C.I.F. G: 59069740 Universitat Ramon Llull Fundació Privada. Rgtre. Fund. Generalitat de Catalunya núm. 472 (28-02-90)

Universitat Ramon Llull

TESI DOCTORAL

Títol

Hacia una metodologia docente basada en el aprendizaje activo del estudiante presencial de ingeniería, compatible con las exigencias del EEES

Realitzada per

José Antonio Montero Morales

en el Centre

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Electrònica i Informàtica La Salle

i en el Departament

Departament de Comunicacions i Teoria del Senyal

Dirigida per

Dr. Francesc Alías i Pujol i Dr. Joan Gómez i Urgellès

C. Claravall, 1-3
08022 Barcelona
Tel. 936 022 200
Fax 936 022 249
E-mail: urlsc@sec.url.es

Agradecimientos

Son muchas las personas que han contribuido, de forma directa o indirecta, a que esta tesis sea hoy una realidad. Personas que, con su cariño, consejos, orientación, o esfuerzo, han hecho que esta travesía haya sido posible. He aquí mi más sincero agradecimiento a todos ellos.

A mis padres, por su sacrificio y su apoyo incondicional desde mis etapas más tempranas como estudiante. Ellos, sin duda, son los primeros 'culpables' de que hoy me encuentre donde estoy.

A mi hermano, simplemente por ser como es. *Juan*, no cambies nunca. Tu grandeza como persona no es comparable a nada que conozca. Gracias por ser un ejemplo a seguir para mí, aunque tú no lo sepas.

A Eladio Herranz, mi querido y apreciado Sr. Herranz, por sus consejos y orientación durante tantos años. A él debo, en gran medida, mi posición profesional actual. Sr. Herranz, muchísimas gracias por ser como un segundo padre para mí.

A Claudi Alsina, por mostrarme con sus consejos que en el ámbito de la innovación docente hay muchas cosas por hacer. Sin duda, escuchar sus conferencias ha sido una inyección de motivación constante en mi trabajo. Muchas gracias por marcarme con tanta claridad el camino a seguir.

A Enrique y Merche, por su apoyo logístico siempre que lo he necesitado. Numerosas tardes y fines de semana no hubieran sido tan productivos sin vuestra ayuda. Muchas gracias.

A José Antonio Moran, por sus consejos y orientaciones durante la parte inicial de este trabajo. Aunque el destino no nos permitió la realización de este trabajo de forma conjunta, confío en que el futuro nos dé otra oportunidad para trabajar juntos.

A todos mis amigos, por su comprensión y su apoyo incondicional. En especial a *Carlos y Tere* que, desde el primer momento, tuvieron claro que mi trabajo de investigación llegaría a buen puerto. Además de mi agradecimiento, os recuerdo que os habéis ganado una mariscada. Las apuestas perdidas hay que pagarlas, y esta la pagaré con gran satisfacción.

En un ámbito más profesional, quiero dar las gracias...

A la dirección de l'Escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle, por permitir que pudiera desarrollar el trabajo de investigación realizado, en el marco de una de las asignaturas impartidas en dicho centro. Quisiera hacer extensivo este agradecimiento también a *David y Elisa*, responsables respectivamente del departamento de Comunicaciones y de la sección de Teoria de la señal del citado centro, por apoyar incondicionalmente mi trabajo desde el principio.

A Javier, Oscar y Nuria, profesores como yo de la asignatura de álgebra lineal, y que han apoyado y puesto en práctica con sus alumnos en todo momento las innovaciones propuestas en esta tesis. Muchas gracias por implicaros en este trabajo como lo habéis hecho. Sin vuestra cooperación durante todos estos años no hubiera sido posible llevarlo a la práctica del mismo modo.

A Carles Garriga por mostrarse siempre dispuesto a cooperar aplicando en este trabajo sus investigaciones y aportaciones en el campo de la lógica difusa.

A todos mis compañeros de la sección de Teoría de la Señal, y en especial a *Lluís* e *Ignasi*, por el apoyo y ayuda incondicional recibido. A pesar de que soy consciente de que en algunas ocasiones estuve 'pesadito' con cuestiones relacionadas con este trabajo de investigación, lo cierto es que siempre habéis respondido magníficamente. Muchas gracias a todos.

A los alumnos que confiaron en mí para realizar sus trabajos y proyectos de final de carrera, con los que aportaron su granito de arena en esta tesis.

Y para terminar,

Un agradecimiento especial para *Joan y Francesc*, codirectores de este trabajo y a quienes también considero ya buenos amigos. Vuestra calidad como personas y vuestro consejo y orientación como profesionales han hecho posible que mi trabajo haya llegado hasta aquí. Confío y deseo que esto no sea más que el principio, y juntos sigamos aportando nuestro granito de arena en el ámbito de la innovación docente. Un abrazo a los dos, y muchísimas gracias por estar siempre ahí.

