

DEPARTAMENTO OPTICA

PROCESADO DE IMÁGENES POR TÉCNICAS DE
MULTIPLEXADO. APLICACIÓN AL RECONOCIMIENTO DE
OBJETOS TRIDIMENSIONALES

JOSE JUAN ESTEVE TABOADA

UNIVERSITAT DE VALENCIA
Servei de Publicacions
2002

Aquesta Tesi Doctoral va ser presentada a València el dia 23
d'Abril de 2002 davant un Tribunal format per:

- M^o Josefa Yzuel Giménez
- Pascuala García Martínez
- Gabriel Cristóbal Pérez
- M^o Sagrario Millán Garía-Valera
- Santiago Vallmitjana Rico

Va ser dirigida per:

Prof. Dr. Carlos Ferreira García y Javier Garcia Monreal

©Copyright: Servei de Publicacions
José Juan Esteve Taboada

Depòsit legal:

I.S.B.N.: 84-370-5560-1

Edita: Universitat de València

Servei de Publicacions

C/ Artes Gráficas, 13 bajo

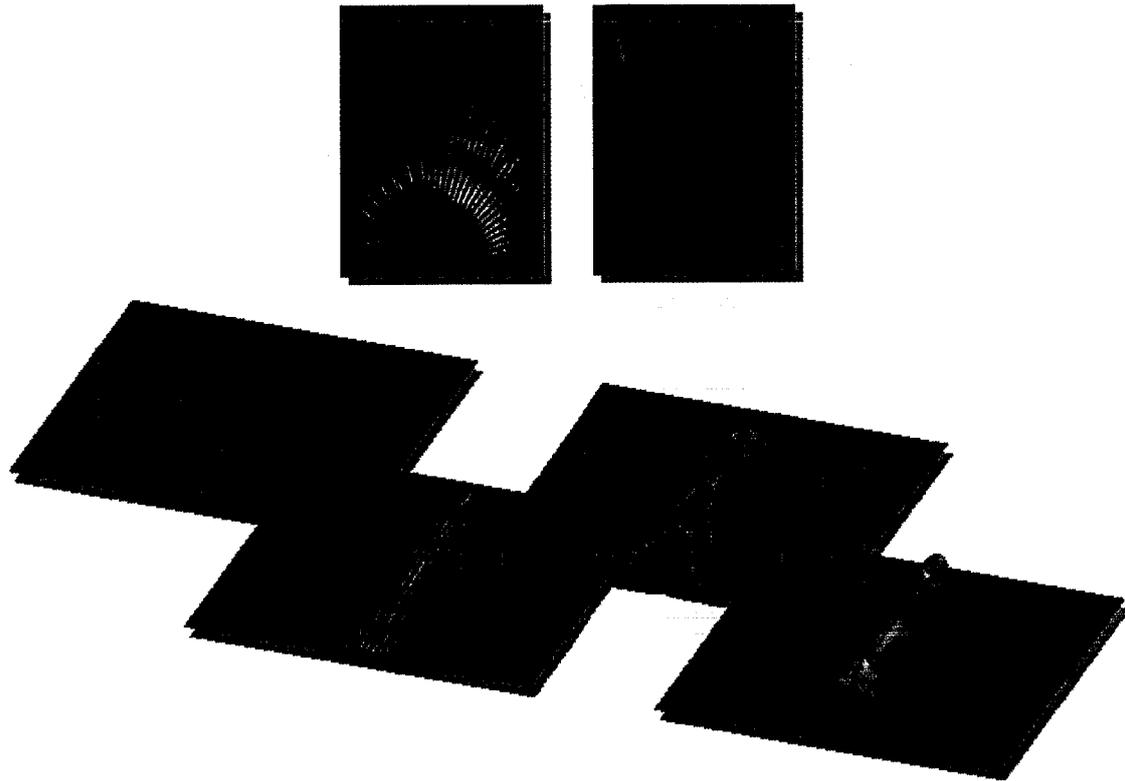
46010 València

Spain

Telèfon: 963864115



VNIVERSITAT & DE VALÈNCIA



**Procesado de imágenes por técnicas de
multiplexado. Aplicación al reconocimiento de
objetos tridimensionales**

Tesis Doctoral
José Juan Esteve Taboada
Abril de 2002

**D. Carlos Ferreira García,
Catedrático de Óptica de la Universitat de València, y**

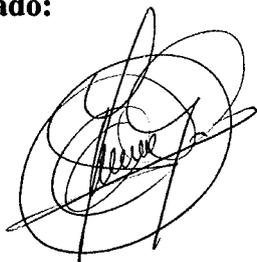
**D. Javier García Monreal,
Profesor Titular de Óptica de la Universitat de València,**

CERTIFICAN

que la presente memoria, titulada “Procesado de imágenes por técnicas de multiplexado. Aplicación al reconocimiento de objetos tridimensionales”, resume el trabajo de investigación realizado bajo nuestra dirección por José Juan Esteve Taboada, y constituye su Tesis Doctoral para optar al grado de Doctor en Física.

Y para que así conste, en cumplimiento de la legislación vigente, firman el presente certificado en Valencia, a 12 de Febrero de 2002.

Firmado:

A complex, circular handwritten signature in black ink, likely belonging to Dr. Carlos Ferreira García.

Dr. Carlos Ferreira García

A stylized, horizontal handwritten signature in black ink, likely belonging to Dr. Javier García Monreal.

Dr. Javier García Monreal

A Gracia

A mis padres, Pepe y Maricarmen

Nos movemos en nuestro ambiente diario sin entender casi nada acerca del mundo. Dedicamos poco tiempo a pensar en el mecanismo que genera la luz solar que hace posible la vida, en la gravedad que nos ata a la Tierra y que de otra forma nos lanzaría al espacio, o en los átomos de los que estamos constituidos y de cuya estabilidad dependemos de manera fundamental. Excepto los niños (que no saben lo suficiente como para no preguntar las cuestiones importantes), pocos de nosotros dedicamos tiempo a preguntarnos por qué la naturaleza es de la forma que es, de dónde surgió el cosmos, o si siempre estuvo aquí, si el tiempo correrá en sentido contrario algún día y los efectos precederán a las causas, o si existen límites fundamentales acerca de lo que los humanos pueden saber. Hay incluso niños que quieren saber a qué se parece un agujero negro, o cuál es el trozo más pequeño de la materia, o por qué recordamos el pasado y no el futuro, o cómo es que, si hubo caos antes, existe, aparentemente, orden hoy, y, en definitiva, por qué hay un universo.

En nuestra sociedad aún sigue siendo normal para los padres y los maestros responder a estas cuestiones con un encogimiento de hombros, o con una referencia a creencias religiosas vagamente recordadas. Algunos se sienten incómodos con cuestiones de este tipo, porque nos muestran vívidamente las limitaciones del entendimiento humano.

Pero gran parte de la filosofía y de la ciencia han estado guiadas por tales preguntas. Un número creciente de adultos desean preguntar este tipo de cuestiones, y, ocasionalmente, reciben algunas respuestas asombrosas. Equidistantes de los átomos y de las estrellas, estamos extendiendo nuestros horizontes exploratorios para abarcar tanto lo muy pequeño como lo muy grande.

Carl Sagan

In memoriam, 1934-1996

Agradecimientos

Para realizar el trabajo que ahora tienes en tus manos he recibido el apoyo, moral y científico, de mucha gente. Sirvan estas líneas como agradecimiento a todos ellos.

En primer lugar, a Carlos Ferreira y a Javier García, Catedrático y Profesor Titular, respectivamente, del Departament d'Òptica de la Universitat de València, y directores de esta Tesis. Sin ellos no hubiera podido llegar hasta aquí.

A mis padres, Pepe y Maricarmen, y a Gracia, a quienes va dedicado este trabajo. A mis hermanos, Jorge y Carmen. Gracias por todo lo que me habéis dado.

A todos los compañeros del Departamento de Óptica y de la Secretaría de Física que, a lo largo de estos años, me han ayudado cuando les he necesitado.

A los compañeros y amigos de la Licenciatura en Física, por los buenos momentos que pasamos juntos.

Y, por qué no, a Bacall, Sherlock y Gabor, compañeros incansables de trabajo.

Este trabajo ha recibido la ayuda económica de la Dirección General de Enseñanza Superior e Investigación Científica, a través del proyecto "Procesado de imágenes por multiplexado de canales de información", PB96-1134-C02-02, y de la Direcció General de Recerca de la Generalitat de Catalunya, a través de la "Xarxa Temàtica de Processament Òptic d'Imatges", XT2001-00015. El autor agradece a la Conselleria de Cultura, Educació i Ciència la concesión de la beca de Formación de Personal Investigador. 

Índice general

1. Introducción y objetivos.....	11
1.1. Multiplexado de información.....	11
1.2. Procesado de imágenes: reconocimiento de objetos por correlación óptica.....	15
1.3. Reconocimiento de objetos tridimensionales.....	17
1.4. Las invariancias en el reconocimiento de formas	18
1.5. Objetivos y esquema general del trabajo	20
2. Transformada de Fourier y correladores ópticos.....	23
2.1. Sistemas lineales e invariantes a desplazamientos.....	23
2.2. Propagación en el espacio libre y transformada de Fourier	25
2.3. Correlador convergente clásico (empleando el filtro de VanderLugt)	27
2.4. Correlador de transformada conjunta.....	32
3. Reconocimiento de objetos de diferente escala por multiplexado en longitud de onda	37
3.1. Introducción	37
3.2. Análisis del dispositivo experimental	38
3.3. Resultados experimentales.....	46
3.4. Dependencia de la intensidad del pico de correlación con la longitud de onda	52
4. Multiplexado en longitud de onda de componentes wavelet	55
4.1. Introducción	55
4.2. La transformada wavelet.....	56

4.3. Análisis del dispositivo experimental	58
4.4. Resultados experimentales.....	70
5. Detección de la posición axial de objetos por multiplexado en longitud de onda	77
5.1. Introducción	77
5.2. Análisis del dispositivo experimental	78
5.3. Elección del filtro adecuado.....	82
5.4. Resultados simulados.....	88
5.5. Aplicación al caso de escenas reales.....	93
5.6. Estudio de la sensibilidad al ruido	98
6. Obtención de imágenes de objetos tridimensionales mediante perfilometría por transformada de Fourier	101
6.1. Introducción	101
6.2. Dispositivos experimentales	102
6.3. Obtención de la imagen tridimensional	107
6.4. Máximo rango de medidas.....	109
6.5. Ventajas e inconvenientes de la perfilometría por transformada de Fourier	110
7. Reconocimiento de objetos tridimensionales mediante perfilometría por transformada de Fourier	113
7.1. Introducción	113
7.2. Análisis del dispositivo experimental	114
7.3. Resultados experimentales.....	121
7.4. Ventajas e inconvenientes sobre otros sistemas de reconocimiento tridimensional	125
8. Reconocimiento invariante a rotaciones de objetos tridimensionales empleando un correlador de transformada conjunta	133
8.1. Introducción	133
8.2. Reconocimiento invariante a rotaciones empleando la descomposición en armónicos circulares.....	134
8.3. Reconocimiento de objetos tridimensionales con invariancia a rotaciones empleando un correlador de transformada conjunta.....	138
8.4. Resultados experimentales.....	140

9. Reconocimiento invariante a escala de objetos tridimensionales empleando un correlador convergente clásico.....	149
9.1. Introducción	149
9.2. Reconocimiento invariante a escala empleando la descomposición en armónicos radiales de Mellin	150
9.3. Reconocimiento invariante a escala empleando el filtro de armónicos logarítmicos radiales	153
9.4. Reconocimiento de objetos tridimensionales con invariancia a escala empleando un correlador convergente clásico	155
9.4.1. Invariancia a escala de objetos tridimensionales con armónicos radiales de Mellin	160
9.4.2. Invariancia a escala de objetos tridimensionales con el filtro de armónicos logarítmicos radiales	164
9.5. Umbrales de detección	167
10. Conclusiones generales y perspectivas de futuro	171
Apéndice A: Breve descripción de los métodos más importantes de adquisición de imágenes de objetos tridimensionales	177
Apéndice B: Método de <i>phase-unwrapping</i>	183
Apéndice C: Variación de la frecuencia del patrón distorsionado al cambiar la distancia entre el objeto y la cámara en la perfilometría por transformada de Fourier	189
Abreviaturas empleadas en la memoria	195
Bibliografía.....	197

Capítulo 1

Introducción y objetivos

La Óptica es una herramienta fundamental en múltiples ámbitos de las tecnologías actuales, tales como las comunicaciones, los sistemas de reconocimiento, seguimiento e identificación, los sistemas de control de calidad, etc. En la mayor parte de los casos el procesado de imágenes o señales asociado a estos sistemas es monocromático y bidimensional (2-D). Estas características vienen impuestas por los captadores (basados en óptica convencional formadora de imágenes, a menudo monocromas) y por los sistemas ópticos de procesado que suelen estar diseñados para una única longitud de onda, por lo que se emplea iluminación monocromática.

En este trabajo se plantean métodos para superar estas limitaciones. Por una parte se propone el uso de múltiples longitudes de onda para multiplexar (esto es, simultáneas) diversos canales de información, y por otra parte se plantea un método para el reconocimiento invariante de objetos tridimensionales empleando un multiplexado espacial de la información.

1.1.- Multiplexado de información

El contenido de información que se puede almacenar en una imagen, o transmitir a través de una línea de comunicación, está limitado. Los límites vienen establecidos

por la extensión espacial, temporal, de longitud de onda, o en general, de todos los grados de libertad que sean variables en el sistema considerado. Una medida de la capacidad de información en el caso de imágenes estáticas o sistemas ópticos es el producto espacio-anchura de banda [Whittaker-15, Shannon-49, Lohmann-96], que está relacionado con el máximo número de puntos independientes que se pueden registrar en una imagen de tamaño y resolución finita. Históricamente han tenido mucha importancia los métodos para incrementar la resolución espacial que un sistema óptico es capaz de aportar [Harris-64, Rushforth-68, Toraldo di Francia-69, Cathey-84, Sementilli-93]. En general, sin conocimiento a priori de la imagen de entrada, la obtención de más resolución espacial sólo puede conseguirse explotando otros grados de libertad presentes en el sistema. El proceso de transmitir o almacenar varias señales independientes en el mismo canal, explotando los grados de libertad adicionales, recibe el nombre de multiplexado. Así, por ejemplo, para obtener más resolución espacial puede utilizarse un multiplexado temporal en el que distintos canales de resolución se envían secuencialmente a través del sistema [Lukosz-67], pueden emplearse distintas polarizaciones [Lohmann-64] o puede emplearse un multiplexado en longitudes de onda en los casos en los que la imagen de entrada sea monocromática [Kartashev-60]. En este trabajo vamos a tratar dos modos fundamentales de multiplexado, el multiplexado en longitud de onda y el multiplexado espacial.

Multiplexado en longitud de onda

La tecnología actual avanza día tras día de acuerdo con las necesidades con las que se va enfrentando el ser humano en su vida cotidiana. Este es el caso de las telecomunicaciones en general y, específicamente, de las comunicaciones ópticas.

Los primeros cables submarinos que sirvieron para la comunicación entre continentes fueron los cables telegráficos. Posteriormente les han sucedido los cables coaxiales para realizar conversaciones telefónicas. Así, el primer cable coaxial que unió los dos lados del Atlántico, tendido en 1955, correspondía a 48 líneas telefónicas. Como en todos los casos que conciernen a la transmisión, almacenamiento y procesado de la in-

formación, esta capacidad, ciclópea para la época, pasó a ser irrisoria en cuestión de muy pocos años.

La idea de fabricar fibras de vidrio de sílice suficientemente puro para transportar la luz a grandes distancias se ha ido abriendo camino desde finales de los años sesenta. Han sido necesarias sucesivas innovaciones tecnológicas, relativas tanto al soporte material –las fibras ópticas– como a la manera de enviar y hacer circular la información por ellas. Por todo ello, durante mucho tiempo las comunicaciones a larga distancia se han llevado a cabo mediante los enlaces de radio vía satélite. Éstos no cedieron el paso a las fibras ópticas hasta finales de los años ochenta, dando lugar al comienzo de las comunicaciones ópticas. En la actualidad, la mayor parte de las comunicaciones intercontinentales se realizan a través de fibras ópticas submarinas.

En las próximas generaciones de fibras ópticas, el aumento en el caudal de información transmitida se garantizará por medio de la técnica conocida como el multiplexado en longitud de onda¹. Esta técnica consiste en enviar varias señales distintas en diferentes longitudes de onda simultáneamente por la misma línea, lo que permite aumentar de forma efectiva la densidad de información transmitida. El multiplexado y demultiplexado (posterior acoplamiento en la recepción), se efectúan por medio de componentes ópticos pasivos, de modo similar a la descomposición y la recomposición de los colores del arco iris por un prisma. El multiplexado en longitud de onda también abre perspectivas de direccionamiento óptico en las redes. De esta manera, las comunicaciones se podrán dirigir de una vez por todas en tal o cual dirección según su longitud de onda. Por ejemplo, en las redes con encrucijadas, unos ramales recibirán las longitudes de onda cortas y otros las largas: un direccionamiento automático de gran sencillez. Todas las grandes redes a instalar antes del año 2000 se basaban en la técnica del multiplexado en longitud de onda. Por ejemplo, la red *SeaMe We III*, de una longitud de 20.000 km, que enlazará Europa (Alemania y Gran Bretaña) con el sureste de Asia (Singapur), conectó, en 1998, veinte estaciones empleando el multiplexado en longitud de onda como método para aumentar el caudal de información transmitida.

¹ En inglés, *Wavelength-Division Multiplexing* (WDM).

La técnica de multiplexado en longitud de onda puede ser entendida como una técnica de superresolución. La resolución de un sistema óptico se define como el detalle más fino del objeto que puede atravesar dicho sistema sin ser distorsionado. Los sistemas ópticos (fibras ópticas, sistemas de lentes, ...) tienen una limitación inherente de resolución debida a su apertura limitada. Es posible, sin embargo, emplear el multiplexado en longitud de onda para aumentar la resolución de un sistema enviando simultáneamente una mayor cantidad de información. Así, la superresolución por multiplexado en longitud de onda permite expandir sintéticamente la apertura de un sistema óptico, convirtiendo, por ejemplo, parte de la información espacial en información de longitud de onda. Los fundamentos de la idea de superresolución por multiplexado en longitud de onda fueron establecidos por Kartashev [Kartashev-60] en 1960. Posteriormente, Armitage *et al.* [Armitage-65] propusieron un sistema óptico de multiplexado en longitud de onda unidimensional para la codificación y reconocimiento de objetos. En el dispositivo propuesto, la fuente puntual de luz blanca, que se separa en sus longitudes de onda empleando un prisma dispersivo, se emplea para codificar el objeto de entrada al que ilumina. La luz se recoge de nuevo, después de atravesar dicho objeto, en la fibra óptica. El dispositivo de decodificación es similar al de codificación. Empleando esta misma idea, los autores propusieron la extensión del método al caso de imágenes 2-D. Esta extensión fue posible gracias a la utilización de una rendija móvil sobre el objeto, imponiendo así una variable adicional para el multiplexado: el tiempo (multiplexado temporal). Las implementaciones experimentales de este tipo de sistemas ópticos fueron realizadas años más tarde por Bartelt, que empleó las diferentes longitudes de onda de la fuente puntual de luz blanca para la transmisión de señales [Bartelt-79A], el reconocimiento de objetos [Bartelt-79B] y la transformación lineal de imágenes [Bartelt-81]. En la implementación 2-D de estos sistemas la velocidad de transmisión está limitada como consecuencia del multiplexado temporal. Ya en los últimos años se han propuesto varios métodos que permiten transmitir imágenes 2-D a través de una fibra óptica monomodo en tiempo real (véanse, por ejemplo, las referencias [Paek-92, Mendlovic-97]).

Multiplexado espacial

El multiplexado espacial de imágenes es análogo al multiplexado temporal de señales variables con el tiempo. El multiplexado temporal es una antigua técnica empleada en las comunicaciones tanto por cable convencional como por fibra óptica. Consiste en asignar ventanas temporales a cada uno de los canales que se desea transmitir. Para que se pueda realizar multiplexado temporal o espacial la anchura de banda frecuencial del sistema debe ser sensiblemente superior a las necesidades de cada uno de los canales a transmitir. Es posible también emplear el multiplexado espacial para realizar procesado de imágenes en el que cada canal utiliza un espacio físico diferente a lo largo del sistema. Así por ejemplo, en los últimos años el multiplexado espacial se ha empleado para obtener un procesador wavelet 2-D [Ouzieli-96], para conseguir reconocimiento de objetos en color en un correlador de transformada conjunta [Deutsch-96] o reconocimiento de múltiples objetos empleando un correlador multicanal [Vargas-98].

1.2.- Procesado de imágenes: reconocimiento de objetos por correlación óptica

Una de las ramas más importantes en las que se divide la Óptica moderna es el procesado de imágenes. Se engloba dentro del procesado de imágenes cualquier manipulación de una imagen que permita modificarla de forma apropiada, aplicación que suele ser campo de trabajo dentro de la electrónica digital a través del tratamiento digital de imágenes [Pratt-91], o bien que permita extraer determinada información de ella, aplicación que puede ser desarrollada bajo un tratamiento puramente digital, puramente óptico, o bien bajo sistemas híbridos opto-electrónicos. Esta última aplicación del procesado de imágenes es la que ha experimentado en las últimas décadas un gran auge, debido a su conexión directa con el campo del reconocimiento de formas [VanderLugt-92]. Y no es para menos, ya que el reconocimiento de formas por métodos ópticos presenta dos ventajas principales sobre los métodos digitales: la capacidad del procesado en paralelo y la posibilidad de trabajar en tiempo real.

El reconocimiento de formas por métodos ópticos se fundamenta en la obtención de la correlación entre dos funciones [Goodman-96]. La correlación es una herramienta

matemática que puede ser obtenida ópticamente, y que contiene la información de lo similares que son las dos funciones que correlacionan. Evidentemente, si consideramos que una de estas funciones es la escena de entrada en la que está presente el objeto a reconocer (llamado también objeto de referencia), y la otra es el propio objeto a reconocer (o, como veremos más tarde, una función relacionada con éste), la obtención de la correlación entre estas dos funciones nos permite establecer la base del reconocimiento de formas: saber si el objeto de referencia está o no presente en la escena de entrada, y además, cuál es su posición.

Para la obtención de la correlación por métodos ópticos existen dos tipos fundamentales de sistemas que trabajan con luz temporalmente coherente (monocromática): por una parte, el correlador convergente clásico empleando un filtro de VanderLugt [VanderLugt-64], y por otra, el correlador de transformada conjunta (CTC) [Weaver-66, Rau-66, Goodman-96].

El primero de ellos está basado en la utilización de un filtro holográfico, en el que se ha registrado básicamente la transformada de Fourier conjugada del objeto a reconocer, que se introduce en el plano de Fourier intermedio de un sistema formador de imágenes constituido por dos transformadores de Fourier en cascada. De este modo, en el plano final del sistema obtenemos, en una zona determinada, la correlación entre la escena de entrada y el objeto a reconocer al que se había adaptado el filtro. Si el objeto a reconocer está presente en la escena de entrada, el valor de la correlación en su origen es máximo [Goodman-96], de forma que podemos identificar automáticamente la presencia del objeto a detectar en la escena de entrada.

El segundo de los correladores ópticos coherentes es el CTC. Su fundamento consiste en hacer interferir la transformada de Fourier del objeto a reconocer con la transformada de Fourier de la escena de entrada –para ello, ambas imágenes (escena y objeto a detectar) deben estar en el mismo plano del sistema óptico– y obtener la corre-

lación final a través de una nueva transformación de Fourier de la distribución de irradiancia² del patrón de interferencia.

Se han desarrollado también correladores ópticos que pueden trabajar con luz incoherente (luz de amplio espectro) [Yu-85]. A lo largo de esta memoria veremos alguno de ellos con varias aplicaciones dentro del multiplexado en longitud de onda. La principal ventaja de estos sistemas es la ausencia de ruido coherente, ruido al que Gabor se refirió como “el enemigo número uno en los sistemas ópticos de procesamiento de imágenes” [Gabor-70]. Las principales desventajas de estos correladores (comúnmente denominados “de luz blanca”) es la escasa cantidad de luz que queda en el plano de salida, y la necesidad de emplear sistemas ópticos bien corregidos de aberración cromática.

1.3.- Reconocimiento de objetos tridimensionales

Casi todos los sistemas ópticos de correlación han sido desarrollados para tratar con objetos 2-D o con proyecciones planas de objetos tridimensionales (3-D), esto es, en definitiva, para detectar la presencia de un objeto 2-D determinado en la escena de entrada. Sin embargo, a pesar de la gran versatilidad que presentan estos correladores ópticos 2-D, podemos encontrar aplicaciones en las que la información relevante del objeto no esté contenida en una proyección 2-D, y necesitamos tener en cuenta toda la información 3-D del objeto a reconocer.

Una aproximación simple al problema de reconocimiento de objetos 3-D podría consistir en tomar diversas proyecciones 2-D de la escena de entrada, y correlacionarlas con las correspondientes proyecciones del objeto de referencia. Esta técnica ha sido desarrollada recientemente por Pu *et al.* [Pu-97]. Sin embargo, la gran capacidad de almacenamiento de imágenes que necesita el sistema y la dificultad que implica el diseñar una señal de referencia completa, hacen que la implementación de esta técnica sea algo compleja.

² En fenómenos interferenciales, por tradición, se utiliza con frecuencia el vocablo intensidad para referirse a la irradiancia. En esta memoria se emplearán indistintamente ambas denominaciones.

Una solución alternativa fue propuesta por Paquet *et al.* [Paquet-95]. En su sistema de reconocimiento de objetos 3-D proponían la utilización de una cámara de rango (que proporciona imágenes con niveles de gris directamente proporcionales a las distancias al objeto), mediante la cual capturaban las imágenes de la escena 3-D que después digitalizaban. El proceso de reconocimiento se realizaba gracias a la utilización de una red neuronal retro-alimentada.

Recientemente, Rosen [Rosen-98A, Rosen-98B] propuso una implementación de la correlación espacial 3-D. Como ejemplo de aplicación de su método describe un CTC 3-D que es capaz de reconocer objetos en el espacio 3-D. El principal problema que presenta su dispositivo experimental es la necesidad de un número excesivo de cálculos digitales que ralentizan la velocidad de procesamiento del sistema. Además, este sistema óptico tiene la desventaja adicional de necesitar un conjunto de cámaras para la adquisición de las imágenes de la escena 3-D.

1.4.- Las invariancias en el reconocimiento de formas

Una línea básica de investigación dentro del reconocimiento óptico de formas es la búsqueda de sistemas ópticos invariantes, esto es, sistemas ópticos que sean capaces de detectar la presencia en la escena de entrada del objeto de referencia, aunque éste se encuentre desplazado lateralmente, con distinto tamaño, girado o incluso con distinta luminosidad.

La invariancia a desplazamientos laterales del objeto de referencia sobre la escena de entrada ya está presente en los dos correladores que trabajan con luz coherente descritos anteriormente.

Los primeros intentos de obtener sistemas ópticos de reconocimiento con distintas invariancias se llevaron a cabo empleando el correlador convergente clásico con el filtro de VanderLugt. Así, Casasent y Psaltis [Casasent-76A, Casasent-76B, Casasent-76C] introdujeron la transformada de Mellin [Bracewell-63] que, junto con una transformación logarítmica de las coordenadas de la imagen, les permitía conseguir, a cam-

bio de perder la invariancia a desplazamientos, reconocimiento con invariancia a escala. Más tarde, Mendlovic *et al.* [Mendlovic-88, Konforti-90] propusieron adaptar el filtro sólo a una parte de toda la información contenida en la imagen del objeto de referencia, obtenida tras desarrollar la función a detectar en un conjunto infinito de funciones ortogonales denominadas armónicos radiales de Mellin (ARM) (esta idea estaba basada en el desarrollo en armónicos circulares que, como más tarde veremos, fue introducida para conseguir invariancia a rotaciones). Obtuvieron así invariancia a escala en un rango limitado. Más tarde, empleando un desarrollo no ortogonal, Rosen y Shamir [Rosen-89] ampliaron el rango de detección con invariancia a escala.

En cuanto a la invariancia a rotaciones, Hsu *et al.* [Hsu-82A, Hsu-82B] propusieron utilizar un desarrollo de la función de referencia en una serie de infinitas funciones ortogonales denominadas armónicos circulares (AC), y adaptar el filtro a una sola de estas funciones.

Sin embargo, el principal problema de la utilización de los desarrollos en ARM o AC radica en que el filtro contiene tan sólo una pequeña parte de la información que caracteriza al objeto, por lo que la relación señal-ruido es, generalmente, baja. Por este motivo se han buscado métodos de optimización de los filtros. Así, por ejemplo, en la referencia [Moya-97] se introduce un método para la elección de los parámetros del desarrollo en ARM, así como en las referencias [Hsu-82A, Sheng-87, Premont-93, García-Martínez-95] se introducen métodos que permiten elegir adecuadamente los parámetros del desarrollo en AC.

Por otra parte, el filtro adaptado a una componente de ARM o de AC es una función compleja (a excepción del orden cero del desarrollo), por lo que para su utilización en un dispositivo óptico es necesario codificarlo, por ejemplo, como un holograma generado por ordenador (HGO). Existen varios métodos de codificación de HGO. Como ejemplo pueden consultarse las referencias [Lohmann-67, Seldowitz-87, Lee-70, Burkhardt-70], siendo el más conocido de ellos el método introducido por Lohmann [Lohmann-67], también llamado método de desvío de fase.

Existen otros tipos de invariancias que se pueden obtener en el reconocimiento óptico de formas, tales como son la invariancia a contraste [Moya-97, Arsenault-85, Wu-84A, Wu-84B], que consiste en poder reconocer un objeto independientemente de la energía que posea en cada momento (cambios en la energía pueden producirse, por ejemplo, al variar las condiciones de iluminación de una escena), y la invariancia a proyecciones [Schils-88, Mendlovic-90A], que se produce, por ejemplo, cuando se reconocen en una imagen objetos que están girados respecto a un eje perpendicular a la línea que une la cámara con el objeto.

1.5.- Objetivos y esquema general del trabajo

Uno de los principales objetivos de este trabajo es utilizar un sistema óptico que puede trabajar con luz incoherente (luz blanca) para obtener distintos procesados de una imagen de entrada empleando técnicas de multiplexado en longitud de onda. Los sistemas ópticos que se proponen permiten obtener, como veremos, un reconocimiento invariante a escala, distintas componentes wavelet de la escena de entrada y la localización espacial de un objeto de referencia en una escena 3-D. En concreto, en este último caso será necesario capturar previamente una imagen 2-D de la escena de entrada 3-D para poder detectar la posición axial del objeto, ya que el método está basado en un correlador iluminado con luz blanca que permite multiplexar cada versión 2-D escalada del objeto en una longitud de onda diferente. Dado que podemos encontrar objetos cuya información relevante no esté precisamente en una proyección 2-D, el paso lógico será estudiar una posible solución que nos permita tratar directamente con los objetos 3-D de la escena 3-D, sin la necesidad de capturar previamente una imagen 2-D. Por ello, pondremos un dispositivo experimental que permita la obtención de imágenes de objetos 3-D, así como su reconocimiento por medio de métodos ópticos. Como se pondrá de manifiesto, la aplicación del sistema de reconocimiento de objetos 3-D propuesto al campo del desarrollo industrial es directa (con aplicaciones tales como son, por ejemplo, el control de calidad en el producto final, la manipulación de objetos por medio de robots, la detección de obstáculos para el correcto funcionamiento de vehículos automáticos, etc.). Por todo ello, interesa que el sistema de reconocimiento 3-D sea lo más robusto posible, y por tanto, capaz de detectar la presencia en la escena de entrada del

objeto de referencia, aunque éste se encuentre desplazado lateralmente, con distinto tamaño, o incluso girado respecto a la posición inicial. Extenderemos así la capacidad de reconocimiento del sistema propuesto a un reconocimiento de objetos 3-D invariante a rotaciones y a escala.

Estos objetivos se desarrollan en esta memoria a lo largo de ocho capítulos, numerados del dos al nueve. En el Capítulo 2 describiremos brevemente las propiedades de los sistemas ópticos lineales, y analizaremos teóricamente el comportamiento óptico de los dos correladores más empleados en el campo del reconocimiento óptico de imágenes: el correlador convergente clásico (empleando un filtro de VanderLugt) [VanderLugt-64] y el correlador de transformada conjunta [Weaver-66, Rau-66]. En el Capítulo 3 describiremos el método empleado para obtener reconocimiento invariante a escala con luz blanca por medio del multiplexado en longitud de onda, y veremos cómo podemos mejorar sus resultados [Esteve-Taboada-00A] ampliando el intervalo de detección al infrarrojo cercano y utilizando un filtro sólo de fase que aumenta la capacidad discriminativa del sistema. En el Capítulo 4 mostramos un método nuevo que permite obtener, en un procesador óptico iluminado con luz blanca, las componentes wavelet de una función de entrada multiplexadas en longitud de onda [Esteve-Taboada-01]. Como veremos, en la misma extensión espacial de la función de entrada podremos multiplexar un número arbitrario de componentes wavelet. En el Capítulo 5 veremos un sistema óptico [Esteve-Taboada-02B] capaz de localizar en tiempo real un objeto de referencia en el espacio 3-D. Esta idea desempeña un papel muy importante dentro del campo de la visión artificial (una aplicación directa la encontramos, por ejemplo, en los sistemas de visión del tráfico rodado). Pero debido a que será necesario capturar previamente una imagen 2-D de la escena de entrada 3-D para poder detectar la posición axial del objeto, y dado que podemos encontrar objetos cuya información relevante no esté precisamente en una proyección 2-D, el paso lógico será estudiar una posible extensión que nos permita tratar directamente con los objetos 3-D de la escena 3-D, sin la necesidad de capturar previamente una imagen 2-D. Esta idea es la que se propone en los Capítulos 6 y 7, en los que describiremos el método de adquisición de imágenes de objetos 3-D denominado perfilometría por transformada de Fourier (PTF) [Takeda-83], y el sistema óptico que permite reconocer objetos 3-D en una determinada escena [Esteve-Taboada-99,

Esteve-Taboada-00C]. Realizaremos un análisis detallado del dispositivo óptico empleado, basado en un CTC, y mostraremos los resultados experimentales que obtenemos en un caso real. Veremos, por ejemplo, que el reconocimiento está basado en la forma 3-D completa del objeto, y no sólo en su perfil 2-D. Con la idea de aumentar la robustez del dispositivo experimental, en los Capítulos 8 y 9 presentaremos una extensión del sistema de reconocimiento 3-D al caso de invariancia a rotaciones [Esteve-Taboada-00B] e invariancia a escala [Esteve-Taboada-02A] del objeto de referencia. Además, en el Capítulo 9 demostraremos que la técnica de reconocimiento 3-D puede ser implementada también en un correlador convergente clásico empleando el filtro de VanderLugt.

A lo largo de estos capítulos se apuntan las conclusiones particulares de cada uno de ellos. Además, en el Capítulo 10 mostraremos las conclusiones generales del trabajo realizado, los comentarios oportunos y las posibles perspectivas de futuro que se derivan de la investigación.

Esta memoria incluye a su vez tres apéndices. El primero de ellos está dedicado a describir brevemente la mayoría de los métodos que existen hoy en día para la adquisición de imágenes de objetos 3-D. El segundo está dedicado a revisar el algoritmo para eliminar los saltos de fase³ empleado en alguno de los capítulos del trabajo, mientras que en el tercero demostramos las expresiones matemáticas que rigen uno de los aspectos que limita el volumen de inspección en la técnica de la PTF: la variación de la frecuencia del patrón distorsionado al cambiar la distancia entre el objeto 3-D y la cámara.

Finalmente se encuentra referenciada toda la bibliografía citada a lo largo de la memoria. Se ha realizado una extensa recopilación de los artículos más importantes que existen relacionados con los temas aquí tratados.

³ En inglés, algoritmo de *phase-unwrapping*.

Capítulo 2

Transformada de Fourier y correladores ópticos

2.1.- Sistemas lineales e invariantes a desplazamientos

Se define un sistema lineal en Óptica como aquél cuya respuesta a varios estímulos que actúan simultáneamente es igual a la suma de las respuestas del sistema a cada uno de los estímulos individuales [Gaskill-78]. Esta propiedad permite una simplificación importante en el tratamiento matemático de estos sistemas. Así, una de las grandes ventajas que proporciona la linealidad es la posibilidad de expresar la respuesta de un sistema a un estímulo complejo en términos de las respuestas conocidas a ciertos estímulos elementales, simplificando de esta forma su tratamiento matemático.

La manera habitual de analizar un sistema lineal consiste en descomponer la señal de entrada en funciones elementales a las que poder aplicarles la función respuesta del sistema. Considerando un caso unidimensional por simplicidad, la descomposición más simple consiste en expresar la señal como una superposición lineal de funciones deltas de Dirac pesadas adecuadamente:

$$u_0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(x')\delta(x-x')dx'. \quad (2.1)$$

Para encontrar la respuesta del sistema a la función de entrada u_0 aplicamos la propiedad de la linealidad comentada anteriormente, considerando que $u_0(x')$ es únicamente un factor de peso:

$$u(x) = \zeta \{u_0(x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(x') \zeta \{\delta(x-x')\} dx', \quad (2.2)$$

donde hemos representado por ζ a la función que caracteriza la respuesta del sistema. La función $\zeta \{\delta(x-x')\} = h(x;x')$, función respuesta del sistema a un impulso elemental centrado en el punto x , se denomina *respuesta impulsional* del sistema. Así, la función de entrada y la de salida del sistema están relacionadas a través de la integral:

$$u(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(x') h(x;x') dx', \quad (2.3)$$

denominada integral de superposición. Como vemos, un sistema lineal está completamente caracterizado por su respuesta a impulsos elementales.

Si la respuesta impulsional $h(x;x')$ depende únicamente de la distancia $(x-x')$, esto es, $h(x;x') = h(x-x')$, el sistema lineal es, además, invariante a desplazamientos [Goodman-96].

Para un sistema lineal e invariante a desplazamientos la integral de superposición se puede escribir como:

$$u(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(x') h(x-x') dx', \quad (2.4)$$

que no es más que la convolución entre la función de entrada y la respuesta impulsional del sistema [alternativamente, y teniendo en cuenta las propiedades de la convolución [Gaskill-78], la ecuación (2.4) no es más que la correlación entre la función de entrada y la respuesta impulsional conjugada e invertida del sistema]. Utilizando las propiedades básicas del análisis de Fourier [Gaskill-78] podemos escribir esta última relación en forma de producto:

$$\bar{u}(\xi) = \bar{u}_0(\xi) \tilde{h}(\xi), \quad (2.5)$$

siendo las funciones con tilde las correspondientes transformadas de Fourier. La función $\tilde{h}(\xi)$, transformada de Fourier de la respuesta impulsional, se denomina *función de transferencia* del sistema.

2.2.- Propagación en el espacio libre y transformada de Fourier

En un sistema lineal e invariante a desplazamientos, la transformación matemática que nos permite expresar la propagación de un frente de ondas desde una transparencia objeto hasta una distancia cualquiera es la *integral de la difracción de Fresnel* [Goodman-96]. Supongamos una transparencia objeto, de extensión limitada, que puede ser descrita por la función de transmitancia en amplitud $u_0(x_0, y_0)$. Si la transparencia está iluminada por una onda plana de luz monocromática de longitud de onda λ , la distribución de amplitud compleja $u_1(x_1, y_1)$ a una distancia z se puede escribir como:

$$u_1(x_1, y_1) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(x_0, y_0) \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda z} [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0. \quad (2.6)$$

Esta integral puede expresarse como una convolución en el dominio espacial, o como un producto en el dominio frecuencial. Desarrollando el factor de fase cuadrático podemos obtener:

$$u_1(x_1, y_1) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[\frac{ik}{2z}(x_1^2 + y_1^2)\right] \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(x_0, y_0) \exp\left[\frac{ik}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right] \times \\ \times \exp\left[\frac{-i2\pi}{\lambda z}(x_1 x_0 + y_1 y_0)\right] dx_0 dy_0. \quad (2.7)$$

Esta última ecuación se puede interpretar como la transformada de Fourier de la función $u_0(x_0, y_0) \exp\left[\frac{ik}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right]$, evaluada en las frecuencias $\xi = x_1/\lambda z$ y $\eta = y_1/\lambda z$.

Si la distancia de propagación z cumple la relación:

$$z > \frac{k(x_0^2 + y_0^2)_{\text{máx}}}{2} \quad (2.8)$$

la integral de la difracción de Fresnel puede simplificarse para obtener, como resultado de la propagación en el espacio libre, la transformada de Fourier de la transparencia de entrada. La región del espacio en la que esta simplificación es válida se conoce con el nombre de *región de Fraunhofer* [Goodman-96].

Estrictamente, para la longitud de onda del láser He-Ne ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$), y considerando la extensión máxima de la transparencia de entrada igual a 1 cm, la propagación en el espacio libre da lugar a la transformada de Fourier de la transparencia de entrada para distancias de propagación $z > 1000 \text{ m}$ (!!). Sin embargo, esta distancia puede reducirse a un valor práctico con la ayuda de una lente, que nos proporciona la imagen del plano del infinito a la distancia que deseemos. Para el caso que nos ocupa, en el que la transparencia de entrada está iluminada por una onda plana, encontraremos su transformada de Fourier escalada a una distancia $z = f$, siendo f la focal de la lente empleada.

Si consideramos, en cambio, que la transparencia de entrada está iluminada, en lugar de por una onda plana, por una onda esférica que proviene de un punto O , encontraremos la transformada de Fourier escalada de la transparencia objeto en el plano transversal que contiene a O' , siendo O' la imagen de O a través de la lente.

En los apartados siguientes analizaremos teóricamente el comportamiento óptico de los dos sistemas ópticos más empleados en el campo del reconocimiento óptico de imágenes: el correlador convergente clásico (empleando un filtro de VanderLugt) [VanderLugt-64, Goodman-96] y el correlador de transformada conjunta [Weaver-66, Goodman-96]. En el primero de ellos se emplea un filtro holográfico, en el que se ha registrado básicamente la transformada de Fourier conjugada del objeto a detectar, insertado en el plano de Fourier intermedio de un sistema formador de imágenes constituido por dos transformadores de Fourier en cascada. En el plano final del sistema obtenemos, en una zona determinada, la correlación entre la escena de entrada y el objeto a

reconocer al que se había adaptado el filtro. Si el objeto a reconocer está presente en la escena de entrada, el valor de la correlación en su origen es máximo, de forma que podemos identificar automáticamente la presencia del objeto a detectar en la escena.

En el correlador de transformada conjunta la escena a analizar y el objeto que se ha tomado como referencia se colocan uno al lado del otro en el plano de entrada de un sistema transformador de Fourier. Tomando la intensidad de la transformada de Fourier de este conjunto, e introduciendo el resultado en el mismo plano de entrada del sistema, se obtiene un plano de salida en el que, a través de la correlación entre la escena y el objeto a reconocer, podemos identificar la presencia o no del mismo en la escena de entrada.

2.3.- Correlador convergente clásico (empleando el filtro de VanderLugt)

En 1963, A. B. VanderLugt propuso un nuevo método para poder generar filtros frecuenciales para los procesadores ópticos coherentes [VanderLugt-64], que permite obtener patrones de absorción que controlan tanto la amplitud como la fase de la función de transferencia. A los filtros así obtenidos, y en los que se registra básicamente la transformada de Fourier conjugada del objeto a detectar, se les conoce con el nombre de filtros de VanderLugt¹. El dispositivo óptico propuesto que puede emplearse para registrar un filtro de VanderLugt es el que se muestra en la Fig. 2.1. La lente L_1 colima la luz que proviene de la fuente puntual S . Una parte del haz incide sobre la máscara P_1 , cuya transmitancia en amplitud es proporcional a la respuesta impulsional h que se quiere registrar. La lente L_2 forma la transformada de Fourier, con factor de escala λf (siendo λ la longitud de onda de la luz incidente y f la focal de la lente L_2) de la distribución de amplitud h sobre el plano (x_2, y_2) , plano en el que insertamos el medio de registro. La otra parte del haz que atraviesa la lente L_1 incide sobre el prisma P , y es desviada para incidir sobre el medio de registro con ángulo θ , tal y como se puede ver en la Fig. 2.1.

¹ Por extensión, al correlador convergente clásico en el que se emplea un filtro de VanderLugt para reconocimiento de objetos se le conoce con el nombre de correlador de VanderLugt.

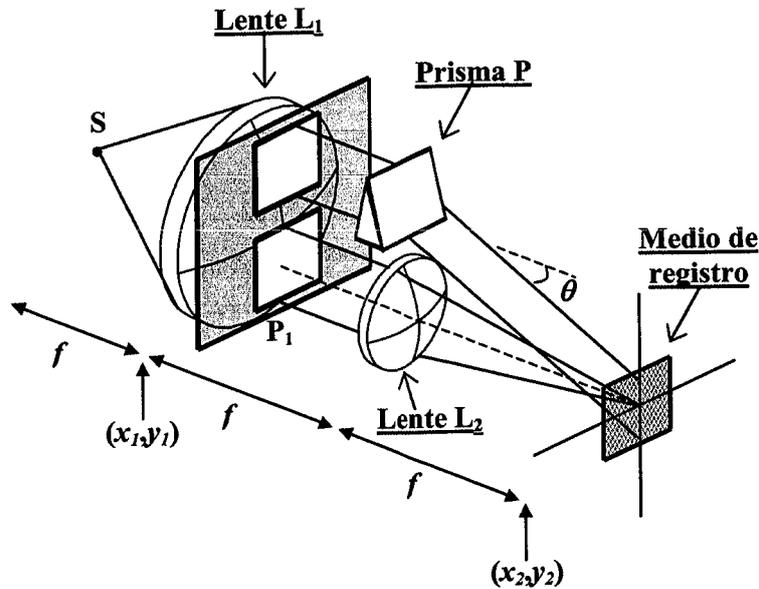


Figura 2.1: Dispositivo experimental empleado para el registro del filtro de VanderLugt.

La intensidad total incidente en cada punto del medio de registro viene determinada por la interferencia de las dos distribuciones de amplitud coherentes, esto es:

$$\begin{aligned}
 I(x_2, y_2) &= \left| r_0 \exp(-i2\pi\alpha y_2) + \frac{1}{\lambda f} H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right|^2 = \\
 &= r_0^2 + \frac{1}{\lambda^2 f^2} \left| H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right|^2 + \frac{r_0}{\lambda f} H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \exp(i2\pi\alpha y_2) + \\
 &\quad + \frac{r_0}{\lambda f} H^*\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \exp(-i2\pi\alpha y_2), \tag{2.9}
 \end{aligned}$$

donde el símbolo * indica complejo conjugado, H representa la transformada de Fourier bidimensional de h , y

$$U_r(x_2, y_2) = r_0 \exp(-i2\pi\alpha y_2) \tag{2.10}$$

es la distribución de amplitud incidente sobre el plano (x_2, y_2) del haz desviado por el prisma, siendo α la frecuencia de la red portadora espacial, dada por:

$$\alpha = \frac{\sin \theta}{\lambda}. \quad (2.11)$$

Si la función compleja H tiene una distribución de amplitud a y una distribución de fase ψ , esto es:

$$H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) = A\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \exp\left[i\psi\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)\right], \quad (2.12)$$

la expresión para la intensidad I sobre el medio de registro se puede escribir como:

$$I(x_2, y_2) = r_0^2 + \frac{1}{\lambda^2 f^2} A^2\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) + \frac{2r_0}{\lambda f} A\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \cos\left[2\pi\alpha y_2 + \psi\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)\right]. \quad (2.13)$$

Esta última ecuación muestra cómo el dispositivo interferométrico mostrado en la Fig. 2.1 permite el registro de una función compleja H , a través de modulaciones de amplitud y fase sobre una red espacial portadora de frecuencia α , cuyo valor depende del ángulo de inclinación θ del haz desviado por el prisma. Existen, por supuesto, otras configuraciones experimentales que producen la misma distribución de intensidad que la mostrada en la ecuación (2.13), como son, por ejemplo, un interferómetro modificado de Mach-Zender o un interferómetro modificado de Rayleigh [Goodman-96].

El revelado del medio de registro, proporcionando una transparencia de transmitancia en amplitud proporcional a la distribución de intensidad incidente durante el proceso de exposición, permite obtener el filtro de VanderLugt de transmitancia $t_A(x_2, y_2)$:

$$t_A(x_2, y_2) \propto r_0^2 + \frac{1}{\lambda^2 f^2} |H|^2 + \frac{r_0}{\lambda f} H \exp(i2\pi\alpha y_2) + \frac{r_0}{\lambda f} H^* \exp(-i2\pi\alpha y_2). \quad (2.14)$$

Como veremos a continuación, los términos de interés en esta última expresión son el tercero y el cuarto. En efecto, si insertamos el filtro de VanderLugt así obtenido en el plano de Fourier de un procesador óptico clásico, como el mostrado en la Fig. 2.2, podemos obtener en el plano final del sistema la función de correlación que nos va a permitir detectar el objeto de referencia h al que se había adaptado el filtro.

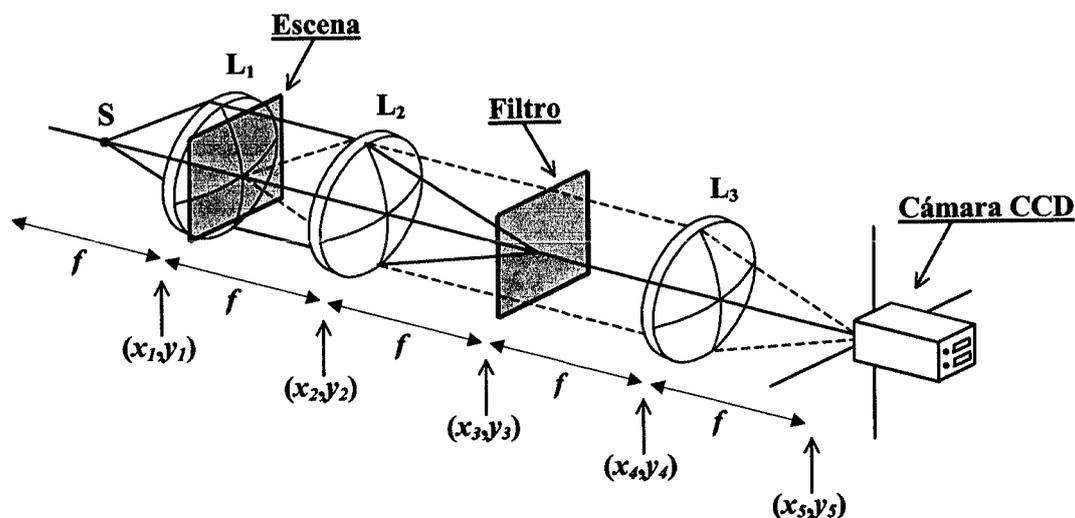


Figura 2.2: Correlador convergente clásico (comúnmente denominado *correlador 4f*).

Si representamos por $g(x_1, y_1)$ a la escena de entrada insertada en el plano (x_1, y_1) , la lente L_2 nos proporciona la transformada de Fourier escalada $\frac{1}{\lambda f} G\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)$ en el plano (x_3, y_3) . Teniendo en cuenta la transmitancia en amplitud del filtro de VanderLugt insertado en este plano [ver ecuación (2.14)], la distribución de amplitud compleja se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
 U(x_3, y_3) \propto & \frac{r_0^2 G}{\lambda f} + \frac{1}{\lambda^3 f^3} |H|^2 G + \frac{r_0}{\lambda^2 f^2} HG \exp(i2\pi\alpha y_2) + \\
 & + \frac{r_0}{\lambda^2 f^2} H^* G \exp(-i2\pi\alpha y_2).
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Ahora, la lente L_3 forma la transformada de Fourier de la distribución $U(x_3, y_3)$ sobre el plano (x_5, y_5) en el que insertamos la cámara CCD:

$$\begin{aligned}
 U(x_s, y_s) \propto r_0^2 g(x_s, y_s) + \frac{1}{\lambda^2 f^2} [h(x_s, y_s) \otimes h^*(-x_s, -y_s) \otimes g(x_s, y_s)] + \\
 + \frac{r_0}{\lambda f} [h(x_s, y_s) \otimes g(x_s, y_s) \otimes \delta(x_s, y_s + \alpha \lambda f)] + \\
 + \frac{r_0}{\lambda f} [h^*(-x_s, -y_s) \otimes g(x_s, y_s) \otimes \delta(x_s, y_s - \alpha \lambda f)]. \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

donde \otimes indica la operación de convolución. Teniendo en cuenta que el tercer término se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
 h(x_s, y_s) \otimes g(x_s, y_s) \otimes \delta(x_s, y_s + \alpha \lambda f) = \\
 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x_s - \xi, y_s + \alpha \lambda f - \eta) g(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

y que el cuarto es igual a:

$$\begin{aligned}
 h^*(-x_s, -y_s) \otimes g(x_s, y_s) \otimes \delta(x_s, y_s - \alpha \lambda f) = \\
 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h^*(\xi - x_s, \eta - y_s + \alpha \lambda f) g(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

podemos ver cómo el tercer término, que aparece centrado en el punto $(0, -\alpha \lambda f)$ del último plano del sistema, contiene una convolución entre las funciones h y g , mientras que el cuarto término, que aparece centrado en el punto $(0, \alpha \lambda f)$, contiene la correlación cruzada entre las funciones h y g deseada. Los dos primeros términos contribuyen al orden cero que aparece centrado sobre el sistema de referencia.

Para que la correlación cruzada pueda ser distinguida claramente del orden cero que aparece centrado, considerando la anchura de cada uno de los términos en el plano final del sistema (ver Fig. 2.3), la condición sobre la frecuencia portadora α es que:

$$\alpha > \frac{1}{\lambda f} \left(\frac{3W_h}{2} + W_g \right), \quad (2.19)$$

siendo W_h y W_g las anchuras correspondientes a las funciones h y g , respectivamente. Empleando la aproximación $\sin\theta \approx \theta$ en la ecuación (2.11), la condición sobre θ queda:

$$\theta > \frac{3W_h}{2f} + \frac{W_g}{f}. \quad (2.20)$$

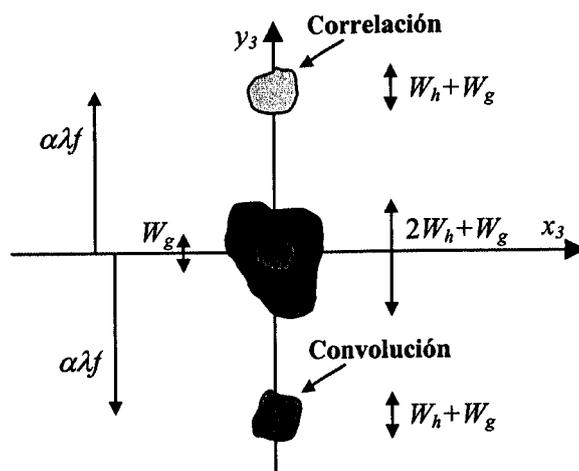


Figura 2.3: Posición de cada uno de los términos de salida en el correlador clásico convergente empleando un filtro de VanderLugt.

2.4.- Correlador de transformada conjunta

El correlador de transformada conjunta fue introducido independientemente por Weaver y Goodman [Weaver-66] y Rau [Rau-66] en 1966. La principal característica de este correlador es que, tanto la escena en la que queremos detectar el objeto a reconocer como el propio objeto a reconocer se presentan simultáneamente, uno al lado del otro, en el plano de entrada del correlador.

