas, se diferencia de las restantes en la forma en que se hallan organizadas las moléculas, tal y como se muestra en la Fig. (2.1). En los cristales líquidos nemáticos, las moléculas se hallan aproximadamente orientadas en una misma dirección, pero las posiciones que ocupan dentro del volumen del material son aleatorias. En el caso de los cristales líquidos esméticos, las moléculas no sólo tienden a ser paralelas, sino que además se disponen formando capas. La posición de las moléculas dentro de cada capa es aleatoria. Finalmente, la fase colestérica representa una forma distorsionada de la fase esmética, en la que, de capa a capa, la orientación de las moléculas describe una rotación helicoidal alrededor de un eje.



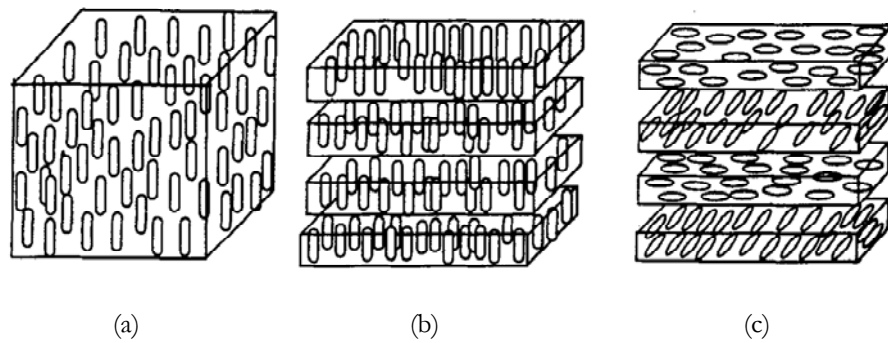


Figura (2.1): Ilustración de las tres fases de un cristal líquido termotrópico: (a) nemática, (b) esméctica y (c) colestérica.

La combinación única de propiedades correspondientes a sólidos y a líquidos, que caracteriza a los LC, resulta muy atractiva desde un punto de vista físico. Por un lado, la ordenación de moléculas en forma de elipsoide en una determinada dirección tiene como consecuencia directa la anisotropía de las propiedades eléctricas, magnéticas, ópticas y mecánicas del material. Por otro lado, su semejanza con un líquido le permite poseer propiedades de fluidez, lo que da lugar a una posible reorientación de las moléculas mediante la aplicación de un campo externo. De esta manera, se pueden construir, por ejemplo, elementos ópticos anisótropos cuyo eje óptico posee una orientación que podemos variar externamente mediante la aplicación de una diferencia de potencial.

Debido a sus singulares propiedades electroópticas, los LC se han empleado con éxito en la construcción de moduladores espaciales de luz. Estos dispositivos (LCSLM) poseen una estructura reticular que resulta de la repetición (habitualmente en dos dimensiones) de una celda básica en la que se ha depositado una delgada capa de cristal líquido entre dos substratos transparentes. Cada una de estas celdas de cristal líquido (cuyo grosor suele ser del orden de la micra) puede ser controlada electrónicamente u ópticamente de forma independiente. Los cristales líquidos termotrópicos que habitualmente se emplean en el diseño de los LCSLM se hallan en la fase nemática y en una clase especial de la

esmética, denominada *esmética-C\**, que presenta propiedades ferroeléctricas (de ahí que los LC de este tipo se conozcan como *ferroeléctricos*). En la presente memoria sólo nos ocuparemos de los cristales líquidos nemáticos. Algunas propiedades físicas de estos materiales se describen brevemente en la sección siguiente.

## 2.2. Cristales líquidos nemáticos

En un cristal líquido nemático, (abreviadamente NLC, acrónimo de *Nematic Liquid Crystal*) la posición de las moléculas es aleatoria, pero, en cambio, existe un alto grado local de ordenación en la orientación molecular. Así, en cualquier punto del medio se puede definir un vector unitario,  $\vec{n}$ , que representa la dirección molecular preferente en la vecindad de dicho punto. Este vector recibe el nombre de director molecular o director del cristal. En los NLC homogéneos, el director molecular es constante a lo largo de todo el material, mientras que en los medios inhomogéneos  $\vec{n}$  puede cambiar de un punto a otro, por lo que es, en general, una función de la posición,  $\vec{n}(x, y, z)$ . Si se define un vector unitario que representa el eje de simetría de cada molécula, el director  $\vec{n}$  no es más que el promedio estadístico de los vectores unitarios contenidos en un pequeño volumen entorno a cada punto del cristal.

Ópticamente, los cristales líquidos nemáticos son anisótropos y se comportan como medios birrefringentes uniaxiales, en los que la dirección del eje óptico coincide con la del director del cristal. Los dieléctricos que exhiben una simetría óptica uniaxial poseen dos índices de refracción principales, el ordinario  $n_o$  y el extraordinario  $n_e$ . Para la mayoría de los LC,  $n_o$  está entorno a 1.5 y la diferencia de índices,  $\Delta n = n_e - n_o$ , es positiva y toma valores entre 0.05 y 0.45 (tablas con los índices de refracción de los LC más usuales pueden encontrarse en las Ref. [6] y [7]). El director molecular de un NLC se puede reorientar por la acción de un campo eléctrico o magnético, siempre que la magnitud del campo exceda un valor mínimo, a partir del cual se produce la transición de

Freedericksz<sup>2</sup>. Dada la birrefringencia de los NLC, la reorientación del director molecular inducida por el campo externo provoca un cambio significativo del estado de polarización de la luz que atraviesa el material. En este hecho se basa el funcionamiento de los LCSLM que emplean cristales líquidos nemáticos. Estos dispositivos están formados por celdas que contienen una delgada capa de NLC cuya birrefringencia se puede controlar mediante la aplicación de un voltaje externo.

La alineación de las moléculas dentro de las celdas de cristal líquido es un aspecto fundamental del diseño de los dispositivos de NLC. Con objeto de asegurar un único dominio molecular, los substratos que limitan la celda reciben un tratamiento especial de tipo físico o químico. De lo contrario, la presencia de diferentes dominios y discontinuidades en la orientación molecular produce una severa dispersión de la luz que atraviesa el NLC. Por ejemplo, es posible depositar moléculas de materiales orgánicos basados en el *silano* ( $SiH_4$ ) sobre una superficie de vidrio que sirve como substrato. Estos agentes químicos promueven la adhesión de las moléculas de LC, de forma vertical, sobre la superficie de vidrio, dando lugar a la llamada *alineación homeotrópica*. En ella el director molecular es perpendicular a las paredes que limitan la celda de NLC. También es posible crear, por procedimientos físicos o químicos, surcos de tamaño microscópico en la cara interior de los substratos. Esta es una manera simple y efectiva de crear una dirección preferente en la alineación de las moléculas. En este caso, el director molecular queda orientado en una dirección que se halla contenida en un plano paralelo a la superficie de los substratos. Se habla entonces de *alineación paralela*. Si la dirección de las microrugosidades cambia del substrato inferior al superior, se crea entonces una estructura en forma de hélice, conocida como *alineación helicoidal*. En ella, las moléculas van cambiando de orientación en planos sucesivos, describiendo un giro global

---

<sup>2</sup> La transición de Freedericksz (en honor al físico ruso que la descubrió, en 1933) es el proceso por el cual se deforma la estructura de un cristal líquido, al cambiar de una molécula a otra la orientación del director, por la aplicación de un campo eléctrico o magnético, cuando la intensidad de éste supera un cierto valor umbral.

entre las paredes de la celda. La alineación helicoidal da lugar a una ordenación molecular que se asemeja a la que poseen los cristales líquidos en fase colestérica. La diferencia esencial entre ambas estructuras reside en el hecho de que, en la alineación helicoidal, el giro total del director molecular queda definido por las superficies límite, mientras que en el caso de la fase colestérica, el grado de rotación viene determinado por las propiedades físicas del material [8]. De aquí en adelante, a los cristales nemáticos con alineación helicoidal los denominaremos “cristales líquidos nemáticos de giro helicoidal”, o de forma abreviada, TNLC (acrónimo de *Twisted Nematic Liquid Crystal*).

### 2.3. Celda de cristal líquido nemático con estructura de hélice

Desde su introducción en 1971 [9], los dispositivos de cristal líquido nemático de giro helicoidal (TNLCD) se han utilizado con gran éxito como moduladores espaciales de luz. Básicamente una celda de TNLC está formada por una capa de cristal líquido nemático limitada por dos placas de vidrio, las cuales sirven para imponer condiciones de contorno en la alineación de las moléculas. Para ello, se utiliza comúnmente una técnica consistente en el pulido de dos capas blandas de polímero, adheridas a la cara interior de las placas de vidrio, para producir microrugosidades en una determinada dirección. Las moléculas que se hallan en contacto con estas microrugosidades quedan “ancladas” a ellas, de forma que se establece en los bordes de la celda una dirección preferente en la alineación molecular. Si las dos capas de alineación se pulen en direcciones diferentes (por ejemplo en direcciones ortogonales), entonces la tendencia de las moléculas a permanecer alineadas las unas con las otras (característica de la fase de cristal líquido nemático), junto con la imposición en los bordes de la celda de orientarse paralelamente a las microrugosidades, se combinan para crear un cristal líquido nemático con estructura de hélice [10].

En ausencia de campo eléctrico externo, todas las moléculas situadas en un mismo plano de la celda se hallan aproximadamente giradas el mismo ángu-

lo. Esto es lo que permite estudiar el material como un conjunto de láminas retardadoras, cada una de las cuales funciona como un cristal birrefringente uniaxial, cuyo eje óptico va progresivamente girando a lo largo de la celda de TNLC.

Para poder orientar las moléculas mediante la aplicación de un campo eléctrico externo, entre las capas de vidrio y las superficies de alineación de la celda existe una película de óxido de metal transparente, que actúa de electrodo. Normalmente los electrodos son láminas de ITO (del inglés *Indium Tin Oxide*), cuyo grosor es del orden de la centena de nanómetro.

Se han desarrollado diversas alineaciones helicoidales en función del ángulo  $\phi$  que forman los directores a la entrada y salida del dispositivo. Entre ellas destacan las de giro de  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $180^\circ$ . Cuando  $\phi > 90^\circ$ , los dispositivos con alineaciones helicoidales reciben el nombre de *celdas nemáticas superhelicoidales*; las más frecuentes tienen ángulos entre  $200^\circ$  y  $270^\circ$ .

Las celdas de TNLC se emplean como moduladores de intensidad en multitud de dispositivos electrónicos. Esta modulación de intensidad se puede explicar cualitativamente de forma muy sencilla. Supongamos una celda de TNLC de grosor  $d$ , con un ángulo de giro  $\phi$ , y una diferencia de índices  $\Delta n$ . Si un haz de luz incide en la celda con una polarización lineal paralela (o perpendicular) al director molecular a la entrada, entonces el plano de polarización sigue el giro molecular, siempre que  $d\Delta n \gg \lambda$ . Esto último se conoce como condición de Mauguin [6]. En estas circunstancias, el haz a la salida permanece linealmente polarizado, pero su eje de polarización está girado un ángulo  $\phi$ . Este efecto “guiador” de la polarización es además insensible a la longitud de onda. Cuando se aplica un campo eléctrico externo sobre la celda, las moléculas tienden a inclinarse en la dirección del campo, con lo que se altera la estructura helicoidal, de tal forma que, a medida que aumenta el potencial del campo, disminuye el giro efectivo del plano de polarización. Este hecho permite controlar la intensidad de un haz de luz situando la celda de TNLC entre dos polarizadores. Supongamos una celda de TNLC con  $\phi = 90^\circ$  (abreviadamente 90-

TNLC) que se sitúa entre dos polarizadores orientados perpendicularmente entre sí, de manera que sean, respectivamente, paralelos al director a la entrada y a la salida de la celda, véase Fig. (2.2). Si no hay aplicado un potencial eléctrico y se cumple la condición de Mauguin, el plano de polarización de la luz girará  $90^\circ$  y a la salida del dispositivo la intensidad del haz será máxima. Si, en cambio, se establece en el interior de la celda un potencial lo suficientemente grande, las moléculas se inclinarán  $90^\circ$  (quedando alineadas con el campo eléctrico) y la luz no girará su plano de polarización, siendo absorbida completamente por el analizador a la salida del dispositivo [11].

El funcionamiento clásico de una celda de 90-TNLC se basa, tal y como acabamos de explicar, en el efecto guiador del cristal líquido cuando se cumple la condición de Mauguin. Sin embargo, la mayoría de las celdas de TNLC actuales no satisfacen esta condición, a causa de la progresiva disminución de su grosor para minimizar el tiempo de respuesta de los TNLCD. Esto conduce a una reducción en el brillo y contraste de los dispositivos, así como a una coloración inadecuada causada por la dependencia de la intensidad transmitida con

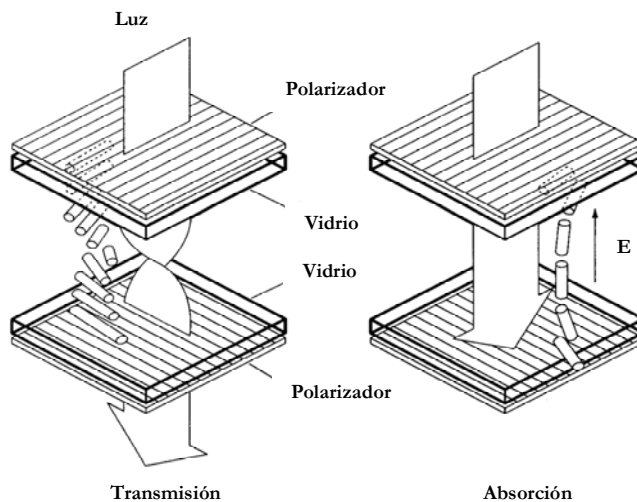


Figura (2.2): Funcionamiento clásico de una celda de TNLC con un giro molecular de  $90^\circ$  como modulador de intensidad.

la longitud de onda. Esta degradación en el funcionamiento de un TNLCD tiene su origen en la propia estructura molecular de la celda. Se puede demostrar que un NLC con estructura helicoidal no sólo gira el plano de polarización de la luz incidente, sino que altera también su elipticidad. Con la ayuda del cálculo de Jones diferencial [12], Azzam y Bashara demostraron que la evolución de la elipse de polarización de la luz que atraviesa un cristal líquido colestérico puede ser descrita por una ecuación diferencial ordinaria de primer orden no lineal conocida como ecuación de Ricatti [13]. Tomando como base estos resultados, Gooch y Tarry obtuvieron la primera expresión analítica correspondiente a la intensidad transmitida por una celda de tipo TN en ausencia de campo externo [8]. Posteriormente, Ong estudió la propagación de los modos ordinario y extraordinario en un TNLC y obtuvo expresiones generales para la intensidad transmitida por cristales con diferentes estructuras helicoidales [14].

La intensidad transmitida por una celda de TNLC sobre la que no hay aplicada un voltaje, en la configuración mostrada en la Fig. (2.2.), viene dada por [8]

$$T = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sin^2 \left[ \phi \sqrt{1 + u^2} \right]}{1 + u^2} \right), \quad (2.3.1)$$

donde  $u$  es el parámetro de Mauguin,

$$u = \frac{\pi d \Delta n}{\phi \lambda}, \quad (2.3.2)$$

y donde se ha supuesto que la luz monocromática que incide sobre el primer polarizador está no polarizada (de ahí el factor  $1/2$ ). La Eq. (2.3.1) es válida para un TNLCD arbitrario de giro molecular  $\phi$ . Su representación gráfica en función del parámetro  $u$  se muestra en la Fig. (2.3). Nótese que a medida que  $u$  aumenta, la intensidad transmitida oscila con una amplitud cada vez menor, lo que hace que la función se aproxime a su valor máximo. Esto es debido a la

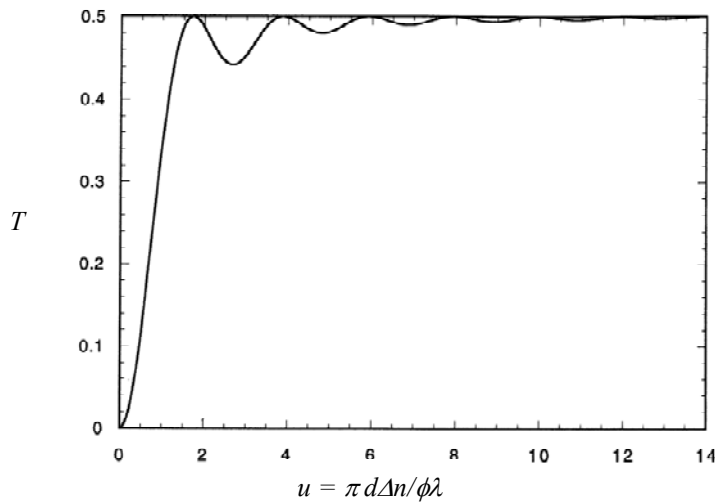


Figura (2.3): Intensidad transmitida por un TNLCD en la configuración mostrada en la Fig. (2.2). El parámetro de Mauguin  $u$  viene dado por la Ec. (2.3.2).

progresiva disminución del factor  $1/(1+u^2)$  que aparece en la expresión de  $T$ . Así, cuando  $u \gg 1$  se llega a la condición de Mauguin. En cualquier otro caso, el dispositivo únicamente se limita a girar el plano de polarización de la luz para los valores de  $u$  correspondientes a los máximos locales de la función  $T$ , que vienen dados por

$$u_n = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{\phi}\right)^2 - 1}, \quad (2.3.3)$$

donde  $n$  es un número natural. Esta ecuación se obtiene imponiendo que el argumento del seno cuadrado de la Eq (2.3.1) sea un múltiplo de  $\pi$ . Los valores de  $u$  que se obtienen a partir de la Eq. (2.3.3) resultan fundamentales para maximizar el contraste de los LCSLM que modulan intensidad. Esto es lo que sucede, por ejemplo, en los sistemas de videoproyección, que habitualmente se hallan compuestos por tres pantallas de TNLC, una para cada canal del espectro visible (rojo, verde y azul). Cada una de estas tres pantallas verifica la Eq.



(2.3.3) (habitualmente con  $n = 1$ ) para la longitud de onda central del correspondiente color. Esto, de acuerdo con la Eq. (2.3.2), se consigue optimizando los parámetros físicos de las celdas de TNLC. Es habitual, por ejemplo, mantener el mismo grosor  $d$  para las tres pantallas y modificar para cada banda del espectro la diferencia de índices, empleando en cada caso un NLC con una composición ligeramente diferente [7].

Los dispositivos de TNLC no sólo se pueden emplear como moduladores de intensidad, tal y como acabamos de describir, sino también como moduladores puros de fase, tal y como demostraron por primera vez Konforti *et al.* [15]. En este último caso, el frente de ondas que emerge del dispositivo tiene una intensidad uniforme pero posee una distribución de fase que depende del voltaje aplicado a cada celda. Para llegar a un régimen de modulación de fase basta con iluminar la celda con luz linealmente polarizada en una dirección paralela al director a la entrada del dispositivo y mantener el voltaje dentro de un determinado rango. Este rango está limitado por dos valores umbrales: *i*)  $V_{th}$ , que es el voltaje correspondiente a la transición de Freedericksz, en que se produce la deformación de la estructura molecular y *ii*)  $V_{opt}$ , el umbral óptico, por debajo del cual las moléculas se inclinan por acción del campo eléctrico pero sin que “se pierda” su estructura helicoidal. De acuerdo con esto, podemos distinguir tres regímenes en el funcionamiento de una celda de TNLC:

- 1)  $V < V_{th}$ , el campo eléctrico no es lo suficientemente intenso para que se deforme la estructura helicoidal, que permanece intacta como si  $V = 0$ .
- 2)  $V_{th} < V < V_{opt}$ , las moléculas tienden a alinearse con el campo pero mantienen su estructura helicoidal. En este régimen, el cambio de fase es atribuible a la variación de la birrefringencia efectiva de la celda, que decrece a medida que aumenta el voltaje a causa de la progresiva inclinación de las moléculas de cristal líquido. Si la celda se sitúa entre dos polarizadores cruzados, la intensidad, a diferencia de la fase, apenas varía, ya que, al mantenerse aproximadamente la estructura helicoidal, el cristal líquido se limita a girar  $90^\circ$  el plano de polarización de la luz

(siempre que la celda tenga un grosor lo suficientemente grande). Por último, si

- 3)  $V > V_{\text{opt}}$ , la luz ya no es guiada de forma efectiva por la celda de cristal líquido, por lo que en este régimen se produce una modulación conjunta de intensidad y fase.

## 2.4. Descripción matricial de las propiedades ópticas de una celda de TNLC en ausencia de campo externo

En general, las propiedades ópticas de una celda de TNLC sólo se pueden describir de forma analítica en unos pocos casos. Cuando la incidencia es oblicua o cuando existe un voltaje aplicado sobre la celda, el problema de encontrar la intensidad transmitida (o reflejada) por un TNLCD arbitrario debe resolverse numéricamente. Para llevar a cabo las simulaciones numéricas es corriente suponer el cristal líquido dividido en un gran número  $N$  de láminas birrefringentes, cada una de las cuales tiene su eje óptico ligeramente girado con respecto al de la anterior. De esta forma, la celda de TNLC, que es un medio inhomogéneo (puesto que su director molecular depende de la posición), se puede considerar compuesto por una sucesión de láminas de pequeño grosor, cada una de las cuales se puede aproximar por un medio homogéneo. En principio, es posible determinar la transmisión a través de una celda de TNLC por medio del método matricial introducido por Berreman a principios de los años 70 [16]. Dicho método emplea matrices de orden 4 y tiene en cuenta las múltiples refracciones y reflexiones de las ondas electromagnéticas en las interfaces de las láminas. A pesar de que las soluciones que proporciona el método de Berreman son exactas, su complejidad matemática ha propiciado la aparición de diversos métodos simplificados. Destacan, en particular, los intentos de generalizar o extender el método matricial de Jones, que emplea matrices  $2 \times 2$ , a la descripción de un TNLCD en incidencia oblicua (*método de Jones extendido*) [17, 18].

En esta sección describiremos la propagación de radiación electromagné-

tica a través de una celda de cristal líquido nemático de giro helicoidal mediante el cálculo de Jones convencional (por tanto, sólo consideraremos incidencia normal). Nos restringiremos al caso en el que no hay aplicada ninguna diferencia de potencial sobre la celda. Tal y como demostraron Yariv y Yeh en la Ref. [19], en tal situación es posible obtener una expresión analítica para la matriz de Jones del dispositivo. Para ello, supondremos que el cristal líquido nemático de giro helicoidal consiste en  $N$  láminas retardadoras idénticas pero con sus ejes neutros progresivamente girados. La matriz de Jones total del sistema se obtendrá multiplicando todas las matrices asociadas con estas láminas retardadoras de forma secuencial.

Sea un sistema de referencia  $(Oxy\zeta)$  como el que se muestra en la Fig. (2.4). El eje  $\zeta$  coincide con la dirección de propagación de la luz y los ejes  $x$  e  $y$  se hallan orientados de tal forma que el eje  $x$  es paralelo al director molecular a la entrada del dispositivo. En este estudio nos limitaremos al caso en que el giro del director molecular es lineal, es decir, el ángulo de giro  $\alpha$  viene descrito por la expresión

$$\alpha(\zeta) = c\zeta, \quad (2.4.1)$$

donde  $c$  es una constante. El giro total del director molecular es

$$\phi \equiv \alpha(d) = cd, \quad (2.4.2)$$

siendo  $d$  el grosor de la lámina.

Una lámina retardadora cuyo eje lento coincide con el eje  $x$  tiene asociada la matriz de Jones [19]<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> En este trabajo se seguirá la convención usada en la Ref. [19], según la cual una onda plana monocromática, de frecuencia angular  $\omega$ , amplitud  $A$  y número de ondas  $k$ , que se propaga a lo largo del eje  $\zeta$ , viene representada por la función  $\psi = A(t)\exp(-ik\zeta)$ , siendo  $A(t) = A\exp(i\omega t)$ .

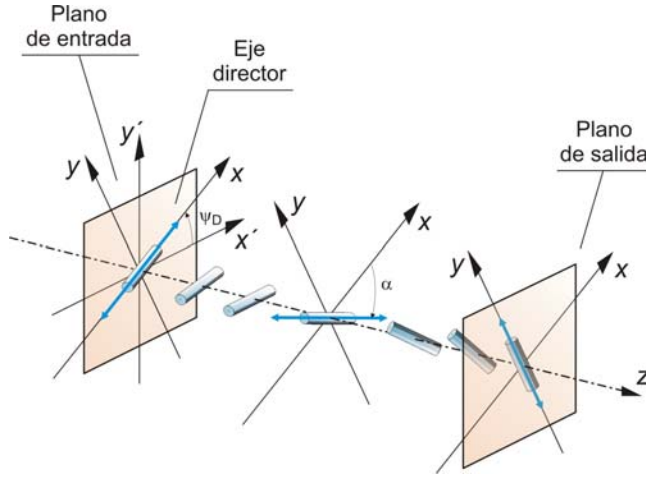


Figura (2.4): Esquema de los diferentes sistemas de referencia usados en la deducción de la matriz de Jones de una celda de TNLC en ausencia de campo externo.  $\alpha$  es el ángulo que, en cada plano de la celda, forman las moléculas con respecto al director molecular a la entrada del dispositivo y  $\Psi_D$  es el ángulo que indica la orientación de este eje director respecto a la dirección horizontal del sistema de referencia del laboratorio. En el dibujo se ha supuesto un giro molecular total de  $90^\circ$ .

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \exp(-in_s kd) & 0 \\ 0 & \exp(-in_f kd) \end{pmatrix}, \quad (2.4.3)$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$  y  $n_s$  y  $n_f$  son, respectivamente, los índices de refracción lento y rápido de la lámina para la longitud de onda  $\lambda$ . El retardo  $\Gamma$  que introduce ésta entre las componentes del campo según los ejes lento y rápido viene dado por la diferencia entre los exponentes de (2.4.3),  $\Gamma = (n_s - n_f)kd$ . Como los cristales nemáticos típicos son materiales uniaxiales positivos, el eje óptico (dirección en que vibra la onda extraordinaria y que coincide con el director molecular) es el eje lento [20]. Teniendo esto presente,

$$\Gamma = 2\beta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d, \quad (2.4.4)$$

donde  $n_o$  y  $n_e$  son respectivamente los índices ordinario y extraordinario del

medio. La magnitud  $\beta$  recibe el nombre de birrefringencia del cristal líquido<sup>4</sup>. La Ec. (2.4.3) se puede describir en términos de  $\beta$  y toma la siguiente forma

$$\mathbf{W} = \exp(-i\Phi) \begin{pmatrix} \exp(-i\beta) & 0 \\ 0 & \exp(i\beta) \end{pmatrix}, \quad (2.4.5)$$

donde  $\Phi$  es el cambio de fase absoluto,

$$\Phi = \frac{\pi}{\lambda}(n_e + n_o)d = \frac{2\pi}{\lambda}n_o d + \beta. \quad (2.4.6)$$

La Ec. (2.4.6) nos indica que el cambio de fase absoluto  $\Phi$  se puede escribir como la suma de la birrefringencia  $\beta$  y del término  $2\pi n_o d/\lambda$ , que no afecta a las propiedades de modulación de la pantalla, ya que no cambia de valor al aplicar un campo externo. Por este motivo, de aquí en adelante prescindiremos de él.

Supongamos la lámina de TNLC dividida en  $N$  láminas delgadas. Cada una de ellas introduce un retardo  $\Gamma/N$  y sus ejes neutros se hallan orientados, respectivamente, según los ángulos  $\rho, 2\rho, 3\rho, \dots, (N-1)\rho, N\rho$ , con  $\rho = \phi/N$ . La matriz de Jones total para estas  $N$  láminas viene dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{W}_N \mathbf{W}_{N-1} \cdots \mathbf{W}_2 \mathbf{W}_1 = \\ &= \mathbf{R}(-N\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(N\rho) \cdot \mathbf{R}[-(N-1)\rho] \mathbf{W}_0 \mathbf{R}[(N-1)\rho] \cdot \\ &\quad \dots \mathbf{R}(-2\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(2\rho) \cdot \mathbf{R}(-\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(\rho), \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

donde  $\mathbf{W}_m$  (con  $m = 1, \dots, N$ ) es la matriz de Jones de la lámina retardadora  $m$ -ésima,  $\mathbf{R}$  es la matriz de rotación en el plano,

---

<sup>4</sup> Aquí existe cierta confusión con la nomenclatura. La birrefringencia de un material anisótropo uniáxico se suele definir como una cantidad adimensional  $\Delta n$  igual a la diferencia entre sus índices extraordinario y ordinario (véase por ejemplo el Cap. 2 de la Ref. [28]). Sin embargo, numerosos autores, entre los que nos incluimos, utilizan la palabra birrefringencia para referirse al ángulo  $\beta$  tal y como se ha definido en la Ec. (2.4.4) (véanse Ref. [51-53] del Cap. 1).

$$\mathbf{R}(\bullet) = \begin{pmatrix} \cos(\bullet) & \sin(\bullet) \\ -\sin(\bullet) & \cos(\bullet) \end{pmatrix}, \quad (2.4.8)$$

y  $\mathbf{W}_0$  es la matriz correspondiente a una lámina retardadora con su eje lento en la dirección del eje  $x$ , y que introduce un retardo  $\Gamma/N$

$$\mathbf{W}_0 = \exp(-i\beta/N) \begin{pmatrix} \exp(-i\beta/N) & 0 \\ 0 & \exp(i\beta/N) \end{pmatrix}. \quad (2.4.9)$$

Teniendo en cuenta que  $\rho = \phi/N$  y de acuerdo con la propiedad de las matrices de rotación según la cual  $\mathbf{R}(\theta_1)\mathbf{R}(\theta_2) = \mathbf{R}(\theta_1 + \theta_2)$ , la matriz de Jones total se puede escribir como

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}(-\phi) \left[ \mathbf{W}_0 \mathbf{R}\left(\frac{\phi}{N}\right) \right]^N, \quad (2.4.10)$$

donde  $\phi$  es el giro total del director molecular. Usando las Ecs. (2.4.8-10), se llega a

$$\mathbf{M} = \exp(-i\beta) \mathbf{R}(-\phi) \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{N} \exp(-i\beta/N) & \sin \frac{\phi}{N} \exp(-i\beta/N) \\ -\sin \frac{\phi}{N} \exp(i\beta/N) & \cos \frac{\phi}{N} \exp(i\beta/N) \end{pmatrix}^N. \quad (2.4.11)$$

Esta ecuación puede ser simplificada mediante la identidad de Chebyshev [19]:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^m = \begin{pmatrix} \frac{A \sin mZ - \sin(m-1)Z}{\sin Z} & B \frac{\sin mZ}{\sin Z} \\ C \frac{\sin mZ}{\sin Z} & \frac{D \sin mZ - \sin(m-1)Z}{\sin Z} \end{pmatrix}, \quad (2.4.12)$$

con

$$Z = \cos^{-1} \left[ \frac{1}{2}(A + D) \right]. \quad (2.4.13)$$

En el límite cuando  $N \rightarrow \infty$ , se obtiene el siguiente resultado

$$\mathbf{M} = \exp(-i\beta)\mathbf{R}(-\phi) \begin{pmatrix} \cos \gamma - i\beta \frac{\sin \gamma}{\gamma} & \phi \frac{\sin \gamma}{\gamma} \\ -\phi \frac{\sin \gamma}{\gamma} & \cos \gamma + i\beta \frac{\sin \gamma}{\gamma} \end{pmatrix}, \quad (2.4.14)$$

donde

$$\gamma = \sqrt{\phi^2 + \beta^2}. \quad (2.4.15)$$

Tenemos, por tanto, una expresión para la matriz de Jones de una celda de cristal líquido nemático con estructura de hélice. Si  $\mathbf{E}_{in}$  es el estado de polarización de la luz que incide sobre una celda de TNLC, entonces el estado de polarización a la salida de la celda,  $\mathbf{E}_{out}$ , viene dado por

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{M} \mathbf{E}_{in}. \quad (2.4.16)$$

Siguiendo la nomenclatura introducida en la referencia [21], la matriz  $\mathbf{M}$  se puede describir como

$$\mathbf{M} = \exp(-i\beta)\mathbf{R}(-\phi) \begin{pmatrix} X - iY & Z \\ -Z & X + iY \end{pmatrix}, \quad (2.4.17)$$

donde

$$X = \cos \gamma, \quad (2.4.18)$$

$$Y = \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \sin \gamma \quad (2.4.19)$$

y

$$Z = \left( \frac{\phi}{\gamma} \right) \sin \gamma. \quad (2.4.20)$$

Nótese que

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = 1, \quad (2.4.21)$$

como corresponde al hecho de que la matriz de Jones que describe el comportamiento de una celda de TNLC es unitaria [22]. Es decir,

$$\mathbf{M} \mathbf{M}^\dagger = \mathbf{I}, \quad (2.4.22)$$

donde el símbolo  $\dagger$  denota la matriz hermítica, es decir, la matriz transpuesta conjugada, e  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad.

En los resultados precedentes, las matrices y los estados de polarización vienen expresados en el sistema de coordenadas  $(x, y)$ , en el que el eje  $x$  coincide con la dirección del eje óptico a la entrada de la celda. Si esta dirección no se conoce con exactitud, como ocurre en los dispositivos de TNLC comerciales, es conveniente determinar la matriz de Jones (2.4.17) en el sistema de referencia  $(x', y')$  del laboratorio, véase Fig. (2.4). Sea  $\Psi_D$  el ángulo que indica la orientación del director molecular en el plano de entrada de la celda con respecto al eje  $x'$ . La matriz de Jones,  $\mathbf{M}'$ , de la celda de TNLC con respecto al sistema de coordenadas del laboratorio viene dada por el producto matricial

$$\mathbf{M}' = \mathbf{R}(-\Psi_D) \mathbf{M} \mathbf{R}(\Psi_D). \quad (2.4.23)$$

Por cálculo directo se llega a la siguiente expresión para  $\mathbf{M}'$

$$\mathbf{M}' = \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} f - ig & b - ij \\ -b - ij & f + ig \end{pmatrix}, \quad (2.4.24)$$

con

$$f = Z \sin \phi + X \cos \phi, \quad (2.4.25)$$

$$b = Z \cos \phi - X \sin \phi, \quad (2.4.26)$$



$$g = Y \cos(\phi + 2\Psi_D) \quad (2.4.27)$$

y

$$j = Y \sin(\phi + 2\Psi_D). \quad (2.4.28)$$

La matriz  $\mathbf{M}$ , Ec. (2.4.17), puede ser notablemente simplificada si se supone que la birrefringencia del material es mucho mayor que el ángulo de giro, esto es  $\beta \gg \phi$ . Entonces  $\gamma \cong \beta$  y  $\mathbf{M}$  puede aproximarse por

$$\mathbf{M}(\beta \gg \phi) \cong \exp(-i\beta)R(-\phi) \begin{pmatrix} \exp(-i\beta) & 0 \\ 0 & \exp(i\beta) \end{pmatrix}. \quad (2.4.29)$$

Esta situación especial recibe el nombre de *aproximación adiabática* y generalmente es cierta cuando se consideran capas de cristal líquido relativamente gruesas (del orden de 25  $\mu\text{m}$ ) [21]. La aproximación adiabática es equivalente a la condición de Mauguin mencionada en la Sec. (2.3), por lo que conduce a un modo "guiador" de la luz. Para comprobar esto, consideremos un haz de luz incidente linealmente polarizado en una dirección paralela al director molecular a la entrada de la celda de TNLC. En el sistema de referencia  $(x, y)$  de la Fig. (2.4), el estado de polarización incidente viene dado por el vector de Jones

$$\mathbf{E}_{in} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.4.30)$$

Para el caso particular en que  $\phi = 90^\circ$  (una de las configuraciones típicas de los dispositivos de cristal líquido), la Ec. (2.4.29) toma la forma

$$\mathbf{M}\left(\phi = \frac{\pi}{2}\right) \cong \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} 0 & -\exp(i\beta) \\ \exp(-i\beta) & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.4.31)$$

De acuerdo con la Ec. (2.4.16), el vector de Jones  $\mathbf{E}_{out}$  a la salida de la celda de TNLC resulta ser

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{M} \left( \phi = \frac{\pi}{2} \right) \mathbf{E}_{in} = \begin{pmatrix} 0 \\ \exp(-i2\beta) \end{pmatrix}, \quad (2.4.32)$$

que corresponde a un estado de polarización lineal perpendicular al director molecular a la entrada del dispositivo. El efecto del cristal ha sido, por tanto, el de girar el plano de polarización de la luz  $90^\circ$ . Fuera de la aproximación adiabática, sólo es posible alcanzar este comportamiento guiador para ciertos valores del parámetro  $\gamma$ . Así, es inmediato comprobar a partir de la Ec. (2.4.17) que la matriz  $\mathbf{M}$  se convierte en un matriz de rotación con un ángulo de giro de magnitud  $\phi$  cuando  $\gamma = n\pi$ , siendo  $n$  un número natural. Esta condición es enteramente equivalente a dada por la Ec. (2.3.3), como puede demostrarse a partir de las definiciones de  $\gamma$  y del parámetro de Mauguin  $u$ , Ecs. (2.4.15) y (2.3.2). En todos los demás casos, la celda de TNLC no sólo gira el plano de polarización del haz incidente, sino que además altera su elipticidad. Por tanto, la luz a la salida de una celda de TNLC se halla, en general, polarizada elípticamente [8].

## 2.5. Respuesta de una celda de TNLC a la aplicación de un campo externo

Hasta ahora se han estudiado las propiedades ópticas de una celda de TNLC suponiendo que sobre ella no hay aplicado ningún voltaje (*field-off state*). Sin embargo las propiedades moduladoras de los TNLCD emanan precisamente de su comportamiento físico cuando se hallan sometidos a la acción de un campo eléctrico externo. Dado que el grosor típico de una celda de cristal líquido no supera las decenas de micras, cuando se aplica un pequeño voltaje sobre sus electrodos, se genera un intenso campo eléctrico perpendicular a las superficies que limitan la celda. Una modesta diferencia de potencial de 1.5V puede originar un campo eléctrico de entre 1.5 y 3 kV/cm de magnitud [6]. Una vez se ha establecido un voltaje sobre el cristal líquido, las moléculas que constituyen el material se ven obligadas a orientarse en la dirección del campo. Esta reorientación, sin embargo, no puede afectar por igual a todas las moléculas

las del cristal, pues las situadas en los bordes de la celda deben permanecer paralelas a las microrugosidades que sirven para fijar las condiciones de contorno que originan la estructura helicoidal. Además, en los cristales líquidos existe una “inercia elástica” (momento restaurador) que trata de oponerse a la distorsión producida por el campo externo. Por lo tanto, la aplicación de una diferencia de potencial conduce a una redistribución compleja del director molecular en la celda de TNLC. Para determinar la nueva redistribución del director molecular se ha de considerar, en primer lugar, el momento restaurador que surge al perturbar el sistema en equilibrio y que depende de las constantes elásticas del material (constantes de Oseen-Frank). Junto a este efecto, se ha de tener en cuenta el momento originado por el campo eléctrico, que depende de las constantes eléctricas del LC. Finalmente, se ha de incluir al menos otro parámetro en el análisis, el coeficiente de viscosidad rotacional, que mide la resistencia de las moléculas a efectuar un movimiento de rotación. La descripción de las ecuaciones que gobiernan el balance de todas esas fuerzas (ecuaciones de Oseen-Frank y Erickson-Leslie) [3, 23-25] excede con mucho los objetivos que persigue este trabajo. Nos limitaremos aquí a comentar someramente los resultados más significativos [6, 26].

En primer lugar, la redistribución del director en una celda de TNLC requiere un *voltaje umbral*,  $V_{th}$ , que depende de las constantes elásticas del cristal líquido, de su anisotropía dieléctrica y del ángulo de giro  $\phi$  de las moléculas. Si el voltaje aplicado es menor que este voltaje umbral, las moléculas del cristal permanecen en equilibrio, tal y como se muestra en la Fig. (2.5a). Para la mayoría de materiales usados en los dispositivos de TNLC, este voltaje umbral es del orden del voltio.