Un agradecimiento muy, muy especial para *Mónica*, mi mujer, mi cómplice, mi compañera y un refuerzo de valor incalculable que ha estado siempre a mi lado, al pié del cañón. Gracias por tu continua comprensión y paciencia. Sin duda alguna, tu sacrificio durante todo este tiempo ha permitido que esta tesis sea hoy una realidad. Esta tesis es tan tuya como mía. Un beso.

Quisiera acabar este apartado de agradecimientos dando las gracias a mis dos joyas más preciadas: *Xavier y Anna*. Ellos, mis hijos de 3 y 1 año respectivamente, con sus risas y sus juegos, me han ayudado a relativizar algunos momentos difíciles vividos durante la realización de este trabajo, y me han enseñado a valorar lo que en realidad importa. Un besito para los dos.

Preámbulo

El trabajo de investigación que se presenta en esta tesis ha supuesto para mí la búsqueda de respuestas a algunas de las preguntas que, a lo largo de mis 20 años de experiencia como profesor, me he formulado en numerosas ocasiones. Mi incorporación al colectivo docente fue, como la de otros tantos profesores de disciplinas técnicas, directa y sin formación pedagógica previa alguna. Los primeros años de ejercicio supusieron para mí la adquisición de experiencia, y en ellos utilicé las metodologías que vi aplicadas por mis profesores durante mi etapa de estudiante. Evidentemente, apliqué, de entre todas las que yo conocía, aquéllas que me parecieron más acertadas, sin plantearme la posibilidad de usar con mis alumnos otros métodos diferentes. Sin embargo, con el paso de los años aprendí a fijarme y a interpretar las caras y las posturas de mis estudiantes durante mis explicaciones y, con más frecuencia de la deseada, pude observar síntomas inequívocos de que algo no se estaba haciendo bien: algunos ojos que se cerraban, bostezos que difícilmente podían disimularse, posturas que transmitían aburrimiento, o la falta de participación en las clases por parte de los alumnos eran señales claras de que algo fallaba. Y lo más preocupante, a la vez que tranquilizador a nivel personal (porque me confirmaba que el problema no se presentaba sólo en mis clases), fue descubrir que en otras asignaturas muchos profesores tenían las mismas sensaciones en sus clases.

En los últimos 10 años he tenido la oportunidad y la suerte de ejercer como profesor en l'Escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle, perteneciente a la Universidad Ramon Llull, en la que se imparten varias titulaciones de Ingeniería[1]. Durante estos años he impartido, entre otras, la asignatura de *àlgebra lineal* incluida en primer curso de todas las ingenierías ofrecidas en este centro, y he observado en algunos alumnos, sobretodo durante los años iniciales, algunos de los síntomas descritos anteriormente. Por ese motivo, decidí introducirme en algunas teorías pedagógicas que defendían nuevos comportamientos y actitudes en el aula por parte del profesor y los alumnos, con la esperanza de encontrar recursos nuevos que me permitieran luchar contra la desidia que, en ocasiones, creía ver instalada en mis alumnos, y con la esperanza también de poder aportar mi granito de arena en el área de la mejora docente.

Archbald y Newmann afirman en [Bur99], que *para evaluar correctamente a los alumnos en primer lugar hay que garantizar que se les enseña correctamente.* Y esa ha sido la filosofía seguida en este trabajo. A lo largo del mismo, he tratado de llegar a una metodo-

[1] en el punto 1.1.2 se presenta con más detalle este centro así como las titulaciones impartidas en el mismo.

logía docente que, aplicando las ideas y teorías defendidas por expertos en el ámbito de la educación (capítulo 2), ayude a comprender mejor a los estudiantes los conceptos tratados en el aula (capítulo 3). Posteriormente, he tratado de confirmar que la enseñanza llevada a cabo con la aplicación de la metodología alcanzada mejoraba el rendimiento académico de los estudiantes (capítulo 4). Y, en tercer lugar, he tratado de evaluar algunas de las nuevas competencias desarrolladas en los alumnos con la metodología aplicada (capítulo 5).

Para finalizar, el capítulo 6 resume las conclusiones más importantes alcanzadas a lo largo de este trabajo, que ha dado lugar a numerosas publicaciones y conferencias invitadas (en el anexo O puede consultarse un resumen de todas ellas). Con el trabajo desarrollado en esta tésis he pretendido aportar mi granito de arena en el ámbito de la innovación docente en un momento crítico para el mundo universitario en nuestro país, dada la inminente entrada en vigor del EEES con todo lo que ello supone.

Resumen

La tesis que se presenta en esta memoria se enmarca en el ámbito de la innovación docente. La inminente entrada en vigor del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES) exige la evaluación de nuevas competencias en los estudiantes, lo que comporta cambios importantes en lo que a la metodología docente aplicada y herramientas evaluadoras utilizadas se refiere. En esta tesis se abordan varios aspectos fundamentales en este contexto: *(i)* El estudio de las características que debe cumplir una metodología docente que se adapte a las exigencias que impone la entrada en vigor del EEES, *(ii)* la puesta en práctica de una metodología docente apropiada que suponga un compromiso razonable entre las características deseadas y los recursos disponibles, y *(iii)* la propuesta de nuevas herramientas evaluadoras que se adapten a la nueva metodología, a los recursos disponibles, y a las necesidades impuestas por el EEES.