Consideremos la situación de la Fig. 2.4, en la que la lente L_1 colima el haz esférico que le llega desde la fuente puntual S . Este haz plano ilumina la transparencia situada en el mismo plano de la lente. Dicha transparencia contiene la escena $g(x,y)$ y el objeto de referencia $h(x,y)$, y está caracterizada por una transmitancia en amplitud:

$$t(x, y) = U(x_1, y_1) = h(x_1, y_1 - Y/2) + g(x_1, y_1 + Y/2), \quad (2.21)$$

donde se ha tomado que la separación entre los dos centros de las funciones que caracterizan a la escena y al objeto de referencia es Y . Por simplicidad se consideran dos lentes L_1 y L_2 iguales, con distancias focales f . Se ha escogido el plano (x_1, y_1) como el plano focal objeto de la lente L_2 , pero en realidad la distancia de la transparencia a la lente L_2 es arbitraria para el caso que nos ocupa.

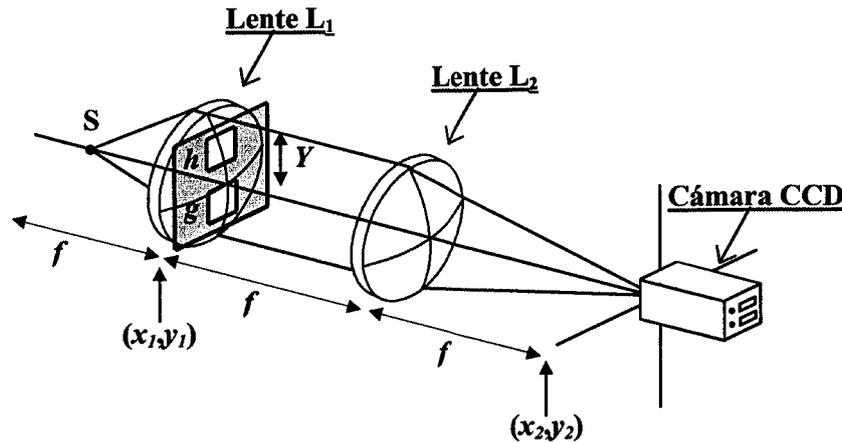


Figura 2.4: Correlador de transformada conjunta. Obtención de la intensidad de la transformada de Fourier conjunta.

Así, en el plano focal imagen de la lente L_2 tenemos la transformada de Fourier de la transmitancia en amplitud que caracteriza a la transparencia del plano de entrada:

$$U(x_2, y_2) = \frac{1}{\lambda f} H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \exp\left(\frac{-i\pi y_2 Y}{\lambda f}\right) + \frac{1}{\lambda f} G\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \exp\left(\frac{i\pi y_2 Y}{\lambda f}\right) \quad (2.22)$$

Esta imagen, que se forma en el plano de Fourier del correlador, se captura con un medio que registre intensidad, tal como una cámara CCD, de forma que la imagen capturada se puede describir por la función:

$$\begin{aligned} I(x_2, y_2) = |U(x_2, y_2)|^2 &= \frac{1}{\lambda^2 f^2} \left| H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right|^2 + \frac{1}{\lambda^2 f^2} \left| G\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right|^2 + \\ &+ \frac{1}{\lambda^2 f^2} H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) G^*\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \exp\left(\frac{-i2\pi y_2 Y}{\lambda f}\right) + \\ &+ \frac{1}{\lambda^2 f^2} H^*\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) G\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \exp\left(\frac{i2\pi y_2 Y}{\lambda f}\right). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Si esta imagen capturada con la cámara CCD se inserta, como puede verse en la Fig. 2.5, en el plano de entrada del correlador [plano (x_1, y_1)], en el plano (x_2, y_2) obtendremos su transformada de Fourier, que podemos describir por la función:

$$\begin{aligned}
 U'(x_2, y_2) = & \frac{1}{\lambda f} h(x_2, y_2) * h(x_2, y_2) + \frac{1}{\lambda f} g(x_2, y_2) * g(x_2, y_2) + \\
 & + \frac{1}{\lambda f} [h(x_2, y_2) * g(x_2, y_2)] \otimes \delta(x_2, y_2 - Y) + \\
 & + \frac{1}{\lambda f} [g(x_2, y_2) * h(x_2, y_2)] \otimes \delta(x_2, y_2 + Y),
 \end{aligned}
 \tag{2.24}$$

expresión en la que el símbolo * indica la operación de correlación cruzada.

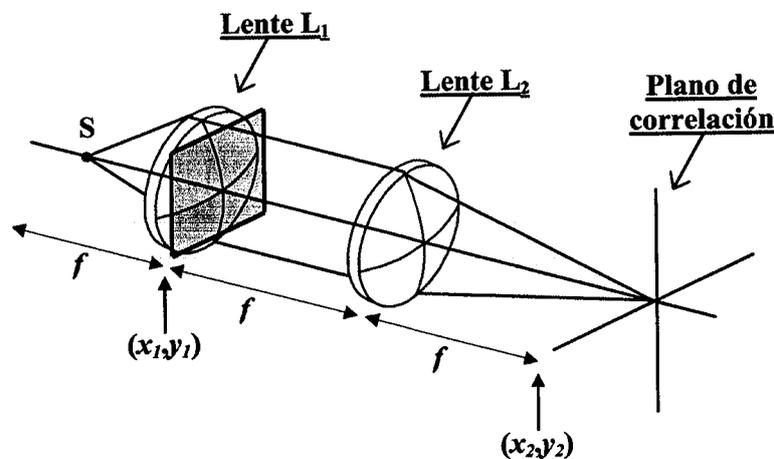


Figura 2.5: Correlador de transformada conjunta. Obtención del plano de correlación.

Podemos ver cómo, aparte de dos términos que aparecen centrados en el origen de coordenadas [los dos primeros términos de la ecuación (2.24)], obtenemos dos correlaciones cruzadas entre la escena de entrada $g(x, y)$ y el objeto de referencia $h(x, y)$. Una de ellas está centrada en el punto $(0, -Y)$ del plano de salida del correlador, y la otra está centrada en el punto $(0, Y)$. Esta última función es una inversión de la primera con respecto al origen de coordenadas.

Este sistema óptico, si se desea, permite también obtener una convolución entre dos funciones. Para ello es necesario que una de ellas se introduzca en el plano de entrada con una inversión sobre su propio origen. Por ejemplo, si originalmente (para obtener las correlaciones) introducíamos la función $h(x_i, y_i - Y/2)$, para lograr la convolución la entrada debería ser $h(-x_i, -y_i + Y/2)$, que continúa centrada en el punto $(0, Y/2)$, pero estando ahora invertida sobre su propio origen. Así, sin considerar los términos que aparecen centrados en el origen del plano de salida, el resultado sería dos funciones, centradas en los puntos $(0, Y)$ y $(0, -Y)$, iguales a la convolución entre $h(x, y)$ y $g(x, y)$.

Para que las correlaciones (o convoluciones) que aparecen centradas en los puntos $(0, Y)$ y $(0, -Y)$ estén suficientemente separadas de los términos que aparecen en el origen del plano de salida, es necesario que la distancia Y que separa los centros de la escena y el objeto de referencia en el plano de entrada del correlador cumpla una cierta condición. Supongamos que la anchura en la dirección del eje y de la escena viene dada por Δ_g , y que la anchura en la dirección del eje x del objeto de referencia viene dada por Δ_h . Entonces es fácil comprobar que los términos de correlación (o convolución) aparecerán separados de los términos del origen en el plano de salida si la separación entre los centros de la escena y la función de referencia en el plano de entrada cumple:

$$Y > \max\{\Delta_h, \Delta_g\} + \frac{\Delta_h + \Delta_g}{2}. \quad (2.25)$$

Capítulo 3

Reconocimiento de objetos de diferente escala por multiplexado en longitud de onda

3.1.- Introducción

Los sistemas de reconocimiento descritos en el capítulo anterior no proporcionan buenos resultados cuando el objeto a reconocer no coincide exactamente con el objeto de referencia al que se ha adaptado el filtro (por ejemplo, porque éste es de distinto tamaño o está girado con respecto a la posición original). En este sentido se han planteado diversos métodos que permiten obtener sistemas ópticos invariantes, esto es, sistemas ópticos que son capaces de detectar la presencia en la escena de entrada del objeto de referencia, aunque éste se encuentre desplazado lateralmente, con distinto tamaño, girado o incluso con distinta luminosidad. En concreto, la invariancia a escala juega un papel muy importante dentro del campo del reconocimiento de formas por métodos ópticos. Como se ha puesto de manifiesto en la introducción de este trabajo, son muchos los trabajos que se han llevado a cabo en este sentido. Casasent *et al.* [Casasent-76A], y más tarde Mendlovic *et al.* [Mendlovic-88], obtuvieron el reconocimiento invariante a escala empleando la transformada de Mellin y la descomposición en armónicos radiales de Mellin, respectivamente. Estos resultados fueron mejorados por Rosen *et al.* [Rosen-89] empleando el filtro de armónicos logarítmicos radiales, que permite un reconoci-

miento invariante a escala con un pico de correlación cuya energía no depende del factor de escala del objeto detectado. Y recientemente, Cojoc *et al.* [Cojoc-97], basándose en el correlador anamórfico introducido previamente por Szoplik *et al.* [Szoplik-85A, Szoplik-85B], obtuvieron reconocimiento invariante a escala, con resultados comparables a los obtenidos en [Rosen-89], empleando un estiramiento radial, en función de la distribución angular de energía del espectro del objeto de referencia, de un filtro sólo de fase.

Sin embargo, todos estos métodos ópticos citados han sido implementados empleando luz temporalmente coherente (luz monocromática). Esto, aunque permite a los sistemas ópticos llevar a cabo un elevado número de operaciones de procesado de imágenes en tiempo real, hace que sus capacidades de procesado estén limitadas por el denominado ruido coherente [Gabor-70]. Por este motivo, en los últimos años ha existido un interés creciente por llevar a cabo operaciones de procesado óptico empleando luz temporalmente incoherente (luz de amplio espectro). El uso de luz incoherente permite, además de un multiplexado de la información en longitud de onda, con todas las ventajas ya comentadas que ello conlleva, una reducción del inevitable ruido coherente que limita las capacidades de los sistemas ópticos coherentes. Por esto, muchos autores han desarrollado métodos para llevar a cabo, con luz incoherente, operaciones que estaban restringidas al uso de luz coherente [Zalevsky-97, Mendlovic-97]. A lo largo de este capítulo describiremos uno de estos métodos empleado para obtener reconocimiento invariante a escala con luz blanca, y veremos cómo podemos mejorar sus resultados [Esteve-Taboada-00A] ampliando el intervalo de detección al infrarrojo cercano (IRC) y utilizando un filtro sólo de fase (FSF) que aumenta la capacidad discriminativa del sistema.

3.2.- Análisis del dispositivo experimental

Empleando un filtro adaptado holográfico y un interferómetro de franjas acromático, Morris y George [Morris-80], y con posterioridad, Mersereau y Morris [Mersereau-86], obtuvieron un correlador óptico capaz de trabajar con fuentes de amplio espectro, y que permitía un reconocimiento de objetos invariante a escala y a rotaciones.

El sistema está basado, como veremos a continuación, en el empleo de una red para compensar la dispersión cromática lateral producida por las diferentes longitudes de onda en el plano de correlación. Sin embargo, en lo que respecta a la invariancia a escala, obtenida gracias a la dependencia intrínseca de la escala de la transformada de Fourier (TF) óptica con la longitud de onda, el sistema tan sólo es capaz de detectar objetos de distinto tamaño dentro de una relación de escalas 1.25 / 1.00.

Veremos cómo, ampliando el intervalo de detección al IRC empleando una cámara CCD monocromática, y utilizando un FSF, que proporciona una mayor capacidad de discriminación con respecto al filtro adaptado [Horner-84], podemos ampliar el reconocimiento invariante hasta una relación de escalas 2.00 / 1.00.

El dispositivo experimental, que se muestra en la Fig. 3.1, puede ser dividido en dos partes: la primera de ellas, desde la fuente puntual hasta el plano (x_3, y_3) , es un correlador convergente clásico [VanderLugt-64] similar al descrito en el capítulo anterior, en el que la escena de entrada se puede describir por la función de transmitancia en amplitud $s(x_1, y_1)$ y el filtro está adaptado al objeto a reconocer con transmitancia en amplitud $t(x_1, y_1)$.

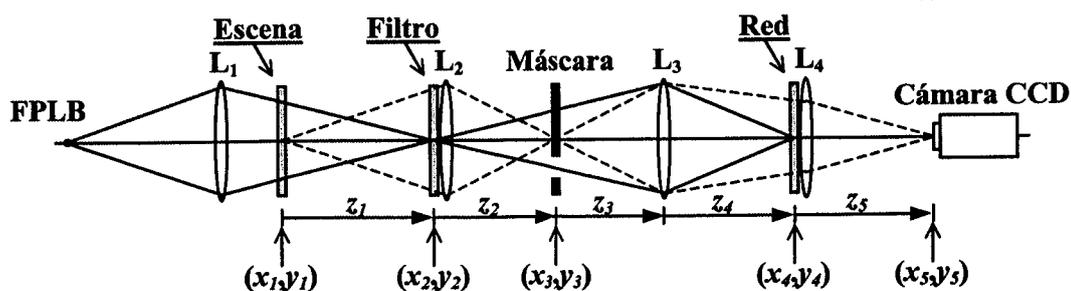


Figura 3.1: Esquema del dispositivo experimental empleado para obtener invariancia a escala por multiplexado en longitud de onda.

Si el sistema se ilumina con luz de longitud de onda λ , la distribución de amplitud compleja en el plano (x_2, y_2) se puede escribir (sin considerar los factores de fase y las constantes en λ , que acabarán simplificándose) como:

$$\begin{aligned}
 U(x_2, y_2; \lambda) = & S(\lambda) A \mathfrak{F}\left(\frac{x_2}{\lambda z_1}, \frac{y_2}{\lambda z_1}\right) + S(\lambda) A \left| \mathfrak{F}\left(\frac{x_2}{\lambda_0 z_0}, \frac{y_2}{\lambda_0 z_0}\right) \right|^2 \mathfrak{F}\left(\frac{x_2}{\lambda z_1}, \frac{y_2}{\lambda z_1}\right) + \\
 & + S(\lambda) A \mathfrak{F}\left(\frac{x_2}{\lambda_0 z_0}, \frac{y_2}{\lambda_0 z_0}\right) \mathfrak{F}\left(\frac{x_2}{\lambda z_1}, \frac{y_2}{\lambda z_1}\right) \exp(i2\pi\alpha y_2) + \\
 & + S(\lambda) A \mathfrak{F}^*\left(\frac{x_2}{\lambda_0 z_0}, \frac{y_2}{\lambda_0 z_0}\right) \mathfrak{F}\left(\frac{x_2}{\lambda z_1}, \frac{y_2}{\lambda z_1}\right) \exp(-i2\pi\alpha y_2), \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

siendo $S(\lambda)$ la distribución de emisión espectral normalizada de la fuente de iluminación, A la amplitud de la onda incidente sobre la escena, de forma que $As(x,y)$ es la amplitud de la onda emergente de la escena, y donde hemos considerado que el filtro adaptado al objeto $t(x_1, y_1)$ ha sido obtenido empleando luz de longitud de onda λ_0 y con una onda plana incidente con un ángulo θ como haz de referencia (ver capítulo anterior). La frecuencia portadora α del holograma se puede escribir entonces como $\alpha = (\sin\theta / \lambda_0)$. La máscara en el plano (x_3, y_3) selecciona sólo el término correspondiente a la correlación entre la escena de entrada y el objeto a reconocer:

$$U(x_3, y_3; \lambda) = S(\lambda) A \left[t\left(\frac{\lambda_0 z_0 x_3}{\lambda z_2}, \frac{\lambda_0 z_0 y_3}{\lambda z_2}\right) * s\left(\frac{z_1 x_3}{z_2}, \frac{z_1 y_3}{z_2}\right) \right] \otimes \delta(x_3, y_3 - \alpha \lambda z_2), \quad (3.2)$$

donde los símbolos $*$ y \otimes indican las operaciones de correlación cruzada y convolución, respectivamente. Como vemos, obtenemos una correlación entre las funciones escaladas que representan a la escena de entrada y al objeto de referencia. Es fácil comprobar que si en la escena de entrada tenemos una versión escalada (con factor de escala m) del objeto de referencia:

$$s(x, y) = t\left(\frac{x}{m}, \frac{y}{m}\right), \quad (3.3)$$

tendremos un pico de autocorrelación en el plano (x_3, y_3) si la longitud de onda con la que iluminamos el sistema cumple la relación [ver ecuación (3.2)]:

$$\lambda = \frac{\lambda_0 z_0 m}{z_1}. \quad (3.4)$$

Considerando, para simplificar, que $z_0 = z_1$, la longitud de onda que nos proporciona el pico de correlación es linealmente proporcional al factor de escala m del objeto de referencia. Sin embargo, si iluminamos con una sola longitud de onda sólo podremos reconocer una determinada escala del objeto de referencia en la escena de entrada. Para obtener un reconocimiento invariante a escala, y poder así reconocer varias escalas del objeto de referencia, podemos iluminar el sistema con toda una serie de longitudes de onda. De esta forma, cada una de las longitudes de onda nos permitirá obtener en el plano de correlación la detección de una escala diferente del objeto de referencia.

Teniendo en cuenta, como se puede comprobar en la ecuación (3.2), que la posición lateral del término de correlación sobre el plano (x_3, y_3) depende de la longitud de onda con la que iluminemos el sistema óptico (a través de la convolución con la función δ), si iluminamos el sistema con una fuente puntual de luz blanca (FPLB), en el plano (x_3, y_3) obtendremos toda una serie de funciones de correlación, cada una de ellas en una longitud de onda y con una posición lateral diferentes. Es decir, obtendremos un término de correlación, pero con una dispersión cromática lateral tal que nos impedirá obtener el reconocimiento invariante a escala. Por este motivo, la segunda parte del dispositivo experimental esquematizado en la Fig. 3.1 es un sistema que compensa la dispersión cromática que aparece en el plano de correlación (x_3, y_3) . Obtendremos así en el plano (x_5, y_5) una imagen del plano (x_3, y_3) compensada cromáticamente.

Siguiendo el análisis matemático del dispositivo experimental, la lente L_3 proporciona en el plano (x_4, y_4) una imagen de la parte correspondiente a las correlaciones en el plano (x_2, y_2) . Considerando el aumento M introducido por la lente L_3 , la distribución de amplitud compleja en el plano (x_4, y_4) se puede escribir como:

$$U(x_4, y_4; \lambda) = S(\lambda) A \tilde{T}^* \left(\frac{x_4}{\lambda_0 z_0 M}, \frac{y_4}{\lambda_0 z_0 M} \right) \mathcal{F} \left(\frac{x_4}{\lambda z_1 M}, \frac{y_4}{\lambda z_1 M} \right) \exp \left(-i 2 \pi \alpha \frac{y_4}{M} \right). \quad (3.5)$$

Se puede comprobar fácilmente que la dispersión cromática en el plano de correlación, a través de la convolución con la función δ , aparece por el factor exponencial de la ecuación (3.5). Para eliminar la dispersión cromática es necesario que eliminemos

este factor exponencial. Para ello podemos situar sobre el plano (x_4, y_4) una red con el periodo adecuado para compensarlo. Siendo p el periodo de la red, éste debe ser igual a:

$$p = \left| \frac{M}{\alpha} \right| = \left| \frac{-z_4 \lambda_0}{(z_2 + z_3) \sin \theta} \right|. \quad (3.6)$$

Teniendo en cuenta el desarrollo en serie de Fourier de esta red de compensación de periodo p , la amplitud compleja sobre el plano (x_4, y_4) es igual a:

$$U(x_4, y_4; \lambda) = S(\lambda) A \tilde{r}^* \left(\frac{x_4}{\lambda_0 z_0 M}, \frac{y_4}{\lambda_0 z_0 M} \right) \tilde{s} \left(\frac{x_4}{\lambda z_1 M}, \frac{y_4}{\lambda z_1 M} \right) \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp \left[i 2\pi (n-1) \alpha \frac{y_4}{M} \right]. \quad (3.7)$$

La lente L_4 proporciona en el plano (x_5, y_5) la TF de la distribución de amplitud en el plano (x_4, y_4) , esto es:

$$U(x_5, y_5; \lambda) = S(\lambda) A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[t \left(\frac{\lambda_0 z_0 M x_5}{\lambda z_5}, \frac{\lambda_0 z_0 M y_5}{\lambda z_5} \right) * s \left(\frac{z_1 M x_5}{z_5}, \frac{z_1 M y_5}{z_5} \right) \right] \otimes \\ \otimes \delta \left(x_5, y_5 - \frac{(n-1) \alpha \lambda z_5}{M} \right). \quad (3.8)$$

En esta última ecuación tenemos varios términos que contienen la correlación entre la escena de entrada y el objeto de referencia, pero sólo el término con $n = 1$ es el que no presenta dispersión cromática. Para los demás órdenes, la función δ producirá dispersión cromática para las distintas longitudes de onda. Además, el término con $n = 1$ aparece centrado en el origen de coordenadas, debido a la posición que el término de correlación tenía en el plano (x_3, y_3) . Considerando, pues, el término con $n = 1$, e introduciendo las nuevas variables $x_5' = (M x_5 / z_5)$ y $y_5' = (M y_5 / z_5)$, tenemos:

$$U_{n=1}(x_5', y_5'; \lambda) = S(\lambda) A t \left(\frac{\lambda_0 z_0 x_5'}{\lambda}, \frac{\lambda_0 z_0 y_5'}{\lambda} \right) * s(z_1 x_5', z_1 y_5'), \quad (3.9)$$

que no es más que el término de correlación que aparecía en el plano (x_3, y_3) [ver ecuación (3.2)], pero sin la función δ que provocaba la dispersión cromática lateral. Como

ya hemos indicado con anterioridad, si la escena de entrada contiene varias versiones escaladas (con distintos factores de escala m) del objeto de referencia, cada una de ellas será detectada con un pico de correlación de longitud de onda dada por la ecuación (3.4). Podemos obtener de este modo un reconocimiento invariante a escala.

Teniendo en cuenta que el espectro de detección de una cámara CCD monocroma incluye el espectro visible y el IRC, esto es, el intervalo $[\lambda_1, \lambda_2] = [400, 800]$ nm, podemos ver claramente a partir de la ecuación (3.4) que la relación de escalas que podremos detectar con el sistema será de 2.00 / 1.00. En efecto:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{\lambda_2 z_1}{\lambda_0 z_0}}{\frac{\lambda_1 z_1}{\lambda_0 z_0}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{800}{400} = 2.00. \quad (3.10)$$

Nótese que la elección del parámetro λ_0 no influye en este resultado, obteniéndose siempre para cualquier valor de λ_0 una relación de escalas detectadas de 2.00 / 1.00.

Es importante destacar aquí que el sistema óptico esquematizado en la Fig. 3.1 permite obtener un reconocimiento invariante a escala, multiplexando cada una de las diferentes escalas en una longitud de onda distinta, ya que la longitud de onda en la que aparece el pico de correlación depende de la escala del objeto detectado [ver ecuación (3.4)]. Como la longitud de onda de detección es directamente proporcional al factor de escala del objeto detectado, los objetos más grandes serán detectados con longitudes de onda cercanas al IRC, mientras que los objetos más pequeños serán detectados con longitudes de onda más próximas al extremo inferior del espectro visible. Con anterioridad habíamos comentado que la detección invariante a escala se conseguía gracias a la dependencia intrínseca de la escala de la TF óptica con la longitud de onda. En efecto, para un mismo objeto de entrada, el tamaño de su TF óptica depende de la longitud de onda de iluminación, tal y como se muestra en las Fig. 3.2(a) y 3.2(b) para dos objetos de distinta escala¹ y dos longitudes de onda de iluminación (rojo y verde). En nuestro sistema, la longitud de onda en la que aparece el pico de correlación es la que hace que

¹ La propiedad de la TF de una función escalada establece que:

$$\text{Si } \mathcal{F}\{f(x, y)\} = \tilde{f}(u, v), \text{ entonces } \mathcal{F}\left\{f\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right)\right\} = |a||b|\tilde{f}(au, bv).$$

la TF del objeto particular se adapte a la escala del filtro. Así, para el filtro que se muestra en la Fig. 3.2(c), el objeto grande se detectará con la longitud de onda roja, mientras que el pequeño lo hará con la longitud de onda verde, pues son las longitudes de onda que adaptan las correspondientes TF a la escala del filtro.

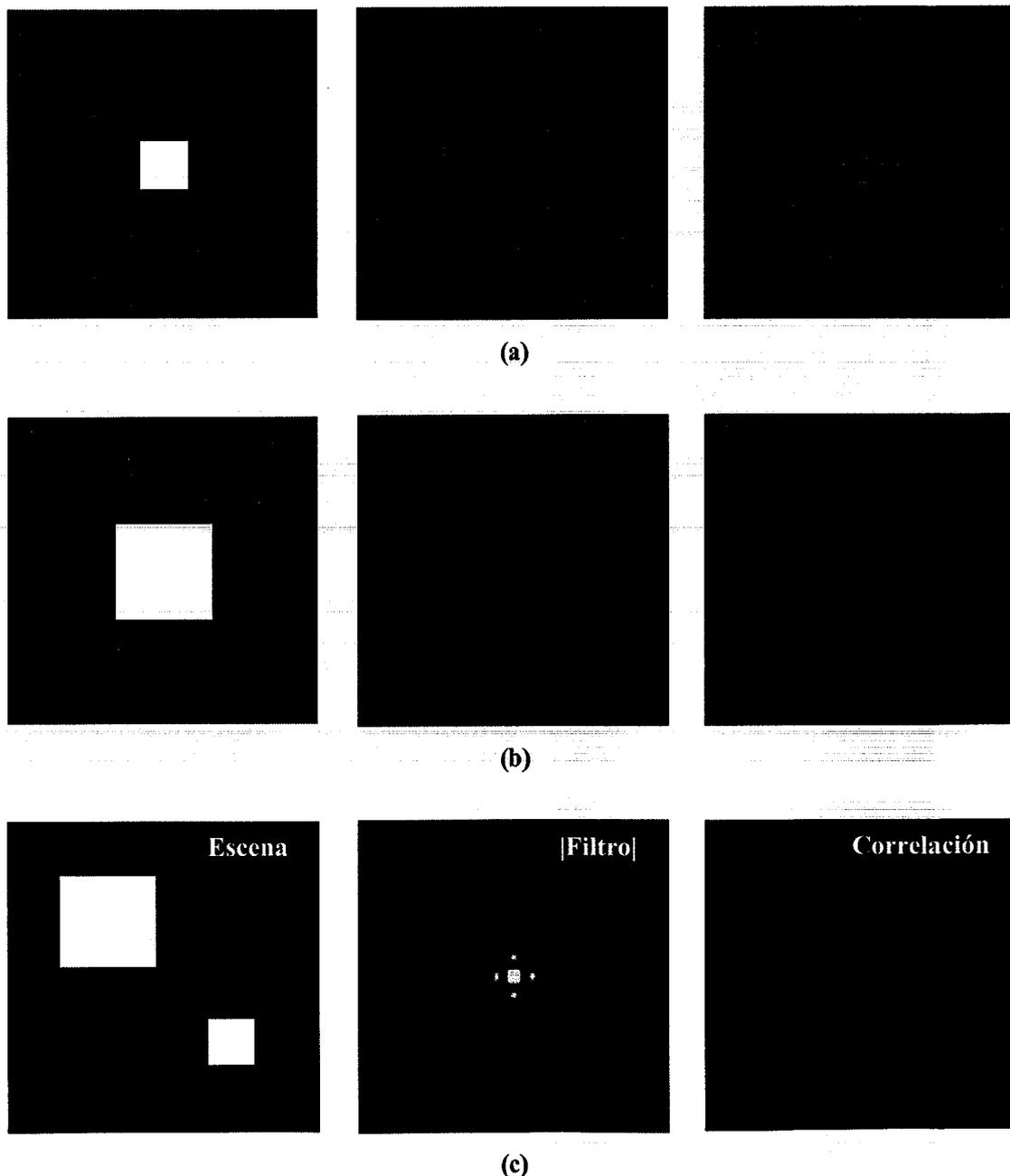


Figura 3.2: (a) y (b) Objetos de distinta escala y sus TF ópticas obtenidas con dos longitudes de onda distintas (rojo y verde). (c) Escena, filtro y plano de correlación que muestra la detección de las dos escalas distintas con diferente longitud de onda.

En el apartado siguiente mostraremos los resultados experimentales obtenidos con el dispositivo experimental de la Fig. 3.1. Sin embargo, comentar también, que otra posible configuración para el sistema óptico que permite obtener reconocimiento invariante a escala por multiplexado en longitud de onda sería la que se muestra en la Fig. 3.3. En esta configuración se han intercambiado las posiciones del filtro y de la red que compensa la dispersión cromática. Así, en el plano (x_3, y_3) obtenemos, en la zona de interés que seleccionará la máscara, una serie de imágenes de la escena de entrada situada en el plano (x_1, y_1) , cada una en una longitud de onda y una posición lateral diferente. Es decir, obtenemos una imagen de la escena de entrada dispersada cromáticamente:

$$U(x_3, y_3; \lambda) = S(\lambda) A_s \left(\frac{z_1 x_3}{z_2}, \frac{z_1 y_3}{z_2} \right) \otimes \delta \left(x_3, y_3 - \frac{\lambda z_2}{p} \right), \quad (3.11)$$

siendo p el periodo de la red situada en el plano (x_2, y_2) .

El filtro situado en el plano (x_4, y_4) será el que permita obtener las correlaciones de la escena con el objeto de referencia en el plano final del sistema, a la vez que compense la dispersión cromática presente en el plano (x_3, y_3) . Obtenemos así para la distribución de amplitud compleja en el plano (x_5, y_5) una expresión totalmente equivalente a la mostrada en la ecuación (3.9). Como se puede comprobar, la condición que relaciona la longitud de onda en la que aparece el pico de correlación con el factor de escala del objeto detectado por este sistema sigue siendo igual a la mostrada en la ecuación (3.4).

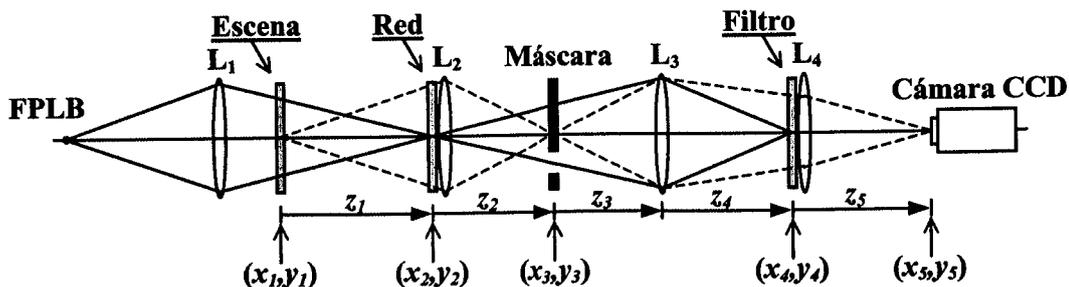


Figura 3.3: Dispositivo experimental alternativo que permite obtener invariancia a escala por multiplexado en longitud de onda.

3.3.- Resultados experimentales

En este apartado mostraremos los resultados experimentales obtenidos con el dispositivo experimental esquematizado en la Fig. 3.1. Las lentes que hemos empleado son las siguientes: L_1 es un doblete acromático de 300 mm de focal, L_2 y L_3 son dos objetivos fotográficos de 150 y 135 mm de focal y L_4 es un doblete acromático de 180 mm de focal. Las distancias z_2 , z_3 y z_4 se han elegido de forma apropiada para que el valor del aumento lateral proporcionado por la lente L_3 sea $|M| = 1.0$. Como FPLB hemos empleado una lámpara de Xenón de 250 W focalizada en un estenope.

La escena de entrada empleada es la que se muestra en la Fig. 3.4. Está compuesta por diferentes versiones escaladas de las letras B, G y X. El FSF ha sido adaptado a la versión central de la letra G, que tomaremos como objeto de referencia con factor de escala $m = 1$. El resto de las versiones del objeto de referencia tienen factores de escala $m = 2/3$, $3/4$ y $4/3$.

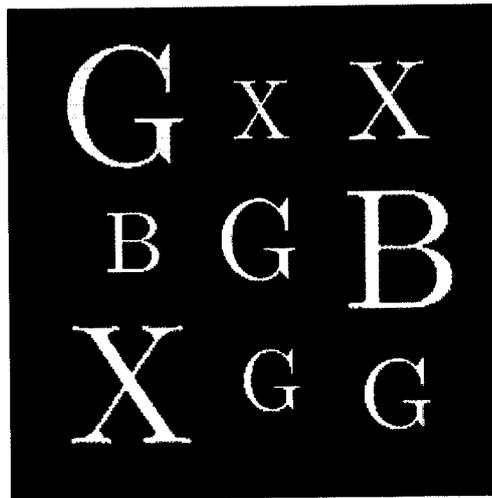


Figura 3.4: Escena de entrada compuesta por diferentes versiones escaladas de las letras B, G y X.

Como el FSF es una función compleja (ver Fig. 3.5), para poder insertarlo en el plano de Fourier del sistema óptico es necesario que lo codifiquemos en una función real (ver Fig. 3.6) empleando, por ejemplo, el método de desvío de fase introducido por

Lohmann *et al.* [Lohmann-67]. En nuestro caso la codificación la realizamos en 256×256 celdas, con una resolución de 17×17 píxeles por celda. Seguidamente, imprimimos el negativo del filtro codificado en una impresora láser de 600 ppp^2 de resolución, y lo fotorreducimos a un tamaño de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ empleando película fotográfica Kodalith de alto contraste. El negativo de la película fotográfica es el que podremos utilizar como filtro para insertarlo sobre el plano (x_2, y_2) del sistema óptico. La red que compensa la dispersión cromática, situada en el plano (x_4, y_4) , ha sido obtenida con la misma frecuencia que la portadora del FSF codificado, empleando el mismo método de desvío de fase, tal y como se muestra en la Fig. 3.7.

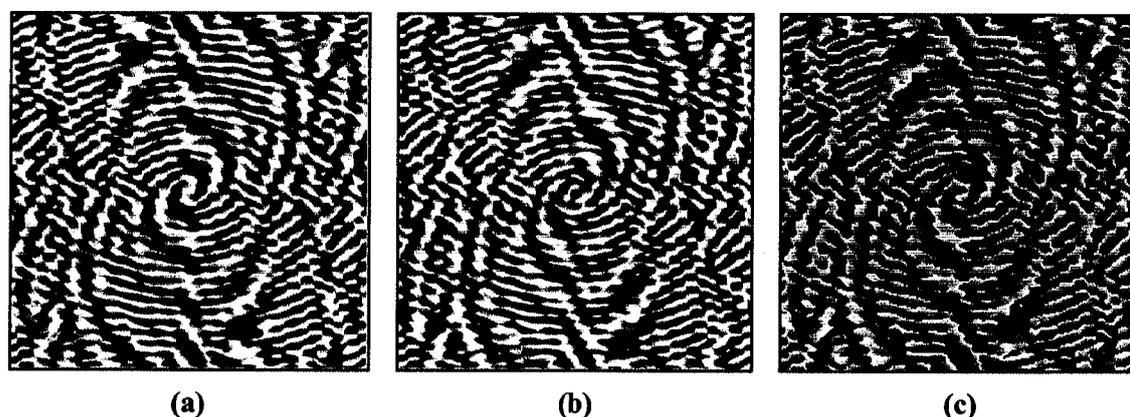


Figura 3.5: FSF adaptado al objeto de referencia de escala unidad. (a) Parte real.
(b) Parte imaginaria. (c) Fase.

Para ajustar la relación de la TF discreta (empleada para obtener las imágenes que queremos codificar) y la fotorreducción, con la TF óptica que realiza el sistema, necesitamos llevar a cabo un ajuste previo de la escala de la TF óptica variando la distancia z_1 del dispositivo óptico (ver, por ejemplo, la referencia [García-94]). Empleamos para ello una red de periodo arbitrario y su TF discreta, ambas fotorreducidas. Ajustaremos la distancia z_1 para que la TF óptica en el plano (x_2, y_2) coincida con la imagen de la TF discreta fotorreducida.

² ppp indica “puntos por pulgada”.

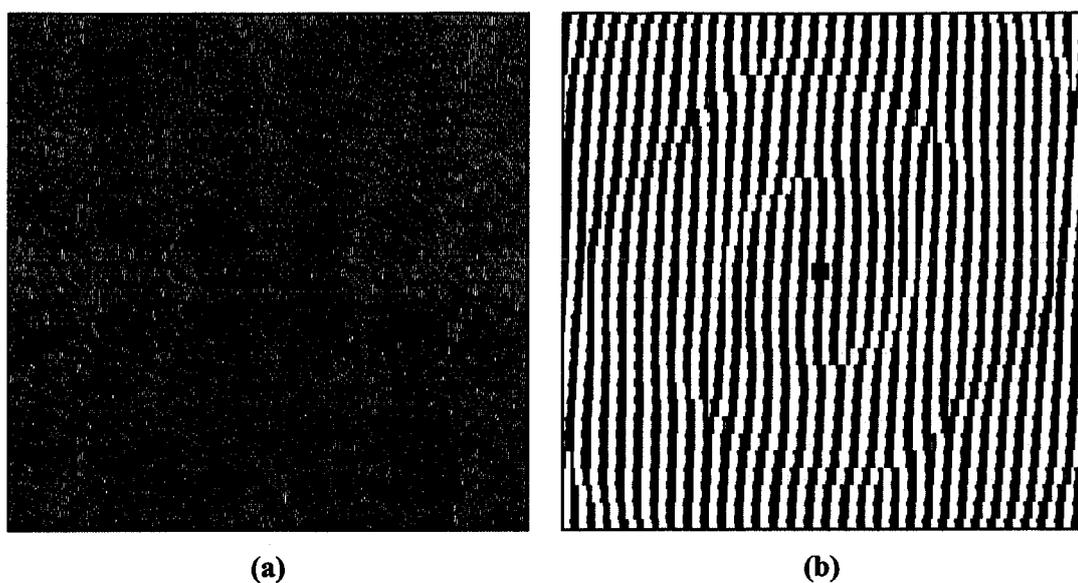


Figura 3.6: (a) Codificación por el método de Lohmann *et al.* del FSF de la Fig. 3.5.
(b) Detalle de la parte central en la que se observa la red de codificación.

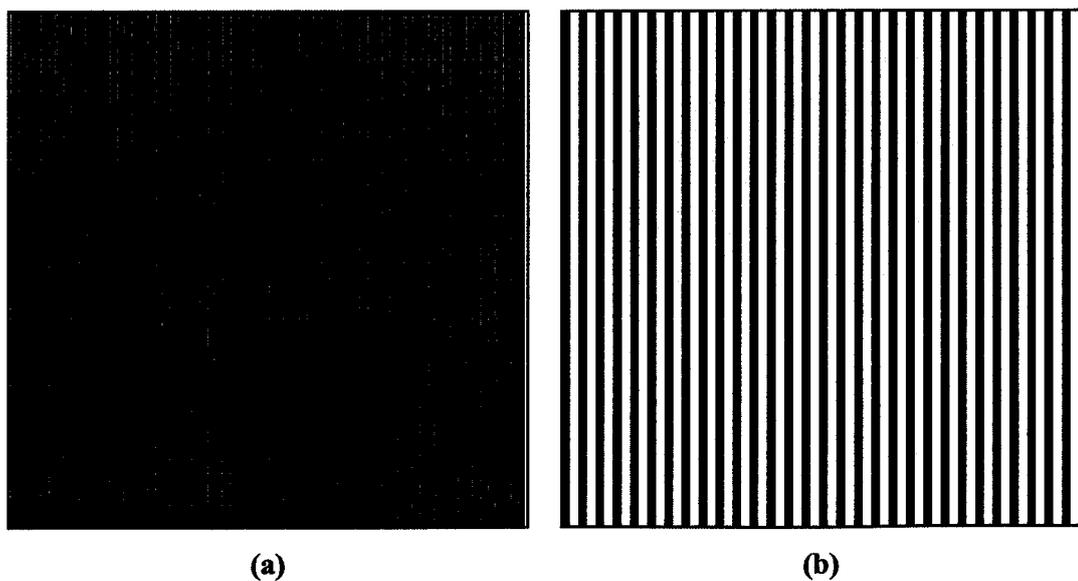


Figura 3.7: (a) Red situada en el plano (x_4, y_4) que compensa la dispersión cromática del plano (x_3, y_3) . (b) Detalle de la parte central. Esta red ha sido obtenida con la misma frecuencia que la portadora del FSF codificado, como se puede comprobar comparando con la Fig. 3.6(b).

En la Fig. 3.8 se muestra una imagen del plano intermedio (x_3, y_3) , en la que se puede apreciar la dispersión cromática de los términos de correlación. Nótese que por la

forma de la dispersión cromática podemos tener una idea de la longitud de onda dominante del pico de correlación.

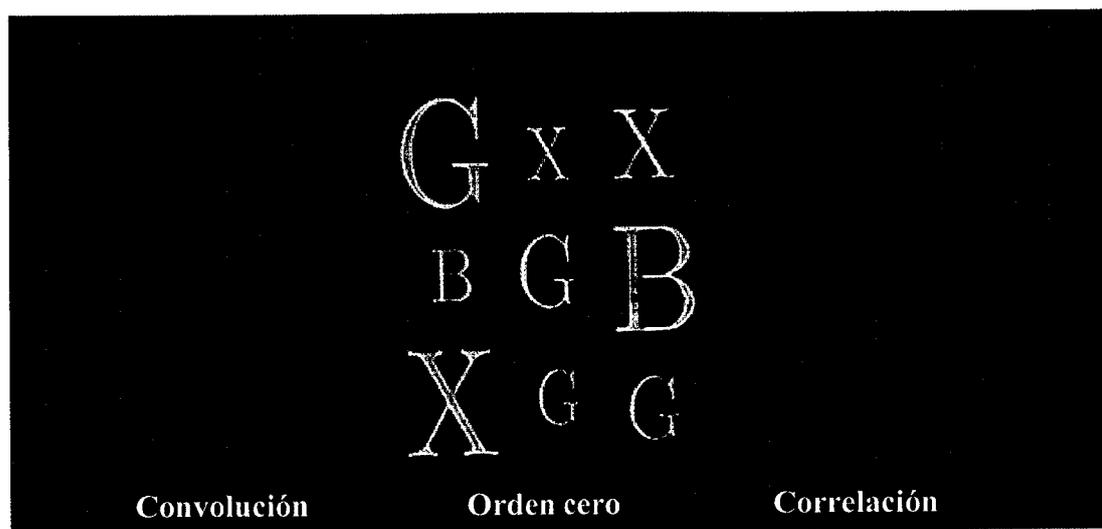


Figura 3.8: Dispersión cromática de los términos de correlación en el plano intermedio (x_3, y_3) . Por la forma de la dispersión cromática podemos tener una idea de la longitud de onda dominante del pico de correlación. La cámara CCD en color sólo detecta en el espectro visible.

La Fig. 3.9 muestra el resultado experimental que se ha obtenido en el plano de correlación (x_5, y_5) , grabado con una cámara CCD monocroma Pulnix TM-765. Podemos observar cuatro picos de correlación que nos permiten detectar las cuatro versiones escaladas del objeto de referencia presentes en la escena de entrada. Cada uno de los picos se obtiene en un color diferente, con la longitud de onda dominante dada por la relación (3.4). El pico marcado con la letra (a), que detecta el objeto de escala $m = 2/3$, aparece en un color azul oscuro. El pico (b) es de color verde, e indica la presencia del objeto con escala $m = 3/4$. El pico marcado con la letra (c), que detecta el objeto con escala unidad, aparece en un color rojo. Finalmente, el pico (d) corresponde a la detección del objeto con escala $m = 4/3$. De acuerdo con la ecuación (3.4), este pico aparece con una longitud de onda dominante que pertenece al IRC. Por este motivo, y a pesar de que las lentes empleadas están corregidas cromáticamente, ésta corrección sólo corresponde al espectro visible, por lo que el pico que aparece en el IRC en la Fig. 3.9 está ligeramente desenfocado. Este hecho se puede evitar empleando lentes que estén compensadas cromáticamente en el espectro visible y también en el IRC.

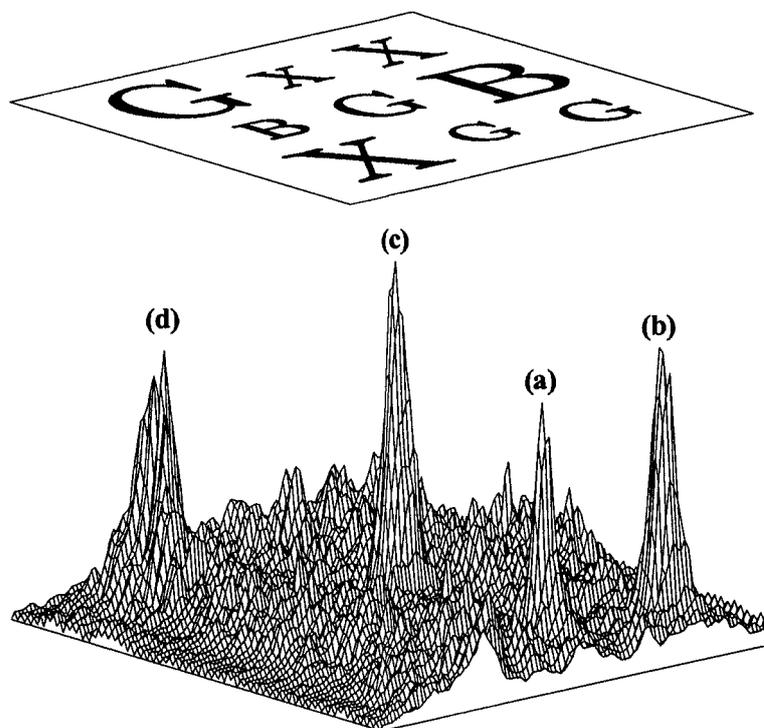


Figura 3.9: Plano de correlación experimental obtenido para la escena de entrada de la Fig. 3.4.

A pesar del ligero desenfoco del pico que aparece en el IRC, los cuatro objetos de referencia pueden ser detectados a la vez aplicando una umbralización adecuada en la intensidad del plano de correlación (ver Fig. 3.10).

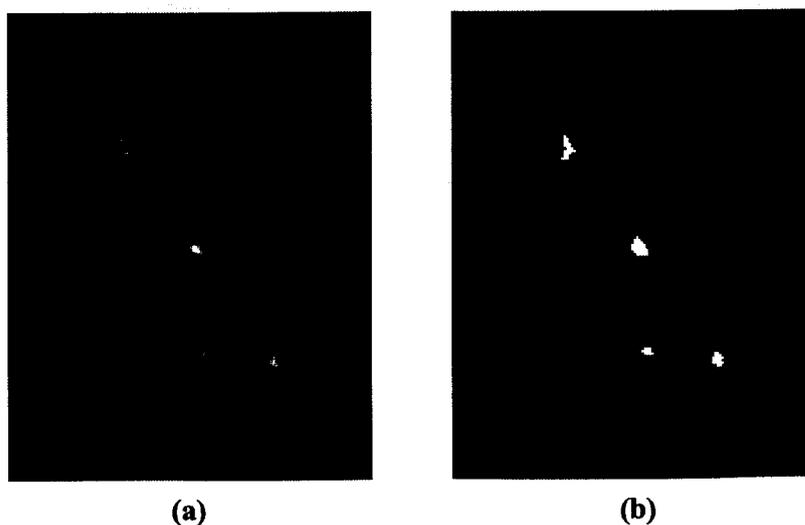


Figura 3.10: (a) Plano de correlación obtenido para la escena de la Fig. 3.4. (b) Umbralización sobre la intensidad de correlación que permite detectar los cuatro objetos de referencia presentes en la escena de entrada.

La extensión del intervalo de detección con invariancia a escala a una relación 2.00 / 1.00 ha sido posible gracias al empleo de una cámara CCD monocroma, que permite detectar una señal dentro del espectro visible y del IRC. A la vez, esto nos ha proporcionado un reconocimiento invariante a escala, ya que al capturar el plano final con la cámara monocroma perdemos la información del color de los picos de correlación. Sin embargo, y como se muestra en la Fig. 3.11, si capturamos el plano de correlación con una cámara CCD en color (en nuestro caso una cámara Sony 3CCD DXC-950P) podemos comprobar efectivamente el hecho de que el sistema multiplexa cada una de las escalas del objeto detectado en una longitud de onda diferente. En este caso, el sistema detecta el objeto de referencia y nos informa, además, de su factor de escala. Se puede entender, en este sentido, que si capturamos el plano final con una cámara en color, el dispositivo experimental nos permite obtener un reconocimiento “variante a escala”. Es importante indicar que, dado que una cámara CCD en color sólo puede captar señales en el espectro visible, en la imagen mostrada en la Fig. 3.11 no aparece el pico de correlación del IRC que se correspondería con el objeto de mayor escala, $m = 4/3$.



Figura 3.11: Plano de correlación obtenido para la escena de entrada de la Fig. 3.4 y capturado con una cámara CCD en color. Nótese el multiplexado en longitud de onda de cada una de las escalas del objeto de referencia.

3.4.- Dependencia de la intensidad del pico de correlación con la longitud de onda

A partir del resultado de la distribución de amplitud compleja en el plano final del sistema [ver ecuación (3.9)], en este apartado deduciremos cuál es la dependencia de la intensidad del pico de correlación en función de la longitud de onda, o equivalentemente [ver ecuación (3.4)], en función del factor de escala del objeto de entrada. Supongamos que la escena de entrada está formada sólo por un objeto de referencia escalado, por tanto, con transmitancia en amplitud $s(x,y) = t(x/m,y/m)$. Para la longitud de onda de detección, es decir, para la λ que ajusta el tamaño de la TF del objeto de entrada a la escala del filtro, la amplitud compleja de correlación se puede escribir como:

$$\begin{aligned} U_{n=1}(x'_s, y'_s; \lambda) &= S(\lambda) At \left(\frac{\lambda_0 z_0 x'_s}{\lambda}, \frac{\lambda_0 z_0 y'_s}{\lambda} \right) * t \left(\frac{z_1 x'_s}{m}, \frac{z_1 y'_s}{m} \right) = \\ &= S(\lambda) At \left(\frac{z_1 x'_s}{m}, \frac{z_1 y'_s}{m} \right) * t \left(\frac{z_1 x'_s}{m}, \frac{z_1 y'_s}{m} \right), \end{aligned} \quad (3.12)$$

esto es, es proporcional a la autocorrelación del objeto de referencia escalado. Como vemos, la amplitud compleja en el plano de correlación no tiene una dependencia explícita con la longitud de onda, o equivalentemente, con el factor de escala del objeto de entrada. Sin embargo, sí que existe una dependencia implícita con el factor de escala m en el argumento de las funciones que correlacionan, en la distribución de emisión espectral normalizada $S(\lambda)$, y también, como ahora veremos, en la amplitud $At(x/m,y/m)$ de la onda emergente de la escena de entrada.

Sin embargo, para obtener la dependencia de la intensidad de correlación con la longitud de onda sólo debemos considerar los factores $At(x/m,y/m)$ y $S(\lambda)$. Como además, la distribución $S(\lambda)$ está normalizada, el único factor relevante desde el punto de vista de aporte energético es la amplitud de la onda emergente de la escena. Así pues, la intensidad en el pico de correlación será proporcional a $|At(x/m,y/m)|^2$, es decir, proporcional a la energía que deja pasar la escena de entrada. Como al escalar bidimensionalmente un objeto con un factor de escala m la energía que transmite varía con m^2 respecto a la energía que transmite el objeto sin escalar, la variación de la intensidad del pico

de correlación captado por la cámara CCD será proporcional a m^2 , o equivalentemente, a λ^2 . La constante de proporcionalidad dependerá de la absorción que presente el filtro empleado y los demás elementos que componen el sistema óptico, pero será la misma independientemente de la escala del objeto de entrada.

Aún así, esta dependencia con λ^2 no es la que observamos exactamente en los resultados experimentales mostrados en las Fig. 3.9 y 3.11, en las que se ve que las intensidades de correlación aumentan con la escala del objeto detectado, pero no llegan a hacerlo con un factor λ^2 . Este hecho se debe a que la respuesta espectral conjunta de la cámara y de la FPLB (la respuesta de emisión espectral normalizada de la lámpara $S(\lambda)$ multiplicada por la respuesta de detección espectral normalizada de la cámara) presenta una caída relativamente suave en las longitudes de onda largas, que compensa parcialmente el aumento de la intensidad del pico de correlación con λ^2 . Estos mismos comentarios serán válidos para los resultados mostrados en los dos próximos capítulos, en los que estudiamos dos posibles aplicaciones del dispositivo experimental mostrado en la Fig. 3.1, dentro del campo del multiplexado en longitud de onda.

Capítulo 4

Multiplexado en longitud de onda de componentes wavelet

4.1.- Introducción

La transformada *wavelet*¹ (TW) [Combes-90, Strang-96] se introdujo para poder resolver los problemas de resolución del análisis por transformada de Fourier con ventanas finitas de señales no estacionarias. Está basada en la descomposición de una función de entrada utilizando versiones escaladas y desplazadas de una función wavelet básica, y puede ser obtenida empleando métodos ópticos. Cada una de las funciones halladas utilizando las versiones escaladas de la función wavelet básica se conoce con el nombre de componente wavelet (CW). En los últimos años se han propuesto varios métodos para implementar ópticamente la TW para señales tanto unidimensionales (1-D) como bidimensionales (2-D). Mendlovic *et al.* [Mendlovic-95] emplearon una configuración experimental tipo VanderLugt con un filtro adaptado a varias funciones de referencia para obtener varias CW multiplexadas espacialmente. García *et al.* [García-96], empleando un procesador óptico tipo VanderLugt iluminado con varias longitudes de onda simultáneamente (varios haces láser colineales), obtuvieron distintas CW multiplexadas en longitud de onda y sumadas incoherentemente en la misma posición espa-

¹ La traducción literal en castellano es “ondita”.

cial. La principal desventaja de este método es la necesidad de tantos haces temporalmente coherentes colineales de distinta longitud de onda como CW deseadas.

Mendlovic y Zalevsky [Mendlovic-98, Zalevsky-98] han demostrado recientemente la posibilidad de obtener en tiempo real la TW en un procesador óptico iluminado con luz blanca. En este sistema, las distintas CW se obtienen en las diferentes longitudes de onda de la luz blanca de iluminación. Esto permite que cada CW pueda ser obtenida en el plano final del sistema insertando el filtro cromático adecuado. Sin embargo, la principal desventaja del método es el intervalo finito de CW que se pueden obtener, que viene limitado por el intervalo de longitudes de onda que iluminan el sistema, ya que las diferentes escalas de la función wavelet básica se obtienen empleando las diferentes longitudes de onda que iluminan el sistema. Si, como sistema de captación, utilizamos una cámara CCD monocroma, que permite extender el espectro detectado del visible al infrarrojo cercano, el intervalo de escalas para la función wavelet básica (y, por tanto, el intervalo de CW) que se puede conseguir está limitado a $2.27 / 1.00$.

En este capítulo presentamos un método nuevo que permite obtener, en un procesador óptico iluminado con luz blanca, las CW de una función de entrada multiplexadas en longitud de onda [Esteve-Taboada-01]. El dispositivo experimental empleado es similar al correlador óptico iluminado con luz blanca descrito en el capítulo anterior, y que nos permitía obtener un reconocimiento invariante a escala por multiplexado en longitud de onda. En este caso, cada una de las escalas de la función wavelet básica, y por tanto, cada una de las CW de la función de entrada, se consigue en un intervalo limitado de longitudes de onda. Como veremos, podremos multiplexar un número arbitrario de CW, ya que el intervalo de diferentes escalas de la función wavelet básica no está limitado porque se consigue empleando un elemento óptico difractivo (EOD).