La orientación del director molecular cuando hay aplicado un campo eléctrico se puede describir mediante dos ángulos: el ángulo de giro  $\alpha$  (*twist angle*) y el ángulo de inclinación  $\theta$  (*tilt angle*), véase Fig. (2.5). Ambas magnitudes angulares dependen de la coordenada  $z$  y de la magnitud del campo externo aplicado. Fijado éste, para determinar la distribución del director molecular cuando se ha alcanzado el estado de equilibrio es necesario especificar la varia-

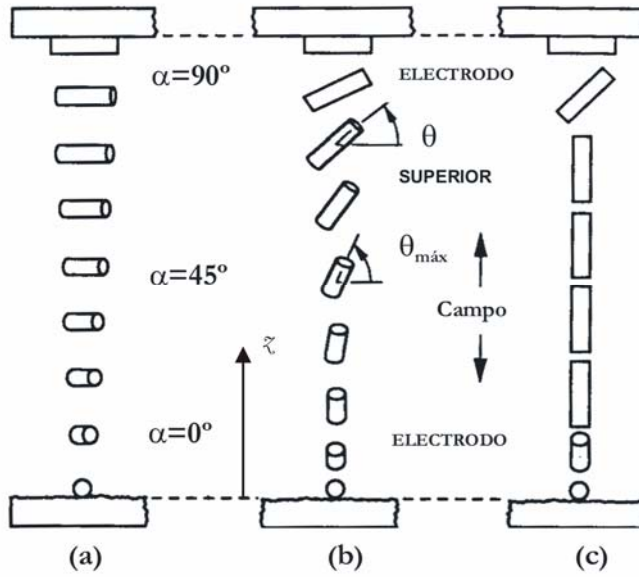


Figura (2.5): Orientación molecular en una celda típica de TNLC ( $\phi = 90^\circ$ ) en tres situaciones: a) en ausencia de campo, b) cuando se aplica un voltaje aproximadamente igual al doble del voltaje umbral y c) cuando se establece un campo eléctrico muy intenso entre los bordes de la celda [16].

ción de  $\theta$  y  $\alpha$  a lo largo de la celda. Esto, como ya se dijo, se puede llevar a cabo de forma rigurosa por medio de la teoría viscoelástica de Oseen-Frank [3, 23]. No obstante, las funciones  $\theta(z)$  y  $\alpha(z)$  no admiten, en general, expresiones analíticas, por lo que es necesario recurrir a procedimientos numéricos [26].

La Fig. (2.6) muestra la distribución de  $\theta$  y  $\alpha$  obtenida en la Ref. [6] para el caso de una celda de TNLC típica con  $\phi = 90^\circ$  (para otros valores del giro molecular se obtienen curvas similares, véase, por ejemplo, [27]). Claramente se aprecia una simetría en la distribución del director molecular que se puede expresar mediante las ecuaciones

$$\theta(z) = \theta(d - z) \quad (2.5.1)$$

y

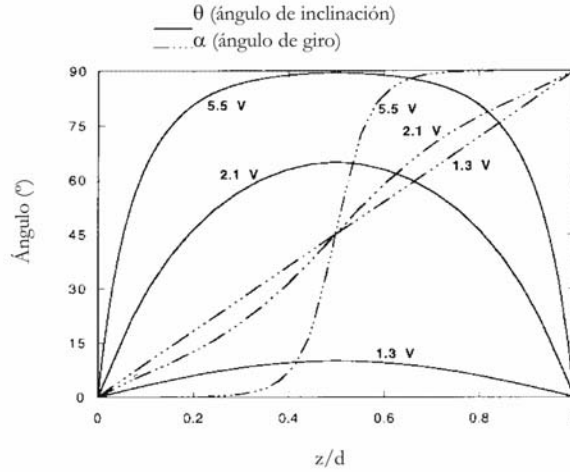


Figura (2.6): Distribución del director molecular de una celda de TNLC típica para diferentes voltajes aplicados. El voltaje umbral está entorno a los 1.275 V.

$$\alpha(z) + \alpha(d - z) = \frac{\pi}{2}. \quad (2.5.2)$$

Obsérvese que el ángulo de inclinación  $\theta$  de las moléculas que se encuentran próximas a las superficies que delimitan la celda es nulo, debido a la fuerte interacción entre estas moléculas y dichas superficies, que imposibilita su reorientación. Para valores pequeños del voltaje,  $\theta(z)$  recuerda una función sinusoidal, que se va volviendo más “cuadrada” a medida que aumenta la intensidad del campo aplicado. Debido a que este ángulo es simétrico respecto al centro de la celda, es máximo en este lugar. El ángulo de inclinación de la capa central crece monótonamente con la diferencia de potencial aplicada y se aproxima asintóticamente a  $90^\circ$  para valores altos del voltaje. El ángulo de giro  $\alpha$ , por su parte, permanece, como ya se dijo, relativamente uniforme cuando la diferencia de potencial está justo por encima del valor umbral,  $V_{th}$ . Cuando el voltaje crece y la inclinación de la capa central de la celda se acerca a  $90^\circ$ , el ángulo de giro se asemeja a una función escalón, mostrando una transición abrupta de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , valores ambos correspondientes al ángulo de giro de las moléculas que se hallan ancladas en los dos bordes de la celda. Por último, consideremos el caso

particular en que el ángulo de inclinación es pequeño, lo que corresponde a diferencias de potencial iguales al voltaje umbral más una pequeña fracción de éste. Esta es la única situación en que  $\theta(z)$  y  $\alpha(z)$  poseen expresiones analíticas, siendo éstas

$$\theta(V, z) = A(V) \sin\left(\frac{\pi z}{d}\right) \quad (2.5.3)$$

y

$$\alpha(z) = \frac{\phi z}{d}, \quad (2.5.4)$$

donde  $d$  es el grosor y  $A(V) \leq \pi/2$ . Es decir, el ángulo de inclinación presenta una dependencia sinusoidal con  $z$  de amplitud  $A$  y el ángulo de giro sigue mostrando una dependencia lineal con  $z$  Ec. (2.4.1). Konforti *et al.* fueron los primeros en darse cuenta de que en esta situación es posible una modulación pura de fase, ya que, a pesar del voltaje aplicado, se mantiene la estructura helicoidal [15].

Una vez se ha determinado la orientación molecular tras la aplicación de un campo eléctrico, es posible realizar una descripción matricial de las propiedades ópticas de la celda de TNLC. Para ello se puede seguir un procedimiento similar al presentado en la sección anterior. Como allí, suponemos la celda dividida en un gran número  $N$  de láminas retardadoras de igual grosor. Restringiéndonos al caso de incidencia normal y haciendo uso del cálculo de Jones convencional, la matriz del dispositivo se puede obtener como el producto de las  $N$  matrices de Jones correspondientes a las láminas retardadoras en que se ha dividido el medio. Cuando no hay aplicado un voltaje sobre la celda, todas las láminas introducen el mismo retardo ( $\beta/N$ ) y el eje óptico de cada lámina está girado con respecto al de la anterior la misma fracción del giro molecular total ( $\phi/N$ ). Precisamente esto es lo que hace posible (mediante la identidad de Chebyshev) la obtención de una solución analítica en ausencia de campo externo. Cuando se aplica un campo eléctrico sobre el cristal líquido, las hipótesis

que conducen a esa solución analítica dejan de ser válidas. Por un lado, cada una de las  $N$  láminas retardadoras introduce un retardo  $2\pi(n_e - n_o)d / \lambda N$  distinto, pues el índice de refracción extraordinario depende ahora del ángulo de inclinación molecular de acuerdo con la ecuación [28]

$$\frac{1}{n_e^2(V, \zeta)} = \frac{\cos^2 \theta(V, \zeta)}{n_e^2} + \frac{\sin^2 \theta(V, \zeta)}{n_o^2}, \quad (2.5.5)$$

donde  $n_o$  es el índice de refracción ordinario,  $n_e$  el índice de refracción extraordinario en ausencia de campo externo y  $V$ , el voltaje aplicado. Por otro lado, la orientación del eje óptico de cada lámina depende del valor del giro molecular  $\alpha(V, \zeta)$ , y éste, como se ha discutido anteriormente, pierde su naturaleza lineal a medida que aumenta el campo externo. Por tanto, el producto matricial necesario para el cálculo de la matriz de Jones de la celda de TNLC se ha de llevar a cabo numéricamente, una vez se han determinado (también por procedimientos numéricos) las funciones  $\theta(V, \zeta)$  y  $\alpha(V, \zeta)$ . La realización exacta de estos cálculos implica, como condición *sine qua non*, el conocimiento de un amplio conjunto de parámetros físicos (tales como las constantes eléctricas y dieléctricas del cristal líquido, el grosor de la celda, etc.).

En el caso de un TNLCD comercial, la información acerca de las constantes físicas empleadas en el diseño de las celdas de cristal líquido suele ser escasa o nula. Una forma de abordar la caracterización de estos dispositivos es desarrollando algún modelo que describa aproximadamente el comportamiento del cristal cuando se somete a un campo externo. El más simple de ellos consiste en suponer que la aplicación de una diferencia de potencial sobre una celda de TNLC implica únicamente un cambio en el valor de la birrefringencia  $\beta$  del material. Si se considera que el campo eléctrico no altera la alineación helicoidal del cristal y que todas las moléculas de éste se hallan inclinadas un mismo ángulo, entonces la matriz de Jones de la celda admite la expresión analítica dada por las Ecs. (2.4.14-15) [29]. Nótese que esta aproximación ignora los efectos que se producen en los bordes de la celda, donde las moléculas interactúan fuertemente con las capas de alineación que sirven para imponer las

condiciones de contorno que conducen a la estructura de tipo TN. Debido a dicha interacción, tales moléculas no pueden cambiar de orientación de igual forma que las que se encuentran situadas en la parte central de la celda. En los TNLCD comerciales, cuyo grosor ha ido disminuyendo progresivamente, estos efectos de borde no se pueden despreciar. Por este motivo, algunos autores han propuesto modelos que presentan una descripción más realista de la redistribución molecular. Para ello, consideran la celda de cristal líquido dividida en tres regiones: una central, que exhibe una inclinación molecular homogénea y que mantiene la estructura helicoidal, y dos capas limítrofes (similares entre sí), formadas por moléculas ancladas a las paredes de la celda y que se comportan como láminas de retardo [30, 31]. En la presente memoria se desarrolla un procedimiento experimental que permite caracterizar las propiedades de modulación de una pantalla de cristal líquido arbitraria sin necesidad de recurrir a ningún modelo microscópico [32]. A tal propósito dedicaremos el capítulo siguiente.



## Referencias

- [1] H. Kawamoto, "The History of Liquid-Crystal Displays," *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, pp. 460, 2002.
- [2] M. G. Friedel, "The Mesomorphic states of matter," *Annales de Physique*, vol. 18, pp. 162-174, 1922.
- [3] C. W. Oseen, "The Theory of Liquid Crystals," *Transactions of Faraday Society*, vol. 29, pp. 883-899, 1933.
- [4] B. Levin and N. Levin, "Improvements in or relating to Light Valves." British Patent 441, 274, 1936.
- [5] G. H. Heilmeier and L. A. Zanoni, "Guest-Host Interactions in Nematic Liquid Crystals . A New Electro-Optic Effect," *Applied Physics Letters*, vol. 13, pp. 91-92, 1968.
- [6] P. Yeh and C. Gu, *Optics of Liquid Crystal Displays*, 1st ed. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- [7] S. T. Wu and D. K. Yang, *Reflective Liquid Crystal Displays*, 1st ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.
- [8] C. H. Gooch and H. A. Tarry, "Optical-Properties of Twisted Nematic Liquid-Crystal Structures with Twist Angles Less Than 90 Degrees," *Journal of Physics D-Applied Physics*, vol. 8, pp. 1575-1584, 1975.
- [9] M. Schadt and W. Helfrich, "Voltage-Dependent Optical Activity of a Twisted Nematic Liquid Crystal," *Applied Physics Letters*, vol. 18, pp. 127-128, 1971.
- [10] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1996.
- [11] H. K. Liu and T. H. Chao, "Liquid-Crystal Television Spatial Light Modulators," *Applied Optics*, vol. 28, pp. 4772-4780, 1989.
- [12] R. C. Jones, "A New Calculus for the Treatment of Optical Systems. VII. Properties of the N-Matrices," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 38, pp. 671-685, 1948.

- [13] R. M. A. Azzam, B. E. Merrill, and N. M. Bashara, "Trajectories Describing the Evolution of Polarized Light in Homogeneous Anisotropic Media and Liquid Crystals," *Applied Optics*, vol. 12, pp. 764-771, 1973.
- [14] H. L. Ong, "Origin and characteristics of the optical properties of general twisted nematic liquid-crystal displays," *Journal of Applied Physics*, vol. 64, pp. 614-628, 1988.
- [15] N. Konforti, E. Marom, and S. T. Wu, "Phase-Only Modulation with Twisted Nematic Liquid-Crystal Spatial Light Modulators," *Optics Letters*, vol. 13, pp. 251-253, 1988.
- [16] D. W. Berreman, "Optics in Smoothly Varying Anisotropic Planar Structures - Application to Liquid-Crystal Twist Cells," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 63, pp. 1374-1380, 1973.
- [17] P. Yeh, "Extended Jones Matrix-Method," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 72, pp. 507-513, 1982.
- [18] A. Lien, "Extended Jones Matrix Representation for the Twisted Nematic Liquid-Crystal Display at Oblique-Incidence," *Applied Physics Letters*, vol. 57, pp. 2767-2769, 1990.
- [19] A. Yariv and P. Yeh, *Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation*, 2nd ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.
- [20] M. Bass, "Handbook of Optics," vol. II: Mc Graw Hill, 1995.
- [21] J. L. D. delaTocnaye and L. Dupont, "Complex amplitude modulation by use of liquid-crystal spatial light modulators," *Applied Optics*, vol. 36, pp. 1730-1741, 1997.
- [22] R. C. Jones, "A New Calculus for the Treatment of Optical Systems I. Description and Discussion of the Calculus," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 31, pp. 488-493, 1941.
- [23] F. C. Frank, "On the Theory of Liquid Crystals," *Discussions of the Faraday Society*, pp. 19-28, 1958.
- [24] J. L. Ericksen, "Conservation Laws for Liquid Crystals," *Transactions of the Society of Rheology*, vol. 5, pp. 23-34, 1961.
- [25] F. M. Leslie, "Some Constitutive Equations for Liquid Crystals," *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol. 28, pp. 265-283, 1968.

- [26] D. W. Berreman, "Dynamics of Liquid-Crystal Twist Cells," *Applied Physics Letters*, vol. 25, pp. 12-15, 1974.
- [27] D. B. Taber, J. A. Davis, L. A. Holloway, and O. Almagor, "Optically Controlled Fabry-Perot-Interferometer Using a Liquid-Crystal Light Valve," *Applied Optics*, vol. 29, pp. 2623-2631, 1990.
- [28] S. Huard, *Polarization of Light*. Chichester: John Wiley & Sons, 1997.
- [29] K. H. Lu and B. E. A. Saleh, "Theory and Design of the Liquid-Crystal TV as an Optical Spatial Phase Modulator," *Optical Engineering*, vol. 29, pp. 240-246, 1990.
- [30] J. A. Coy, M. Zaldarriaga, D. F. Grosz, and O. E. Martinez, "Characterization of a liquid crystal television as a programmable spatial light modulator," *Optical Engineering*, vol. 35, pp. 15-19, 1996.
- [31] A. Marquez, J. Campos, M. J. Yzuel, I. Moreno, J. A. Davis, C. Iemmi, A. Moreno, and A. Robert, "Characterization of edge effects in twisted nematic liquid crystal displays," *Optical Engineering*, vol. 39, pp. 3301-3307, 2000.
- [32] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and Z. Jaroszewicz, "Equivalent retarder-rotator approach to on-state twisted nematic liquid crystal displays," *Journal of Applied Physics*, vol. 99, pp. 113101-6, 2006.

# Capítulo 3

## Caracterización de un dispositivo de cristal líquido nemático con estructura de hélice

Tal y como se ha mostrado en el Capítulo 2, las propiedades de modulación de los TNLCD surgen como consecuencia de la redistribución molecular que se produce en las celdas de cristal líquido cuando sobre ellas se establece una diferencia de potencial. En tal situación, no existe una forma analítica de expresar la dependencia con el voltaje aplicado de los elementos de la matriz de Jones del dispositivo. Es necesario, por tanto, desarrollar un procedimiento empírico para llevar a cabo la caracterización experimental del TNLCD. Una forma de abordar este problema consiste en aprovechar la equivalencia óptica que existe entre una celda de cristal líquido y un sistema formado por un retardador lineal seguido de un rotor [1]. Tomando como esquema teórico esta equivalencia, es posible predecir de forma intuitiva el efecto de un TNLCD sobre un estado de polarización arbitrario utilizando la representación geométrica en la esfera de Poincaré. Para ello, se han de determinar experimentalmente las curvas de calibración del dispositivo, esto es, el valor de los parámetros que definen la secuencia retardador-rotor para cada voltaje aplicado [2].

En este capítulo se realiza la calibración completa de un TNLCD comercial de pequeño formato, como los que habitualmente se utilizan en los sistemas de videoproyección. Dicha calibración implica, en primer lugar, la determinación unívoca de algunos parámetros físicos de las celdas de cristal líquido, como son el giro molecular, la birrefringencia o la orientación del director molecular a la entrada del dispositivo. Para ello se emplea el método de Soutar y

Lu [3], que por tratarse de un procedimiento estadístico proporciona soluciones numéricas muy precisas. Éstas, sin embargo, se hallan sujetas a ciertas ambigüedades matemáticas [3-5], lo que requiere la utilización de técnicas adicionales que las eliminen [6, 7]. En este capítulo se muestra que el método retardador-rotor permite, por un lado, dilucidar el origen físico de dichas ambigüedades, y por otro, sugiere posibles procedimientos para resolverlas [8].

El siguiente paso para completar la calibración del TNLCD implica la extensión del modelo retardador-rotor a una celda sobre la que se ha aplicado un campo eléctrico externo. Para ello es necesario, tal y como se ha dicho antes, determinar los parámetros del sistema equivalente en función del voltaje aplicado. Puesto que un TNLCD es un dispositivo que esencialmente produce una modulación del estado de polarización, la utilización de una técnica basada en algún tipo de sistema polarimétrico estándar debe conducir a la medida de los parámetros del sistema equivalente. En particular, los valores de éstos se pueden obtener a partir de los parámetros de Stokes del haz que emerge de un TNLCD iluminado con luz circularmente polarizada [2]. Esta elección del estado de polarización incidente se puede justificar fácilmente con la ayuda de la esfera de Poincaré.

El capítulo está estructurado de la forma que a continuación se detalla. En la Sec. (3.1) se enuncia y demuestra el teorema de equivalencia en que se sustenta el modelo retardador-rotor y que es aplicable a cualquier dispositivo de polarización no absorbente. En la siguiente sección, dicha equivalencia se particulariza para el caso de una celda de TNLC. Esto permite, tal y como se muestra en la Sec. (3.3), interpretar de forma geométrica la acción de un TNLCD sobre un estado de polarización incidente con la ayuda de la esfera de Poincaré. En la Sec. (3.4) se determinan los parámetros de fabricación de las celdas del dispositivo empleando el método de Soutar y Lu. Las ambigüedades matemáticas a las que dicho método se halla sujeto se resuelven con un análisis del estado de polarización de la luz que emerge del TNLCD. Finalmente, en la Sec. (3.5) se describe el procedimiento experimental para determinar los parámetros del sistema equivalente y se presentan las correspondientes curvas de

calibración.

### 3.1. Teorema de equivalencia

Sea  $\mathbf{M}$  la matriz de Jones que describe el comportamiento óptico de un elemento de polarización<sup>1</sup>. Como cualquier matriz cuadrada cuyos elementos son números complejos,  $\mathbf{M}$  se puede escribir como [9, 10]

$$\mathbf{M} = \mathbf{H}\mathbf{U}, \quad (3.1.1)$$

donde  $\mathbf{H}$  es una matriz hermítica y  $\mathbf{U}$  es una matriz unitaria (es decir,  $\mathbf{H}^\dagger = \mathbf{H}$  y  $\mathbf{U}^\dagger = \mathbf{U}^{-1}$ ). La ecuación (3.1.1) recibe el nombre de descomposición polar de  $\mathbf{M}$ , puesto que  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{U}$  constituyen la analogía matricial de los factores  $r$  y  $\exp(i\theta)$  presentes en la representación polar de un número complejo  $z$ . Esta analogía, sin embargo, es sólo aproximada, pues los factores matriciales, a diferencia de los escalares, no conmutan. Así, si escribimos la descomposición polar de  $\mathbf{M}$  como  $\mathbf{M} = \mathbf{U}'\mathbf{H}'$  y hacemos  $\mathbf{U}' = \mathbf{U}$ , entonces  $\mathbf{H}' = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{U}$ . Nótese que, en general,  $\mathbf{H}'$  es diferente de  $\mathbf{H}$ .

El concepto de descomposición polar de una matriz, utilizado con frecuencia en álgebra lineal, adquiere realmente importancia en el ámbito de la teoría de la polarización cuando las matrices  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{U}$  se asocian con sistemas polarizadores reales. Para ello resulta de gran utilidad el formalismo matemático de los valores y vectores propios de un operador lineal [11]. Así, la matriz

---

<sup>1</sup> Un elemento de polarización es un elemento óptico que produce un cambio específico en el estado de polarización de la luz que incide sobre él. Tal es el caso, por ejemplo, de los dispositivos empleados habitualmente en elipsometría [13]. En general, cuando la polarización es la propiedad fundamental de la luz que se ve alterada al atravesar una serie de elementos ópticos, se dice que éstos constituyen un sistema óptico de polarización. Los elementos básicos de estos sistemas son las láminas retardadoras, los rotadores y los polarizadores, de igual forma que las lentes o los filtros espaciales son los elementos esenciales de un sistema formador de imágenes. En la presente memoria consideraremos sólo elementos que no despolarizan y que pueden ser descritos por una matriz de Jones.

unitaria  $\mathbf{U}$  tiene asociada dos vectores propios,  $\mathbf{u}_+$  y  $\mathbf{u}_-$ , cuyos valores propios son factores puros de fase,  $\lambda_+ = \exp(i\varphi/2)$  y  $\lambda_- = \exp(-i\varphi/2)$ . Por tanto,  $\mathbf{U}$  representa la matriz de Jones de un dispositivo no absorbente que introduce una diferencia de fase  $\varphi$  entre los estados de polarización (en general elípticos)  $\mathbf{u}_+$  y  $\mathbf{u}_-$ . Por su parte, la matriz hermítica  $\mathbf{H}$  tiene asociados dos estados propios  $\mathbf{h}_+$  y  $\mathbf{h}_-$ , cuyos valores propios  $\mu_+$  y  $\mu_-$  son reales y positivos. Físicamente,  $\mathbf{H}$  es la matriz de un dispositivo que atenúa (de forma selectiva) la luz que incide sobre él, siendo  $\mathbf{h}_+$  y  $\mathbf{h}_-$  los dos estados de mínima y máxima absorción, respectivamente. En el caso de que  $\mathbf{H}$  sea una matriz singular, esto es,  $\det(\mathbf{H})=0$ , el dispositivo que tiene asociado absorbe toda la luz que incide sobre él en el estado  $\mathbf{h}_-$ , siendo, en cambio, completamente transparente cuando la radiación se halla en el estado  $\mathbf{h}_+$ . De todo lo dicho, se deduce, por tanto, que cualquier matriz de Jones  $\mathbf{M}$  se puede considerar la asociación de dos sistemas de polarización, uno de carácter puramente *retardador*, representado por la matriz  $\mathbf{U}$ , y el otro de carácter puramente *polarizante*, representado por la matriz  $\mathbf{H}$ .

Una vez se ha realizado la descomposición polar de la matriz  $\mathbf{M}$ , conviene reconocer las matrices  $\mathbf{U}$  y  $\mathbf{H}$  como combinaciones simples de los elementos ópticos que habitualmente se emplean en el laboratorio, esto es, polarizadores lineales, láminas retardadoras y rotores. Los primeros en llevar a cabo esta tarea fueron Hurwitz y Jones, quienes enunciaron tres teoremas de equivalencia para simplificar el tratamiento de sistemas complejos formados por una cantidad arbitraria de retardadores, rotores y polarizadores [1]. Posteriormente otros autores han ampliado el número de combinaciones posibles en que se puede descomponer un sistema polarizador arbitrario [9, 12]. Para la finalidad de la presente memoria, basta con enunciar el siguiente teorema, que hace referencia a un sistema puramente retardador [9]:

**Teorema:** Cualquier sistema óptico representado por una matriz unitaria  $\mathbf{U}$  es equivalente a un sistema formado únicamente por una lámina retardadora y un rotor.

**Demostración:**<sup>2</sup> Empecemos por realizar algunas consideraciones previas. Supongamos un elemento de polarización representado por la matriz de Jones unitaria  $\mathbf{U}$ . Matemáticamente dicha matriz pertenece al grupo unimodular unitario  $SU(2)$  y, como tal, puede escribirse en la forma general [11]

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{pmatrix}, \quad (3.1.1)$$

con  $a^*a + b^*b = 1$ . En la Ec. (3.1.1)  $a$  y  $b$  son cantidades complejas (*parámetros de Cayley-Klein*) y el símbolo  $*$  denota la operación de tomar el número complejo conjugado. Aún cuando no es evidente, una forma general alternativa para la matriz  $\mathbf{U}$  es [11],

$$\mathbf{U}(\xi, \zeta, \eta) = \begin{pmatrix} \exp(-i\xi) \cos \eta & \exp(i\zeta) \sin \eta \\ -\exp(-i\zeta) \sin \eta & \exp(i\xi) \cos \eta \end{pmatrix}, \quad (3.1.2)$$

donde  $\xi, \zeta, \eta$  son cantidades reales<sup>3</sup>. Dada una matriz  $\mathbf{U}$  arbitraria, es fácil comprobar que los valores de  $\xi, \zeta, \eta$  pueden encontrarse a partir de los parámetros  $a$  y  $b$  por medio de las relaciones

$$\begin{aligned} \exp(2i\xi) &= \frac{a^*}{a}, & \sin \eta &= \exp(-i\zeta) b, \\ \exp(2i\zeta) &= \frac{b}{b^*}, & \cos \eta &= \exp(-i\xi) a^*. \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

---

<sup>2</sup> La demostración que presentamos en esta memoria es muy similar a la realizada por Hurwitz y Jones en la Ref. [1]. La principal diferencia entre ambas es que aquí se emplea la descomposición de los elementos de  $SU(2)$  en la base de las matrices de Pauli. Esto permite aprovechar las propiedades de estas matrices para simplificar los cálculos.

<sup>3</sup> La introducción de los parámetros  $\xi, \zeta, \eta$  puede parecer un tanto arbitraria. Sin embargo, estas cantidades adquieren un significado claro cuando se estudia el homomorfismo existente entre  $SU(2)$  y el grupo de matrices ortogonales  $O_3^+$ , que describe las rotaciones en el espacio. En ese contexto, es fácil comprobar que los parámetros  $\xi, \zeta, \eta$  están directamente relacionados con los ángulos de Euler, véase Ref. [11].



No obstante, nótese que, dado el carácter trigonométrico de las Ecs. (3.1.3), la determinación de  $\xi$ ,  $\zeta$ ,  $\eta$  no es única.

Consideremos ahora una lámina retardadora cuyo eje lento forma un ángulo  $\theta$  con el eje  $x$  de un sistema de referencia arbitrario y que introduce una fase relativa  $2\delta$  entre sus estados propios lento y rápido. Su matriz de Jones  $\mathbf{WP}(2\delta, \theta)$  viene dada por [13]

$$\begin{aligned} \mathbf{WP}(2\delta, \theta) &= \\ &= \begin{pmatrix} \cos \delta - i \cos(2\theta) \sin \delta & -i \sin \delta \sin(2\theta) \\ -i \sin \delta \sin(2\theta) & \cos \delta + i \cos(2\theta) \sin \delta \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Por su parte, un rotor puro que gira el plano de polarización un ángulo  $\omega$  viene descrito por la matriz de rotación en el plano  $\mathbf{R}(\omega)$ , [13]

$$\mathbf{R}(\omega) = \begin{pmatrix} \cos \omega & \sin \omega \\ -\sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix}. \quad (3.1.5)$$

Por tanto, la matriz de Jones  $\mathbf{V}(2\delta, \theta, \omega)$  correspondiente a la asociación de un retardador y un rotor se puede obtener como

$$\mathbf{V}(2\delta, \theta, \omega) = \mathbf{R}(\omega) \mathbf{WP}(2\delta, \theta). \quad (3.1.6)$$

Obsérvese que la forma concreta de  $\mathbf{V}$  es distinta según el orden en que se dispongan el retardador y el rotor, dado que el producto de matrices no es conmutativo. De acuerdo con la Ec. (3.1.6), aquí se considera siempre la secuencia retardador-rotor, aunque la contraria también es posible e igualmente válida.

Hechas estas consideraciones preliminares, pasemos a demostrar el teorema. Para ello, hemos de probar que siempre es posible factorizar la matriz  $\mathbf{U}$  como el producto de dos matrices, una correspondiente a un retardador lineal y otra correspondiente a un rotor. De acuerdo con las Ecs. (3.1.2) y (3.1.6), eso significa que para cualquier conjunto de valores de los parámetros  $\xi$ ,  $\zeta$  y  $\eta$  siempre es posible elegir  $\delta$ ,  $\theta$  y  $\omega$  de forma que  $\mathbf{U} = \mathbf{V}$ . Para establecer la

igualdad entre las matrices  $\mathbf{U}$  y  $\mathbf{V}$  vamos a emplear la descomposición de los elementos del grupo  $SU(2)$  en la base de las matrices de Pauli.

Sea  $\mathbf{M} \in SU(2)$ . En tal caso, se puede escribir como [14]

$$\mathbf{M} = e_0 \mathbf{I} + i(e_1 \boldsymbol{\sigma}_1 + e_2 \boldsymbol{\sigma}_2 + e_3 \boldsymbol{\sigma}_3), \quad (3.1.7)$$

donde  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad,  $\{\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2, \boldsymbol{\sigma}_3\}$  son las matrices de Pauli,

$$\boldsymbol{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.1.8)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.1.9)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.1.10)$$

y  $\{e_1, e_2, e_3\}$  son tres cantidades reales conocidas como *parámetros de Euler*. Es fácil demostrar que cada uno de estos parámetros se puede obtener a partir de la traza del producto de la correspondiente matriz de Pauli y la matriz  $\mathbf{M}$ ,  $ie_m = 1/2 \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}_m \mathbf{M})$ , con  $m = 1, 2, 3$  [15]. Puesto que  $\det(\mathbf{M}) = 1$ , se cumple que  $e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1$ , es decir, sólo hay tres parámetros de Euler independientes. Con la descomposición dada por la Ec. (3.1.7), las matrices  $\mathbf{U}(\xi, \zeta, \eta)$ ,  $\mathbf{WP}(2\delta, \theta)$  y  $\mathbf{R}(\omega)$  quedan, respectivamente, en la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(\xi, \zeta, \eta) = & \cos \xi \cos \eta \mathbf{I} + \\ & + i(\sin \zeta \sin \eta \boldsymbol{\sigma}_1 + \cos \zeta \sin \eta \boldsymbol{\sigma}_2 - \sin \xi \cos \eta \boldsymbol{\sigma}_3), \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

$$\mathbf{WP}(2\delta, \theta) = \cos \delta \mathbf{I} - i(\sin 2\theta \sin \delta \boldsymbol{\sigma}_1 + \cos 2\theta \sin \delta \boldsymbol{\sigma}_3) \quad (3.1.12)$$

y

$$\mathbf{R}(\omega) = \cos \omega \mathbf{I} + i \sin \omega \boldsymbol{\sigma}_2. \quad (3.1.13)$$

Realizando a continuación el producto de las matrices  $\mathbf{WP}$  y  $\mathbf{R}$ , en el orden indicado por la Ec. (3.1.6), y empleando algunas igualdades trigonométricas básicas, se obtiene para la matriz  $\mathbf{V}$  la expresión

$$\begin{aligned} \mathbf{V}(2\delta, \theta, \omega) = & \cos \omega \cos \delta \mathbf{I} + \\ & + i [\sin(\omega - 2\theta) \sin \delta \boldsymbol{\sigma}_1 + \sin \omega \cos \delta \boldsymbol{\sigma}_2 - \cos(\omega - 2\theta) \sin \delta \boldsymbol{\sigma}_3]. \end{aligned} \quad (3.1.14)$$

En el cálculo de la Ec. (3.1.14) se ha tenido en cuenta la permutación cíclica de índices que afecta al producto entre matrices de Pauli,

$$\boldsymbol{\sigma}_l \boldsymbol{\sigma}_m = i \sum_n \varepsilon_{lmn} \boldsymbol{\sigma}_n + \delta_{lm} \mathbf{I}, \quad (3.1.15)$$

donde  $\varepsilon_{lmn}$  es el tensor de Levi-Cevita y  $\delta_{lm}$ , la delta de Kronecker (véase por ejemplo [16]).

Si ahora se igualan los parámetros de Euler de la Ec. (3.1.11) con los de la (3.1.14), para así poder asegurar que  $\mathbf{U} = \mathbf{V}$ , se llega al sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} \cos \omega \cos \delta = \cos \xi \cos \eta \\ \sin(\omega - 2\theta) \sin \delta = \sin \zeta \sin \eta \\ \sin \omega \cos \delta = \cos \zeta \sin \eta \\ \cos(\omega - 2\theta) \sin \delta = \sin \xi \cos \eta. \end{cases} \quad (3.1.16)$$

Nótese que de estas cuatro ecuaciones, sólo hay tres independientes, puesto que uno de los parámetros de Euler se puede poner siempre en función de los restantes. Es fácil comprobar que una solución del sistema dado por las Ecs. (3.1.16) es

$$\tan \omega = \frac{\cos \zeta}{\cos \xi} \tan \eta \quad (3.1.17)$$

$$\tan(\omega - 2\theta) = \frac{\sin \zeta}{\sin \xi} \tan \eta \quad (3.1.18)$$

y

$$\sin \delta = \frac{\sin \xi \cos \zeta}{\cos(\omega - 2\theta)}. \quad (3.1.19)$$

La existencia de esta solución implica que la matriz de un dispositivo no absorbente expresada en la forma general  $\mathbf{U}(\xi, \zeta, \eta)$  se puede poner siempre en la forma  $\mathbf{V}(2\delta, \theta, \omega)$ . Para ello, basta con elegir los parámetros de la secuencia retardador-rotor de acuerdo con las Ecs. (3.1.17-19). Por tanto, el teorema queda demostrado. Por último, y a modo de corolario, obsérvese que cualquier matriz  $\mathbf{V}(2\delta, \theta, \omega)$  se puede a su vez expresar en la forma  $\mathbf{U}(\xi, \zeta, \eta)$ , sin más que invertir las Ecs. (3.1.16) para obtener los parámetros  $\xi, \zeta, \eta$  en función de  $\delta, \theta$  y  $\omega$ .

### 3.2. Modelo retardador-rotor para un dispositivo de cristal líquido nemático con estructura de hélice.

Consideremos una celda de cristal líquido nemático de giro helicoidal sobre la que no hay aplicado un campo externo. Su matriz de Jones,  $\mathbf{M}_{\text{TNLCD}}$ , escrita en el sistema de referencia propio del cristal, viene dada por

$$\mathbf{M}_{\text{TNLCD}} = \exp(-i\beta) \mathbf{R}(-\phi) \mathbf{U}(\phi, \beta), \quad (3.2.1)$$

donde  $\phi$  y  $\beta$  son, respectivamente, el giro molecular de la celda y la birrefringencia del material.  $\mathbf{R}$  es la matriz de rotación en el plano y  $\mathbf{U}$  la matriz unimodular unitaria

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} X - iY & Z \\ -Z & X + iY \end{pmatrix}, \quad (3.2.2)$$

que depende de los parámetros de diseño  $\phi$  y  $\beta$  [véanse las Ecs. (2.4.17-20)].

De acuerdo con el teorema de equivalencia enunciado en la sección anterior,  $\mathbf{U}$  es equivalente a la asociación de una lámina retardadora y un rotor, por

lo que se puede escribir como

$$\mathbf{U} = \mathbf{R}(\omega_{eq}) \mathbf{WP}(2\delta_{eq}, \theta_{eq}) . \quad (3.2.3)$$

En esta ecuación,  $\mathbf{WP}(2\delta_{eq}, \theta_{eq})$  es la matriz de Jones de una lámina retardadora cuyo eje lento forma un ángulo  $\theta_{eq}$  con el eje  $x$  del sistema de referencia propio del cristal y que introduce una fase relativa  $2\delta_{eq}$  entre sus estados propios lento y rápido. Matemáticamente,  $\mathbf{WP}(2\delta_{eq}, \theta_{eq})$  viene dada por la Ec. (3.1.4). Por su parte,  $\mathbf{R}(\omega_{eq})$  es la matriz de rotación en el plano, Ec. (3.1.5), y corresponde a un rotor puro que gira el plano de polarización de la luz un ángulo  $\omega_{eq}$ . Nótese que, de acuerdo con lo explicado en la Sec. (3.1), el orden del producto matricial que aparece en la Ec. (3.2.3) puede ser invertido, es decir, la secuencia contraria de elementos polarizadores es también admisible. En ese caso el valor de los parámetros característicos  $\delta_{eq}$ ,  $\theta_{eq}$  y  $\omega_{eq}$  se verá modificado, dado el carácter no conmutativo del producto matricial.

Comparando las Ecs. (3.1.2) y (3.2.2), las cantidades  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  se pueden escribir en función de los parámetros  $\xi$ ,  $\zeta$ ,  $\eta$  empleados en la sección anterior,  $X = \cos\xi \cos\eta$ ,  $Y = \sin\xi \cos\eta$  y  $Z = \sin\eta$ . Nótese que  $\zeta = 0$ , puesto que los elementos de fuera de la diagonal de la Ec. (3.2.2) carecen de parte imaginaria. Substituyendo las relaciones anteriores en las Ecs. (3.1.17-19) se llega de forma inmediata a

$$\tan \omega_{eq} = \frac{Z}{X} , \quad (3.2.4)$$

$$\theta_{eq} = \frac{\omega_{eq}}{2} , \quad (3.2.5)$$

$$\sin \delta_{eq} = Y . \quad (3.2.6)$$

Con la descomposición de la matriz  $\mathbf{U}$  dada por la Ec. (3.2.3), la matriz  $\mathbf{M}_{\text{TNLCD}}$  se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\mathbf{M}_{\text{TNLCD}} = \exp(-i\beta) \mathbf{R}(\phi_{eq}) \mathbf{WP} \left( 2\delta_{eq}, \frac{\phi + \phi_{eq}}{2} \right), \quad (3.2.7)$$

donde  $\phi_{eq} = -\phi + \omega_{eq}$ . En la obtención de esta ecuación se ha tenido en cuenta la regla de composición de las matrices de rotación  $\mathbf{R}(\varepsilon) \mathbf{R}(\sigma) = \mathbf{R}(\varepsilon + \sigma)$ .

La Ec. (3.2.7) evidencia que un TNLCD se comporta efectivamente como un sistema polarizador formado por un retardador seguido de un rotor. Su efecto sobre un estado de polarización arbitrario queda determinado por los dos parámetros característicos (parámetros equivalentes)  $\phi_{eq}$  y  $\delta_{eq}$ . Este hecho constituye la base de lo que se conoce como modelo retardador-rotor para una celda de cristal líquido. Dicho modelo se ha empleado con anterioridad en la determinación de los parámetros de diseño de un TNLCD, tanto en modo de transmisión [17, 18] como en modo de reflexión<sup>4</sup> [19, 20].

El modelo retardador-rotor se puede extender al caso de un TNLCD sobre el que hay aplicado un voltaje externo. En ese caso, la redistribución microscópica del director molecular inducida por el campo eléctrico no implica absorción de energía, por lo que la matriz de Jones del dispositivo sigue siendo unitaria. Además, la factorización de la matriz  $\mathbf{M}_{\text{TNLCD}}$  mostrada en la Ec. (3.2.1) sigue siendo válida, pues es una consecuencia de las propiedades de simetría de las celdas de TNLC, tal y como se ha demostrado al examinar el comportamiento de dispositivos polarizadores no absorbentes cuando son retro-iluminados [21]. Por tanto, es posible caracterizar las propiedades de modulación de un TNLCD si se determina experimentalmente el valor de los parámetros equivalentes para cada valor del voltaje aplicado sobre las celdas. Obsérvese, además, que se requieren dos parámetros independientes para describir la acción del sistema equivalente. Esto era de esperar, dado que en la Ec. (3.2.2), los tres elementos  $X, Y, Z$  de la matriz de Jones unitaria  $\mathbf{U}$  verifican la

---

<sup>4</sup> En el caso de un dispositivo que funciona por reflexión, el doble paso de la luz a través de la celda de cristal líquido anula el efecto del rotor equivalente y la celda de cristal líquido se comporta simplemente como una lámina retardadora (véase Ref. [19]).

relación  $X^2 + Y^2 + Z^2 = 1$  (haya o no un voltaje aplicado) y, por tanto, sólo dos de ellos son independientes. Nótese, por último, que en el modelo que acabamos de presentar se ha supuesto implícitamente que las celdas de TNLC no despolarizan la luz. La despolarización se puede producir en los TNLCD como consecuencia del esparcimiento (*scattering*) de la luz en los bordes de los píxeles, así como por defectos en el cristal líquido o variaciones del campo eléctrico aplicado y de la temperatura [22, 23]. Los dispositivos comerciales actuales muestran bajos niveles de despolarización, que no afectan significativamente a su contraste [23].

### 3.3. Representación en la esfera de Poincaré de la acción de un dispositivo de cristal líquido

La esfera de Poincaré constituye el método más habitual para representar geoméricamente los estados de polarización de un haz luminoso, así como las transformaciones que sufren éstos por la acción de un sistema de polarización. En esta representación, existe una correspondencia unívoca entre los estados puros de polarización y los puntos de la superficie de una esfera. Las coordenadas cartesianas de cada uno de estos puntos son los parámetros de Stokes  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  del correspondiente estado de polarización, tal y como se muestra en la

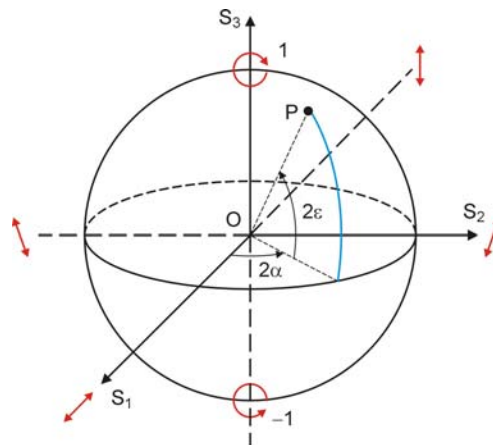


Figura (3.1): Representación en la esfera de Poincaré de un estado de polarización.

Fig. (3.1). El radio de la esfera representa la intensidad total  $S_0$  de la onda luminosa (usualmente normalizada a la unidad). Por este motivo, habitualmente la esfera de Poincaré se presenta como la representación geométrica del vector de Stokes  $(S_0, S_1, S_2, S_3)^T$  de un haz de luz. Es convencional asignar los polos de la esfera a los estados de polarización circulares. Como en la Ref. [13], elegiremos el polo Norte de la esfera para representar luz circular dextrógira<sup>5</sup>. Nótese que puntos de la esfera diametralmente opuestos corresponden a estados de polarización ortogonales. Las coordenadas esféricas  $(2\alpha, 2\varepsilon)$  de un punto cualquiera de la superficie de la esfera vienen determinadas por el azimut  $\alpha$  y el ángulo de elipticidad  $\varepsilon$  del correspondiente estado de polarización, véase, por ejemplo, la Ref. [24]. Tal y como se muestra en la Fig. (3.2), los ángulos  $\alpha$  y  $\varepsilon$  fijan, respectivamente, la orientación y forma de la elipse de polarización. El azimut  $\alpha$  es el ángulo que el eje mayor de la elipse forma con eje  $x$  de un sistema de referencia arbitrario. El ángulo de elipticidad  $\varepsilon$  se define como  $\varepsilon = \arctan(b/a)$ , donde  $a$  y  $b$  son, respectivamente, los semiejes mayor y menor de la elipse de polarización [15]. Teniendo en cuenta las ecuaciones que rigen la transformación de coordenadas cartesianas a esféricas, la relación entre  $\alpha$  y  $\varepsilon$  y los parámetros de Stokes (normalizados) viene dada por

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{S_2}{S_1}\right) \quad (3.3.1)$$

y

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \arcsin S_3. \quad (3.3.2)$$

Todos los azimuts físicamente distinguibles se pueden obtener limitando los valores de  $\alpha$  dentro del rango  $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ . Por su parte, el ángulo  $\varepsilon$  toma

---

<sup>5</sup> Un haz de luz presenta polarización dextrógira cuando la rotación del vector campo eléctrico tiene lugar en sentido horario para un observador que mira en un sentido contrario a la dirección de propagación de la luz.



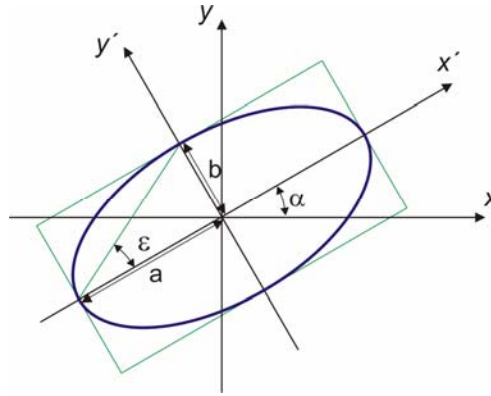


Figura (3.2): Parámetros que caracterizan la elipse de polarización.

valores comprendidos entre  $-\pi/4$  y  $\pi/4$  y su signo (es decir, el signo de  $S_3$ ) indica si la polarización es levógira ( $\varepsilon < 0$ ) o dextrógira ( $\varepsilon > 0$ ) [13].

La acción de un elemento polarizador sobre un estado de polarización incidente puede ser descrita geoméricamente mediante una trayectoria en la esfera de Poincaré. Como ejemplo de ello consideraremos primero los casos relativamente simples de una lámina retardadora, un rotor y un polarizador lineal. Posteriormente, abordaremos la descripción geométrica de la acción de un dispositivo de TNLC sobre un estado de polarización arbitrario.

### 1. Lámina retardadora

Supongamos una lámina retardadora que introduce un retardo  $2\delta$  entre sus estados propios y cuyo eje rápido forma un ángulo  $\theta$  con respecto al eje horizontal de un sistema de referencia arbitrario. La acción de este elemento sobre un estado de polarización incidente P, véase Fig. (3.3), se describe mediante una rotación de magnitud  $2\delta$  a lo largo del círculo que resulta de la intersección de la esfera con el plano que pasa por el punto P y es normal al eje rápido de la lámina [25, 26].

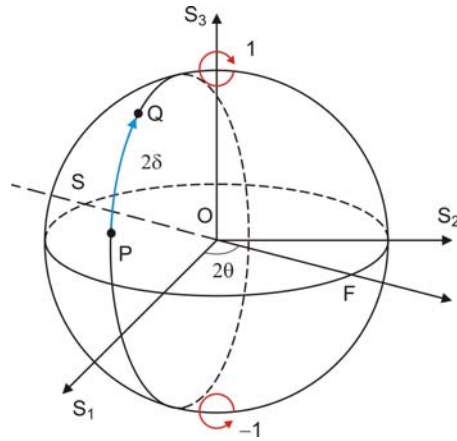


Figura (3.3): Acción de una lámina retardadora sobre un estado de polarización P. Los segmentos OF y OS representan, respectivamente, los ejes rápido y lento de la lámina y Q, el estado de polarización final.

## 2. Rotor

Consideremos como segundo ejemplo un rotor que gira el plano de polarización de la luz un ángulo  $\phi$ . Tal y como se muestra en la Fig. (3.4), este proceso se describe en la esfera de Poincaré mediante una rotación de magnitud  $2\phi$  a lo largo del círculo que pasa por el punto inicial P y es perpendicular al eje polar de la esfera (esto es, a lo largo del paralelo que pasa por P) [25].

## 3. Polarizador

Los dos ejemplos considerados hasta ahora se refieren a elementos polarizadores no absorbentes, es decir, elementos cuya matriz de Jones es unitaria. Como acabamos de ver, su acción sobre un estado de polarización incidente se puede describir mediante una rotación sobre la superficie de la esfera entorno a un eje adecuado. Consideremos ahora, como ejemplo de un elemento cuya matriz de Jones es hermítica, un polarizador lineal sobre el que incide un haz de luz que se halla en un estado de polarización arbitrario. En tal caso, la acción del polarizador en la esfera de Poincaré se asocia a la curva geodésica más

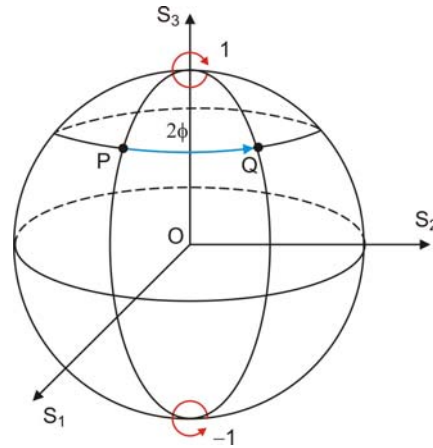


Figura (3.4): Acción de un rotador sobre un estado de polarización inicial  $P$ . El punto  $Q$  representa el estado de polarización final.

corta que une los puntos correspondientes a los estados de polarización inicial y final [26, 27], véase Fig. (3.5). Nótese que el estado de polarización final es siempre lineal y su azimut coincide con la orientación del eje de transmisión del polarizador. La intensidad del haz de luz emergente viene dada por  $\cos^2(\gamma/2)$ , donde  $\gamma$  es el ángulo que forman los radiovectores de los puntos inicial y final.

#### 4. Celda de TNLC

Con las sencillas construcciones geométricas que acabamos de presentar es posible describir el comportamiento óptico de una celda de TNLC en la esfera de Poincaré. De acuerdo con el modelo presentado en la sección anterior, una celda de TNLC es enteramente equivalente a un sistema de polarización formado únicamente por un retardador lineal seguido de un rotador, tanto en presencia de un campo eléctrico como en ausencia de éste. Por tanto, la acción de un TNLCD sobre un estado de polarización inicial se puede describir sencillamente mediante dos rotaciones sucesivas en la esfera de Poincaré, cuyas características dependen de los valores que en cada caso particular toman los parámetros equivalentes del sistema. Nótese que la trayectoria que resulta

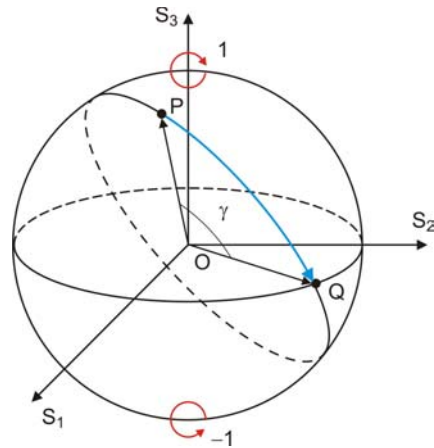


Figura (3.5): Acción de un polarizador lineal sobre un estado incidente representado por el punto P. El segmento OQ corresponde al eje de transmisión del polarizador y el punto Q es el estado de polarización final.

de ambas rotaciones, aún siendo ficticia, conduce al mismo estado de polarización final que se obtendría si se considerase el camino real que sobre la superficie de la esfera sigue el estado de polarización inicial a medida que la luz atraviesa el TNLCD. Un estudio detallado de las trayectorias reales que los estados de polarización describen sobre la esfera de Poincaré por la acción de una celda de TNLC se puede encontrar en la Ref [25].

### 3.4. Determinación de los parámetros de fabricación de una celda de cristal líquido nemático de giro helicoidal

#### 3.4.1. Método de Soutar y Lu

Los TNLCD más comunes son aquellos que se utilizan en sistemas de videoproyección como moduladores espaciales de intensidad. Su uso se ha hecho habitual en multitud de aplicaciones debido a su bajo coste y a la relativa facilidad con que se pueden adquirir. Sin embargo, el usuario de estos dispositivos no dispone de información precisa acerca de los parámetros de fabrica-

ción de las celdas de cristal líquido. En particular, para determinar la respuesta moduladora del TNLCD, es esencial conocer el giro molecular  $\phi$ , la birrefringencia en ausencia de campo eléctrico  $\beta$  y la orientación del director molecular a la entrada de la celda  $\Psi_D$ .

Para el cálculo de estos tres parámetros vamos a seguir el método experimental propuesto por Soutar y Lu [3]. Este método requiere el cálculo teórico de la intensidad transmitida a través del sistema óptico que resulta de insertar el TNLCD entre un polarizador y un analizador. En la Fig. (3.6) se muestra un diagrama de dicho sistema donde se especifican los sistemas de referencia empleados en el método de Soutar y Lu, así como los diferentes ángulos involucrados en él.

Supongamos que el sistema polarizador-LCD-analizador se ilumina con un haz plano monocromático procedente de una fuente láser. Si tomamos como sistema de referencia aquel que pasa por el director molecular a la entrada de la celda, sistema  $(x, y)$ , sobre el LCD incide luz linealmente polarizada en dirección  $\varphi_1$ . El correspondiente vector de Jones normalizado es

$$\mathbf{E}_{in} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{pmatrix}. \quad (3.4.1)$$

Sea  $\mathbf{E}_{LCD}$  el estado de polarización de la luz a la salida de la celda de cristal líquido. Aplicando las ecuaciones (2.4.16) y (2.4.17) se tiene que

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{LCD} &= \exp(-i\beta) \mathbf{R}(-\phi) \begin{pmatrix} X - iY & Z \\ -Z & X + iY \end{pmatrix} \mathbf{E}_{in} = \\ &= \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} X \cos(\varphi_1 + \phi) - iY \cos(\varphi_1 - \phi) + Z \sin(\varphi_1 + \phi) \\ X \sin(\varphi_1 + \phi) + iY \sin(\varphi_1 - \phi) - Z \cos(\varphi_1 + \phi) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

Puesto que sólo nos interesa encontrar la intensidad transmitida por el sistema óptico de la Fig. (3.6), y ésta no puede depender de la orientación de los ejes del sistema de referencia, vamos a simplificar el tratamiento expresando

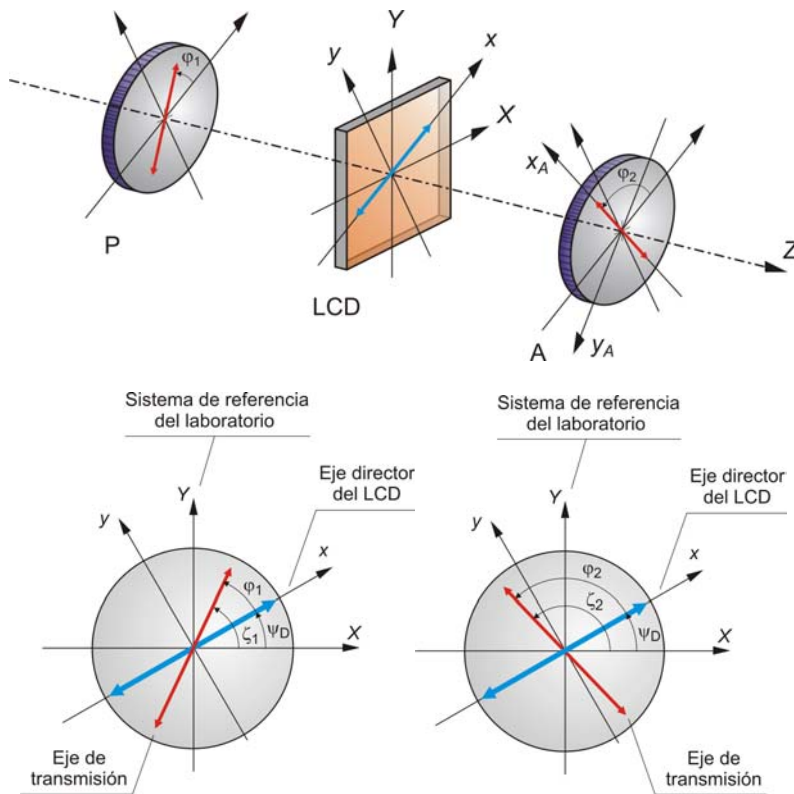


Figura (3.6): Diagrama de los sistemas de referencia y ángulos involucrados en el método de Soutar y Lu. P es el polarizador; LCD, el dispositivo de cristal líquido y A, el analizador. En la parte inferior izquierda se ha detallado el diagrama de ángulos para el polarizador y en la parte inferior derecha el diagrama de ángulos para el analizador.

el vector  $\mathbf{E}_{out}$ , correspondiente al estado de polarización que emerge del analizador, en el sistema de referencia  $(x_A, y_A)$  propio de éste. En tal caso,  $\mathbf{E}_{out}$  viene dado por

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{P}\mathbf{R}(\varphi_2)\mathbf{E}_{LCD} = \exp(-i\beta) \cdot \begin{pmatrix} X \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \phi) - iY \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \phi) + Z \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \phi) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.4.3)$$

donde  $\mathbf{P}$  es la matriz de un polarizador lineal ideal con su eje de transmisión

orientado en la dirección del eje  $x_A$  [13],

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.4.4)$$

De acuerdo con el cálculo de Jones, la intensidad  $T$  asociada con el estado  $\mathbf{E}_{out}$  viene dada por

$$T = \mathbf{E}_{out}^\dagger \mathbf{E}_{out}, \quad (3.4.5)$$

donde el símbolo  $\dagger$  denota el vector hermítico. Empleando la Ec. (3.4.3), se llega a

$$T = [X \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \phi) + Z \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \phi)]^2 + [Y \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \phi)]^2. \quad (3.4.6)$$

Es fácil demostrar que la ecuación de Gooch y Tarry presentada en el capítulo anterior, Ec. (2.3.1), es un caso particular de la fórmula que acabamos de obtener para  $T$ . Si suponemos que  $\phi = 90^\circ$ ,  $\varphi_1 = 0^\circ$  y  $\varphi_2 = 90^\circ$ , entonces  $T = X^2 + Y^2 = 1 - Z^2$ , expresión que es idéntica (salvo el factor  $1/2$ ) a la dada por la Ec. (2.3.1). Para probar esto último basta con escribir  $Z$  en función del parámetro de Mauguin  $\mu$  utilizando la Ec. (2.3.2).

Rescribamos ahora  $T$  empleando los ángulos  $\zeta_1$  y  $\zeta_2$ , que miden la inclinación de los ejes de transmisión del polarizador y el analizador con respecto al eje horizontal del sistema de referencia del laboratorio, sistema (X, Y). Estos ángulos se relacionan con  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  por medio de  $\Psi_D$ , de forma que

$$\zeta_1 = \Psi_D + \varphi_1 \quad (3.4.7)$$

y

$$\zeta_2 = \Psi_D + \varphi_2. \quad (3.4.8)$$

Despejando  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  de estas dos ecuaciones y substituyendo en la expresión

que se tenía para  $T$ , Ec. (3.4.6), se llega a

$$T = [X \cos(\zeta_1 - \zeta_2 + \phi) + Z \sin(\zeta_1 - \zeta_2 + \phi)]^2 + [Y \cos(\zeta_1 + \zeta_2 - \phi - 2\Psi_D)]^2. \quad (3.4.9)$$

La Ec. (3.4.9) nos permite calcular la intensidad transmitida por el sistema polarizador-TNLCD-analizador en función de los parámetros  $\phi$ ,  $\beta$  y  $\Psi_D$  y de los ángulos que determinan la orientación de los polarizadores con respecto al sistema de referencia del laboratorio.

Consideremos ahora dos configuraciones particulares de nuestro sistema óptico. En la primera, polarizador y analizador tienen sus ejes de transmisión paralelos, es decir,  $\zeta_1 = \zeta_2$  (*configuración paralela*). Esto simplifica la expresión para  $T$ , que queda

$$T_p = [X \cos \phi + Z \sin \phi]^2 + [Y \cos(2\zeta_1 - \phi - 2\Psi_D)]^2 = \left[ \cos \gamma \cos \phi + \frac{\phi}{\gamma} \sin \gamma \cos \phi \right]^2 + \left[ \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(2\zeta_1 - \phi - 2\Psi_D) \right]^2. \quad (3.4.10)$$

En la segunda configuración, polarizador y analizador se orientan de forma perpendicular (*configuración cruzada*), esto es,  $\zeta_2 = \zeta_1 + \pi/2$ . La intensidad transmitida se convierte, entonces, en

$$T_c = [-X \sin \phi + Z \cos \phi]^2 + [Y \sin(2\zeta_1 - \phi - 2\Psi_D)]^2 = \left[ -\cos \gamma \sin \phi + \frac{\phi}{\gamma} \sin \gamma \cos \phi \right]^2 + \left[ \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \sin(2\zeta_1 - \phi - 2\Psi_D) \right]^2. \quad (3.4.11)$$

Por ser estas configuraciones complementarias, se cumple que

$$T_p + T_c = 1. \quad (3.4.12)$$

Para calcular el valor de los parámetros  $\phi$ ,  $\beta$  y  $\Psi_D$ , Soutar y Lu idearon un experimento consistente en medir la intensidad transmitida al girar simultánea-



mente polarizador y analizador, manteniendo los ejes de transmisión de ambos, o bien paralelos, o bien perpendiculares [3].<sup>6</sup> De esta forma se obtienen dos curvas experimentales que vienen descritas por las Ecs (3.4.10) y (3.4.11). Nótese que la intensidad transmitida es, en ambos casos, función del ángulo  $\zeta_1$ . Examinando dichas funciones con atención, se observa que constan de un primer término constante, que solo depende de  $\phi$  y de  $\beta$ , y de un segundo término que oscila como el cuadrado de un seno (*configuración cruzada*) o de un coseno (*configuración paralela*) de la variable  $\zeta_1$ . Usando las ecuaciones (3.4.10) y (3.4.11) es posible determinar con excelente precisión los valores de  $\phi$ ,  $\beta$  y  $\Psi_D$  mediante un proceso de ajuste no lineal.

### 3.4.2. Ambigüedades matemáticas

El método de Soutar y Lu presenta ciertas ambigüedades que impiden una determinación unívoca de los parámetros físicos de las celdas. La primera de ellas está asociada a la existencia de diversos conjuntos de soluciones (físicamente admisibles) del ajuste no lineal de las curvas experimentales. Esto, en principio, puede ser solucionado mediante una estimación previa del valor de los parámetros de la celda a partir de la información que ofrece el fabricante o de los datos proporcionados por otros investigadores que han utilizado pantallas similares. La segunda y principal fuente de ambigüedad tiene que ver con la existencia de transformaciones que dejan invariantes las Ecs (3.4.10) y (3.4.11). Así, por un lado, las ecuaciones de Soutar y Lu no permiten determinar el signo del giro molecular de los dispositivos con  $|\phi| = 90^\circ$ , que son los que habitual-

---

<sup>6</sup> Born y Wolf explican un método experimental para determinar la orientación de los ejes neutros de una lámina retardadora, así como el desfase que introduce ésta (véase apartado 14.4.3 de la Ref. [24]). Dicho método se basa en la medida de la intensidad transmitida cuando la lámina retardadora se introduce entre un polarizador y un analizador. En él se consideran, además, las configuraciones particulares en que polarizador y analizador se orientan entre sí de forma paralela y perpendicular. En ambos casos se obtienen expresiones teóricas. Por consiguiente, el método de Soutar y Lu es la aplicación específica de esta técnica a las celdas de TNLC.

mente se emplean en los sistemas de videoproyección. Matemáticamente,

$$T_{\rho,\epsilon}\left(\phi = \frac{\pi}{2}\right) = T_{\rho,\epsilon}\left(\phi = -\frac{\pi}{2}\right). \quad (3.4.13)$$

Para resolver esta indeterminación se han propuesto diversas técnicas, como la realización de medidas de intensidad adicionales [3] o la localización de puntos adiabáticos locales [4, 6]. Por otro lado, las Ecs. (3.4.10) y (3.4.11) permanecen invariantes cuando  $\Psi_D$  se substituye por  $\Psi_D + \pi/2$ , es decir,

$$T_{\rho,\epsilon}\left(\Psi_D + \frac{\pi}{2}\right) = T_{\rho,\epsilon}(\Psi_D). \quad (3.4.14)$$

Desde un punto de vista físico esto significa que el método de Soutar y Lu es incapaz de distinguir entre las direcciones ordinaria y extraordinaria a la entrada de la celda. Tal distinción se puede llevar a cabo examinando los patrones de difracción de Fraunhofer de redes bidimensionales [7] o mediante la medida de desplazamientos de fase en la configuración de modulación pura de fase [4]. Todos estos procedimientos adicionales para la determinación unívoca de  $\phi$  y  $\Psi_D$  se basan en la aplicación de un voltaje externo sobre las celdas o en la utilización de haces de diferentes longitudes de onda para iluminar el TNLCD. En el primer caso, es necesario desarrollar un modelo que describa el comportamiento del dispositivo cuando sobre él se establece un campo eléctrico. En el segundo caso se requiere el uso de una fuente de ancho extenso, así como de un monocromador que permita variar progresivamente la longitud de onda de la luz incidente.

El origen físico de las ambigüedades que aparecen en el método de Soutar y Lu puede ser fácilmente dilucidado con ayuda del modelo retardador-rotor. Empecemos por considerar la ambigüedad que atañe al ángulo  $\Psi_D$ , Ec. (3.4.14). Si suponemos que una celda de TNLC se comporta como un retardador seguido de un rotor, entonces un giro de  $90^\circ$  en la orientación del director molecular equivale a intercambiar los ejes lento y rápido del retardador equiva-

lente. Cuando el dispositivo se ilumina con luz linealmente polarizada, esto provoca un cambio en el sentido de giro del campo eléctrico que emerge de la celda (dado que el rotor equivalente se limita a rotar el plano de polarización de la luz). Dicho sentido de giro no se puede determinar mediante un analizador lineal, pues la intensidad transmitida por él depende del azimut y de la elipticidad del haz que le llega, pero no de si la polarización es dextrógira o levógira [15]. Por su parte, la ambigüedad en el signo de  $\phi$ , Ec. (3.4.13), tiene su origen en el hecho de que, a la salida del TNLCD, dos elipses de polarización diferentes, las correspondientes a los giros moleculares de  $+90^\circ$  y  $-90^\circ$ , dan lugar a la misma intensidad transmitida cuando la luz atraviesa el analizador, el cual permanece paralelo o perpendicular al primer polarizador (véase Ref [8]). Por tanto, tanto en el caso de  $\phi$  como en el de  $\Psi_D$ , una determinación precisa de la inclinación, elipticidad y sentido de giro de la elipse de polarización que emerge de la celda de TNLC debe permitir resolver las ambigüedades presentes en las ecuaciones (3.4.10) y (3.4.11). De esta forma, el método de Soutar y Lu, complementado por un análisis del estado de polarización de la luz transmitida por el cristal líquido, conduce a una determinación precisa y unívoca de los parámetros físicos  $\phi$ ,  $\beta$  y  $\Psi_D$ .

### 3.4.3. Método de los parámetros de Stokes

Como hemos visto, el método de Soutar y Lu debe ir acompañado de un análisis polarimétrico de la luz transmitida por el TNLCD. Dicho análisis se puede realizar determinando el valor de los parámetros de Stokes de la luz que emerge del dispositivo. Por simplicidad, supondremos que el cristal líquido se ilumina con luz monocromática linealmente polarizada en una dirección arbitraria. El vector de Jones a la salida del dispositivo, expresado en el sistema de referencia del laboratorio, sistema (X, Y), viene dado por

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} E_X \\ E_Y \end{pmatrix} &= \mathbf{M}'_{TNLCD} \begin{pmatrix} \cos \zeta_1 \\ \sin \zeta_1 \end{pmatrix} = \\
&= \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} X \cos(\phi + \zeta_1) + Z \sin(\phi + \zeta_1) - iY \cos(\phi + 2\Psi_D - \zeta_1) \\ X \sin(\phi + \zeta_1) - Z \cos(\phi + \zeta_1) - iY \sin(\phi + 2\Psi_D - \zeta_1) \end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{3.4.15}$$

donde  $\mathbf{M}'_{TNLCD}$  es la matriz dada por la Ec. (2.4.24) y  $\zeta_1$  es el azimut de la recta de polarización incidente. A partir de las componentes cartesianas  $E_X$  y  $E_Y$  del campo eléctrico, es posible determinar los valores de los parámetros de Stokes por medio de las expresiones [13]

$$\begin{aligned}
S_0 &= E_X E_X^* + E_Y E_Y^* = 1; \\
S_1 &= E_X E_X^* - E_Y E_Y^*, \\
S_2 &= E_X E_Y^* + E_X^* E_Y, \\
S_3 &= i(E_X E_Y^* - E_X^* E_Y),
\end{aligned} \tag{3.4.16}$$

donde  $i$  es la unidad imaginaria y el símbolo el símbolo  $*$  denota el número complejo conjugado. Teniendo en cuenta las expresiones de  $E_X$  y  $E_Y$  obtenidas más arriba se llega a

$$\begin{aligned}
S_0 &= X^2 + Y^2 + Z^2 = 1; \\
S_1 &= (X^2 - Z^2) \cos[2(\phi + \zeta_1)] + 2XZ \sin[2(\phi + \zeta_1)] \\
&\quad + Y^2 \cos[2(\phi + 2\Psi_D - \zeta_1)], \\
S_2 &= (X^2 - Z^2) \sin[2(\phi + \zeta_1)] - 2XZ \cos[2(\phi + \zeta_1)] \\
&\quad + Y^2 \sin[2(\phi + 2\Psi_D - \zeta_1)], \\
S_3 &= -2Y(Z \cos[2(\Psi_D - \zeta_1)] + X \sin[2(\Psi_D - \zeta_1)]).
\end{aligned} \tag{3.4.17}$$

Por medio de estas ecuaciones es posible resolver las ambigüedades que afectan a los ángulos  $\phi$  y  $\Psi_D$ . Por un lado, el valor de  $S_3$  cambia de signo cuando  $\Psi_D$  se substituye por  $\Psi_D + \pi/2$ , mientras que  $S_1$  y  $S_2$  permanecen invariantes. En virtud de las Ecs. (3.3.1) y (3.3.2) esto significa que un intercambio de los ejes ordinario y extraordinario en el plano de entrada de la celda no altera la

forma e inclinación de la elipse de polarización, pero cambia el sentido en que ésta es recorrida por el campo eléctrico (es decir, la polarización pasa de dextrógira a levógira o viceversa). Por tanto, el signo de  $S_3$  fija el valor de  $\Psi_D$ . Respecto a la ambigüedad en el signo de  $\phi$ , una inversión en el sentido de giro de las moléculas de  $+90^\circ$  a  $-90^\circ$ , provoca, de acuerdo con las Ecs. (3.4.17), un cambio en el valor de los tres parámetros  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$ , aunque no de la intensidad transmitida. Esto indica que las elipses de polarización para ambos valores de  $\phi$  son diferentes. Nótese que tanto en el caso de  $\phi$  como de  $\Psi_D$  las ecuaciones que hemos obtenido para los parámetros de Stokes proporcionan una explicación satisfactoria acerca del origen físico de las ambigüedades presentes en el método de Soutar y Lu.

Todo lo expuesto hasta aquí admite una elegante interpretación geométrica basada en la representación de los estados de polarización sobre la esfera de Poincaré. Si suponemos luz incidente linealmente polarizada, la acción del TNLCD sobre un estado de polarización inicial consiste en la transformación de un punto sobre el ecuador de la esfera de Poincaré en otro punto cuyas coordenadas cartesianas vienen dadas por las Ecs. (3.4.17). Si el punto que representa el estado inicial empieza a moverse a lo largo del ecuador de la esfera (es decir, si vamos girando el plano de polarización de la luz) el TNLCD genera una familia de puntos sobre la superficie de la esfera, uno para cada una de las polarizaciones incidentes. De hecho, si consideramos una rotación continua del plano de polarización inicial, entonces el punto que representa el estado final genera una curva sobre la superficie de la esfera cuyas ecuaciones paramétricas son precisamente las Ecs. (3.4.17). Puesto que las coordenadas cartesianas del punto final son sensibles a las transformaciones que dejan invariantes las Ecs. de Soutar y Lu, tal y como hemos demostrado en este apartado, para cada conjunto de valores de los parámetros  $\phi$ ,  $\beta$  y  $\Psi_D$  sólo existe una posible trayectoria sobre la esfera de Poincaré. Por tanto, la determinación de esa trayectoria asegura una única solución para el valor de los parámetros de fabricación de las celdas de cristal líquido.

### 3.4.4. Resultados experimentales

El dispositivo de cristal líquido nemático de giro helicoidal empleado en esta memoria es una pantalla Sony, modelo LCX016, extraída de un videopro- yector comercial [véase Fig. (3.7)]. Su tamaño es de  $2.6 \text{ cm} \times 2.1 \text{ cm}$  y está constituida por  $832 \times 624$  píxeles, siendo la distancia de centro a centro de los píxeles de  $32 \mu\text{m}$  tanto en la dirección horizontal como en la vertical. Los pola- rizadores que la pantalla llevaba incorporados en el videopro yector fueron substituidos por otros de mayor calidad. Éstos se montaron en soportes girato- rios de Melles-Griot que poseen una precisión máxima de 5 minutos de arco. Para realizar el experimento de Soutar y Lu se montó en el laboratorio el siste- ma óptico que se muestra en la Fig. (3.8). Como fuente de iluminación usamos un láser de He-Ne, que emite a  $632.8 \text{ nm}$  y que genera un haz despolarizado. De esta forma se evita que la intensidad tras el primer polarizador cambie al girar éste. A la salida del analizador, se hizo converger la luz en un punto del

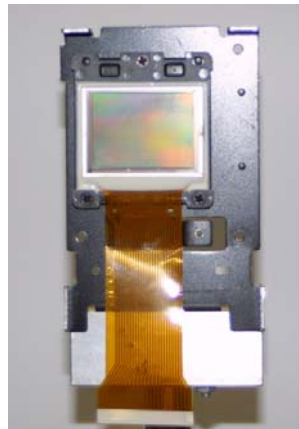


Figura (3.7): Fotografía de la pantalla Sony modelo LCX016.

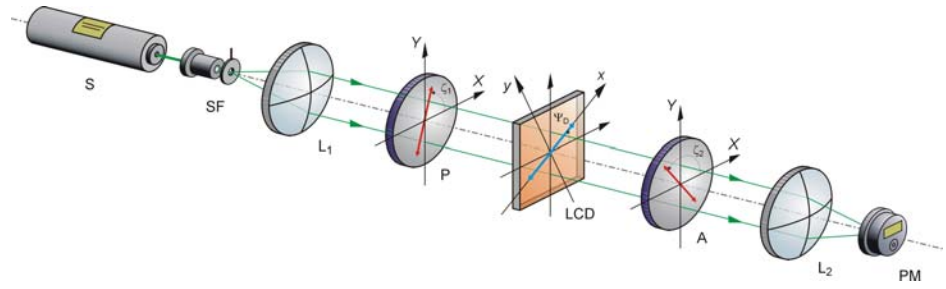


Figura (3.8): Montaje experimental para la medida de los parámetros de fabricación de las celdas de cristal líquido. S es la fuente láser; SF, el filtro espacial; L<sub>1</sub>, la lente colimadora; P, el primer polarizador; LCD, la pantalla de cristal líquido; A, el analizador; L<sub>2</sub>, la lente empleada para focalizar la luz y PM, el fotómetro.  $\zeta_1$  y  $\zeta_2$  son, respectivamente, los ángulos que los ejes de transmisión del polarizador y del analizador forman con el eje horizontal del sistema de referencia del laboratorio.

eje óptico con una lente de focal  $f = 385 \text{ mm}^7$ . Para medir la intensidad usamos un fotómetro comercial. Los datos experimentales se tomaron variando  $\zeta_1$  entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$  en intervalos de  $5^\circ$ . Para  $\zeta_1$  usamos el convenio de signos habitual, según el cual un ángulo es positivo cuando, mirando a la fuente, gira en el sentido contrario a las agujas del reloj. Para cada valor del ángulo del polarizador de entrada, medimos con el fotómetro dos intensidades. La primera,  $I_1$ , para  $\zeta_1 = \zeta_2$  y la segunda,  $I_2$ , para  $\zeta_2 = \zeta_1 + \pi/2$ . Como ambas configuraciones son complementarias  $I_1 + I_2$  representa, para cada ángulo, la intensidad total que pasa a través del sistema óptico, lo que permite normalizar correctamente los datos, de forma que

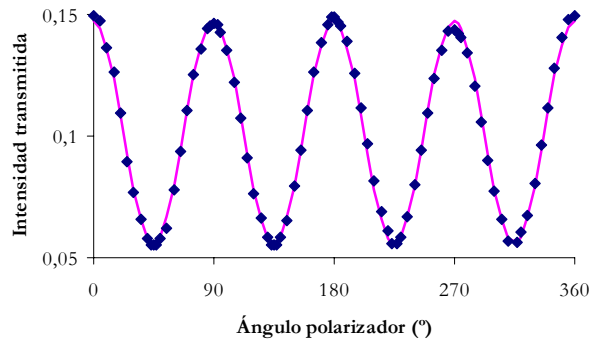
$$T_p = \frac{I_1}{I_1 + I_2} \quad (3.4.18)$$

<sup>7</sup> Obsérvese que, debido a la estructura pixelada de los dispositivos de TNLC, en el plano focal de la lente utilizada en el montaje no se observa un único punto, sino la distribución de irradiancias del correspondiente patrón de difracción de Fraunhofer. Esto, en principio, no supone un problema grave. Basta con aislar uno de los órdenes de difracción (el orden cero, por ejemplo) y medir su intensidad a medida que cambia la orientación de los polarizadores.

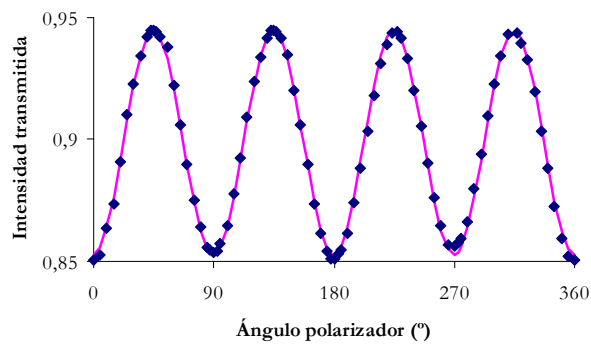
y

$$T_c = \frac{I_2}{I_1 + I_2}. \quad (3.4.19)$$

La Fig. (3.9) muestra las curvas experimentales correspondientes a las configuraciones *paralela* y *cruzada* del método de Soutar y Lu. El ajuste no lineal se realizó usando la rutina “NonlinerRegress” del programa *Mathematica*. En la



a)



b)

Figura (3.9): Curvas experimentales obtenidas para a) la configuración *paralela* y b) la configuración *cruzada* del método de Soutar y Lu.



elección de los valores iniciales para los parámetros desconocidos se supuso que los valores absolutos de  $\phi$  y  $\Psi_D$  están próximos a  $90^\circ$  y  $45^\circ$ , respectivamente, y que el valor de  $\beta$  es menor que  $360^\circ$ . Los resultados del ajuste no lineal (idénticos para ambas configuraciones) son  $\phi = \pm 1.594 \pm 0.003$  rad ( $\pm 91.3^\circ \pm 0.17^\circ$ ),  $\beta = 2.255 \pm 0.001$  rad y  $\Psi_D = 0.792$  ó  $2.363 \pm 0.004$  rad. Nótese que los parámetros  $\phi$  y  $\Psi_D$  son independientes de la longitud de onda, a diferencia de lo que ocurre con la birrefringencia  $\beta$ . A partir de ésta se puede calcular mediante la Ec. (2.4.4) la cantidad  $d\Delta n$ , que en la literatura anglosajona recibe el nombre de “gap” de la celda. Este parámetro resulta fundamental en el diseño de los LCSLM empleados como moduladores espaciales de intensidad, tal y como se explicó en la Sección (2.3). En nuestro caso  $d\Delta n = 454.2 \pm 0.2$  nm para  $\lambda = 633$  nm.