4.2.- La transformada wavelet

Como se ha comentado con anterioridad, la TW está basada en la descomposición de una función de entrada utilizando versiones escaladas y desplazadas de una función wavelet básica conocida como “función wavelet madre” (FWM). La FWM 1-D

$h(x)$ es típicamente una función Gaussiana multiplicada por un término de modulación. Sus versiones escaladas y desplazadas, conocidas con el nombre de “funciones wavelet hijas”, vienen dadas por:

$$h_{ab}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} h\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad (4.1)$$

siendo a el parámetro de escala, b el desplazamiento y \sqrt{a} el factor de normalización. La TW 1-D $W(a,b)$ de la señal $f(x)$ se define como:

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) h_{ab}^*(x) dx. \quad (4.2)$$

Esta última ecuación tiene la forma de una correlación entre la señal de entrada $f(x)$ y la FWM $h(x)$ escalada. Este hecho es la base para la implementación óptica de la TW. La CW será [ver ecuación (4.2)] el resultado de filtrar en el plano de Fourier la función de entrada con la transformada de Fourier conjugada de la función wavelet h_{ab}^* . Para señales de entrada 2-D, la TW 2-D se define como:

$$W(a,b) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) h^*\left(\frac{x-b_1}{a}, \frac{y-b_2}{a}\right) dx dy, \quad (4.3)$$

siendo

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Nótese que, para un factor de escala fijo, $W(a,b)$ es una imagen de la misma dimensionalidad que $f(x,y)$.

En este trabajo emplearemos la FWM de Morlet [Martinet-87], cuya definición es la siguiente:

$$h(x,y) = \exp(i2\pi f_0 \sqrt{x^2 + y^2}) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right). \quad (4.5)$$

Su transformada de Fourier (TF) se puede escribir como:

$$H(u, v) = 2\pi \exp\left[-2\pi^2\left(\sqrt{u^2 + v^2} - f_0\right)^2\right]. \quad (4.6)$$

Esta función es real y positiva, y tiene la forma de un anillo circular con perfil radial Gaussiano. Para los experimentos ópticos hemos aproximado la TF 2-D de la FWM de Morlet por la siguiente función con forma de anillo circular con perfil rectangular:

$$H(u, v) \cong \text{rect}\left(\frac{\sqrt{u^2 + v^2} - f_0}{W}\right), \quad (4.7)$$

donde *rect* representa a la función rectángulo, y *W* es su anchura.

4.3.- Análisis del dispositivo experimental

El dispositivo experimental que hemos empleado es el que se muestra esquematizado en la Fig. 4.1. Este sistema puede ser dividido en dos partes: la primera de ellas, desde la fuente puntual de luz hasta el plano (x_3, y_3) , es un correlador convergente clásico que nos permite obtener en el plano (x_3, y_3) las distintas CW de la función de entrada [ver ecuación (4.3)].

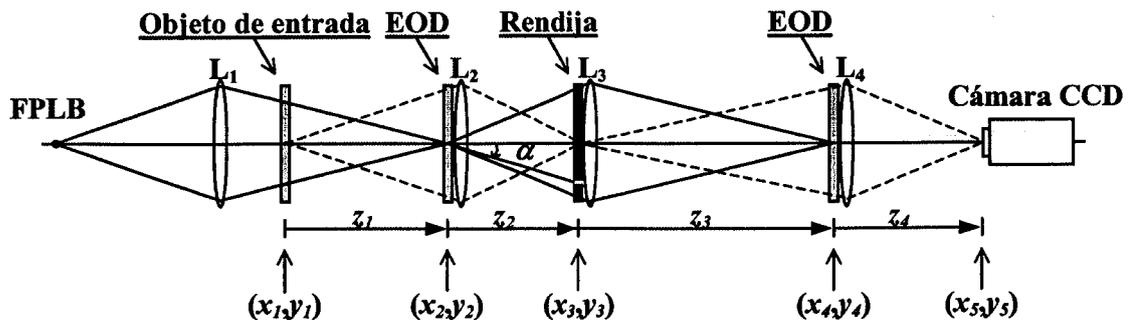


Figura 4.1: Dispositivo experimental empleado para obtener las CW de la función de entrada.

Para entender mejor el comportamiento del sistema consideremos una simplificación previa. Supongamos que, iluminando el sistema con una fuente puntual de luz blanca (FPLB), situamos en el plano (x_2, y_2) el filtro que se muestra en la Fig. 4.2. Este filtro está formado por un anillo con perfil rectangular que se corresponde con una esca-

la dada de la TF de la FWM de Morlet aproximada [ver ecuación (4.7)]. Obtendríamos así, en el plano (x_3, y_3) , una CW dada de la función de entrada situada en el plano (x_1, y_1) . Si ahora queremos que nuestro sistema sea capaz de obtener varias CW de la función de entrada simultáneamente, podemos pensar en ampliar el número de anillos en el filtro, poniendo cada uno de ellos con distinta escala, correspondiéndose con las distintas funciones wavelet escaladas que proporcionan las diferentes CW. Sin embargo, aunque en el plano (x_3, y_3) nos aparecerían todas las CW deseadas, estarían superpuestas coherentemente unas encima de las otras. Para evitar este problema, podemos pensar en separar espacialmente en el plano (x_3, y_3) cada una de las CW. Emplearemos, para ello, redes espaciales en el plano de Fourier de distinto periodo, ya que la posición lateral de los órdenes de difracción de una red depende del periodo de la misma.

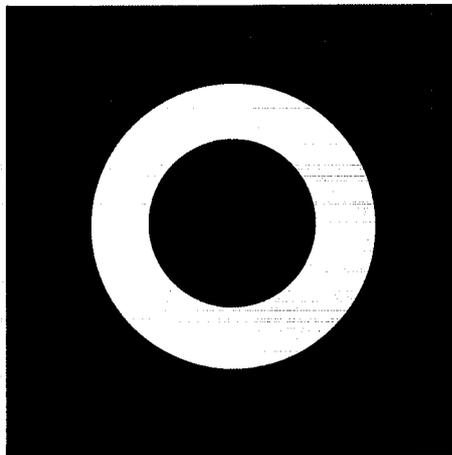


Figura 4.2: Filtro empleado para obtener una CW de la función de entrada.

Así pues, el filtro situado en el plano (x_2, y_2) será un EOD con diferentes anillos con perfil rectangular (cada uno de ellos correspondiéndose con una escala diferente de la TF de la FWM de Morlet aproximada), y con una red espacial de periodo diferente dentro de cada uno de ellos. Podremos así separar espacialmente cada una de las CW de la función de entrada que aparecen en el plano (x_3, y_3) . Una ilustración esquemática del EOD que situamos en el plano (x_2, y_2) es la que se muestra en la Fig. 4.3.

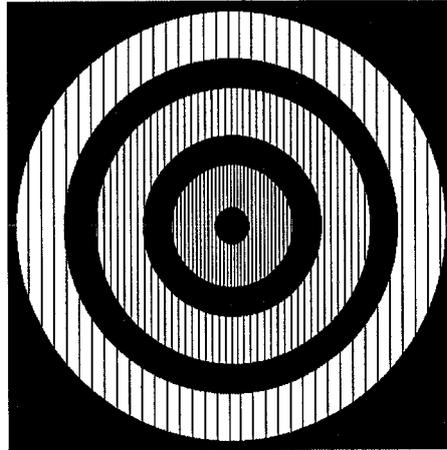


Figura 4.3: Ilustración esquemática del EOD situado en el plano (x_2, y_2) , y que permite obtener las CW de la función de entrada separadas espacialmente.

Debido a la FPLB, cada uno de los primeros órdenes de difracción de las redes situadas en el interior de los anillos (y que aparecen en distintas posiciones laterales debido precisamente a la diferencia entre los periodos de las redes), estará dispersado cromáticamente. Además, cada uno de estos primeros órdenes se corresponderá con una CW de la función situada en el plano de entrada. Si la elección para el periodo de las redes es la adecuada, existirá, como se muestra en la Fig. 4.4(a), un área de solapamiento entre las tres CW dispersadas cromáticamente, área que será la región de interés.

Colocando una rendija sobre esta región de interés podremos conseguir que cada CW del objeto de entrada sea transmitida en un intervalo distinto de longitudes de onda, tal y como se muestra en la Fig. 4.4(b). Además, para un objeto de entrada y un EOD dados, podemos seleccionar el intervalo de longitudes de onda en el que se transmite cada CW variando la posición lateral de la rendija. Para el ejemplo esquematizado en la Fig. 4.4(b), y considerando el espectro visible, la primera CW se transmitiría en las longitudes de onda bajas (azules), la segunda en las longitudes de onda medias (verdes) y la tercera en las longitudes de onda altas (rojos).

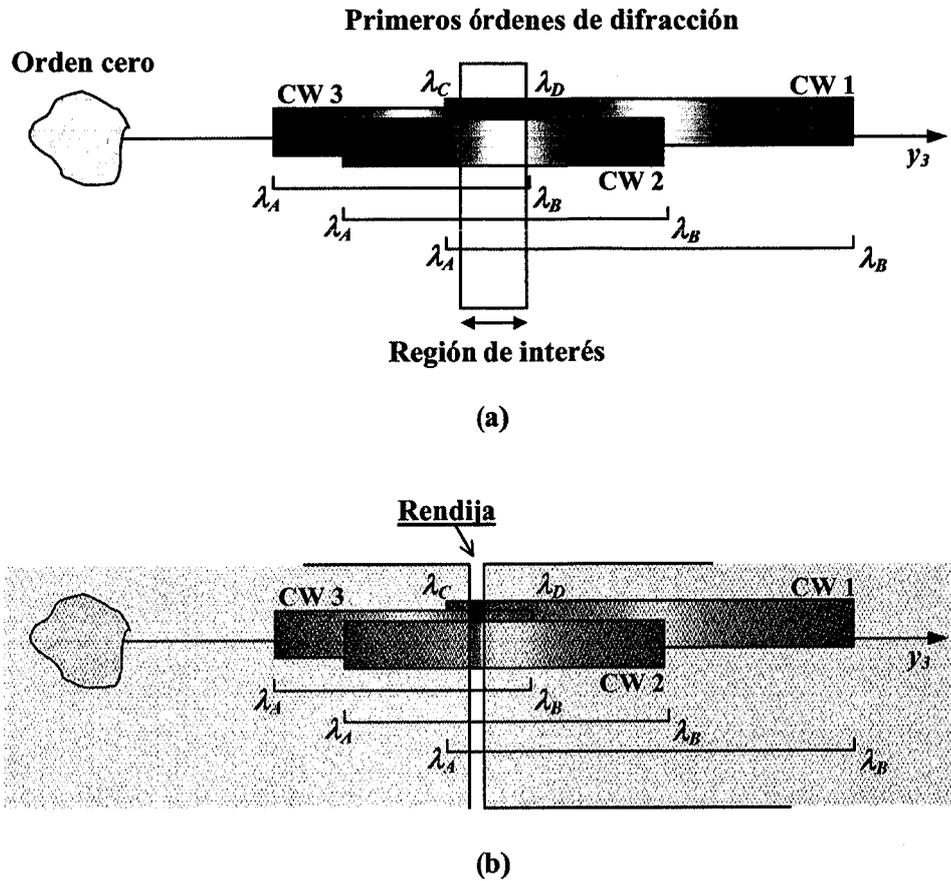


Figura 4.4: (a) Representación esquemática de la dispersión cromática que aparece en el plano (x_3, y_3) . Nótese que las tres CW cromáticamente dispersadas no están superpuestas para facilitar la visualización. Para el espectro visible, $\lambda_A = 450$ nm y $\lambda_B = 750$ nm. (b) Colocando una rendija sobre la región de interés podemos conseguir que cada CW del objeto de entrada sea transmitida en un intervalo distinto de longitudes de onda.

Sin embargo, para poder obtener cada CW multiplexada en su propio intervalo de longitudes de onda es necesario corregir la dispersión cromática que tenemos en el plano (x_3, y_3) . Por este motivo, y como veremos a continuación, la segunda parte del dispositivo experimental que se muestra en la Fig. 4.1 es un sistema óptico que compensa esta dispersión cromática. La lente L_3 proporciona en el plano (x_4, y_4) una imagen de la parte correspondiente en el plano (x_2, y_2) a los primeros órdenes filtrados en el plano de la rendija. Otro EOD, idéntico al primero, colocado en el plano (x_4, y_4) , permite la corrección de la dispersión cromática introducida por el primer EOD. Esto permite obte-

ner, finalmente, en el plano (x_s, y_s) , una suma incoherente de todas las CW correspondientes al objeto de entrada.

Para analizar teóricamente el comportamiento del sistema óptico consideremos, por simplicidad, que el EOD está formado sólo por un anillo con una red de periodo T en su interior, de forma que en el plano final del sistema obtendremos una única CW correspondiente al objeto de entrada. La extensión al caso del EOD mostrado en la Fig. 4.3, empleado en la obtención de los resultados experimentales, es directa. Consideraremos también que todas las distancias z_i ($i = 1, \dots, 4$) en la Fig. 4.1 son iguales a z . Describiendo por $s(x, y)$ la transmitancia en amplitud del objeto de entrada, la distribución de amplitud compleja en el plano (x_1, y_1) se puede escribir como:

$$U(x_1, y_1; \lambda) = S(\lambda)s(x_1, y_1), \quad (4.8)$$

donde $S(\lambda)$ es la distribución espectral de la FPLB, siendo λ una longitud de onda arbitraria (dentro del espectro visible). El objeto de entrada $s(x, y)$ no tiene una dependencia explícita con λ , esto es, su valor es igual para todo valor de λ . Consideraremos que Δ_y representa la extensión máxima del objeto en la dirección de y_1 .

La lente L_1 forma la TF de la función de entrada sobre el plano del primer EOD. Así, inmediatamente después de este EOD, la distribución de amplitud se puede expresar, sin tener en cuenta factores constantes, como:

$$U(x_2, y_2; \lambda) = S(\lambda)\mathfrak{F}\left(\frac{x_2}{\lambda z}, \frac{y_2}{\lambda z}\right)H(x_2, y_2)\exp\left(\frac{-i2\pi y_2}{T}\right), \quad (4.9)$$

donde H representa el anillo con perfil rectangular del EOD (que es la TF aproximada de la FWM 2-D convenientemente escalada), y T es el periodo de la red considerada en su interior. Hemos considerado tan sólo el orden -1 del desarrollo en serie de Fourier de la red de periodo T , el único importante en nuestro caso, ya que los demás órdenes serán filtrados en el plano de la rendija.

La lente L_2 proporciona en el plano (x_3, y_3) la correlación entre el objeto de entrada y la función wavelet, es decir, la CW [ver ecuación (4.3)]. Representando por W a esta CW, en el plano (x_3, y_3) tenemos:

$$U(x_3, y_3; \lambda) = S(\lambda)W(x_3, y_3) \otimes \delta\left(x_3, y_3 - \frac{\lambda z}{T}\right) = S(\lambda)W\left(x_3, y_3 - \frac{\lambda z}{T}\right), \quad (4.10)$$

donde el símbolo \otimes representa la operación de convolución. La ecuación (4.10) es válida para todas las longitudes de onda de la FPLB. Por ello, la función δ en esta ecuación es la que origina la dispersión cromática en el plano (x_3, y_3) . La expresión (4.10) nos indica que en el primer orden de difracción de la red de periodo T obtenemos una suma de réplicas de la CW, cada una en una longitud de onda λ y centrada en la posición $\lambda z/T$.

Si sobre el plano (x_3, y_3) situamos una rendija, centrada en la posición Y_0 y de anchura L , podemos conseguir que la CW sea transmitida en un intervalo determinado de longitudes de onda. Este intervalo de longitudes de onda depende, como se muestra en la Fig. 4.5(a), de la anchura L de la rendija, de su posición Y_0 sobre el eje y_3 y del tamaño de la CW [similar al tamaño del objeto de entrada, debido al aumento unidad asumido entre los planos (x_1, y_1) y (x_3, y_3)].

Describimos la rendija por la función rectángulo $rect[(y_3 - Y_0)/L]$, una función 2-D separable sin dependencia explícita en x_3 . Con esto, la distribución de amplitud compleja sobre el plano (x_3, y_3) se puede escribir:

$$U(x_3, y_3; \lambda) = S(\lambda)W\left(x_3, y_3 - \frac{\lambda z}{T}\right)rect\left(\frac{y_3 - Y_0}{L}\right), \quad (4.11)$$

donde ahora el valor de $U(x_3, y_3; \lambda)$ es distinto de cero sólo para las longitudes de onda que atraviesan la rendija. Este intervalo de longitudes de onda será calculado más tarde explícitamente. Como puede verse en la Fig. 4.5(a), para cada una de estas longitudes de onda la rendija selecciona una región vertical diferente de la CW. Esta idea se muestra también en la Fig. 4.5(b), en la que se ha empleado una representación complementaria del plano de la rendija a lo largo de los ejes (λ, y_3) . Por este motivo, inmediatamente

detrás del plano de la rendija tenemos una superposición de las diferentes regiones verticales de la CW, cada una en una longitud de onda diferente.

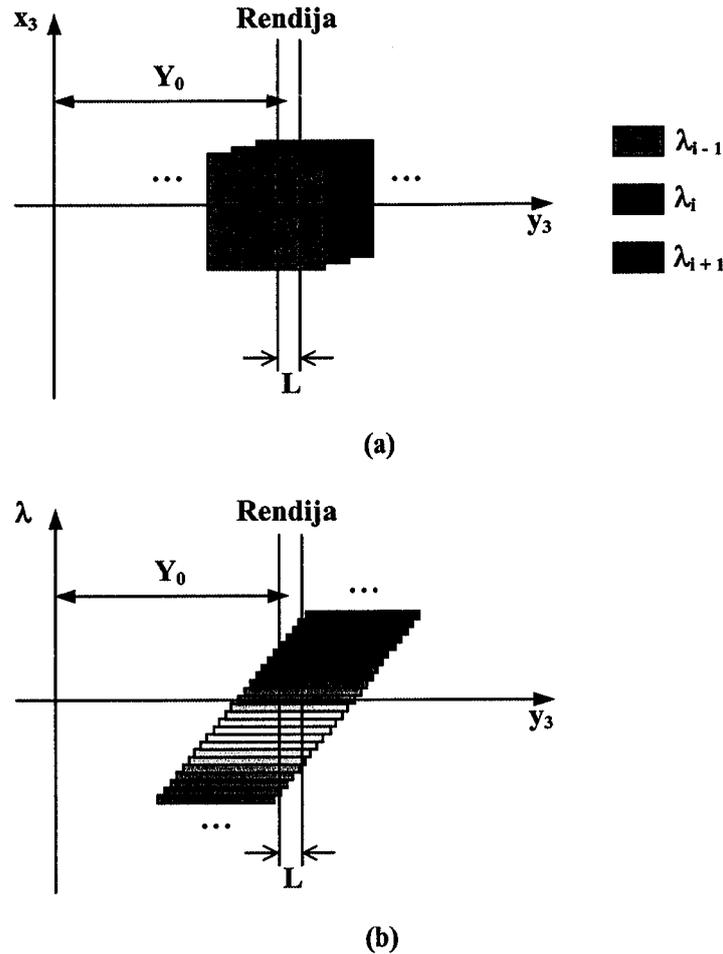


Figura 4.5: (a) Dispersión cromática sobre el plano de la rendija para una CW dada del objeto de entrada. Se ha añadido un ligero desplazamiento en x_3 para las distintas réplicas de la CW para facilitar la interpretación de la figura. (b) Representación del desplazamiento lateral de las distintas réplicas de la CW para las diferentes λ . Nótese que para una CW dada, la posición y anchura de la rendija controlan el intervalo de λ que la atraviesan.

Para obtener la CW en el intervalo seleccionado de longitudes de onda es necesario corregir la dispersión cromática que ha introducido el primer EOD. Si insertamos en el plano (x_4, y_4) otro EOD, idéntico al primero, y tenemos en cuenta que el aumento lateral entre los planos (x_2, y_2) y (x_4, y_4) es $M = -1$, podemos escribir:

$$\begin{aligned}
 U(x_4, y_4; \lambda) = & S(\lambda) \left[\mathcal{W} \left(\frac{x_4}{\lambda z}, \frac{y_4}{\lambda z} \right) \exp \left(\frac{-i2\pi y_4}{T} \right) \otimes L \operatorname{sinc} \left(\frac{y_4 L}{\lambda z} \right) \exp \left[\frac{-i2\pi Y_0 y_4}{\lambda z} \right] \right] \times \\
 & \times \exp \left(\frac{i2\pi y_4}{T} \right) H(x_4, y_4), \tag{4.12}
 \end{aligned}$$

donde la función exponencial $\exp(i2\pi y_4/T)$ corresponde al orden +1 del desarrollo en serie de Fourier de la red del segundo EOD, y la función $H(x_4, y_4)$ representa el anillo con perfil rectangular del segundo EOD.

Finalmente, la lente L_4 proporciona en el plano de la cámara la siguiente distribución de amplitud compleja:

$$U(x_5, y_5; \lambda) = S(\lambda) \left[\mathcal{W} \left(x_5, y_5 + \frac{\lambda z}{T} \right) \operatorname{rect} \left(\frac{y_5 + Y_0}{L} \right) \right] \otimes \delta \left(y_5 - \frac{\lambda z}{T} \right) \otimes h \left(\frac{x_5}{\lambda z}, \frac{y_5}{\lambda z} \right). \tag{4.13}$$

Teniendo en cuenta las propiedades de la función δ , podemos escribir esta última ecuación como:

$$U(x_5, y_5; \lambda) = S(\lambda) \left[\mathcal{W}(x_5, y_5) \operatorname{rect} \left(\frac{y_5 + Y_0 - \lambda z / T}{L} \right) \right] \otimes h \left(\frac{x_5}{\lambda z}, \frac{y_5}{\lambda z} \right). \tag{4.14}$$

El resultado final que obtenemos se puede describir como una región vertical de la CW del objeto de entrada (dada por la expresión entre corchetes) convolucionada con la respuesta impulsional del segundo EOD, es decir, la CW de una región vertical de la CW del objeto de entrada. Si la anchura de la rendija es mayor o igual a la anchura del objeto de entrada, la expresión entre corchetes pasa a ser la CW completa del objeto, por lo que el resultado final es esta CW convolucionada con la función wavelet del segundo EOD. Como hemos empleado anillos binarios en el plano de Fourier [funciones $H(x_2, y_2)$ y $H(x_4, y_4)$], en este caso el resultado final coincide con la CW del objeto de entrada. A partir de ahora, y por simplicidad, consideraremos que estamos en este último caso.

Para clarificar el resultado de la ecuación (4.14) analizaremos la acción de la función rectángulo en la expresión entre corchetes. Para una posición y_5 dada, esta ex-

presión es distinta de cero cuando $|y_s + Y_0 - \lambda z / T| \leq L/2$. En particular, considerando la igualdad, podemos obtener las longitudes de onda máxima y mínima que contribuyen para una posición y_s dada:

$$\begin{aligned} y_s + Y_0 - \frac{\lambda_1 z}{T} &= \frac{L}{2} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{T(y_s + Y_0 - L/2)}{z}, \\ y_s + Y_0 - \frac{\lambda_2 z}{T} &= -\frac{L}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{T(y_s + Y_0 + L/2)}{z}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

y, por tanto, la anchura del intervalo de longitudes de onda es igual a:

$$(\Delta\lambda)_{y_s} = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{LT}{z}, \quad (4.16)$$

siendo $(\Delta\lambda)_{y_s}$ el intervalo de longitudes de onda que contribuyen a una posición particular y_s de la CW. Nótese que el valor de $(\Delta\lambda)_{y_s}$ no depende de la posición y_s . Este intervalo tiene una longitud de onda central λ_{y_s} , que será distinta para cada posición y_s . Para hallar el valor de esta longitud de onda central igualamos el argumento de la función rectángulo a cero, con lo que obtenemos:

$$\lambda_{y_s} = \frac{T}{z}(Y_0 + y_s). \quad (4.17)$$

En la Fig. 4.6(a) se muestra un ejemplo de esta distribución de longitudes de onda en el plano (x_s, y_s) .

Podemos obtener, además, el intervalo de longitudes de onda centrales en las que aparece la CW. Para ello, considerando que la extensión máxima del objeto de entrada es Δ_y , y asumiendo que el aumento lateral entre los planos (x_l, y_l) y (x_s, y_s) es $|M| = 1$, la extensión máxima de la CW $W(x_s, y_s)$ será Δ_y . Por tanto, los límites del intervalo de longitudes de onda centrales pueden ser calculados sustituyendo el valor de y_s en la ecuación (4.17) por sus valores extremos $-\Delta_y/2$ y $\Delta_y/2$:

$$\lambda_{(-\Delta_y/2)} = \frac{T}{z} \left(Y_0 - \frac{\Delta_y}{2} \right), \quad \lambda_{(\Delta_y/2)} = \frac{T}{z} \left(Y_0 + \frac{\Delta_y}{2} \right). \quad (4.18)$$

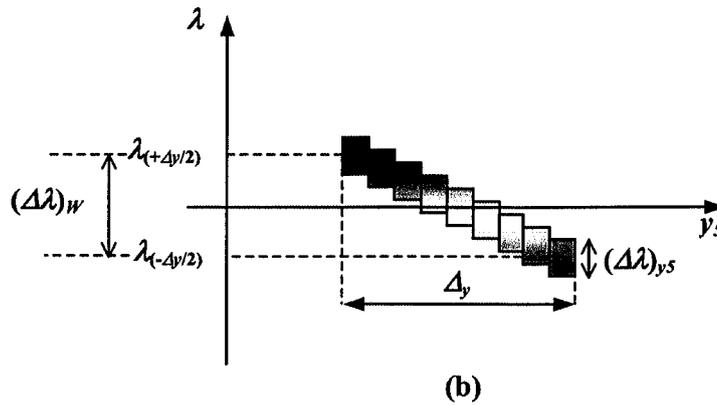
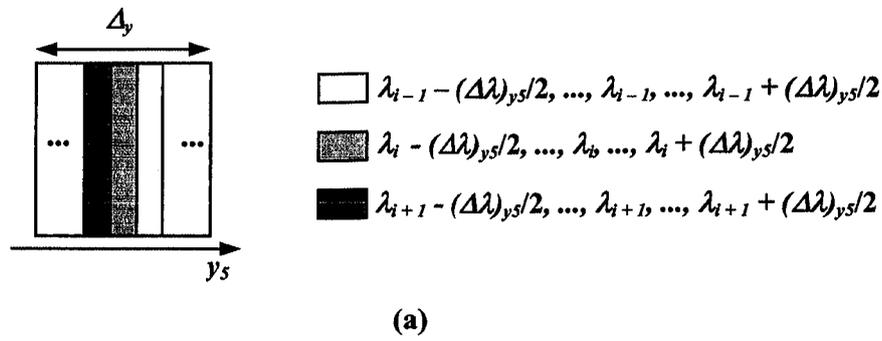


Figura 4.6: (a) Plano de salida del sistema óptico considerando una rendija en el plano (x_3, y_3) representada por una función rectángulo. (b) Representación complementaria a lo largo de los ejes (λ, y_s) .

Así, el intervalo de longitudes de onda centrales en las que aparece la CW es igual a:

$$(\Delta\lambda)_w = \lambda_{(\Delta y/2)} - \lambda_{(-\Delta y/2)} = \frac{\Delta y T}{z}, \quad (4.19)$$

que es independiente de la anchura L de la rendija.

Si tenemos en cuenta el intervalo de longitudes de onda que contribuyen a una posición y_s dada [ver ecuación (4.16)], el intervalo total de longitudes de onda en las que aparece la CW es $(\Delta\lambda)_{y_s} + (\Delta\lambda)_w$. Este hecho se muestra en la Fig. 4.6(b), en la que se representa una sección para diferentes longitudes de onda del plano final del sistema. La definición de los intervalos $(\Delta\lambda)_{y_s}$ y $(\Delta\lambda)_w$ está indicada en la figura.

Mostramos a continuación algunos resultados numéricos. Por ejemplo, considerando la extensión máxima del objeto de entrada $\Delta_y = 5$ mm, el periodo de la red $T = 8$ μ m, las distancias $z = 50$ cm y la anchura de la rendija $L = 5$ mm, el intervalo de longitudes de onda que contribuyen a cada posición y_s es [teniendo en cuenta la ecuación (4.16)] $(\Delta\lambda)_{y_s} = 80$ nm, y la anchura del intervalo de longitudes de onda centrales es [siguiendo la ecuación (4.19)] $(\Delta\lambda)_w = 80$ nm. Por tanto, el intervalo total de longitudes de onda en las que aparece la CW es $(\Delta\lambda)_{y_s} + (\Delta\lambda)_w = 160$ nm.

Consideremos ahora el caso particular en el que la rendija es infinitamente estrecha. Ésta puede ser representada por la función $\delta(y_3 - Y_0)$, una función 2-D separable sin dependencia explícita en x_3 . En este caso, la distribución de amplitud compleja sobre el plano de la cámara se puede escribir como:

$$U(x_s, y_s; \lambda) = S(\lambda) \left[W(x_s, y_s) \delta\left(y_s + Y_0 - \frac{\lambda z}{T}\right) \right] \otimes h\left(\frac{x_s}{\lambda z}, \frac{y_s}{\lambda z}\right). \quad (4.20)$$

Éste es el caso particular en el que el intervalo $(\Delta\lambda)_{y_s} = 0$, de forma que la imagen final tiene cada línea vertical de una longitud de onda diferente, variando continuamente de izquierda a derecha. Esta idea es la que se muestra en la Fig. 4.7 (a). La Fig. 4.7(b) muestra el mismo caso particular, pero empleando la representación complementaria a lo largo de los ejes (λ, y_s) .

Para finalizar este apartado comentaremos una característica importante del sistema: la relación entre el tamaño de la rendija en el plano (x_3, y_3) y la fuente de luz que necesitamos para obtener una imagen final reconstruida en el plano (x_s, y_s) . Podemos considerar tres casos posibles:

- (a) la anchura de la rendija es mayor que la anchura de la CW. En este caso, la reconstrucción de la imagen tiene lugar siguiendo la representación de la Fig. 4.6(a). Empleando una fuente de luz con una sola longitud de onda (un láser, por ejemplo), podemos obtener una imagen completa de la CW en el plano final del sistema óptico. El valor de la longitud de onda que necesitamos puede ser seleccionado cambiando la posición lateral de la rendija.

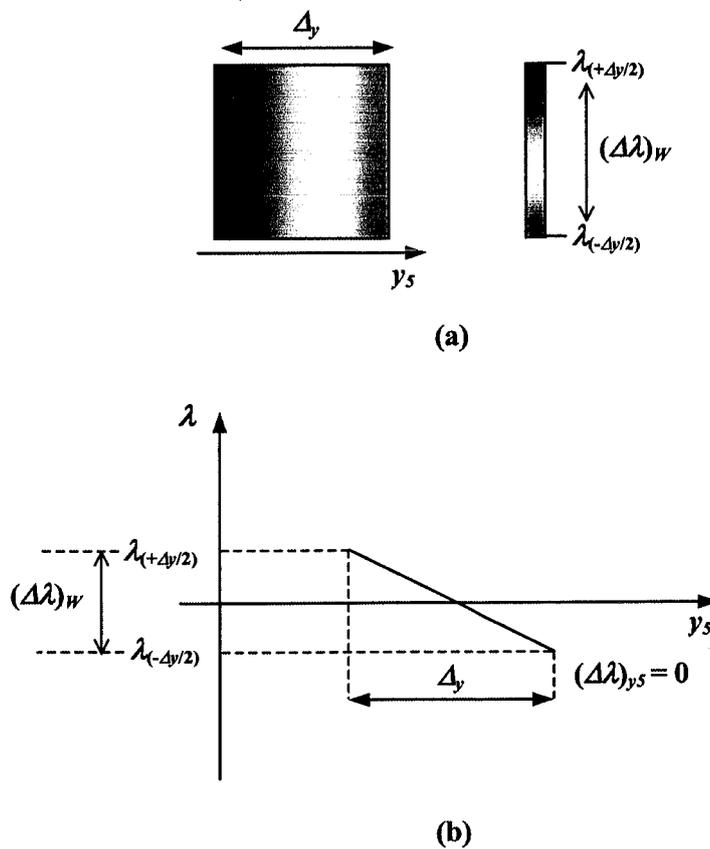


Figura 4.7: Plano de salida del sistema óptico considerando una rendija en el plano (x_3, y_3) representada por una función δ . (b) Representación complementaria a lo largo de los ejes (λ_s, y_s) .

- (b) la anchura de la rendija es menor que la anchura de la CW. De nuevo la reconstrucción de la imagen tiene lugar siguiendo la representación de la Fig. 4.6(a). Pero ahora no toda la CW puede atravesar el sistema en una única longitud de onda. Necesitamos una fuente de luz con una determinada anchura espectral para poder reconstruir la CW completa en el plano final del sistema.
- (c) el caso límite en el que la rendija tiene una anchura infinitamente estrecha. Cada línea vertical de la CW en el plano final del sistema se reconstruye con una longitud de onda distinta [tal y como se muestra en la Fig. 4.7(a)]. Este caso puede ser utilizado para codificar información espacial (diferentes posiciones espaciales o diferentes frecuencias espaciales) en distintas longitudes de onda.

En resumen, la imagen final del objeto de entrada se obtiene en el plano de salida en un determinado intervalo de longitudes de onda, que depende de la anchura y posición lateral de la rendija y de la máxima extensión espacial del objeto de entrada. Tal y como veremos a continuación en los resultados experimentales, eligiendo estos parámetros adecuadamente podemos multiplexar las distintas CW del objeto de entrada en diferentes intervalos de longitudes de onda.

4.4.- Resultados experimentales

El dispositivo experimental empleado es el que se muestra esquematizado en la Fig. 4.1. Las lentes que hemos empleado son las siguientes: L_1 es un doblete acromático de 300 mm de focal, L_2 y L_3 son dos objetivos fotográficos de 135 mm de focal y L_4 es un doblete acromático de 200 mm de focal. Como FPLB hemos empleado una lámpara de Xenón de 250 W focalizada en un estenope.

El objeto de entrada es el patrón de Roseta que se muestra en la Fig. 4.8. Los EOD han sido obtenidos empleando un *plotter Scitex Dolev*² y una fotorreducción en película litográfica. Los periodos de las redes que tenemos dentro de cada uno de los anillos en el EOD son (en la Fig. 4.3, desde el anillo interior al exterior): $T_1 = 7.52 \mu\text{m}$, $T_2 = 9.06 \mu\text{m}$ y $T_3 = 10.72 \mu\text{m}$. Estos valores aseguran que existe un área de solapamiento entre las tres CW en el plano (x_3, y_3) (tal y como se muestra en la Fig. 4.4). Este área de interés está comprendida entre los ángulos $\alpha = 3.43^\circ$ y $\alpha = 4.01^\circ$ (en la Fig. 4.1 está indicada la definición del ángulo α). Estos valores han sido obtenidos empleando la fórmula $\sin\alpha = \lambda/T$, que nos da la posición angular del primer orden de difracción de una red de periodo T iluminada con luz de longitud de onda λ , y tomando como límites del espectro visible $\lambda_A = 450 \text{ nm}$ y $\lambda_B = 750 \text{ nm}$. Análogamente, y como resultado de la dispersión cromática que existe en el plano (x_3, y_3) , podemos referirnos al área de solapamiento entre las CW por los valores de las longitudes de onda en las que cada una de ellas es transmitida a lo largo del sistema (λ_C y λ_D en la Fig. 4.4). Así, estos valores son

² *Plotter* de alta resolución que puede llegar a más de 3500 puntos por pulgada.

$\lambda_C = 450 \text{ nm}$ y $\lambda_D = 526 \text{ nm}$ para la primera CW, $\lambda_C = 542 \text{ nm}$ y $\lambda_D = 634 \text{ nm}$ para la segunda CW y $\lambda_C = 642 \text{ nm}$ y $\lambda_D = 750 \text{ nm}$ para la tercera CW.

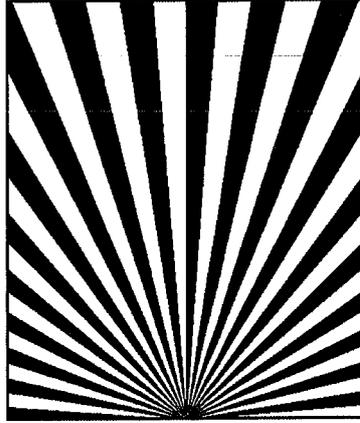


Figura 4.8: Objeto de entrada utilizado para obtener los resultados experimentales.

Para seleccionar las diferentes CW en el plano final del sistema tenemos varias opciones. Podríamos utilizar, como se hace en la Ref. [Zalevsky-98], un conjunto de filtros cromáticos que permitan obtener cada una de las CW por separado. Sin embargo, este método requiere intercambiar cada uno de los filtros para obtener cada una de las CW, lo que ralentiza la obtención de los resultados. En nuestro caso, ya que cada una de las CW se transmite en un intervalo de longitudes de onda distinto, podemos utilizar una cámara CCD en color para obtener automáticamente las tres CW separadas, una en cada uno de los tres canales cromáticos de la cámara. Hemos empleado, por ello, una cámara en color Sony 3CCD DXC-950P para capturar el plano final del sistema óptico. Situando una rendija, de tamaño igual a la extensión máxima del objeto de entrada, en la posición lateral apropiada podemos obtener cada CW del objeto en uno de los tres canales RGB de la cámara en color. La Fig. 4.9(a) muestra el resultado experimental obtenido para la posición de la rendija que se indica en la Fig. 4.4. En la Fig. 4.9(b) vemos el resultado de separar esta imagen en color en cada uno de los canales cromáticos R, G y B de la cámara (de izquierda a derecha, respectivamente). Como podemos observar, las frecuencias altas del objeto aparecen sólo en el canal R, las frecuencias medias lo hacen principalmente en el canal G, mientras que las frecuencias bajas aparecen sólo en el canal B (las frecuencias medias que aparecen en el canal R se deben a que el filtro de la

cámara en este canal presenta una caída relativamente suave en el intervalo de las longitudes de onda verdes).

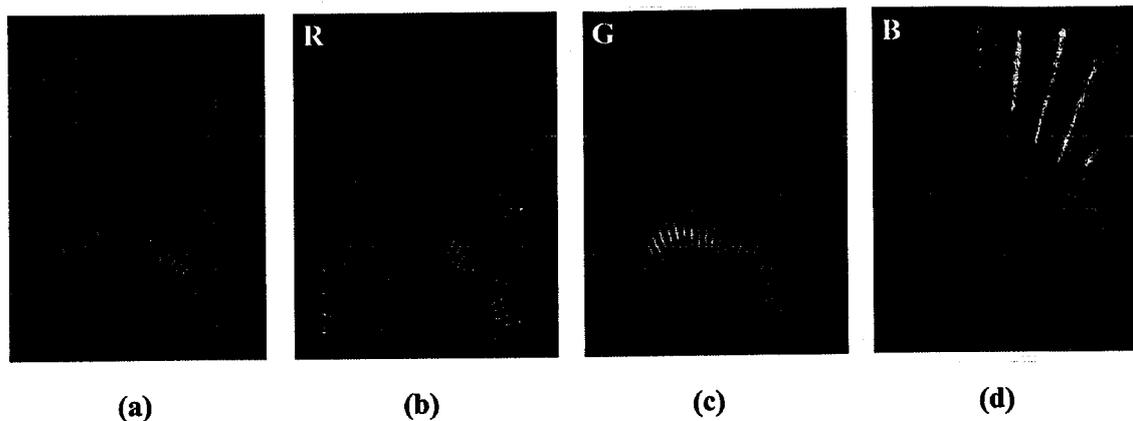


Figura 4.9: (a) Resultado experimental obtenido para la posición de la rendija indicada en la Fig. 4.4. (b), (c) y (d) Resultado de separar (a) en cada uno de los canales cromáticos R, G y B de la cámara, respectivamente.

Como hemos comentado con anterioridad, para una función de entrada y una configuración experimental dadas podemos variar el intervalo de longitudes de onda en el que aparece cada CW cambiando la posición lateral de la rendija. Así pues, alejando la rendija del orden cero, y situándola en la posición que se indica en la Fig. 4.10, podemos obtener el resultado experimental que se muestra en la Fig. 4.11(a). Ahora, tal y como podemos ver en la Fig. 4.11(b), las bajas frecuencias aparecen sólo en el canal G, mientras que las frecuencias medias lo hacen en el canal R. Las frecuencias altas, tal y como podemos ver en la Fig. 4.10, aparecen en un intervalo de longitudes de onda del infrarrojo cercano, por lo que la cámara CCD en color no es capaz de detectarlas. En este caso, el canal cromático B de la cámara no contiene ninguna CW del objeto de entrada.

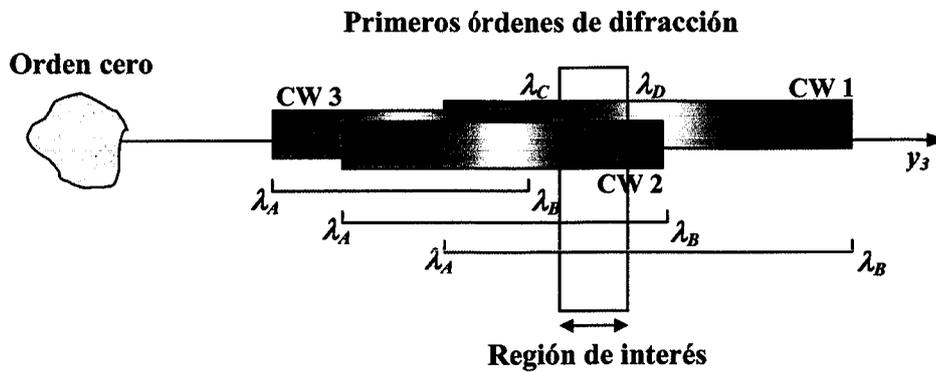


Figura 4.10: Posición lateral de la rendija para obtener el resultado experimental que se muestra en la Fig. 4.11.

Si movemos de nuevo la rendija alejándola del orden cero hasta situarla en la posición indicada en la Fig. 4.12, podemos obtener el resultado experimental que se muestra en la Fig. 4.13(a). En este caso, tal y como podemos ver en la Fig. 4.13(b), sólo aparecen las bajas frecuencias en el canal R. Las frecuencias medias y altas, tal y como podemos ver en la Fig. 4.12, aparecen en un intervalo de longitudes de onda del infrarrojo cercano, por lo que la cámara CCD en color no es capaz de detectarlas. En este caso, los canales cromáticos G y B de la cámara en color no contienen ninguna CW del objeto de entrada.

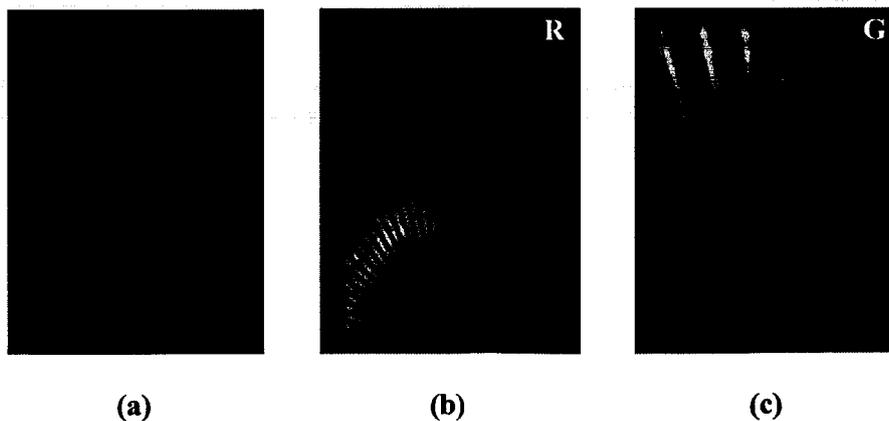


Figura 4.11: (a) Resultado experimental obtenido para la posición de la rendija indicada en la Fig. 4.10. (b) y (c) Resultado de separar (a) en los canales cromáticos R y G de la cámara, respectivamente.

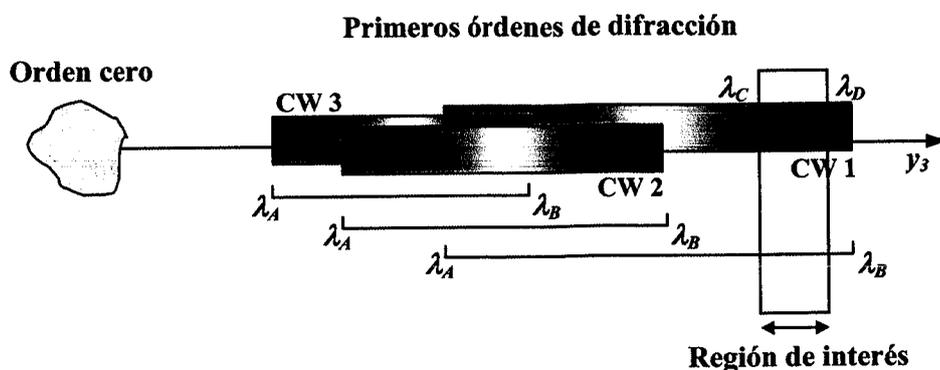


Figura 4.12: Posición lateral de la rendija para obtener el resultado experimental que se muestra en la Fig. 4.13.

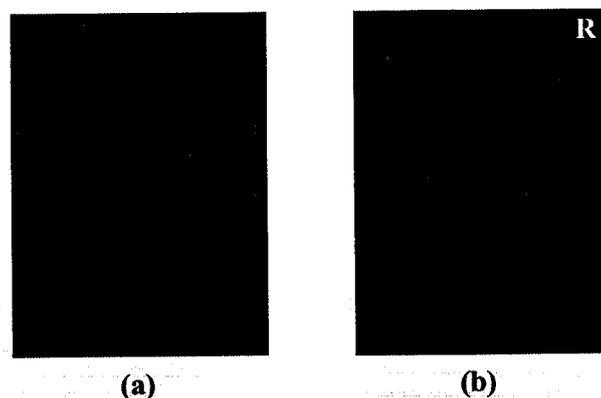


Figura 4.13: (a) Resultado experimental obtenido para la posición de la rendija indicada en la Fig. 4.12. (b) Resultado en el canal cromático R de la cámara CCD en color.

Finalmente, en la siguiente figura se muestran los resultados experimentales obtenidos para el objeto de entrada de la Fig. 4.14(a). Cada una de las Fig. 4.14(b), 4.14(c) y 4.14(d) muestra el resultado captado por la cámara en color para tres posiciones distintas de la rendija, siempre alejándola del orden cero. Nótese el cambio de color en el que aparecen las mismas frecuencias del objeto al variar la posición de la rendija. Como alejamos la rendija del orden cero, una misma frecuencia del objeto de entrada se detecta en una longitud de onda mayor con respecto a la imagen anterior.

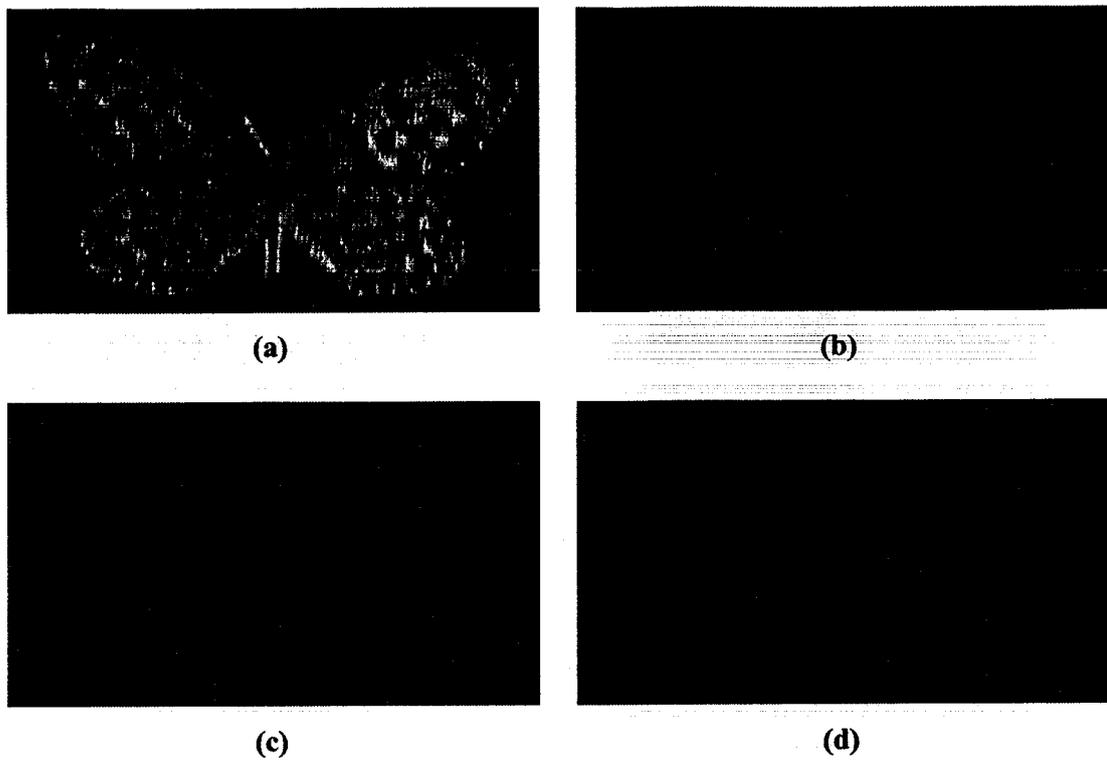


Figura 4.14: (a) Objeto de entrada. (b), (c) y (d) Resultados experimentales captados con la cámara en color para tres posiciones distintas de la rendija, siempre alejándola del orden cero.

Capítulo 5

Detección de la posición axial de objetos por multiplexado en longitud de onda

5.1.- Introducción

La localización de un objeto de referencia en una escena tridimensional (3-D) desempeña un papel muy importante dentro del campo de la visión artificial. Hasta ahora, la mayoría de los métodos que permiten una localización 3-D de los objetos ha sido desarrollada empleando técnicas digitales para la implementación de distintos algoritmos matemáticos, tal y como se muestra, por ejemplo, en las Ref. [Häusler-99, Li-98]. El método introducido por Häusler y Ritter [Häusler-99] permite reconocer objetos en el espacio 3-D a partir de una imagen bidimensional (2-D) de la escena, y localizarlos posteriormente con seis grados de libertad (tres coordenadas espaciales y tres ángulos de inclinación). El algoritmo está basado en la utilización de un modelo 3-D digital de cada uno de los objetos que se pretende localizar.

Una aplicación directa de los sistemas de localización 3-D por técnicas digitales la encontramos en el campo de la visión del tráfico rodado. En estos casos, las técnicas están basadas, por ejemplo, en descripciones de las imágenes en distintas características (segmentos lineales, áreas definidas, ...) [Tan-98A], o en las variaciones del gradiente de

intensidad [Tan-98B]. Los sistemas desarrollados están programados para actuar en tres tareas sucesivas: 1) detección de movimiento, 2) discriminación del objeto de referencia y 3) seguimiento del objeto de referencia.

Sin embargo, aunque no cabe poner en duda la utilidad que presentan todos estos sistemas basados en técnicas digitales, está claro que la mayoría está basada en complicados algoritmos matemáticos, que necesitan rápidos sistemas de procesado y ordenadores con elevada capacidad de almacenamiento para poder obtener buenos resultados en tiempo real.

Por esto, y a modo de alternativa a estos sistemas digitales, en este capítulo veremos un sistema óptico [Esteve-Taboada-02B] capaz de localizar en tiempo real un objeto de referencia en el espacio 3-D. Cuando capturamos un objeto con una cámara CCD es bien conocido que un cambio en su posición axial sólo implica un cambio en la escala de la imagen capturada. Por este motivo, podemos emplear el correlador óptico iluminado con luz blanca visto en un capítulo anterior, que es capaz de detectar la escala multiplexando cada factor de escala en una longitud de onda distinta, para determinar la posición axial del objeto de referencia. Como veremos a continuación, una vez ha sido detectado el objeto, podemos conocer a qué escala corresponde, y por tanto, a qué posición axial se encuentra dependiendo del color que presente el pico de correlación.

5.2.- Análisis del dispositivo experimental

Consideremos un objeto de referencia en una escena 3-D que se captura con una cámara CCD. Esta es la situación que se muestra en la parte superior de la Fig. 5.1, en la que el objeto se ha representado con una flecha de altura h . Como puede verse en esta figura, un desplazamiento axial del objeto sólo produce un cambio en el tamaño de la imagen capturada con la cámara. Tomando como origen de coordenadas el plano focal objeto de la lente de la cámara, el aumento que introduce esta lente para el objeto situado a una distancia p_1 se puede escribir como:

$$\beta'_1 = \frac{h_1}{h} = -\frac{f}{p_1}, \quad (5.1)$$

donde f representa la distancia focal objeto de la lente. Análogamente para el objeto situado a una distancia p_2 :

$$\beta'_2 = \frac{h_2}{h} = -\frac{f}{p_2}. \quad (5.2)$$

Podemos calcular, a partir de las ecuaciones anteriores, el cociente entre dos escalas diferentes de la imagen:

$$\frac{\beta'_2}{\beta'_1} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{p_1}{p_2}, \quad (5.3)$$

es decir, la relación entre las escalas de las imágenes es inversa a la relación entre las distancias axiales.

Pero en las ecuaciones (5.1) y (5.2) el origen para las distancias p_1 y p_2 no es el mismo, ya que la lente de la cámara ha de cambiar su posición para poder enfocar al objeto, dejando así invariable la posición del plano de la imagen (plano del sensor CCD de la cámara). Por tanto, la ecuación (5.3) es sólo válida dentro de un intervalo de distancias axiales, para las que el desplazamiento de enfoque de la lente de la cámara puede ser despreciado. Para obtener los límites de este intervalo consideramos en primer lugar el objeto en el infinito. Para este caso, la distancia entre la lente y el plano imagen de la cámara es igual a la distancia focal f de la lente. Si acercamos ahora el objeto hasta una distancia finita p , la lente de la cámara debe alejarse una cierta distancia Δ_L del plano imagen para poder enfocararlo. Empleando la relación de conjugación de Newton, el desplazamiento Δ_L puede expresarse como:

$$\Delta_L = \frac{-f^2}{p}. \quad (5.4)$$

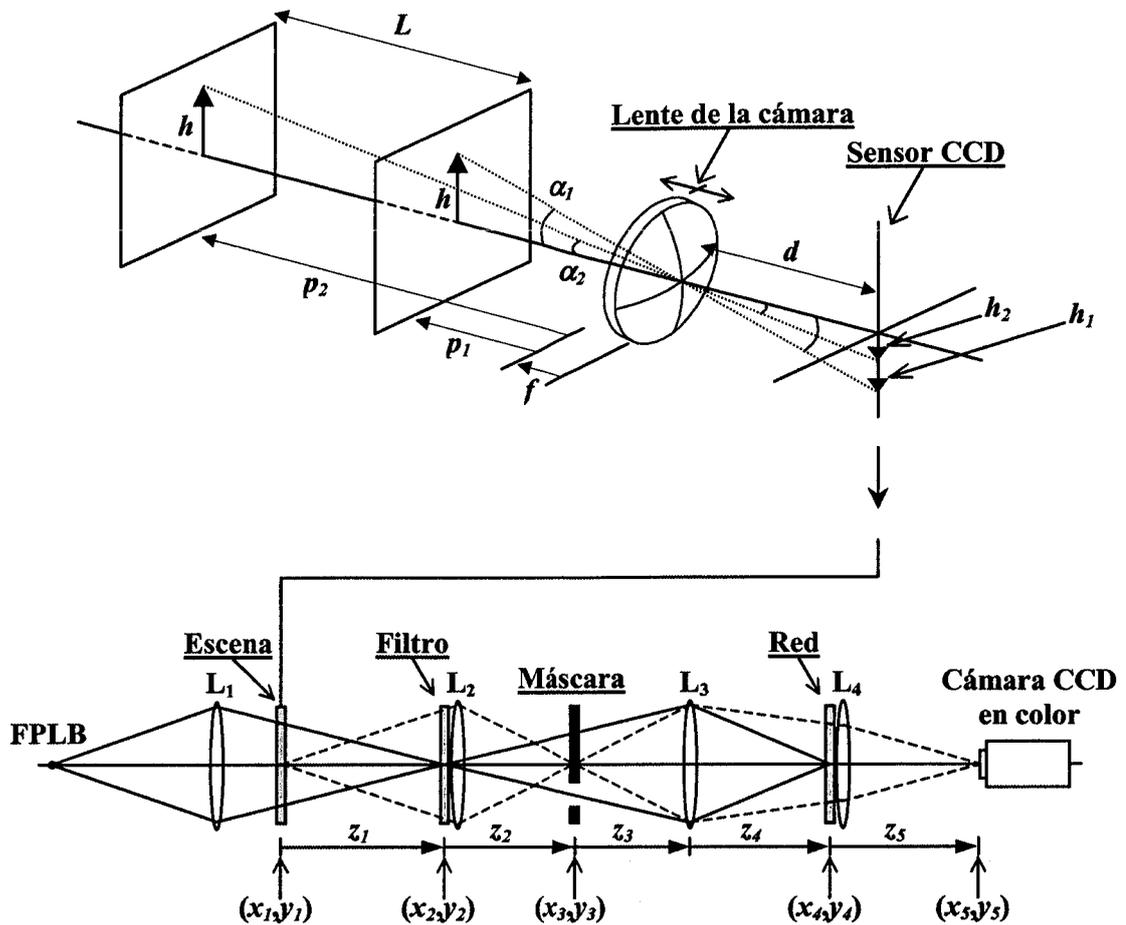


Figura 5.1: Dispositivo experimental del sistema que permite detectar la posición axial del objeto de referencia. Para objetos lejanos, las variaciones para la distancia d son del orden de décimas de mm.