De acuerdo con las Ecs. (3.4.13) y (3.4.14), existen cuatro soluciones admisibles para el ajuste no lineal de los datos experimentales mostrados en la Fig. (3.9). Nótese que aunque la magnitud del giro molecular no es estrictamente de  $90^\circ$ , el valor obtenido ( $91.3^\circ$ ) está tan próximo a él que su signo queda en la práctica indeterminado. Tal y como se explicó en la Sec. (3.4.3), se puede llegar a un conjunto único de soluciones midiendo los parámetros de Stokes de la luz que emerge del TNLCD cuando sobre él incide luz linealmente polarizada. Para realizar estas medidas se puede emplear una técnica polarimétrica estándar (véase, por ejemplo la Ref. [28]) o un dispositivo comercial diseñado *ex profeso* para medir el vector de Stokes. En el caso que nos ocupa, los valores de  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  se obtuvieron como la diferencia entre las intensidades transmitidas por dos polarizadores ortogonales [29]. Así,  $S_1$  se calcula como la diferencia entre las intensidades transmitidas por dos polarizadores lineales que se hallan orientados, respectivamente, a lo largo de los ejes  $x$  e  $y$  de un sistema de referencia arbitrario. En el caso de  $S_2$ , los polarizadores se orientan a  $+45^\circ$  y  $-45^\circ$  con respecto al eje  $x$ . Finalmente,  $S_3$  se obtiene como la diferencia entre las intensidades transmitidas por dos polarizadores circulares, uno dextrógiro y otro levógiro. La Fig. (3.10) muestra el montaje experimental empleado en la determinación de los parámetros de Stokes del haz que emerge del TNLCD

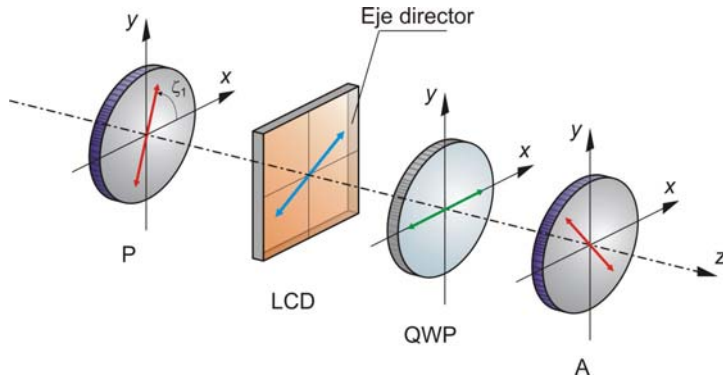


Figura (3.10): Montaje experimental para la medida de los parámetros de Stokes. P es el polarizador; LCD, el dispositivo de cristal líquido; QWP, la lámina de  $\lambda/4$  que se emplea en la medida de  $S_3$  y A, el analizador.

con respecto al sistema de referencia del laboratorio. Para medir  $S_3$  se situó frente al analizador una lámina de cuarto de onda diseñada para 632.8 nm con su eje rápido orientado en la dirección horizontal, con objeto de construir un polarizador circular. El parámetro  $S_3$  es entonces la diferencia entre las intensidades transmitidas por el analizador cuando éste se orienta sucesivamente a  $+45^\circ$  y  $-45^\circ$ . Los parámetros de Stokes se midieron variando el ángulo  $\zeta_1$  del primer polarizador de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , en intervalos de  $10^\circ$ , con una precisión de 5 minutos de arco. Para cada valor de  $\zeta_1$  las medidas se normalizaron de la misma forma que en el método de Soutar y Lu.

En la Fig. (3.11) se muestra una representación sobre la esfera de Poincaré de los resultados experimentales. Asimismo se incluyen las correspondientes proyecciones sobre los planos  $S_1$ - $S_2$ ,  $S_1$ - $S_3$  y  $S_2$ - $S_3$ . De acuerdo con lo expuesto en esta sección, la trayectoria descrita sobre la esfera de Poincaré por el estado de polarización de la luz que emerge de la celda determina de forma unívoca los valores de  $\phi$  y  $\Psi_D$ . Para nuestra pantalla de cristal líquido, las curvas teóricas calculadas a partir de las Ecs. (3.4.17) ajustan los datos experimentales sólo cuando  $\phi = -1.594$  rad y  $\Psi_D = 2.363$  rad. Éstos son, por tanto, los valores definitivos de  $\phi$  y  $\Psi_D$ .

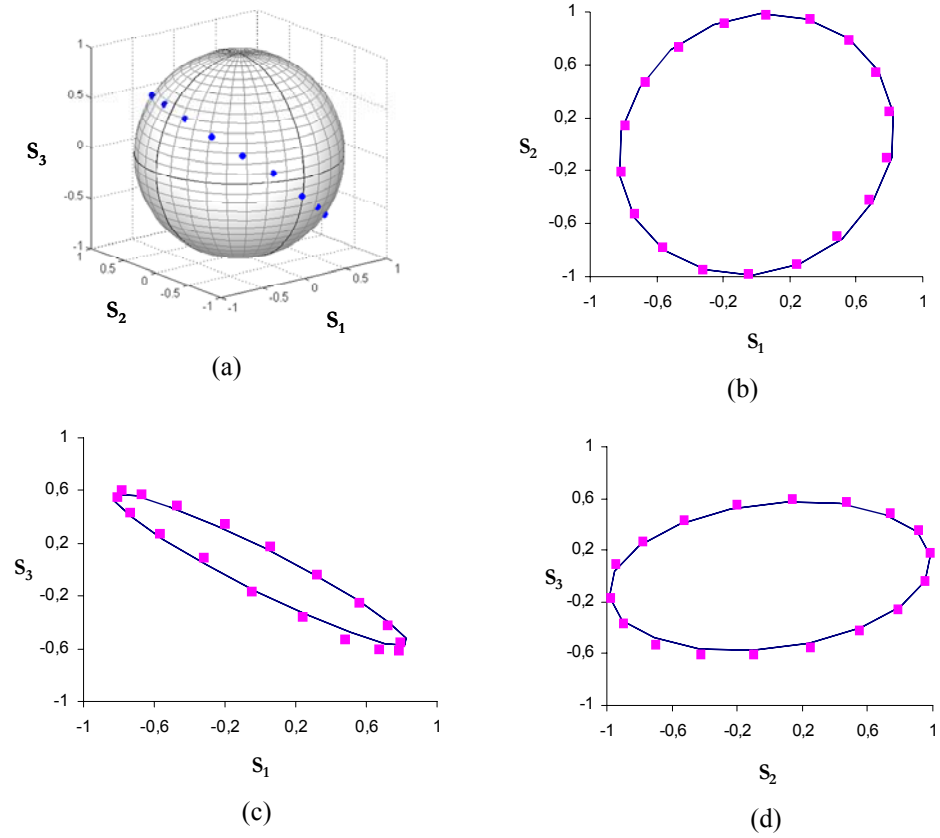


Figura (3.11): a) Representación en la esfera de Poincaré de los resultados experimentales obtenidos mediante el método de los parámetros de Stokes presentado en la Sec. (3.4.3). b), c) y d) Proyecciones sobre los planos  $S_1$ - $S_2$ ,  $S_1$ - $S_3$  y  $S_2$ - $S_3$  de la trayectoria descrita sobre la superficie de la esfera. En estas últimas gráficas, además de los datos experimentales, se han incluido en trazos continuos las curvas teóricas calculadas a partir de las Ecs (3.4.17) para los valores  $\phi = -1.594$  rad y  $\Psi_D = 2.363$  rad.

### 3.5. Determinación de los parámetros característicos de una celda de TNLC sobre la que hay aplicado un voltaje externo

#### 3.5.1. Medida de los parámetros característicos

De acuerdo con lo expuesto en la *Sección (3.2)*, una celda de TNLC se comporta como un sistema de polarización formado por un retardador seguido de un rotor. Su efecto sobre un estado de polarización arbitrario queda determinado por dos parámetros característicos, el giro efectivo  $\phi_{eq}$  y el retardo equivalente  $\delta_{eq}$ . Este modelo es válido tanto en ausencia de campo externo como cuando se aplica un potencial eléctrico sobre el cristal líquido. En este último caso, los parámetros característicos toman valores diferentes según la magnitud del campo eléctrico presente en la celda. En los TNLCD comerciales, la aplicación de un voltaje externo sobre las celdas se realiza enviando al dispositivo una imagen codificada en niveles de gris, de tal forma que a cada valor del nivel de gris  $g$  le corresponde un voltaje  $V$ . La relación entre ambas magnitudes suele ser lineal [3]. Por tanto, la determinación de las curvas  $\phi_{eq}(g)$  y  $\delta_{eq}(g)$  permite predecir las propiedades de modulación de un dispositivo sobre el que hay aplicado un potencial. Nuestro método coincide con otros procedimientos de calibración anteriores basados en la medida de los elementos de la matriz de Jones de la celda de TNLC para cada valor de  $g$  [30, 31]. No obstante, la utilización del modelo retardador-rotor tiene como principal ventaja que tanto  $\delta_{eq}$  como  $\phi_{eq}$  poseen un claro significado físico, lo que conduce, tal y como se ha mostrado en la *Sección (3.3)*, a una representación geométrica simple de la acción de un TNLCD sobre un estado de polarización arbitrario.

Existen diversas técnicas polarimétricas para la determinación experimental de los parámetros equivalentes de un sistema de polarización no absorbente [32-34], algunas de las cuales se pueden aplicar directamente al caso de una celda de cristal líquido. Así, el giro efectivo se puede medir con el método iterativo de Srinath y Keshavan y el retardo equivalente con una modificación del de Senarmont [18]. Para evitar el inconveniente de emplear una técnica para

cada parámetro, Tang y Kwok han desarrollado recientemente un método basado en la determinación de la trayectoria que el estado de polarización de la luz describe en el plano  $S_1$ - $S_2$  cuando la celda de TNLC sufre una rotación [17]. Aún siendo muy preciso, el método de Tang y Kwok requiere para ser eficaz el uso de un dispositivo comercial para la medida de los parámetros de Stokes. Por otro lado, ni este método ni ninguno de los mencionados anteriormente se ha aplicado nunca a una celda de TNLC sometida a un voltaje, lo que exigiría la repetición de todos estos procedimientos un número considerable de veces. La técnica que presentamos en esta memoria permite determinar los parámetros característicos de una celda de TNLC para cada valor del nivel de gris mediante una serie sistemática de medidas de irradiancia. En particular, nuestro procedimiento se basa en la medida de los parámetros de Stokes de la luz que emerge del TNLCD cuando éste se ilumina con luz circularmente polarizada [2]. Por supuesto, el uso de un dispositivo comercial para la medida de los parámetros de Stokes acelera la toma de datos y mejora la precisión de los resultados, pero, a diferencia de lo que ocurre con el método de Tang y Kwok, no es un elemento esencial para la medida de los parámetros característicos del TNLCD.

### 3.5.2. Análisis en la esfera de Poincaré

La Fig. (3.12) representa la acción del TNLCD sobre un estado de polarización circular en la esfera de Poincaré. El estado inicial  $\mathcal{A}$ , situado en el polo norte de la esfera, corresponde a luz polarizada circularmente a derechas. La acción del retardador equivalente sobre  $\mathcal{A}$  viene descrita por una rotación de magnitud  $2\delta_{eq}$  a lo largo del círculo meridiano normal al eje rápido del retardador, lo que conduce al estado intermedio  $\mathcal{B}$ . Finalmente, un giro de  $2\phi_{eq}$  a lo largo del círculo paralelo que pasa por  $\mathcal{B}$  determina el estado de polarización final, representado por el punto  $\mathcal{C}$ . Nótese que el ángulo polar  $2\varepsilon$  correspondiente al estado final  $\mathcal{C}$  no depende del giro efectivo  $\phi_{eq}$  sino sólo del retardo  $\delta_{eq}$ . Por su parte,  $\phi_{eq}$  viene exclusivamente determinado por el ángulo  $2\alpha$  y por la orientación del eje rápido de la lámina, siendo, por tanto, independiente de  $\delta_{eq}$ . Que cada una de estas rotaciones dependa sólo de un paráme-

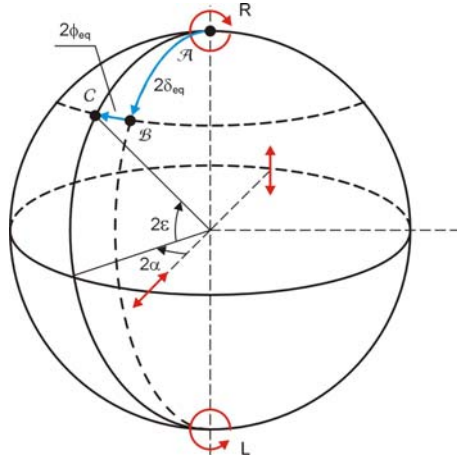


Figura (3.12): Descripción en la esfera de Poincaré del efecto de una celda de TNLC sobre luz circularmente polarizada. R y L representan, respectivamente, luz circular dextrógira y levógira. Los ángulos  $2\alpha$  y  $2\varepsilon$  son las coordenadas esféricas (longitud y latitud) del estado de polarización final.

tro del sistema equivalente es consecuencia de la elección de luz circularmente polarizada como estado de polarización inicial. Con cualquier otra polarización incidente, tanto  $\delta_{eq}$  como  $\phi_{eq}$  dependerían a la vez de  $\alpha$  y  $\varepsilon$ .

Deduzcamos ahora las expresiones matemáticas que relacionan los parámetros equivalentes con los parámetros de Stokes del haz que emerge del TNLCD. El vector de Jones normalizado  $\mathbf{E}_{out}$  que describe el estado de polarización a la salida del dispositivo se puede obtener, de acuerdo con la Ec. (3.2.7), a partir del producto matricial

$$\mathbf{E}_{out} = \exp(-i\beta)\mathbf{R}(\phi_{eq})\mathbf{WP}\left(2\delta_{eq}, \frac{\phi + \phi_{eq}}{2}\right)\mathbf{E}_{in} \quad (3.5.1)$$

donde  $\mathbf{E}_{in}$  representa el estado de polarización circular inicial,  $\mathbf{E}_{in} = 1/\sqrt{2}(1 \ i)^T$ . Nótese que los vectores y matrices que aparecen en la Ec. (3.5.1) se hallan escritos en el sistema de referencia propio del cristal. Por me-

dio de las Ecs. (3.4.16) es posible determinar los parámetros de Stokes de la luz transmitida por el TNLCD a partir de las componentes cartesianas de  $\mathbf{E}_{out}$ , lo que conduce a

$$\begin{aligned} S_0 &= 1, \\ S_1 &= \sin(\phi - \phi_{eq}) \sin 2\delta_{eq}, \\ S_2 &= -\cos(\phi - \phi_{eq}) \sin 2\delta_{eq}, \\ S_3 &= \cos 2\delta_{eq}. \end{aligned} \quad (3.5.2)$$

Un simple examen de estas ecuaciones evidencia dos cosas. En primer lugar, el retardo equivalente,  $\delta_{eq}$ , puede ser determinado directamente a partir del parámetro de Stokes  $S_3$ ,

$$\delta_{eq} = \frac{1}{2} \arccos(S_3). \quad (3.5.3)$$

En segundo el valor experimental del cociente  $S_1/S_2$ , para el que la dependencia con  $\delta_{eq}$  desaparece, permite determinar directamente el giro efectivo  $\phi_{eq}$ . Matemáticamente,

$$\phi_{eq} = \phi + \arctan\left(\frac{S_1}{S_2}\right). \quad (3.5.4)$$

Si comparamos las expresiones que acabamos de obtener para el retardo equivalente y el giro efectivo con las Ecs. (3.3.1) y (3.3.2), es posible establecer una relación entre los parámetros característicos  $\delta_{eq}$  y  $\phi_{eq}$  y las coordenadas esféricas  $2\varepsilon$  y  $2\alpha$  del estado de polarización que emerge de la celda de cristal líquido. Así, es fácil demostrar que

$$2\delta_{eq} = \frac{\pi}{2} - 2\varepsilon \quad (3.5.5)$$

y

$$\phi_{eq} = \frac{\pi}{2} - (2\alpha - \phi). \quad (3.5.6)$$

Tal y como habíamos previsto, de la Ec. (3.5.5) se infiere que el ángulo polar  $2\varepsilon$  no depende del giro efectivo  $\phi_{eq}$  sino sólo del retardo  $\delta_{eq}$ . De hecho,  $2\varepsilon$  es el ángulo complementario de  $2\delta_{eq}$ . Por su parte, la Ec. (3.5.6) muestra que  $\phi_{eq}$  viene exclusivamente determinado por el ángulo  $2\alpha$ .

### 3.5.3. Resultados experimentales

El método que hemos presentado en la Sec. (3.5.1) se utilizó para calibrar el TNLCD de Sony. El montaje experimental empleado en el laboratorio se muestra en la Fig. (3.13). Como fuente de iluminación se escogió un láser de Argón que emite a 514 nm. El haz de luz que incidía sobre el TNLCD se generó con un polarizador circular que incluía una lámina de cuarto de onda de orden cero diseñada para esa longitud de onda. Los parámetros de Stokes se midieron de la misma forma que en la *Sección (3.4)*, variando el nivel de gris de  $g = 0$  a  $g = 255$ , en intervalos de 8 niveles. Para determinar experimentalmente la incertidumbre en los valores de los parámetros de

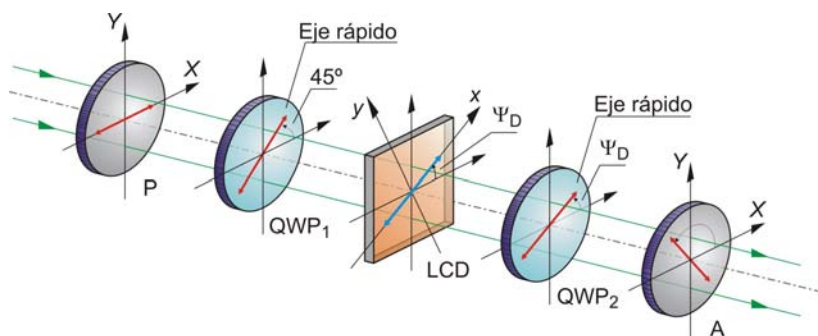


Figura (3.13): Montaje experimental para la medida de los parámetros característicos. P es un polarizador con su eje de transmisión horizontal; QWP<sub>1</sub>, una lámina de cuarto de onda con su eje rápido orientado a 45° con respecto al eje de transmisión del polarizador; LCD, la pantalla de cristal líquido; QWP<sub>2</sub>, la lámina de cuarto de onda utilizada para la medida de  $S_3$ ; A, un analizador y  $\Psi_D$  la orientación del director molecular a la entrada del dispositivo.



Stokes, se repitieron todas las medidas al menos 3 veces, en series independientes, sin que se hallara una discrepancia mayor que  $\pm 0.03$  para ningún nivel de gris. Este valor puede ser reducido en un orden de magnitud empleando un dispositivo comercial [35]. La Fig. (3.14) muestra la evolución de  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  frente al nivel de gris  $g$ . A partir de estas curvas se dedujeron los valores de  $\delta_{eq}$  y  $\phi_{eq}$  mediante las ecuaciones (3.5.3) y (3.5.4).

Llegados a este punto conviene hacer una observación acerca de la precisión en la determinación del giro efectivo  $\phi_{eq}$ . Sean  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  las incertidumbres estimadas para los parámetros  $S_1$  y  $S_2$ . A partir de la Ec (3.5.4) y de la fórmula convencional de propagación de errores (véase, por ejemplo, Ref [36]), se tiene que la correspondiente incertidumbre para  $\phi_{eq}$  viene dada por

$$\sigma_{\phi_{eq}} = \frac{1}{S_1^2 + S_2^2} \sqrt{S_2^2 \sigma_1^2 + S_1^2 \sigma_2^2} \quad . \quad (3.5.7)$$

Nótese que, de acuerdo con la Ec. (3.5.7), la incertidumbre en  $\phi_{eq}$  crece de forma ilimitada para luz con un estado de polarización que se aproxima al circular,

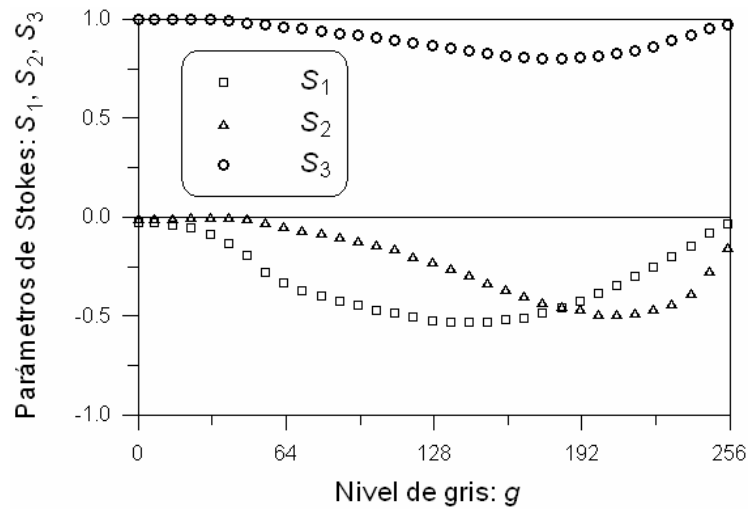


Figura (3.14): Resultados experimentales para los parámetros de Stokes  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  de la luz transmitida por el TNLCD iluminado con luz circularmente.

esto es, para  $S_1, S_2 \rightarrow 0$ . Esta situación se observa precisamente para valores de  $g$  cercanos a cero. Como puede apreciarse en la Fig. (3.14), para tales niveles de gris la luz que emerge del TNLCD presenta muy aproximadamente polarización circular, debido a que la celda no cambia de forma apreciable el estado de polarización del haz incidente. Por lo tanto, la determinación precisa de  $\phi_{eq}$  para los primeros niveles de gris requiere iluminar el dispositivo empleando luz con una polarización diferente de la circular.

Consideremos, en particular, un experimento en el que se mide la intensidad transmitida al girar el analizador cuando la celda de cristal líquido se ilumina con luz polarizada linealmente en la dirección del eje  $x$  del sistema de referencia propio del cristal. El vector de Jones que describe el estado de polarización de la luz tras atravesar el último polarizador viene dado por

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \mathbf{P}\mathbf{R}(\xi)\exp(-i\beta)\mathbf{R}(\phi_{eq})\mathbf{W}\mathbf{P}\left(2\delta_{eq}, \frac{\phi + \phi_{eq}}{2}\right)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.5.8)$$

donde  $\mathbf{P}$  es la matriz de un polarizador lineal expresada en el sistema de referencia propio del analizador, Ec (3.4.4), y  $\xi$  es el ángulo que el eje de transmisión del analizador forma con el director molecular a la entrada de la celda. Aplicando la Ec. (3.4.5) se tiene que la correspondiente intensidad normalizada viene dada por

$$T = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^* & E_y^* \end{pmatrix} = \cos^2 \delta_{eq} \cos^2(\xi + \phi_{eq}) + \sin^2 \delta_{eq} \cos^2(\xi - \phi). \quad (3.5.9)$$

A partir de la Ec. (3.5.9) es posible determinar con gran precisión el valor de  $\phi_{eq}$  (así como el de  $\delta_{eq}$ ) mediante un ajuste no lineal de los valores experimentales de  $T(\xi)$ . Para ello se empleó en el laboratorio un montaje similar al mostrado en la Fig. (3.8), manteniendo ahora fija la orientación del primer polarizador y variando el ángulo del analizador entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ , en intervalos de  $10^\circ$ . La Fig. (3.15) muestra los resultados experimentales para el nivel de gris  $g = 0$ , junto con la curva obtenida a partir del ajuste no lineal. Por supuesto, este procedi-

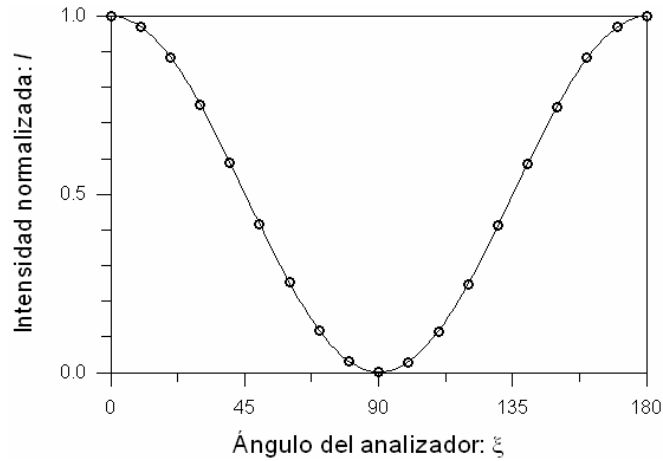


Figura (3.15): Intensidad transmitida a través del TNLCD insertado entre un polarizador y un analizador en función del ángulo del analizador para el nivel de gris  $g = 0$ . Los valores medidos están representados por puntos y la curva calculada mediante el ajuste no lineal por una línea continua.

miento es mucho más largo y matemáticamente más complejo que el que resulta de usar las Ecs. (3.5.3) y (3.5.4) para determinar los parámetros característicos de la celda. Por ello, la Ec. (3.5.9) sólo se empleó para los siete primeros niveles de gris, que son los que proporcionan una medida de  $\phi_{eq}$  con mayor incertidumbre.

Las curvas de calibración finales se representan en la Fig. (3.16). Como era de esperar, para valores pequeños de  $g$ , tanto  $\phi_{eq}(g)$  como  $\delta_{eq}(g)$  tienden a cero, es decir, el TNLCD apenas cambia el estado de polarización incidente, lo que indica que las moléculas de cristal líquido se hallan prácticamente alineadas con el campo eléctrico. Por tanto, cuando  $g = 0$  el voltaje aplicado sobre la celda es máximo. Estas curvas de calibración revelan también que el efecto predominante en las celdas es el de giro (el valor medio de  $\delta_{eq}$  a lo largo del rango de  $g$  es de tan sólo  $11^\circ$ ). Nótese que  $\delta_{eq}(g)$  presenta una variación suave y alcanza un valor máximo entorno a  $g = 175$ . Por su parte  $\phi_{eq}(g)$  exhibe un decrecimiento monótono alcanzando un valor mínimo para  $g = 255$ . Con es-

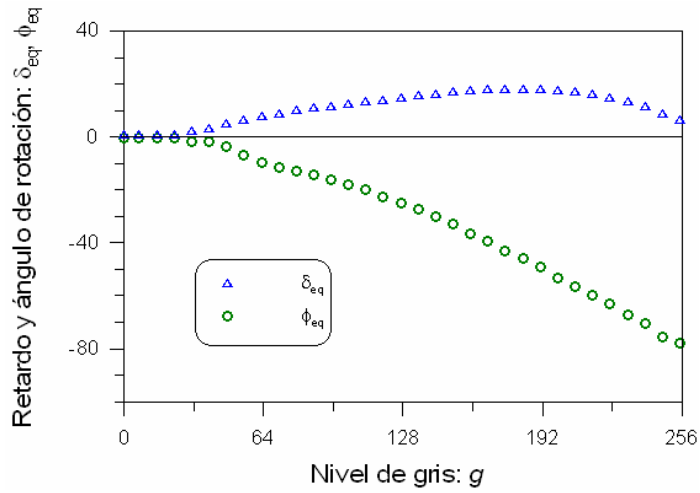


Figura (3.16): Representación de los valores experimentales de  $\delta_{eq}$  y  $\phi_{eq}$  en función del nivel de gris aplicado sobre el TNLCD.

tas curvas de calibración es posible determinar las características de modulación del TNLCD por medio de la Ec. (3.2.7). Asimismo, su acción sobre la esfera de Poincaré se puede interpretar como dos rotaciones sucesivas que quedan determinadas por los valores que toman los parámetros característicos.

## Referencias

- [1] H. Hurwitz and R. C. Jones, "A New Calculus for the Treatment of Optical Systems II. Proof of Three General Equivalence Theorems," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 31, pp. 493-499, 1941.
- [2] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and Z. Jaroszewicz, "Equivalent retarder-rotator approach to on-state twisted nematic liquid crystal displays," *Journal of Applied Physics*, vol. 99, pp. 113101-6, 2006.
- [3] C. Soutar and K. H. Lu, "Determination of the Physical-Properties of an Arbitrary Twisted-Nematic Liquid-Crystal Cell," *Optical Engineering*, vol. 33, pp. 2704-2712, 1994.
- [4] L. G. Neto, D. Roberge, and Y. L. Sheng, "Full-range, continuous, complex modulation by the use of two coupled-mode liquid-crystal televisions," *Applied Optics*, vol. 35, pp. 4567-4576, 1996.
- [5] J. A. Davis, D. A. Allison, K. G. D'Nelly, M. L. Wilson, and I. Moreno, "Ambiguities in measuring the physical parameters for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators," *Optical Engineering*, vol. 38, pp. 705-709, 1999.
- [6] I. Moreno, N. Bennis, J. A. Davis, and C. Ferreira, "Twist angle determination in liquid crystal displays by location of local adiabatic points," *Optics Communications*, vol. 158, pp. 231-238, 1998.
- [7] J. A. Davis, P. Tsai, K. G. D'Nelly, and I. Moreno, "Simple technique for determining the extraordinary axis direction for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators," *Optical Engineering*, vol. 38, pp. 929-932, 1999.
- [8] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and Z. Jaroszewicz, "Cell parameter determination of a twisted-nematic liquid crystal display by single-wavelength polarimetry," *Journal of Applied Physics*, vol. 97, pp. 043101-6, 2005.
- [9] C. Whitney, "Pauli-Algebraic Operators in Polarization Optics," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 61, pp. 1207-1213, 1971.
- [10] S. Y. Lu and R. A. Chipman, "Homogeneous and Inhomogeneous Jones Matrices," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 11, pp. 766-773, 1994.
- [11] G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical Methods for Physicists*, 4th ed. San Diego: Academic Press, 1995.

- [12] A. S. Marathay, "Operator Formalism in the Theory of Partial Polarization," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 55, pp. 969-980, 1965.
- [13] R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and polarized light*, 1st ed. Amsterdam: Elsevier, 1987.
- [14] C. R. Fernandez-Pousa, I. Moreno, N. Bennis, C. Gómez-Reino, and C. Ferreira, "Graphical representation of non-absorbing polarization devices," *Optics Communications*, vol. 183, pp. 347-356, 2000.
- [15] S. Huard, *Polarization of Light*. Chichester: John Wiley & Sons, 1997.
- [16] F. W. Byron and R. W. Fuller, *Mathematics of Classical and Quantum Physics*. New York: Dover Publications, Inc., 1992.
- [17] S. T. Tang and H. S. Kwok, "3 x 3 Matrix for unitary optical systems," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 18, pp. 2138-2145, 2001.
- [18] S. T. Tang and H. S. Kwok, "Characteristic Parameters of Liquid Crystal Cells and Their Measurements," *Journal of Display Technology*, vol. 2, pp. 26-31, 2006.
- [19] S. Stallinga, "Equivalent retarder approach to reflective liquid crystal displays," *Journal of Applied Physics*, vol. 86, pp. 4756-4766, 1999.
- [20] S. T. Tang and H. S. Kwok, "Measurement of reflective liquid crystal displays," *Journal of Applied Physics*, vol. 91, pp. 8950-8954, 2002.
- [21] C. R. Fernandez-Pousa, I. Moreno, N. Bennis, and C. Gomez-Reino, "Generalized formulation and symmetry properties of reciprocal nonabsorbing polarization devices: application to liquid-crystal displays," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 17, pp. 2074-2080, 2000.
- [22] J. L. Pezzaniti, S. C. McClain, R. A. Chipman, and S. Y. Lu, "Depolarization in Liquid-Crystal Televisions," *Optics Letters*, vol. 18, pp. 2071-2073, 1993.
- [23] J. E. Wolfe and R. A. Chipman, "Polarimetric characterization of liquid-crystal-on-silicon panels," *Applied Optics*, vol. 45, pp. 1688-1703, 2006.
- [24] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 6 ed. Oxford: Pergamon, 1991.
- [25] J. E. Bigelow and R. A. Kashnow, "Poincare Sphere Analysis of Liquid-Crystal Optics," *Applied Optics*, vol. 16, pp. 2090-2096, 1977.

- [26] M. Johnson, "Poincare Sphere Representation of Birefringent Networks," *Applied Optics*, vol. 20, pp. 2075-2080, 1981.
- [27] H. G. Jerrard, "Transmission of Light through Birefringent and Optically Active Media - the Poincare Sphere," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 44, pp. 634-640, 1954.
- [28] C. Brosseau, *Fundamentals of Polarized Light. A Statistical Optics Approach*. New York: John Wiley & Sons, 1998.
- [29] R. Guenther, *Modern Optics*. New York: John Wiley & Sons, 1990.
- [30] C. Stolz, L. Bigue, and P. Ambs, "Implementation of high-resolution diffractive optical elements on coupled phase and amplitude spatial light modulators," *Applied Optics*, vol. 40, pp. 6415-6424, 2001.
- [31] I. Moreno, P. Velasquez, C. R. Fernandez-Pousa, and M. M. Sanchez-Lopez, "Jones matrix method for predicting and optimizing the optical modulation properties of a liquid-crystal display," *Journal of Applied Physics*, vol. 94, pp. 3697-3702, 2003.
- [32] L. S. Srinath and A. V. S. Sarma, "Determination of Optically Equivalent Model in 3-Dimensional Photoelasticity," *Experimental Mechanics*, vol. 14, pp. 118-122, 1974.
- [33] A. Sarma, "New Experimental Methods for Determining Optical Parameters of Elliptic Retarders," *Journal of Physics D-Applied Physics*, vol. 10, pp. 2019-2030, 1977.
- [34] H. K. Aben, "Characteristic Directions in Optics of Twisted Birefringent Media," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 3, pp. 1414-1421, 1986.
- [35] T. F. Drouillard, P. A. Searcy, S. R. Davis, R. J. Uberna, R. A. Herke, M. H. Anderson, S. D. Rommel, E. B. Anthony, and V. B. Damiao, "Polarimetry using liquid crystal variable retarders," *Proc. of SPIE*, vol. 5363, pp. 86-97, 2004.
- [36] P. R. Bevington and D. K. Robinson, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, 2nd ed. New York: Mc Graw-Hill, 1992.

# Capítulo 4

## Optimización de un dispositivo de cristal líquido para la obtención de una modulación pura de fase

Los métodos que se han propuesto en los últimos años para optimizar la respuesta en fase de un TNLCD siguen todos la estrategia de minimizar la modulación del estado de polarización que acompaña al *efecto de giro* propio del modo TN [1-3]. En los primeros TNLCD (caracterizados por poseer un grosor mucho mayor que el de los actuales) se podía obtener una respuesta pura de fase simplemente insertando el dispositivo entre dos polarizadores adecuadamente orientados y manteniendo el voltaje aplicado por debajo de un valor umbral (a partir del cual se produce la ruptura de la estructura helicoidal de las celdas) [1]. Esta técnica fue posteriormente revisada debido a los cambios en las propiedades de modulación de los dispositivos comerciales, que contaban con celdas cada vez más delgadas para minimizar así su tiempo de respuesta. Varios autores propusieron el uso de los estados propios elípticamente polarizados de un TNLCD [2] y, en particular, de los que se propagan invariantes salvo por una rotación de su plano de polarización, que es igual al giro molecular de las celdas [3]. Los valores propios asociados a estos estados son factores puros de fase, cuyo argumento depende del potencial aplicado sobre el dispositivo. Para generar y detectar los estados propios, la configuración clásica ‘polarizador-TNLCD-analizador’ es substituida por un sistema polarimétrico que incluye dos polarizadores lineales y dos láminas de cuarto de onda. El principal inconveniente de este procedimiento es que los estados propios de un TNLCD



cambian con el voltaje aplicado, lo que obliga a definir un estado propio promedio, con la consiguiente variación residual de intensidad.

Tomando como base el sistema polarimétrico usado en el método de los estados propios, se han desarrollado diversos procedimientos numéricos para alcanzar una modulación pura de fase con un TNLCD. Dicho sistema polarimétrico consta, en general, de dos partes o subsistemas, que sirven, respectivamente, para generar y detectar estados de polarización y que reciben el nombre de brazo generador (BG) y brazo analizador (BA). Ambos subsistemas están formados cada uno por un polarizador lineal y una lámina retardadora [4]. Mediante procedimientos numéricos es posible encontrar las configuraciones del BG y del BA que optimizan la respuesta en fase del TNLCD [5, 6]. Para realizar estas simulaciones algunos autores han desarrollado modelos que describen el comportamiento óptico de una celda sometida a un potencial externo [7-9]. Otros, en cambio, han optado por llevar a cabo una calibración experimental del TNLCD, determinando los elementos de la matriz de Jones del dispositivo para cada valor del voltaje aplicado [6, 10, 11].

Para caracterizar la modulación de fase de un LCSLM se pueden emplear métodos interferométricos y métodos difractivos. Entre los primeros, es frecuente el uso de interferómetros de Mach-Zehnder, que proporcionan una medida precisa de la fase que introduce el modulador [1, 12]. Sin embargo, tales sistemas son muy sensibles a vibraciones mecánicas y perturbaciones ambientales, lo que puede alterar la diferencia de camino óptico entre los brazos de referencia y de medida. Por este motivo, se han desarrollado técnicas de interferometría por división del frente de onda. En ellas se determina el corrimiento que se produce en los patrones de interferencia generados por una doble rendija o por una máscara con dos orificios circulares [13]. Los métodos difractivos, por su parte, se basan en la medida de la distribución de irradiancia en la región de Fraunhofer cuando en la pantalla se codifican patrones de fase específicos, como redes binarias o redes sinusoidales [14, 15]. También se puede caracterizar la respuesta en fase del modulador mediante un procedimiento basado en el efecto Talbot fraccional. En ese caso, la fase se obtiene determi-

nando el contraste de las imágenes de Fresnel a ciertas distancias cuando se codifican en el dispositivo redes de fase binarias [16].

En este capítulo se optimiza la respuesta en fase de un TNLCD comercial tomando como base el modelo retardador-rotor, así como la representación geométrica en la esfera de Poincaré. En particular, se muestra que es posible encontrar configuraciones óptimas iluminando el dispositivo con luz incidente que puede presentar cualquier tipo de polarización, ya sea lineal, elíptica o circular. Los dos primeros casos admiten la misma explicación física, que se analizan en la Sec. (4.1), y el tercero, que responde a una estrategia distinta, se describe en la Sec. (4.3). Para cada configuración óptima se presenta la correspondiente curva de operación del TNLCD y, en virtud de ella, se discuten las posibles aplicaciones del dispositivo.

#### **4.1. Modulación pura de fase mediante la utilización de luz linealmente polarizada**

El efecto de giro que caracteriza al modo TN viene acompañado de una modulación inherente del estado de polarización. Esta modulación, en principio espuria, se puede aprovechar, sin embargo, para optimizar la respuesta en fase de un TNLCD. Para ello, consideremos un dispositivo capaz de generar una familia de estados de polarización elípticos con un azimut común y una elipticidad variable. Mostraremos que, en tal caso, el dispositivo se comporta como un modulador puro de fase, siempre que tras él se sitúe un analizador correctamente orientado. El modelo retardador-rotor, junto con las propiedades geométricas del formalismo de la esfera de Poincaré, sugieren que un modo de funcionamiento semejante se puede alcanzar con un TNLCD comercial [17]. Para ello es necesario situar una lámina de cuarto de onda tras el dispositivo de cristal líquido e iluminar éste con luz linealmente polarizada (o, en una configuración más general, con luz elípticamente polarizada). Mediante un sencillo cálculo numérico (que en el caso más simple implica sólo dos variables) es posible encontrar las orientaciones óptimas de los elementos que forman el

sistema polarimétrico donde se integra el TNLCD, de forma que éste genere aproximadamente una familia de estados de igual azimut (EAPS, del inglés *equi-azimuth polarization states*). Estos estados son transformados por un analizador lineal en un único estado de polarización final, el cual viene afectado por una fase global controlable electrónicamente. Esta fase global consta de dos términos, uno consecuencia de la variación de la birrefringencia del material, y otro fruto de la modulación que sufre el estado de polarización de la luz.

#### 4.1.1. Estados de igual azimut

Como es sabido, un estado de polarización elíptico se puede caracterizar por el azimut  $\alpha$  y el ángulo de elipticidad  $\varepsilon$ , que son los parámetros que describen la orientación y forma de la elipse de polarización, véase Fig. (3.2). Imaginemos una familia de EAPS, esto es, un conjunto de estados de polarización con el mismo azimut  $\alpha_0$  y un ángulo de elipticidad variable. En la esfera de Poincaré, estos EAPS se localizan a lo largo de un meridiano de longitud  $2\alpha_0$  [18]. De acuerdo con lo expuesto en la Sec. (3.3), si uno cualquiera de tales estados pasa a través de un polarizador, la intensidad transmitida por éste vendrá dada por  $\cos^2(\gamma/2)$ , donde  $\gamma$  es el ángulo que forma el radiovector del punto que representa el estado de polarización incidente con el eje de transmisión del polarizador. Por lo tanto, si dicho eje de transmisión, cuya orientación sobre la esfera viene dada por la coordenada longitudinal  $2\xi$ , resulta ser perpendicular al meridiano en donde se hallan los EAPS, es decir,  $2\xi = 2\alpha_0 \pm \pi/2$ , se obtiene para todos ellos la misma intensidad transmitida, dado que siempre se cumple que  $\gamma = \pi/2$ . De esta forma, la intensidad normalizada  $T$  transmitida por el polarizador resulta ser independiente de la latitud del punto inicial e igual a  $1/2$ . Sin embargo, aunque el valor de  $T$  siempre es el mismo, se puede mostrar por medio del cálculo matricial de Jones que la luz transmitida posee una fase global que depende del estado de polarización inicial [19].

En términos matemáticos, el vector de Jones normalizado correspondiente a un estado de polarización elíptico en función de  $\alpha$  y  $\varepsilon$  viene dado por

[18]

$$\mathbf{E}(\alpha, \varepsilon) = \exp(j\delta) \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \varepsilon - j \sin \alpha \sin \varepsilon \\ \sin \alpha \cos \varepsilon + j \cos \alpha \sin \varepsilon \end{pmatrix}, \quad (4.1.1)$$

donde  $\delta$  es la fase absoluta que determina el ángulo entre el vector eléctrico y el eje mayor de la elipse en el instante y la posición iniciales. Consideremos ahora un estado de polarización con un ángulo de elipticidad  $\varepsilon_0$  y perteneciente a la familia de EAPS con azimut  $\alpha_0$ , el cual pasa a través de un polarizador lineal, cuyo eje de transmisión está orientado un ángulo  $\xi$  con respecto al eje  $x$  del sistema de referencia en el que se ha escrito el vector  $\mathbf{E}(\alpha_0, \varepsilon_0)$ . A la salida del polarizador, el vector de Jones  $\mathbf{E}_{out}$  que describe el estado de polarización del haz emergente se puede calcular a partir del producto matricial

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{out} &= \mathbf{PR}(\xi)\mathbf{E}(\alpha_0, \varepsilon_0) = \\ &= \exp(j\delta) \begin{pmatrix} \cos(\alpha_0 - \xi)\cos \varepsilon_0 - j \sin(\alpha_0 - \xi)\sin \varepsilon_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

donde  $\mathbf{P}$  es la matriz de un polarizador lineal expresada por la Ec. (3.4.4). La intensidad del haz de luz transmitido por el polarizador viene dada por

$$T = \cos^2(\alpha_0 - \xi)\cos^2 \varepsilon_0 + \sin^2(\alpha_0 - \xi)\sin^2 \varepsilon_0. \quad (4.1.3)$$

Un simple examen de la Ec. (4.1.2) muestra que si

$$\xi = \alpha_0 \mp \pi/4, \quad (4.1.4)$$

entonces

$$\mathbf{E}_{out} = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp[j(\mp \varepsilon_0 + \delta)] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.1.5)$$

En ese caso, la intensidad transmitida  $T$  resulta, en virtud de la Ec. (4.1.3), independiente de  $\varepsilon$  y posee un valor constante  $T = 1/2$ . Esto es consecuencia de

la condición dada por la Ec. (4.1.4), que, desde un punto de vista geométrico, implica que el eje de transmisión del polarizador es perpendicular al meridiano sobre el que se halla el estado perteneciente a la familia de EAPS (recuérdese que los ángulos de la elipse de polarización se doblan en la esfera de Poincaré). En lo que concierne a la Ec. (4.1.5), nótese que el factor global  $\exp[j(\mp \varepsilon_0 + \delta)]$  indica que existen diferencias de fase entre los estados distribuidos a lo largo del meridiano definido por el azimut  $\alpha_0$ .

#### 4.1.2. Diseño de un generador de EAPS mediante un dispositivo de cristal líquido con estructura de hélice

De acuerdo con lo expuesto en el Capítulo 3, un TNLCD es capaz de generar en cada uno de sus píxeles un conjunto de estados de polarización, cada uno de los cuales corresponde a un nivel de gris  $g$ . En este apartado vamos a abordar el problema de generar con él una familia de elipses de polarización con una orientación aproximadamente igual y una elipticidad variable. Para ello emplearemos un argumento heurístico basado en el modelo retardador-rotor. Como primera hipótesis, supondremos que la luz que incide sobre la celda de TNLC se halla linealmente polarizada. Como ya se vio en la Sec. (3.3), la acción de un TNLCD sobre un estado de polarización incidente se puede representar por dos rotaciones sucesivas en la esfera de Poincaré, las cuales vienen caracterizadas, respectivamente, por el retardo equivalente  $\delta_{eq}$  y el giro efectivo  $\phi_{eq}$ . De acuerdo con la Fig. (3.16), el efecto predominante en las celdas es el de giro. Por ello, en primera aproximación al problema, consideraremos que el TNLCD se comporta como un rotor puro controlable electrónicamente. Su efecto sobre un estado de polarización lineal sería entonces la generación de una serie de puntos sobre el ecuador de la esfera. En el caso real, la acción del retardador equivalente hace que dichos puntos se sitúen fuera del plano ecuatorial. Sin embargo, nótese que la curva correspondiente a  $\delta_{eq}(\varrho)$  muestra una evolución suave del retardo entorno a un valor máximo. Esto hace pensar en la existencia de un estado de polarización lineal óptimo para el cual el TNLCD traza aproximadamente un arco de circunferencia no ecuatorial. Puesto que el

efecto de un sistema óptico lineal (que no despolariza) en la esfera de Poincaré es transformar un conjunto (inicial) de estados que se hallan sobre un círculo en otro conjunto (final) de estados situados sobre otro círculo [18], resulta factible que una lámina retardadora transforme el conjunto de estados a la salida de las celdas en otro conjunto de estados situados, en primera aproximación, sobre un círculo meridiano. En resumen, el diseño de un generador de EAPS se consigue insertando el TNLCD entre un polarizador lineal y una lámina retardadora adecuadamente orientados [17]. Convendría, además, que la lámina retardadora fuese como las que habitualmente se emplean en el laboratorio, esto es, de cuarto de onda o de media onda.

A continuación se presentan los cálculos matemáticos que dan validez al razonamiento que acabamos de exponer. Aquí sólo consideraremos un sistema como el mostrado en la Fig. (4.1), que incluye una lámina de cuarto de onda. El motivo es que cuando se considera este tipo de lámina retardadora el procedimiento de optimización proporciona una menor desviación de los ángulos de azimut respecto al valor promedio. Consideremos, por tanto, el vector de Jones normalizado correspondiente al haz que emerge del sistema de la Fig. (4.1), el

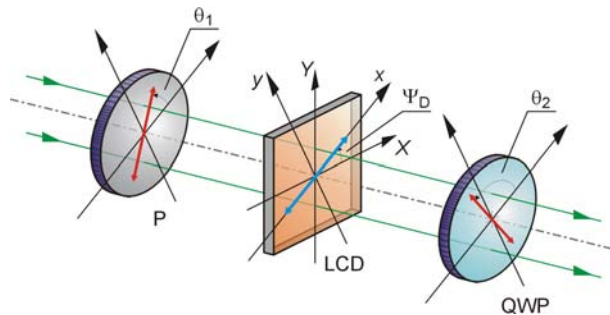


Figura (4.1): Montaje experimental para la generación de una familia de EAPS. P es el polarizador; LCD, la pantalla de cristal líquido y QWP, la lámina de cuarto de onda.  $\Psi_D$  es el ángulo que forma el director molecular a la entrada de la celda con el eje horizontal del sistema de referencia del laboratorio.

cual viene dado por el producto matricial

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \exp(-i\beta) \mathbf{WP}\left(\frac{\pi}{2}, \theta_2\right) \mathbf{R}(\phi_{eq}) \mathbf{WP}\left(2\delta_{eq}, \frac{\phi + \phi_{eq}}{2}\right) \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix}, \quad (4.1.6)$$

donde  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son respectivamente, los ángulos que el eje de transmisión del polarizador y el eje lento de la lámina forman con el director molecular en el plano de entrada del cristal. Empleando las Ecs. (3.4.16), se tienen las siguientes expresiones para los parámetros de Stokes de la luz a la salida de la lámina de cuarto de onda:

$$\begin{aligned} S_0 &= 1 \\ S_1 &= \cos(2\theta_2) \left( \cos^2 \delta_{eq} \cos[2(\theta_1 - \theta_2 - \phi_{eq})] + \sin^2 \delta_{eq} \cos[2(\theta_1 + \theta_2 - \phi)] \right) \\ &+ \sin(2\theta_2) \sin(2\delta_{eq}) \sin[2\theta_1 - \phi - \phi_{eq}] \\ S_2 &= \sin(2\theta_2) \left( \cos^2 \delta_{eq} \cos[2(\theta_1 - \theta_2 - \phi_{eq})] + \sin^2 \delta_{eq} \cos[2(\theta_1 + \theta_2 - \phi)] \right) - \\ &\cos(2\theta_2) \sin(2\delta_{eq}) \sin[2\theta_1 - \phi - \phi_{eq}] \\ S_3 &= -\sin^2 \delta_{eq} \sin[2(\theta_1 + \theta_2 - \phi)] + \cos^2 \delta_{eq} \sin[2(\theta_1 - \theta_2 - \phi_{eq})]. \end{aligned} \quad (4.1.7)$$

El azimut correspondiente al estado de polarización final se puede obtener por medio de la Ec. (3.3.1) a partir de los parámetros  $S_1$  y  $S_2$ . Nótese que, de acuerdo con las Ecs. (4.1.7), para cada valor del nivel de gris  $g$ , es decir, para cada valor del par  $(\delta_{eq}, \phi_{eq})$ , las expresiones matemáticas para  $S_1$  y  $S_2$  se convierten en funciones de las dos variables  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . Nuestro objetivo es encontrar los valores de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  que conducen a un azimut constante independientemente del nivel de gris  $g$ . Para ello se empleó un procedimiento de mínimos cuadrados con el que se determinaron los valores de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  que minimizan la desviación estándar  $\sigma$ , definida como [20]

$$\sigma(\theta_1, \theta_2) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_g (\alpha_g - \bar{\alpha})^2}. \quad (4.1.8)$$

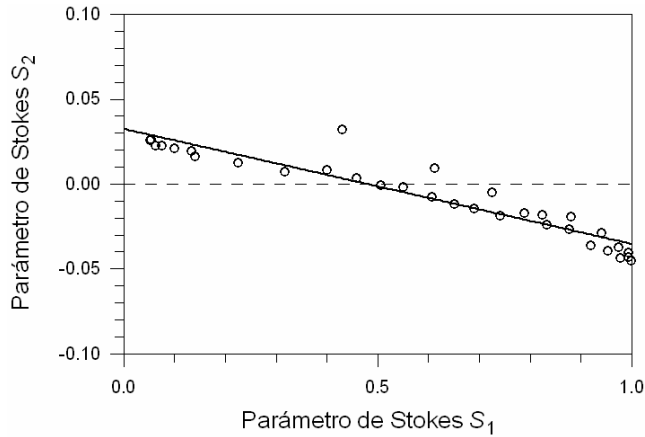


Figura (4.2): Representación en el plano  $S_1$ - $S_2$  de los estados de polarización que emergen del generador de EAPS. La línea continua corresponde al ajuste lineal por mínimos cuadrados.

En esta ecuación  $\bar{\alpha}$  es el valor medio del azimut y  $n$  es el número de niveles de gris enviados a la celda de TNLC.

El anterior procedimiento se aplicó a nuestra pantalla Sony. El correspondiente cálculo numérico se efectuó empleando las curvas de calibración  $\phi_{eq}(g)$  y  $\delta_{eq}(g)$  mostradas en el la Fig.(3.16). Los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  se variaron de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  en intervalos de  $2^\circ$ . Los valores de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  que minimizan la desviación estándar dada por la Ec. (4.1.8) resultaron ser  $\theta_1 = -28^\circ$  y  $\theta_2 = 16^\circ$ . Para tales valores el azimut medio es  $\bar{\alpha} = -0.65^\circ$  y la desviación estándar  $\sigma = 1.5^\circ$  (recuérdese que el azimut toma valores entre  $-90^\circ$  y  $90^\circ$ ). El pequeño valor de  $\sigma$  indica que el TNLCD puede generar, en una primera aproximación, un conjunto de EAPS.

Los resultados de la simulación fueron verificados experimentalmente midiendo los parámetros de Stokes de la luz que emerge de un sistema como el mostrado en la Fig. (4.1). Para ello, el TNLCD se insertó entre un polarizador y una lámina de cuarto de onda de orden cero, en la configuración ( $\theta_1 = -28^\circ$ ,  $\theta_2 = 16^\circ$ ). Como fuente de iluminación se empleó un láser de Ar/Kr que emite a  $514 \text{ nm}$  (que es la longitud de onda para la cual se calibró con anterioridad el dispositivo). La Fig. (4.2) muestra la proyección sobre el plano  $S_1$ - $S_2$  de los



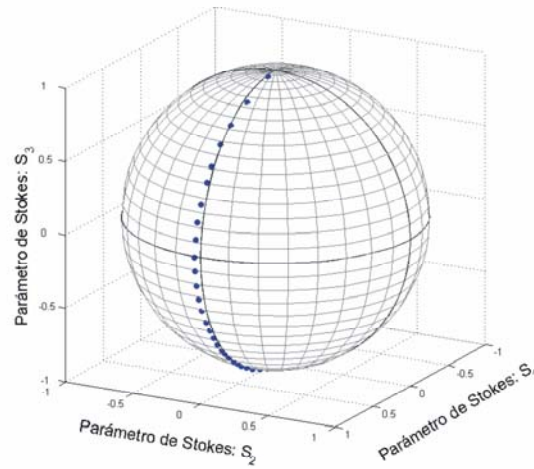


Figura (4.3): Representación en la esfera de Poincaré de los estados de polarización que emergen del generador de EAPS.

estados de polarización a la salida del sistema "polarizador-TNLCD-lámina retardadora". Como era de esperar existe una relación lineal aproximada entre  $S_1$  y  $S_2$ , puesto que la proyección de un meridiano sobre el plano del ecuador de la esfera es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas. Mediante un ajuste por mínimos cuadrados se tiene que  $S_2 = -0.0685S_1 + 0.0323$ . El coeficiente de correlación lineal es  $r = 0.9052$ . Si suponemos despreciable la ordenada en el origen, el valor medio del azimut, derivado de la pendiente de la recta, es  $\bar{\alpha} = -1.96^\circ$ . Este resultado coincide razonablemente bien con el resultado teórico obtenido anteriormente. La Fig. (4.3) muestra la representación de los estados de polarización finales sobre la esfera de Poincaré. Nótese que los EAPS generados por el TNLCD aproximadamente describen un semicírculo entre los dos polos de la esfera.

### 4.1.3. Resultados experimentales

De acuerdo con lo expuesto al principio de esta sección, es posible alcanzar una modulación pura de fase orientando adecuadamente un analizador sobre el que incide luz en un estado de polarización que posee un azimut fijo y una elipticidad variable. En la Sec. (4.1.2) hemos mostrado que el TNLCD, insertado entre un polarizador y una lámina de cuarto de onda, se comporta como un generador de EAPS cuando los ángulos del polarizador y de la lámina son, respectivamente,  $\theta_1 = -28^\circ$  y  $\theta_2 = 16^\circ$ . En tal configuración los estados que emergen de la lámina retardadora poseen un azimut de aproximadamente  $-2^\circ$ . En ese caso, y de acuerdo con la Ec. (4.1.4), es posible alcanzar una modulación pura de fase cuando la orientación del analizador es  $\theta_3 = 43^\circ$  o  $\theta_3 = -47^\circ$ . La ulterior elección entre estos dos valores de  $\theta_3$  requiere el cálculo de la amplitud compleja a la salida del sistema formado por el generador de EAPS y el analizador. De esta forma, se puede maximizar el rango de modulación de la fase que introduce el TNLCD.

Con este último objetivo efectuaremos el cálculo detallado. El campo eléctrico transmitido a través de este sistema óptico, cuyo esquema se muestra en la Fig. (4.4), viene dado por el producto matricial

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} &= \exp(-i\beta) \mathbf{P} \mathbf{R}(\theta_3) \mathbf{W} \mathbf{P} \left( \frac{\pi}{2}, \theta_2 \right) \mathbf{R}(\phi_{eq}) \cdot \\ &\cdot \mathbf{W} \mathbf{P} \left( 2\delta_{eq}, \frac{\phi + \phi_{eq}}{2} \right) \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} = \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} a + ib \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

con

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \cos(\theta_1 - \theta_2 - \delta_{eq} - \phi_{eq}) + \cos(\theta_1 - \theta_2 + \delta_{eq} - \phi_{eq}) \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos(\theta_1 - \theta_2 + 2\theta_3 - \phi) \sin \delta_{eq} \right], \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

y

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \cos(\theta_1 + \theta_2 - 2\theta_3 + \phi_{eq}) \cos \delta_{eq} - \cos(\theta_1 + \theta_2 - \phi) \sin \delta_{eq} \right]. \quad (4.1.11)$$

En la Ec. (4.1.9),  $\mathbf{P}$  es la matriz dada por la Ec. (3.4.4) y  $\theta_3$  es el ángulo que el eje de transmisión del analizador forma con el director molecular a la entrada de la celda. El vector de Jones de la Ec. (4.1.9), que corresponde a luz linealmente polarizada en la dirección del eje de transmisión del analizador, se puede describir como

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \exp(i\sigma) \sqrt{T} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.1.12)$$

donde  $T$  es la intensidad transmitida,

$$T = a^2 + b^2 \quad (4.1.13)$$

y  $\sigma$  es el desplazamiento de fase total,

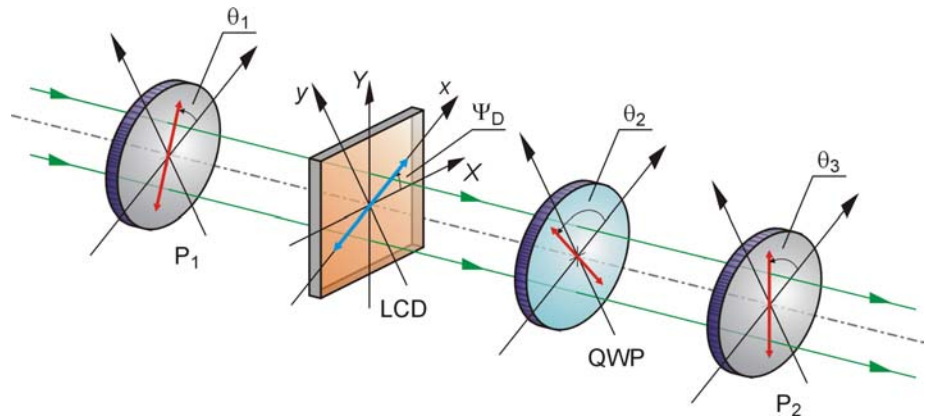


Figura (4.4): Sistema óptico empleado para la obtención de una modulación pura de fase.  $P_1$  es el polarizador; LCD, la pantalla de cristal líquido; QWP, la lámina de cuarto de onda y  $P_2$ , el analizador.  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$  son, respectivamente, los ángulos que los ejes del polarizador, la lámina retardadora y el analizador forman con el director molecular a la entrada de la celda.

$$\sigma = -\beta + \arctan\left(\frac{b}{a}\right). \quad (4.1.14)$$

En la Ec. (4.1.14), el parámetro  $\beta$  es una función que crece con el nivel de gris desde un valor nulo en  $g = 0$  hasta un valor máximo,  $\beta_{\max}$ , correspondiente al estado en el que no hay aplicado un voltaje externo [6]. Si ahora sustituimos en (4.1.14) los dos valores de  $\theta_3$  que conducen a una respuesta plana en intensidades, se tiene que sólo cuando  $\theta_3 = -47^\circ$  los dos términos de  $\sigma$  se suman con igual signo, lo que maximiza el rango de modulación de fase de la celda de TNLC. Por tanto, la configuración óptima para nuestra pantalla de cristal líquido es aquella en la que  $\theta_1 = -28^\circ$ ,  $\theta_2 = 16^\circ$  y  $\theta_3 = -47^\circ$ .

Para la medida de la fase que introduce el TNLCD en la configuración óptima se empleó un método basado en el efecto Talbot fraccional<sup>1</sup> [21-24]. Empecemos por considerar una red de fase binaria, cuadrada, de periodo  $d$  y de salto de fase  $\Delta\varphi$ , iluminada con un haz de luz colimado de longitud de onda  $\lambda$ . Si  $z_T$  es la distancia de Talbot de la red, en planos situados a distancias [24]

$$z_m = (m + 1/4)z_T, \quad (4.1.15)$$

donde  $m$  es un número entero, la modulación de fase de la red se transforma en un patrón binario de intensidades. La visibilidad  $V$  de este patrón de intensidades está estrechamente relacionada con el salto de fase  $\Delta\varphi$ . En concreto, para una red de fase ideal

---

<sup>1</sup> El efecto Talbot consiste en la formación de imágenes por propagación libre de la luz difractada en el régimen de Fresnel. Así, un objeto periódico unidimensional genera réplicas de sí mismo a distancias (medidas sobre el eje óptico) que son múltiplos de la distancia de Talbot  $z_T = 2d^2/\lambda$ , donde  $d$  es el periodo del objeto y  $\lambda$  la longitud de onda de la luz que incide sobre él. Asimismo, a múltiplos de  $z_T/2$ , se obtiene un negativo del objeto. Además de las auto-imágenes, existen otros patrones de difracción de interés y que corresponden a las imágenes de Fresnel que se forman a distancias que son múltiplos de fracciones de la distancia de Talbot. Cuando se consideran tales patrones se habla de forma genérica del efecto Talbot fraccional.

$$V = \frac{I_{MAX} - I_{MIN}}{I_{MAX} + I_{MIN}} = \sin \Delta\varphi. \quad (4.1.16)$$

Esta propiedad de las imágenes de Fresnel (que revela su carácter intrínsecamente interferométrico) se puede aprovechar para medir en el laboratorio la respuesta en fase de un TNLCD. En ese caso se envían a la pantalla de cristal líquido redes con dos niveles de gris, uno fijo (típicamente  $g=0$ ) y el otro variable. Por medio de la medida del contraste de las imágenes de Fresnel a un cuarto de la distancia de Talbot (con  $m=0$ ), se puede determinar la fase relativa  $\Delta\varphi(g) = \varphi(g) - \varphi(0)$ . Dado que siempre existe una modulación de intensidad residual  $T(g)$ , la Ec. (4.1.16) debe ser rescrita para tener en cuenta este hecho, de forma que la visibilidad queda como [16]

$$V(g) = \frac{2\sqrt{T(g)}}{1+T(g)} \sin \Delta\varphi(g). \quad (4.1.17)$$

El método que acabamos de presentar se aplicó a nuestra pantalla de Sony. El dispositivo se iluminó con un haz de luz colimado procedente de un láser de Ar/Kr que emite a 514 nm. El periodo de las redes binarias enviadas al

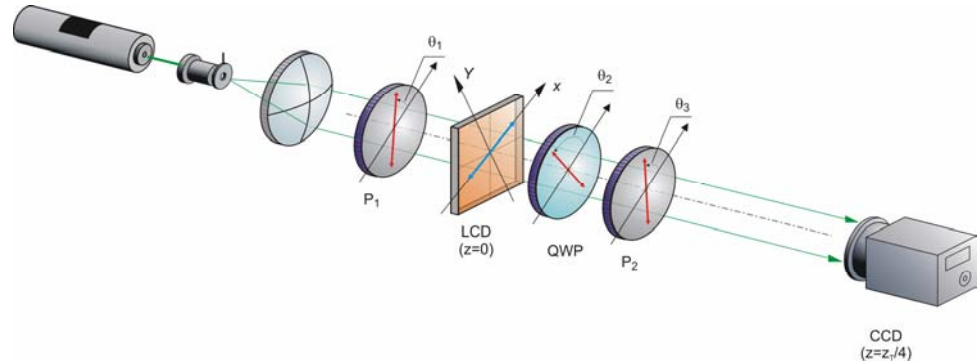


Figura (4.5): Sistema óptico para la medida de la respuesta en fase del TNLCD.  $P_1$  es el polarizador con  $\theta_1=-28^\circ$ ; LCD, el dispositivo de cristal líquido; QWP, la lámina de cuarto de onda con  $\theta_2=16^\circ$ ;  $P_2$ , el analizador con  $\theta_3=-47^\circ$  y CCD, el sensor empleado para recoger las imágenes de Fresnel a un cuarto de la distancia de Talbot  $z_T$ .

TNLCD era de 16 píxeles (es decir,  $d = 0.512 \text{ mm}$ ), lo que significa que  $z_T = 1.02 \text{ m}$ . El nivel de gris  $g$  se varió de 0 a 255 en intervalos de 8 niveles. La intensidad de los patrones de difracción localizados a un cuarto de la distancia de Talbot fueron grabados con una cámara CCD. La Fig. (4.5) muestra un esquema del montaje óptico empleado en el laboratorio.

La Fig. (4.6) muestra las imágenes de Fresnel para diversos valores del nivel de gris  $g$ . Respecto a la modulación de intensidad residual, la curva  $T(g)$  se obtuvo enviando a la pantalla imágenes uniformes con un solo nivel de gris y midiendo la intensidad transmitida  $I_1(g)$  con un fotómetro. Para normalizar correctamente los datos se midió también la intensidad  $I_2(g)$  correspondiente


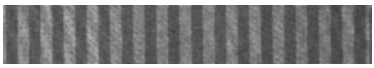
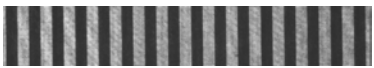
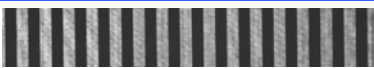
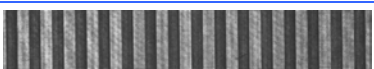
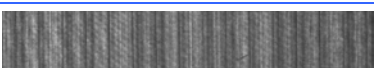
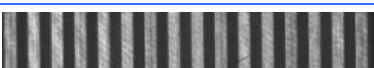


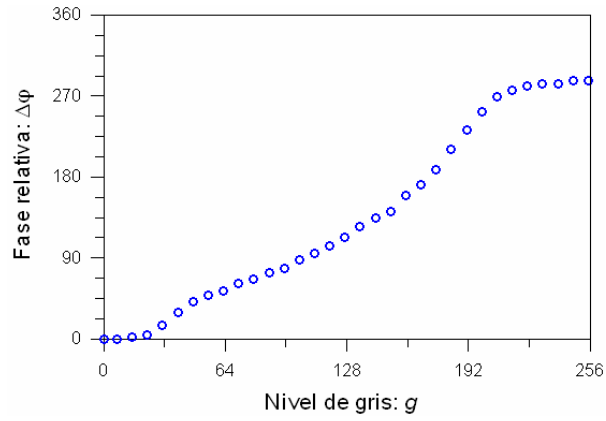
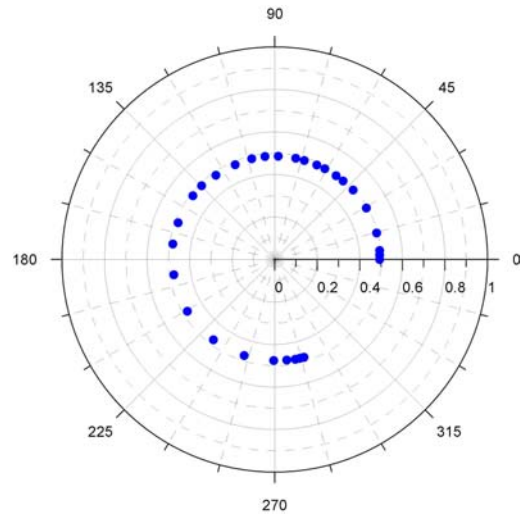
Imagen de Fresnel	Nivel de gris ( $g$ )	Salto de fase ( $\Delta\phi$ )
	0	0°
	31	15°
	63	54°
	95	78°
	127	113°
	159	159°
	191	233°
	223	282°
	255	286°

Figura (4.6): Imágenes de Fresnel a un cuarto de la distancia de Talbot de las diferentes redes de fase binarias implementadas en el TNLCD.



a)



b)

Fig. (4.7): Resultados experimentales para la configuración de modulación pura de fase. a) Fase relativa en función del nivel de gris. b) Curva de operación. El radio de cada punto es la intensidad transmitida  $T(g)$  y el ángulo polar, el salto de fase  $\Delta\varphi$ .

a  $\theta_3 = 43^\circ$  (configuración perpendicular) y se evaluó el cociente

$$T(g) = \frac{I_1(g)}{I_1(g) + I_2(g)}. \quad (4.1.18)$$

En la Fig. (4.7a) se ha representado la fase relativa  $\Delta\varphi$  en función del nivel de

gris  $g$  y en la Fig. (4.7b) se muestra la curva de operación del dispositivo. Estos resultados muestran que el TNLCD opera en un régimen de modulación casi puro de fase. Obsérvese que la dependencia de  $\Delta\varphi$  con el nivel de gris es claramente no lineal. El valor máximo de la fase relativa es ligeramente mayor que  $3\pi/2$  rad y las variaciones residuales de intensidad son menores del 2.5%. Como era de esperar, los valores de  $T(g)$  oscilan entorno a  $T = 0.5$ , de acuerdo con las Ecs. (4.1.3) y (4.1.4). En lo que respecta a la tolerancia de la configuración óptima a variaciones en la orientación de los elementos polarizadores, experimentalmente se encontró que desajustes de  $\pm 0.5^\circ$  no conducen a alteraciones sensibles en la curva de operación. Un estudio detallado de la robustez de los regímenes de modulación de un TNLCD insertado entre dos polarizadores y dos láminas retardadoras se puede encontrar en la Ref [25].

## 4.2. Modulación pura de fase mediante la utilización de luz elípticamente polarizada

Vamos a considerar ahora una configuración más general, que incluye una lámina de cuarto de onda entre el primer polarizador y el TNLCD. De esta forma, el sistema polarimétrico en que se inserta el dispositivo incrementa sus grados de libertad, lo que puede conducir a una mejora de los resultados obtenidos en la Sec. (4.1). El montaje experimental completo, que es idéntico al empleado por diversos autores para la generación y detección de los estados propios de un TNLCD [2, 3], se muestra en la Fig. (4.8). Consta de un brazo generador (BG) y de un brazo analizador (BA) y ambos están formados por un polarizador y una lámina de cuarto de onda. De este modo, el estado de polarización de la luz que incide sobre el TNLCD posee un azimut  $L_1$  y su ángulo de elipticidad viene dado por la diferencia entre  $P_1$  y  $L_1$  [18]. Por tanto, se puede generar un estado de polarización arbitrario sin más que cambiar la orientación de los elementos del BG. A continuación, mediante un cálculo numérico basado en el modelo retardador-rotor es posible vamos a encontrar los valores de  $P_1$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  y  $P_2$  que dan lugar a una modulación de fase máxima con una variación residual de intensidad mínima. Empleando el cálculo de Jones y teniendo



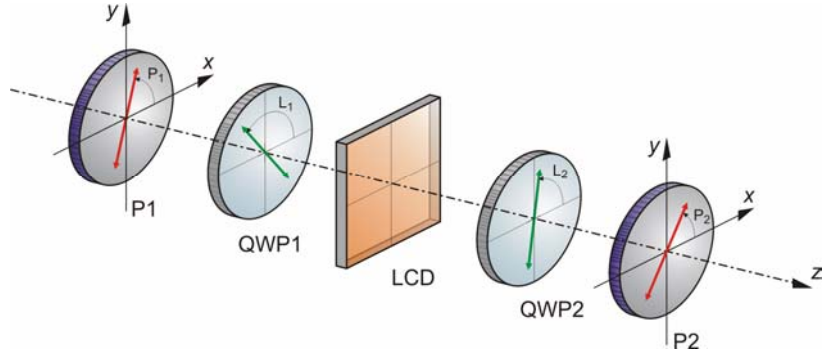


Figura (4.8): Montaje experimental para alcanzar una modulación pura de fase. P1 es el polarizador; QWP1, la primera lámina de cuarto de onda; LCD, el dispositivo de cristal líquido; QWP2, la segunda lámina de cuarto de onda y P2, el analizador. En este diagrama, el eje  $x$  coincide con la dirección del director molecular a la entrada de la celda.  $P_1$  y  $P_2$  son, respectivamente, los ángulos que determinan la orientación del polarizador y el analizador. Por su parte,  $L_1$  y  $L_2$  son los ángulos que los ejes lentos de láminas de cuarto de onda forman con respecto al eje  $x$ .

presente la Ec. (3.2.7), el campo eléctrico a la salida del sistema óptico mostrado en la Fig. (4.8) viene dado por

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} &= \exp(-i\beta) \mathbf{P} \mathbf{R}(P_2) \mathbf{W}\mathbf{P}\left(\frac{\pi}{2}, L_2\right) \mathbf{R}(\phi_{eq}) \cdot \\ &\cdot \mathbf{W}\mathbf{P}\left(2\delta_{eq}, \frac{\phi + \phi_{eq}}{2}\right) \mathbf{W}\mathbf{P}\left(\frac{\pi}{2}, L_1\right) \begin{pmatrix} \cos P_1 \\ \sin P_1 \end{pmatrix} = \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} a + ib \\ 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

donde

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \left[ \cos \delta_{eq} \left( \cos(P_1 - P_2 - \phi_{eq}) - \cos(2L_1 - 2L_2 - P_1 + P_2 - \phi_{eq}) \right) \right. \\ &\left. - \sin \delta_{eq} \left( \cos(2L_2 + P_1 - P_2 - \phi) + \cos(2L_1 - P_1 + P_2 - \phi) \right) \right] \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

y

$$b = \frac{1}{2} \left[ \sin \delta_{eq} (\cos(2L_1 + 2L_2 - P_1 - P_2 - \phi) - \cos(P_1 + P_2 - \phi)) - \cos \delta_{eq} (\cos(2L_1 - P_1 - P_2 - \phi_{eq}) + \cos(2L_2 - P_1 - P_2 + \phi_{eq})) \right]. \quad (4.2.3)$$

El vector de Jones de la Ec. (4.2.1), que corresponde a luz linealmente polarizada en la dirección del eje de transmisión del analizador, se puede describir como

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \exp(-i\beta) \exp(i\eta) \sqrt{T} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.2.4)$$

donde  $T$  es intensidad transmitida,

$$T = a^2 + b^2 \quad (4.2.5)$$

y

$$\eta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right). \quad (4.2.6)$$

Fijados los ángulos  $P_1$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  y  $P_2$ , tanto  $T$  como  $\eta$  dependen de los parámetros equivalentes  $\delta_{eq}$  y  $\phi_{eq}$ , que son funciones del nivel de gris  $g$  aplicado sobre la celda de cristal líquido. De acuerdo con lo que se explicó en la Sec. (4.1), la birrefringencia  $\beta$  es una función monótona creciente con  $g$ . Para buscar una configuración polarimétrica que minimice la variación de intensidad y maximice la variación de fase se define una función de mérito  $F = \Delta T / \Delta \eta$ , donde  $\Delta T = T_{\max} - T_{\min}$  y  $\Delta \eta = \eta_{\max} - \eta_{\min}$ . Aquí los subíndices *max* y *min* hacen referencia, respectivamente, a los valores máximos y mínimos a lo largo del rango completo de niveles de gris. Con objeto de alcanzar una modulación máxima de fase,  $\eta$  ha de decrecer con el nivel de gris, para que las dos exponenciales que aparecen en la Ec. (4.2.4) se sumen así de forma constructiva. Con estas consideraciones, la configuración óptima es aquella que minimiza el valor de la función de mérito  $F$ . El resultado para la pantalla Sony empleada en esta memoria es  $P_1 = -25^\circ$ ,  $L_1 = -28^\circ$ ,  $L_2 = 17^\circ$  y  $P_2 = -51^\circ$ . Nótese que

esta configuración es muy similar a la encontrada en la Sec. (4.1), pues el estado de polarización incidente corresponde a luz polarizada elípticamente con un azimut de  $-28^\circ$  y un ángulo de elipticidad cuya magnitud es de tan solo  $3^\circ$ . La Fig. (4.9) muestra la correspondiente curva de operación, medida mediante el método basado en el método de Talbot fraccional. Esta curva es prácticamente idéntica a la de la Fig. (4.7b). Sólo se observa una ligera disminución en la variación residual de intensidad, que ahora es del 2% ( $\Delta T = 0.02$ ). Los valores numéricos correspondientes a la intensidad transmitida y la fase relativa para la configuración óptima se muestran en la Tabla (4.1).

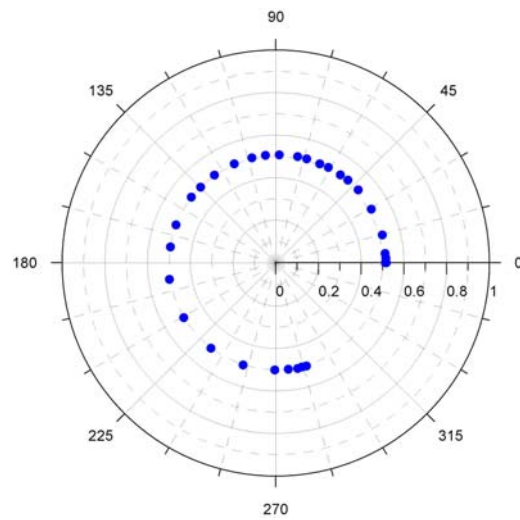


Figura (4.9): Curva de operación correspondiente a la configuración de modulación pura de fase cuando se ilumina el TNLCD con luz polarizada elípticamente. El radio de cada punto es la intensidad transmitida  $T(g)$  y el ángulo polar, el salto de fase  $\Delta\varphi$ .

Nivel de gris	Intensidad transmitida	Fase relativa (°)
0	0,493	0
7	0,493	0
15	0,494	2
23	0,494	5
31	0,495	15
39	0,494	30
47	0,492	42
55	0,490	49
63	0,488	54
71	0,487	61
79	0,487	66
87	0,487	73
95	0,486	78
103	0,486	88
111	0,487	96
119	0,486	103
127	0,483	113
135	0,483	125
143	0,488	135
151	0,488	142
159	0,487	159
167	0,485	171
175	0,480	189
183	0,478	211
191	0,475	233
199	0,474	252
207	0,475	269
215	0,477	277
223	0,479	282
231	0,479	284
239	0,479	284
247	0,480	286
255	0,480	286

Tabla (4.1): Valores numéricos para la intensidad transmitida y la fase relativa en la configuración óptima ( $P_1 = -25^\circ$ ,  $L_1 = -28^\circ$ ,  $L_2 = 17^\circ$ ,  $P_2 = -51^\circ$ ).

### 4.3. Modulación pura de fase mediante la utilización de luz circularmente polarizada

Dado que es posible obtener una modulación pura de fase iluminando un TNLCD con luz lineal y elípticamente polarizada, cabe preguntarse si tal régimen de funcionamiento se puede alcanzar con luz circularmente polarizada. Como sabemos, la acción de una celda de TNLC sobre un estado de polarización incidente es equivalente a la de un sistema formado por un retardador seguido de un rotor. Nótese, no obstante, que el giro del plano de polarización es el efecto dominante en un dispositivo comercial, tal y como se puede observar en la Fig.(3.16). En el caso ideal de que un TNLCD se comportase como un rotor puro controlable electrónicamente, un haz incidente circularmente polarizado se transmitiría a través del dispositivo sin alterar su estado de polarización. Esto es debido a que los estados propios de un rotor óptico son estados de polarización circulares. Los correspondientes valores propios son factores puros de fase de la forma  $\exp(\pm i\phi_r)$ , donde  $\phi_r$  es el ángulo de rotación. Por tanto, el vector de Jones a la salida del TNLCD vendría afectado por un factor de fase total que sería la suma de dos términos, a saber, uno debido a la birrefringencia del medio,  $\exp(-i\pi\Delta nd/\lambda)$ , y el otro debido al valor propio del rotor,  $\exp(\pm i\phi_r)$ , siendo ambos dependientes del nivel de gris  $g$  aplicado sobre la celda. Bastaría entonces con situar una lámina de cuarto de onda tras el TNLCD para obtener un haz linealmente polarizado, que acumularía una fase que sería función del nivel de gris, de forma que el dispositivo alcanzaría un régimen de modulación pura de fase. Sin embargo, el razonamiento que acabamos de exponer no puede aplicarse a un TNLCD real, dado que la estructura helicoidal sólo se limita a girar el plano de polarización en el llamado límite adiabático ( $\lambda \ll d\Delta n$ ) [26] o cuando se satisface la Ec. (2.3.3) [27]. En cualquier otro caso, la celda de cristal líquido también altera el ángulo de elipticidad del estado de polarización incidente, lo que conduce inexorablemente a una modulación conjunta de intensidad y fase a la salida de un analizador lineal situado tras la lámina de cuarto de onda. En los apartados siguientes mostraremos que es posible minimizar este efecto [28].