Tomando como criterio que este desplazamiento puede ser despreciado si es menor al 1 % de la distancia focal de la lente, podemos asumir que el objeto estará correctamente enfocado sobre el mismo plano imagen sin necesidad de desplazar la lente de la cámara siempre que se cumpla que:

$$|p| > 100f. \quad (5.5)$$

Sólo como ejemplo, tomando una lente de 50 mm de focal, el intervalo Δ_o dentro del cual puede desplazarse el objeto para que su imagen se obtenga siempre enfocada sin necesidad de cambiar la posición de la lente de la cámara es $\Delta_o = (-\infty, -5)$ m. Como

veremos más tarde, el intervalo de posiciones axiales del objeto (o, análogamente, el intervalo de factores de escala) que el sistema óptico es capaz de detectar, y que depende directamente del intervalo de longitudes de onda en el que trabaja el detector, está por debajo de la limitación en el intervalo Δ_o para mantener la lente de la cámara inmóvil.

Como hemos comentado con anterioridad, el hecho de que un desplazamiento axial del objeto sólo produzca un cambio en la escala de su imagen cuando es capturado por una cámara, junto con el sistema óptico capaz de detectar el factor de escala de la función de entrada (multiplexando cada escala en una longitud de onda diferente) [Esteve-Taboada-00A], pueden emplearse para determinar la posición 3-D del objeto de referencia. De este modo, si presentamos como imagen de entrada en el correlador óptico iluminado con luz blanca la imagen de la cámara que captura la escena 3-D, podremos obtener sin ningún tipo de duda, como ahora veremos, la posición 3-D del objeto de referencia sobre la escena de entrada.

La parte inferior de la Fig. 5.1 muestra el sistema óptico que permite obtener, por multiplexado en longitud de onda, el factor de escala del objeto de referencia. El análisis completo de este dispositivo experimental, visto en el Capítulo 3, permite obtener la expresión para la distribución de amplitud compleja en el plano final del sistema:

$$U(x_s, y_s; \lambda) = t\left(\frac{\lambda_0 z_0 M x_s}{\lambda z_s}, \frac{\lambda_0 z_0 M y_s}{\lambda z_s}\right) * s\left(\frac{z_1 M x_s}{z_s}, \frac{z_1 M y_s}{z_s}\right), \quad (5.6)$$

donde el símbolo * indica correlación, la función $s(x,y)$ representa a la escena de entrada en el correlador, $t(x,y)$ representa al objeto de referencia y M es el aumento que introduce la lente L_3 entre los planos (x_2, y_2) y (x_4, y_4) (ver parte inferior de la Fig. 5.1).

Además, vimos en el Capítulo 3 que la longitud de onda en la que aparecía el pico de correlación que detectaba al objeto de referencia en la escena de entrada dependía de su factor de escala m según la relación:

$$\lambda = \frac{\lambda_0 z_0 m}{z_1}. \quad (5.7)$$

Esta ecuación nos indica que la longitud de onda del pico de correlación es directamente proporcional al factor de escala del objeto detectado. Así, cada una de las versiones escaladas del objeto, o análogamente, cada una de las diferentes posiciones axiales del mismo objeto de referencia cuando se captura la escena 3-D con una cámara, se detecta en el plano final del sistema óptico con un pico de correlación de una longitud de onda diferente. Este hecho, junto a la propiedad inherente del sistema de la invariancia 2-D a desplazamientos transversales, permiten conocer sin lugar a dudas la posición 3-D del objeto de referencia sobre la escena considerada.

5.3.- Elección del filtro adecuado

El correlador óptico iluminado por la fuente puntual de luz blanca (FPLB) puede ser interpretado de dos formas distintas. Por un lado, si no consideramos la información de la longitud de onda en el plano final del sistema, esto es, si capturamos el plano de correlación con una cámara monocroma, el sistema se comporta como un correlador invariante a escala, que proporciona un pico de correlación independientemente del factor de escala del objeto de entrada. Pero por otra parte, si tenemos en cuenta la información de la longitud de onda, es decir, si capturamos el plano final del sistema con una cámara en color, podemos considerar al sistema como un correlador “variante a escala”, en el sentido de que proporciona un pico de correlación de distinto color para cada una de las escalas del objeto de referencia.

En este sistema, la sensibilidad del filtro a los cambios de escala determina las características cromáticas del pico de correlación. Para demostrar este hecho consideremos, por ejemplo, un filtro invariante a escala. Teniendo en cuenta la relación entre la longitud de onda y el factor de escala que se adapta al filtro [ver ecuación (5.7)], este filtro dará lugar a un pico de correlación de amplio espectro, ya que muchas escalas se adaptarán al filtro en las correspondientes longitudes de onda. El color del pico de correlación estará poco saturado (próximo al blanco), y no cambiará significativamente para diferentes escalas del objeto de referencia. El punto opuesto sería considerar un filtro altamente selectivo a la escala del objeto. Este filtro proporcionaría un pico de correlación monocromático, ya que sólo un factor de escala se adaptaría al filtro. Este

caso permite conocer directamente la escala del objeto de referencia a través de la longitud de onda del pico de correlación. Entre estos dos casos extremos son posibles para el filtro muchos grados distintos de invariancia a escala. De entre todos ellos, el filtro adecuado dependerá de cómo se recoge la información del color en el plano de correlación.

Desde un punto de vista experimental, capturar toda la información cromática que aparece en el plano de correlación sería una tarea difícil. Tendríamos que detectar todas las longitudes de onda empleando, por ejemplo, un conjunto de múltiples filtros interferenciales o una cámara en color con un elevado número de canales cromáticos. Como ya hemos visto en el esquema del dispositivo experimental, en este trabajo nosotros proponemos capturar el plano final de correlación empleando una cámara CCD en color con tres canales cromáticos RGB. Hemos medido experimentalmente la respuesta espectral conjunta de la FPLB (como antes, una lámpara de Xenón de 250 W focalizada en un estenope) y de la cámara CCD en color (modelo Sony 3CCD DXC-950P). El resultado es el que se muestra en la Fig. 5.2.

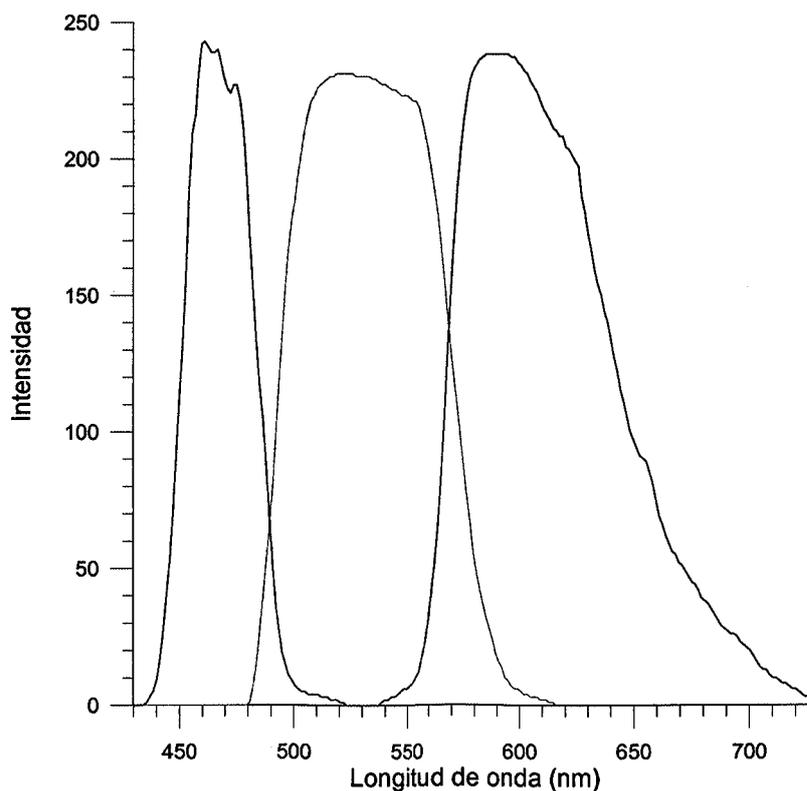


Figura 5.2: Respuesta espectral conjunta de la FPLB y de la cámara CCD en color. Los colores corresponden a los canales cromáticos RGB de la cámara.

Imaginemos ahora que empleamos, para obtener la detección en el plano de correlación, un filtro con una elevada capacidad de discriminación de escala [por ejemplo, un filtro sólo de fase (FSF)]. Este filtro nos proporcionará un pico de correlación estrecho cuando lo representemos a lo largo del eje de longitudes de onda (es decir, son muy pocas las longitudes de onda que contribuyen al pico, ya que son muy pocas las escalas que se adaptan al filtro). Como ejemplo, supongamos que la anchura del pico sobre el eje de longitudes de onda es de 30 nm, y que tenemos en la escena de entrada dos objetos escalados, con factores de escala bastante parecidos. Podemos decir que uno de ellos se corresponde, por ejemplo, con una longitud de onda en el pico de correlación de 510 nm, y el otro con una de 540 nm [ver ecuación (5.7)]. Está claro que, al capturar estos dos picos de correlación con la cámara CCD en color cuya respuesta espectral se muestra en la Fig. 5.2, toda la información cromática será capturada principalmente en el canal cromático verde. Por tanto, las diferencias en las componentes cromáticas RGB de los dos picos de correlación serán muy pequeñas o incluso nulas, haciendo así difícil la detección de los factores de escala de los objetos de entrada.

El factor de escala del objeto presente en la escena podrá conocerse sin ambigüedad cuando la anchura de los picos de correlación sobre el eje de longitudes de onda sea suficiente como para poder asegurar que cualquier escala contribuye en más de un canal cromático de la cámara en color. Así, el factor de escala (o, análogamente, la posición axial), podrá conocerse sin ninguna duda a partir de las componentes RGB de los picos de correlación capturados con la cámara en color. A partir de estas componentes cromáticas RGB podemos, por ejemplo, emplear un diagrama cromático clásico en el que dibujar las correspondientes coordenadas cromáticas para obtener una “curva de color” que permita conocer sin ambigüedad la posición axial del objeto de referencia.

En lugar de utilizar filtros deducidos heurísticamente, tales como el filtro adaptado o el FSF, podemos diseñar el filtro para que su respuesta esté controlada en función del factor de escala. Esto es posible empleando filtros sintéticos discriminantes. En este tipo de filtros se impone cuál es el valor de correlación deseado para un conjunto de objetos de prueba. En nuestro caso sería deseable obtener una respuesta uniforme dentro de un rango determinado de escalas, manteniendo a la vez una respuesta nula para esca-

las fuera de ese rango. Un ejemplo de este tipo de filtros es el filtro de compromiso¹ (FC) [Réfrégier-90], en el que, además de imponer los valores de correlación deseados para un conjunto de objetos de prueba, éste se optimiza para otros parámetros tales como son la sensibilidad al ruido o la eficiencia luminosa. Un caso particular de éstos son los filtros de correlación de mínima energía [Mahalanobis-87, Mahalanobis-91]. En la configuración experimental propuesta, para obtener el plano de correlación hemos empleado un FC adaptado a objetos de referencia con factores de escala cercanos entre sí. Dependiendo de los distintos factores de escala empleados para la construcción del FC podremos controlar a voluntad la anchura sobre el eje de longitudes de onda del pico de correlación obtenido, y por tanto, la apariencia de la curva de color que nos dará la posición axial del objeto. Buscaremos siempre un FC que nos proporcione un pico de correlación de la suficiente anchura como para que la información cromática sea capturada siempre en más de un solo canal cromático de la cámara en color. Pero está claro que si el pico de correlación es demasiado ancho (porque contribuyen a él demasiadas longitudes de onda), la curva de color sobre el diagrama cromático será poco extensa y cercana al punto correspondiente al blanco, lo que nos dará una precisión muy baja en la detección de las posiciones axiales. Por tanto, el procedimiento óptimo de construcción del FC será encontrar un compromiso entre la anchura del pico de correlación sobre el eje de longitudes de onda (esto es, entre los objetos de diferentes factores de escala próximos empleados para obtener el FC) y el aspecto general de la curva de color sobre el diagrama cromático.

Para ilustrar todas estas ideas consideremos como objeto de referencia la señal de tráfico que se muestra en la Fig. 5.3. Como en el correlador iluminado por la FPLB, las diferentes longitudes de onda únicamente aportan un escalado diferente en la transformada de Fourier (TF), podemos simular el comportamiento de la FPLB utilizando diferentes escalas en las TF dentro de un intervalo definido (en el siguiente apartado veremos esta idea con mayor detalle). Tomaremos como objeto de entrada en el correlador la señal de tráfico de la Fig. 5.3 escalada con un factor $m = 0.9$ (que se correspondería con un cierto desplazamiento axial de la señal sobre la escena 3-D).

¹ En inglés, *trade-off filter*.

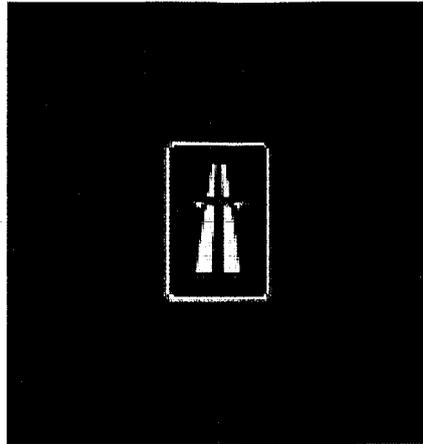
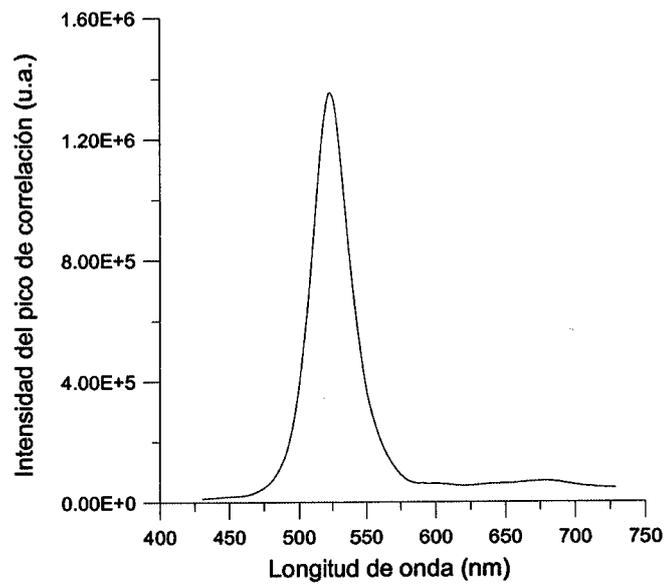
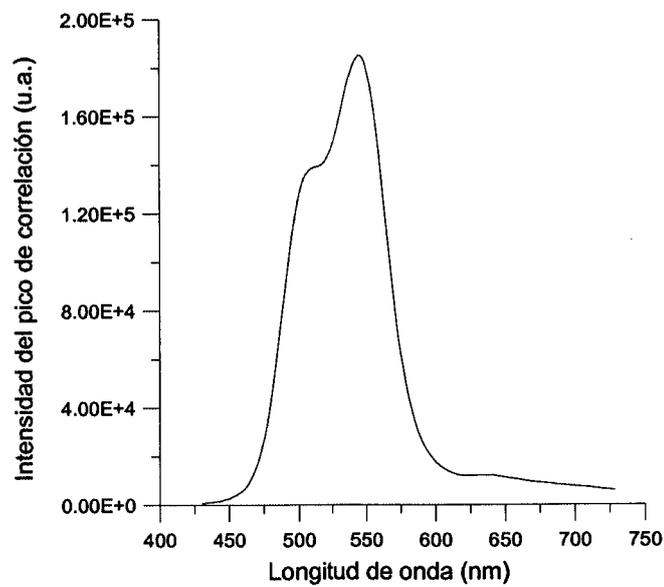


Figura 5.3: Objeto de referencia empleado en las simulaciones.

Para cada longitud de onda diferente de la FPLB, es decir, para cada escala diferente en la TF, podemos obtener la intensidad del pico de correlación obtenido entre este objeto de entrada y el filtro considerado. La gráfica en la Fig. 5.4(a) muestra las diferentes intensidades de correlación obtenidas en función de la longitud de onda de iluminación cuando empleamos como filtro un FSF. Esta gráfica nos indica que el objeto de entrada desplazado (que se corresponde con un factor de escala $m = 0.9$) es detectado en el plano final del sistema con un pico de correlación de color verde (el máximo del pico aparece para una longitud de onda de 523 nm). Este pico de correlación no es lo suficientemente ancho, ya que un objeto próximo a él (que se corresponda, por ejemplo, con un factor de escala $m = 1.0$) proporcionaría otro pico de correlación con pocas o nulas diferencias en sus componentes cromáticas RGB al ser capturado con la cámara en color. En cambio, si empleamos un FC podemos obtener la gráfica que se muestra en la Fig. 5.4(b). Ahora, la anchura del pico de correlación es mayor que en el caso anterior, por lo que las diferencias en las componentes cromáticas RGB serán suficientes para distinguir dos objetos próximos entre sí, ya que cualquier posición axial contribuirá en más de un canal cromático cuando capturemos el pico de correlación con la cámara en color.



(a)



(b)

Figura 5.4: Intensidad del pico de correlación en función de la longitud de onda cuando empleamos (a) un FSF, y (b) un FC.

5.4.- Resultados simulados

Como ya hemos visto en el apartado anterior, podemos simular el comportamiento de la FPLB en el sistema óptico empleando diferentes factores de escala sobre la TF de la escena de entrada, siempre dentro de un intervalo limitado que se corresponda con el intervalo de longitudes de onda que contribuyen en el sistema. En la Fig. 5.2, que muestra la respuesta espectral conjunta de la FPLB y de la cámara CCD en color, podemos ver que el intervalo de longitudes de onda detectado por la cámara va de 430 a 730 nm. Sin embargo, evitando las zonas extremas que se detectarían con baja intensidad, consideraremos el intervalo efectivo de longitudes de onda de 445 a 680 nm. Tomando en la ecuación (5.7) un valor para λ_0 igual a 582 nm, este intervalo de longitudes de onda es equivalente a un intervalo de factores de escala de 0.765 a 1.168. Nótese que la elección de otro valor para λ_0 sólo cambia los valores mínimo y máximo de los factores de escala detectados, pero no el cociente entre ellos, que es el valor importante en nuestro caso. Por lo tanto, para simular el comportamiento de la FPLB consideraremos 235 longitudes de onda (1 nm de precisión dentro del intervalo [445, 680] nm), y así, 235 valores para los factores de escala en la TF igualmente espaciados dentro del intervalo [0.765, 1.168].

El objeto escogido para obtener los resultados simulados es la señal de tráfico que se muestra en la Fig. 5.3. Como ahora queremos obtener la curva de color en el diagrama cromático que nos permita conocer sin ambigüedad la posición axial del objeto, consideraremos el conjunto de objetos de prueba resultante de escalar este objeto con los 235 valores uniformemente espaciados dentro del intervalo [0.765, 1.168]. El FC ha sido adaptado a tres objetos, con los factores de escala iguales a 0.95, 1.00 y 1.05.

El procedimiento que seguimos para obtener la curva de color sobre el diagrama cromático es el siguiente: 1) para cada uno de los objetos del conjunto de prueba escalamos su TF correlativamente con cada uno de los 235 valores dentro del intervalo [0.765, 1.168] (para simular cada una de las longitudes de onda de la FPLB), pesando adecuadamente cada una de ellas con los valores correspondientes de la respuesta espectral mostrada en la Fig. 5.2; 2) multiplicamos cada TF por el FC; y 3) obtenemos la in-

tensidad de la TF inversa de este producto. La suma de todas las imágenes obtenidas se corresponde con la suma incoherente de todas las longitudes de onda del sistema capturada con la cámara CCD en color, y nos permite obtener un pico de correlación de un color diferente para cada uno de los objetos del conjunto de prueba. Así, cada uno de estos picos de correlación está caracterizado por unas componentes RGB diferentes, que suponemos que siguen el estándar de color NTSC². A partir de estas componentes RGB-NTSC podemos calcular las correspondientes coordenadas cromáticas (x_{CIE} , y_{CIE}) en el estándar CIE³, para poder localizar en el diagrama cromático 2-D CIE_{xy} cada uno de los colores de los picos de correlación. Las coordenadas cromáticas (x_{CIE} , y_{CIE}) pueden ser obtenidas a partir de las componentes RGB-NTSC utilizando la siguiente matriz de conversión [Pratt-91]:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{CIE} = \begin{pmatrix} 0.607 & 0.174 & 0.200 \\ 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.000 & 0.066 & 1.116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}_{NTSC} \quad (5.8)$$

y las siguientes relaciones:

$$x_{CIE} = \left(\frac{X}{X + Y + Z} \right)_{CIE}, \quad (5.9)$$

$$y_{CIE} = \left(\frac{Y}{X + Y + Z} \right)_{CIE}. \quad (5.10)$$

En la Fig. 5.5 mostramos la curva de color en el diagrama cromático 2-D CIE_{xy} obtenida para los objetos del conjunto de prueba. Como se indica con algunos ejemplos, cada punto corresponde a un factor de escala diferente del objeto de referencia, y por tanto, a una posición axial distinta. El punto central corresponde al color del blanco estándar CIE, que tiene coordenadas cromáticas (0.33, 0.33). Podemos ver cómo cada posición axial diferente del objeto de referencia en la escena 3-D se corresponde con un punto distinto en la curva de color del diagrama cromático. Por tanto, podemos conocer

² En inglés, *National Television Systems Committee*.

³ En francés, *Commission Internationale de l'Eclairage*.

la posición axial del objeto de referencia a partir de las coordenadas cromáticas de su pico de correlación.

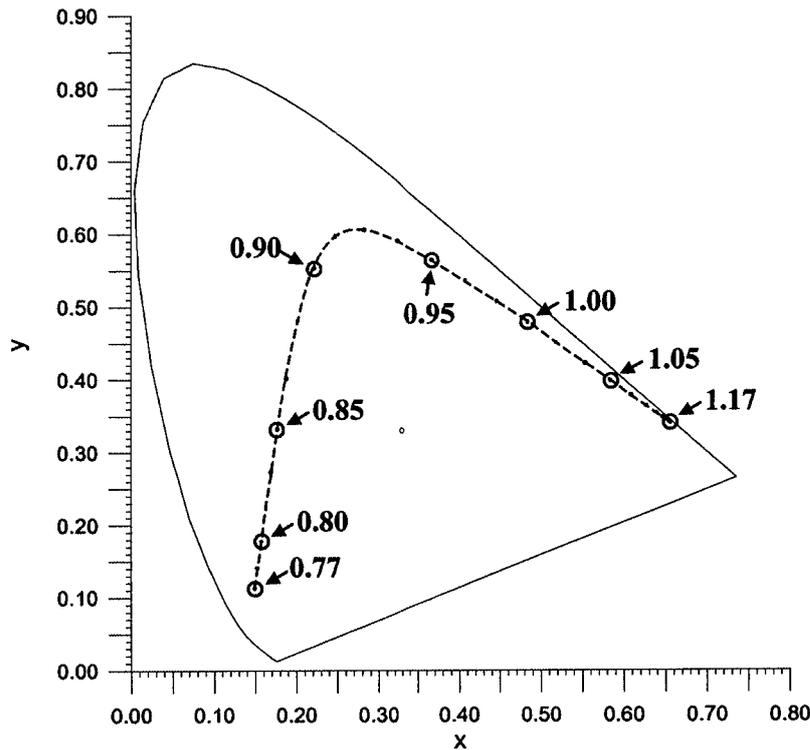


Figura 5.5: Curva de color obtenida en el diagrama cromático para el objeto de referencia mostrado en la Fig. 5.3. Se indican algunos de los correspondientes factores de escala.

Ya que un intervalo de factores de escala es equivalente a un intervalo de posiciones axiales [ver ecuación (5.3)], podemos obtener el intervalo de posiciones axiales que se corresponde con el intervalo de factores de escala detectados. Consideremos sobre la escena 3-D la distancia de referencia p_0 que proporciona una imagen en la cámara del objeto de referencia de tamaño h_0 , tamaño que se corresponde con un factor de escala $m = 1.0$. El intervalo de posiciones axiales detectadas se puede obtener a partir del intervalo de escalas [0.765, 1.168] como [ver ecuación (5.3)]:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{m_1 h_0}{m_2 h_0} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{1.168}{0.765} = \frac{p_2}{p_1} = 1.53. \quad (5.11)$$

Veamos ahora un ejemplo de localización en la escena 3-D. Por simplicidad consideraremos que el objeto está situado suficientemente lejos de la lente de la cámara

como para poder aproximar $(p_1 + f) \approx p_1$ y $(p_2 + f) \approx p_2$. En este caso, los tamaños de las correspondientes imágenes h_1 y h_2 se pueden obtener como (ver Fig. 5.1):

$$\tan \alpha_1 = \frac{h}{p_1} = \frac{h_1}{d}, \quad (5.12)$$

y, por tanto,

$$h_1 = \frac{hd}{p_1}, \quad (5.13)$$

siendo d la distancia entre la lente de la cámara y su plano imagen. Análogamente:

$$h_2 = \frac{hd}{p_2}, \quad (5.14)$$

donde hemos tenido en cuenta que al considerar objetos lejanos la variación para la distancia d es despreciable (del orden de décimas de mm). Como se puede verificar fácilmente, para este caso de objetos lejanos la relación entre dos escalas dadas del objeto de referencia sigue siendo la expresada en la ecuación (5.3). Supongamos que, para dos posiciones axiales distintas del objeto de referencia sobre la escena 3-D, obtenemos con el correlador iluminado por la FPLB que sus imágenes se corresponden, por ejemplo, con los factores de escala $m_1 = 0.79$ y $m_2 = 1.06$. Utilizando la ecuación (5.12) podemos obtener las diferentes posiciones axiales del objeto:

$$p_1 = \frac{hd}{h_1} = \frac{hd}{m_1 h_0} = \frac{hd}{m_1 \frac{hd}{p_0}} = \frac{p_0}{0.79}, \quad (5.15)$$

y, del mismo modo:

$$p_2 = \frac{p_0}{1.06}. \quad (5.16)$$

Asumiendo, por ejemplo, que el aumento lateral de la cámara para el objeto situado a una distancia p_0 es $|\beta'_0| = |h_0/h| = 0.005$ (que indica que para un objeto de 60 cm, como la señal de tráfico que hemos empleado, su imagen en el plano del CCD de la cá-

para tiene un tamaño de 3 mm), y considerando que la distancia d entre la lente de la cámara y su plano imagen es igual a 50 mm, las distancias p_1 y p_2 quedan:

$$p_1 = \frac{p_0}{0.79} = \frac{hd}{0.79h_0} = \frac{d}{0.79|\beta'_0|} = 12.66 \text{ m}, \quad (5.17)$$

y

$$p_2 = \frac{p_0}{1.06} = \frac{d}{1.06|\beta'_0|} = 9.43 \text{ m}. \quad (5.18)$$

Como acabamos de ver, es sencillo obtener las posiciones axiales de los objetos de referencia, una vez éstos han sido detectados sobre la curva de color del diagrama cromático. Como ya indicamos con anterioridad, la limitación más importante del sistema viene del intervalo limitado de longitudes de onda que pueden ser detectadas por la cámara en color, y no del intervalo Δ_o requerido para mantener invariable la posición de la lente de la cámara que captura la escena 3-D.

Consideremos ahora la escena que se muestra en la Fig. 5.6. Está compuesta por diferentes versiones escaladas del objeto de referencia (con factores de escala 0.79, 0.91 y 1.09), y por diferentes versiones escaladas de otra señal de tráfico empleada para comprobar la capacidad de discriminación del sistema. Podemos pensar que cada una de las diferentes escalas se deben a imágenes del mismo objeto de referencia en distintas posiciones axiales.

El plano de correlación compensado cromáticamente que obtendríamos en el plano final del sistema óptico es el que se muestra en la Fig. 5.7. Podemos distinguir claramente tres picos de correlación que se corresponden con cada una de las versiones escaladas del objeto de referencia presentes en la escena de entrada. El color en el que aparece cada uno de los picos nos indica el factor de escala de la imagen del objeto de referencia detectado, y con esto, la posición axial del mismo. Así, el pico señalado con la letra (a) es un pico de color azul oscuro, cuyas componentes cromáticas RGB son (4, 29, 174). El pico (b) es de color verde, con componentes cromáticas (25, 255, 28). Y el pico (c) es de color rojo, con componentes cromáticas (185, 14, 0). En la Fig. 5.8 se

indican las posiciones de cada uno de estos tres picos de correlación sobre la curva de color en el diagrama cromático.

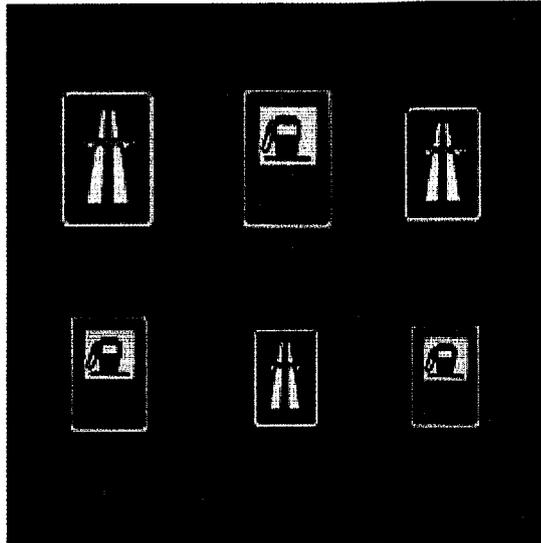


Figura 5.6: Escena de entrada empleada para comprobar la capacidad de discriminación del sistema.

5.5.- Aplicación al caso de escenas reales

Hemos comprobado el método que se ha propuesto considerando como entrada un conjunto de escenas 3-D reales capturadas con una cámara fotográfica digital (ver Fig. 5.9), y una escena 3-D real en movimiento capturada con una cámara de vídeo VHS (ver Fig. 5.10).

En el primer caso hemos tomado como objeto de referencia la señal de sentido prohibido que aparece en la escena, mientras que en el segundo caso el objeto de referencia considerado ha sido la señal de STOP que también aparece en la escena. Siguiendo el mismo procedimiento explicado en el apartado anterior, hemos obtenido, para cada uno de los casos, los resultados que se muestran en las Fig. 5.11 y 5.12, respectivamente. En estas figuras mostramos las curvas de color obtenidas sobre el diagrama cromático y los planos de correlación en los que se aprecian los picos de correlación de distinto color.

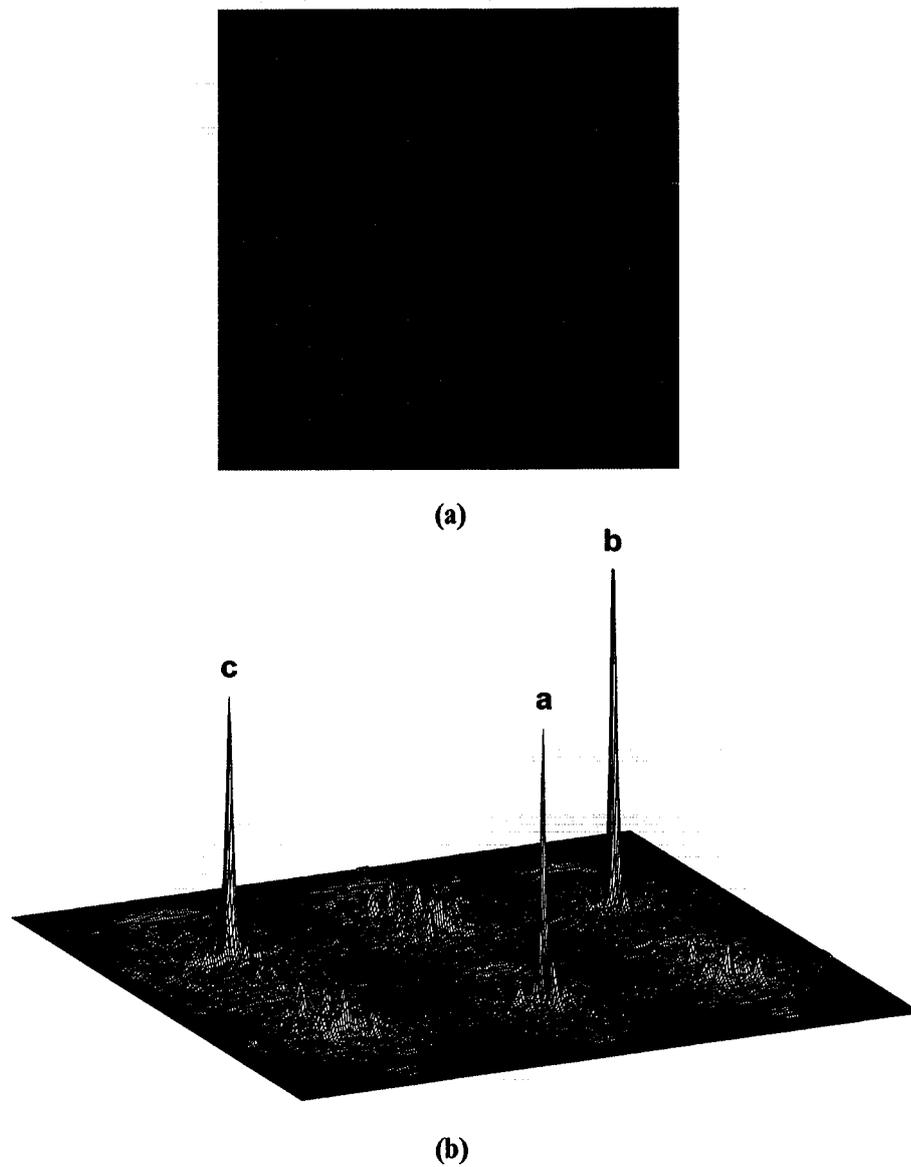


Figura 5.7: (a) Plano de correlación compensado cromáticamente en el plano final del sistema óptico para la escena de entrada de la Fig. 5.6. (b) Vista monocromática en perspectiva.

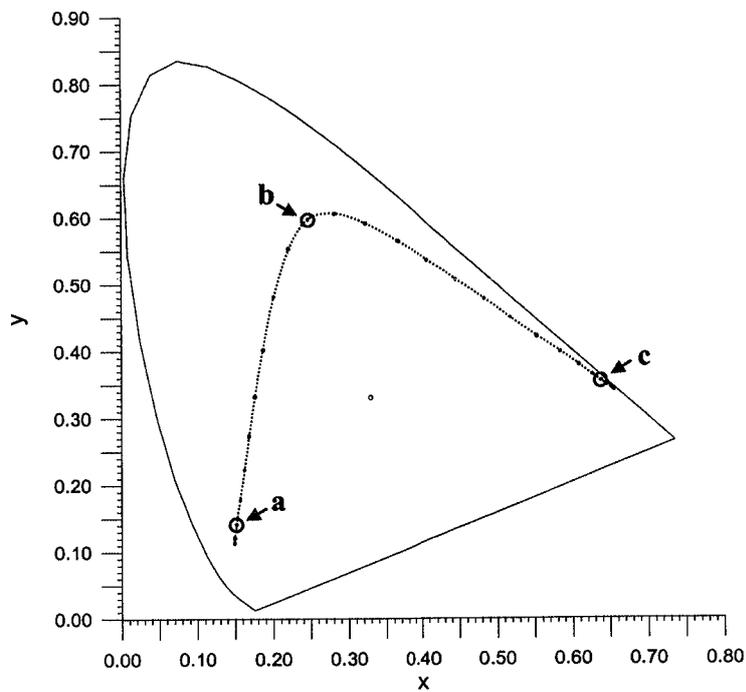


Figura 5.8: Posición de las coordenadas cromáticas de cada uno de los picos de correlación de la Fig. 5.7 sobre la curva de color en el diagrama cromático.

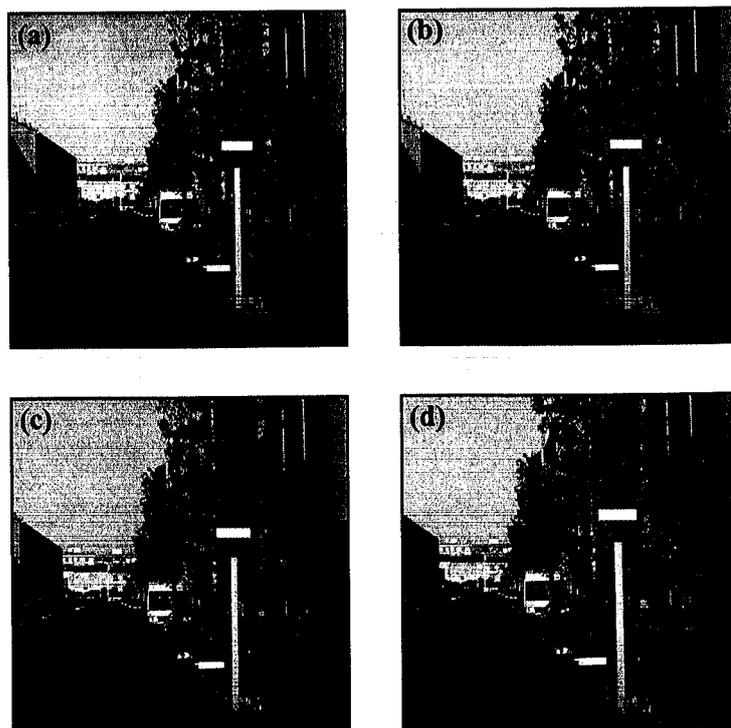


Figura 5.9: (a) Escena 3-D real capturada con una cámara fotográfica digital.
(b)-(d) Escenas de entrada en el correlador iluminado con luz blanca.

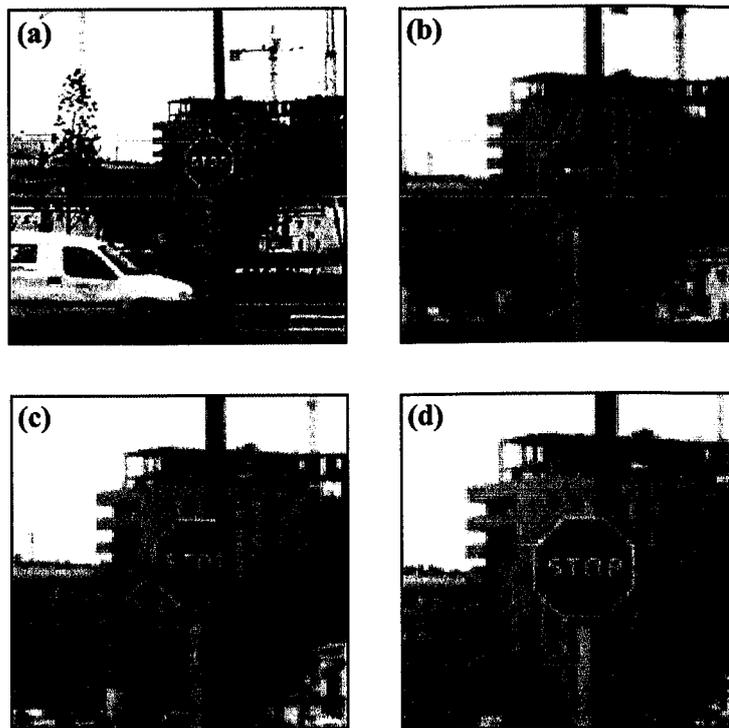


Figura 5.10: (a) Escena 3-D real capturada con una cámara de vídeo VHS.
(b)-(d) Algunos de los fotogramas que componen el video.

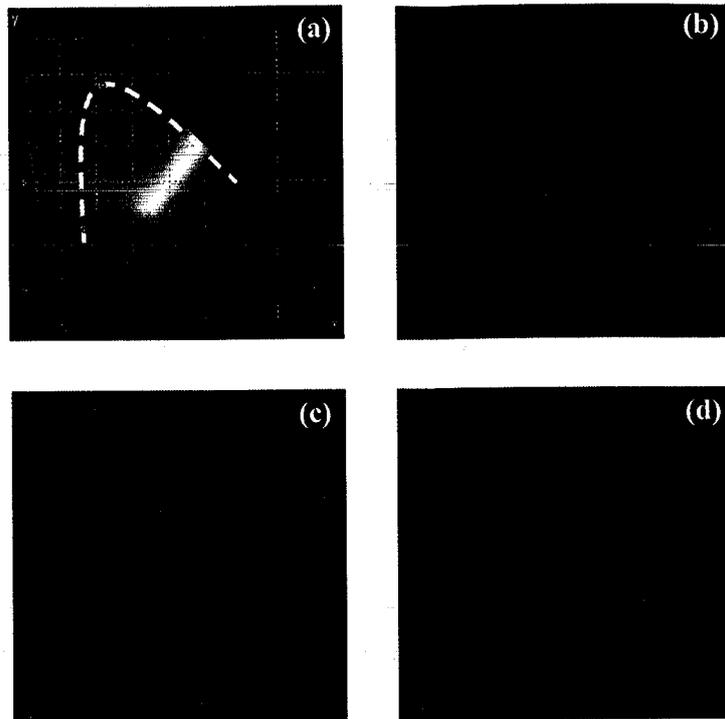


Figura 5.11: (a) Curva de color obtenida sobre el diagrama cromático para la escena 3-D real de la Fig. 5.9. (b)-(d) Planos de correlación correspondientes a las escenas de las Fig. 5.9(b)-(d).

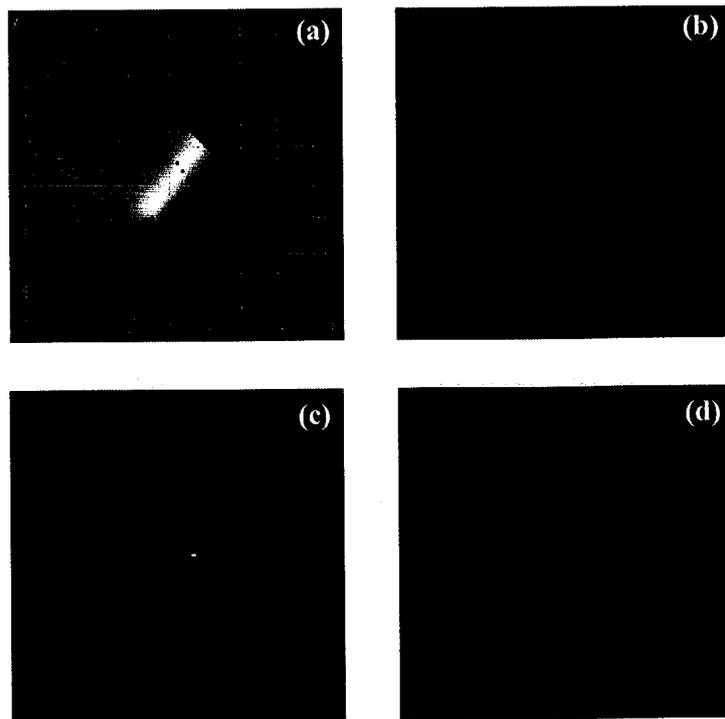


Figura 5.12: (a) Curva de color obtenida sobre el diagrama cromático para la escena 3-D real de la Fig. 5.10. (b)-(d) Planos de correlación correspondientes a las escenas de las Fig. 5.10(b)-(d).

5.6.- Estudio de la sensibilidad al ruido

Como ya hemos visto, la escena de entrada en el correlador iluminado con la FPLB es una imagen 2-D de una determinada escena 3-D en la que queremos localizar espacialmente al objeto de referencia. Pensando en la posible aplicación dentro del campo de la visión artificial, la imagen de la escena 3-D puede ser capturada con una cámara CCD que puede estar situada sobre un sistema mecánico móvil, que debe cambiar su trayectoria en tiempo real en función de la distancia a la que se haya detectado el objeto de referencia. Sin embargo, por problemas de estabilidad en el sistema mecánico o por problemas de transmisión de la imagen al receptor, ésta puede estar afectada por ruido. Además, en un sentido amplio, la presencia del fondo (todo lo que rodea al objeto de referencia en la imagen 2-D) puede también considerarse como ruido. Por todo ello, en este apartado veremos cuál es el comportamiento del sistema de localización 3-D frente a imágenes de entrada con distintos tipos de ruido.

Consideraremos dos tipos diferentes de ruido: en primer lugar, un ruido blanco (no correlacionado) uniforme y aditivo, de media cero y desviación estándar igual a 30 (los niveles de gris mínimo y máximo de la imagen original son 0 y 255, respectivamente). Y en segundo lugar, un ruido multiplicativo de “sal y pimienta” del 15 % (lo que indica que el 15 % de los píxeles están afectados por ruido). En las Fig. 5.13(a) y 5.14(a) se muestran, respectivamente, los resultados de añadir estos dos tipos de ruido sobre el objeto de referencia escalado con un factor $m = 0.9$ [utilizamos el mismo factor de escala que con anterioridad para poder mostrar la influencia del ruido al comparar con los resultados de la Fig. 5.4(b)]. Para cada longitud de onda diferente obtenemos, como antes, la intensidad del pico de correlación en el plano final del sistema al emplear el mismo FC. En las Fig. 5.13(b) y 5.14(b) se muestran, en línea discontinua, los resultados obtenidos para los objetos de las Fig. 5.13(a) y 5.14(a), respectivamente, en comparación con el resultado previo, en línea continua, obtenido para el caso sin ruido. Como se puede comprobar, nuestro sistema es muy poco sensible al ruido presente en la escena de entrada, ya que la presencia de estos dos tipos de ruido, aunque hace que disminuya la intensidad de correlación para cada una de las longitudes de onda, no cambia el intervalo de longitudes de onda en el que se detecta el objeto, es decir, no cambia las

coordenadas cromáticas del pico de correlación que detectan la posición axial del objeto de referencia.

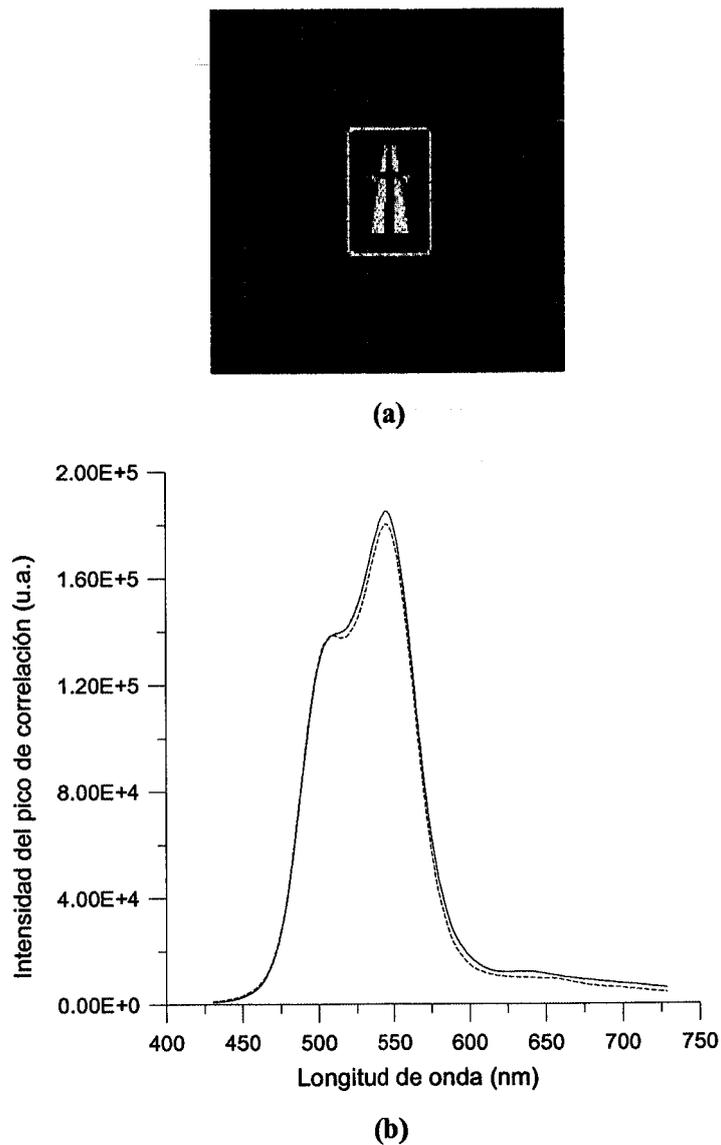


Figura 5.13: (a) Objeto de referencia escalado con un factor $m = 0.9$ con ruido blanco (no correlacionado) uniforme y aditivo, de media cero y desviación estándar igual a 30. (b) Intensidad del pico de correlación en función de la longitud de onda al emplear un FC. La línea discontinua corresponde al objeto con ruido mostrado en (a), mientras que la línea continua corresponde al objeto sin ruido.

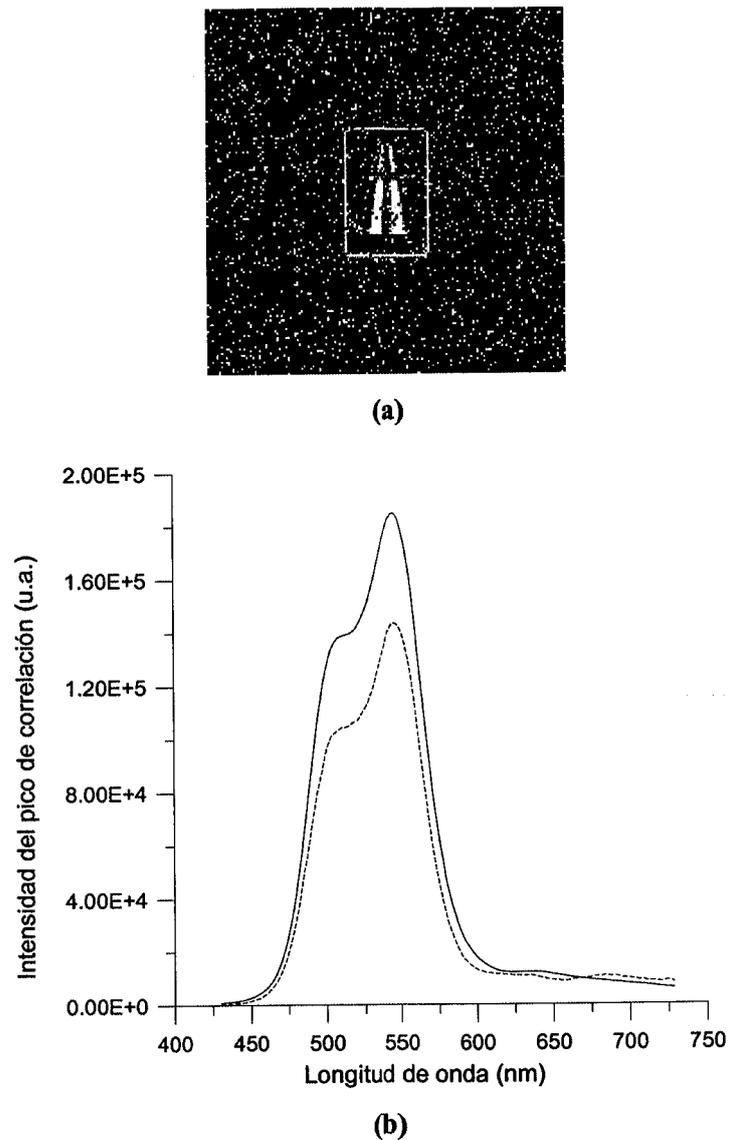


Figura 5.14: (a) Objeto de referencia escalado con un factor $m = 0.9$ con ruido multiplicativo de “sal y pimienta” del 15 %. (b) Intensidad del pico de correlación en función de la longitud de onda al emplear un FC. La línea discontinua corresponde al objeto con ruido mostrado en (a), mientras que la línea continua corresponde al objeto sin ruido.

Capítulo 6

Obtención de imágenes de objetos tridimensionales mediante perfilometría por transformada de Fourier

6.1.- Introducción

En el capítulo anterior hemos visto un sistema óptico que es capaz de detectar la posición axial del objeto de referencia sobre una escena de entrada tridimensional (3-D). Sin embargo, es necesario capturar previamente una imagen bidimensional (2-D) de la escena de entrada 3-D para poder detectar la posición axial del objeto, dado que el método está basado en un correlador iluminado con luz blanca que permite multiplexar cada versión 2-D escalada del objeto en una longitud de onda diferente. Después de haber visto los resultados mostrados en el capítulo anterior, y dado que podemos encontrar objetos cuya información relevante no esté precisamente en una proyección 2-D, el paso lógico sería estudiar una posible solución que nos permita tratar directamente con los objetos 3-D de la escena 3-D, sin la necesidad de capturar previamente una imagen 2-D. Esto implica la necesidad de multiplexar en nuestro sistema la información de la dimensión adicional (la profundidad del objeto 3-D).

Por este motivo, a lo largo de este capítulo describiremos el método de adquisición de imágenes de objetos 3-D denominado perfilometría por transformada de Fourier (PTF) [Takeda-83], y que en los siguientes capítulos emplearemos para diseñar un dispositivo óptico que nos permita obtener un reconocimiento de los objetos 3-D. De modo general, y como veremos, la información 3-D se introduce a costa de aumentar la resolución de la imagen de entrada, es decir, por multiplexado espacial.

El método de la PTF es uno de los más importantes dentro del conjunto de técnicas que existen hoy en día para la adquisición de imágenes 3-D (en el Apéndice A realizamos una breve descripción de cada uno de los métodos que se emplean con tal fin). La idea básica del método consiste en proyectar un patrón de franjas sobre el objeto 3-D del que se quiere obtener su imagen; al grabar con una cámara una imagen de esta escena obtenemos un patrón de franjas distorsionado que lleva consigo toda la información 3-D del objeto particular. Como veremos, un análisis digital de estos patrones permite obtener una imagen del objeto 3-D. A lo largo de este capítulo analizaremos los distintos dispositivos experimentales que se emplean en esta técnica, las relaciones matemáticas que se derivan y las ventajas e inconvenientes que presenta en comparación con otras técnicas de obtención de imágenes de objetos 3-D.

6.2.- Dispositivos experimentales

En la PTF se utilizan dos geometrías ópticas diferentes [Takeda-83], ambas fáciles de implementar experimentalmente: la geometría de ejes ópticos cruzados y la geometría de ejes ópticos paralelos. En la primera de ellas, los ejes ópticos de un proyector y de una cámara descansan en el mismo plano e intersectan en un punto cercano al centro del objeto. En la geometría de ejes ópticos paralelos los ejes ópticos del proyector y de la cámara descansan en el mismo plano y son paralelos.