### 4.3.1. Representación en la esfera de Poincaré de la acción de un TNLCD sobre un haz circularmente polarizado

La Fig (4.10) muestra la representación en la esfera de Poincaré de los estados de polarización a la salida de nuestro TNLCD cuando éste se halla iluminado con luz polarizada circularmente a derechas. Los parámetros de Stokes se han determinado aplicando las definiciones operacionales de los parámetros de Stokes como la diferencia de las irradiancias normalizadas transmitidas por dos polarizadores ortogonales, tal y como se explicó en la Sec. (3.4). Como sistema de referencia se usó aquel que tiene el eje  $x$  paralelo al director molecular a la entrada de la celda (sistema propio del LC). En caso de desconocer la orientación molecular en el plano de entrada del cristal, los parámetros de Sto-

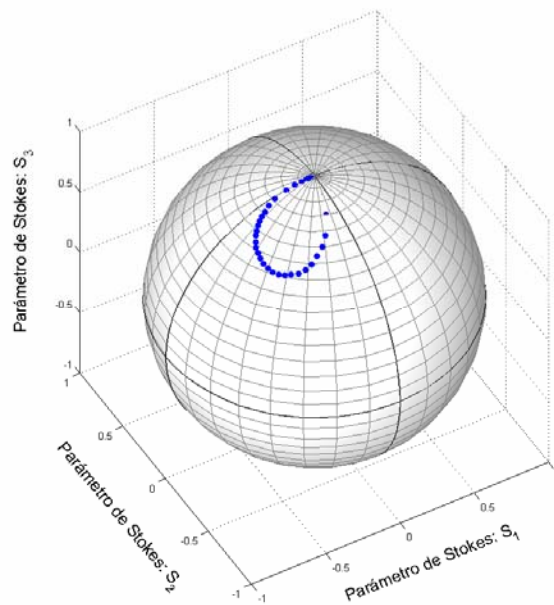


Figura (4.10): Representación en la esfera de Poincaré de los estados de polarización que emergen del TNLCD Sony, modelo LCX016, que se halla iluminado por luz que presenta polarización circular dextrógira. Cada uno de los puntos corresponde a un nivel de gris  $g$  aplicado sobre la celda.

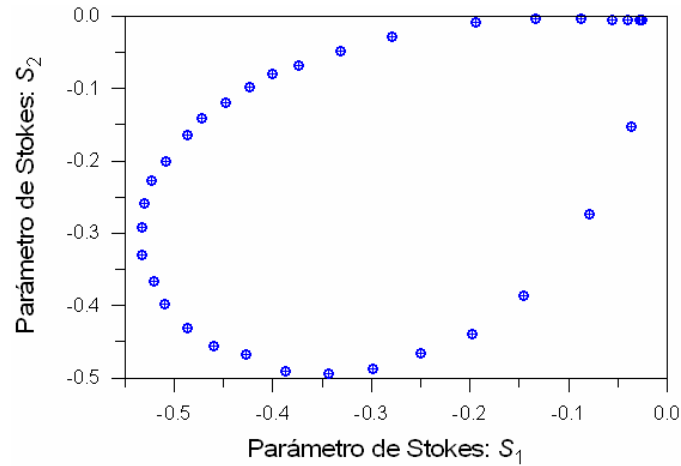


Figura (4.11): Proyección en el plano  $S_1$ - $S_2$  de los estados de polarización a la salida de un TNLCD iluminado con luz circularmente polarizada a derechas.

kes se pueden medir en el sistema de referencia del laboratorio. Este cambio en el sistema de referencia implica simplemente una rotación de los puntos representativos sobre la esfera de Poincaré.

La Fig. (4.11) muestra la proyección en el plano  $S_1$ - $S_2$  de los estados de polarización a la salida del TNLCD. Teniendo en cuenta que estamos considerando siempre luz completamente polarizada, se puede demostrar, a partir de la Ec. (3.3.2), que el radio  $r$  de cada punto del plano ecuatorial viene dado por  $r = \sqrt{1 - S_3^2} = \cos 2\varepsilon$ . La distribución de puntos que se observa en la Fig. (4.11) muestra claramente una trayectoria bien definida en forma de pétalo, que recuerda aquellas que se encuentran en el estudio de la propagación de luz circularmente polarizada a través de cristales líquidos colestéricos (véase Sec 5.1 de la Ref [29]). En el contexto del modelo retardador-rotor, la forma de esta trayectoria, así como la simetría que exhibe, son una consecuencia directa de los cambios que experimentan los parámetros característicos de la celda cuando se aplica sobre ella un voltaje externo. Por tanto, dicha trayectoria es un reflejo de las simetrías que subyacen tras la redistribución de las moléculas de cristal líquido bajo la acción de un campo eléctrico. En este sentido, es de esperar una

curva similar a la de la Fig (4.11) para cualquier TNLCD con un giro de aproximadamente  $90^\circ$ .

### 4.3.2. Optimización de la respuesta en fase del TNLCD

Consideremos ahora el problema de alcanzar un régimen de modulación pura de fase. Para ello vamos a emplear una lámina de cuarto de onda situada tras el TNLCD y cuyo eje rápido forma un ángulo  $\theta$  con respecto al eje  $x$  del sistema de referencia propio del LC. Nuestro objetivo es transformar la colección de estados de polarización a la salida del TNLCD (uno para cada nivel de gris  $g$ ) en otra familia de estados localizada en una pequeña región entorno al ecuador de la esfera de Poincaré. De esta forma, trataremos de aproximarnos a la situación ideal en la que la celda de cristal líquido actúa como un rotor óptico puro.

Sean  $\alpha_i$  y  $\varepsilon_i$  el azimut y el ángulo de elipticidad de uno de los estados de polarización en que se encuentra el haz de luz que emerge del TNLCD. Si este haz pasa a través de una lámina de cuarto de onda, se puede demostrar mediante un sencillo cálculo matricial que el azimut  $\alpha_o$  y el ángulo de elipticidad  $\varepsilon_o$  de la luz a la salida de la lámina vienen dados por<sup>2</sup>

$$\tan 2\alpha_o = \frac{\cos 2\varepsilon_i \sin 2\theta \cos[2(\alpha_i - \theta)] + \cos 2\theta \sin 2\varepsilon_i}{\cos 2\varepsilon_i \cos 2\theta \cos[2(\alpha_i - \theta)] - \sin 2\theta \sin 2\varepsilon_i} \quad (4.3.1)$$

y

$$\sin 2\varepsilon_o = \cos 2\varepsilon_i \sin[2(\theta - \alpha_i)], \quad (4.3.2)$$

respectivamente. Cuando el TNLCD se ilumina con luz polarizada circular-

---

<sup>2</sup> Expresiones generales para la transformación de los parámetros que definen la elipse de polarización por la acción de una lámina retardadora arbitraria pueden encontrarse en la Sec. 4.1 de la Ref. [29].



mente a derechas, los valores de  $\alpha_i$  y  $\varepsilon_i$  se pueden calcular para cada nivel de gris  $g$  a partir del radio y el ángulo polar de los puntos representados en la Fig. (4.11). Los correspondientes valores de  $\alpha_o$  y  $\varepsilon_o$  viene dados por las Ecs. (4.3.1) y (4.3.2).

No obstante, empecemos por considerar una situación más sencilla que la mostrada en la Fig. (4.11). Si todos los puntos en el plano  $S_1$ - $S_2$  estuviesen distribuidos a lo largo de una línea recta (es decir, un pétalo con un grosor nulo) y el eje rápido de la lámina fuese paralelo o normal a dicha recta, entonces se tendría, de acuerdo con las Ecs (4.3.1) y (4.3.2), que  $\varepsilon_o = 0$  y  $\alpha_o = \pm\theta + \varepsilon_i$ . Es decir, se obtendría una colección de estados linealmente polarizados. Nótese además que el azimut final cambiaría con el nivel de gris de igual forma que el ángulo de elipticidad de la luz que emerge de la celda de TNLC. Dicho ángulo varía débilmente con el voltaje aplicado, tal y como se muestra en la Fig. (4.12). Por tanto, aunque no obtendríamos una modulación pura de fase, la suave dependencia de  $\alpha_o$  con el nivel de gris aseguraría una respuesta prácticamente plana en intensidades.

En el caso real debemos tener en cuenta el efecto del grosor no nulo de

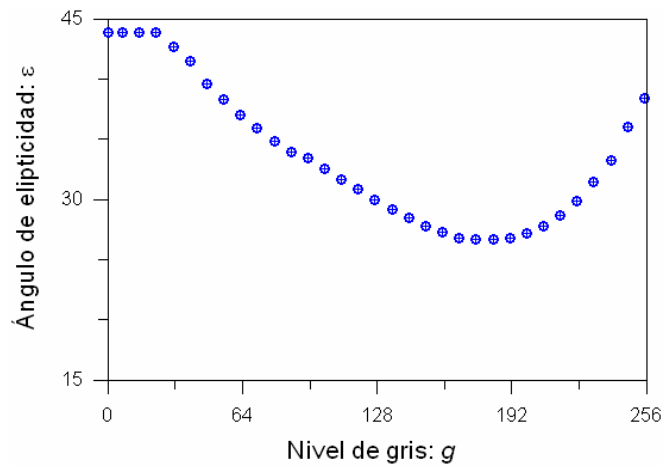


Figura (4.12): Ángulo de elipticidad de los estados de polarización que emergen de un TNLCD iluminado con luz circularmente polarizada a derechas.

la trayectoria en forma de pétalo mostrada en la Fig. (4.11). Esto significa que debemos elegir la orientación del retardador que minimiza a la vez el ángulo de elipticidad final  $\varepsilon_o$  para todos los niveles de gris aplicados sobre la celda. Esta orientación se puede obtener minimizando el factor sinusoidal  $\sin[2(\theta - \alpha_i)]$  de la Ec. (4.3.1) mediante un procedimiento de mínimos cuadrados. De esta forma se encuentra que el valor óptimo de  $\theta$  es  $\theta = -69^\circ$ , lo que corresponde a una dirección que coincide aproximadamente con el eje de simetría de la curva en forma de pétalo (recuérdese que en la esfera de Poincaré se doblan los ángulos). La Figs. (4.13) muestra las funciones  $\alpha_o(g)$  y  $\varepsilon_o(g)$  para esta orientación de la lámina de cuarto de onda. Nótese que el grosor de la trayectoria en forma de pétalo tiene como consecuencia una pequeña variación del ángulo de elipticidad entorno al valor cero. En lo que respecta al azimut final,  $\alpha_o$  evoluciona de forma similar al ángulo de elipticidad  $\varepsilon_i$ , tal y como se puede apreciar comparando las Figs. (4.13a) y (4.12).

Para alcanzar un régimen de modulación pura de fase se situó tras la lámina de cuarto de onda un analizador lineal con su eje de transmisión formando un ángulo  $\xi$  con respecto al eje  $x$  del sistema propio del LC, tal y como se muestra en la Fig. (4.14). Con ayuda del cálculo matricial de Jones, la intensidad normalizada transmitida por el analizador se puede calcular en función de  $\alpha_o$ ,  $\varepsilon_o$  y  $\xi$ , véase Ref [19]. Una sencilla simulación numérica permite calcular la orientación del analizador que minimiza las variaciones de la intensidad transmitida y que resulta ser  $\xi = -33^\circ$ . Este valor es aproximadamente el valor medio de  $\alpha_o(g)$ , tal y como se puede apreciar en la Fig. (4.13a).

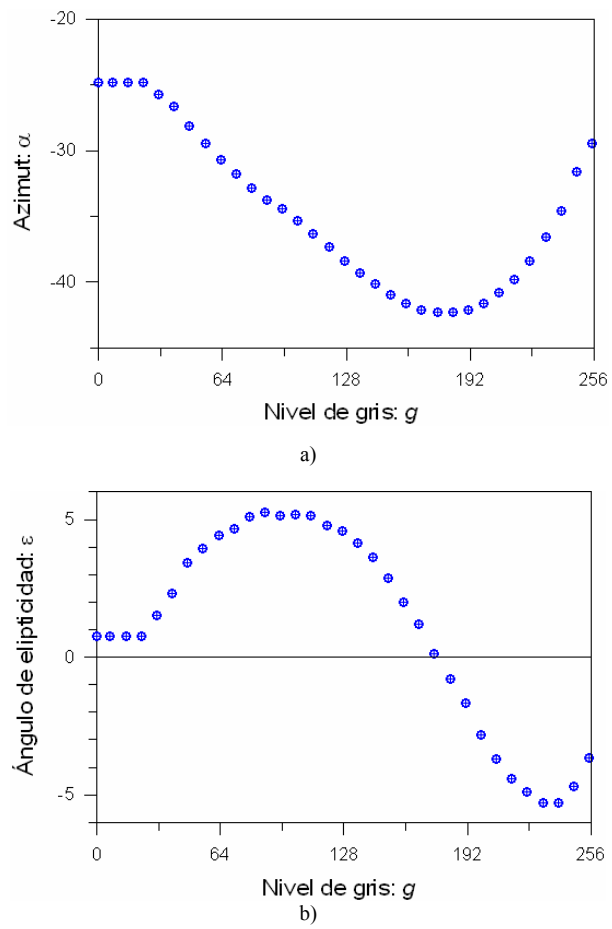


Figura (4.13): Parámetros de la elipse de polarización a la salida de la lámina de cuarto de onda en función del nivel de gris  $g$ . a) Azimut,  $\alpha_0$  y b) ángulo de elipticidad,  $\varepsilon_0$ .

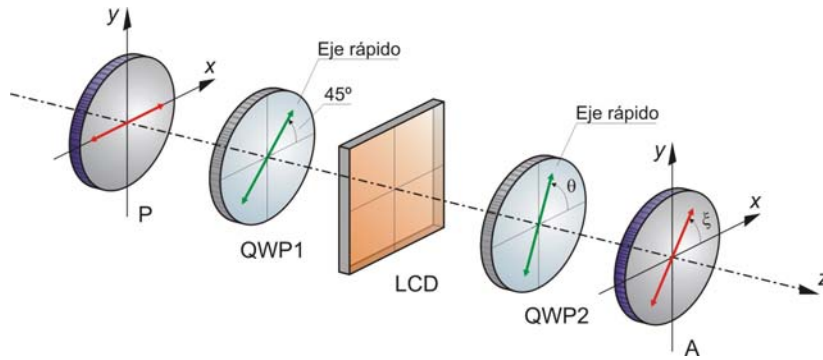
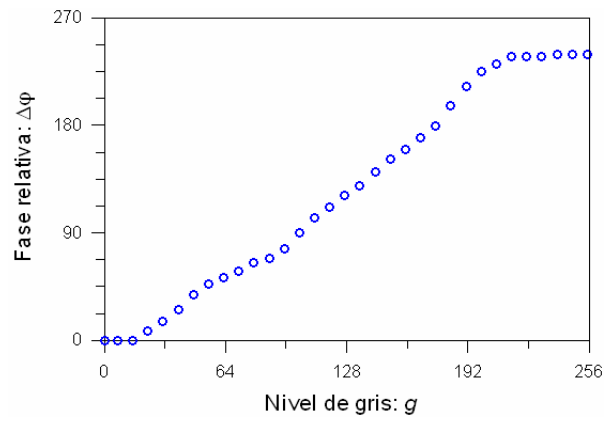


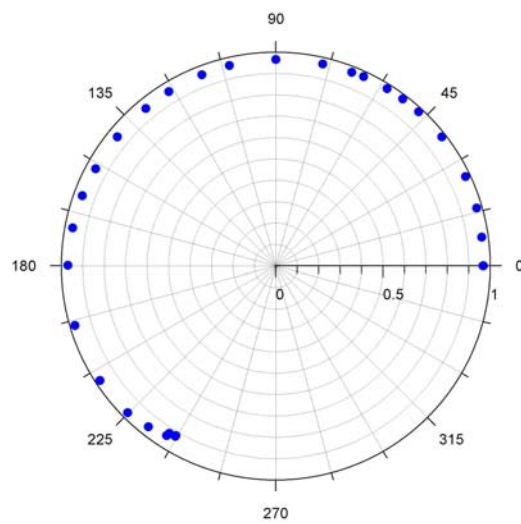
Figura (4.14): Montaje experimental para alcanzar un régimen de modulación pura de fase. P indica polarizador; QWP1, la primera lámina de cuarto de onda; LCD, el dispositivo empleado; QWP2, la segunda lámina de cuarto y A, el analizador. En el diagrama de arriba, el eje  $x$  coincide con la dirección del director molecular a la entrada de la celda de TNLC.

### 4.3.3. Resultados experimentales

Para medir la curva de modulación del TNLCD en la configuración óptima se siguió el método basado en el efecto Talbot fraccional presentado en la Sec. (4.1). La Fig. (4.15a) muestra la fase relativa en función del nivel de gris  $g$ . Como en la Fig. (4.7a) se observa un comportamiento claramente no lineal. La Fig. (4.15b) muestra la correspondiente curva de operación. La fase relativa máxima es de  $240^\circ$  y la variación de intensidad residual es menor del 6%. No obstante, si se suprimen los tres últimos puntos (lo que sólo implica una disminución en la fase de  $2^\circ$ ), el error en la intensidad se reduce al 4%. Estos resultados, aún siendo satisfactorios, son peores que los obtenidos en la Sec. (4.1). Nótese, sin embargo, que el método que acabamos de presentar es más eficiente que el basado en la generación de estados de igual azimut, pues ahora la intensidad transmitida se acerca a su valor máximo. Además, este método, a diferencia de otros anteriores, no precisa un proceso de calibración previo del TNLCD ni complicados cálculos numéricos. Es, por tanto, un procedimiento de optimización directo que resulta ideal para cualquier aplicación en la que se pueda emplear un SLM con un rango de fase limitado [30, 31].



a)



b)

Figura (4.15): Resultados experimentales para la configuración de modulación pura de fase. a) Fase relativa en función del nivel de gris y b) curva de operación.

## Referencias

- [1] N. Konforti, E. Marom, and S. T. Wu, "Phase-Only Modulation with Twisted Nematic Liquid-Crystal Spatial Light Modulators," *Optics Letters*, vol. 13, pp. 251-253, 1988.
- [2] J. L. Pezzaniti and R. A. Chipman, "Phase-Only Modulation of a Twisted Nematic Liquid-Crystal TV by Use of the Eigenpolarization States," *Optics Letters*, vol. 18, pp. 1567-1569, 1993.
- [3] J. A. Davis, I. Moreno, and P. Tsai, "Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid-crystal displays," *Applied Optics*, vol. 37, pp. 937-945, 1998.
- [4] J. M. Bueno, "Polariscopio elíptico para el análisis de muestras altamente birrefringentes," *Óptica pura y aplicada*, vol. 32, pp. 49-57, 1999.
- [5] A. Marquez, C. Iemmi, I. Moreno, J. A. Davis, J. Campos, and M. J. Yzuel, "Quantitative prediction of the modulation behavior of twisted nematic liquid crystal displays based on a simple physical model," *Optical Engineering*, vol. 40, pp. 2558-2564, 2001.
- [6] I. Moreno, P. Velasquez, C. R. Fernandez-Pousa, and M. M. Sanchez-Lopez, "Jones matrix method for predicting and optimizing the optical modulation properties of a liquid-crystal display," *Journal of Applied Physics*, vol. 94, pp. 3697-3702, 2003.
- [7] J. A. Coy, M. Zaldarriaga, D. F. Grosz, and O. E. Martinez, "Characterization of a liquid crystal television as a programmable spatial light modulator," *Optical Engineering*, vol. 35, pp. 15-19, 1996.
- [8] A. Marquez, J. Campos, M. J. Yzuel, I. Moreno, J. A. Davis, C. Iemmi, A. Moreno, and A. Robert, "Characterization of edge effects in twisted nematic liquid crystal displays," *Optical Engineering*, vol. 39, pp. 3301-3307, 2000.
- [9] M. Yamauchi, "Jones-matrix models for twisted-nematic liquid-crystal devices," *Applied Optics*, vol. 44, pp. 4484-4493, 2005.
- [10] M. Yamauchi and T. Eiju, "Optimization of Twisted Nematic Liquid-Crystal Panels for Spatial Light Phase Modulation," *Optics Communications*, vol. 115, pp. 19-25, 1995.
- [11] C. Stolz, L. Bigue, and P. Ambs, "Implementation of high-resolution diffractive optical elements on coupled phase and amplitude spatial light modulators," *Applied Optics*, vol. 40, pp. 6415-6424, 2001.

- [12] K. H. Lu and B. E. A. Saleh, "Theory and Design of the Liquid-Crystal TV as an Optical Spatial Phase Modulator," *Optical Engineering*, vol. 29, pp. 240-246, 1990.
- [13] R. S. Dou and M. K. Giles, "Simple technique for measuring the phase property of a twisted nematic liquid crystal television," *Optical Engineering*, vol. 35, pp. 808-812, 1996.
- [14] Z. Zhang, G. W. Lu, and F. T. S. Yu, "Simple Method for Measuring Phase Modulation in Liquid-Crystal Televisions," *Optical Engineering*, vol. 33, pp. 3018-3022, 1994.
- [15] J. L. McClain, P. S. Erbach, D. A. Gregory, and F. T. S. Yu, "Spatial light modulator phase depth determination from optical diffraction information," *Optical Engineering*, vol. 35, pp. 951-954, 1996.
- [16] A. SerranoHeredia, G. W. Lu, P. Purwosumarto, and F. T. S. Yu, "Measurement of the phase modulation in liquid crystal television based on the fractional-Talbot effect," *Optical Engineering*, vol. 35, pp. 2680-2684, 1996.
- [17] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and Z. Jaroszewicz, "Equivalent retarder-rotator approach to on-state twisted nematic liquid crystal displays," *Journal of Applied Physics*, vol. 99, pp. 113101-6, 2006.
- [18] R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and polarized light*, 1st ed. Amsterdam: Elsevier, 1987.
- [19] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and M. Fernandez-Alonso, "Phase-only modulation with a twisted nematic liquid crystal display by means of equiazimuth polarization states," *Optics Express*, vol. 14, pp. 5607-5616, 2006.
- [20] P. R. Bevington and D. K. Robinson, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, 2nd ed. New York: Mc Graw-Hill, 1992.
- [21] J. P. Guigay, "Fresnel Diffraction by One-Dimensional Periodic Objects, with Application to Structure Determination of Phase Objects," *Optica Acta*, vol. 18, pp. 677-682, 1971.
- [22] K. Patorski, "The Self-Imaging Phenomenon and Its Applications," *Progress in Optics*, vol. 27, pp. 3-108, 1989.
- [23] V. Arrizon and J. Ojedacastaneda, "Irradiance at Fresnel Planes of a Phase Grating," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 9, pp. 1801-1806, 1992.

- [24] Z. Jaroszewicz, A. Kolodziejczyk, A. Kowalik, and R. Restrepo, "Determination of the step height of the binary phase grating from its Fresnel images," *Optik*, vol. 111, pp. 207-210, 2000.
- [25] A. Marquez, C. Cazorla, M. J. Yzuel, and J. Campos, "Characterization of the retardance of a wave plate to increase the robustness of amplitude-only and phase-only modulations of a liquid crystal display," *Journal of Modern Optics*, vol. 52, pp. 633-650, 2005.
- [26] P. Yeh and C. Gu, *Optics of Liquid Crystal Displays*, 1st ed. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- [27] C. H. Gooch and H. A. Tarry, "Optical-Properties of Twisted Nematic Liquid-Crystal Structures with Twist Angles Less Than 90 Degrees," *Journal of Physics D-Applied Physics*, vol. 8, pp. 1575-1584, 1975.
- [28] V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and V. Climent, "Poincaré Sphere Method for Optimizing the Phase Modulation Response of a Twisted Nematic Liquid Crystal Display," *Journal of Display Technology*, vol. 3, pp. 9-14, 2007.
- [29] C. Brosseau, *Fundamentals of Polarized Light. A Statistical Optics Approach*. New York: John Wiley & Sons, 1998.
- [30] J. A. Davis, G. M. Heissenberger, R. A. Lilly, D. M. Cottrell, and M. F. Brownell, "High-Efficiency Optical Reconstruction of Binary Phase-Only Filters Using the Hughes Liquid-Crystal Light Valve," *Applied Optics*, vol. 26, pp. 929-933, 1987.
- [31] F. K. Fatemi and M. Bashkansky, "Generation of hollow beams by using a binary spatial light modulator," *Optics Letters*, vol. 31, pp. 864-866, 2006.





# Capítulo 5

## Aplicaciones de los dispositivos de cristal líquido nemático con estructura de hélice en óptica adaptativa

### 5.1. Compensación de aberraciones en segmentos focales mediante la generación de axicones elípticos programables

Un axicón<sup>1</sup> es un elemento óptico capaz de generar un segmento focal a lo largo del eje óptico con una anchura transversal reducida [1]. La longitud de este segmento focal puede variar desde unos pocos milímetros [2] hasta varios kilómetros [3]. En su versión difractiva, un axicón consiste habitualmente en una red de fase formada por franjas circulares equidistantes [4]. Los axicones se suelen emplear en sistemas de alineación y metrología debido a su gran profundidad de foco y a la estrechez de los segmentos focales que producen [5-8]. No obstante, existen otras muchas aplicaciones en las que estos elementos resultan útiles, como son la generación de armónicos [2, 9] la tomografía de coherencia [10], el diseño de un resonador Bessel [11], la transformación de haces [12, 13], los test interferométricos para superficies cilíndricas [14, 15], el bombeo óptico de plasma [16, 17], el diseño de trampas y guías para átomos [18, 19] o la interferometría por desplazamiento [20, 21].

---

<sup>1</sup> El término *axicón* fue introducido por McLeod en 1954 [27]. Etimológicamente, proviene de las palabras griegas *eje* ( $\alpha'ξωναζ$ ) e *imagen* ( $εικο'να$ ).

Para que un axicón produzca un segmento focal estrecho es necesario que esté iluminado por una onda plana estrictamente perpendicular al eje óptico, ya que cualquier pequeña desviación del haz incidente con respecto a la dirección normal provoca el deterioro del segmento focal por la aparición de astigmatismo [22, 23]. Como consecuencia de esta restricción, el nivel de alineación en todos aquellos sistemas ópticos que incluyen axicones ha de ser muy alto. Además, existen aplicaciones, como es el caso de los sistemas de *scanning*, en donde es necesario variar la dirección de iluminación [24].

Por analogía a lo que ocurre con las lentes cilíndricas en los sistemas refractivos, una manera de eliminar el astigmatismo que sufren los segmentos focales bajo iluminación oblicua consiste en emplear un axicón que presente astigmatismo en incidencia normal. Esto se consigue mediante un elemento cuyo patrón de fase consiste en un conjunto de elipses concéntricas y que, por ello, recibe el nombre de axicón elíptico. Con un axicón elíptico es posible generar segmentos focales libres de aberración en iluminación oblicua siempre que la elipticidad del axicón se ajuste al ángulo de inclinación de los rayos [23]. Por tanto, en aplicaciones como las de *scanning*, donde la iluminación es variable, se requiere un axicón elíptico con una distribución de fase programable, que varíe de acuerdo con la iluminación que el axicón recibe en cada momento.

En esta sección mostramos que es posible implementar un axicón elíptico programable con la ayuda de un TNLCD comercial, cuyo comportamiento modulador se ha optimizado de acuerdo con lo expuesto en el Capítulo 4 [25]. Aunque los resultados que aquí se presentan son lo suficientemente buenos para las técnicas de alineación y metrología usuales, en las aplicaciones de *scanning* se requieren periodos mucho menores que los que puede proporcionar un SLM actual [24]. Una posible solución a este problema consiste en dividir la función de fase total en dos partes: una constante, correspondiente a un axicón convencional, y que proporciona la principal contribución a la fase del sistema difractivo, y otra de menor magnitud, programada en un TNLCD, que introduce la fase necesaria para compensar las aberraciones introducidas por la iluminación variable. Mediante este doblete difractivo es posible diseñar un axi-

cón de *scanning* basado en un TNLCD, lo que permite cambiar la inclinación del segmento focal sin que éste pierda su resolución (que entonces sólo se halla limitada por difracción) [26].

### 5.1.1. Diseño de axicones

Desde que McLeod realizó los primeros experimentos con axicones en 1954 [27], se han ideado numerosos métodos para diseñar y construir estos elementos ópticos [1, 28]. El ejemplo más antiguo de axicón es un cono refractante que, al ser iluminado por una onda plana, genera un frente de onda cónico, tal y como se muestra en la Fig. (5.1). Desde un punto de vista geométrico, esto significa que todos los rayos se refractan aproximadamente bajo el mismo ángulo, para formar así un segmento focal, el cual, por efectos interferenciales, es además muy estrecho. Un efecto similar puede obtenerse también por reflexión empleando un espejo cónico [29]. La longitud  $z_B$  dentro de la cual se genera el segmento focal viene dada por el área de superposición de las ondas refractadas por el axicón. Cuando el ángulo  $\gamma$  que forman la generatriz y el radio del cono toma valores pequeños (esto es, cuando se considera un axicón delgado) la distancia  $z_B$  es proporcional al radio  $R$  e inversamente proporcional al ángulo  $\gamma$  [30]. Se dice que un axicón es lineal cuando su función de fase  $\varphi(r)$  depende linealmente de la distancia transversal radial  $r$ , [31]

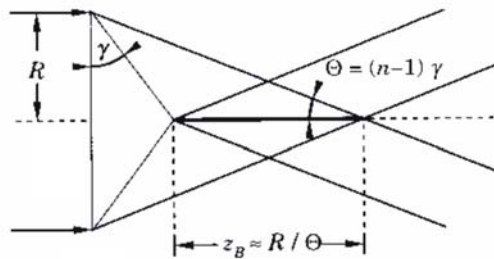


Figura (5.1): Axicón diseñado a partir de un cono refractivo.

$$\varphi(r) = k(n-1)r \cos\gamma, \quad (5.1.1)$$

donde  $n$  es el índice de refracción,  $k$  el número de ondas y  $\gamma$  el ángulo del cono. Actualmente los axicones más utilizados son los difractivos. La versión difractiva de un axicón lineal es una red de fase  $\varphi(r)$  compuesta por franjas circulares equidistantes. Un elemento de este tipo fue descrito por primera vez por Ronchi [32] y posteriormente por Dyson [33]. La técnica más común para generar axicones difractivos es mediante hologramas generados por ordenador [4, 34]. Estos hologramas se pueden codificar en un modulador espacial de luz, lo que da lugar a la creación de axicones programables [35].

### 5.1.2. Haces adifraccionales

Es frecuente presentar los axicones como los elementos ópticos que permiten generar de forma aproximada “haces adifraccionales” (*nondiffracting beams*) o “haces libres de difracción” (*diffraction-free beams*). Los haces adifraccionales son soluciones en el espacio libre de la ecuación de ondas,

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (5.1.2)$$

cuya distribución de intensidades en el plano transversal no cambia a lo largo de la dirección de propagación de la luz [36]. Matemáticamente,

$$I(x, y, z) = I(x, y, 0), \quad z \geq 0, \quad (5.1.3)$$

donde se ha supuesto que el haz se propaga a lo largo del eje  $z$ . Nótese que la condición dada por la Ec. (5.1.3) es verificada también por las ondas planas. De hecho, éstas se pueden considerar un caso límite en el que  $I(x, y)$  es constante independientemente de las coordenadas transversales. Los haces de Bessel, a diferencia de las ondas planas, se caracterizan por poseer un pico central bien definido en el perfil transversal de intensidades. Dentro del marco de la teoría escalar de la difracción, este hecho resulta sumamente llamativo, pues

uno espera que un haz de luz fuertemente localizado en el espacio sea incapaz de mantener su forma a medida que se propaga. Así, por ejemplo, un haz gaussiano de radio 1 m que viajase a la Luna tendría al volver a la Tierra una anchura de 150 m por efecto de la difracción [31]. La denominación de “ondas adifraccionales” es, no obstante, poco afortunada, puesto que los haces de Bessel se difractan tanto como cualquier otra distribución de luz. De hecho, la propagación de este tipo de ondas se puede explicar satisfactoriamente mediante las leyes de la difracción [36-40].

El ejemplo más simple de una onda adifraccional es el denominado haz de Bessel de orden cero, cuya amplitud viene dada por

$$E(\vec{r}, t) = E_0 J_0(\alpha \rho) \exp[i(\beta z - \omega t)], \quad (5.1.4)$$

con  $\beta^2 = k^2 - \alpha^2$ ,  $0 \leq \alpha \leq k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ ,  $\rho^2 = x^2 + y^2$  y  $\vec{r} = (x, y, z)$ . Aquí  $\lambda$  es la longitud de onda y  $c$ , la velocidad de la luz en el vacío. La función de Bessel de orden cero  $J_0$  se puede definir de forma integral como

$$J_0(s) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(is \sin \xi) d\xi. \quad (5.1.5)$$

La Fig. (5.2) muestra el gráfico de la función  $J_0(\alpha \rho)$  para diferentes valores de  $\alpha$ . La onda posee simetría de rotación en el plano perpendicular a la dirección de propagación. El parámetro  $\alpha$  tiene que ver con el ancho del pico central, siendo éste mínimo cuando  $\alpha$  toma su valor máximo,  $\alpha_{\max} = 2\pi/\lambda$ , lo que corresponde a un ancho central del orden de la longitud de onda  $\lambda$ . Cuando  $\alpha = 0$ , la Ec. (5.1.4) se convierte en el campo eléctrico correspondiente a una onda plana. Los haces de Bessel no poseen una energía finita (no son funciones de cuadrado integrable) pero sí una densidad de energía finita. Esto significa que sólo se pueden generar de forma aproximada, para lo cual se han desarrollado diversos métodos [41-43]. El más directo (y, cronológicamente, el primero que se propuso) consiste en situar una rendija circular de grosor infinitesimal en el plano focal de una lente convergente e iluminar el conjunto con

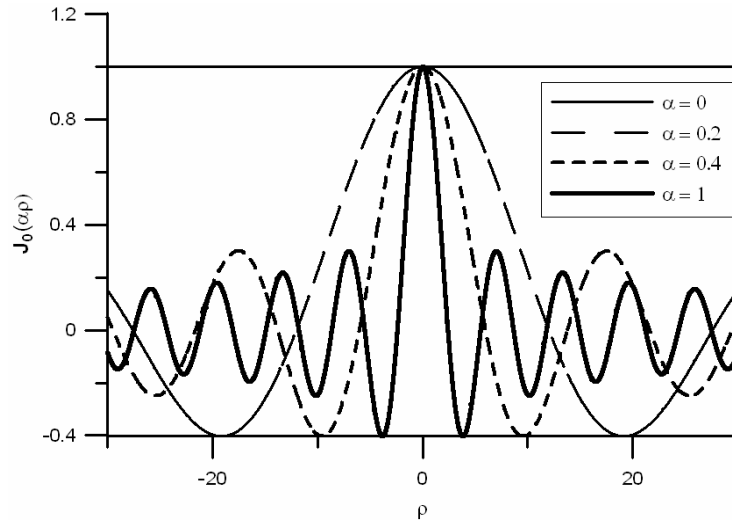


Figura (5.2): Distribución radial de amplitud correspondiente a una onda de Bessel de orden cero.

un haz plano [41]. De esta forma se genera un haz adifraccional, dado que la transformada de Hankel de una función delta de Dirac extendida alrededor de una circunferencia es la función de Bessel de orden cero. Este procedimiento, obviamente, implica una enorme pérdida de energía, por lo que ha sido substituido por otros que poseen una mayor eficiencia, entre los que destacan aquellos que emplean axicones. Estos últimos permiten, además, la generación de haces de Bessel de orden superior [44, 45].

### 5.1.3. Axicones difractivos

El cálculo de la distribución de irradiancia correspondientes al haz generado por un axicón difractivo se realiza empleando las integrales de difracción. Así, el campo difractado por un axicón iluminado por una onda plana monocromática en un punto  $(\rho, z)$  del plano de observación viene dado, dentro de la aproximación paraxial, por la integral de Fresnel

$$U(\rho, z) = CU_0 \frac{k}{i z} \int_0^{\infty} t(r) J_0(kr\rho/z) \exp(i k r^2 / 2z) r dr. \quad (5.1.6)$$

Aquí,  $U_0$  es la amplitud de la onda plana incidente;  $r$ , la coordenada radial en el plano del axicón;  $t(r)$ , la transmitancia de éste y  $C = \exp[i k(z + \rho^2 / 2z)]$  es un factor de fase, habitualmente irrelevante cuando no se consideran fenómenos interferenciales. Cuando la transmitancia se puede escribir como el producto de una función que representa la amplitud  $A(r)$  y de otra que representa la fase  $\varphi(r)$ ,  $t(r) = A(r) \exp[i\varphi(r)]$ , la Ec (5.1.6) toma la forma

$$U(\rho, z) = CU_0 \frac{k}{i z} \int_0^{\infty} \exp[i k f(r)] g(r) dr, \quad (5.1.7)$$

donde  $g(r) = A(r) J_0(kr\rho/z) r$ ,  $f(r) = r^2 / 2z + \varphi(r) / k$ . Esta integral, en general, no posee una solución analítica y debe ser evaluada por métodos numéricos. No obstante, se pueden obtener expresiones analíticas aproximadas para el campo difractado mediante el *método de la fase estacionaria*. Este procedimiento resulta muy interesante desde un punto de vista físico, pues permite describir de forma relativamente sencilla los mecanismos de formación de los segmentos focales, así como las características básicas del campo difractado por los axicones [46]. Los fundamentos físicos del método de la fase estacionaria y su descripción matemática detallada pueden encontrarse en las referencias [31] y [47]. Aquí nos limitaremos a reproducir algunas de las soluciones analíticas que proporciona cuando se aplica al estudio de los axicones.

Consideremos ahora, como ejemplo básico, un axicón difractivo lineal cuya fase  $\varphi$  viene dada por la función de módulo  $2\pi$

$$\varphi(r) = -k \alpha r, \quad (5.1.8)$$

donde  $\alpha = \sin \theta$  y  $\theta$  es el ángulo de inclinación con respecto al eje óptico del frente de ondas que emerge del elemento difractivo, tal y como se muestra en la Fig. (5.3). Aquí nos restringiremos al caso ideal en que la amplitud  $A(r)$  de



la función de transmitancia del axicón es uniforme en toda la superficie del elemento, esto es,  $A(r) = 1, \forall 0 \leq r \leq R$ , siendo  $R$  el radio de la apertura circular del axicón. El correspondiente patrón de fase se ha representado por medio de una imagen codificada en niveles de gris en la Fig. (5.4). Debido a la simetría circular presente en dicho patrón, este tipo de axicones difractivos reciben a menudo el nombre de *axicones circulares*. Para calcular el campo difractado por un axicón circular sobre el que incide una onda plana, debemos substituir la función  $\varphi(r)$  en la Ec. (5.1.7) y evaluar la integral de difracción entre  $r = 0$  y  $r = R$ . Aplicando el método de la fase estacionaria es posible llegar a la siguiente expresión aproximada para la intensidad del campo difractado [31]:

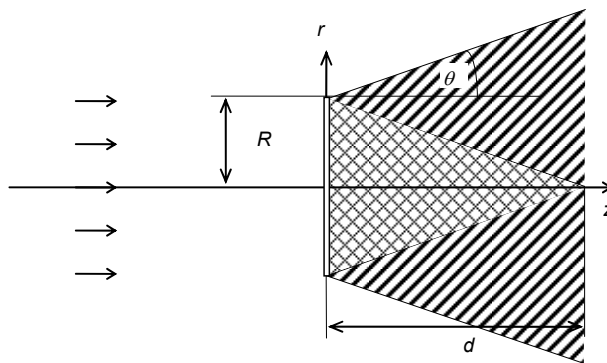


Figura (5.3): Axicón difractivo iluminado por un haz plano.

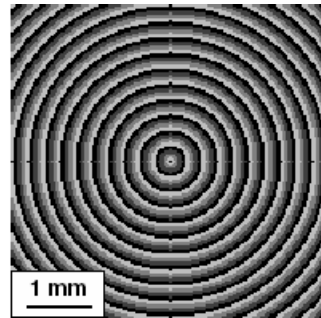


Figura (5.4): Patrón de fase correspondiente a un axicón circular. Para codificar la fase se han empleado cuatro niveles de gris.

$$I(\zeta, \rho) \propto \frac{\alpha \zeta}{\lambda} [J_0(k\rho\alpha)]^2, \quad (5.1.9)$$

que es válida para valores de  $\zeta$  comprendidos en el intervalo  $0 \leq \zeta \leq d$ , siendo  $d$  la longitud del segmento focal, que dentro de la aproximación paraxial viene dado por  $d = R/\alpha$ . La Ec. (5.1.9) revela dos características básicas de los axicones circulares. En primer lugar, la distribución transversal de intensidad viene dada por una función de Bessel de orden cero, que depende del parámetro  $\alpha$ , como en el caso de un haz de Bessel, véase Ec. (5.1.4). De ahí que el campo que emerge de un axicón se considere a menudo la realización práctica de un haz adifraccional. Sin embargo, y este es el segundo hecho que evidencia la Ec. (5.1.9), la intensidad axial crece linealmente con la coordenada  $\zeta$ , lo que entra en conflicto con la definición de haz de Bessel, véase Ec. (5.1.3). Para lograr que el segmento focal no sólo tenga una anchura uniforme, sino que también presente una intensidad axial que oscila entorno a un valor constante con  $\zeta$ , se requieren manipulaciones adicionales, como por ejemplo la inserción de filtros de amplitud [43]. En la Fig. (5.5) se ha representado la distribución axial de intensidad,  $I(\zeta) \propto |U(0, \zeta)|^2$ , obtenida numéricamente para un axicón con  $R = 5$  mm,  $\alpha = 0.025$  y  $\lambda = 632.8$  nm [1]. En la Fig. (5.6), por su parte, se

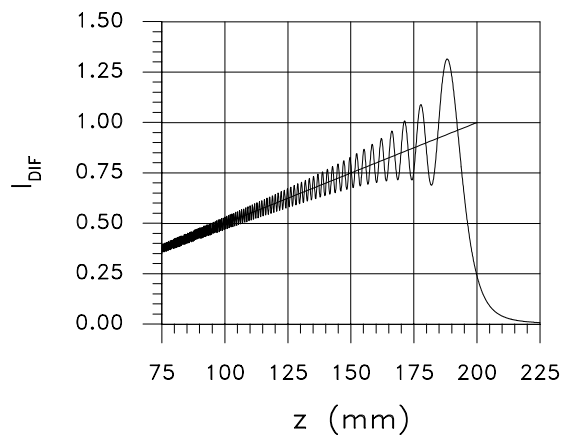


Figura (5.5): Distribución axial de intensidad para un axicón circular ( $R = 5$  mm,  $\alpha = 0.025$ ,  $\zeta = 200$  mm,  $\lambda = 632.8$  nm).

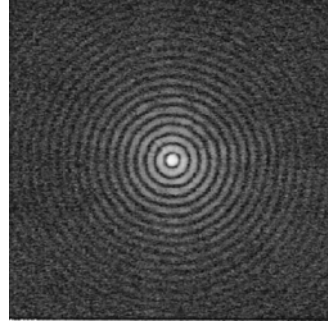


Figura (5.6): Fotografía de la distribución transversal de irradiancia correspondiente al segmento focal generado por un axicón circular ( $R = 14.4$  mm,  $\alpha = 0.036$ ,  $z = 100$  mm,  $\lambda = 632.8$  nm).

muestra la imagen (obtenida con una CCD) de la sección transversal correspondiente al segmento focal generado por un axicón circular con  $R = 14.4$  mm,  $\alpha = 0.036$  y  $\lambda = 632.8$  nm en el plano  $z = 100$  mm [31].

#### 5.1.4. Axicones elípticos en iluminación oblicua

Tal y como se explicó al principio de esta sección, los axicones se emplean en numerosas aplicaciones por su gran profundidad de foco y por su capacidad para producir segmentos focales estrechos. Para ello deben ser iluminados con una onda plana estrictamente perpendicular al eje óptico, pues en caso contrario se ensanchan por la aparición de astigmatismo [22-24, 48], lo que resulta especialmente crítico en los sistemas de *scanning* [24]. No obstante, es posible corregir el deterioro que afecta a los segmentos focales bajo iluminación fuera de eje mediante axicones que sufren astigmatismo en incidencia normal, de forma análoga a lo que ocurre con las lentes cilíndricas en los sistemas refractivos [23]. Esto, como veremos, se puede conseguir rompiendo en una dirección la simetría presente en el patrón de fase de un axicón circular. El elemento difractivo resultante recibe el nombre de *axicon elíptico* [23, 31].

La Fig. (5.7) muestra la distribución transversal de irradiancia correspondiente a un axicón circular cuando se halla iluminado de forma oblicua. Com-

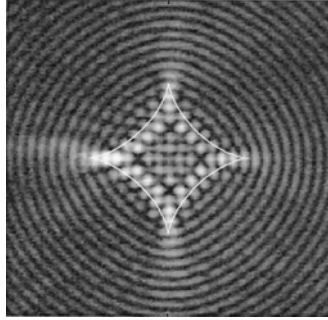


Figura (5.7): Fotografía de la distribución transversal de irradiancia de un axicón circular en iluminación oblicua para un ángulo de incidencia  $\gamma = 7.5^\circ$  ( $R = 14.4$  mm,  $\alpha = 0.036$ ,  $z = 100$  mm,  $\lambda = 632.8$  nm).

parándola con la Fig. (5.6), se observa con claridad la aparición de astigmatismo, y la consiguiente deformación y ensanchamiento transversal del segmento focal, que ahora se halla delimitado por una curva característica denominada *cáustica* [22, 23]. Experimentalmente se puede comprobar que la anchura transversal del segmento se incrementa cuando crece la distancia axial desde el plano del axicón y también cuando aumenta la inclinación del haz incidente. La descripción matemática de la distribución de intensidades correspondiente a un axicón circular en iluminación oblicua ya no se puede realizar empleando la integral de Fresnel, Ec. (5.1.7). Al igual que en el caso de las lentes, esto se debe a que la aproximación paraxial deja de ser válida cuando se consideran las aberraciones fuera de eje que aparecen al iluminar elementos con simetría circular de forma oblicua. Tal y como se demuestra en la Ref. [23], se ha de tomar como punto de partida la ecuación de Fresnel-Kirchhoff y realizar una aproximación que incluya términos de orden superior.

Una distribución muy similar a la mostrada en la Fig (5.7) se puede observar en iluminación normal empleando un axicón elíptico, cuyo patrón de fase consiste en un conjunto de elipses concéntricas de igual excentricidad, tal y como se muestra, mediante una imagen codificada en niveles de gris, en la Fig. (5.8). Matemáticamente, la fase  $\varphi$  correspondiente a un axicón elíptico viene dada por la función de módulo  $2\pi$  [23, 26]

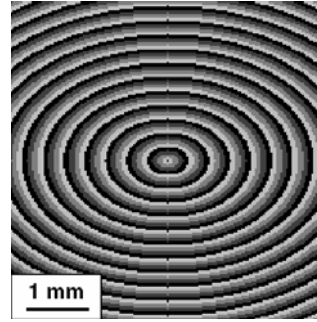


Figura (5.8): Patrón de fase correspondiente a un axicón elíptico. Para codificar la fase se han empleado cuatro niveles de gris.

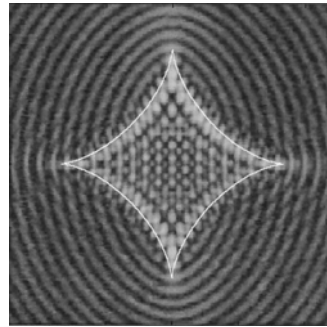


Figura (5.9): Fotografía de la distribución transversal de irradiancia de un axicón elíptico en iluminación normal ( $\beta = 0.94$  mm,  $\alpha = 0.0076$ ,  $z = 1000$  mm,  $\lambda = 632.8$  nm).

$$\varphi(r) = k\alpha\left(\sqrt{\beta^2 x'^2 + y'^2}\right), \quad (5.1.10)$$

donde  $\beta$  es el cociente entre las longitudes de los semiejes mayor y menor de una cualquiera de las elipses y  $(x', y')$  son las coordenadas cartesianas en el plano del axicón. La Fig. (5.9) muestra una imagen de la distribución transversal de intensidades originada por un axicón elíptico iluminado perpendicularmente. Dado que ahora el astigmatismo se produce en eje, la aproximación paraxial es válida y, por tanto, se puede emplear la integral de Fresnel para calcular el campo difractado por el axicón. Aplicando el método de la fase estacionaria, *Thaning et al.* obtuvieron en la Ref. [23] expresiones asintóticas para las dimensiones transversales del segmento focal, cuya cáustica tiene una anchura

en su centro de  $2(1 - \beta^2)\alpha z$  en la dirección del eje  $x$  y  $2(1 - \beta^2)\alpha z / \beta$  en la dirección del eje  $y$ . Asimismo, estos autores consideraron el caso de un axicón elíptico en iluminación oblicua. A partir de una aproximación de orden superior a la ecuación de Fresnel-Kirchhoff, demostraron que el segmento focal que produce el axicón elíptico se halla aproximadamente libre de astigmatismo si  $\beta = \cos \gamma$ , donde  $\gamma$  es el ángulo que forma el haz incidente con el eje óptico. Es decir, el astigmatismo en eje que sufre el axicón elíptico se corrige precisamente inclinando el haz incidente. Por tanto, este tipo de axicones se puede emplear para obtener segmentos focales libres de aberración en iluminación oblicua. En tal caso, nótese que a cada ángulo de iluminación  $\gamma$  le corresponde un axicón elíptico con una elipticidad  $\beta$  distinta. Esto significa que cualquier desviación de la dirección de incidencia con respecto al valor para el cual ha sido diseñado el axicón destruye la calidad del segmento focal. Por tanto, en las aplicaciones en que se debe variar el ángulo de iluminación, como es el caso de los sistemas de *scanning*, se requiere un axicón con una elipticidad variable, es decir, un elemento óptico difractivo (DOE)<sup>2</sup> con un patrón de fase programable. Un elemento de este tipo se puede implementar por medio de una pantalla de cristal líquido.

### 5.1.5. Compensación dinámica del astigmatismo de un axicón en iluminación oblicua

Con la pantalla Sony calibrada en esta memoria se programaron kinoforms cuaternarios, como los mostrados en las Fig. (5.4) y (5.8), para la generación de axicones con elipticidad variable. Para obtener un régimen de modulación pura de fase, se empleó el TNLCD en la configuración óptima encontrada en la Sec. (4.2), véase Fig.(4.9). En primer lugar se implementó un axicón circular con un periodo (radial)  $\kappa$  de 8 píxeles ( $\kappa = 256 \mu\text{m}$ ). El axicón poseía una apertura circular con un radio máximo de 300 píxeles, esto es,  $R = 9.6 \text{ mm}$ . El TNLCD fue iluminado con una onda plana de 514 nm de longitud de onda.

---

<sup>2</sup> Acrónimo de la expresión inglesa “*Diffractive Optical Element*”.

Los parámetros del segmento focal fueron  $d = 4.8$  m y  $\rho_0 = 98$   $\mu\text{m}$ . En la Fig. (5.10a) se puede ver la distribución transversal de irradiancia generada por el axicón circular a una distancia de 1 m respecto del TNLCD. En las Figs. (5.10b) y (5.10d) se muestran las imágenes de los segmentos focales cuando sobre el axicón circular incide un haz con un ángulo de iluminación  $\gamma = 25.84^\circ$  ( $\cos \gamma = 0.9$ ) y  $\gamma = 36.87^\circ$  ( $\cos \gamma = 0.8$ ), respectivamente. Para corregir el astigmatismo que se observa en estos segmentos (sin variar las condiciones de iluminación) se implementaron con el TNLCD dos axicones elípticos diseñados con una elipticidad  $\beta = 0.9$  y  $\beta = 0.8$ . Los resultados se muestran en las imágenes c) y e). En ellas se observa un segmento focal muy similar al generado por el axicón circular cuando se ilumina perpendicularmente. Por tanto, el TNLCD es capaz de compensar el astigmatismo que aparece en los segmentos focales cuando se emplea iluminación fuera de eje [25].

## 5.2. Compensación de modos de Zernike y patrones de aberración oculares mediante un TNLCD

Para corregir las aberraciones presentes en un frente de onda es muy frecuente el uso de dispositivos programables, como es el caso de los espejos deformables (DM, acrónimo de la expresión inglesa *deformable mirrors*) o los moduladores espaciales de luz basados en pantallas de cristal líquido (LCSLM). Con ambos tipos de dispositivos es posible modular espacialmente la fase de un haz de luz. Esto permite corregir de forma local las distorsiones presentes en un frente de ondas aberrado, restaurando de esta forma su geometría para acercarlo lo más posible al frente de referencia ideal.

Los espejos deformables se han empleado en técnicas de óptica adaptativa para aplicaciones en astronomía de alta resolución [49-51] y también en la corrección de aberraciones oculares [52, 53]. Sin embargo, estos dispositivos adolecen de algunos problemas, como son su excesivo tamaño, su alto coste, el

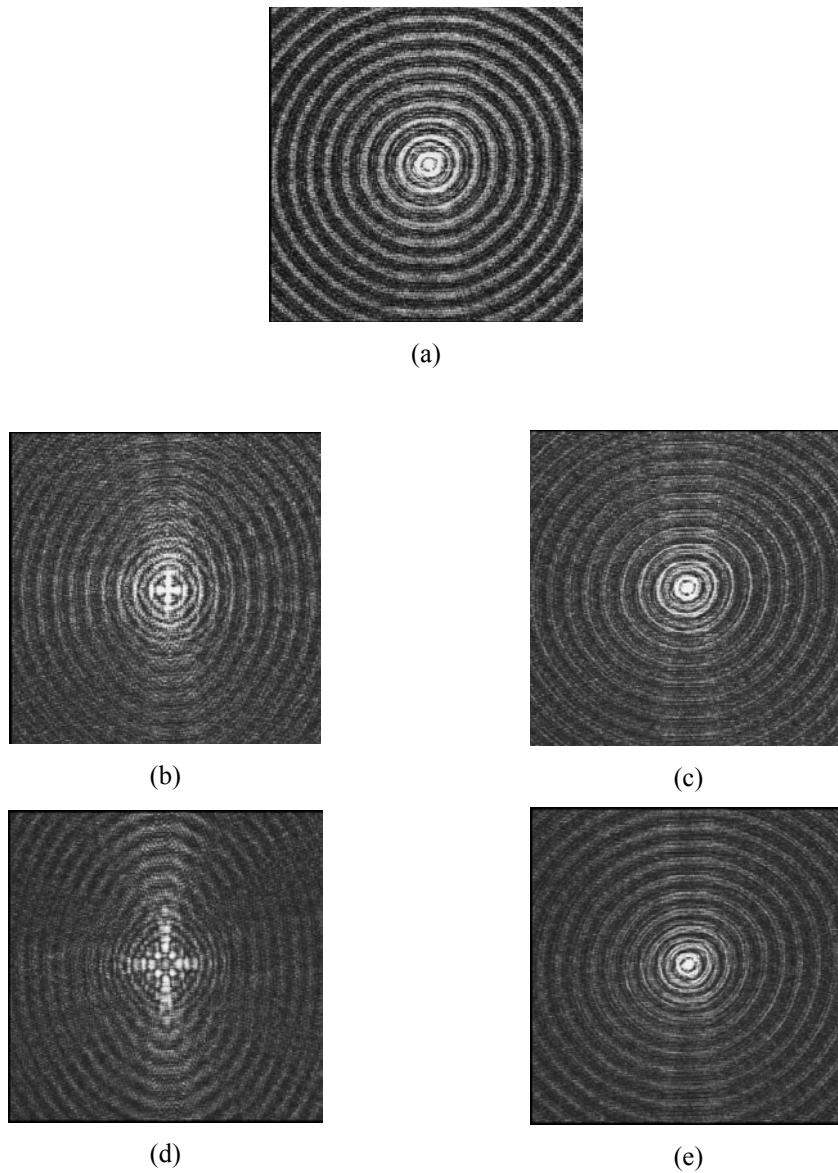


Fig. (5.10): Distribuciones transversales de irradiancia de los segmentos focales correspondientes a axicones circulares y elípticos tomados una distancia de  $z = 1$  m. a) Axicón circular iluminado perpendicularmente, b) axicón circular iluminado a un ángulo de  $25.84^\circ$ , c) axicón elíptico con  $\beta = 0.9$  iluminado a un ángulo de  $25.84^\circ$ , d) axicón circular iluminado a un ángulo de  $36.87^\circ$  y e) axicón elíptico con  $\beta = 0.8$  iluminado a un ángulo de  $36.87^\circ$ .



número limitado de pistones mecánicos que poseen y la imposibilidad de realizar con ellos saltos de fase abruptos. A pesar de estos inconvenientes, se han desarrollado técnicas con DM que permiten obtener correcciones dinámicas de aberración ocular en tiempo real [54, 55].

Una posible alternativa a los espejos deformables la constituyen los LCSLM, que cuentan con la ventaja de carecer de partes móviles, y destacan por su bajo consumo, facilidad de control y larga duración. Además, los moduladores que emplean cristales líquidos tienen asegurado un constante aumento de su resolución espacial por las exigencias de la industria de consumo. En el ámbito de la Óptica Fisiológica, se han empleado con éxito moduladores de fase tipo PAL, controlados por una señal óptica, y dotados de un alto rango dinámico y una gran resolución espacial, aunque a costa de un alto coste económico [56, 57]. En 1997, Gordon Love describió un dispositivo de tipo TN, diseñado *ex profeso* para el control de un frente de onda, que disponía de 69 píxeles hexagonales y que era capaz de corregir los primeros 15 modos de Zernike del frente que incidía sobre él [58]. No obstante, su reducida resolución espacial suponía una seria limitación para su uso en la corrección de aberraciones oculares [59].

Las pantallas de cristal líquido, y en especial las de tipo TNLCD de bajo coste que se emplean en los sistemas de videoproyección, presentan algunas características muy interesantes para el diseño de módulos adaptativos. Así, se pueden programar y controlar electrónicamente de forma relativamente sencilla y poseen una alta resolución espacial (del orden de 0.5 a 0.7 megapixels para un dispositivo de una pulgada de diagonal). Comparten con los espejos deformables su habilidad para compensar dinámicamente aberraciones y con las láminas de fase, que son elementos no programables, su alta resolución espacial. Sin embargo, la baja calidad óptica de su superficie límite y, sobretudo, el rango dinámico restringido para el retardo de fase (habitualmente menor de  $2\pi$  para longitudes de onda del visible), hacen que el uso de TNLCD convencionales en óptica adaptativa (y en particular en aplicaciones oftalmológicas) no esté particularmente extendido. En esta sección se muestra que una adecuada opti-

mización del comportamiento modulador de un TNLCD comercial, como la presentada en el Cap. IV de esta memoria, permite la implementación de elementos ópticos difractivos capaces de compensar aberraciones (con formas y magnitudes típicas de un patrón ocular) mediante un esquema de codificación de fase de cuatro niveles [60].

### 5.2.1. Esquema de codificación de las aberraciones

En nuestro diseño de un modulo adaptativo para la compensación de aberraciones se empleó la pantalla Sony calibrada en esta memoria, funcionando en la configuración óptima encontrada en la Sec. (4.2), véase la Fig. (4.9). Puesto que con ella es posible alcanzar una modulación de fase de  $270^\circ$  se empleó un esquema de codificación de cuatro niveles, esto es, la aberración en cada píxel fue codificada redondeando su valor al más próximo de los cuatro niveles  $(0, \pi/2, \pi, 3\pi/2)$  rad. De esta manera la pantalla funciona como un elemento óptico difractivo (DOE) programable. La eficiencia de la señal útil en el primer orden de difracción en el caso de un esquema de codificación de fase de  $N$  niveles viene dado por [61]

$$\eta_1 = \text{sinc}^2(1/N), \quad (5.2.1)$$

donde  $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$ . Por tanto, para  $N = 4$ , se tiene que  $\eta_1 = 81\%$ . El 19% restante de la luz incidente se pierde en los órdenes de difracción superiores. La eficiencia de los LCSLM reales es menor, debido a que el “factor de llenado” de una celda elemental (la fracción transparente de su área total) es menor que la unidad. Por lo tanto, una red con  $N$  niveles de fase, programada en la dirección OX, actúa como una red bidimensional con una modulación de amplitud binaria adicional en ambas direcciones del espacio. La eficiencia en difracción en el orden  $(1,0)$  es entonces igual a [62]

$$\eta_{1,0} = \alpha_x^2 \alpha_y^2 \text{sinc}^2(\alpha_x/N), \quad (5.2.2)$$

donde  $\alpha_x$  y  $\alpha_y$  son, respectivamente, los factores de llenado en las direccio-

nes OX y OY, es decir, el ancho de un píxel dividido por el periodo de la red. En el caso de nuestra pantalla esto limita la señal útil en el primer orden de difracción al 26.7% de la energía incidente.

El número de niveles de fase que hemos elegido por periodo ha sido  $N = 4$ . De acuerdo con la Ec. (5.2.1), un valor mayor de  $N$  hubiese incrementado la eficiencia de difracción del LCSLM. Sin embargo, este número se halla, en general, limitado por dos factores. El primero es el valor máximo de fase  $\varphi_{MAX}$  permitido por el dispositivo. Si  $N_{MAX}$  es el máximo número de niveles de fase que se pueden emplear en el diseño del DOE, entonces

$$N_{MAX} \leq 2\pi / (2\pi - \varphi_{MAX}). \quad (5.2.3)$$

Con esta condición y teniendo en cuenta que en el caso de nuestra pantalla la fase máxima  $\varphi_{MAX}$  no supera los  $1.6\pi$  rad,  $N_{MAX} \leq 4$ . El otro factor que limita el valor de  $N$  es la máxima pendiente del frente de onda a compensar. Esta pendiente máxima viene dada por  $2\pi/\Delta$ , donde  $2\pi$  es el cambio de fase en radianes que se produce en un período y  $\Delta$  es la longitud mínima correspondiente a un cambio de fase de  $2\pi$  en el patrón de fase programado en el LCSLM. La cantidad  $\Delta$  es igual al producto del número máximo de niveles de fase  $N_{MAX}$  por el período  $\rho$  de la red de píxeles del modulador espacial,  $\Delta = N_{MAX} \rho$ .

Para lograr una compensación eficaz de aberraciones, el uso de un dispositivo con una alta resolución espacial resulta clave. Esto se debe a que, usando un esquema de codificación de módulo  $2\pi$ , el principal factor limitante no es el máximo valor pico-valle de la aberración que se desea corregir, sino su máxima pendiente local. En nuestro caso, la máxima pendiente que puede ser plenamente compensada empleando el LCSLM en una configuración a escala 1:1 ópticamente conjugada con la pupila del ojo es  $2\pi / (4 \times 0.032) = 49.1$  rad/mm a 514 nm, lo que corresponde a unos 8 pares de líneas/mm en un interferograma a esa longitud de onda (cada par de líneas corresponde a un cambio de fase de  $2\pi$ ). Usando la configuración a escala 1:1, hay más de 180 píxeles dis-

ponibles a lo largo de una pupila de 6 mm de diámetro, lo que de acuerdo con estimaciones recientes [63], debería ser suficiente para formar imágenes limitadas por difracción de aberraciones oculares típicas.

### 5.2.2. Diseño del montaje experimental para la compensación de aberraciones con un TNLCD

Para evaluar la capacidad de compensación de nuestro LCSLM, se construyó en el laboratorio un sistema óptico como el mostrado en la Fig. (5.11). En él, una lente colimadora  $L_1$  (de 380 mm de focal) genera un frente de onda plano a partir de un haz que procede de una fuente de luz monocromática puntual. Tras esta lente se sitúa una lámina de fase, que permite introducir una aberración en el frente de onda plano que incide sobre ella. Tras esta lámina y pegada a ella, se encuentra nuestro TNLCD, que actúa como elemento compensador, para lo cual se ha codificado en él un patrón de fase idéntico al de la lámina, pero de signo contrario. Nótese que el modulador se posiciona lo más cerca posible de la lámina de fase sin emplear ningún elemento óptico intermedio. Un montaje experimental más preciso debería incluir un sistema óptico

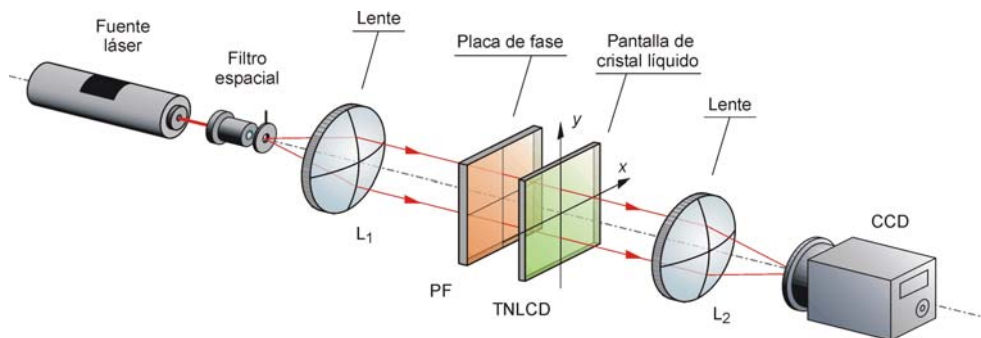


Figura (5.11): Montaje experimental para la compensación de aberraciones por medio de una pantalla de tipo TNLCD. (Nota: en este diagrama no se incluyen los polarizadores y las láminas de cuarto de onda que se requieren para que el TNLCD trabaje en un régimen de modulación pura de fase).

que proyectase el plano de la lámina en el plano del LCSLM. Para la prueba de concepto que aquí se presenta, y considerando sólo aberraciones oculares típicas, se descartó esta posibilidad, puesto que una pequeña separación entre el elemento compensador y la pupila del ojo no produce una pérdida apreciable de la capacidad compensadora del LCSLM [64]. Por último, una lente  $L_2$  idéntica a la primera, recoge el haz que emerge del TNLCD y lo hace converger en un sensor tipo CCD. Todo este sistema fue iluminado por un haz expandido  $TEM_{00}$  con  $\lambda = 514$  nm procedente de un láser de Ar, cuya irradiancia se mantuvo en el nivel adecuado por medio de filtros neutros.

Las láminas de fase empleadas para generar los frentes de onda aberrados se diseñaron en la Universidad de Santiago de Compostela, empleando una técnica de fotoescultura aplicada con anterioridad a la fabricación de placas para la compensación de aberraciones oculares [65]. La Fig. (5.12) muestra un diagrama de bloques donde se resume de forma esquemática el método de fabricación de las láminas de fase. En primer lugar, se deposita una capa de fotorresina sobre un sustrato de vidrio mediante un proceso de centrifugado a una velocidad de 1000 rpm durante 30s (en el caso de las láminas empleadas en esta memoria la fotorresina es Microposit<sup>TM</sup> de la serie S-1800). A continuación, la lámina se introduce en un horno de convección (a 90° durante 30 min) para eliminar el disolvente empleado en el proceso de deposición y se somete a radiación UV a través de una fotomáscara (típicamente un haluro de plata) grabada en una película fotográfica (en nuestro caso, AGFA AXP-25). Esta máscara se fabrica mediante un proceso de fotorreducción a partir de una copia de la distribución de fase que se desea implementar generada por una impresora convencional de inyección de tinta. En el caso de las aberraciones correspondientes a un ojo humano, dicho patrón se puede obtener a partir de las medidas de un sensor de frente de onda. Tras un proceso de secado de la lámina, se debe medir la aberración que genera ésta, para comprobar así la consistencia del método de fabricación descrito. Esto se puede realizar mediante dos procedimientos independientes. Por un lado, la aberración se mide con un sensor de Hartmann-Shack y con los coeficientes proporcionados por éste se ge-

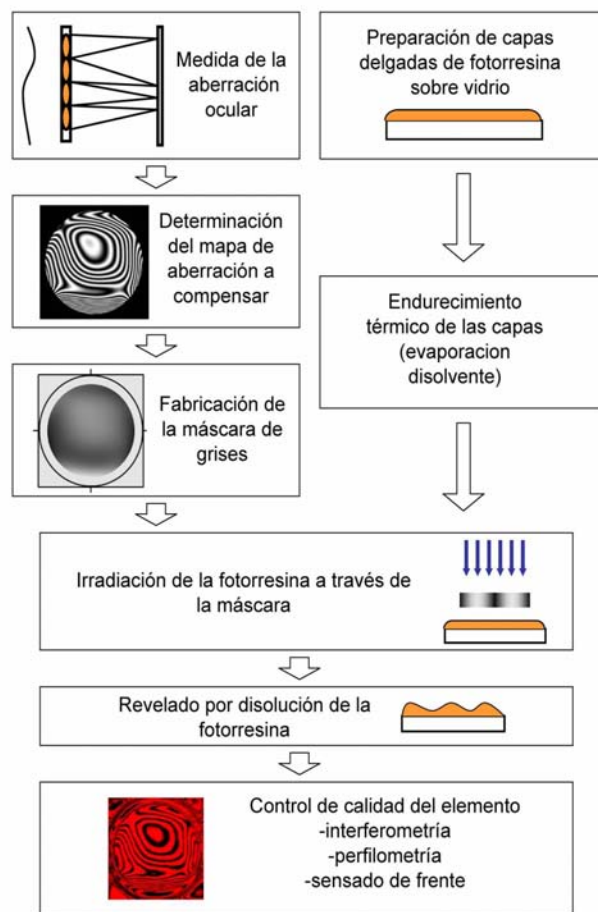


Figura (5.12): Proceso de fabricación de las láminas de fase empleadas en la generación de aberraciones.

nera un interferograma numérico. Por otro lado, se toma un interferograma de la aberración empleando un interferómetro de Mach-Zehnder. En ambos casos se debe comprobar que el patrón medido coincide con el mapa de aberración empleado en el diseño de la fotomáscara. Una inspección directa de la superfi-

cie de la lámina de fase, usando la luz transmitida por uno de los brazos del interferómetro, también es útil para detectar, con un número de aumentos suficiente, cualquier irregularidad en el proceso de fabricación que haya pasado inadvertida en los interferogramas, tanto en los experimentales como en los calculados a partir del sensor de frente de ondas.

En este estudio se emplearon tres láminas de fase. La Fig. (5.13) muestra sus interferogramas medidos mediante el interferómetro de Mach-Zender a 587 nm (primera columna), los interferogramas calculados a partir de las medidas del sensor de frente de ondas realizadas a 633 nm (segunda columna) y los correspondientes patrones de fase de cuatro niveles enviados al LCSLM (tercera columna). Dado que en todos los cálculos había dos longitudes de onda involucradas, se hicieron las correspondientes correcciones teniendo en cuenta la dependencia con la longitud de onda del índice de refracción de la fotorresina, para lo cual se usaron los datos sobre esta magnitud proporcionados por el fabricante. El diámetro de la zona óptica de las placas es de 6.4 mm y corresponde a la parte central de los interferogramas. Usando la nomenclatura de doble índice de la OSA (Optical Society of America) [66], la primera fila de la Fig. (5.13) corresponde al modo de Zernike  $Z_3^1$  (coma); la segunda, al modo  $Z_7^5$ ; y la tercera, a un patrón típico correspondiente a un ojo con una aberración moderadamente alta.

### 5.2.3. Compensación de modos de Zernike y patrones oculares típicos

Una vez medidas las aberraciones, cada lámina de fase se colocó enfrente del sistema lente-CCD con el LCSLM desconectado y se grabó con el sensor la imagen de la función de respuesta unidad (PSF, del inglés *point-spread function*) del conjunto. A continuación, se envió a la pantalla de cristal líquido la imagen codificada con cuatro niveles de gris correspondiente al patrón de fase compensador, y se registró la PSF del sistema. El patrón implementado en el LCSLM (idéntico al de las láminas, pero de signo contrario) se calculó a partir

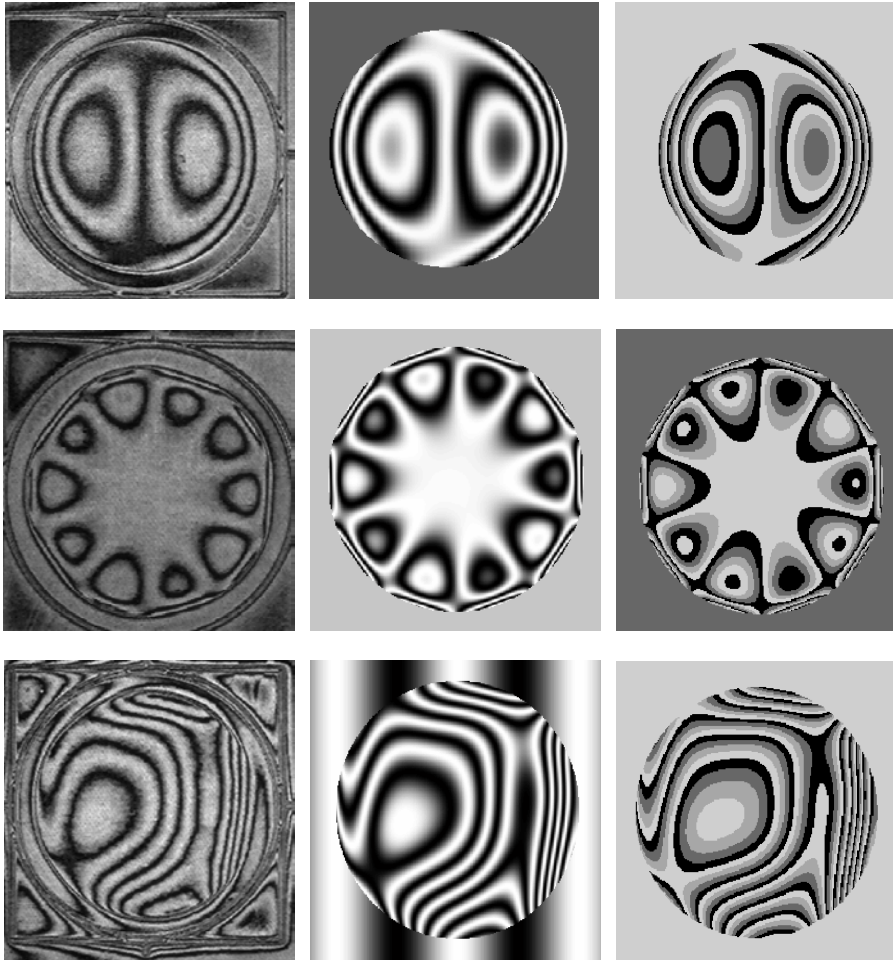


Figura (5.13): Aberraciones introducidas por las láminas de fase empleadas en el montaje experimental. La primera columna está constituida por los interferogramas experimentales; la segunda columna, por los interferogramas calculados a partir de las medidas del sensor de frente de ondas y la tercera, por los patrones de fase implementados en el LCSLM.

de los coeficientes de Zernike proporcionados por el sensor de frente de onda (cálculo en el que se debe incluir la corrección del índice de refracción de las láminas para tener en cuenta que se trabajaba con una longitud de onda de 514 nm). También se tomó una PSF adicional, obtenida al cambiar de signo la fase enviada al LCSLM, con el propósito de comprobar los efectos de doblar la aberración en vez de corregirla. Finalmente, la lámina de fase se eliminó del



montaje, y se grabó la PSF producida sólo por el LCSLM.

Las Figs (5.14)-(5.16) muestran los resultados experimentales correspondientes a la compensación de las aberraciones introducidas por las diferentes láminas. En cada una de ellas se muestra: (a), la PSF del ojo aberrado producida por cada lámina; (b), la PSF producida por el LCSLM cuando se le envía el patrón de fase compensador; (c), la PSF del ojo aberrado tras la compensación efectuada por el LCSLM y (d), la PSF del ojo aberrado cuando se implementa en el LCSLM una aberración de la misma magnitud y signo que la producida por la lámina, doblando de esta manera la aberración original. Nótese la simetría existente entre las PSF producidas por las láminas y por el LCSLM (Figs. (a)-(b)) debido al cambio de signo. También puede observarse que la PSF compensada que aparece en las Figs. (c) colapsa en todos los casos hasta un tamaño notablemente menor que el de la original aberrada. Esta compensación es algo menos perfecta en el caso de la lámina con la aberración de un ojo medida *in vivo*, Fig. (5.16), que incluye términos de Zernike superiores al orden 7 (35 polinomios de Zernike no triviales). En este caso la compensación es muy sensible a pequeños desajustes en el sistema, un hecho inherente a la existencia de términos de Zernike muy altos. Las PSF que se muestran en las Figs. (d), obtenidas doblando la aberración del ojo artificial (cambiando para ello el signo de la fase implementada en el LCSLM), muestran el mismo aspecto que la PSF original pero con un tamaño doble. El punto central que se observa en la Fig. (5.14d) corresponde al orden cero no difractado del LCSLM. Esta pequeña contribución no aparece con tanta claridad en las otras figuras donde el modulador está activado, lo cual es debido a que en esos casos está superpuesta con los núcleos de PSF difractadas, que son mucho más brillantes. Nótese, además, que exceptuando esta contribución de orden cero, ninguna otra luz difractada procedente de órdenes no deseados aparece en las imágenes grabadas. Para hacer visibles estos órdenes se debe incrementar la ganancia del sensor CCD por encima del nivel de saturación.

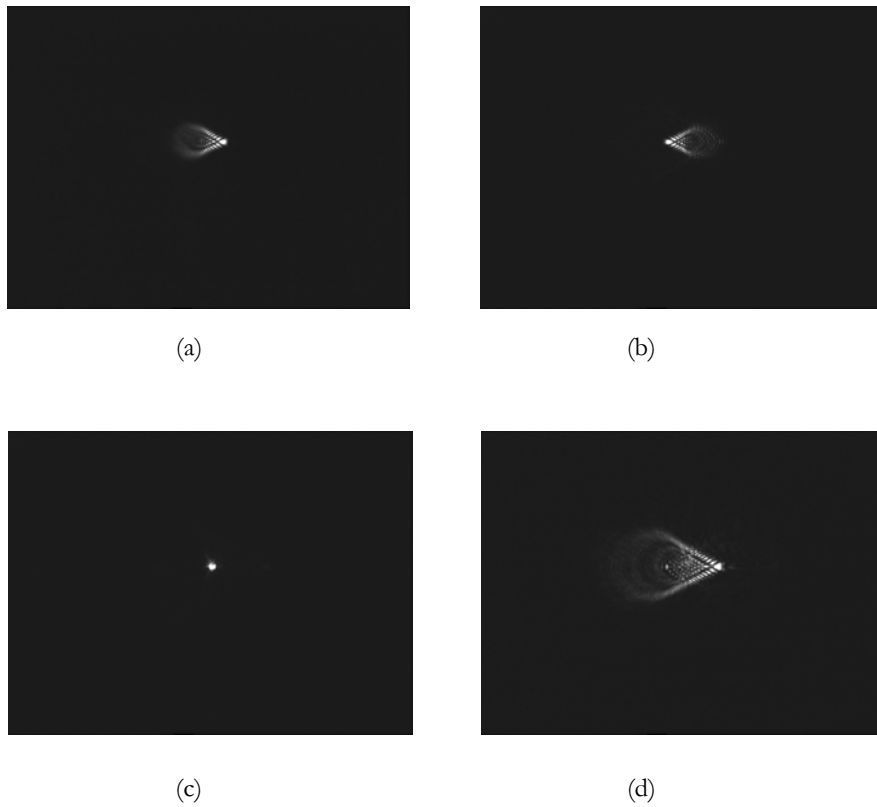


Figura (5.14): Compensación de la aberración  $Z_3^1$ : (a) PSF aberrada producida por la lámina, (b) PSF producida por el LCSLM (solo) cuando se le envía el patrón de fase compensador codificado con cuatro niveles, (c) PSF del ojo aberrado tras la compensación con el LCSLM y (d) PSF del ojo aberrado cuando en el LCSLM se codifica una aberración de la misma magnitud y signo que la de la lámina, doblando así la aberración original.