Las diferencias que existen entre estas dos geometrías son mínimas (tan sólo difieren algo en el tratamiento matemático), por lo que en este apartado analizaremos únicamente la geometría de los ejes ópticos paralelos, que es la que emplearemos en el desarrollo del trabajo (ver Fig. 6.1). Consideremos un plano ficticio R que sirve de refe-

rencia para medir la altura $h(x,y)$ del objeto en particular. Las líneas de la red G son perpendiculares al plano de la figura, y la lente del proyector forma su imagen conjugada (con periodo p) en el plano R. La lente de la cámara forma una imagen de este plano de referencia en el plano del sensor S.

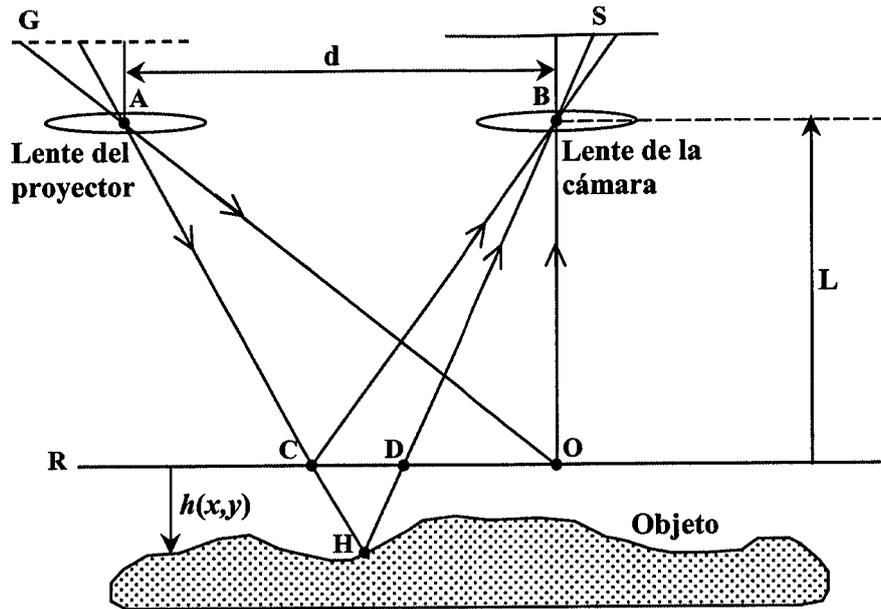


Figura 6.1: Geometría de los ejes ópticos paralelos en la PTF.

Cuando el objeto 3-D es un objeto uniforme, esto es, $h(x,y) = 0$, la red proyectada sobre el objeto y grabada por la cámara es un patrón de franjas que se puede expresar por su desarrollo en serie de Fourier como:

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\{i2\pi n f_0 x\}, \quad (6.1)$$

donde

$$f_0 = \frac{1}{p}, \quad (6.2)$$

es la frecuencia fundamental del patrón de franjas observado. El eje X lo elegimos como la línea que representa el plano R en la Fig. 6.1, siendo el eje Y perpendicular a éste. Para un objeto 3-D genérico con variaciones de altura descritas por la función $h(x,y)$, el

patrón de franjas grabado por la cámara será un patrón de franjas distorsionado que contendrá toda la información 3-D del objeto considerado. Para mostrar mejor este efecto consideremos la Fig. 6.2, en la que podemos observar una imagen tomada por la cámara de una figura de ajedrez colocada sobre un fondo negro (fondo que nos servirá como plano de referencia sobre el que definir la altura del objeto 3-D).

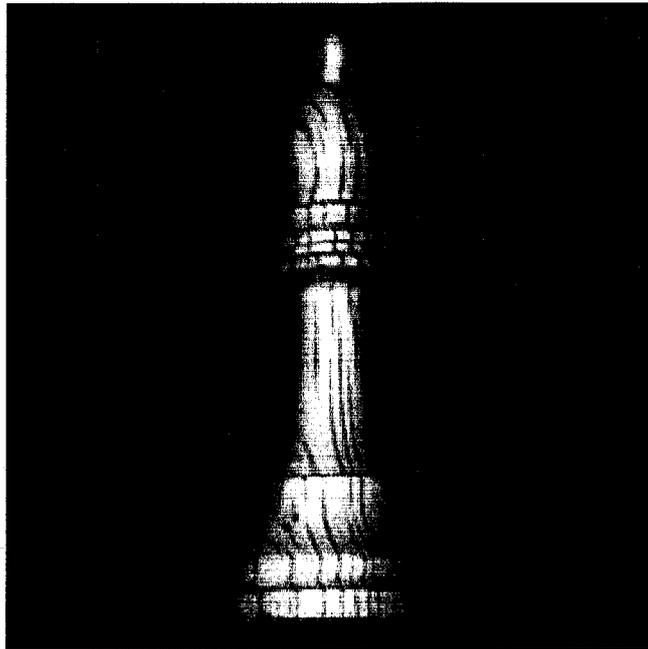


Figura 6.2: Figura de ajedrez colocada sobre un fondo negro.

Si proyectamos el patrón de franjas sobre esta figura podemos observar a través de la cámara la imagen que se muestra en la Fig. 6.3. En ella distinguimos claramente el patrón de franjas regular que se mantiene en el plano del fondo (tomado como plano de referencia), y que podemos describir por la ecuación (6.1), y el patrón de franjas distorsionado que contiene toda la información 3-D del objeto sobre el que se han proyectado las franjas.

Siguiendo con el análisis teórico del sistema, el patrón de franjas distorsionado que aparece sobre el objeto de la Fig. 6.1 se puede expresar como:

$$g(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp[i2\pi n f_0 (x + s(x, y))], \quad (6.3)$$

siendo $r(x,y)$ la distribución de reflectividad en la superficie del objeto [$r(x,y)$ es cero fuera del objeto] y $s(x,y) = \overline{CD}$ en la Fig. 6.1.

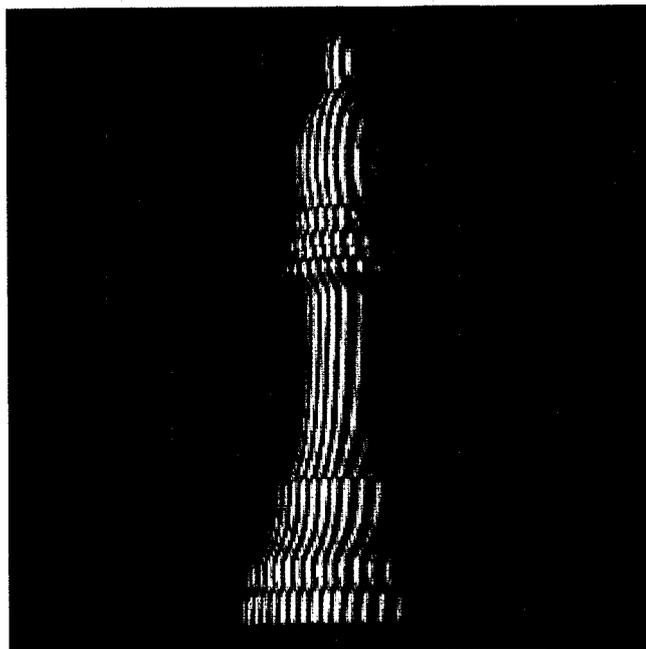


Figura 6.3: Proyección de franjas sobre la escena de la Fig. 6.2. Podemos observar el patrón de franjas regular que se mantiene en el fondo, y el patrón de franjas distorsionado que contiene toda la información tridimensional del objeto.

La ecuación anterior la podemos expresar del siguiente modo:

$$g(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp[i(2\pi n f_0 x + n\phi(x, y))], \quad (6.4)$$

siendo

$$\phi(x, y) = 2\pi f_0 s(x, y) = 2\pi f_0 \overline{CD}. \quad (6.5)$$

El patrón de franjas distorsionado descrito por la ecuación (6.4) puede ser interpretado en términos de sus órdenes de difracción, cada uno de ellos con frecuencia espacial nf_0 , modulados en fase a través de $n\phi(x,y)$ y con una modulación de amplitud dada por $A_n r(x,y)$. Esto es, la ecuación (6.4) se puede escribir también como:

$$g(x, y) = r(x, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n(x, y) \exp[i2\pi n f_0 x], \quad (6.6)$$

siendo

$$q_n(x, y) = A_n \exp[in\phi(x, y)]. \quad (6.7)$$

El siguiente paso dentro de la PTF es calcular, utilizando un algoritmo digital, la transformada de Fourier unidimensional de la ecuación (6.6) para la variable x , dejando la variable y fija:

$$G(u, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp(-i2\pi ux) dx = F_{1-D}[r(x, y)] \otimes \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n(u - nf_0, y), \quad (6.8)$$

donde $G(u, y)$ y $Q_n(u, y)$ son las transformadas de Fourier unidimensionales de $g(x, y)$ y $q_n(x, y)$, respectivamente, calculadas con respecto a la variable x , y tratando a la variable y como un parámetro fijo. Como en muchos casos $r(x, y)$ y $\phi(x, y)$ varían muy lentamente en comparación con la frecuencia f_0 del patrón de franjas, todos los términos $Q_n(u - nf_0, y)$ están separados unos de otros por la frecuencia portadora f_0 , tal y como se muestra en la Fig. 6.4. Si seleccionamos únicamente el término con $n = 1$ (sombreado en la figura), y calculamos su transformada de Fourier inversa obtenemos una función compleja que viene dada por:

$$g'(x, y) = r(x, y)q_1(x, y) \exp[i2\pi f_0 x] = A_1 r(x, y) \exp[i(2\pi f_0 x + \phi(x, y))]. \quad (6.9)$$

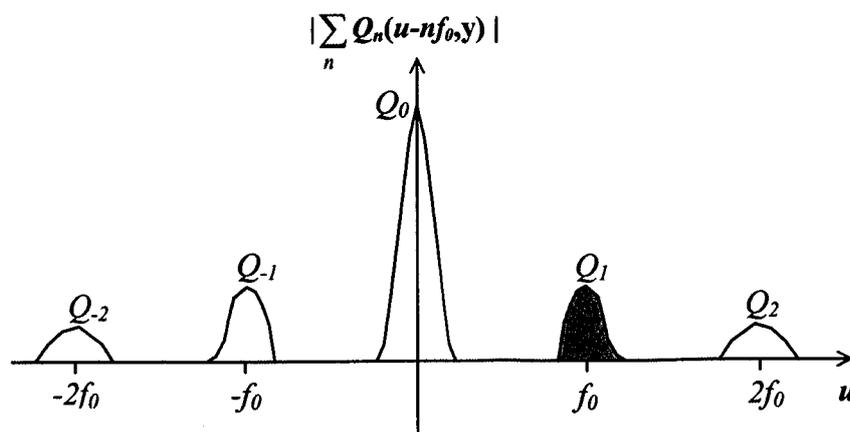


Figura 6.4: Diferentes órdenes de difracción de un patrón de franjas distorsionado para un valor de y fijo.

Aislado la fase de esta función compleja y eliminando el factor de fase lineal que viene dado por la función $(2\pi f_0 x)$, podemos obtener a través de la función $\phi(x,y)$, tal y como veremos a continuación, la información 3-D del objeto considerado. Para la eliminación del factor de fase lineal podemos considerar el origen de coordenadas sobre el primer orden de difracción al hacer la transformada de Fourier inversa, con lo que obtendríamos:

$$g''(x, y) = A_1 r(x, y) \exp[i\phi(x, y)]. \quad (6.10)$$

Ya que, como veremos, la función de fase $\phi(x,y)$ contiene la información de la altura $h(x,y)$ del objeto, podemos considerar que hemos codificado el objeto 3-D en la función compleja dada por la ecuación (6.10). De ahora en adelante haremos referencia a esta función, obtenida siguiendo los pasos aquí detallados, con el nombre de función de altura codificada en fase (ACF).

Como comentario adicional queremos resaltar que, debido a que el cálculo de la función de fase $\phi(x,y)$ lo realizamos digitalmente, y los valores principales de una fase calculada digitalmente estén dentro del intervalo $[-\pi, \pi]$, la función de fase $\phi(x,y)$ resultante está limitada dentro de este rango, por lo que presenta discontinuidades con saltos de 2π para variaciones mayores de 2π . Estas discontinuidades se pueden corregir sumando o restando 2π dependiendo de si el salto de fase va de π a $-\pi$ o al revés. Existen algoritmos digitales (conocidos con el nombre de algoritmos de *phase-unwrapping*) que podemos emplear para corregir las discontinuidades de fase. En el Apéndice B describimos el algoritmo que nosotros hemos empleado a lo largo del trabajo.

6.3.- Obtención de la imagen tridimensional

En este apartado veremos cómo a partir de la función de fase $\phi(x,y)$ obtenida podemos hallar la distribución de altura $h(x,y)$ del objeto 3-D. Teniendo en cuenta la equivalencia de los triángulos $\triangle AHB$ y $\triangle CHD$ en la Fig. 6.1 (ver Fig. 6.5) podemos escribir:

$$CD = \frac{-dh(x,y)}{L-h(x,y)}, \quad (6.11)$$

y, por tanto, siguiendo la ecuación (6.5):

$$\phi(x,y) = \frac{-2\pi f_0 dh(x,y)}{L-h(x,y)}. \quad (6.12)$$

Podemos ver en esta última ecuación cómo la función de fase $\phi(x,y)$ contiene la información 3-D del objeto que estamos considerando.

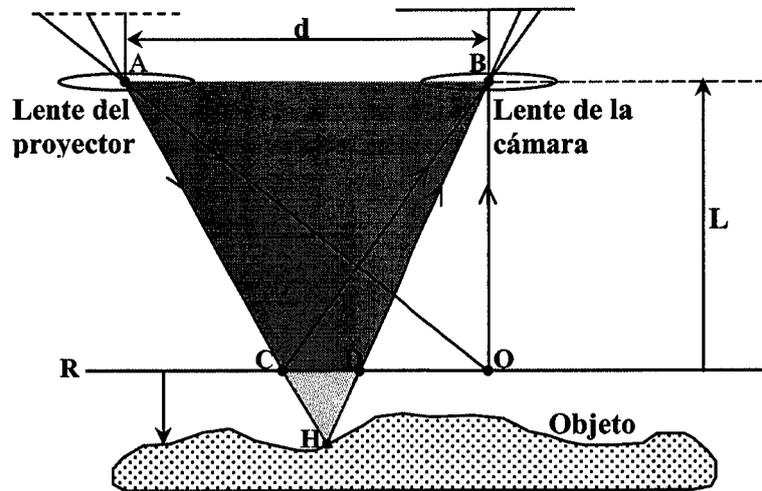


Figura 6.5: Obtención de la relación entre la altura y la función de fase.

Si la cámara y el proyector están lejos del objeto, en el denominador de la ecuación (6.12) podemos despreciar $h(x,y)$ frente a L , obteniendo en ese caso:

$$\phi(x,y) \cong kh(x,y), \quad (6.13)$$

siendo k una constante igual a $(-2\pi f_0 d/L)$. Es decir, la función de fase obtenida en este caso es directamente proporcional a la altura $h(x,y)$ del objeto 3-D. Sustituyendo en la ecuación (6.7), la amplitud de cualquier orden n del desarrollo en serie de Fourier de la red distorsionada tiene la forma:

$$r(x, y)q_n(x, y) = r(x, y)A_n \exp[in kh(x, y)], \quad (6.14)$$

esto es, la fase de cada uno de los órdenes $q_n(x, y)$ es directamente proporcional a la altura del objeto 3-D.

La función de fase obtenida para el objeto 3-D mostrado en la Fig. 6.2, una vez corregidas las discontinuidades de fase que aparecen dentro del intervalo $[-\pi, \pi]$, es la que se muestra en la Fig. 6.6. Como podemos comprobar, esta función es directamente proporcional a la altura del objeto.

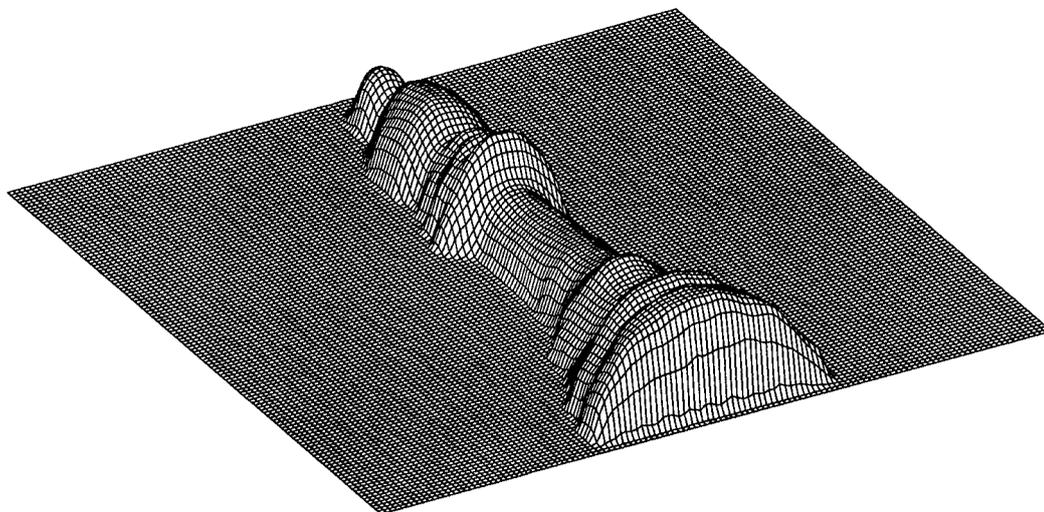


Figura 6.6: Función de fase obtenida por PTF para el objeto mostrado en la Fig. 6.3.

6.4.- Máximo rango de medidas

Como la técnica de PTF está basada en aislar un solo orden de la transformada de Fourier de la red distorsionada que grabamos con la cámara, es necesario que cada uno de los órdenes esté separado de los demás por la frecuencia portadora f_0 . Esta condición establece un rango máximo de medidas que se pueden realizar con este método. Siguiendo la Ref. [Takeda-83], los objetos 3-D de los que podemos medir su altura $h(x, y)$ son aquéllos que cumplen la siguiente relación:

$$\left| \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} \right|_{\text{máx}} < \frac{L}{3d} \quad (6.15)$$

Esta condición establece que el máximo rango de medidas que podemos realizar no está limitado por la propia distribución de altura $h(x,y)$, sino por su derivada en la dirección perpendicular a las líneas de la red proyectada.

6.5.- Ventajas e inconvenientes de la perfilometría por transformada de Fourier

Cuando comparamos la técnica de la PTF con los demás métodos que permiten obtener imágenes de objetos 3-D (ver Apéndice A), lo que más llama la atención es la sencillez del sistema, además del hecho de que éste puede trabajar sin necesidad de calibración previa. Este último punto es importante, ya que nos evita pérdidas de tiempo en el montaje del sistema (o en el cambio de la configuración inicial), o incluso errores sistemáticos en todas las imágenes obtenidas debidos a un error cometido en la calibración inicial. Y en cuanto a la sencillez del dispositivo experimental, sólo necesitamos un sistema de proyección de franjas, que puede ser perfectamente, como ya ha sido demostrado, un proyector de diapositivas, y una cámara de captación de los patrones distorsionados formados sobre la superficie de los objetos. Esto, unido a un ordenador que permita realizar los cálculos de la transformada de Fourier digital, es lo único necesario para disponer de un sistema capaz de obtener una imagen 3-D de un objeto.

Además, la PTF es una técnica aplicable, en principio, a objetos de todos los tamaños, adecuando previamente, claro está, el sistema de proyección y de detección al tamaño del objeto en cuestión. También es importante mencionar la rapidez con la que puede ser obtenida una imagen 3-D. Con las velocidades de procesado a las que hoy en día están llegando los ordenadores, no resultaría extraño afirmar que es posible obtener una imagen de un objeto 3-D en tiempo real empleando la técnica de la PTF.

Sin embargo, dada la sencillez del dispositivo experimental, es inevitable que éste presente algunas desventajas, como son el hecho de necesitar un algoritmo de corrección de la función de fase y el hecho del volumen de inspección limitado. En efecto,

como la función de fase proporcional a la altura del objeto 3-D está calculada digitalmente, sus valores están limitados dentro del intervalo $[-\pi, \pi]$, de forma que resulta imprescindible, prácticamente en todos los casos, disponer de un buen algoritmo digital que permita eliminar las discontinuidades en la función de fase para obtener la imagen 3-D correctamente. A pesar de todo, una vez encontrado el algoritmo digital apropiado para corregir las discontinuidades, éste tan sólo nos va a aportar una ligera pérdida de tiempo en el cálculo final de la imagen 3-D, por lo que esta desventaja no es realmente importante. Sí que lo es, en cambio, el hecho de que el volumen de inspección esté limitado. En el siguiente capítulo hablaremos extensamente de esta limitación, ya que su efecto es más importante cuando utilizamos la PTF para el reconocimiento de objetos 3-D.

Capítulo 7

Reconocimiento de objetos tridimensionales mediante perfilometría por transformada de Fourier

7.1.- Introducción

En los primeros capítulos de este trabajo se han tratado técnicas de multiplexado en longitud de onda para aumentar el contenido de información que se procesa en una imagen bidimensional (2-D). En este capítulo nos planteamos la inclusión de la información tridimensional (3-D) de la escena en el sistema de procesado, empleando la técnica de perfilometría por transformada de Fourier (PTF) vista en el capítulo anterior. Obviamente, esta información volumétrica adicional requiere los correspondientes grados de libertad para su registro y tratamiento. De hecho, en el caso de la PTF la información volumétrica se está multiplexando espacialmente. El multiplexado espacial aparece explícitamente en el desplazamiento y las variaciones de periodo de la red de modulación. De este modo, cada región de la imagen de la escena contiene relativamente poca información espacial 2-D, pero incorpora toda la información 3-D de la escena.

Así pues, como los patrones de franjas distorsionados que se obtienen con la técnica de la PTF contienen toda la información del objeto 3-D, podremos emplear estos patrones para reconocer objetos 3-D en una determinada escena [Esteve-Taboada-99, Esteve-Taboada-00C]. En este capítulo abordaremos esta idea y diseñaremos un sistema óptico basado en el correlador de transformada conjunta (ver Capítulo 2) que permite una comprobación experimental de la técnica propuesta. Realizaremos un análisis detallado del dispositivo óptico empleado, y mostraremos los resultados experimentales que obtenemos en un caso real. Veremos, por ejemplo, que el reconocimiento está basado en la forma 3-D completa del objeto, y no sólo en su perfil bidimensional. Por tanto, seremos capaces de detectar un determinado objeto 3-D presente en la escena de entrada. Finalmente, discutiremos las ventajas y los inconvenientes que presenta nuestro método, en comparación con otros sistemas de reconocimiento 3-D.

7.2.- Análisis del dispositivo experimental

El dispositivo experimental que permite un reconocimiento de objetos 3-D es el que se muestra en la Fig. 7.1. Consideremos que, mediante un proyector de diapositivas, proyectamos un patrón de franjas uniforme sobre las superficies de dos objetos (situados sobre un plano de referencia) que queremos analizar con el fin de detectar si tienen la misma forma 3-D. Si grabamos con una cámara CCD la escena resultante obtenemos una imagen bidimensional que contiene dos patrones de franjas distorsionados que transportan toda la información 3-D de los objetos. La información 3-D contenida en estos patrones distorsionados podemos compararla empleando un sistema óptico basado en un correlador de transformada conjunta (CTC).

Supongamos que los dos objetos situados sobre el plano de referencia se pueden describir por sus funciones de altura $h(x,y)$ y $h'(x,y)$. Estos objetos están centrados, por ejemplo, en las posiciones $(0, Y/2)$ y $(0, -Y/2)$, respectivamente [ver Fig. 7.2(a)].

Los patrones de franjas distorsionados pueden ser descritos mediante dos funciones $s(x,y)$ y $s'(x,y)$ [ver Fig. 7.2(b)]. La imagen de los patrones de franjas distorsionados se graba con una cámara CCD y se introduce en el plano de entrada del sistema

óptico a través de un modulador espacial de luz (MEL). Esto hace que la distribución de amplitud en el plano de entrada (x_0, y_0) se pueda expresar como:

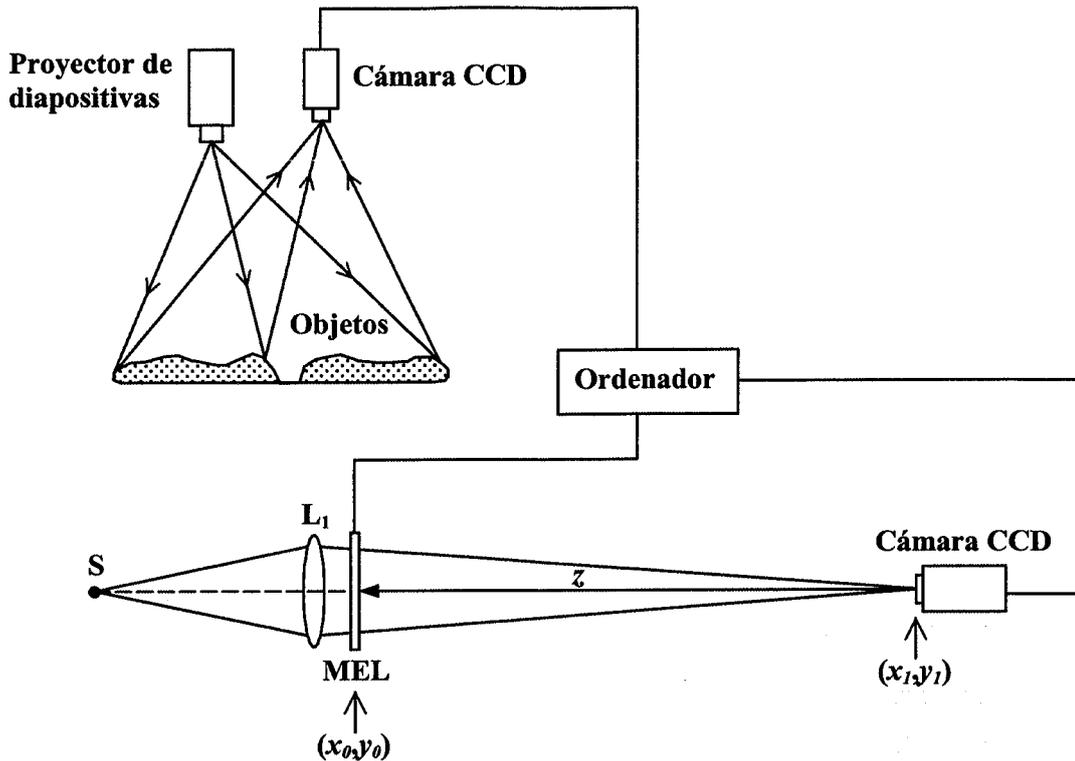


Figura 7.1: Dispositivo experimental que incluye la parte de adquisición de los patrones distorsionados y la parte de procesamiento en el correlador de transformada conjunta.

$$U_0(x_0, y_0) = s(x_0, y_0 - Y/2) + s'(x_0, y_0 + Y/2), \quad (7.1)$$

donde, siguiendo la ecuación (6.6), las funciones $s(x_0, y_0)$ y $s'(x_0, y_0)$ vienen dadas por:

$$s(x_0, y_0) = r(x_0, y_0) \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n(x_0, y_0) \exp(i2\pi n f_0 x_0), \quad (7.2)$$

y

$$s'(x_0, y_0) = r'(x_0, y_0) \sum_{n=-\infty}^{\infty} q'_n(x_0, y_0) \exp(i2\pi n f_0 x_0). \quad (7.3)$$

En el plano (x_1, y_1) del dispositivo experimental (ver Fig. 7.1) tendremos la transformada de Fourier bidimensional de la distribución de amplitud $U_0(x_0, y_0)$, con el factor

de escala igual a λz [siendo z la distancia desde el plano (x_1, y_1) hasta el plano (x_0, y_0) , y λ la longitud de onda de la fuente de iluminación].

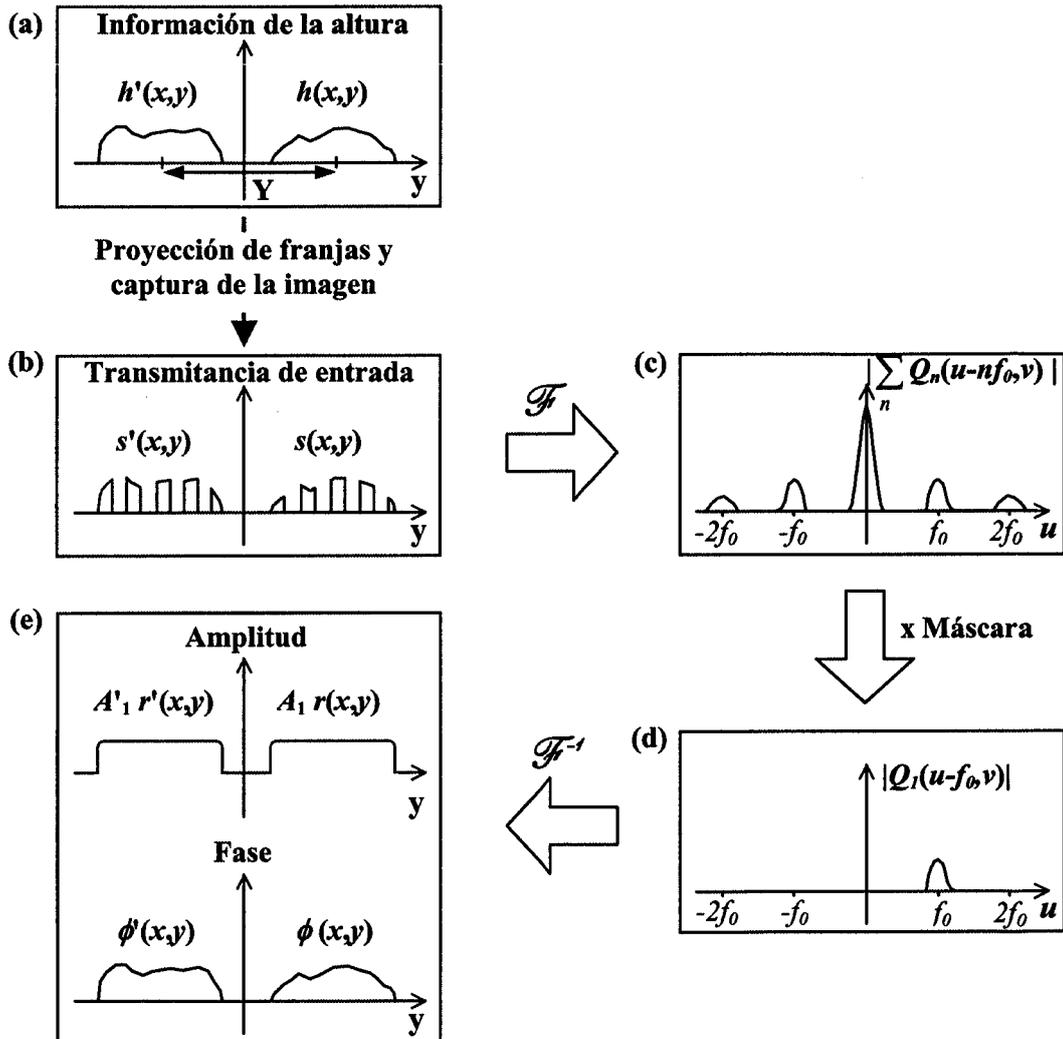


Figura 7.2: Esquema del procedimiento seguido para obtener la información de la altura mediante el sistema de proyección de franjas. Por simplicidad se ha eliminado el factor de fase lineal que debería aparecer en (e), y se ha asumido que los objetos tienen reflectividad uniforme.

Así pues, la distribución de amplitud compleja en el plano (x_1, y_1) se puede escribir como:

$$U_1(x_1, y_1) = S\left(\frac{x_1}{\lambda z}, \frac{y_1}{\lambda z}\right) \exp(-i\pi y_1 Y / \lambda z) + S^*\left(\frac{x_1}{\lambda z}, \frac{y_1}{\lambda z}\right) \exp(i\pi y_1 Y / \lambda z), \quad (7.4)$$

donde S y S' representan las transformadas de Fourier bidimensionales de las funciones s y s' , respectivamente. En esta expresión no hemos escrito el factor $1/(i\lambda z)$ y un factor de fase cuadrático global (ver, por ejemplo, Ref. [Goodman-96]) que son irrelevantes en nuestro caso, pues tomaremos sólo la intensidad de la distribución de amplitud. Una variación de la distancia que existe entre el MEL y la cámara CCD permite modificar la escala de la transformada de Fourier para poder ajustar la imagen al área sensible de la cámara.

La transformada de Fourier bidimensional de la función $s(x_0, y_0)$ se puede expresar como:

$$S\left(\frac{x_1}{\lambda z}, \frac{y_1}{\lambda z}\right) = S(u, v) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n(u - nf_0, v) \right] \otimes \mathcal{F}\{r(x_0, y_0)\}, \quad (7.5)$$

siendo $Q_n(u, v)$ la transformada de Fourier de $q_n(x_0, y_0)$. El símbolo \otimes indica convolución. Para la función $s'(x_0, y_0)$ quedaría una expresión similar.

Por tanto, la ecuación (7.4) puede ser re-escrita (teniendo en cuenta que $u = x_1/\lambda z$ y $v = y_1/\lambda z$) como:

$$U_1(u, v) = \left(\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} Q_n(u - nf_0, v) \right] \otimes \mathcal{F}\{r(x_0, y_0)\} \right) \exp(-i\pi v Y) + \left(\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} Q'_n(u - nf_0, v) \right] \otimes \mathcal{F}\{r'(x_0, y_0)\} \right) \exp(i\pi v Y). \quad (7.6)$$

Suponiendo que la función de reflectividad $r(x, y)$ [$r'(x, y)$] y la función de fase $\phi(x, y)$ [$\phi'(x, y)$] varía suavemente comparándola con la frecuencia f_0 del patrón de franjas, podemos considerar que todos los términos $Q_n(u - nf_0, v)$ [$Q'_n(u - nf_0, v)$] están separados unos de otros por la frecuencia portadora f_0 [ver Fig. 7.2(c)]. Por tanto, utilizando una máscara situada en el plano (x_1, y_1) podemos filtrar fácilmente estos términos y quedarnos sólo con el término con $n = 1$ [ver Fig. 3.2(d)]:

$$\begin{aligned}
 U'_1(u, v) &= (Q_1(u - f_0, v) \otimes \mathcal{F}\{r(x_0, y_0)\}) \exp(-i\pi v Y) + \\
 &+ (Q'_1(u - f_0, v) \otimes \mathcal{F}\{r'(x_0, y_0)\}) \exp(i\pi v Y).
 \end{aligned} \tag{7.7}$$

La información de la altura del objeto se puede obtener entonces como una modulación de fase sin más que hacer una transformada de Fourier inversa de la última ecuación:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}^{-1}[U'_1(u, v)] &= A_1 r(x_1, y_1) \exp\{i(\phi(x_1, y_1) + 2\pi f_0 x_1)\} \otimes \delta(x_1, y_1 - Y/2) + \\
 &+ A'_1 r'(x_1, y_1) \exp\{i(\phi'(x_1, y_1) + 2\pi f'_0 x_1)\} \otimes \delta(x_1, y_1 + Y/2).
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Esta expresión tiene dos términos complejos. La Fig. 7.2(e) muestra un ejemplo simplificado de estos dos términos separando la información de la amplitud y de la fase. Como podemos ver, la fase, a excepción de un factor de fase lineal, contiene la información de la altura del objeto a través de la función $\phi(x, y)$ (ver Capítulo 6). Las funciones delta de Dirac localizan cada término en su posición original.

Sin embargo, para poder obtener una comparación entre las funciones moduladas en fase a través de las alturas de los objetos y obtener así reconocimiento de objetos 3-D, continuamos con el análisis del dispositivo experimental. Tomando la intensidad del término $U'_1(u, v)$ [que se corresponde con el primer orden de difracción filtrado en el plano (x_1, y_1)] con una segunda cámara CCD (ver Fig. 7.1):

$$\begin{aligned}
 I(u, v) &= |Q_1(u - f_0, v) \otimes \mathcal{F}\{r(x_0, y_0)\}|^2 + |Q'_1(u - f_0, v) \otimes \mathcal{F}\{r'(x_0, y_0)\}|^2 + \\
 &+ [Q_1(u - f_0, v) \otimes \mathcal{F}\{r(x_0, y_0)\}] [Q'_1(u - f_0, v) \otimes \mathcal{F}\{r'(x_0, y_0)\}]^* \exp(-i2\pi v Y) + \\
 &+ [Q'_1(u - f_0, v) \otimes \mathcal{F}\{r'(x_0, y_0)\}]^* [Q_1(u - f_0, v) \otimes \mathcal{F}\{r(x_0, y_0)\}] \exp(i2\pi v Y),
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

donde el símbolo $*$ indica la operación de complejo conjugado.

Esta imagen se envía de nuevo al MEL situado en el plano (x_0, y_0) . El nuevo resultado en el plano (x_1, y_1) será la transformada de Fourier de la función $I(u, v)$. Teniendo en cuenta los factores de escala y las inversiones de coordenadas debidas a la doble transformación de Fourier, la nueva distribución de amplitud resultante se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
 U_2(x_1, y_1) = & \mathfrak{F}(x_1, y_1) * \mathfrak{F}(x_1, y_1) + \mathfrak{F}'(x_1, y_1) * \mathfrak{F}'(x_1, y_1) + \\
 & + [\mathfrak{F}(x_1, y_1) * \mathfrak{F}'(x_1, y_1)] \otimes \delta(x_1, y_1 - Y) + \\
 & + [\mathfrak{F}'(x_1, y_1) * \mathfrak{F}(x_1, y_1)] \otimes \delta(x_1, y_1 + Y),
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

donde el símbolo * indica la operación de correlación cruzada, y:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{F}(x_1, y_1) = & r(-x_1, -y_1) q_1(-x_1, -y_1) \exp(-i2\pi f_0 x_1) = \\
 & = r(-x_1, -y_1) A_1 \exp\{i(\phi(-x_1, -y_1) - 2\pi f_0 x_1)\},
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

y

$$\mathfrak{F}'(x_1, y_1) = r'(-x_1, -y_1) A'_1 \exp\{i(\phi'(-x_1, -y_1) - 2\pi f_0 x_1)\}. \tag{7.12}$$

En la expresión para $U_2(x_1, y_1)$ dada por la ecuación (7.10), el tercer y el cuarto términos son las correlaciones cruzadas entre las funciones \mathfrak{F} y \mathfrak{F}' . El tercer término está centrado en el punto $(0, Y)$ y el cuarto en el punto $(0, -Y)$. Uno es una reflexión especular del otro sobre el eje óptico.

El mismo análisis será válido si, en lugar de un segundo objeto $s'(x, y)$, tenemos una escena [por ejemplo $f(x, y)$] compuesta por varios objetos. De hecho, este es el caso más común en las aplicaciones que tienen como fin reconocer la presencia o no de un determinado objeto en una escena de entrada. Por tanto, en el plano final del dispositivo obtendremos también la correlación entre la escena $f(x, y)$ y la función de referencia $s(x, y)$, permitiendo así una detección del objeto de referencia en la escena de entrada.

Volviendo al análisis de la ecuación (7.10), podemos ver inmediatamente que la correlación cruzada entre las funciones $\mathfrak{S}(x_1, y_1)$ y $\mathfrak{S}'(x_1, y_1)$, que se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}(x_1, y_1) * \mathfrak{S}'(x_1, y_1) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{S}(\alpha, \beta) \mathfrak{S}'^*(\alpha - x_1, \beta - y_1) d\alpha d\beta = \\ &= A_1 A_1^* \exp\{-i2\pi f_0 x_1\} [r(x_1, y_1) \exp\{i\phi(x_1, y_1)\} * r'(x_1, y_1) \exp\{i\phi'(x_1, y_1)\}], \end{aligned} \quad (7.13)$$

contiene la información sobre la similitud entre la forma 3-D de las funciones iniciales $s(x_0, y_0)$ y $s'(x_0, y_0)$.

Esta correlación cruzada contiene una correlación entre

$$r(x_1, y_1) \exp\{i\phi(x_1, y_1)\}, \quad (7.14)$$

y

$$r'(x_1, y_1) \exp\{i\phi'(x_1, y_1)\}, \quad (7.15)$$

donde r y r' son las funciones de reflectividad, y ϕ y ϕ' contienen la información de la altura de los objetos codificada como una modulación de fase [ver ecuación (6.12)].

Finalmente, nótese que si la cámara y el proyector están lejos del objeto, es decir, $L \gg h(x, y)$, nuestro dispositivo experimental es invariante a desplazamientos a lo largo de la dirección dada por $h(x, y)$. Esta idea puede comprobarse en la ecuación (6.14): cualquier constante añadida a la función de altura $h(x, y)$ aparecerá en la ecuación (7.13) como un factor de fase global afectando a toda la correlación, que desaparecerá al tomar intensidad. Sin embargo, y como más tarde veremos, esta invariancia a desplazamientos a lo largo de la dirección dada por $h(x, y)$ estará limitada por el volumen de inspección finito que podemos conseguir en la técnica de la PTF. También es significativo indicar que esta invariancia a desplazamientos axiales tiene una naturaleza diferente a la inherente invariancia a desplazamientos transversales, pues el pico de correlación sigue

el movimiento transversal del objeto, pero se mantiene en el mismo lugar cuando cambia su posición axial.

Por tanto, y a modo de resumen, somos capaces de detectar objetos con forma 3-D idéntica comparando los patrones de franjas distorsionados que se obtienen al proyectar una red sobre la superficie de los objetos 3-D. Finalmente, nótese que la ecuación (7.13) es la correlación entre las funciones de fase que contienen la información de la altura de los objetos 3-D de entrada, y no es la correlación entre los patrones de franjas distorsionados. Este hecho lo podremos comprobar en los resultados experimentales que mostramos a continuación.

7.3.- Resultados experimentales

El dispositivo experimental que empleamos es el que se muestra en la Fig. 7.1. Empleamos un proyector de diapositivas para formar la imagen de una red de Ronchi de 8 líneas/mm sobre la superficie de los objetos 3-D. Los objetos son tres piezas de ajedrez (dos peones y un caballo) dispuestos sobre un fondo negro uniforme que sirve como plano de referencia sobre el que medir sus alturas. Uno de los peones es el objeto de referencia, mientras que el otro peón y el caballo componen la escena de entrada que se va a analizar. Si en lugar de emplear una red de Ronchi empleamos cualquier otro tipo de red (sinusoidal, por ejemplo), el único efecto sobre el sistema sería una constante global diferente debida al coeficiente de Fourier particular del orden seleccionado.

Los patrones de franjas distorsionados se graban con una cámara CCD Pulnix modelo TM-765. La imagen, mostrada en la Fig. 7.3, está compuesta por dos partes: la parte de arriba es la escena de entrada [ver Fig. 7.3(a)], mientras que la parte de abajo es el objeto de referencia [ver Fig. 7.3(b)].

Como podemos observar en la imagen de entrada, a pesar de que la forma 3-D de los peones es la misma, el patrón de franjas distorsionado que obtenemos es diferente debido a la distinta posición de los mismos. Esto nos servirá para demostrar, como ya hemos comentado con anterioridad, que la correlación no se realiza entre los patrones de

franjas distorsionados, sino entre las funciones de fase asociadas a la altura de los objetos 3-D.

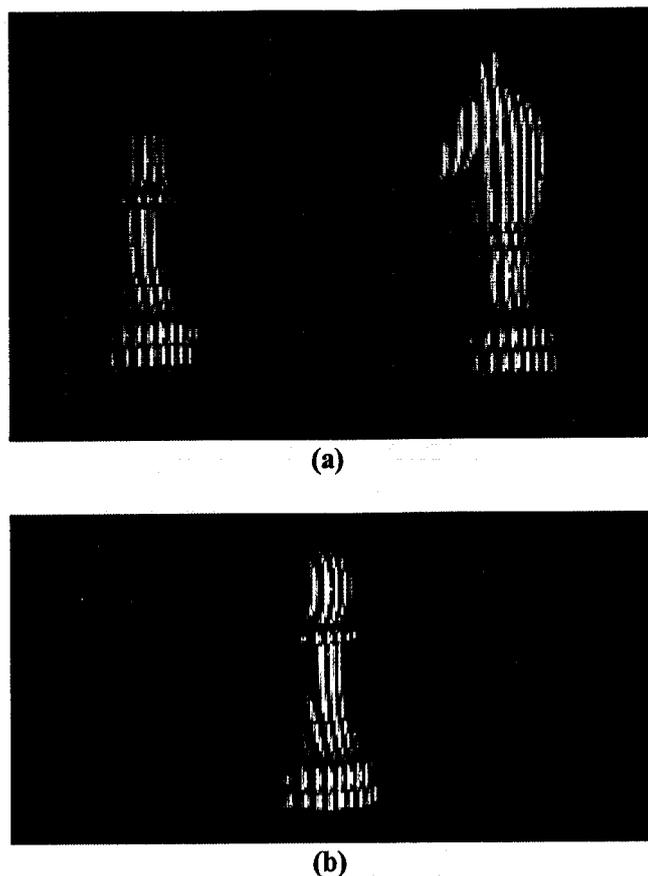


Figura 7.3: (a) Escena de entrada. (b) Objeto de referencia. Nótese que, aunque la forma 3-D de los peones es la misma, el patrón de franjas distorsionado es diferente, debido a la distinta posición de los mismos sobre el plano de referencia.

La imagen de la Fig. 7.3 se envía entonces como una imagen de 256 x 256 píxeles al MEL presente en el plano (x_0, y_0) (ver Fig. 7.1), de forma que en dicho plano tenemos una distribución igual a la que se muestra en la Fig. 7.4(a). El MEL es una pantalla de cristal líquido obtenida de un vídeo-proyector Epson modelo VP-100PS. La lente L_1 es un objetivo fotográfico Nikon de 135 mm.

Con una segunda cámara CCD sin objetivo grabamos la intensidad del primer orden obtenido en el plano (x_1, y_1) . Esta imagen se envía de nuevo al MEL. Por tanto, como se ha demostrado anteriormente, en este nuevo ciclo del CTC tenemos finalmente,

en el plano (x_1, y_1) , términos de correlación en tres posiciones diferentes. De acuerdo con la ecuación (7.10), centrada en el eje óptico obtenemos la suma de los términos de auto-correlación; en la parte de arriba del plano final obtenemos la correlación entre la escena de entrada y el objeto de referencia, y en la parte inferior obtenemos la misma correlación con una inversión respecto al eje óptico [ver Fig. 7.4(b)]. Este plano de salida se captura con una cámara CCD, por lo que en realidad registramos la intensidad de esta distribución.

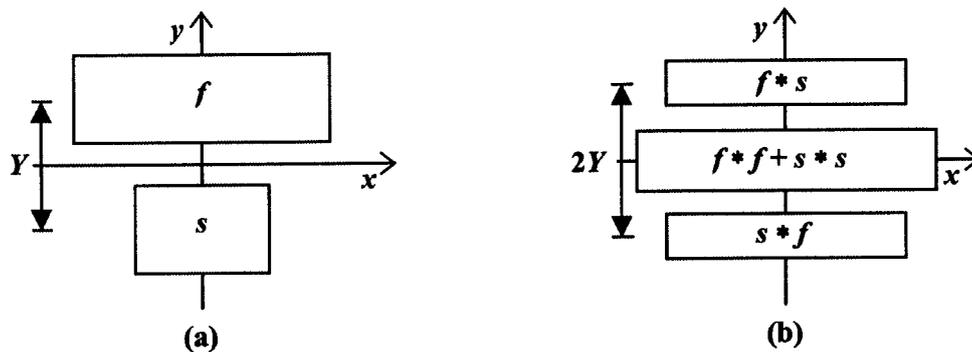


Figura 7.4: (a) Distribución espacial sobre el MEL de la escena de entrada f y el objeto de referencia s . (b) Plano de correlación del CTC. El símbolo $*$ indica la operación de correlación cruzada.

Considerando el pico de correlación, la intensidad vendría dada por [siguiendo la ecuación (7.13)]:

$$\begin{aligned}
 I_{corr}(x_1, y_1) &= |\mathfrak{F}(x_1, y_1) * \mathfrak{F}'(x_1, y_1)|^2 = \\
 &= |A_1 r(x_1, y_1) \exp\{i\phi(x_1, y_1)\} * A_1^* r'(x_1, y_1) \exp\{i\phi'(x_1, y_1)\}|^2 = \\
 &= |(función ACF) * (función ACF)|^2. \tag{7.16}
 \end{aligned}$$

Como podemos ver, obtenemos la correlación entre las funciones de altura codificada en fase (ACF) (ver Capítulo 6) correspondientes a los objetos 3-D considerados.

En la Fig. 7.5 mostramos un perfil 3-D del plano de correlación obtenido experimentalmente cuando los objetos de entrada son los que se muestran en la Fig. 7.3(a). Este gráfico sólo considera la parte de arriba del plano de correlación, conteniendo pues la correlación entre la escena de entrada y el objeto de referencia.

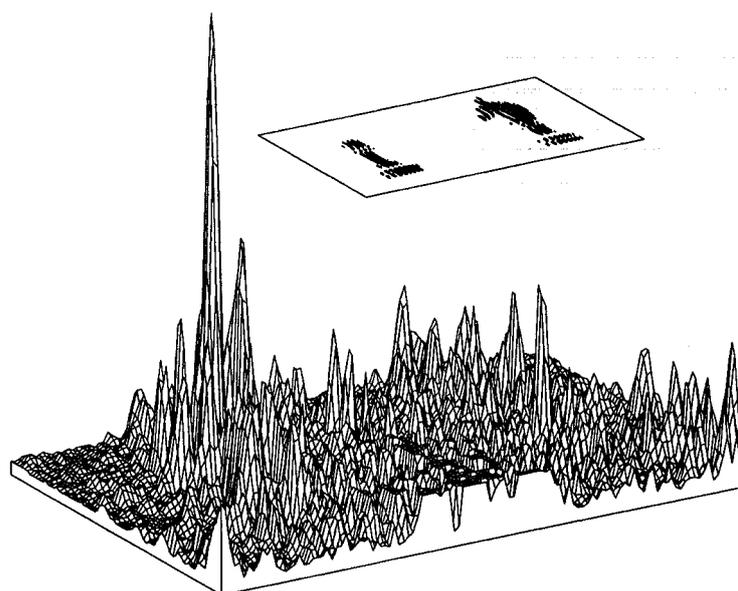


Figura 7.5: Perfil 3-D del plano experimental de correlación. El orden cero en la parte inferior de la imagen ha sido eliminado para facilitar la visualización.

Como vemos, aparte del orden cero que aparece en la parte inferior de la imagen y que ha sido eliminado por propósitos gráficos, obtenemos un elevado pico de correlación debido al peón que aparece en la escena de entrada. Este pico de correlación permite una clara discriminación con el término de correlación cruzada que aparece a la derecha de la imagen debido a la figura del caballo. Nótese que no hemos empleado ningún método de mejora del plano experimental de correlación (ver, por ejemplo, los algoritmos aplicados sobre el dominio de Fourier en las Ref. [Alam-95, Javidi-89]).

7.4.- Ventajas e inconvenientes sobre otros sistemas de reconocimiento tridimensional

Como ya comentamos en la introducción, en los últimos años se han propuesto diversos sistemas ópticos que permiten un reconocimiento de objetos 3-D. En este apartado haremos una breve descripción de dichos sistemas y veremos cuáles son las ventajas que presenta nuestro método frente a estos métodos.

La primera idea que se nos puede ocurrir al intentar abordar el problema del reconocimiento de objetos 3-D es la de tomar diversas proyecciones 2-D de la escena de entrada, y correlacionarlas con las correspondientes proyecciones del objeto de referencia [Pu-97]. Las dos principales desventajas que presenta este método son, por una parte, la necesidad que tiene el sistema de una gran capacidad de almacenamiento de imágenes (los autores que desarrollaron este método emplearon una base de datos holográfica basada en la utilización de un fotopolímero), y por otra, la dificultad que implica el diseñar una señal de referencia completa. Sin embargo, la idea funciona bastante bien en el dispositivo óptico diseñado por los autores: un robot que en tiempo real elige el camino adecuado a seguir (previamente introducido en la señal de referencia completa).

Empleando una cámara de rango (cámara que proporciona de un objeto 3-D valores de niveles de gris que son directamente proporcionales a su forma 3-D) Paquet *et al.* [Paquet-95] diseñaron un sistema de reconocimiento de objetos 3-D basado en la utilización de una red neuronal retroalimentada. Lamentablemente esta técnica no es de uso muy común debido a la dificultad que supone la adquisición de una cámara de rango con la que digitalizar la escena 3-D. Además, aunque el sistema permite obtener algunas invariancias (tales como invariancia a desplazamientos o a escala), el procesado digital de las imágenes resulta bastante complicado.

Por otra parte, Rosen ha propuesto recientemente una implementación de la correlación espacial 3-D utilizando un CTC que es capaz de reconocer objetos en el espacio 3-D [Rosen-98A, Rosen-98B]. La principal desventaja que presenta su dispositivo experimental es la necesidad de un número excesivo de cálculos digitales que ralentiza

la velocidad de procesado del sistema (por ejemplo: es necesario realizar un cambio de coordenadas digitalmente para cada una de las escenas que se desea analizar, se necesitan realizar muchas transformadas de Fourier bidimensionales que, aunque se pueden realizar ópticamente, el autor recomienda que se hagan digitalmente, ...). Además, este sistema óptico tiene la desventaja adicional de emplear un conjunto de cámaras para la adquisición de las imágenes de la escena 3-D. Y también es necesario que se cumplan determinadas condiciones matemáticas que dependen de la geometría del sistema para evitar pérdidas de información.

Frente a todos estos sistemas de reconocimiento de objetos 3-D, el sistema que hemos desarrollado nosotros es extraordinariamente sencillo. Únicamente necesitamos un material de laboratorio tan común como es un proyector de diapositivas con el que formar el patrón de franjas sobre la superficie de los objetos 3-D, una cámara CCD para grabar la imagen de los patrones distorsionados, un MEL que permita introducir las imágenes en un sistema óptico y una cámara CCD para grabar el resultado del plano de Fourier del CTC (que puede ser la misma cámara empleada para grabar los patrones de franjas distorsionados). Por lo demás, el dispositivo experimental no necesita ningún cálculo digital intermedio ni ningún almacenamiento masivo de información. Además, el sistema puede trabajar en tiempo real si en lugar de emplear un CTC de dos ciclos empleamos dos CTC en línea (de forma que la intensidad del plano de Fourier del primero de ellos sea, a su vez, el plano de entrada del segundo). En este caso, en el que necesitaríamos dos MEL, la velocidad del sistema dependería únicamente de la velocidad de los moduladores y de la cámara CCD, que normalmente trabajan en tiempo real.

Por otra parte, a lo largo de este capítulo hemos descrito el método de reconocimiento de objetos 3-D empleando un CTC, y hemos comprobado que se fundamenta en la obtención de la correlación entre las funciones de ACF correspondientes a la función de referencia y al objeto inspeccionado. Como es lógico, esta correlación puede ser también obtenida empleando un correlador convergente clásico (CCC) (ver Capítulo 2), multiplicando en el plano de Fourier las transformadas de Fourier de ambas funciones de ACF. Este hecho lo demostraremos en el Capítulo 9, en el que emplearemos el CCC para obtener un reconocimiento de objetos 3-D con invariancia a escala.