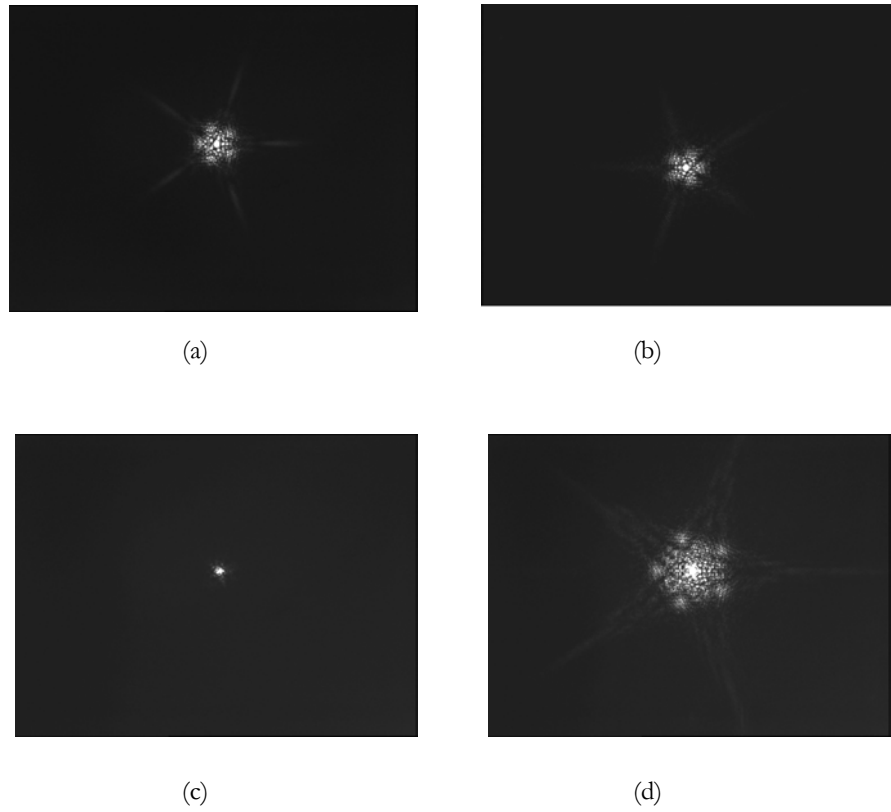


Figura (5.15): Compensación de la aberración  $Z_7^5$ : (a) PSF aberrada producida por la lámina, (b) PSF producida por el LCSLM (solo) cuando se le envía el patrón de fase compensador codificado con cuatro niveles, (c) PSF del ojo aberrado tras la compensación con el LCSLM y (d) PSF del ojo aberrado cuando en el LCSLM se codifica una aberración de la misma magnitud y signo que la de la lámina, doblando así la aberración original.

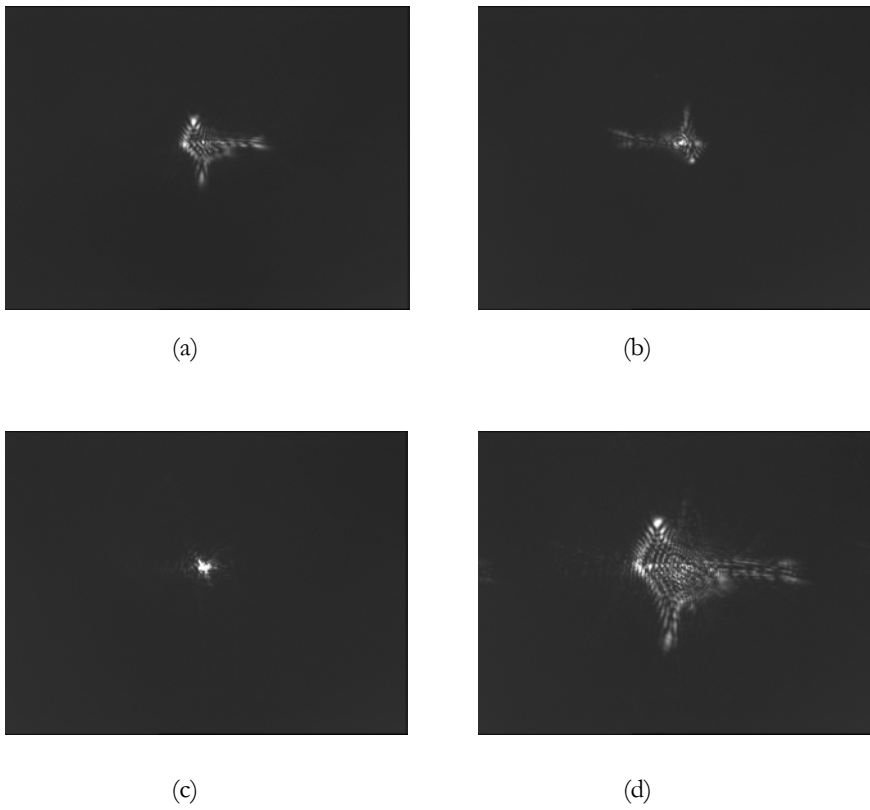


Figura (5.16): Compensación de una aberración ocular típica: (a) PSF aberrada producida por la lámina, (b) PSF producida por el LCSLM (solo) cuando se le envía el patrón de fase compensador codificado con cuatro niveles, (c) PSF del ojo aberrado tras la compensación con el LCSLM y (d) PSF del ojo aberrado cuando en el LCSLM se codifica una aberración de la misma magnitud y signo que la de la lámina, doblando así la aberración original.

### 5.3. Procedimiento para la compensación de aberraciones ópticas y dispositivo para su puesta en práctica

Tomando como base los resultados alcanzados en la sección anterior, se puede diseñar un módulo adaptativo para la compensación efectiva de las aberraciones ópticas presentes en un frente de ondas mediante el empleo de una pantalla de cristal líquido de tipo TNLCD. El procedimiento que proponemos corrige la aberración en dos pasos: uno correspondiente a una compensación estática igual al valor medio (o un valor próximo a éste) de la aberración temporal del frente de onda que se desea corregir (*compensación media*) y, otro correspondiente a la compensación dinámica, y por tanto dependiente del tiempo, de la aberración residual que persiste en el frente de ondas después de llevar a cabo la compensación estática anterior (*compensación dinámica*) [67].

El sistema óptico que hemos diseñado se halla constituido por dos submódulos de compensación, uno de los cuales, el de *compensación dinámica*, incluye un TNLCD, que actúa en tiempo real, ubicado entre un par de láminas retardadoras y un par de polarizadores lineales, en una configuración idéntica a la empleada en la Sec. (4.2). La modulación de fase introducida por la pantalla TNLCD es controlada a través de un ordenador y permite una compensación en tiempo real. El otro submódulo, el de *compensación media*, está constituido por un elemento óptico opcional, estático o dinámico, de tipo refractivo, difractivo o híbrido, situado antes o después del primer submódulo, acoplado a él por contacto o separado por una pequeña distancia en aire o conjugado ópticamente con la pantalla TNLCD mediante un sistema de lentes convencionales. La misión de éste submódulo es compensar parte de la aberración que se desea corregir, disminuyendo así la cantidad de aberración que debe compensar el submódulo que contiene la pantalla TNLCD, o lo que es lo mismo reduciendo el rango dinámico requerido a la TNLCD. En el caso particular en que este submódulo no se utilizara, toda la compensación de la aberración asociada al frente de ondas que incide sobre el compensador, la debería realizar el submódulo que contiene la pantalla de tipo TNLCD.

Para crear un sistema de óptica adaptativa retroalimentado, un divisor de haz (por ejemplo, un *beam splitter*) ubicado a la salida del compensador permite registrar la aberración del haz emergente mediante un sensor de frente de onda. Éste se halla conectado a un ordenador que determina el valor instantáneo de la aberración y que, a su vez, controla y configura la pantalla TNLCD, introduciendo en cada uno de sus píxeles, y en cada instante, una fase que logra que la aberración del frente de ondas incidente quede compensada espacial y temporalmente.

El conjunto descrito anteriormente se completaría, en su caso, con dos lentes esféricas colocadas antes y/o después del sistema compensador. Éstas podrían situarse acopladas foco a foco, lo que posibilitaría la proyección sobre el plano de la TNLCD de la pupila del sistema cuya aberración se desea compensar sin introducir fases esféricas adicionales. Además una elección apropiada de sus distancias focales proporcionaría el aumento adecuado para que la proyección de la pupila del sistema sobre la pantalla TNLCD cubriera un número adecuado de píxeles, permitiendo, así, la compensación de la fase aberrada con una resolución espacial óptima dentro de las posibilidades de la TNLCD utilizada.

Un diagrama de bloques genérico del dispositivo para la puesta en práctica de la compensación de aberraciones ópticas mediante pantallas de cristal líquido de tipo TNLCD se muestra en la Fig. (5.17). A continuación se hace una breve descripción de los principales elementos que lo integran.

Un primer sistema acoplador,  $CM_1$ , constituido por una lente o conjunto de lentes de focal adecuada, que forma el plano conjugado de la pupila de salida del sistema aberrado sobre el elemento óptico que le sigue.

Un elemento óptico estático, CE, cuyo papel es compensar una cantidad de aberración de valor próximo o igual al valor medio temporal de la aberración que se desea compensar.

Un segundo sistema óptico  $CM_2$ , de similares características al  $CM_1$ , y que se halla acoplado foco a foco con él, que sirve para proyectar (con el aumento óptimo) la pupila del sistema cuya aberración ha sido parcialmente corregida por el elemento CE sobre la pantalla de tipo TNLCD .

Una pantalla de tipo TNLCD (T en el dibujo) junto con dos polarizadores  $P_1$  y  $P_2$  y dos láminas de retardo de fase  $Q_1$  y  $Q_2$ , situados de forma que el haz cuya aberración se desea compensar atraviese sucesivamente los componentes  $P_1$ - $Q_1$ -TNLCD- $Q_2$ - $P_2$  en ese orden. Estos componentes se hayan orientados de tal manera que los ángulos que forman los ejes de transmisión de los polarizadores y los ejes propios de las láminas con el director molecular de la TNLCD son los óptimos para conseguir en cada píxel de la pantalla una modulación pura de fase. Esta modulación pura de fase permite compensar un valor próximo o igual a la diferencia entre el valor de la aberración en cada instante y su valor medio.

Un divisor de haz, BS, que separa el frente de ondas que emerge del polarizador  $P_2$  en dos partes, dirigidas, respectivamente, a un sensor de frente de ondas y a un tercer sistema acoplador.

Un sensor de frente de ondas, WFS, que incluye los elementos ópticos necesarios para que su plano de medida sea conjugado óptico con el plano de la TNLCD, para poder medir a tiempo real las aberraciones del frente de onda que incide sobre la pantalla de cristal líquido. La información recogida por el sensor es procesada primero y convertida después en una imagen de tamaño adecuado codificada en niveles de gris. Esta imagen es enviada a la pantalla T, creándose así en ella una distribución espacial de fase que cierra el lazo de control, CL, de la TNLCD.

Un último sistema acoplador,  $CM_3$ , de similares características a los dos descritos anteriormente, que acople el sistema corrector formado por la pantalla de cristal líquido y los elementos de polarización, con el elemento óptico que haya a continuación.

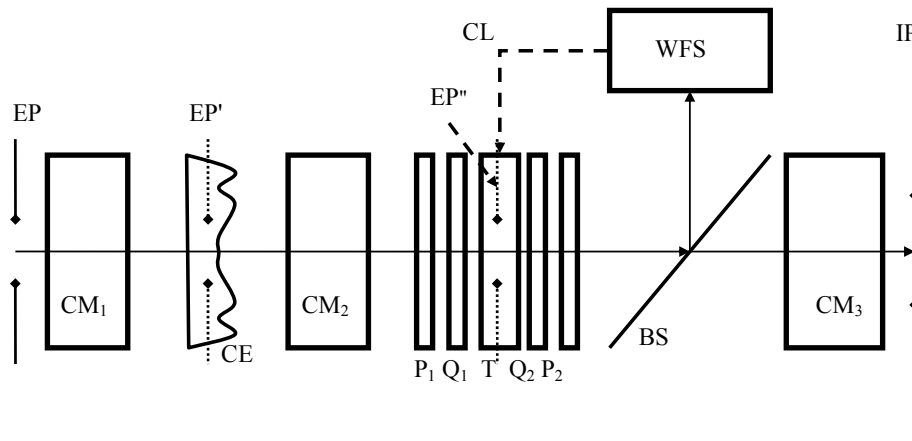


Figura (5.17): Representación esquemática de un sistema óptico para la compensación de aberraciones mediante pantallas de tipo TNLCD basado en el procedimiento presentado en la Ref [67].



## Referencias

- [1] Z. Jaroszewicz, *Axicons. Design and propagation properties*, vol. 5. Warsaw: Polish Chapter of SPIE, 1997.
- [2] V. E. Peet and R. V. Tsubin, "Third-harmonic generation and multiphoton ionization in Bessel beams," *Physical Review A*, vol. 56, pp. 1613-1620, 1997.
- [3] T. Aruga, "Generation of long-range nondiffracting narrow light beams," *Applied Optics*, vol. 36, pp. 3762-3768, 1997.
- [4] J. Turunen, A. Vasara, and A. T. Friberg, "Holographic Generation of Diffraction-Free Beams," *Applied Optics*, vol. 27, pp. 3959-3962, 1988.
- [5] G. Bickel, G. Hausler, and M. Maul, "Triangulation with Expanded Range of Depth," *Optical Engineering*, vol. 24, pp. 975-977, 1985.
- [6] G. Hausler and W. Heckel, "Light Sectioning with Large Depth and High-Resolution," *Applied Optics*, vol. 27, pp. 5165-5169, 1988.
- [7] R. B. Gwynn and D. A. Christensen, "Method for Accurate Optical Alignment Using Diffraction Rings from Lenses with Spherical-Aberration," *Applied Optics*, vol. 32, pp. 1210-1215, 1993.
- [8] J. A. Davis, E. Carcole, and D. M. Cottrell, "Range-finding by triangulation with nondiffracting beams," *Applied Optics*, vol. 35, pp. 2159-2161, 1996.
- [9] A. Piskarskas, V. Smilgevicus, A. Stabinis, V. Jarutis, V. Pasiskevicius, S. Wang, J. Tellefsen, and F. Laurell, "Noncollinear second-harmonic generation in periodically poled KTiOPO4 excited by the Bessel beam," *Optics Letters*, vol. 24, pp. 1053-1055, 1999.
- [10] Z. H. Ding, H. W. Ren, Y. H. Zhao, J. S. Nelson, and Z. P. Chen, "High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens," *Optics Letters*, vol. 27, pp. 243-245, 2002.
- [11] A. N. Khilo, E. G. Katranji, and A. A. Ryzhevich, "Axicon-based Bessel resonator: analytical description and experiment," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 18, pp. 1986-1992, 2001.
- [12] M. Rioux, R. Tremblay, and P. A. Belanger, "Linear, Annular, and Radial Focusing with Axicons and Applications to Laser Machining," *Applied Optics*, vol. 17, pp. 1532-1536, 1978.

- [13] V. Jarutis, R. Paskauskas, and A. Stabinis, "Focusing of Laguerre-Gaussian beams by axicon," *Optics Communications*, vol. 184, pp. 105-112, 2000.
- [14] N. Lindlein, R. Schreiner, S. Brinkmann, T. Dresel, and J. Schwider, "Axicon-type test interferometer for cylindrical surfaces: Systematic error assessment," *Applied Optics*, vol. 36, pp. 2791-2795, 1997.
- [15] R. Schreiner, M. Beyerlein, I. Harder, T. Dresel, N. Lindlein, and J. Schwider, "Form assessment of hollow cylindrical specimens," *Applied Optics*, vol. 41, pp. 64-69, 2002.
- [16] G. Roy, M. Blanchard, and R. Tremblay, "High-Pressure Amplified Stimulated-Emission Effect in a N-2 Laser-Produced Plasma with Axicon Lenses," *Optics Communications*, vol. 33, pp. 65-68, 1980.
- [17] R. Tremblay, Y. Dastous, G. Roy, and M. Blanchard, "Laser Plasmas Optically Pumped by Focusing with an Axicon a Co<sub>2</sub>-Tea Laser-Beam in a High-Pressure Gas," *Optics Communications*, vol. 28, pp. 193-196, 1979.
- [18] J. A. Kim, K. I. Lee, H. R. Noh, W. Jhe, and M. Ohtsu, "Atom trap in an axicon mirror," *Optics Letters*, vol. 22, pp. 117-119, 1997.
- [19] Y. Song, D. Milam, and W. T. Hill, "Long, narrow all-light atom guide," *Optics Letters*, vol. 24, pp. 1805-1807, 1999.
- [20] Bryngdahl, O., "Shearing Interferometry with Constant Radial Displacement," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 61, pp. 169-172, 1971.
- [21] Q. S. Ru, N. Ohshima, and T. Honda, "Fringe Scanning Radial Shearing Interferometry with Circular Gratings," *Optics Communications*, vol. 69, pp. 189-192, 1989.
- [22] Z. Bin and L. Zhu, "Diffraction property of an axicon in oblique illumination," *Applied Optics*, vol. 37, pp. 2563-2568, 1998.
- [23] A. Thaning, Z. Jaroszewicz, and A. T. Friberg, "Diffractive axicons in oblique illumination: analysis and experiments and comparison with elliptical axicons," *Applied Optics*, vol. 42, pp. 9-17, 2003.
- [24] R. Arimoto, C. Saloma, T. Tanaka, and S. Kawata, "Imaging Properties of Axicon in a Scanning Optical-System," *Applied Optics*, vol. 31, pp. 6653-6657, 1992.
- [25] Z. Jaroszewicz, V. Climent, V. Duran, J. Lancis, A. Kolodziejczyk, A. Burvall, and A. T. Friberg, "Programmable axicon for variable inclination of the focal segment," *Journal of Modern Optics*, vol. 51, pp. 2185-2190, 2004.

- [26] Z. Jaroszewicz, A. Thaning, A. T. Friberg, V. Duran, and V. Climent, "Design of diffractive axicon doublets for variable illumination angles," presented at 13th Polish-Czech-Slovak Optical Conference, 2003.
- [27] J. H. McLeod, "The Axicon - a New Type of Optical Element," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 44, pp. 592-597, 1954.
- [28] L. M. Soroko, "Axicons and meso-optical imaging devices," *Progress in Optics*, vol. 27, pp. 109-160, 1989.
- [29] S. Fujiwara, "Optical Properties of Conic Surfaces .1. Reflecting Cone," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 52, pp. 287-292, 1962.
- [30] M. V. Perez, C. GomezReino, and J. M. Cuadrado, "Diffraction Patterns and Zone Plates Produced by Thin Linear Axicons," *Optica Acta*, vol. 33, pp. 1161-1176, 1986.
- [31] A. Burvall, "Axicon imaging by scalar diffraction theory," in *Department of Microelectronics and Information Technology*. Stockholm: Royal Institute of Technology, 2004.
- [32] V. Ronchi, "Das Okularinterferometr und das Objektivinterferometr bei der Auflosung der Doppelsterne," *Z. Phys.*, vol. 37, pp. 732-757, 1926.
- [33] J. Dyson, "Circular and Spiral Diffraction Gratings," *Proceedings of the Royal Society of London Series a-Mathematical and Physical Sciences*, vol. 248, pp. 93-106, 1958.
- [34] A. Vasara, J. Turunen, and A. T. Friberg, "Realization of General Nondiffracting Beams with Computer-Generated Holograms," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 6, pp. 1748-1754, 1989.
- [35] J. A. Davis, J. Guertin, and D. M. Cottrell, "Diffraction-Free Beams Generated with Programmable Spatial Light Modulators," *Applied Optics*, vol. 32, pp. 6368-6370, 1993.
- [36] J. Durnin, "Exact-Solutions for Nondiffracting Beams .1. The Scalar Theory," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 4, pp. 651-654, 1987.
- [37] J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, "Comparison of Bessel and Gaussian Beams," *Optics Letters*, vol. 13, pp. 79-80, 1988.
- [38] D. Debeer, S. R. Hartmann, and R. Friedberg, "Diffraction-Free Beams - Comment," *Physical Review Letters*, vol. 59, pp. 2611-2611, 1987.

- [39] P. Sprangle and B. Hafizi, "Comment on Nondiffracting Beams," *Physical Review Letters*, vol. 66, pp. 837-837, 1991.
- [40] J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, "Comment on Nondiffracting Beams - Reply," *Physical Review Letters*, vol. 66, pp. 838-838, 1991.
- [41] J. Durnin, J. J. Miceli, and J. H. Eberly, "Diffraction-Free Beams," *Physical Review Letters*, vol. 58, pp. 1499-1501, 1987.
- [42] K. M. Iftekharuddin, A. A. S. Awwal, and M. A. Karim, "Gaussian-to-Bessel Beam Transformation Using a Split Refracting System," *Applied Optics*, vol. 32, pp. 2252-2256, 1993.
- [43] N. Davidson, A. A. Friesem, and E. Hasman, "Efficient Formation of Nondiffracting Beams with Uniform Intensity Along the Propagation Direction," *Optics Communications*, vol. 88, pp. 326-330, 1992.
- [44] C. Paterson and R. Smith, "Higher-order Bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms," *Optics Communications*, vol. 124, pp. 121-130, 1996.
- [45] J. Arlt and K. Dholakia, "Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon," *Optics Communications*, vol. 177, pp. 297-301, 2000.
- [46] A. T. Friberg, "Stationary-phase analysis of generalized axicons," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 13, pp. 743-750, 1996.
- [47] J. J. Stamnes, *Waves in Focal Regions*. Bristol: Adam Hilger, 1986.
- [48] T. Tanaka and S. Yamamoto, "Comparison of aberration between axicon and lens," *Optics Communications*, vol. 184, pp. 113-118, 2000.
- [49] B. Hulburd and D. Sandler, "Segmented Mirrors for Atmospheric Compensation," *Optical Engineering*, vol. 29, pp. 1186-1190, 1990.
- [50] J. M. Beckers, "Adaptive Optics for Astronomy - Principles, Performance, and Applications," *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, vol. 31, pp. 13-62, 1993.
- [51] R. E. Aldrich, "Deformable Mirror Wavefront Correctors," in *Adaptive Optics Engineering Handbook*, R. K. Tyson, Ed. New York: Marcel Dekker, 2000.
- [52] A. W. Dreher, J. F. Bille, and R. N. Weinreb, "Active Optical Depth Resolution Improvement of the Laser Tomographic Scanner," *Applied Optics*, vol. 28, pp. 804-808, 1989.

- [53] J. Z. Liang, D. R. Williams, and D. T. Miller, "Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 14, pp. 2884-2892, 1997.
- [54] E. J. Fernandez, I. Iglesias, and P. Artal, "Closed-loop adaptive optics in the human eye," *Optics Letters*, vol. 26, pp. 746-748, 2001.
- [55] H. Hofer, L. Chen, G. Y. Yoon, B. Singer, Y. Yamauchi, and D. R. Williams, "Improvement in retinal image quality with dynamic correction of the eye's aberrations," *Optics Express*, vol. 8, pp. 631-643, 2001.
- [56] T. Shirai, "Liquid-crystal adaptive optics based on feedback interferometry for high-resolution retinal imaging," *Applied Optics*, vol. 41, pp. 4013-4023, 2002.
- [57] P. M. Prieto, E. J. Fernandez, S. Manzanera, and P. Artal, "Adaptive optics with a programmable phase modulator: applications in the human eye," *Optics Express*, vol. 12, pp. 4059-4071, 2004.
- [58] G. D. Love, "Wave-front correction and production of Zernike modes with a liquid-crystal spatial light modulator," *Applied Optics*, vol. 36, pp. 1517-1524, 1997.
- [59] F. Vargas-Martin, P. M. Prieto, and P. Artal, "Correction of the aberrations in the human eye with a liquid-crystal spatial light modulator: limits to performance," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 15, pp. 2552-2562, 1998.
- [60] V. Duran, V. Climent, E. Tajahuerce, Z. Jaroszewicz, J. Arines, and S. Bara, "Efficient compensation of Zernike modes and eye aberration patterns using low-cost spatial light modulators," *Journal of Biomedical Optics*, vol. 12, pp. 014037-6, 2007.
- [61] H. Dammann, "Blazed Synthetic Phase-Only Holograms," *Optik*, vol. 31, pp. 95-104, 1970.
- [62] Z. Jaroszewicz, A. Kolodziejczyk, A. Kowalik, and R. Restrepo, "Determination of phase-step errors of kinoform gratings from their diffraction efficiencies," *Optical Engineering*, vol. 40, pp. 692-697, 2001.
- [63] D. T. Miller, L. N. Thibos, and X. Hong, "Requirements for segmented correctors for diffraction-limited performance in the human eye," *Optics Express*, vol. 13, pp. 275-289, 2005.
- [64] S. Bara, T. Mancebo, and E. Moreno-Barriuso, "Positioning tolerances for phase plates compensating aberrations of the human eye," *Applied Optics*, vol. 39, pp. 3413-3420, 2000.

- [65] R. Navarro, E. Moreno-Barriuso, S. Bara, and T. Mancebo, "Phase plates for wave-aberration compensation in the human eye," *Optics Letters*, vol. 25, pp. 236-238, 2000.
- [66] L. N. Thibos, R. A. Applegate, J. T. Schwiegerling, R. Webb, and V. S. T. Members, "Standards for reporting the optical aberrations of eyes," presented at Vision Science and Its Applications 2000, Washington, D.C., 2000.
- [67] E. Tajahuerce, V. Climent, J. Lancis, V. Duran, S. Bara, J. Arines, and Z. Jaroszewicz, "Procedimiento para la compensación de aberraciones ópticas mediante pantallas de cristal líquido tipo TNLCD y dispositivo para su puesta en práctica." España, Patente, N° Solicitud: P200601631, 2006.



# Capítulo 6

## Conclusiones

### 6.1. Conclusiones generales

En este trabajo se ha realizado, en primer lugar, una calibración completa y sin ambigüedades de un dispositivo de cristal líquido nemático de giro helicoidal (TNLCD) de pequeño formato. A continuación, se ha optimizado su comportamiento modulador para alcanzar una respuesta pura de fase. En ambos casos, se ha tomado como marco teórico el modelo retardador-rotor, el cual establece la equivalencia óptica entre un dispositivo de polarización no absorbente y un sistema formado únicamente por una lámina retardadora y un rotor puro. Los parámetros de este sistema equivalente determinan por completo la acción del dispositivo sobre un estado de polarización arbitrario. Con el modelo retardador-rotor ha sido posible, además, proporcionar una sencilla descripción geométrica del funcionamiento de una celda de cristal líquido nemático de tipo TN con la ayuda de la esfera de Poincaré. Una vez optimizado el comportamiento modulador del TNLCD, se ha demostrado su capacidad para compensar diferentes tipos de aberraciones ópticas, entre las que se incluyen las correspondientes a un ojo humano. A la vista de los resultados obtenidos, se ha propuesto un módulo adaptativo para la compensación dinámica de aberraciones, que admite aplicaciones tan dispares como el diseño de sistemas de *scanning* con axicones o de dispositivos para la obtención de imágenes de alta resolución del fondo del ojo.

La calibración completa de un TNLCD implica, en primer lugar, la de-



terminación unívoca de los parámetros de diseño de las celdas de cristal líquido, como son el giro total de las moléculas, el ángulo que forma el director molecular a la entrada del dispositivo y la birrefringencia máxima de éste. Para llevar a cabo esta primera etapa de calibración, se ha empleado el método de Soutar y Lu, el cual proporciona, por su naturaleza estadística, valores numéricos muy precisos (en nuestro caso dichos valores iban acompañados de un error absoluto menor de un cuarto de grado). Las ambigüedades que afectan al método de Soutar y Lu se han analizado por medio del modelo retardador-rotor. Esto ha permitido dilucidar su origen físico y demostrar que tales ambigüedades se pueden resolver determinando la elipticidad y el azimut del estado de polarización a la salida del TNLCD cuando sobre él incide luz linealmente polarizada. A continuación, se ha extendido el modelo retardador-rotor al caso de una celda sobre la que hay aplicada un campo eléctrico, lo que implica determinar los parámetros que caracterizan el sistema equivalente para cada nivel de gris codificado en el dispositivo. De esta forma se obtienen sus curvas de calibrado. Para ello, se ha diseñado una sencilla técnica polarimétrica consistente en la medida de los parámetros de Stokes de la luz que emerge de un TNLCD iluminado con un haz circularmente polarizado.

Tomando como punto de partida las curvas de calibración que se han obtenido para los parámetros del sistema equivalente, y con la ayuda de la interpretación geométrica del comportamiento del TNLCD sobre la esfera de Poincaré, se han propuesto diversas configuraciones que permiten optimizar la respuesta moduladora del dispositivo. En particular, se ha demostrado que es posible alcanzar un régimen de modulación pura de fase iluminando el TNLCD con luz lineal, elíptica o circularmente polarizada. En los dos primeros casos, esto se ha conseguido mediante la generación de estados de polarización de igual azimut (EAPS). Con este método se puede obtener una modulación de fase que viene acompañada por variaciones residuales de intensidad menores del 2.5% (para una longitud de onda de 514 nm), con un rango dinámico que permite alcanzar una fase ligeramente superior a  $3\pi/2$  radianes. En el caso de emplear luz incidente circularmente polarizada, el estudio de la tra-

yectoria que describen los estados de polarización a la salida del TNLCD sobre la esfera de Poincaré ha hecho posible, con la ayuda de una lámina de cuarto de onda y un analizador lineal, optimizar la respuesta moduladora del dispositivo. Con esta configuración se alcanza una fase máxima algo mayor de  $\pi$  radianes para una longitud de onda de 514 nm. A pesar de esta limitación en el rango dinámico de fase, este procedimiento, a diferencia de los anteriores, no requiere una calibración exhaustiva del TNLCD. Además, se trata de un método directo, de fácil implementación práctica, que resulta adecuado para todas aquellas aplicaciones en las que se puede utilizar un modulador con un rango de fase limitado.

Una vez completado el proceso de optimización del TNLCD, se ha demostrado la capacidad de éste para compensar aberraciones en dos aplicaciones de óptica adaptativa. En la primera se ha programado en la pantalla de cristal líquido un axicón elíptico que permite corregir el astigmatismo que aparece en los segmentos focales generados por axicones convencionales bajo iluminación oblicua (para ángulos de inclinación de hasta  $37^\circ$ ). Este es el primer paso para diseñar un sistema de *scanning* basado en este tipo de elemento óptico difractivo. En la segunda aplicación, el TNLCD se ha empleado para corregir diversos modos de Zernike y una aberración ocular típica (que contiene hasta 37 polinomios de Zernike no triviales). La máxima pendiente que puede ser plenamente compensada empleando el TNLCD (en una configuración a escala 1:1 ópticamente conjugada con la pupila del ojo) es 49.1 rad/mm a 514 nm, lo que corresponde a unos 8 pares de líneas/mm en un interferograma a esa longitud de onda. Tomando como base los resultados anteriores, se ha diseñado un módulo adaptativo para la compensación dinámica de aberraciones, que incluye un TNLCD y, opcionalmente, una lámina de fase estática.

## 6.2. Perspectivas de futuro

Gran parte de los procedimientos y resultados presentados en esta memoria pueden constituir el punto de partida para futuras líneas de investiga-

ción. Aquí vamos a comentar brevemente tres de ellas: la caracterización de dispositivos de cristal líquido sobre silicio, el diseño de moduladores de cristal líquido con un ancho de banda extenso y el diseño de nuevos sistemas de óptica adaptativa.

### **6.2.1. Caracterización de dispositivos de cristal líquido sobre silicio**

Desde hace algunos años, los dispositivos de cristal líquido sobre silicio (LCoS) están suscitando un gran interés por su alta calidad óptica, su gran resolución espacial y su bajo coste en comparación con otras tecnologías (su precio, por ejemplo, es varios órdenes de magnitud menor que el correspondiente a un espejo deformable convencional) [1-3]. En la actualidad ya existen paneles con un formato WUXGA ( $1920 \times 1200$  píxeles), un período de red menor de 10 micras y un factor de llenado superior al 90% [4]. Los dispositivos que emplean LCoS funcionan por reflexión, lo que permite reducir el grosor de las celdas de cristal líquido, alcanzándose de esta forma tiempos de respuesta considerablemente menores que en el caso de los dispositivos que trabajan por transmisión [1]. En principio, los dispositivos de tipo LCoS se diseñan fundamentalmente para aplicaciones en sistemas de videoproyección de alta definición [5]. Sin embargo, se está empezando a considerar su uso como elementos ópticos difractivos programables [4, 6], como correctores de las aberraciones presentes en un frente de onda [7] y en aplicaciones de holografía digital [8]. Esto exige, por un lado, caracterizar su comportamiento óptico [7, 9, 10], y por otro, optimizar su respuesta en fase [3]. En el caso de los LCoS constituidos por cristales líquidos nemáticos de tipo TN, ambos objetivos se pueden alcanzar empleando métodos similares a los presentados en esta memoria, es decir, basados en el modelo retardador-rotor y en la representación geométrica del comportamiento del dispositivo en la esfera de Poincaré.

### 6.2.2. Diseño de moduladores de cristal líquido con un ancho de banda extenso

En los últimos años se han propuesto diversos sistemas ópticos que empleando cristales líquidos nemáticos para alterar el estado de polarización de radiación con un ancho de banda extenso de forma acromática [11-15]. Habitualmente, tales sistemas son el resultado de situar una celda de cristal líquido entre dos películas compensadoras de material uniáxico [12, 13] o bien de combinar varias celdas con una estructura molecular diferente [14, 15]. En todos estos casos, el comportamiento acromático se logra optimizando algunas magnitudes físicas del cristal, tales como el grosor, o, en el caso de que el material tenga estructura helicoidal, el giro molecular. Es decir, estos procedimientos requieren el diseño *ad hoc* de celdas con unos parámetros de fabricación prefijados, lo que resulta en muchos casos un seria limitación para su puesta en práctica. Sería muy deseable, por tanto, la implementación de sistemas acromáticos que empleen dispositivos de cristal líquido comerciales.

El modelo retardador-rotor se empleó hace ya tres décadas para la obtención de láminas retardadoras acromáticas [16]. Por ello, nos proponemos aplicar dicho modelo al caso de una celda de tipo TN iluminada con un haz policromático, para poder así diseñar moduladores de luz programables con un ancho de banda extenso. Tal objetivo se puede alcanzar combinando este tipo de celdas con otras que presentan alineación paralela (de tipo PAL) [11] y que actualmente se emplean en sistemas polarimétricos como alternativa a las láminas de retardo giratorias [17].

### 6.2.3. Diseño de nuevos sistemas de óptica adaptativa

Los sistemas de óptica adaptativa están constituidos por varios subsistemas o módulos adaptativos que permiten, por un lado, la medida de las aberraciones presentes en un frente de onda, y por otro, su compensación dinámica mediante elementos ópticos reconfigurables [18]. Entre los módulos que se ocupan de medir las aberraciones destacan los que incluyen sensores de Hart-

mann-Shack. Éstos funcionan haciendo un muestreo de los frentes de onda mediante una pantalla formada por una red de subpupilas (habitualmente microlentes esféricas, aunque ya existen diseños que emplean microlentes cilíndricas [19]). La información acerca de las aberraciones se obtiene a partir de la distribución de irradiancia del haz tras propagarse una determinada distancia desde la pantalla de muestreo. Por su parte, los módulos compensadores suelen estar formados por espejos deformables de membrana o moduladores espaciales de cristal líquido.

Recientemente, se ha demostrado que es posible diseñar un sensor de Hartmann-Shack que incluye un dispositivo de cristal líquido comercial de tipo TN en lugar de una red estática de microlentes refractivas o difractivas [20, 21]. De esta forma se obtiene un sensor cuyos parámetros de diseño (como son la longitud focal de las lentes, su posición, tamaño o número) se pueden cambiar (programando adecuadamente el TNLCD) para adaptarse así a las exigencias de cada aplicación concreta. Por otro lado, y tal y como se ha demostrado en esta memoria, un TNLCD (cuya respuesta en fase se ha optimizado) es capaz de corregir una gran variedad de aberraciones. Por tanto, estos dispositivos se pueden emplear tanto en la medida como en la corrección de las aberraciones presentes en un frente de onda, lo que abre el camino para el diseño de sistemas de óptica adaptativa completamente reconfigurables.

## Referencias

- [1] E. Lueder, *Liquid Crystal Displays: Addressing Schemes and Electro-Optical Effects*. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.
- [2] S. T. Wu and D. K. Yang, *Reflective Liquid Crystal Displays*, 1st ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.
- [3] H. T. Dai, K. X. Y. Liu, X. Wang, and J. H. Liu, "Characteristics of LCoS Phase-only spatial light modulator and its applications," *Optics Communications*, vol. 238, pp. 269-276, 2004.
- [4] S. Krüger, G. Wernicke, A. Langner, H. Gruber, and S. Osten, "Nematic LCoS Spatial Light Modulators-Performance in Diffractive Optics," *Proceedings of SPIE*, vol. 5457, pp. 627-631, 2004.
- [5] P. Janssen, J. A. Shimizu, J. Dean, and R. Albu, "Design aspects of a scrolling color LCoS display," *Displays*, vol. 23, pp. 99-108, 2002.
- [6] M. Montes-Usategui, E. Pleguezuelos, J. Andilla, and E. Martin-Badosa, "Fast generation of holographic optical tweezers by random mask encoding of Fourier components," *Optics Express*, vol. 14, pp. 2101-2107, 2006.
- [7] X. H. Wang, B. Wang, J. Pouch, F. Miranda, J. E. Anderson, and P. J. Bos, "Performance evaluation of a liquid-crystal-on-silicon spatial light modulator," *Optical Engineering*, vol. 43, pp. 2769-2774, 2004.
- [8] C. Kohler, X. Schwab, and W. Osten, "Optimally tuned spatial light modulators for digital holography," *Applied Optics*, vol. 45, pp. 960-967, 2006.
- [9] K. P. Proll, C. Kohler, T. Baumbach, W. Osten, S. Osten, H. Gruber, A. Langner, and G. Wernicke, "Optical characterization of liquid-crystal-on-silicon displays," *Proceedings of SPIE*, vol. 5457, pp. 632-642, 2004.
- [10] J. E. Wolfe and R. A. Chipman, "Polarimetric characterization of liquid-crystal-on-silicon panels," *Applied Optics*, vol. 45, pp. 1688-1703, 2006.
- [11] Z. Z. Zhuang, Y. J. Kim, and J. S. Patel, "Achromatic linear polarization rotator using twisted nematic liquid crystals," *Applied Physics Letters*, vol. 76, pp. 3995-3997, 2000.

- [12] T. X. Wu, Y. H. Huang, and S. T. Wu, "Design optimization of broadband linear polarization converter using twisted nematic liquid crystal," *Japanese Journal of Applied Physics Part 2-Letters*, vol. 42, pp. L39-L41, 2003.
- [13] Q. H. Wang, T. X. Wu, X. Y. Zhu, and S. T. Wu, "Achromatic polarization switch using a film-compensated twisted nematic liquid crystal cell," *Liquid Crystals*, vol. 31, pp. 535-539, 2004.
- [14] M. D. Lavrentovich, T. A. Sergan, and J. R. Kelly, "Switchable broadband achromatic half-wave plate with nematic liquid crystals," *Optics Letters*, vol. 29, pp. 1411-1413, 2004.
- [15] S. Shen, J. She, and T. Tao, "Optimal design of achromatic true zero-order waveplates using twisted nematic liquid crystal," *Journal of the Optical Society of America A-Optics Image Science and Vision*, vol. 22, pp. 961-965, 2005.
- [16] A. M. Title, "Improvement of Birefringent Filters.2. Achromatic Waveplates," *Applied Optics*, vol. 14, pp. 229-237, 1975.
- [17] B. Laude-Boulesteix, A. De Martino, B. Drevillon, and L. Schwartz, "Mueller polarimetric imaging system with liquid crystals," *Applied Optics*, vol. 43, pp. 2824-2832, 2004.
- [18] R. K. Tyson, "Introduction," in *Adaptive Optics Engineering Handbook*, R. K. Tyson, Ed. New York: Marcel Dekker, 2000.
- [19] M. Ares, S. Royo, and J. Caum, "Shack-Hartmann sensor based on a cylindrical microlens array," *Optics Letters*, vol. 32, pp. 769-771, 2007.
- [20] L. Seifert, J. Liesener, and H. Tiziani, "The adaptive Shack-Hartmann sensor," *Optics Communications*, vol. 216, pp. 313-319, 2003.
- [21] L. Seifert, H. J. Tiziani, and W. Osten, "Wavefront reconstruction with the adaptive Shack-Hartmann sensor," *Optics Communications*, vol. 245, pp. 255-269, 2005.