Lógicamente, nuestro sistema de reconocimiento 3-D también tiene sus inconvenientes, derivados, principalmente de la técnica de la PTF. Como ya hemos comentado en el capítulo anterior, el principal problema de la PTF es el volumen de inspección limitado. Entendemos por volumen de inspección la profundidad que puede tener, o en la que puede moverse, el objeto para que su imagen 3-D se obtenga correctamente sin variar las características del dispositivo experimental. Este volumen de inspección está limitado, como puede deducirse fácilmente, por cuatro factores:

- 1) la profundidad de enfoque del proyector de diapositivas y la profundidad de campo de la cámara CCD,
- 2) el cambio en la frecuencia de las franjas del patrón distorsionado al variar la distancia entre el objeto y la cámara,
- 3) el cambio en el ángulo con el que se proyectan las franjas sobre el objeto al variar la distancia entre el objeto y la cámara, y
- 4) el cambio en la irradiancia de un objeto iluminado por un haz divergente, al cambiar éste su posición axial.

El primer factor tiene fácil solución, ya que podemos emplear un sistema interferencial para proyectar las franjas (así el patrón de franjas se formaría en todo el espacio y no existiría la limitación de la profundidad de enfoque del proyector) y utilizar una cámara con una elevada profundidad de campo (reduciendo la abertura, por ejemplo) para capturar los patrones distorsionados.

Para explicar la influencia del segundo factor, es decir, la variación de la frecuencia del patrón distorsionado al cambiar la distancia L , es importante distinguir si estamos en el caso de la aproximación $L \gg h(x,y)$ comentada en capítulos anteriores o no. Si no consideramos la aproximación, este factor tiene una influencia relativamente alta. Tal y como se demuestra en el Apéndice C, al ir disminuyendo la distancia entre el objeto y la cámara llegamos a un punto a partir del cual la frecuencia del patrón de franjas distorsionado disminuye significativamente. Este hecho es realmente importante, ya que si la frecuencia varía de forma no despreciable, la posición del primer orden en la transformada de Fourier es distinta en función de la posición del objeto en la escena, por

lo que para cada distancia L sería necesario realizar una corrección en la máscara que selecciona este primer orden. En cambio, si consideramos la aproximación $L \gg h(x,y)$, la influencia de este factor es mínima, pues, como podemos ver en el Apéndice C, la variación de la frecuencia de las franjas es despreciable al cambiar la distancia del objeto a la cámara. Por tanto, la influencia de este factor puede ser eliminada tomando distancias relativamente grandes entre los objetos 3-D y la cámara CCD.

En cuanto a la influencia del tercer factor, el cambio en el ángulo de proyección de las franjas al variar la distancia entre el objeto y la cámara, está claro que va a depender fuertemente de las variaciones locales de la función de altura que caractericen al objeto 3-D. El variar la distancia L es equivalente a variar el ángulo con el que son proyectadas las franjas, y lo mismo sucede al variar la distancia d entre la cámara y el proyector. Este hecho hace que la forma 3-D del objeto (que suponemos situado a una distancia L) que estamos comparando con el de referencia (que suponemos situado a una distancia L') sea distinta, aún cuando se trate del mismo objeto. Independientemente de si consideramos la aproximación $L \gg h(x,y)$ o no, en la relación entre la función de fase y la forma 3-D del objeto [ver ecuaciones (6.12) y (6.13)] nos va a quedar una dependencia con el ángulo con el que son proyectadas las franjas. Esta dependencia puede introducir, dependiendo del caso, diferencias en las funciones de fase que correlacionan, haciendo así que perdamos el pico de correlación. Ahora veremos, con un ejemplo, la influencia de este factor frente a los demás, comparando la evolución de las señales de correlación entre dos objetos 3-D iguales al ir variando la distancia axial de uno de ellos.

Pero el factor más importante, el que realmente limita el volumen de inspección, con independencia de la distancia L , en la técnica de la correlación 3-D a través de la PTF, es la variación que se produce en la irradiancia de un objeto iluminado por un haz divergente al cambiar éste su posición axial. Efectivamente, cuando desplazamos axialmente un objeto iluminado, si el haz de luz proviene de un punto, la irradiancia recibida por el objeto depende de la distancia que exista entre éste y la fuente de luz. Esto hace que al tomar la imagen del objeto con una cámara, el nivel de gris registrado punto a punto dependa de la distancia a la que se encuentre el objeto. Así, la energía de los pa-

trones distorsionados que presentamos en la escena de entrada del sistema óptico va a depender de la distancia a la que estén los objetos 3-D correspondientes, lo que va a influir de forma decisiva, como ahora veremos, en los valores de los picos de correlación obtenidos. En cambio, si la iluminación se realiza con una onda plana, el valor de irradiancia permanece constante aunque varíe la posición axial del objeto, manteniendo así invariable el nivel de gris registrado punto a punto en la imagen del objeto.

Para comprobar todas estas ideas obtendremos, por simulación, la influencia que tiene sobre la señal de correlación un desplazamiento axial del objeto 3-D. Tomaremos, en primer lugar, el caso de iluminación con un sistema de franjas que proviene de la interferencia entre dos ondas esféricas. El objeto de referencia elegido para el ejemplo es una pieza de corcho sobre la que proyectamos el patrón de franjas uniforme (ver Fig. 7.6).

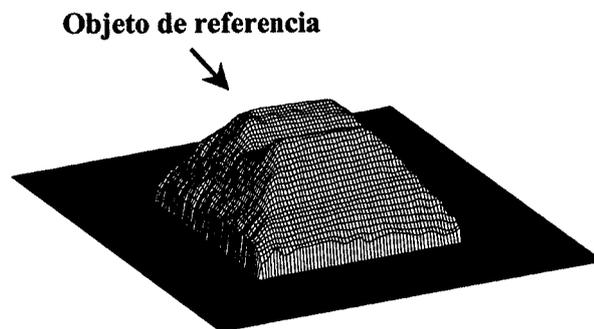


Figura 7.6: Objeto de referencia considerado en las simulaciones para obtener la variación en la intensidad del pico de correlación con la distancia L .

Consideraremos, para el primer ejemplo, que este objeto está situado a una distancia $L = 2$ m, y mediremos las variaciones que se producen (en %) en la intensidad del pico de correlación cuando tomamos como objeto a detectar este mismo objeto 3-D situado en distintas posiciones axiales, separadas de 10 en 10 cm, dentro del intervalo [1, 3] m. La gráfica que se obtiene es la que se muestra en la Fig. 7.7. Podemos observar, por ejemplo, que un desplazamiento de 10 cm alejando el objeto de la cámara provoca una disminución del pico de correlación del 40 %. Al estar considerando distancias L relativamente pequeñas, esta caída en el pico de correlación está provocada por la variación de la frecuencia y del ángulo de proyección de las franjas al cambiar la distancia L

(factores segundo y tercero citados con anterioridad). Además, llama la atención que el máximo de correlación no se obtenga para el objeto situado a 2 m (posición del objeto de referencia). Este hecho se debe a la influencia del factor más importante, el de irradiancia: objetos más cercanos, aunque no correlacionan perfectamente con el de referencia, dan como resultado un valor mayor en el pico de correlación debido a que los niveles de gris en la imagen capturada son mayores porque los objetos se encuentran más cerca de la fuente de luz. La influencia de este factor también se puede comprobar observando la variación del fondo de la gráfica, que disminuye con L^2 debido, precisamente, a la variación de la irradiancia con la distancia.

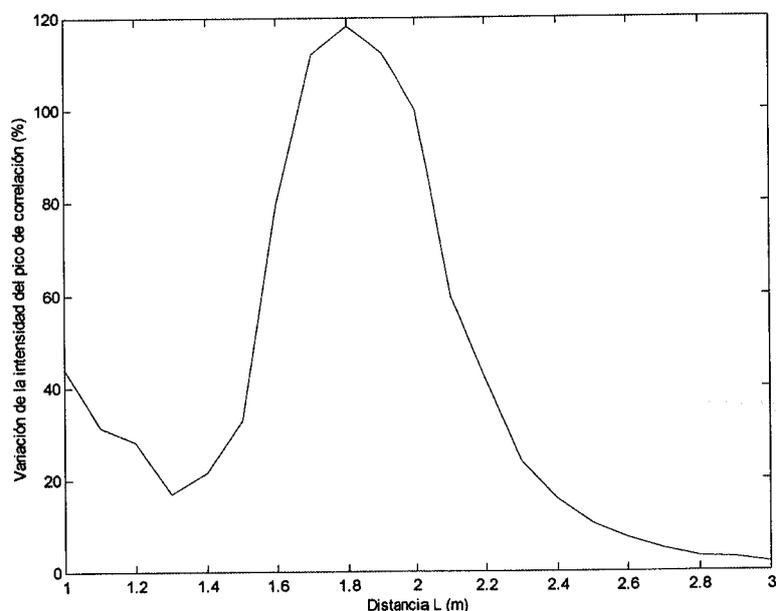


Figura 7.7: Variación de la intensidad del pico de correlación con la distancia L para un sistema de franjas que proviene de la interferencia entre dos ondas esféricas.

Tomando como sistema de iluminación un patrón de franjas que proviene de la interferencia entre dos ondas planas obtenemos el resultado que se muestra en la Fig. 7.8. Como vemos, ahora hemos eliminado la influencia del factor de irradiancia, por lo que el máximo de correlación sí que se obtiene para la posición que coincide con la del objeto de referencia, y además el fondo de la gráfica presenta un aspecto uniforme. Aún así, obsérvese la pérdida del 30 % que se produce en la señal de correlación al variar la posición del objeto en tan sólo 0.2 m respecto a la posición del objeto de referencia.

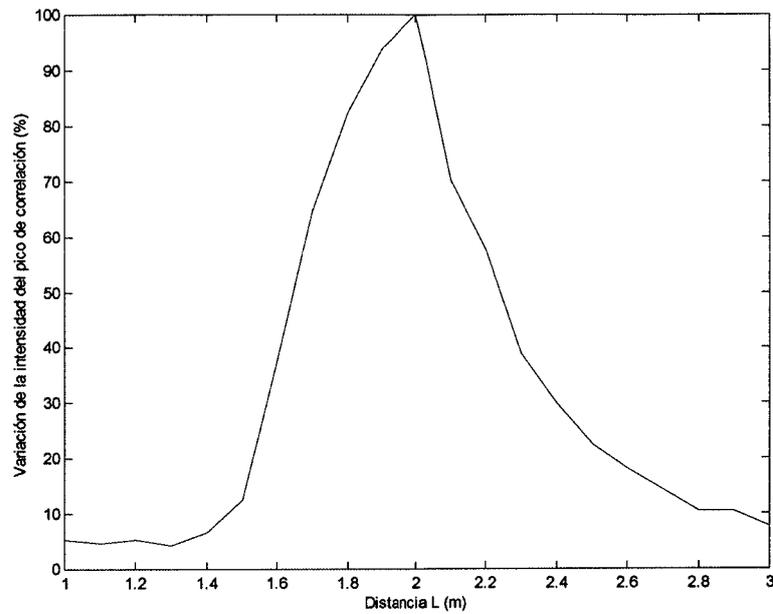


Figura 7.8: Variación de la intensidad del pico de correlación con la distancia L para un sistema de franjas que proviene de la interferencia entre dos ondas planas.

En segundo lugar, consideraremos que el objeto de referencia está situado a una distancia $L = 5$ m, en la que tomamos como válida la aproximación $L \gg h(x,y)$, y mediremos de nuevo las variaciones que se producen (en %) en la intensidad del pico de correlación al variar el objeto a detectar dentro del intervalo $[4, 6]$ m. Tomando el caso de iluminación con patrón de franjas de interferencia entre dos ondas esféricas, la gráfica que se obtiene es la que se muestra en la Fig. 7.9. Podemos ver cómo el factor que más influye ahora es la variación con L^2 de la irradiancia. Tanto, que esta influencia camufla otras posibles variaciones que quedan ocultas. En particular, la debida a la variación del ángulo de proyección de las franjas con la distancia L (ya que la influencia de la variación de la frecuencia es ahora mínima debido a la gran distancia a la que está situado el objeto de referencia). Esta influencia de la variación del ángulo se puede obtener si empleamos como sistema de proyección de franjas el que proviene de la interferencia entre dos ondas planas. Éste caso es el que se muestra en la Fig. 7.10. Como podemos ver, para distancias lejanas el volumen de inspección está menos limitado que para distancias cortas.

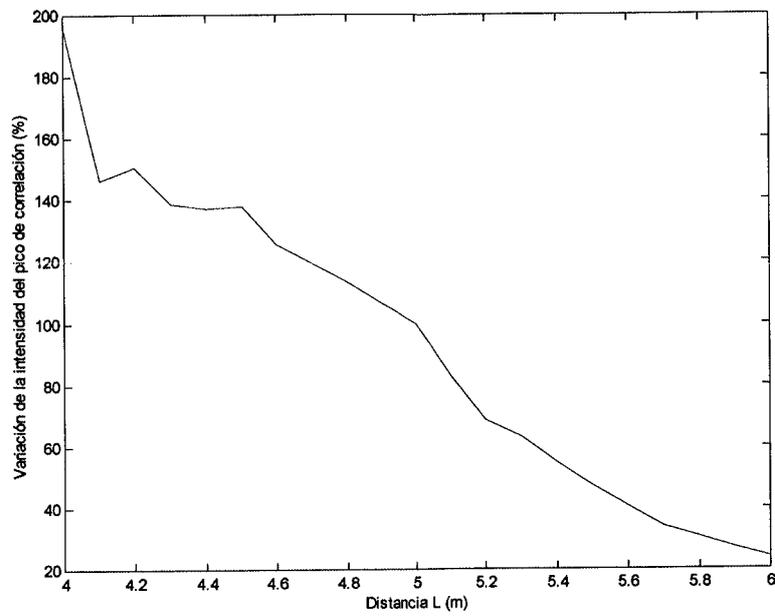


Figura 7.9: Variación de la intensidad del pico de correlación con la distancia L para un sistema de franjas que proviene de la interferencia entre dos ondas esféricas.

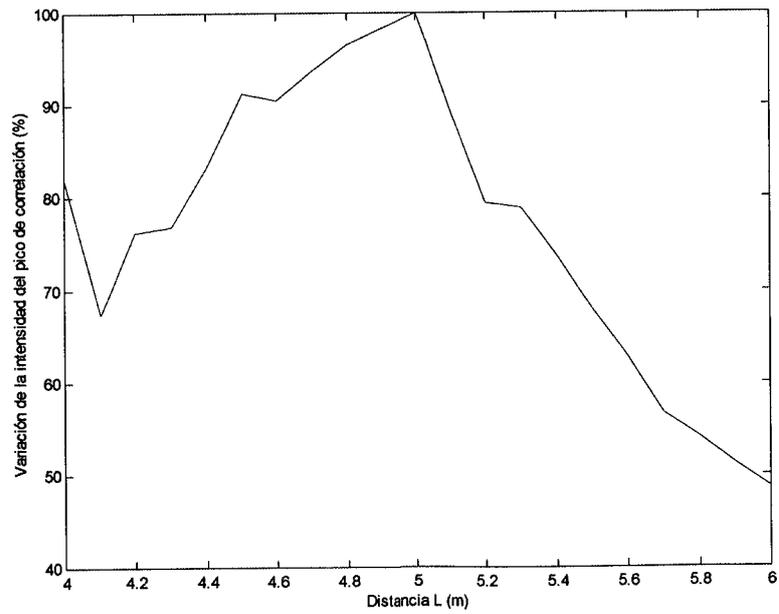


Figura 7.10: Variación de la intensidad del pico de correlación con la distancia L para un sistema de franjas que proviene de la interferencia entre dos ondas planas.

Capítulo 8

Reconocimiento invariante a rotaciones de objetos tridimensionales empleando un correlador de transformada conjunta

8.1.- Introducción

En este capítulo demostraremos cómo podemos obtener invariancias en el reconocimiento de objetos tridimensionales (3-D) empleando el dispositivo experimental que hemos analizado en el capítulo anterior. Como caso particular emplearemos los armónicos circulares (AC) para obtener reconocimiento invariante a rotaciones sobre el plano en el que descansa el objeto 3-D, pero como podremos comprobar la extensión a reconocimiento con otras invariancias es relativamente sencilla.

Tras una breve introducción al reconocimiento de objetos con invariancia a rotaciones empleando los AC, veremos cómo podemos aplicar el método de AC a nuestro sistema de reconocimiento de objetos 3-D, y mostraremos los resultados experimentales que verifican la validez del método propuesto [Esteve-Taboada-00B, Esteve-Taboada-00C].

8.2.- Reconocimiento invariante a rotaciones empleando la descomposición en armónicos circulares

Los AC fueron introducidos inicialmente por Hansen *et al.* para el procesado de imágenes tomográficas [Hansen-81A, Hansen-81B, Hansen-82]. Más tarde, Hsu *et al.* aplicaron los AC al reconocimiento de formas invariante a rotaciones [Hsu-82A, Hsu-82B, Hsu-82C].

Los AC se definen como el conjunto de funciones $\exp(im\theta)$ del plano (r, θ) tales que $m \in Z$. Así, un objeto cualquiera, representado por la función $f_c(x, y)$, o de forma equivalente, por la función $f(r, \theta)$, se puede desarrollar en AC según la siguiente expresión:

$$f_c(x, y) \equiv f(r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r) \exp(im\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r, \theta), \quad (8.1)$$

siendo

$$f_m(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \exp(-im\theta) d\theta, \quad (8.2)$$

y

$$f_m(r, \theta) = f_m(r) \exp(im\theta). \quad (8.3)$$

Al subíndice m se le conoce como el orden del desarrollo en AC. Cada sumando $f_m(r, \theta)$ se denomina componente del desarrollo de la función $f(r, \theta)$ en AC. El desarrollo es completamente análogo a un desarrollo en serie de Fourier en el que sólo se considera la variable angular, siendo aplicable a toda función continua, derivable a trozos e integrable en el plano XY [Arsenault-86].

Es importante remarcar que el módulo de una componente del desarrollo en AC tiene simetría de revolución, mientras que la fase presenta una variación angular lineal (excepto para el orden $m = 0$).

Los AC forman un conjunto de funciones ortonormales, pues verifican que:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(im\theta) \exp(-in\theta) d\theta = \delta_{m,n} = \begin{cases} 1, & \text{si } m = n \\ 0, & \text{si } m \neq n \end{cases} \quad (8.4)$$

Además, se trata de un conjunto completo, pues cualquier función $f(r, \theta)$ admite la descomposición indicada en la ecuación (8.1).

Veremos a continuación, de forma breve, la base de la utilización de los AC para la obtención de la invariancia a rotaciones. Consideremos una escena de entrada formada, entre otras cosas, por la función de referencia que queremos detectar [por ejemplo, $f(r, \theta)$] y por una versión girada de la misma [$f(r, \theta + \alpha)$]. Evidentemente, la función $f(r, \theta + \alpha)$ se puede expresar como:

$$f(r, \theta + \alpha) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_m(r) \exp(im\theta) \exp(im\alpha). \quad (8.5)$$

Si empleamos como función de referencia una componente del desarrollo en AC de la función $f(r, \theta)$, por ejemplo, $g(r, \theta) = f_m(r) \exp(im\theta)$, el valor de la correlación (en el origen del plano de correlación) de dicha función de referencia con el objeto girado se puede expresar como:

$$C_m(\alpha) = 2\pi \exp(im\alpha) \int_0^{\infty} |f_m(r)|^2 r dr. \quad (8.6)$$

Podemos ver cómo, empleando como función de referencia una única componente del desarrollo en AC del objeto que queremos detectar, el resultado al tomar intensidad en el plano de correlación es independiente del ángulo con el que el objeto a detectar esté orientado en la escena de entrada [debido precisamente a que el factor de fase $\exp(im\alpha)$ desaparece al tomar intensidad]. Obtenemos así reconocimiento de patrones con invariancia a rotaciones. Por el contrario, la utilización simultánea de diversas componentes de armónicos circulares como función de referencia destruiría el pico de correlación como consecuencia de los diferentes valores de los factores de fase.

En toda la explicación anterior no se ha hecho mención a un parámetro importante en el desarrollo de AC: el paso de coordenadas cartesianas a coordenadas polares supone implícitamente la elección de un centro de desarrollo, es decir, el origen de coordenadas del sistema polar. La dependencia funcional $f(r, \theta)$ es completamente diferente para distintos orígenes del sistema polar. Un mismo objeto con distintas elecciones del origen del desarrollo presenta funciones radiales del mismo orden diferentes, lo que hace que varíe todo el patrón de correlación.

Una primera aproximación al problema de la elección del centro propio adecuado fue la utilización de un algoritmo iterativo [Hsu-82A, Hsu-82B]. Tomando un centro de desarrollo cualquiera se calculaba el patrón de correlación y se hallaba la posición del máximo. Entonces, este punto era tomado como centro de desarrollo, y se repetía el proceso hasta que el centro de desarrollo coincidía en dos iteraciones seguidas. El principal problema de este algoritmo es que la convergencia no siempre está asegurada. Además, en él no se hace ningún esfuerzo por optimizar la capacidad de discriminación o el contenido de energía.

Es fácil demostrar [Arsenault-89] que la energía de un objeto (valor de la autocorrelación en el origen) se distribuye entre todos los órdenes de su desarrollo en AC, de forma que al emplear una sola componente de AC en el cálculo del plano de correlación siempre se obtiene un valor de correlación menor al que se obtendría con el filtro adaptado completo. Esta disminución de energía depende del orden del desarrollo y también del centro propio del desarrollo, que hace cambiar la distribución de energía entre los distintos órdenes. Sabiendo esto, el centro propio óptimo del desarrollo en AC sería aquél para el cual, además de que el valor de la correlación en el origen sea el máximo del plano de correlación para la componente de AC elegida, la energía de dicha componente sea máxima (estas dos condiciones se unifican en la definición de centro propio óptimo de Sheng *et al.* [Sheng-87]).

Extendiendo la notación utilizada hasta ahora para tener en cuenta el centro del desarrollo, llamamos $f(r, \theta; x_0, y_0)$ a la expresión en coordenadas polares de la función $f_c(x, y)$ tomando como origen de coordenadas del sistema polar al punto (x_0, y_0) . Así, en el

origen de coordenadas, la energía de una componente de AC desarrollada respecto al centro (x_0, y_0) se puede escribir como:

$$E_m(x_0, y_0) = 2\pi \int_0^{\infty} |f_m(r; x_0, y_0)|^2 r dr, \quad (8.7)$$

siendo

$$f_m(r; x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(r, \theta; x_0, y_0) \exp(-im\theta) d\theta. \quad (8.8)$$

Al valor de $E_m(x_0, y_0)$ se le denomina mapa de energía de la componente m del desarrollo en AC del objeto $f(r, \theta)$ tomando como origen del sistema polar el punto (x_0, y_0) . Sheng *et al.* [Sheng-87] aportan la solución al centro propio óptimo del desarrollo como aquel punto (x_0, y_0) que maximiza la función $E_m(x_0, y_0)$. Sin embargo, el centro propio así definido puede, además de no ser único (por ejemplo, para objetos simétricos existen varios posibles), no ser el centro de desarrollo más apropiado, debido a que no se ha considerado ni la capacidad de discriminación ni la localización del máximo de correlación. Si el centro propio se encuentra lejos del centro geométrico del objeto de referencia, o incluso fuera de su extensión, aunque el contenido de energía de la componente de AC sea alto (por maximizar el valor del mapa de energía), la información de la componente de AC acerca de los bordes del objeto se reduce, pues se tiende a incluir el objeto completo en un solo lóbulo de la componente [García-94]. Además, en estos casos el pico de correlación estará fuera del objeto, lo que dificulta su localización.

Por todo esto, a lo largo de este trabajo emplearemos el método de elección del centro propio óptimo del desarrollo en AC propuesto en [García-Martínez-95]. El método está basado en calcular el mapa de energía en el entorno del objeto para varios órdenes, y escoger el centro propio y el orden del desarrollo que aporten un máximo de correlación que, siendo agudo, esté cercano al centro del objeto. Tenemos así en cuenta la información proporcionada por los mapas de energía y por la relación entre la energía del pico de correlación y la energía total del plano de correlación¹.

¹ Esta relación se conoce en inglés como *peak-to-correlation energy (PCE)*.

8.3.- Reconocimiento de objetos tridimensionales con invariancia a rotaciones empleando un correlador de transformada conjunta

El método que proponemos para la obtención de reconocimiento de objetos 3-D con invariancia a rotaciones está basado en el sistema que describimos en el apartado anterior. Empleábamos un correlador de transformada conjunta (CTC) modificado (en el sentido en que sólo tomábamos la intensidad del primer orden en el plano de Fourier para obtener la entrada para el segundo ciclo del correlador), en cuyo plano inicial introducíamos los patrones de franjas distorsionados que resultaban al proyectar un patrón de franjas uniforme sobre la superficie de los objetos 3-D. Tras tomar la intensidad del primer orden en el plano de Fourier del sistema, e introducirla de nuevo como imagen de entrada en el segundo ciclo del CTC, podíamos obtener reconocimiento de objetos 3-D.

Para conseguir que el reconocimiento sea invariante a rotaciones, la imagen de entrada del CTC ha de ser distinta. Estará formada por los patrones de franjas distorsionados de los objetos 3-D que forman la escena a analizar, y por una función que actúa como referencia, que será una componente del desarrollo en AC de la función de altura codificada en fase (ACF) obtenida, como se explica en el Capítulo 6 de este trabajo, a partir del objeto de referencia. Así, empleando esta imagen de entrada en el CTC modificado que explicamos en el Capítulo 7, obtendremos la correlación entre las funciones de ACF correspondientes a los objetos de entrada que forman la escena a analizar y la componente de AC de la función de ACF correspondiente al objeto de referencia.

Es importante indicar que las componentes del desarrollo en AC son funciones complejas (con excepción de la componente de orden cero), lo que se debe tener en cuenta a la hora de emplear una de ellas en un sistema óptico. Se han desarrollado diversos métodos que permiten emplear las componentes de AC complejas en sistemas ópticos. Por ejemplo, en la Ref. [Yu-89] se propone emplear de forma separada la parte real y la parte imaginaria de las funciones complejas como dos objetos de referencia distintos en un CTC. Los autores consiguen de este modo reconocimiento de patrones invariante a rotaciones y a desplazamientos, aunque es necesario un procesado digital

como paso final para sumar los resultados de los planos de correlación de las partes real e imaginaria.

Mendlovic *et al.* [Mendlovic-90B] propusieron un método diferente basado en codificar la fase y la amplitud de la componente de AC compleja mediante un holograma generado por ordenador (HGO) empleando el método de desvío de fase [Lohmann-67]. En esta técnica, el objeto de entrada se modula también con una red de la misma frecuencia que la del HGO. Una vez preparada la función de referencia, este método es mucho más rápido que el anterior, pues sólo se necesita un único paso en el correlador sin un procesamiento digital posterior.

En el método que proponemos nosotros, codificaremos la información de la función compleja de la componente de AC a través de un patrón de interferencias obtenido digitalmente. Para ello hallaremos la interferencia de la componente de AC con la onda plana $A \exp(-i2\pi y/p)$, siendo p el periodo de la red uniforme que proyectamos sobre la superficie de los objetos que forman la escena de entrada. Con el fin de obtener unas franjas de interferencia con buen contraste, el valor de la amplitud A de la onda plana se ha tomado igual al máximo del valor absoluto de la componente de AC. La función de interferencia que obtenemos así presenta un valor de fondo distinto de cero, pero esto no será un problema en nuestro caso, ya que nosotros consideraremos sólo el primer orden de difracción en el plano de Fourier.

A modo de resumen, digamos que en el primer orden de la transformada de Fourier del plano de entrada obtenemos la superposición de las transformadas de Fourier de las funciones de ACF de los objetos que forman la escena a analizar, y la transformada de Fourier de la componente de AC que actúa como función de referencia. Tomando la intensidad de este primer orden e introduciéndola de nuevo en el plano de entrada del CTC modificado, podemos obtener finalmente la correlación entre las funciones de ACF de los objetos de la escena y la componente de AC de la función de ACF del objeto de referencia.

8.4.- Resultados experimentales

El dispositivo experimental que utilizamos es el mismo que el empleado en el capítulo anterior (ver Fig. 7.1). Empleamos un proyector de diapositivas para formar la imagen de una red de Ronchi de 8 líneas/mm sobre la superficie de los objetos 3-D. En este caso los objetos 3-D son dos piezas de corcho dispuestas sobre un fondo negro que sirve de plano de referencia sobre el que medir sus alturas. Una de las piezas actúa como objeto de referencia, mientras que la otra la empleamos para probar la capacidad de discriminación de nuestro sistema. Los patrones de franjas distorsionados se graban con una cámara Pulnix modelo TM-765.

En primer lugar tenemos que conseguir la función de ACF correspondiente al objeto de referencia. El proceso digital que seguimos es el que está esquematizado en la Fig. 8.1.

Podemos obtener así la función de ACF del objeto de referencia. En la Fig. 8.2 mostramos una vista en perspectiva de estas funciones de ACF obtenidas para los dos objetos considerados (indicamos en la figura cuál es el objeto que actúa como referencia).

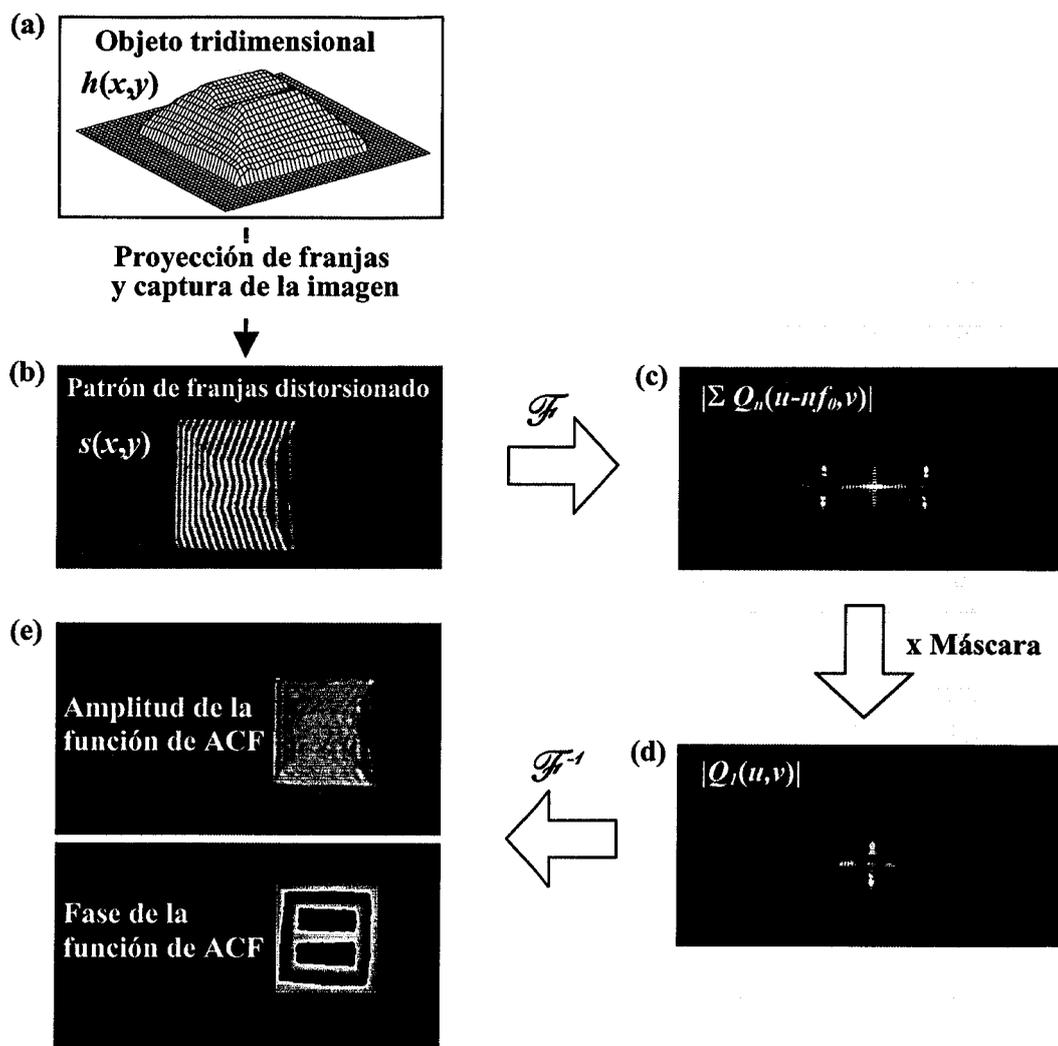


Figura 8.1: Esquema del procedimiento a seguir para obtener la función de ACF del objeto de referencia 3-D considerado.

Tomando la función de ACF obtenida para el objeto de referencia calculamos la componente del desarrollo en AC. Siguiendo el procedimiento indicado en el apartado anterior acerca de la elección del centro óptimo del desarrollo y del orden apropiado, hemos elegido la componente de orden $m = 4$ con centro propio en el punto (106,119) (para una imagen de 256 x 256 píxeles). En la Fig. 8.3 mostramos el aspecto que presenta esta componente de AC [parte real en (a), parte imaginaria en (b) y modulo en (c)].

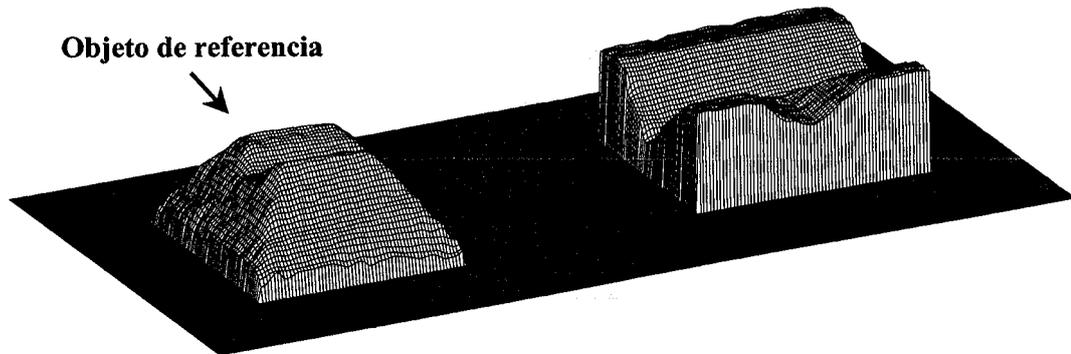


Figura 8.2: Perfil tridimensional de los objetos 3-D empleados para comprobar el comportamiento del sistema. Estos perfiles se han obtenido empleando un algoritmo de *phase-unwrapping* para eliminar los saltos de fase de la función de ACF.

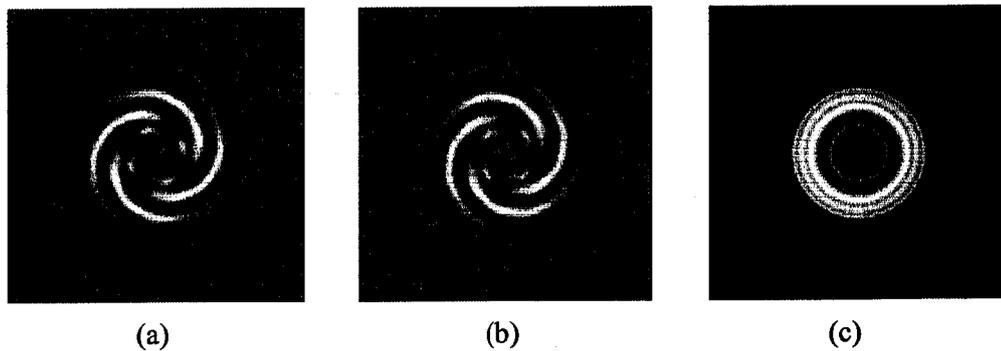


Figura 8.3: (a) Parte real de la componente de AC de orden $m = 4$ de la función de ACF del objeto de referencia. (b) Parte imaginaria. (c) Módulo.

Hemos preparado dos escenas de entrada. La primera de ellas la empleamos para comprobar el reconocimiento invariante a rotaciones del sistema que hemos diseñado. Para prepararla hemos tomado la imagen resultante de proyectar el patrón uniforme de franjas sobre dos objetos de referencia (puestos uno al lado del otro), uno de ellos girado 45° con respecto al otro. Hemos codificado con franjas, como explicamos con anterioridad, la componente de AC mostrada en la Fig. 8.3. La escena completa, que contiene

ne el AC codificado con franjas y los dos patrones de franjas distorsionados, se muestra en la Fig. 8.4.

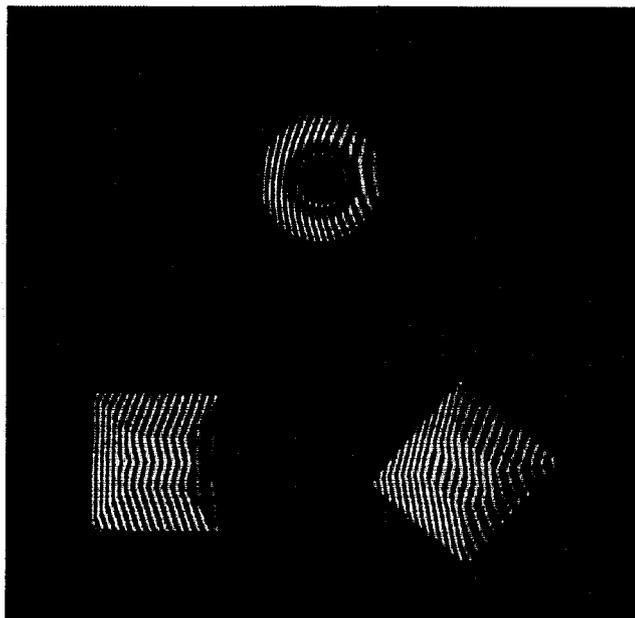


Figura 8.4: Escena de entrada empleada para comprobar el reconocimiento invariante a rotaciones.

En este caso el modulador espacial de luz (MEL) es una pantalla de cristal líquido extraída de un vídeo-proyector Sony modelo VPL-S500. La lente L_1 es un doblete acromático de 300 mm de distancia focal.

Con una segunda cámara CCD tomamos la intensidad del primer orden que aparece en el plano de Fourier del sistema. Esta imagen se envía de nuevo al MEL, de forma que en el plano final tenemos, como explicamos en el capítulo anterior, términos de correlación en tres posiciones diferentes. En el orden cero obtenemos la suma de los términos de autocorrelación, en la parte superior obtenemos la correlación entre las funciones de ACF correspondientes a los objetos de entrada y la componente de AC de la función de ACF del objeto de referencia, y en la parte inferior obtenemos la misma distribución pero con una inversión respecto al origen de coordenadas. Este plano de correlación se captura con una cámara CCD, por lo que registramos la intensidad de esta dis-

tribución. Todo el proceso que seguimos en el CTC modificado está esquematizado en la Fig. 8.5.

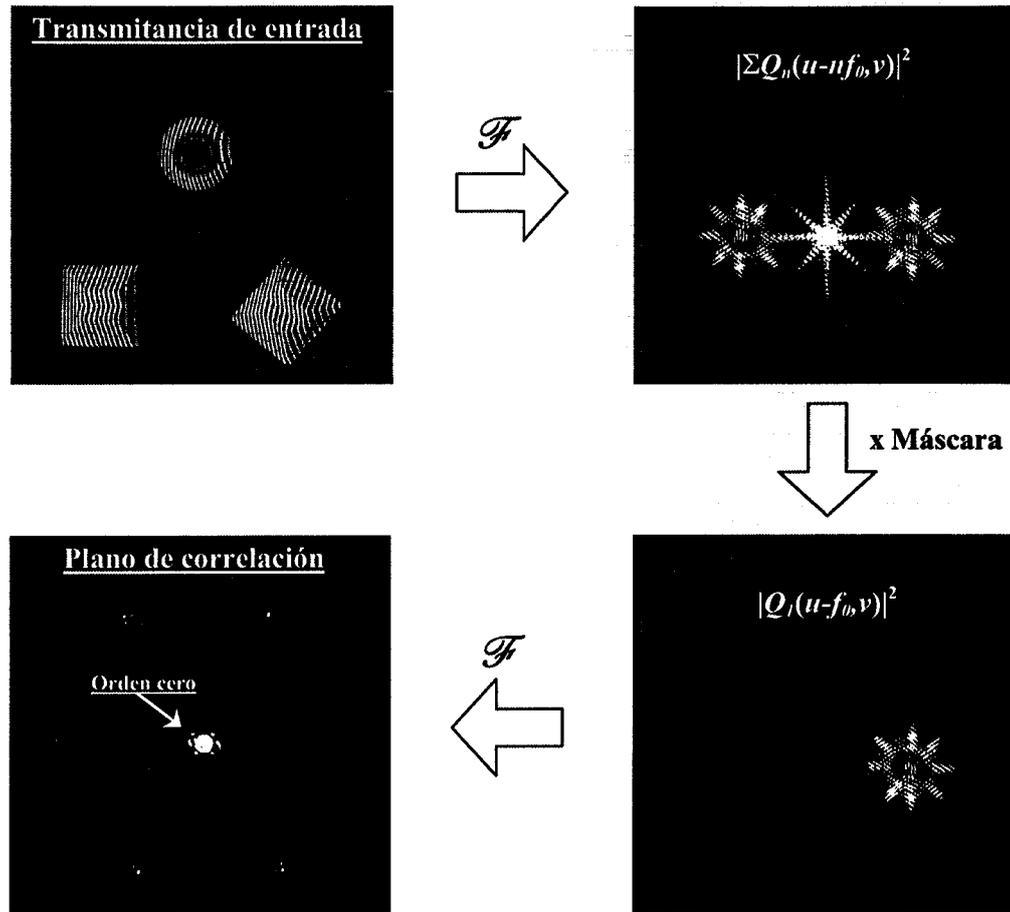


Figura 8.5: Esquema del procedimiento experimental completo empleando el CTC modificado.

En la Fig. 8.6 mostramos el resultado para el plano de correlación cuando consideramos la imagen de la Fig. 8.4 como escena de entrada. Esta imagen muestra sólo la parte de arriba del plano de correlación y el orden cero, así como un perfil horizontal de esta parte a lo largo de la posición marcada con las líneas blancas. Podemos observar que el sistema desarrollado permite realizar perfectamente un reconocimiento de objetos 3-D con invariancia a rotaciones.

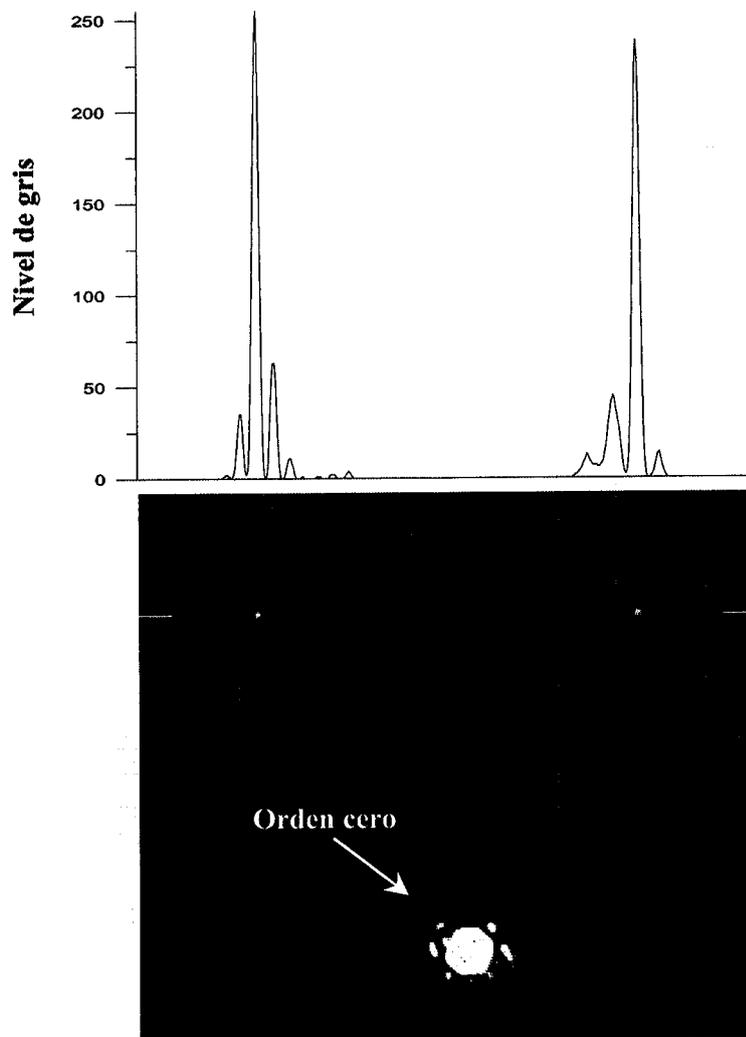


Figura 8.6: Plano de correlación experimental cuando consideramos como imagen de entrada la escena mostrada en la Fig. 8.4. Se incluye también un perfil horizontal a lo largo de la posición marcada por las líneas blancas.

La segunda escena la hemos empleado para comprobar la capacidad de discriminación de nuestro sistema. Hemos proyectado franjas sobre el objeto de referencia (girado esta vez 90° con respecto al objeto de la izquierda de la Fig. 8.4), y sobre otro objeto distinto que, aunque tiene el mismo perfil bidimensional, tiene una forma 3-D completamente diferente (ver Fig. 8.2). Hemos añadido a la imagen resultante la misma componente de AC modulada con franjas que se muestra en la Fig. 8.4. La escena resultante es la que se muestra en la Fig. 8.7.

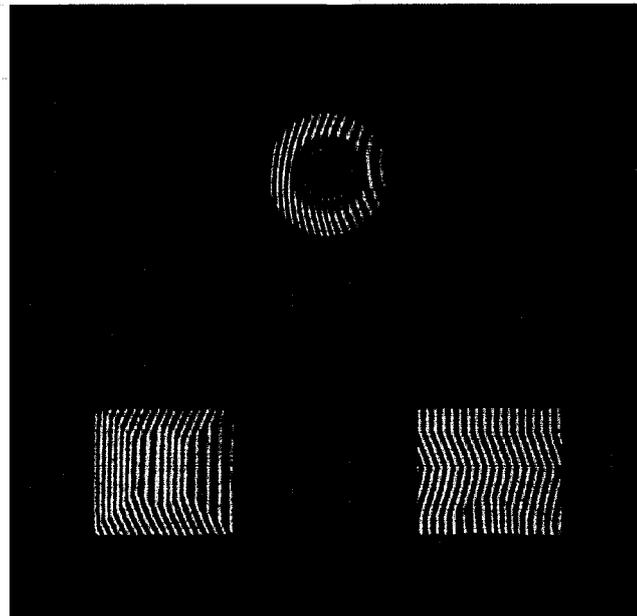


Figura 8.7: Escena de entrada empleada para comprobar la capacidad de discriminación del sistema.

Realizando el mismo proceso que el seguido con la primera escena obtenemos el plano experimental de correlación cuya parte superior se muestra en la Fig. 8.8. Podemos observar un pico de correlación elevado que se corresponde con el objeto de referencia 3-D que aparece girado 90° en esta segunda escena. El pico de correlación que se corresponde con el otro objeto, que debería aparecer en la parte izquierda de esta parte del plano de correlación, tiene una intensidad despreciable. Obviamente, este plano de correlación permite una discriminación excelente a la hora de reconocer el objeto 3-D de referencia.

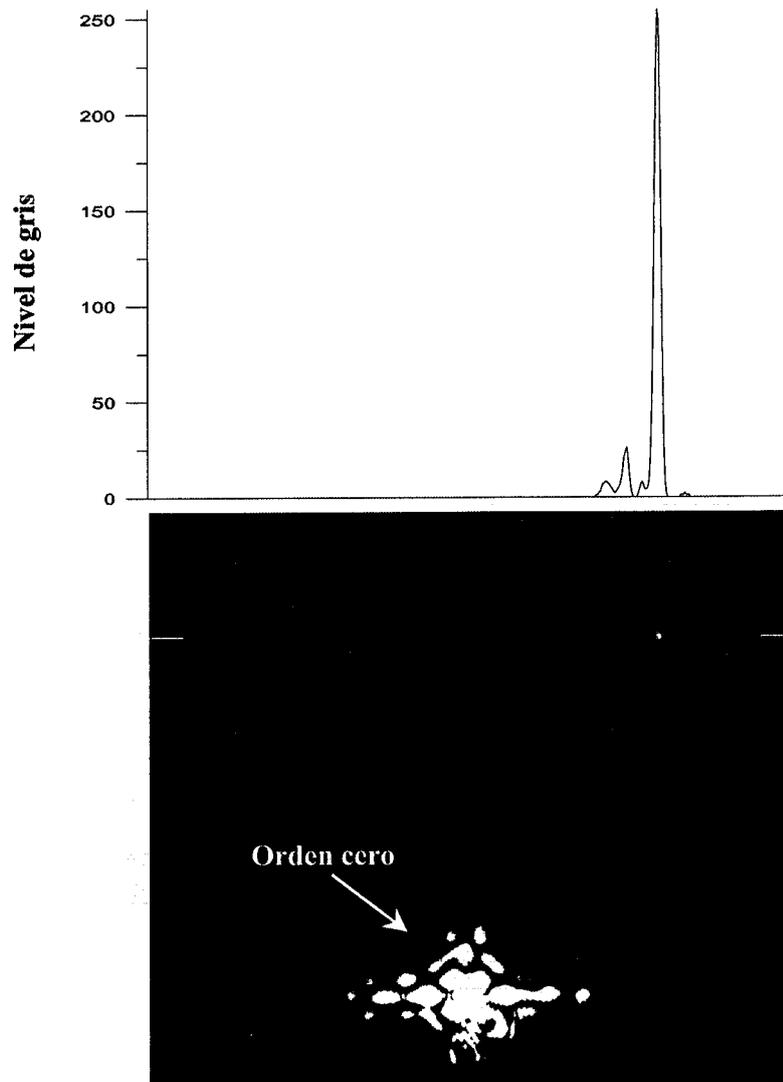


Figura 8.8: Plano de correlación experimental cuando consideramos como imagen de entrada la escena mostrada en la Fig. 8.7. Se incluye también un perfil horizontal a lo largo de la posición marcada por las líneas blancas.

Indiquemos, finalmente, que los comentarios realizados en el capítulo anterior son aquí igualmente válidos. Por ejemplo, en el caso en el que la cámara y el proyector están lejos del objeto, es decir, $L \gg h(x,y)$, nuestro dispositivo experimental es invariante a desplazamientos, dentro de un intervalo limitado (debido al volumen de inspección finito), a lo largo de la dirección dada por $h(x,y)$. Es decir, tendríamos un sistema de reconocimiento de objetos 3-D que sería invariante a rotaciones y a desplazamientos en las tres direcciones del espacio.

Capítulo 9

Reconocimiento invariante a escala de objetos tridimensionales empleando un correlador convergente clásico

9.1.- Introducción

En los capítulos anteriores hemos descrito el método de reconocimiento de objetos tridimensionales (3-D) empleando un correlador de transformada conjunta (CTC), y hemos visto su extensión al reconocimiento invariante a rotaciones empleando el desarrollo en armónicos circulares de la función que contiene toda la información tridimensional del objeto, función de altura codificada en fase (ACF). Vimos que en el plano final del sistema óptico obteníamos una correlación entre las funciones de ACF correspondientes al objeto a reconocer y al objeto presente en la escena de entrada, y que era esta función de correlación la que nos permitía reconocer al objeto 3-D presente en la escena.

A lo largo de este capítulo veremos que la técnica de reconocimiento de objetos 3-D, basada en la obtención de la función de correlación entre las funciones de ACF, puede ser implementada también en un correlador convergente clásico (CCC) [Good-

man-96]. Demostraremos este hecho, y a la vez, demostraremos que es posible obtener otro tipo de invariancias en el reconocimiento de objetos 3-D. En este caso, extendemos el método al reconocimiento invariante a escala [Esteve-Taboada-02A], lo que nos permitirá detectar objetos iguales en su forma 3-D pero con distinto tamaño. Seguiremos para ello dos métodos clásicos de obtención de invariancia a escala de objetos bidimensionales: la descomposición en armónicos radiales de Mellin (ARM) [Mendlovic-88] y el filtro de armónicos logarítmicos radiales (ALR) [Rosen-89]. Finalmente, presentaremos una comparación entre los resultados obtenidos con cada uno de los métodos empleando los umbrales mínimo y máximo de detección [García-93].

9.2.- Reconocimiento invariante a escala empleando la descomposición en armónicos radiales de Mellin

Cualquier función $f_c(x,y)$ expresada en coordenadas polares, $f(r, \theta)$, puede ser desarrollada en función de un conjunto de funciones ortogonales denominadas ARM en la forma:

$$f(r, \theta; x_0, y_0) = \sum_{M=-\infty}^{\infty} f_M(\theta; x_0, y_0) r^{i2\pi M-1}, \quad (9.1)$$

siendo $f_M(\theta; x_0, y_0)$ el coeficiente del desarrollo, igual a:

$$f_M(\theta; x_0, y_0) = \frac{1}{L} \int_{R_0}^R f(r, \theta; x_0, y_0) r^{-i2\pi M-1} r dr, \quad (9.2)$$

donde R es el radio máximo del objeto (en su máxima escala), L es un número entero, $R_0 = R \exp(-L)$ es el radio más pequeño considerado en el desarrollo, M es el orden del desarrollo, y (x_0, y_0) es el origen cartesiano de las coordenadas polares (r, θ) . Aunque en la definición original el factor M es un número entero, el desarrollo puede extenderse, sin pérdida de la ortogonalidad, al caso en el que M toma cualquier valor real. Por simplicidad, de ahora en adelante emplearemos las coordenadas del origen cartesiano (x_0, y_0) sólo cuando sea estrictamente necesario.

Consideremos ahora que en un correlador clásico empleamos un filtro adaptado a una sola componente de orden M del desarrollo en ARM de un objeto [ecuación (9.1)], y una escena de entrada que puede ser descrita por la función $g(r, \theta)$. La amplitud compleja que obtenemos en el plano de correlación se puede escribir como:

$$C_{f,g} = \frac{1}{L} \int_{R_0}^R \int_0^{2\pi} g(r, \theta) f_M^*(\theta) r^{-i2\pi M-1} r dr d\theta, \quad (9.3)$$

donde el símbolo $*$ indica complejo conjugado.

En particular, si $g(r, \theta)$ es igual a la función $f(r, \theta)$, la amplitud compleja en el centro del pico de correlación resulta:

$$\begin{aligned} C_{f,f} &= \frac{1}{L} \int_{R_0}^R \int_0^{2\pi} f(r, \theta) f_M^*(\theta) r^{-i2\pi M-1} r dr d\theta = \\ &= \frac{1}{L} \int_{R_0}^R \int_0^{2\pi} \sum_{M=-\infty}^{\infty} f_M(\theta; x_0, y_0) r^{i2\pi M-1} f_M^*(\theta) r^{-i2\pi M-1} r dr d\theta. \end{aligned} \quad (9.4)$$

Teniendo en cuenta las propiedades de ortogonalidad de los ARM [Mendlovic-88, Moya-97], la ecuación (9.4) queda igual a:

$$C_{f,f} = \frac{1}{L} \int_{R_0}^R \int_0^{2\pi} f_M(\theta) f_M^*(\theta) r^{-1} dr d\theta = \int_0^{2\pi} f_M(\theta) f_M^*(\theta) d\theta. \quad (9.5)$$

Consideremos ahora que la función $g(r, \theta)$ en la ecuación (9.3) es una versión escalada (con factor de escala β) de la función $f(r, \theta)$. Por supuesto, esta función también puede descomponerse en ARM en la forma:

$$g(r, \theta) = f\left(\frac{r}{\beta}, \theta\right) = \sum_{N=-\infty}^{\infty} f_N(\theta) \left(\frac{r}{\beta}\right)^{i2\pi N-1} = \frac{\beta}{\exp[i2\pi N \ln(\beta)]} \sum_{N=-\infty}^{\infty} f_N(\theta) r^{i2\pi N-1} \quad (9.6)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (9.3), y teniendo en cuenta de nuevo las propiedades de ortogonalidad de los ARM, la amplitud compleja en el centro del pico de correlación resulta:

$$C^{\beta}_{f,f} = \frac{\beta}{\exp[i2\pi M \ln(\beta)]} \int_0^{2\pi} f_M(\theta) f_M^*(\theta) d\theta. \quad (9.7)$$

Comparando la ecuación (9.7) con la (9.5) podemos obtener:

$$C^{\beta}_{f,f} = \frac{\beta}{\exp[i2\pi M \ln(\beta)]} C_{f,f}. \quad (9.8)$$

Por lo que la relación entre las intensidades de los centros de los picos de correlación queda:

$$|C^{\beta}_{f,f}|^2 = \beta^2 |C_{f,f}|^2. \quad (9.9)$$

Es decir, la intensidad de correlación relativa se mantiene constante ante cambios de escala de las señales a reconocer.

Quando se emplea el desarrollo en ARM para obtener reconocimiento invariante a escala, es muy importante seleccionar adecuadamente el orden y el centro de desarrollo de la componente de ARM empleada para realizar el filtro. Una posible opción sería emplear el algoritmo descrito en la Ref. [Moya-93], basado en la construcción y posterior maximización de una función de la energía modificada del objeto a reconocer (la modificación en la función de la energía consiste en la supresión del fondo uniforme no discriminante). Sin embargo, en este trabajo emplearemos el mismo criterio de selección que el empleado para la componente de AC, esto es, calcularemos el mapa de energía en el entorno del objeto para varios órdenes, y escogeremos el centro propio y el orden del desarrollo que aporten un máximo de correlación que, siendo agudo, esté cercano al centro del objeto [tendremos así en cuenta la información proporcionada por los mapas de energía y por la relación entre la energía del pico de correlación y la energía total del plano de correlación (PCE¹)].

¹ Del inglés, *Peak-to-Correlation Energy*.

9.3.- Reconocimiento invariante a escala empleando el filtro de armónicos logarítmicos radiales

Dada una función objeto $f(r, \theta)$, expresada en coordenadas polares, y una versión escalada de la misma, $f(r/\beta, \theta)$, por sencillez ambas desarrolladas desde el mismo origen de coordenadas cartesianas, la relación que existe entre sus transformadas de Fourier se puede escribir como [Gaskill-78]:

$$G(\rho, \phi) = \beta^2 F(\rho\beta, \phi), \quad (9.10)$$

siendo $F(\rho, \phi)$ y $G(\rho, \phi)$ las transformadas de Fourier de $f(r, \theta)$ y $f(r/\beta, \theta)$, respectivamente. Esta ecuación indica que la transformada de Fourier de una función escalada es proporcional a la transformada de Fourier escalada de la función original. Rosen *et al.* [Rosen-89] emplearon esta propiedad para definir un nuevo filtro que, insertado en el plano de Fourier de un correlador óptico permite un reconocimiento invariante a escala. La estructura general del filtro es $H(\rho, \phi) = R(\rho)S(\phi)$. Considerando como función de entrada en un correlador óptico la función $f(r, \theta)$, y colocando en su plano de Fourier el filtro $H(\rho, \phi)$, la amplitud compleja en el plano de correlación se puede escribir como:

$$C_{f,h} = \int_d^D \int_0^{2\pi} F(\rho, \phi) R^*(\rho) S^*(\phi) \rho d\rho d\phi, \quad (9.11)$$

siendo D el máximo radio del filtro, d el radio de un filtro pasa-alta incluido en el mismo filtro $H(\rho, \phi)$. Si consideramos el objeto de entrada como una versión escalada $f(r/\beta, \theta)$ de la función original, el valor de la amplitud de correlación se puede escribir:

$$C^{\beta}_{f,h} = \int_{\beta d}^{\beta D} \int_0^{2\pi} F(\tau, \phi) R^*(\tau/\beta) S^*(\phi) \tau d\tau d\phi, \quad (9.12)$$

donde el parámetro $\tau = \rho\beta$.

Para obtener un reconocimiento invariante a escala, la relación entre las dos últimas ecuaciones debe ser:

$$C^{\beta}_{f,h} = C_{f,h} \exp[i\sigma(\beta)], \quad (9.13)$$

siendo $\sigma(\beta)$ una función real que sólo depende del factor de escala β . Esta condición permite definir el filtro invariante a escala, conocido como filtro de ALR sólo de fase, como [Rosen-89]:

$$H^*(\rho, \phi) = \exp[i\Omega(\phi)] \left(\frac{\rho}{d}\right)^{\frac{i p}{\omega}}, \quad (9.14)$$

donde p se define como la frecuencia del filtro de ALR, ω es una constante de normalización dada por:

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{d}\right), \quad (9.15)$$

y $\Omega(\phi)$ se define como la función de fase angular, ya que contiene toda la información angular de la fase de la transformada de Fourier de la función objeto:

$$\Omega(\phi) = -\arg \left[\int_d^D F(\rho, \phi) \left(\frac{\rho}{d}\right)^{\frac{i p}{\omega}} \rho d\rho \right]. \quad (9.16)$$

Con todo esto, la función de correlación de la ecuación (9.12) se puede escribir como:

$$C^{\beta}_{f,h;p} = \left(\frac{1}{\beta d}\right)^{\frac{i p}{\omega}} \int_0^{2\pi} \exp[i\Omega(\phi)] \left[\int_{\beta d}^{\beta D} F(\tau, \phi) \tau^{\frac{i p}{\omega}} \tau d\tau \right] d\phi, \quad (9.17)$$

que en el caso particular de $\beta = 1$ queda:

$$|C^1_{f,h;p}| = \int_0^{2\pi} \left| \int_d^D F(\tau, \phi) \tau^{\frac{i p}{\omega}} \tau d\tau \right| d\phi. \quad (9.18)$$

Como se puede observar comparando estas dos últimas ecuaciones, la ecuación (9.17) satisface exactamente la relación (9.13) sólo cuando $\beta = 1$. En otros casos esta relación se cumple de modo aproximado por la dependencia de los límites de integración con β . Además, la función de correlación depende del parámetro p , que debe ser elegido adecuadamente para optimizar el comportamiento del filtro. A pesar de todo

esto, y como veremos más tarde, el comportamiento del filtro es invariante dentro de un rango limitado de escalas. Recientemente se ha modificado el filtro de ALR para poder aplicarlo al reconocimiento invariante a escala de objetos de contorno [Moya-00].

El parámetro más importante a tener en cuenta a la hora de construir un filtro de ALR es la frecuencia p . De hecho, podríamos adaptar el filtro al mismo objeto de referencia, pero de distintas escalas, y el valor óptimo de la frecuencia p sería distinto para cada una de ellas, aún manteniendo constantes los demás parámetros implicados en la construcción del filtro. Por ello, en este trabajo seleccionaremos el valor óptimo para la frecuencia p , que garantiza un buen resultado independientemente del factor de escala del objeto a detectar, como el valor que proporciona un máximo en la relación entre la energía del pico de correlación y la energía total del plano de correlación, para todos los objetos de referencia con distintos factores de escala presentes en la escena de entrada.

9.4.- Reconocimiento de objetos tridimensionales con invariancia a escala empleando un correlador convergente clásico

Como ya hemos comentado brevemente en la introducción de este capítulo, el método de reconocimiento de objetos 3-D tiene como fundamento la obtención de la correlación entre las funciones de ACF correspondientes al objeto a detectar y a la escena de entrada. En los dispositivos experimentales previos, esta correlación había sido obtenida empleando un CTC, presentando simultáneamente en el plano de entrada del correlador los patrones de franjas obtenidos sobre el objeto a detectar y sobre la escena a inspeccionar. Sin embargo, como ahora veremos, esta correlación también puede ser obtenida empleando un CCC. Para ello, tomaremos como escena de entrada del correlador el patrón de franjas distorsionado obtenido al proyectar una red regular sobre la escena de los objetos 3-D a inspeccionar. De este modo, en el plano de Fourier del sistema óptico, en el que tendremos la transformada de Fourier bidimensional de este patrón distorsionado, podremos apreciar los distintos órdenes de difracción [ver ecuación (6.8)]. Mediante una máscara adecuada filtraremos todos estos órdenes, quedándonos sólo con el primero de ellos (aquél con $n = 1$), que es en el que tenemos codificada, a través de una transformada de Fourier, la función de ACF correspondiente a la escena

del plano de entrada. Si ahora codificamos en el filtro que se inserta en este mismo plano de Fourier la función de ACF del objeto a detectar, convenientemente centrada sobre el primer orden seleccionado, podremos obtener en el plano final del sistema la correlación requerida entre las funciones de ACF de la escena y del objeto a detectar.

Para conseguir en el plano de correlación una relación señal-ruido elevada, es importante colocar el filtro centrado exactamente sobre el primer orden de difracción correspondiente a la escena de entrada. Por este motivo emplearemos para el filtro un soporte con tornillo micrométrico que nos permita variar su posición con precisión. Para un sistema óptico particular, la posición del primer orden de difracción depende únicamente de la frecuencia portadora de la red proyectada sobre los objetos 3-D. De este modo, la posición correcta del filtro no variará, una vez esté correctamente centrado, a menos que cambiemos dicha frecuencia portadora.

El primer paso que debemos realizar es la construcción del filtro, y para ello necesitamos obtener la función compleja de ACF del objeto a detectar. Esta función se calcula digitalmente, siguiendo un proceso análogo al ya descrito en el capítulo anterior (ver Fig. 8.1). Una vez obtenida esta función, debemos calcular, para obtener el filtro, la transformada de Fourier conjugada de la componente de ARM seleccionada, o el filtro de ALR correspondiente que nos permite obtener un reconocimiento invariante a escala. Las funciones resultantes serán en general complejas, por lo que será necesario codificarlas empleando, por ejemplo, el método de desvío de fase introducido por Lohmann [Lohmann-67], para poder insertarlas como funciones reales sobre el plano de Fourier del sistema óptico.

El dispositivo experimental que empleamos es el que se muestra en la Fig. 9.1. Podemos dividirlo en dos partes bien diferenciadas: 1) la parte de adquisición de los patrones distorsionados (formada por el proyector de diapositivas y una cámara CCD), y 2) la parte de procesado de estos patrones para obtener la correlación de las funciones de ACF (podemos identificar el correlador convergente clásico empleado en este caso, junto a la máscara y el filtro centrado sobre el primer orden). La Fig. 9.2 muestra una fotografía del sistema óptico montado sobre la mesa de trabajo, identificando cada uno

de los componentes que lo forman. En la práctica, para asegurar que tanto la máscara como el filtro están sobre el plano de Fourier del sistema, es necesario duplicar este plano empleando una configuración de imagen intermedia. Así, en el plano de Fourier insertamos la máscara, y sobre su imagen intermedia insertamos el filtro. Esta configuración es la que se puede apreciar en la fotografía mostrada en la Fig. 9.2. Los componentes que hemos empleado son los siguientes: la lente L_1 es un objetivo fotográfico de 210 mm de focal, la lente de imagen intermedia es un doblete acromático de 150 mm de focal, la lente L_2 está formada por el acoplamiento de dos objetivos fotográficos de 135 y 50 mm de focal, y la cámara CCD con la que grabamos el resultado del plano de correlación es una cámara Pulnix modelo TM-765.

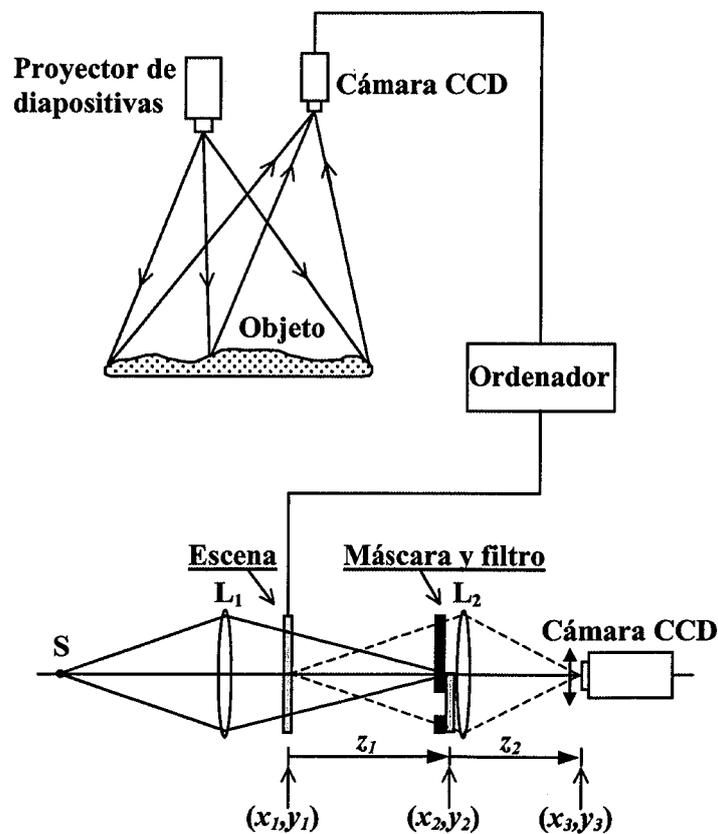


Figura 9.1: Dispositivo experimental que incluye la parte de adquisición de los patrones distorsionados y la parte de correlación. En el correlador la cámara CCD debe ser desplazada fuera de eje para capturar la señal de correlación.

Como objetos 3-D emplearemos el conjunto de pomos de madera que se muestra en la Fig. 9.3, en la que también se indica el objeto de referencia elegido. Al proyectar sobre ellos el patrón de franjas uniforme obtenemos la imagen que se muestra en la

Fig. 9.4. Esta es la imagen que utilizaremos como escena de entrada en el CCC. Como se indica, los tres objetos superiores son los objetos de distinta escala a detectar, mientras que los tres objetos inferiores los empleamos para valorar la capacidad discriminativa del sistema. Nótese que los tres objetos inferiores tienen una forma 3-D distinta a la de los objetos a detectar, pero presentan la misma planta bidimensional. Los tres diámetros diferentes se corresponden con 30, 40 y 50 mm, de forma que los factores de escala β son iguales a 0.75, 1.00 y 1.25.

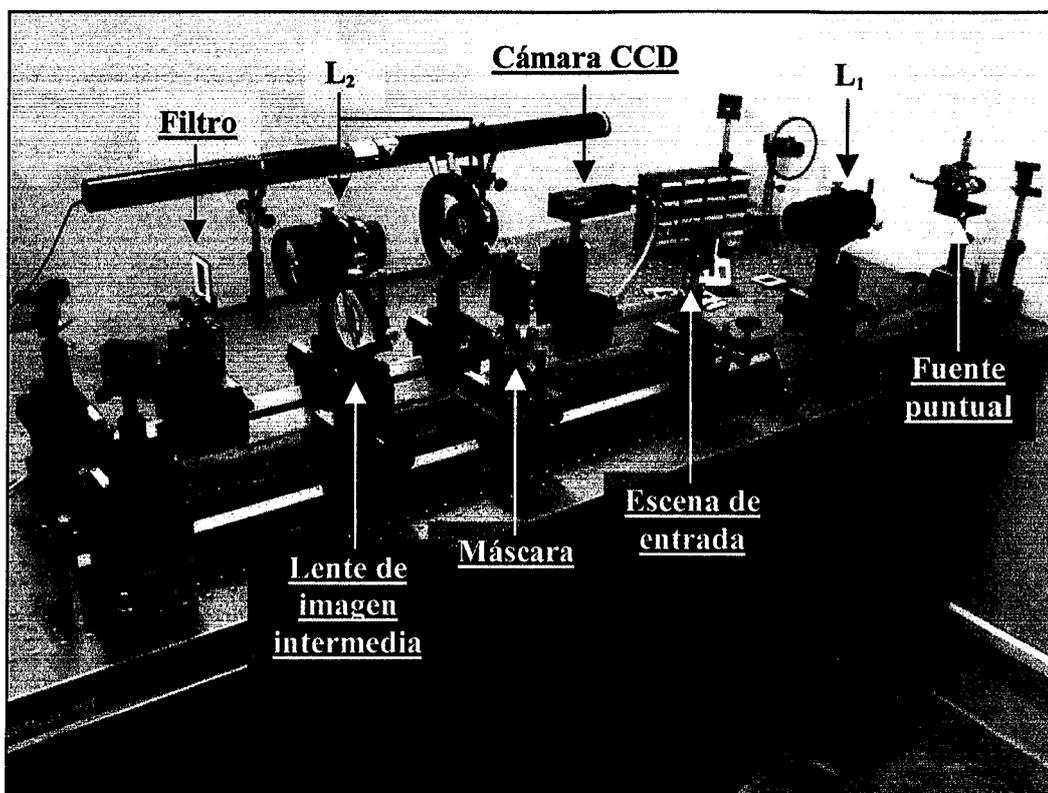


Figura 9.2: Fotografía en la que se muestra el sistema óptico montado sobre la mesa de trabajo.

Nótese que la configuración de imagen intermedia se ha realizado en este caso con un montaje en forma de U.

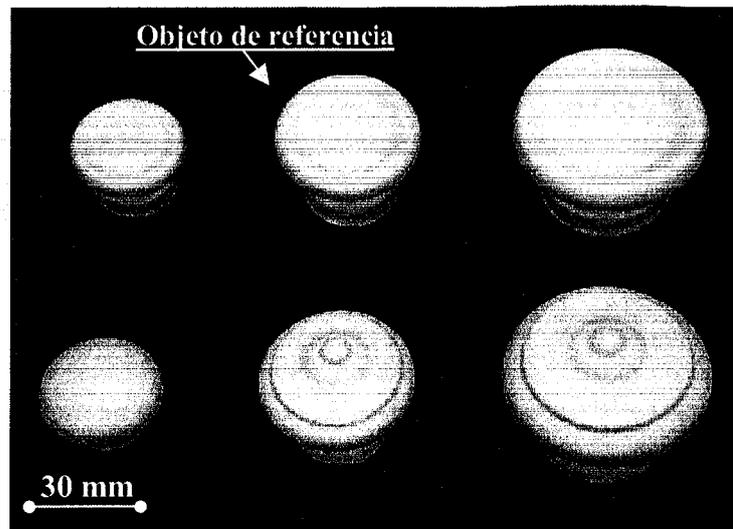


Figura 9.3: Objetos 3-D que empleamos para generar la escena de entrada.

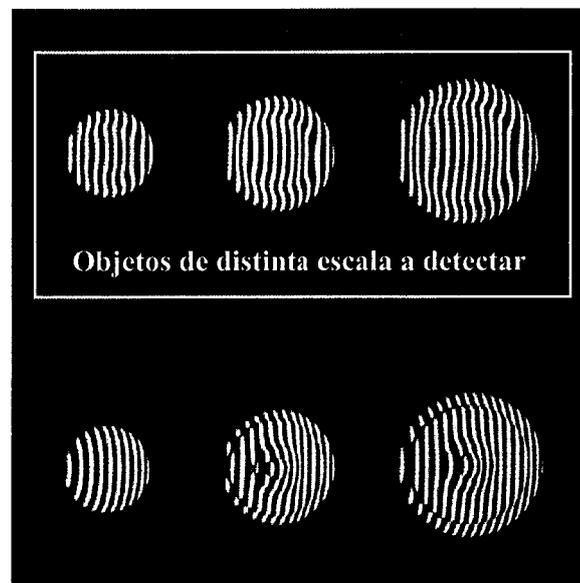


Figura 9.4: Proyección del patrón de franjas uniforme sobre los objetos 3-D de la Fig. 9.3. Escena de entrada en el CCC.

Siguiendo el proceso de cálculo digital explicado en el capítulo anterior podemos obtener la función compleja de ACF correspondiente al objeto de referencia (ver Fig. 9.5). Es a esta función a la que tendremos que considerar como función de partida para la construcción del filtro. Emplearemos para ello los dos métodos de obtención de invariancia a escala comentados con anterioridad.

9.4.1.- Invariancia a escala de objetos tridimensionales con armónicos radiales de Mellin

Empleando el algoritmo descrito con anterioridad para la optimización del orden y del centro de desarrollo de los ARM, encontramos que el orden apropiado para la función de ACF correspondiente al objeto de referencia es $M = 0.9$. Como centro de desarrollo hemos tomado el centro de la imagen, mientras que el parámetro L , que tiene en cuenta la relación entre los radios máximos y mínimos considerados en el cálculo, ha sido tomado igual a 4. El aspecto general del ARM es el que se muestra en la Fig. 9.6. A partir de este ARM construimos el filtro calculando su transformada de Fourier bidimensional conjugada. Éste será el filtro que introduciremos en el plano (x_2, y_2) del CCC, convenientemente centrado sobre el primer orden previamente seleccionado.

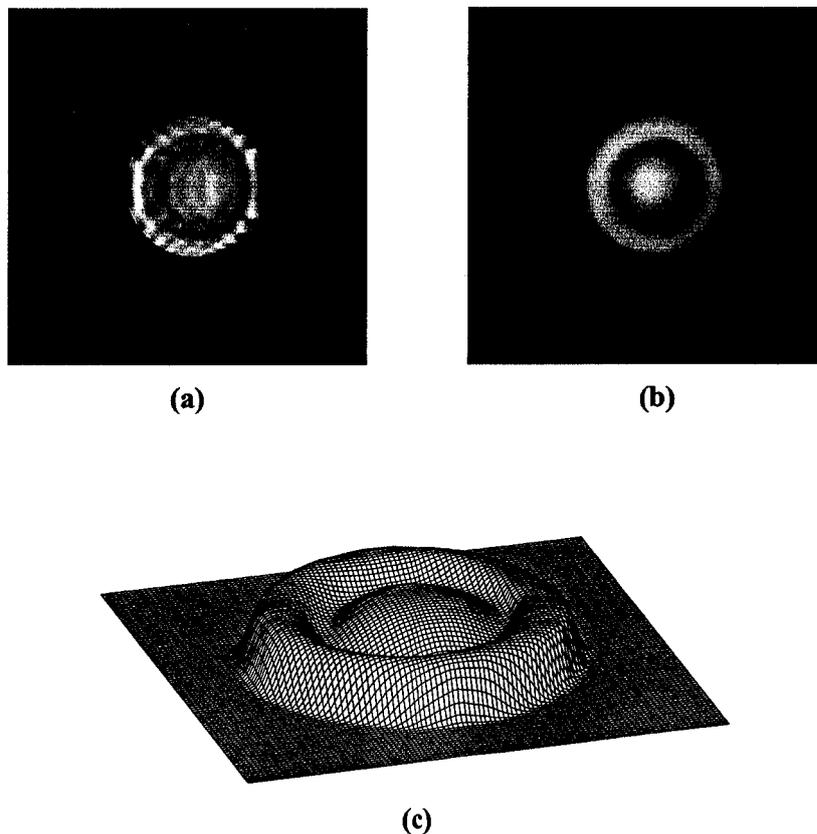


Figura 9.5: Función de ACF correspondiente al objeto de referencia: (a) amplitud, (b) fase, y (c) vista en perspectiva de la fase. Como se puede comprobar, la fase de la función de ACF es directamente proporcional a la función de la altura del objeto.

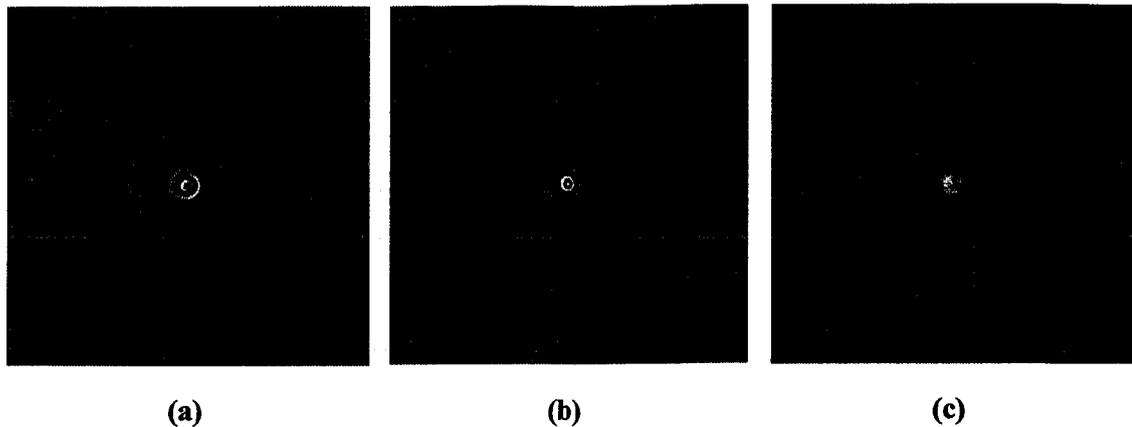


Figura 9.6: ARM de orden $M = 0.9$ correspondiente a la función de ACF del objeto de referencia. (a) Parte real. (b) Parte imaginaria. (c) Módulo.

Este filtro será, en general, una función compleja, por lo que para poder insertarlo sobre el plano de Fourier del sistema tendremos que codificarlo en una función real (ver Fig. 9.7) empleando, por ejemplo, el método de desvío de fase introducido por Lohmann *et al.* [Lohmann-67]. En nuestro caso la codificación la realizamos en 256×256 celdas, con una resolución de 17×17 píxeles por celda. Seguidamente, imprimimos el negativo del filtro codificado en una impresora láser de 600 ppp^2 de resolución, y lo fotorreducimos a un tamaño de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ empleando película fotográfica Kodalith de alto contraste. El negativo de la película fotográfica es el que podremos utilizar como filtro para insertarlo sobre el plano (x_2, y_2) del CCC.

De este modo, en el plano final del sistema óptico tendremos la correlación entre la función de ACF correspondiente a la escena de entrada y la transformada de Fourier inversa del filtro, es decir, la componente de ARM correspondiente a la función de ACF del objeto de referencia.

² ppp indica “puntos por pulgada”.

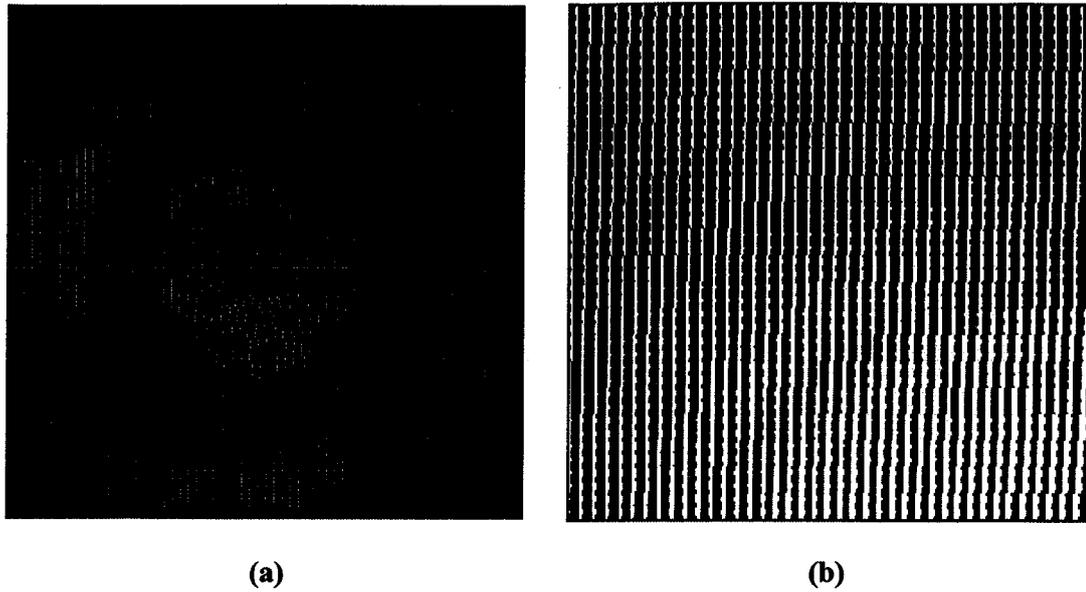


Figura 9.7: (a) Codificación por el método de Lohmann *et al.* del filtro del ARM correspondiente a la función de ACF del objeto de referencia. (b) Detalle donde se observa la red de codificación.

La intensidad del plano de correlación obtenida por simulación es la que se muestra en la Fig. 9.8. Podemos observar, en la parte superior, tres picos de correlación que se corresponden con los tres objetos de referencia de distinta escala presentes en la escena de entrada. El intervalo de escalas que hemos conseguido detectar en este ejemplo es igual a $\left[\frac{30}{30}, \frac{50}{30} \right] = [1.00, 1.67]$.

Sin embargo, como se ha demostrado en la introducción teórica de este capítulo, la energía de cada pico de correlación es directamente proporcional al cuadrado del factor de escala del objeto. Este es la principal desventaja del uso de los ARM para obtener reconocimiento invariante a escala. Aún así, los tres objetos de referencia podrían ser detectados a la vez aplicando una umbralización adecuada sobre la intensidad del plano de correlación. Como veremos más adelante, el umbral mínimo que aseguraría la detección de los tres objetos vendría dado por el valor máximo de intensidad del pico correspondiente al objeto más pequeño.

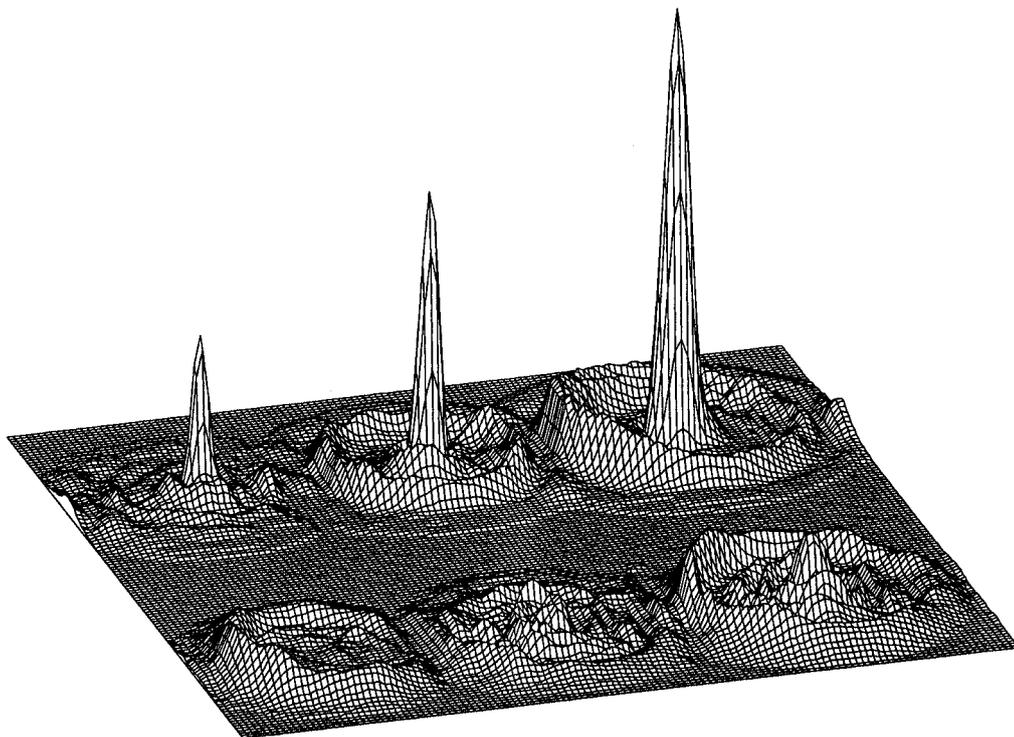


Figura 9.8: Simulación del plano de correlación obtenido para la escena de entrada de la Fig. 9.4 al considerar un filtro adaptado a una componente de ARM de la función de ACF del objeto de referencia.

En cuanto a los resultados experimentales, empleando el sistema óptico mostrado en la Fig. 9.2 hemos obtenido el resultado experimental que se muestra en la Fig. 9.9. Nótese la gran similitud existente entre el resultado experimental y el resultado simulado, lo que indica el buen comportamiento del sistema óptico empleado.

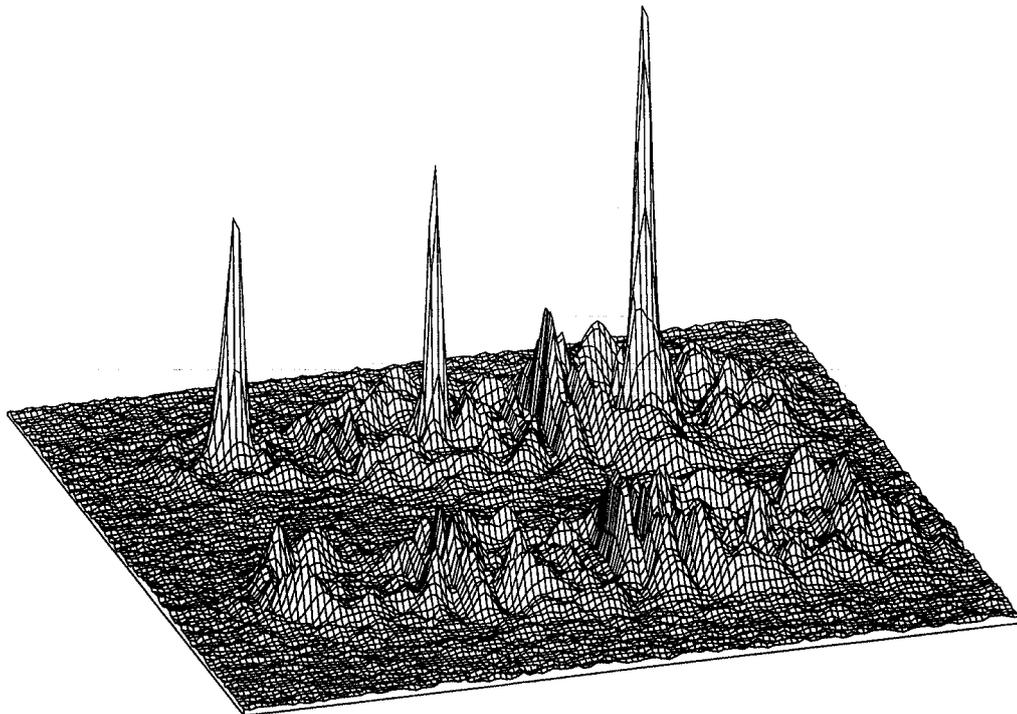


Figura 9.9: Resultado experimental obtenido en el plano de correlación para la escena de entrada de la Fig. 9.4 al considerar un filtro adaptado a una componente de ARM de la función de ACF del objeto de referencia. Nótese la gran similitud que existe entre el resultado experimental y el simulado.

9.4.2.- Invariancia a escala de objetos tridimensionales con el filtro de armónicos logarítmicos radiales

Para resolver el problema de la dependencia de la intensidad del pico de correlación con el factor de escala del objeto detectado, podemos emplear, en lugar de una componente de ARM, el filtro de ALR para obtener el reconocimiento invariante a escala de objetos 3-D.

Empleando el algoritmo descrito con anterioridad para la optimización de la frecuencia p del filtro de ALR, encontramos que el valor apropiado para la función de ACF correspondiente al objeto de referencia (ver Fig. 9.5) es $p = 2.3$. Como centro de desarrollo hemos tomado el centro de la imagen, mientras que los parámetros D y d , que tienen en cuenta los radios máximos y mínimos considerados en el plano de Fourier, han sido tomados iguales a 30 y 4 píxeles, respectivamente. El aspecto general del filtro

sólo de fase de ALR es el que se muestra en la Fig. 9.10. Éste será el filtro que introduciremos en el plano (x_2, y_2) del CCC, convenientemente centrado sobre el primer orden previamente seleccionado.

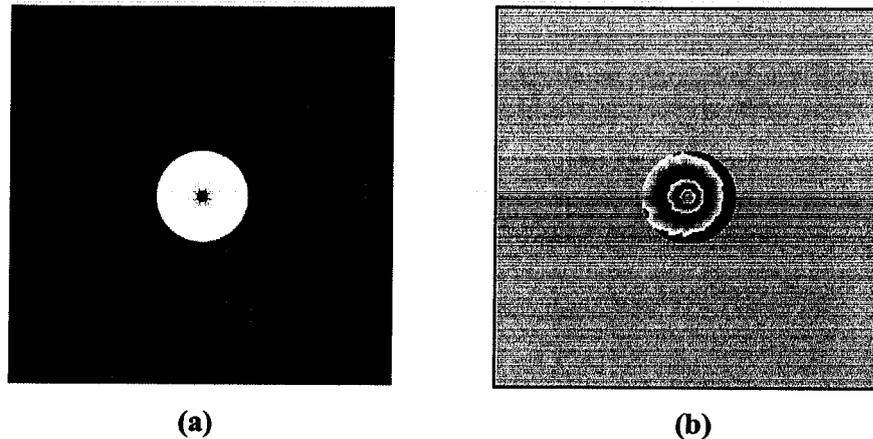


Figura 9.10: Filtro sólo de fase de ALR de frecuencia $p = 2.3$ correspondiente a la función de ACF del objeto de referencia. (a) Módulo. (b) Fase (módulo 2π).

Para poder insertar este filtro sobre el plano de Fourier del sistema óptico tendremos que codificarlo en una función real (ver Fig. 9.11) empleando el método de desvío de fase [Lohmann-67]. Al igual que con el filtro adaptado a la componente de ARM, la codificación la realizamos en 256×256 celdas, con una resolución de 17×17 píxeles por celda. Seguidamente, imprimimos el negativo del filtro codificado en una impresora láser de 600 ppp de resolución, y lo fotorreducimos a un tamaño de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ empleando película fotográfica Kodalith de alto contraste. El negativo de la película fotográfica es el que podremos utilizar como filtro para insertarlo sobre el plano (x_2, y_2) del CCC.

De este modo, en el plano final del sistema óptico tendremos la correlación entre la función de ACF correspondiente a la escena de entrada y la transformada de Fourier inversa del filtro de ALR adaptado a la función de ACF del objeto de referencia.

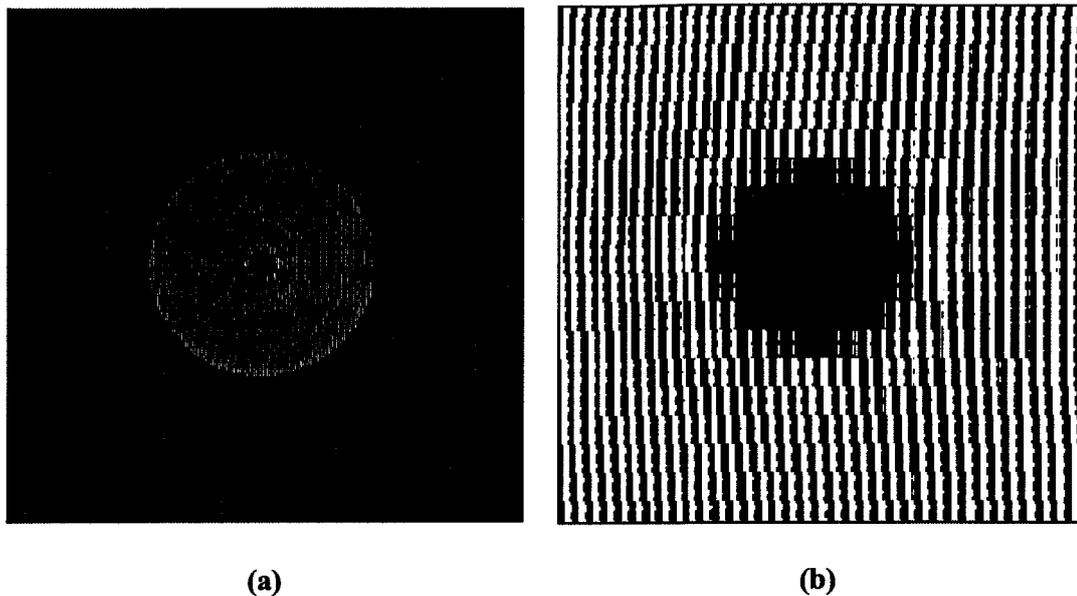


Figura 9.11: (a) Codificación por el método de Lohmann *et al.* del filtro de ALR correspondiente a la función de ACF del objeto de referencia. (b) Detalle de la parte central donde se observa la red de codificación.

La intensidad del plano de correlación obtenida por simulación es la que se muestra en la Fig. 9.12. Podemos observar, en la parte superior, tres picos de correlación que se corresponden con los tres objetos de referencia de distinta escala presentes en la escena de entrada. Nótese que ahora los tres picos de correlación tienen aproximadamente la misma energía (la pequeña diferencia que se observa en el pico central se debe a que el filtro de ALR se ha calculado a partir de la función de ACF correspondiente al objeto de escala intermedia). Al igual que antes, el intervalo de escalas que hemos conseguido detectar en este ejemplo es igual a $[1.00, 1.67]$.

Los tres objetos de referencia podrían ser detectados a la vez aplicando una umbralización adecuada sobre la intensidad del plano de correlación. Como ahora veremos, el umbral mínimo que aseguraría la detección de los tres objetos sería mayor que en el caso de reconocimiento 3-D empleando los ARM.

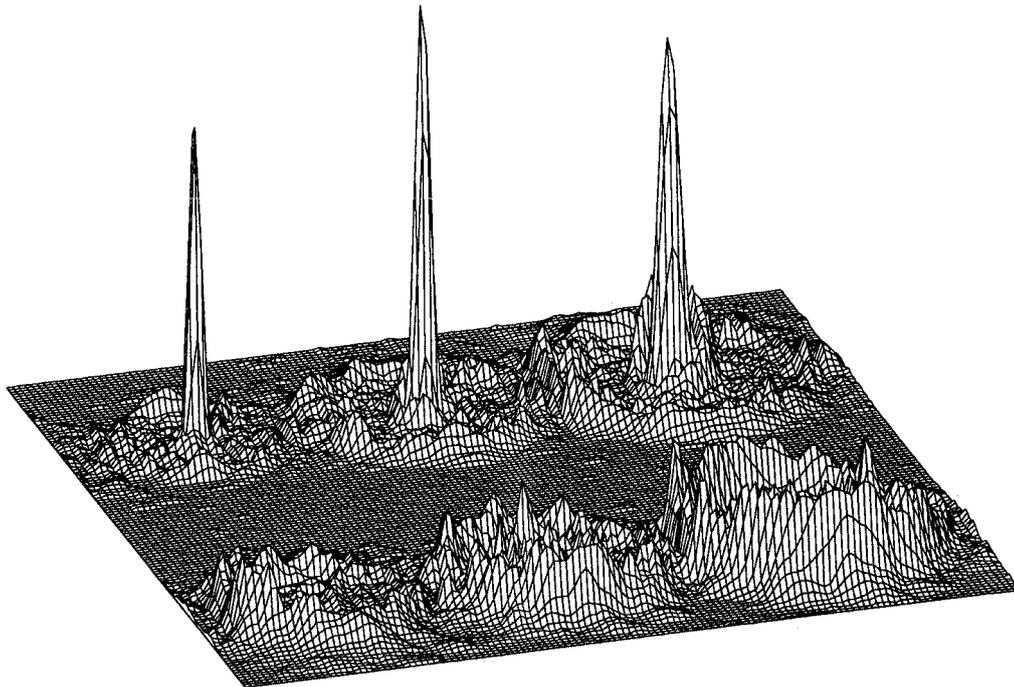


Figura 9.12: Simulación del plano de correlación obtenido para la escena de entrada de la Fig. 9.4 al considerar un filtro de ALR adaptado a la función de ACF del objeto de referencia.

Empleando el sistema óptico mostrado en la Fig. 9.2 hemos obtenido el resultado experimental que se muestra en la Fig. 9.13. Nótese, una vez más, la gran similitud existente entre el resultado experimental y el resultado simulado, lo que indica el buen comportamiento del sistema óptico empleado. La pequeña diferencia que se observa en el pico de correlación correspondiente al objeto de mayor escala se debe a que, como habíamos comentado con anterioridad [ver ecuación (9.17)], para factores de escala distintos de $\beta = 1$, la relación (9.13) se cumple de modo aproximado por la dependencia de los límites de integración con β en la ecuación (9.17).

9.5.- Umbrales de detección

Como se ha demostrado en los apartados anteriores, tanto la descomposición en ARM como el filtro de ALR permiten obtener un reconocimiento de objetos 3-D con invariancia a escala. La detección de los objetos de referencia puede llevarse a cabo

umbralizando adecuadamente la intensidad del plano de correlación. El nivel de umbralización adecuado debe ser tomado entre dos valores que se corresponden, respectivamente [García-93], con el valor que permite asegurar que todas las falsas alarmas son rechazadas (umbral inferior, UI), y con el valor que permite asegurar que todos los objetos de referencia son detectados (umbral superior, US).

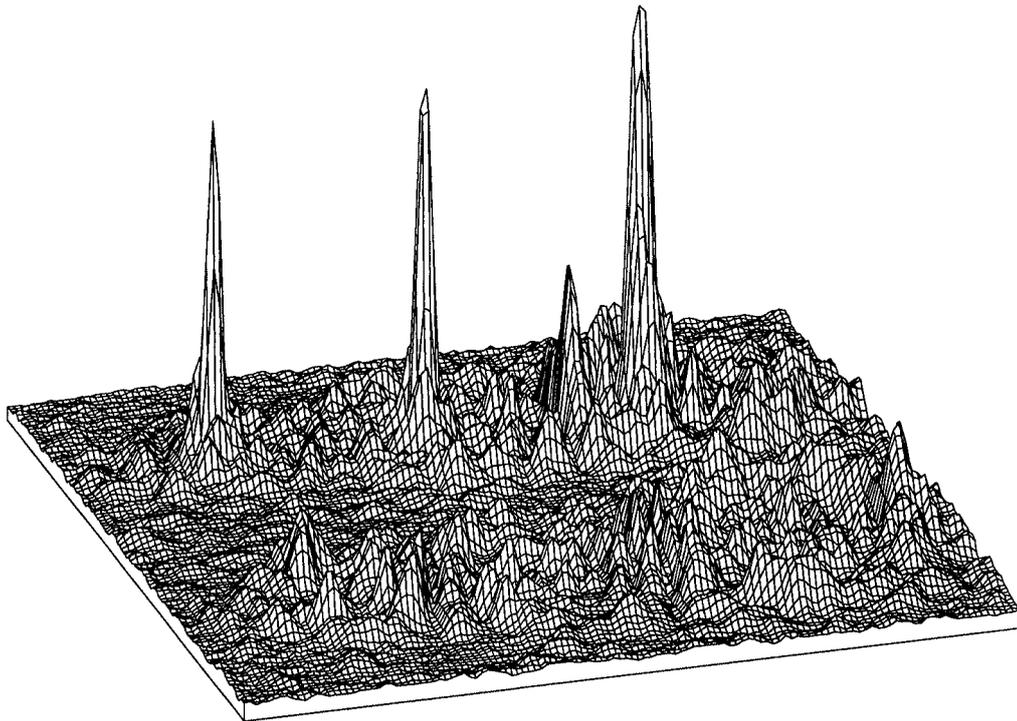


Figura 9.13: Resultado experimental obtenido en el plano de correlación para la escena de entrada de la Fig. 9.4 al considerar un filtro de ALR adaptado a la función de ACF del objeto de referencia. Nótese la gran similitud que existe entre el resultado experimental y el simulado.

Se puede deducir fácilmente que el UI se calcula como el cociente, en tanto por cien, entre las intensidades máximas de los picos de correlación correspondientes a las falsas alarmas y a los objetos de referencia, respectivamente. Del mismo modo, el US se calcula como el cociente entre la mínima y la máxima intensidad de los picos de correlación correspondientes a los objetos de referencia. Sólo eligiendo el valor de umbralización dentro del intervalo [UI, US] podemos asegurar que todos los objetos de referencia serán detectados, a la vez que todas las falsas alarmas serán rechazadas.

Para los resultados experimentales mostrados en las Fig. 9.9 y 9.13, los valores correspondientes para el UI y el US se muestran en la siguiente tabla:

Invariancia a escala con:	UI (%)	US (%)
Descomposición en ARM	26.0	69.7
Filtro de ALR	31.1	88.6

Como podemos ver, el intervalo de umbralización posible para el filtro de ALR es mayor que el correspondiente a la descomposición en ARM. Esto se debe, precisamente, al hecho de que las energías de cada pico de correlación dependen, en el caso de la descomposición en ARM, del factor de escala del objeto detectado. Esto nos indica que el filtro de LRH sería más robusto en cuanto a la minimización en la detección de posibles falsas alarmas que pudieran aparecer. También es importante resaltar el hecho de que el filtro de ALR es un filtro sólo de fase, por lo que aporta más energía total en el plano de correlación que el filtro adaptado a una componente de ARM, haciendo así más fácil la detección de la señal de correlación.

Capítulo 10

Conclusiones generales y perspectivas de futuro

Dentro del campo del reconocimiento de objetos la correlación óptica es una herramienta muy importante que presenta diversas ventajas sobre las técnicas digitales. Dos de estas ventajas son, por un lado, la capacidad de procesado en tiempo real, ya que las operaciones se realizan a la velocidad de la luz, y por otro, la capacidad de procesado en paralelo. Este procesado en paralelo puede llevarse a cabo por técnicas de multiplexado espacial o de multiplexado en longitud de onda. En el multiplexado espacial se aprovecha el hecho de que la velocidad de obtención de los resultados, siempre que sea viable la implementación de las correspondientes operaciones, no depende del tamaño espacial de las funciones de entrada (es decir, se tarda el mismo tiempo en obtener ópticamente una transformada de Fourier, por ejemplo, de una función de entrada de $3 \times 3 \text{ cm}^2$ que de una función de $1 \times 1 \text{ mm}^2$). En cuanto al multiplexado en longitud de onda, éste aprovecha las diferentes longitudes de onda con las que emite la fuente que ilumina el sistema óptico para transmitir información distinta por cada una de ellas. Además, el empleo de luz de amplio espectro permite una reducción del inevitable ruido coherente que limita las capacidades de los sistemas ópticos coherentes (iluminados con haces de luz monocromáticos), motivo por el cual muchos autores han desarrollado métodos para llevar a cabo, con luz incoherente, operaciones que estaban restringidas al uso de luz coherente.

Como contribución al campo del multiplexado en longitud de onda, en el Capítulo 3 de este trabajo hemos desarrollado un correlador óptico iluminado con luz blanca que permite multiplexar diferentes escalas del objeto de referencia en distintas longitudes de onda, y obtener así un reconocimiento invariante a escala dentro de una relación de tamaños 2.00 / 1.00. Esto ha sido posible gracias a la extensión del intervalo de detección al infrarrojo cercano, empleando una cámara CCD monocromática como sistema de captación y una lámpara de Xenón como sistema de iluminación, y al empleo de un filtro sólo de fase como sistema de reconocimiento que aumenta considerablemente la capacidad discriminativa del sistema.

En el Capítulo 4 hemos visto una extensión de las aplicaciones de este sistema al multiplexado de componentes wavelet en longitud de onda. Si la descomposición es completa, este sistema permite la transmisión de una imagen bidimensional (2-D) por un sistema óptico, separando su contenido frecuencial en las distintas componentes wavelet que se transmiten simultáneamente, cada una de ellas en una longitud de onda diferente. Los sistemas anteriores que permitían la obtención de un multiplexado en longitud de onda de componentes wavelet estaban limitados por el número de componentes que se podía obtener (tanto por la limitación en la escala de la función wavelet básica, dada por el intervalo finito de longitudes de onda que iluminaban el sistema, como por la limitación en el número de haces láser colineales que eran necesarios para transmitir cada componente wavelet). En el dispositivo experimental que hemos empleado, cada una de las escalas de la función wavelet básica, y por tanto, cada una de las componentes wavelet de la función de entrada, se consigue en un intervalo limitado de longitudes de onda. Además, en la misma extensión espacial de la función de entrada podemos multiplexar un número arbitrario de componentes, ya que el intervalo de diferentes escalas de la función wavelet básica no está limitado porque se consigue empleando un elemento óptico difractivo en el plano de Fourier del sistema óptico.

Como una aplicación más del correlador iluminado con luz blanca hemos presentado, en el Capítulo 5, una técnica que permite la localización de un objeto 2-D en una escena tridimensional (3-D). La localización de un objeto de referencia en una escena 3-D desempeña un papel muy importante dentro del campo de la visión artificial

(por ejemplo, en los sistemas de visión del tráfico rodado). Hasta ahora, la mayoría de los métodos que permiten una localización 3-D de los objetos ha sido desarrollada empleando técnicas digitales para la implementación de distintos algoritmos matemáticos (generalmente complicados). Aunque no cabe poner en duda la utilidad que presentan todos estos sistemas, está claro que la mayoría necesita rápidos sistemas de procesado y ordenadores con elevada capacidad de almacenamiento para poder obtener buenos resultados en tiempo real. A modo de alternativa a estos sistemas digitales, el sistema que hemos presentado nosotros es capaz de localizar ópticamente, y en tiempo real, un objeto de referencia en el espacio 3-D. El sistema está basado en el hecho de que un desplazamiento axial de un objeto sólo implica un cambio en la escala de su imagen capturada con una cámara CCD. Por este motivo, podemos emplear un correlador óptico iluminado con luz blanca, capaz de detectar la escala multiplexando cada factor de escala en una longitud de onda distinta, para determinar la posición axial del objeto de referencia. Como hemos visto, una vez ha sido detectado el objeto, podemos conocer a qué escala corresponde, y por tanto, a qué posición axial se encuentra dependiendo del color que presente el pico de correlación.

Sin embargo, para poder detectar la posición axial del objeto es necesario capturar previamente una imagen 2-D de la escena de entrada 3-D. Dado que podemos encontrar objetos cuya información relevante no esté precisamente en una proyección 2-D, el paso lógico ha sido estudiar una posible extensión que nos permita tratar directamente con los objetos 3-D de la escena 3-D, sin la necesidad de capturar previamente una imagen 2-D. Así, tras una descripción en el Capítulo 6 del método de perfilometría por transformada de Fourier que permite obtener imágenes de objetos 3-D, en el Capítulo 7 hemos diseñado un sistema óptico basado en el correlador de transformada conjunta (CTC) que permite obtener un reconocimiento de objetos 3-D. Como hemos visto, el reconocimiento está basado en la forma 3-D completa del objeto, y no sólo en su perfil 2-D. Además, en el plano final del sistema óptico obtenemos una correlación entre las funciones de altura codificada en fase (ACF) correspondientes al objeto a reconocer y al objeto presente en la escena de entrada, que es la que nos permite reconocer al objeto 3-D presente en la escena.

Una aplicación directa del sistema de reconocimiento 3-D propuesto la encontramos en el campo del desarrollo industrial, con aplicaciones tales como el control de calidad, la manipulación de objetos por medio de robots o la detección de obstáculos para el correcto funcionamiento de vehículos automáticos. Por todo ello, interesa que el sistema de reconocimiento 3-D sea lo más robusto posible, y por tanto, capaz de detectar la presencia en la escena de entrada del objeto de referencia, aunque éste se encuentre desplazado lateralmente, con distinto tamaño, o incluso girado respecto a la posición inicial. Por este motivo, en los Capítulos 8 y 9 hemos extendido la capacidad de reconocimiento del sistema propuesto a un reconocimiento de objetos 3-D invariante a rotaciones, empleando un desarrollo en armónicos circulares (AC), y a escala, empleando los desarrollos en armónicos radiales de Mellin y armónicos logarítmicos radiales. Además, en el Capítulo 9 hemos demostrado cómo la técnica de reconocimiento 3-D puede ser implementada también en un correlador convergente clásico, empleando el filtro de VanderLugt adaptado a la función compleja de ACF correspondiente al objeto de referencia.

En cuanto a las perspectivas de futuro, dentro del multiplexado en longitud de onda hemos obtenido resultados preliminares de multiplexado de filtros de Gabor, lo que nos permite obtener en el plano final del sistema una imagen de la escena de entrada en la que cada una de las orientaciones está codificada en un cierto intervalo de longitudes de onda, que puede ser variable.

Dentro del campo de reconocimiento de objetos 3-D, estamos trabajando en la extensión del reconocimiento a la invariancia a rotaciones en los tres ejes del espacio, que podría obtenerse, por ejemplo, empleando un banco de filtros, cada uno de ellos adaptado a un AC de la función de ACF correspondiente a las distintas perspectivas del objeto 3-D. Realizando un multiplexado espacial conveniente en la escena de entrada de un CTC, por ejemplo, podemos obtener en el plano final del sistema una suma incoherente de todos los planos de correlación correspondientes a cada uno de los filtros, permitiendo así un reconocimiento invariante a la orientación del objeto de referencia sobre los tres ejes de coordenadas. De forma alternativa, podemos obtener cada uno de los

planos de correlación correspondientes a cada uno de los filtros en serie, para poder, además de detectar el objeto 3-D, conocer la orientación en la que se encuentra.

Para aumentar la robustez del sistema óptico de reconocimiento 3-D podríamos emplear como sistema de proyección de franjas una configuración tipo interferómetro Shearing, en la que las fuentes de luz serían VCSELs¹, diodos láser de emisión por superficie con cavidad vertical. Se trata típicamente de columnas de 32 diodos que emiten en el infrarrojo cercano (850 nm). Esto nos permitiría, en función del diodo conectado, variar en tiempo real la frecuencia del patrón de franjas proyectado sobre los objetos 3-D, adaptándola así a las variaciones de altura propias de cada uno de ellos. Además, el hecho de que emitan en el infrarrojo cercano hace que el patrón de franjas distorsionado pueda ser capturado empleando una cámara CCD monocroma, permitiendo a la vez capturar una imagen del objeto 3-D en el visible para realizar otro posible tipo de procesos sobre su imagen (tales como cálculos de tamaños por evaluación de áreas, reconocimiento del color, etc.).

¹ Del inglés, *Vertical Cavity Surface Emitting Laser*.

Apéndice A

Breve descripción de los métodos más importantes de adquisición de imágenes de objetos tridimensionales

La utilización de sensores ópticos para evaluar la forma tridimensional (3-D) de un objeto juega un papel cada vez más importante en el campo del desarrollo industrial. La principal ventaja de los sensores ópticos es que no necesitan tener contacto directo alguno con el objeto que se va a caracterizar. Una ventaja adicional de estos sistemas es que son significativamente más rápidos que las técnicas de contacto. Las aplicaciones típicas en el campo del desarrollo industrial son, por ejemplo, el control de calidad en el producto final, la manipulación de objetos por medio de robots, la detección de obstáculos para el correcto funcionamiento de vehículos automáticos, etc. Algunas áreas nuevas en las que comienzan a introducirse las técnicas de adquisición de imágenes de objetos 3-D son, por ejemplo, el campo del entretenimiento a través de la realidad virtual o la caracterización y cuidado de antigüedades (una tecnología, por ejemplo, que permita a los observadores visitar un museo virtual de antigüedades tiene gran importancia dentro de la conservación de piezas de arte).

Desde hace mucho tiempo se conocen muy bien los principios de la triangulación, la luz estructurada e incluso la interferometría. Sin embargo, estos métodos se trataban sólo desde un punto de vista teórico, y no se empleaban de forma regular en procedimientos industriales. Sólo el reciente aumento de la potencia de los ordenadores y la facilidad de adquisición de elementos electro-ópticos y láseres a un precio relativamente bajo han hecho posible que estas técnicas hayan alcanzado un nivel adecuado para su comercialización e implantación en procesos industriales. A continuación, veremos un breve comentario sobre cada una de las técnicas de adquisición de imágenes de objetos 3-D basadas en dispositivos ópticos [Brown-00].

A.1.- Time of Flight

La técnica conocida con el nombre de *time of flight* está basada en la medida directa de la diferencia temporal entre dos pulsos láser (uno que viene reflejado del objeto 3-D a medir, y otro que sirve de referencia). Esta diferencia de tiempo entre los dos pulsos láser se puede convertir fácilmente a diferencia de distancia, dando lugar a la medida de las características del objeto 3-D. La resolución típica alcanzada por este método está alrededor del milímetro, aunque con la utilización de pulsos láser de picosegundos y electrónica de alta resolución se pueden conseguir resoluciones por debajo del milímetro (por ejemplo, en la Ref. [Massa-98] se describe un método con el que se consigue una resolución de hasta 30 μm).

A.2.- Laser Scanning

La triangulación con punteros láser (*laser scanning*) emplea las relaciones bien conocidas de la triangulación óptica. Un dispositivo CCD, o un detector sensible a la posición (DSP), se utiliza para digitalizar la imagen del puntero láser. Para el DSP, la precisión de la medida depende en gran parte de la resolución de la imagen tomada, así como de la reflexión del puntero del haz láser. En cambio, empleando el dispositivo CCD se puede evitar la reflexión del haz láser, a la vez que permite una mayor precisión. Otro factor que influye en la precisión final de la imagen es la posible diferencia que pueda existir entre la forma del objeto 3-D a caracterizar y la forma de la superficie

empleada para la calibración. Normalmente, para la calibración se suelen emplear superficies con características parecidas a las del objeto a medir, con el fin de obtener al final la mayor precisión posible.

Recientemente se ha desarrollado una técnica [Brown-00] que tolera cambios de color en las superficies, diferencias en la reflectividad de los objetos y otras irregularidades, todo ello sin precisar una calibración previa.

A.3.- Moiré

La técnica del Moiré está basada en el empleo de dos redes, una de ellas que actúa como patrón y la otra que lo hace de referencia, proyectadas sobre la superficie del objeto 3-D, con las que se pueden generar franjas de Moiré que se toman con una cámara CCD. Las propias redes que forman las franjas de Moiré no necesitan ser capturadas con elevada resolución por la cámara. Sólo en el caso de emplear como red de referencia una red generada por ordenador (como se hace, por ejemplo, en la Ref. [Asundi-93]), la red patrón sí debe ser resuelta por la cámara.

En los últimos años se han desarrollado varios sistemas basados en el principio de Moiré que evitan perturbaciones del entorno y aumentan la velocidad de adquisición de imágenes [Truax-94, Haasteren-94, Kujawska-91, Bieman-97]. El rango típico de medidas que se emplea en las técnicas de Moiré va de 0.5 m a 1 mm, con una resolución de 1/10 a 1/100 de franja.

A.4.- Seccionado de patrones de *Speckle*

La relación óptica que existe entre el plano de frecuencias y el plano de distancias en una transformada de Fourier 3-D se puede emplear para medir superficies de objetos 3-D [Marron-92A, Marron-92B]. La detección de formas 3-D mediante un radar de láser, también conocido como muestreo de patrones de *Speckle* [Shirley-89, Shirley-91, Hallerman-96, Dressel-92], está basado en el principio de que el plano de detección se corresponde con una rodaja bidimensional (2-D) de la transformada de Fourier 3-D

del objeto. Las otras rodajas 2-D de la transformada de Fourier 3-D se pueden obtener, por ejemplo, cambiando la longitud de onda del láser. Para cada longitud de onda distinta se captura un patrón de *Speckle* diferente. Estos patrones se emplean para formar una matriz 3-D de la que, finalmente, se realiza una transformada de Fourier para obtener toda la información 3-D del objeto.

La resolución depende del rango de medidas empleado. Con la tecnología láser actual, en el rango de medidas de 10 mm se pueden alcanzar precisiones de 1-10 μm . La desventaja principal de esta técnica es que para objetos de gran tamaño emplea un largo intervalo de tiempo en tomar las imágenes con las diferentes longitudes de onda.

A.5.- Fotogrametría

La fotogrametría emplea típicamente la técnica de visión estéreo para medir la forma 3-D de un objeto, aunque también se suele emplear la técnica del desenfoque o del escalado. El método está basado en el principio según el cual el modelo geométrico básico y las orientaciones de los rayos del haz de luz de iluminación se pueden obtener analíticamente a partir de un ajuste por mínimos cuadrados. En los últimos años se ha avanzado mucho en esta técnica (véanse, por ejemplo, las Ref. [Karara-89, Gruen-89, Gruen-93, Gruen-95, Slama-80, Fraser-92]) hasta llegar a conseguir precisiones de una parte por millón.

A.6.- Sistema de seguimiento por láser

Un sistema de seguimiento por láser emplea un interferómetro para medir distancias y dos codificadores de ángulos de elevada precisión para determinar los ángulos verticales y horizontales. En los últimos años se han desarrollado sistemas con precisiones de profundidad de hasta 1 μm y precisiones angulares de hasta 0.7 segundos de arco. Normalmente este tipo de instrumentos se emplea como sistema de seguimiento en los sensores ópticos de los robots. Existen, incluso, instrumentos de seguimiento por láser que se comercializan en el mercado, con los nombres de SMART 310 [Gruen-95] (desarrollado por el *National Bureau of Standards* y *API-Automated Precision Inc.*), y

Leica LTD 500. Este último puede medir profundidades con precisiones lineales de 50 μm y precisiones angulares de 5 partes por millón.

A.7.- Proyección de luz estructurada

El método de luz estructurada, también conocido con el nombre de triangulación activa, se basa en la codificación de la información de altura del objeto en un patrón de franjas distorsionado que se obtiene al proyectar una red uniforme sobre la superficie 3-D del objeto [Sirnivasan-84, Jalkio-85, Toyooka-86]. Aunque el método está relacionado con el método de Moiré, en estos sistemas la información 3-D del objeto se extrae directamente a partir del patrón de franjas distorsionado, sin necesidad de emplear una red de referencia para crear las franjas de Moiré.

Los sistemas basados en la luz estructurada tienen las siguientes ventajas: 1) son relativamente fáciles de implementar, y 2) presentan una elevada velocidad, permitiendo incluso medir un campo extenso del objeto. Debido a estas ventajas, las industrias que trabajan con sistemas de visión artificial han comenzado a comercializar estos dispositivos. Algunos ejemplos que se comercializan hoy en día son:

- 1) Atos¹ System (ver Fig. A.1), desarrollado por *Capture 3D Inc.*². Está basado en proyección de luz estructurada y fotogrametría, y es capaz de alcanzar una precisión de 50 μm .
- 2) Tricolite (ver Fig. A.2), desarrollado por *Steinbichler Optotechnik*³. Basado en proyección de luz estructurada, permite obtener imágenes de objetos 3-D de hasta 500 x 500 mm^2 en menos de 1 segundo.

En las Ref. [Gartner-95, Muller-95, Sansoni-97] se muestran algunas aplicaciones de estos sistemas de adquisición de imágenes de objetos 3-D.

¹ En inglés: *Advanced Topometric Optical Sensor*

² Más información: <http://www.capture3d.com/html/products.html>

³ Más información: <http://www.steinbichler.de>

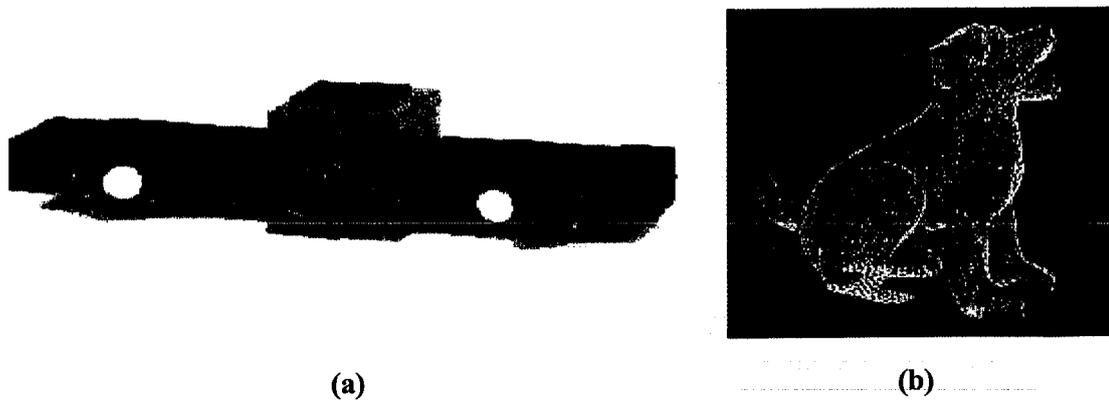


Figura A.1: (a) Atos System, desarrollado por *Capture 3D Inc.* (b) Ejemplo de obtención de la imagen de un objeto 3-D.

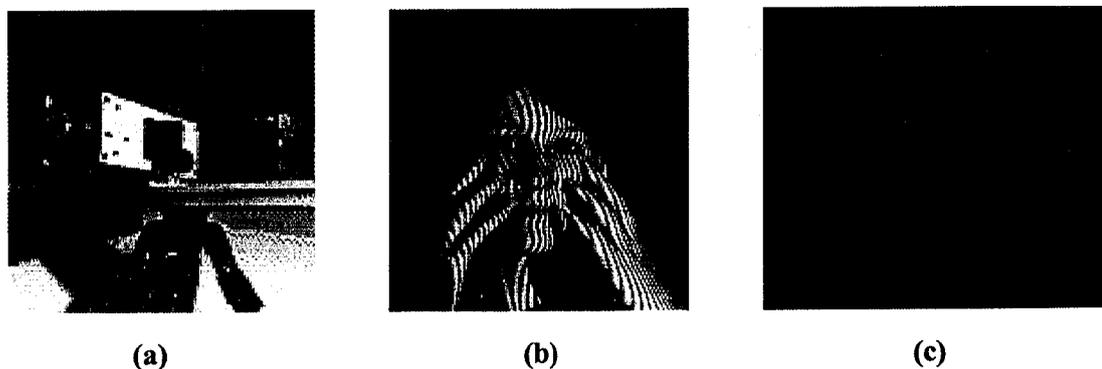


Figura A.2: (a) Tricolite, desarrollado por *Steinbichler Optotechnik.* (b) Ejemplo de utilización. Como podemos ver en la imagen, el sistema está basado en la proyección de luz estructurada. (c) Ejemplo de obtención de una imagen 3-D.

Sin embargo, para que estos sistemas puedan ser aceptados fácilmente en el mundo de la industria hace falta que mejoren su comportamiento en ciertos aspectos, para evitar, por ejemplo, el problema de las sombras (inherente a todas las técnicas de triangulación). La visión múltiple para cubrir un campo de 360 °, o el desenfoque de las redes proyectadas, son soluciones prometedoras en este sentido (ver Ref. [Engelhardt-88, Serrano-Heredia-98, Takeda-00]).

Apéndice B

Método de *phase-unwrapping*

B.1.- Introducción

En el Capítulo 6 de este trabajo describimos el método que sigue la técnica de perfilometría por transformada de Fourier para obtener la información de la altura de un objeto tridimensional (3-D). Vimos que en el caso en el que la cámara y el proyector estaban lejos del objeto, la información 3-D la podíamos obtener sencillamente a partir de una función de fase $\phi(x,y)$ que resultaba ser directamente proporcional a la función de la altura $h(x,y)$. Esta función de fase $\phi(x,y)$ la podíamos hallar, como ya explicamos en el Capítulo 6, a partir de la transformada de Fourier inversa del primer orden de difracción (filtrado y centrado) del patrón de franjas distorsionado que resulta al proyectar una red uniforme sobre la superficie del objeto 3-D:

$$g''(x,y) = A_1 r(x,y) \exp[i\phi(x,y)]. \quad (\text{B.1})$$

Por tanto, podemos obtener la función que caracteriza la altura $h(x,y)$ del objeto 3-D calculando la fase de la función $g''(x,y)$. Sin embargo, debido a que el cálculo de la función de fase $\phi(x,y)$ lo realizamos digitalmente, y los valores principales de una fase calculada digitalmente están dentro del rango $[-\pi, \pi]$, la función de fase $\phi(x,y)$ resultante

está limitada dentro de este rango, por lo que presenta discontinuidades con saltos de 2π para variaciones mayores de 2π . Estas discontinuidades se pueden corregir sumando o restando 2π dependiendo de si el salto de fase va de π a $-\pi$ o al revés. Existen algoritmos digitales (conocidos con el nombre de algoritmos de *phase-unwrapping*) que podemos emplear para corregir las discontinuidades de fase. Veremos, a continuación, las características principales del método empleado en este trabajo [Dennis-94].

B.2.- Desarrollo matemático

Supongamos que conocemos la función de fase ϕ módulo 2π en un número de puntos discretos:

$$\psi_{i,j} = \phi_{i,j} + 2\pi k, \quad (\text{B.2})$$

siendo k un número entero y

$$-\pi < \psi_{i,j} \leq \pi, \quad i = 0, \dots, M-1, \quad j = 0, \dots, N-1. \quad (\text{B.3})$$

Conocidos los valores de fase discontinuos $\psi_{i,j}$, deseamos conocer los valores continuos $\phi_{i,j}$, en las mismas posiciones (i,j) , y sabiendo que las diferencias de fase de $\phi_{i,j}$ concuerdan con las de $\psi_{i,j}$ en el sentido de minimización por mínimos cuadrados.

Definimos, en primer lugar, un operador “de discontinuidad” W , que provoca discontinuidades sobre una función de fase para convertir todos los valores de fase a los equivalentes dentro del intervalo $[-\pi, \pi]$. Así, por ejemplo, $W\{\phi_{i,j}\} = \psi_{i,j}$. Calculamos ahora dos conjuntos de diferencias de fase, aquellas diferencias respecto al índice i y aquellas diferencias respecto al índice j :

$$\Delta^x_{i,j} = \begin{cases} \mathcal{W}\{\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}\}, & \text{si } i = 0, \dots, M-2, \quad \text{si } j = 0, \dots, N-1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

$$\Delta^y_{i,j} = \begin{cases} \mathcal{W}\{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}\}, & \text{si } i = 0, \dots, M-1, \quad \text{si } j = 0, \dots, N-2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

donde los superíndices x e y hacen referencia a las diferencias en los índices i y j , respectivamente. La solución $\phi_{i,j}$ que minimiza la función:

$$\sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} - \Delta^x_{i,j})^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j} - \Delta^y_{i,j})^2 \quad (\text{B.6})$$

es la solución por mínimos cuadrados.

La formulación de matrices de Hunt [Hunt-79] demuestra que esta condición se puede resumir como:

$$\phi_{i+1,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} - 4\phi_{i,j} = \Delta^x_{i,j} - \Delta^x_{i-1,j} + \Delta^y_{i,j} - \Delta^y_{i,j-1}. \quad (\text{B.7})$$

Esta última ecuación nos da la relación que existe entre los valores de las diferencias de fase [disponibles a partir de los valores discontinuos originales de la función de fase a través de las ecuaciones (B.4) y (B.5) y los valores $\phi_{i,j}$ de la función de fase continua obtenida por minimización por mínimos cuadrados. La ecuación (B.7) se puede escribir como:

$$(\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}) + (\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}) = \rho_{i,j}, \quad (\text{B.8})$$

siendo

$$\rho_{i,j} = (\Delta^x_{i,j} - \Delta^x_{i-1,j}) + (\Delta^y_{i,j} - \Delta^y_{i,j-1}) \quad (\text{B.9})$$

Se puede comprobar que la ecuación (B.8) es una discretización de la ecuación de Poisson para una matriz rectangular $M \times N$:

$$x_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} w_1(m)w_2(n)C_{m,n} \cos\left[\frac{\pi}{2M} m(2i+1)\right] \cos\left[\frac{\pi}{2N} n(2j+1)\right], & \text{si } 0 \leq i \leq M-1, \quad 0 \leq j \leq N-1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

siendo

$$w_1(m) = \begin{cases} 1/2, & \text{si } m = 0 \\ 1, & \text{si } 1 \leq m \leq M-1 \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

$$w_2(n) = \begin{cases} 1/2, & \text{si } n = 0 \\ 1, & \text{si } 1 \leq n \leq N-1 \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

Desarrollemos la solución deseada $\phi_{i,j}$ en la forma que indica la ecuación (B.14):

$$\phi_{i,j} = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} w_1(m)w_2(n)\hat{\phi}_{m,n} \cos\left[\frac{\pi}{2M} m(2i+1)\right] \cos\left[\frac{\pi}{2N} n(2j+1)\right], \quad (\text{B.17})$$

y sustituyamos este desarrollo en la ecuación (B.8). Haciendo el mismo desarrollo para los términos $\rho_{i,j}$, y sustituyéndolos en la ecuación (B.8), podemos igualar los dos términos de esta ecuación para obtener:

$$\hat{\phi}_{i,j} = \frac{\hat{\rho}_{i,j}}{2 \left[\cos\left(\frac{\pi i}{M}\right) + \cos\left(\frac{\pi j}{N}\right) - 2 \right]}. \quad (\text{B.18})$$

La función de fase continua $\phi_{i,j}$ se puede obtener ahora fácilmente haciendo la transformada discreta inversa bidimensional del coseno de la ecuación (B.18). Es fácil comprobar, por simple sustitución, que el desarrollo dado por la ecuación (B.17) impone automáticamente las condiciones de contorno de Neumann requeridas.

Resumiendo, el algoritmo que empleamos para eliminar las discontinuidades de la función de fase es el siguiente:

1) Realizamos la transformada discreta directa del coseno [ecuación (B.13)] del conjunto de valores $\rho_{i,j}$, calculados con la ecuación (B.9), para obtener los valores de $\hat{\rho}_{i,j}$.

2) Modificamos los valores de $\hat{\rho}_{i,j}$ de acuerdo con la ecuación (B.18) para obtener los valores $\hat{\phi}_{i,j}$.

3) Realizamos la transformada discreta inversa del coseno [ecuación (B.14)] del conjunto de valores $\hat{\phi}_{i,j}$ para obtener los valores de $\phi_{i,j}$.

Es importante resaltar que no podemos evaluar la ecuación (B.18) para $i = 0$ y $j = 0$ simultáneamente, ya que el denominador sería nulo. Esto indica que $\hat{\phi}_{0,0}$ está indeterminado, por lo que generalmente se suele tomar $\hat{\phi}_{0,0} = \hat{\rho}_{0,0}$.

Finalmente indicar que para la realización de este algoritmo hemos empleado las librerías de transformación discreta del coseno que incorpora el programa *Matlab*©.

Apéndice C

Variación de la frecuencia del patrón distorsionado al cambiar la distancia entre el objeto y la cámara en la perfilometría por transformada de Fourier

Consideremos el dispositivo experimental mostrado en la Fig. C.1, que permite obtener la imagen de un objeto tridimensional (3-D) empleando la técnica de la perfilometría por transformada de Fourier (PTF). En él, cámara y proyector están separados una distancia d , la distancia del objeto a la cámara es L , los ángulos son los indicados en la figura y p representa un periodo del patrón distorsionado formado sobre la superficie del objeto 3-D. Nuestro objetivo es obtener cómo varía el periodo de la red grabada con la cámara CCD al cambiar la distancia L .

Sabemos que el periodo en la imagen de la cámara CCD se puede escribir como:

$$p_{CCD} = \beta' p \tag{C.1}$$

siendo β' el aumento lateral de la cámara para la distancia L , $\beta' = \frac{f'}{L + f'}$, donde f' es la focal del objetivo de la cámara. Por otra parte, para cualquier triángulo ABC como el mostrado en la Fig. C.2 se cumple:

$$\text{Área} = \frac{c^2 \text{sen} A \text{sen} B}{2 \text{sen} C} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}. \quad (\text{C.2})$$

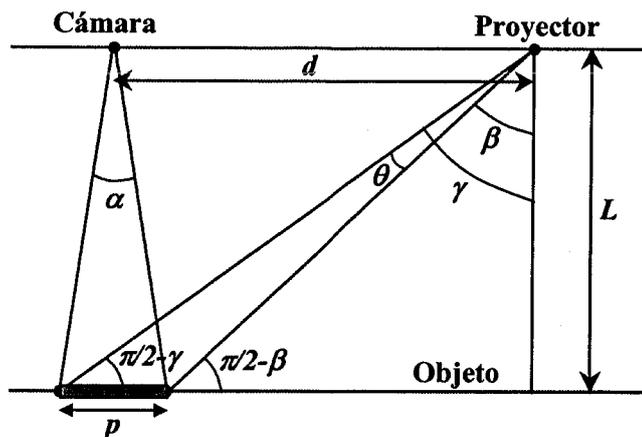


Figura C.1: Configuración experimental de ejes ópticos paralelos en la PTF. Obtención de la variación del periodo con L sin aproximación.

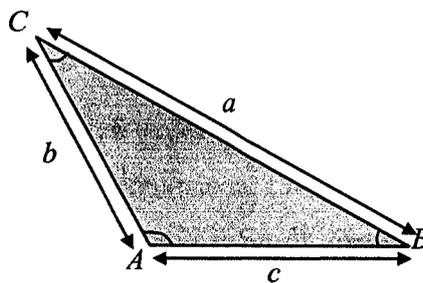


Figura C.2: Triángulo ABC que cumple la propiedad mostrada en la ecuación (C.2).

Aplicando la relación (C.2) al triángulo formado por el proyector y la franja de periodo p obtenemos:

$$\text{Área} = \frac{p^2 \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{2 \text{sen} \theta} = \frac{p^2 \cos \gamma \cos \beta}{2 \text{sen} \theta} = \frac{pL}{2}, \quad (\text{C.3})$$

de donde:

$$p = \frac{L \text{sen} \theta}{\cos \gamma \cos \beta}. \quad (\text{C.4})$$

Y, por tanto, el periodo del patrón distorsionado grabado por la cámara CCD se puede escribir como:

$$p_{CCD} = \beta' p = \beta' \frac{L \text{sen} \theta}{\cos \gamma \cos \beta}. \quad (\text{C.5})$$

Y la frecuencia queda:

$$f_{CCD} = \frac{1}{p_{CCD}} = \frac{\cos \gamma \cos \beta}{\beta' L \text{sen} \theta}. \quad (\text{C.6})$$

Pero el problema es que los ángulos β y γ dependen también de p (y por tanto, de p_{CCD}), como se puede deducir de la Fig. C.1, a través de las relaciones:

$$\tan \beta = \frac{d - p/2}{L}, \quad \tan \gamma = \frac{d + p/2}{L}, \quad (\text{C.7})$$

por lo que la ecuación (C.5) [y, análogamente, la ecuación (C.6)] no tiene solución analítica para el periodo p_{CCD} , siendo resoluble únicamente por cálculo numérico.

Podemos considerar una aproximación para obtener una expresión analítica para el periodo p_{CCD} en función de la distancia L . Considerando la Fig. C.3, aproximando $L_1 \approx \sqrt{L^2 + d^2}$ y las tangentes por sus ángulos por ser ángulos pequeños, podemos obtener:

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{p_1}{L_1} = \frac{p \text{sen} \theta_0}{L_1}, \text{ de donde } p = \frac{\theta L_1}{\text{sen} \theta_0}, \quad (\text{C.8})$$

y, por tanto:

$$p_{CCD} = \beta' p = \beta' \frac{\theta L_1}{\text{sen} \theta_0} = \beta' \frac{\theta \sqrt{L^2 + d^2}}{\text{sen} \theta_0}. \quad (\text{C.9})$$

La frecuencia del patrón distorsionado, entonces, se puede escribir como:

$$f_{CCD} = \frac{1}{p_{CCD}} = \frac{\text{sen} \theta_0}{\beta' \theta \sqrt{L^2 + d^2}}. \quad (\text{C.10})$$

Esta ecuación aproximada sí que nos da una expresión analítica para la variación de la frecuencia del patrón distorsionado capturado por la cámara CCD en función de la distancia L entre el objeto y la cámara.

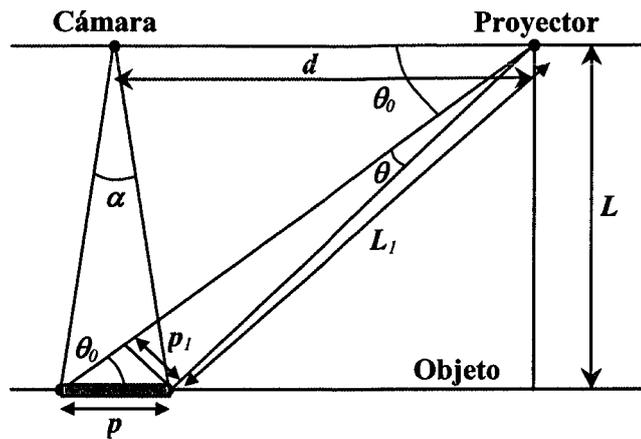


Figura C.3: Configuración experimental de ejes ópticos paralelos en la PTF. Obtención de la variación del periodo con L con aproximación.

En la Fig. C.4 se muestra la variación de la frecuencia del patrón distorsionado con la distancia L entre el objeto y la cámara. La validez de la aproximación realizada se ha comprobado comparando los resultados obtenidos con la expresión aproximada [ver ecuación (C.10)] y con la ecuación exacta [ver ecuación (C.6)] (para obtener los resultados con la expresión exacta hemos empleado un método iterativo hasta llegar a la convergencia). Los parámetros que hemos empleado son los siguientes: focal del objetivo, $f' = 50$ mm; distancia de la cámara al proyector, $d = 80$ cm; y ángulo que subtende una franja desde el proyector, $\theta = 0.001$ rad, lo que indica un tamaño de 1 mm a 1 m de distancia.

Como podemos comprobar en la gráfica mostrada en la Fig. C.4, para valores de L grandes (en nuestro caso, $L > 4d$, por ejemplo), la variación en la frecuencia del patrón distorsionado es despreciable (inferior al 3 %). Por tanto, dentro de la aproximación $L \gg h(x,y)$ (siendo $h(x,y)$ la función que describe las variaciones de altura del objeto 3-D) la influencia de los cambios de la frecuencia del patrón distorsionado sobre la limitación en el volumen de inspección de la PTF es mínima.

En cambio, al ir disminuyendo la distancia entre el objeto y la cámara llegamos a un punto a partir del cual la frecuencia del patrón de franjas distorsionado disminuye significativamente. Este hecho es realmente importante, ya que, como se comenta en el Capítulo 7 de la memoria, si la frecuencia varía de forma no despreciable, la posición del primer orden en la transformada de Fourier es distinta en función de la posición del objeto en la escena, por lo que para cada distancia L sería necesario realizar una corrección en la máscara que selecciona este primer orden. En este caso, éste es uno de los factores que limitan el volumen de inspección en la técnica de la PTF.

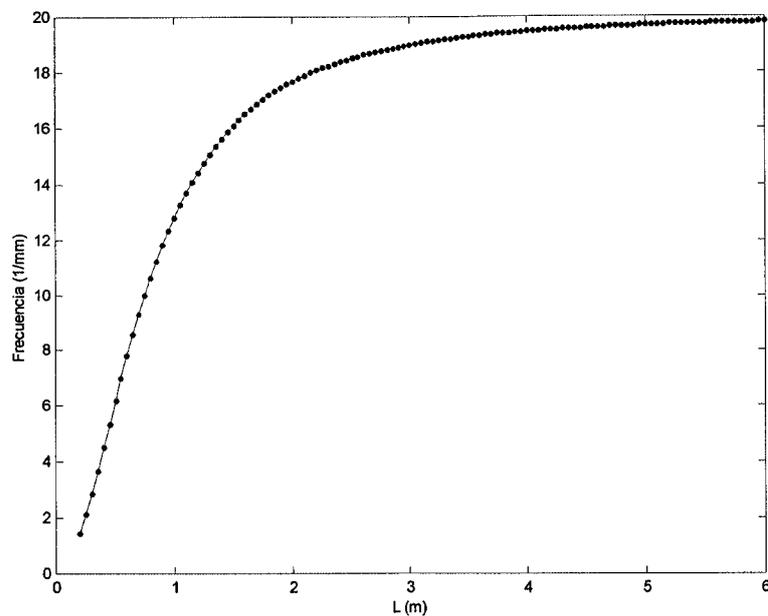


Figura C.4: Variación de la frecuencia del patrón distorsionado con la distancia entre el objeto y la cámara. Comparación entre los resultados obtenidos para la frecuencia aproximada calculada con la ecuación (C.10) (línea de puntos), y la exacta, obtenida con la ecuación (C.6) (línea continua).

Abreviaturas empleadas en la memoria

Indicamos, a continuación, las abreviaturas correspondientes a distintos aspectos que han sido empleadas a lo largo de la memoria:

1-D:	Unidimensional
2-D:	Bidimensional
3-D:	Tridimensional
AC:	Armónicos circulares
ACF:	Altura codificada en fase
ALR:	Armónicos logarítmicos radiales
ARM:	Armónicos radiales de Mellin
CCC:	Correlador convergente clásico
CTC:	Correlador de transformada conjunta
CW:	Componente wavelet
EOD:	Elemento óptico difractivo
FC:	Filtro de compromiso (en inglés, <i>trade-off filter</i>)
FPLB:	Fuente puntual de luz blanca
FSF:	Filtro sólo de fase

FWM:	Función wavelet madre
HGO:	Holograma generado por ordenador
IRC:	Infrarrojo cercano
MEL:	Modulador espacial de luz
PCE:	Del inglés, <i>Peak-to-Correlation Energy</i>
PTF:	Perfilometría por transformada de Fourier
TF:	Transformada de Fourier
TW:	Transformada wavelet
UI:	Umbral inferior
US:	Umbral superior

Bibliografía

- [Alam-95] M. Alam y Y. Gu, "Sobel operator based multiobject joint transform correlation", *Optik* **100** (Stuttgart), 28-32 (1995).
- [Armitage-65] J. D. Armitage, A. W. Lohmann y D. P. Paris, "Superresolution image forming systems for objects with restricted lambda dependence", *Jpn. J. Appl. Phys.* **4**, 273-275 (1965).
- [Arsenault-85] H. H. Arsenault y C. Belisle, "Contrast-invariant pattern recognition using circular harmonic components", *Appl. Opt.* **24**, 2072-2075 (1985).
- [Arsenault-86] H. H. Arsenault y Y. Sheng, "Properties of the circular harmonic expansion for rotation invariant pattern recognition", *Appl. Opt.* **25**, 3225-3229 (1986).
- [Arsenault-89] H. H. Arsenault, T. Szoplik y B. Macukow, *Optical Processing and Computing*, Academic Press Inc., San Diego (1989).
- [Asundi-93] A. Asundi, "Computer aided moiré methods", *Opt. Lasers Eng.* **17**, 107-116 (1993).
- [Bartelt-79A] H. O. Bartelt, "Transmission of two dimensional images by wavelength multiplexing", *Opt. Commun.* **28**, 45-50 (1979).
- [Bartelt-79B] H. O. Bartelt, "Image correlation in white light by wavelength multiplexing", *Opt. Commun.* **29**, 37-40 (1979).
- [Bartelt-81] H. O. Bartelt, "One dimensional image transformation in white light", *Opt. Commun.* **38**, 239-242 (1981).

- [Bieman-97] K. Bieman y K. Harding, "3D imaging using a unique refractive optic design to combine moiré and stereo", *Proceedings SPIE 3204* (1997).
- [Bracewell-63] R. Bracewell, *The Fourier Transform and Its Applications*, McGraw-Hill International, New York (1963).
- [Brown-00] G. M. Brown y F. Chen, "Optical methods for shape measurement", *Opt. Eng.* **39**, 8-243 (2000).
- [Burkhardt-70] C. B. Burkhardt, "A simplification of Lee's method of generating holograms by computer", *Appl. Opt.* **9**, 1949 (1970).
- [Casasent-76A] D. Casasent y D. Psaltis, "Scale invariant optical correlation using Mellin transform", *Opt. Commun.* **17**, 59-63 (1976).
- [Casasent-76B] D. Casasent y D. Psaltis, "Position, rotation, and scale invariant optical correlation", *Appl. Opt.* **15**, 1795-1799 (1976).
- [Casasent-76C] D. Casasent y D. Psaltis, "Scale invariant optical transform", *Opt. Eng.* **15**, 258-261 (1976).
- [Cathey-84] W. T. Cathey, B. R. Frieden, W. T. Rhodes y C. K. Rushforth, "Image gathering and processing for enhanced resolution", *J. Opt. Soc. Am.* **A1**, 241-250 (1984).
- [Cojoc-97] D. Cojoc, M. T. Molina, J. García y C. Ferreira, "Coordinate-transformed filter for shift-invariant and scale-invariant pattern recognition", *Appl. Opt.* **36**, 4812-4815 (1997).
- [Combes-90] J. M. Combes, A. Grossmann y Ph. Ychamitchian, *Wavelets: Time Frequency Methods and Phase Space*, 2ª ed., Springer-Verlag, Berlin (1990).
- [Dennis-94] D. C. Ghiglia y L. A. Romero, "Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods", *J. Opt. Soc. Am.* **A 11**, 107-117 (1994).
- [Deutsch-96] M. Deutsch, J. García y D. Mendlovic, "Multichannel single-output color pattern recognition by use of a joint-transform correlator", *Appl. Opt.* **35**, 6976-6982 (1996).

- [Dressel-92] T. Dressel, G. Häusler y H. Venzhe, "Three dimensional sensing of rough surfaces by coherence radar", *Appl. Opt.* **31**, 919-925 (1992).
- [Engelhardt-88] K. Engelhardt y G. Häusler, "Acquisition of 3D data by focus sensing", *Appl. Opt.* **27**, 4684-4689 (1988).
- [Esteve-Taboada-99] J. J. Esteve-Taboada, D. Mas, y J. García, "Three-dimensional object recognition by Fourier transform profilometry", *Appl. Opt.* **38**, 4760-4765 (1999).
- [Esteve-Taboada-00A] J. J. Esteve-Taboada, J. García y C. Ferreira, "Extended scale-invariant pattern recognition with white-light illumination", *Appl. Opt.* **39**, 1268-1271 (2000).
- [Esteve-Taboada-00B] J. J. Esteve-Taboada, J. García y C. Ferreira, "Rotation invariant optical recognition of three-dimensional objects", *Appl. Opt.* **39**, 5998-6005 (2000).
- [Esteve-Taboada-00C] J. J. Esteve-Taboada, *Reconocimiento óptico de objetos tridimensionales con invariancia a rotaciones*, Trabajo de Investigación, Universitat de València, Julio 2000.
- [Esteve-Taboada-01] J. J. Esteve-Taboada, J. García, C. Ferreira, D. Mendlovic y Z. Zalevsky, "Two-dimensional optical wavelet decomposition with white-light illumination by wavelength multiplexing", *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, 157-163 (2001).
- [Esteve-Taboada-02A] J. J. Esteve-Taboada, J. García y C. Ferreira, "Optical recognition of three-dimensional objects with scale invariance using a classical convergent correlator", *Opt. Eng.* (aceptado) (2002).
- [Esteve-Taboada-02B] J. J. Esteve-Taboada, Ph. Réfrégier, J. García y C. Ferreira, "Target localization in the three-dimensional space by wavelength multiplexing", *Opt. Commun.* **202**, 69-79 (2002).
- [Fraser-92] C. S. Fraser, "Photogrammetric measurement to one part in a million", *Photogramm. Eng. Remote Sens.* **58**, 305-310 (1992).
- [Gabor-70] D. Gabor, "Laser speckle and its elimination", *IBM J. Res. Dev.* **14**, 509-511 (1970).

- [García-93] J. García, J. Campos y C. Ferreira, "Limited impulse response circular harmonic phase-only filter", *Opt. Commun.* **96**, 13-20 (1993).
- [García-94] J. García, *Detección invariante a rotaciones de objetos policromáticos*, Tesis Doctoral, Universitat de València, Marzo 1994.
- [García-96] J. García, Z. Zalevsky y D. Mendlovic, "Two-dimensional wavelet transform by wavelength mutiplexing", *Appl. Opt.* **35**, 7019-7024 (1996).
- [García-Martínez-95] P. García-Martínez, J. García y C. Ferreira, "A new criterion for determining the expansion center for circular-harmonic filters", *Opt. Commun.* **117**, 399-405 (1995).
- [Gartner-95] H. Gartner, P. Lehle y H. J. Tiziani, "New, high efficient, binary codes for structured light methods", *Proceedings SPIE* **2599** (1995).
- [Gaskill-78] J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics*, Wiley Series in Pure and Applied Optics, John Wiley & Sons (1978).
- [Goodman-96] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2^a ed., McGraw-Hill International, Singapore (1996).
- [Gruen-89] A. Gruen y H. Kahmen, *Optical 3-D Measurement Techniques*, Wichmann (1989).
- [Gruen-93] A. Gruen y H. Kahmen, "Optical 3-D Measurement Techniques II", *Proceedings SPIE* **2252** (1993).
- [Gruen-95] A. Gruen y H. Kahmen, *Optical 3-D Measurement Techniques III*, Wichmann (1995).
- [Haasteren-94] A. J. P. van Haasteren y H. J. Frankena, "Real time displacement measurement using a multicamera phase stepping speckle interferometer", *Appl. Opt.* **33**, 4137-4142 (1994).
- [Hallerman-96] G. R. Hallerman y L. G. Shirley, "A comparison of surface contour measurements based on speckle pattern sampling and

- coordinate measurement machines”, Proceedings SPIE 2909 (1996).
- [Hansen-81A] E. W. Hansen, “Circular harmonic image reconstruction: experiments”, Appl. Opt. **20**, 2266-2274 (1981).
- [Hansen-81B] E. W. Hansen, “Theory of circular harmonic image reconstruction”, J. Opt. Soc. Am. **71**, 304-308 (1981).
- [Hansen-82] E. W. Hansen, J. G. Verly y E. B. Keirstead, “Rotation invariant optical processing”, J. Opt. Soc. Am. **72**, 1670-1676 (1982).
- [Harris-64] J. L. Harris, “Resolving power and decision theory”, J. Opt. Soc. Am. **54**, 606 (1964).
- [Häusler-99] G. Häusler y D. Ritter, “Feature-based object recognition and localization in 3D space using a single video image”, Computer Vision and Image Understanding **73**, 64-81 (1999).
- [Horner-84] J. L. Horner y P. D. Gianino, “Phase-only matched filtering”, Appl. Opt. **23**, 812-816 (1984).
- [Hsu-82A] Y. N. Hsu, H. H. Arsenault y G. Abril, “Rotational-invariant digital pattern recognition using circular harmonic expansion”, Appl. Opt. **21**, 4012-4015 (1982).
- [Hsu-82B] Y. N. Hsu y H. H. Arsenault, “Optical recognition using circular harmonic expansion”, Appl. Opt. **21**, 4016-4019 (1982).
- [Hsu-82C] Y. N. Hsu, *Shift and rotation invariant pattern recognition*, Tesis Doctoral, Quebec (Canadá), 1982.
- [Hunt-79] B. R. Hunt, “Matrix formulation of the reconstruction of phase values from phase differences”, J. Opt. Soc. Am. **69**, 393-399 (1979).
- [Jalkio-85] J. A. Jalkio, R. C. Kim y S. K. Case, “Three dimensional inspection using multistriple structured light”, Opt. Eng. **24**, 966-974 (1985).
- [Javidi-89] B. Javidi, “Nonlinear joint power spectrum based optical correlation”, Appl. Opt. **28**, 2358-2367 (1989).

- [Karara-89] H. M. Karara, *Non-Topographic Photogrammetry*, Am. Soc. Photogramm. and Remote Sens. (1989).
- [Kartashev-60] A. I. Kartashev, "Optical systems with enhanced resolving power", *Opt. Spectrosc.* **9**, 204-206 (1960).
- [Konforti-90] N. Konforti, D. Mendlovic y E. Marom, "Real-time optical generation of circular or Mellin radial-harmonics filters", *J. Opt. Soc. Am. A* **7**, 225-230 (1990).
- [Kujawinska-91] M. Kujawinska, L. Salbut y K. Patorski, "Three channel phase stepped system for moiré interferometry", *Appl. Opt.* **30**, 1633-1635 (1991).
- [Lee-70] W. H. Lee, "Sampled Fourier transform hologram generated by computer", *Appl. Opt.* **9**, 639 (1970).
- [Li-98] Z. X. Li, J. B. Gou y Y. X. Chu, "Geometric algorithms for workpiece localization", *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **14**, 864-878 (1998).
- [Lim-90] J. S. Lim, *Two Dimensional Signal and Image Processing*, Prentice-Hall Signal Processing Series (1990).
- [Lohmann-64] A. W. Lohmann y D. P. Paris, "Superresolution for nonbirefringent objects", *Appl. Opt.* **3**, 1037-1043 (1964).
- [Lohmann-67] A. W. Lohmann y D. P. Paris, "Binary Fraunhofer holograms generated by computer", *Appl. Opt.* **6**, 1739-1748 (1967).
- [Lohmann-96] A. W. Lohmann, R. G. Dorsch, D. Mendlovic, Z. Zalevsky y C. Ferreira, "Space-bandwidth product of optical signals and systems", *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 470-473 (1996).
- [Lukosz-67] W. Lukosz, "Optical systems with resolving powers exceeding the classical limits. II", *J. Opt. Soc. Am.* **57**, 932-941 (1967).
- [Mahalanobis-87] A. Mahalanobis, B. V. K. Vijaya Kumar y D. P. Casasent, "Minimum average correlation energy filters", *Appl. Opt.* **26**, 3633-3640 (1987).
- [Mahalanobis-91] A. Mahalanobis y D. P. Casasent, "Performance evaluation of minimum average correlation energy filters" *Appl. Opt.* **30**, 561-572 (1991).

- [Marron-92A] J. C. Marron y K. S. Schroeder, "Three dimensional lensless imaging using laser frequency diversity", *Appl. Opt.* **31**, 255-262 (1992).
- [Marron-92B] J. C. Marron y T. J. Schulz, "Three dimensional, fine resolution imaging using laser frequency diversity", *Opt. Lett.* **17**, 285-287 (1992).
- [Martinet-87] R. K. Martinet, J. Morlet y A. Grossmann, "Analysis of sound patterns through wavelet transforms", *Int. J. Pattern Recogn. Artif. Intell.* **1**, 273-302 (1987).
- [Massa-98] J. S. Massa, G. S. Buller, A. C. Walker, S. Cova, M. Uma-suthan y A. Wallace, "Time of flight optical ranging system based on time correlated single photon counting", *Appl. Opt.* **37**, 7298-7304 (1998).
- [Mendlovic-88] D. Mendlovic, E. Marom y N. Konforti, "Shift and scale invariant pattern recognition using Mellin radial harmonics", *Opt. Commun.* **67**, 172-176 (1988).
- [Mendlovic-90A] D. Mendlovic, N. Konforti y E. Marom, "Shift and projection invariant pattern recognition using logarithmic harmonics", *Appl. Opt.* **29**, 4784-4789 (1990).
- [Mendlovic-90B] D. Mendlovic, E. Marom y N. Konforti, "Complex reference-invariant joint-transform correlator", *Opt. Lett.* **15**, 1224-1226 (1990).
- [Mendlovic-95] D. Mendlovic, I. Ouzieli, I. Kiryuschev y E. Marom, "Two-dimensional wavelet transform achieved by computer-generated multireference matched filter and Dammann grating", *Appl. Opt.* **34**, 8213-8219 (1995).
- [Mendlovic-97] D. Mendlovic, J. García, Z. Zalevsky, E. Marom, D. Mas, C. Ferreira y A. W. Lohmann, "Wavelength-multiplexing system for single-mode image transmission", *Appl. Opt.* **36**, 8474-8480 (1997).

- [Mendlovic-98] D. Mendlovic, "Continuous two-dimensional on-axis optical wavelet transformer and wavelet processor with white-light illumination", *Appl. Opt.* **37**, 1279-1282 (1998).
- [Mersereau-86] K. Mersereau y G. M. Morris, "Scale, rotation, and shift invariant image recognition", *Appl. Opt.* **25**, 2338-2342 (1986).
- [Morris-80] G. M. Morris y N. George, "Space and wavelength dependence of a dispersion-compensated matched filter", *Appl. Opt.* **19**, 3843-3850 (1980).
- [Moya-93] A. Moya, E. Tajahuerce, J. García, D. Mendlovic y C. Ferreira, "Method for determining the proper expansion center and order for Mellin radial harmonic filters," *Opt. Commun.* **103**, 39-45 (1993).
- [Moya-97] A. Moya, *Aportaciones en reconocimiento de formas invariante a escala y proyecciones*, Tesis Doctoral, Universitat de València, Diciembre 1997.
- [Moya-00] A. Moya, J. J. Esteve-Taboada, J. García y C. Ferreira, "Shift-and scale-invariant recognition of contour objects with logarithmic radial harmonic filters", *Appl. Opt.* **39**, 5347-5352 (2000).
- [Muller-95] E. Muller, "Fast three dimensional form measurement system", *Opt. Eng.* **34**, 2754-2756 (1995).
- [Ouzieli-96] I. Ouzieli y D. Mendlovic, "Two-dimensional wavelet processor", *Appl. Opt.* **35**, 5839-5846 (1996).
- [Paek-92] E. G. Paek, C. E. Zah, K. W. Cheung y L. Curtis, "All-optical image transmission through a single mode fiber", *Opt. Lett.* **17**, 613-615 (1992).
- [Paquet-95] E. Paquet, M. Rioux y H. H. Arsenault, "Invariant pattern recognition for range images using the phase Fourier transform and a neural network", *Opt. Eng.* **34**, 1178-1183 (1995).
- [Pratt-91] W. K. Pratt, *Digital Image Processing*, John Wiley & Sons, New York (1991).

- [Premont-93] G. Prémont y Y. Sheng, "Fast design of circular harmonic filters using simulated annealing", *Appl. Opt.* **32**, 3116-3121 (1993).
- [Pu-97] A. Pu, R. Denkwalter y D. Psaltis, "Real-time vehicle navigation using a holographic memory", *Opt. Eng.* **36**, 2737-2746 (1997).
- [Rau-66] J. E. Rau, "Detection of differences in real distributions", *J. Opt. Soc. Am.* **56**, 1490-1494 (1966).
- [Réfrégier-90] Ph. Réfrégier, "Filter design for optical pattern recognition: multicriteria optimization approach", *Opt. Lett.* **15**, 854-856 (1990).
- [Rosen-89] J. Rosen y J. Shamir, "Scale-invariant pattern recognition with logarithmic radial harmonic filters", *Appl. Opt.* **28**, 240-244 (1989).
- [Rosen-98A] J. Rosen, "Three-dimensional electro-optical correlation", *J. Opt. Soc. Am. A* **15**, 430-436 (1998).
- [Rosen-98B] J. Rosen, "Three-dimensional joint transform correlator", *Appl. Opt.* **37**, 7538-7544 (1998).
- [Rushforth-68] C. K. Rushforth y R. W. Harris, "Restoration, resolution and noise", *J. Opt. Soc. Am.* **58**, 539-545 (1968).
- [Sansoni-97] G. Sansoni, S. Corini, S. Lazzari, R. Rodella y F. Docchio, "Three dimensional imaging based on gray-code light projection: characterization of the measuring algorithm and development of a measuring system for industrial application", *Appl. Opt.* **36**, 4463-4472 (1997).
- [Schils-88] G. Schils y D. Sweeney, "Optical processor for recognition of three-dimensional targets viewed from any direction", *J. Opt. Soc. Am. A* **5**, 1309-1321 (1988).
- [Seldowitz-87] M. A. Seldowitz, J. P. Allebach y D. W. Sweeney, "Synthesis of digital holograms by direct binary search", *Appl. Opt.* **26**, 2788 (1987).

- [Sementilli-93] P. J. Sementilli, B. R. Hunt y M. S. Nadar, "Análisis of the limit to superresolution in incoherent imaging", *J. Opt. Soc. Am.* **A10**, 2265-2276 (1993).
- [Serrano-Heredia-98] A. Serrano-Heredia, C. M. Hinojosa, J. G. Ibarra y V. Arrizon, "Recovery of three dimensional shapes by using a defocus structured light system", *Proceedings SPIE* **3520** (1998).
- [Shannon-49] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise", *Proc. IRE* **37** (1949).
- [Sheng-87] Y. Sheng y H. H. Arsenault, "Method for determining expansion centers and predicting sidelobe levels for circular harmonic filters", *J. Opt. Soc. Am. A* **4**, 1793-1799 (1987).
- [Shirley-89] L. G. Shirley, "Speckle decorrelation techniques for remote sensing of rough object", *OSA Annu. Meeting Technical Digest* **18**, 208 (1989).
- [Shirley-91] L. G. Shirley, "Remote sensing of object shape using a wavelength scanning laser radar", *OSA Annu. Meeting Technical Digest* **17**, 154 (1991).
- [Srinivasan-84] V. Srinivasan, H. C. Liu y M. Halioua, "Automated phase measuring profilometry of 3D diffuse objects", *Appl. Opt.* **23**, 3105-3108 (1984).
- [Slama-80] C. C. Slama, *Manual of Photogrammetry*, Am. Soc. Photogramm. and Remote Sens. (1980).
- [Strang-96] G. Strang y T. Nguyen, *Wavelets and Filter Banks*, Wellesley-Cambridge Press, EEUU (1996).
- [Szoplik-85A] T. Szoplik, "Shift-and scale-invariant anamorphic Fourier correlator", *J. Opt. Soc. Am. A* **2**, 1419-1423 (1985).
- [Szoplik-85B] T. Szoplik y H. H. Arsenault, "Rotation-variant optical data processing using the 2-D nonsymmetric Fourier transform", *Appl. Opt.* **24**, 168-172 (1985).
- [Takeda-83] M. Takeda y K. Mutoh, "Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes", *Appl. Opt.* **22**, 3977-3982 (1983).

- [Takeda-00] M. Takeda, T. Aoki, Y. Miyamoto, H. Tanaka, R. Gu y Z. Zhang, "Absolute three dimensional shape measurements using a coaxial optical system with a co-image plan for projection and observation", *Opt. Eng.* **39**, 61-68 (2000).
- [Tan-98A] T. N. Tan, "Locating and recognizing road vehicles", *Opt. Eng.* **37**, 202-207 (1998).
- [Tan-98B] T. N. Tan, G. D. Sullivan y K. D. Baker, "Model-based localization and recognition of road vehicles", *International Journal of Computer Vision* **27**, 5-25 (1998).
- [ToraldodiFrancia-69] G. Toraldo di Francia, "Degrees of freedom of an image", *J. Opt. Soc. Am.* **59**, 799-804 (1969).
- [Toyooka-86] S. Toyooka y Y. Iwasa, "Automatic profilometry of 3D diffuse objects by spatial phase detection", *Appl. Opt.* **25**, 1630-1633 (1986).
- [Truax-94] B. E. Truax, "Fast Interferometers Bring Precision to Tough Applications", *Photonics Spectra*, 96-99 (1994).
- [VanderLugt-64] A. VanderLugt, "Signal detection by complex spatial filtering", *IEEE Trans. Inf. Theory* **IT-10**, 139-145 (1964).
- [VanderLugt-92] A. VanderLugt, *Optical Signal Processing*, John Wiley & Sons, New York (1992).
- [Vargas-98] A. Vargas, J. Campos, M. J. Yzuel, C. Iemmi y S. Ledesma, "One-step multichannel pattern recognition based on the pixelated structure of a spatial light modulator", *Appl. Opt.* **37**, 2063-2066 (1998).
- [Weaver-66] C. S. Weaver y J. W. Goodman, "A technique for optically convolving two functions", *Appl. Opt.* **5**, 1248-1249 (1966).
- [Whittaker-15] E. T. Whittaker, "On the functions which are represented by the expansions of the interpolation theory", *Proc. Roy. Soc. Edinburgh, Sect. A* **35** (1915).
- [Wu-84A] R. Wu y H. Stark, "Rotation-invariant pattern recognition using a vector reference", *Appl. Opt.* **23**, 838-840 (1984).

- [Wu-84B] R. Wu y H. Stark, "Rotation-invariant image pattern recognition using circular harmonic functions and optimum feature extraction", *J. Opt. Soc. Am. A* **1**, 1302 (1984).
- [Yu-85] F. T. S. Yu, *White Light Optical Signal Processing*, John Wiley & Sons, New York (1985).
- [Yu-89] F. T. S. Yu, X. Li, E. Tam, S. Jutamulia y D. A. Gregory, "Rotation invariant pattern recognition with a programmable joint transform correlator", *Appl. Opt.* **28**, 4725-4727 (1989).
- [Zalevsky-97] Z. Zalevsky, D. Mendlovic y J. García, "Invariant pattern recognition by use of wavelength multiplexing", *Appl. Opt.* **36**, 1059-1063 (1997).
- [Zalevsky-98] Z. Zalevsky, "Experimental implementation of a continuous two-dimensional on-axis optical wavelet transformer with white-light illumination", *Opt. Eng.* **37**, 1372-1375 (1998).

Incoherence by Redeen



OPN 10-7 (1999)