El trabajo desarrollado *(i)* propone la adopción de un enfoque práctico en la docencia de la asignatura de álgebra lineal impartida a futuros ingenieros de telecomunicaciones, combinado con la aplicación de una metodología centrada en el estudiante que potencia el trabajo en grupo a lo largo del curso, *(ii)* muestra los resultados de un experimento realizado durante el curso 2005-06 que justifica el uso de metodologías constructivistas frente a la postura conductista tradicional, y que aporta evidencias que muestran un mejor rendimiento de los estudiantes cuando estas estrategias son aplicadas en el aula, y *(iii)* propone un método sistemático de diseño de herramientas que permitan evaluar competencias de naturaleza subjetiva, y aplica dicho método para obtener un sistema evaluador del rendimiento del trabajo en grupo llevado a cabo por los estudiantes.

Aunque los experimentos realizados a lo largo del trabajo se han centrado en la asignatura de álgebra lineal, perteneciente al primer curso del plan de estudios de ingeniería de Telecomunicaciones, impartida en l'Escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle de la Universidad Ramon Llull, se pretende que los resultados y conclusiones obtenidas sean la base para la exportación de la experiencia realizada en esta tesis a otras materias del ámbito de la ingeniería.

PALABRAS CLAVE: Innovación docente, docencia del álgebra lineal, evaluación de competencias en el estudiante, modelado difuso del proceso evaluador.

Resum

La tesi que es presenta en aquesta memòria s'emmarca dins l'àmbit de la innovació docent. La imminent entrada en vigor de l'Espai Europeu d'Educació Superior (EEES) exigeix l'avaluació de noves competències en els estudiants, per la qual cosa s'han de fer canvis importants en lo que fa referència a la metodologia docent aplicada i a les eines que es fan servir per avaluar. En aquesta tesi es tracten alguns aspectes fonamentals en aquest context: *(i)* L'estudi de les característiques que ha de complir una metodologia docent que s'adapti a les exigències que imposa l'entrada en vigor de l'EEES, *(ii)* la posada en pràctica d'una metodologia docent apropiada que suposi un compromís raonable entre les característiques desitjades i els recursos disponibles, i *(iii)* la proposta de noves eines d'avaluació que s'adaptin a la nova metodologia, als recursos disponibles, i a les necessitats imposades per l'EEES.

El treball desenvolupat *(i)* proposa l'adopció d'un enfocament pràctic en la docència de l'assignatura d'àlgebra lineal impartida a futurs enginyers de telecomunicacions, combinat amb l'aplicació d'una metodologia centrada en l'estudiant que potencia el treball en grup al llarg del curs, *(ii)* mostra els resultats d'un experiment realitzat durant el curs 2005-06 que justifica l'ús de metodologies constructivistes davant la postura conductista tradicional, i que aporta evidències que mostren un millor rendiment dels estudiants quan aquestes estratègies són aplicades a l'aula, i *(iii)* proposa un mètode sistemàtic de disseny d'eines que permetin avaluar competències de naturalesa subjectiva, i aplica el mètode esmentat per a obtenir un sistema que avalua el rendiment del treball en grup portat a terme pels estudiants.

Encara que els experiments realitzats al llarg del treball s'han centrat a l'assignatura d'àlgebra lineal, pertanyent al primer curs del pla d'estudis d'enginyeria de telecomunicacions, impartida a l'Escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle de la Universitat Ramon Llull, es pretén que els resultats i conclusions obtingudes siguin la base per a l'exportació de l'experiència realitzada en aquesta tesi a d'altres matèries de l'àmbit de l'enginyeria.

PARAULES CLAU: Innovació docent, docència de l'àlgebra lineal, avaluació de competències en l'estudiant, modelat difús del procés d'avaluació.

Abstract

This doctoral thesis is within the framework of educational innovation. The European Higher Education Area (EHEA) is coming into effect soon, and this requires the evaluation of new skills in students, which involves major changes concerning to the applied teaching methodology and to the tools used to assess students. This thesis tackles several key aspects in this context: *(i)* The study of the characteristics that a teaching methodology must carry out according to the requirements of the EHEA, *(ii)* the implementation of an appropriate educational methodology that involves a reasonable balanced solution between desired characteristics and available resources, and *(iii)* the proposal of new tools to assess students, which are adapted to the new methodology, to the available resources and to the requirements imposed by the EHEA.

The work developed *(i)* proposes to adopt a practical approach to teaching the linear algebra subject to future telecommunications engineers, combined with the application of a methodology that focuses on the student teamwork during the academic year, *(ii)* shows the result of an experiment conducted during the 2005-06 academic year, which justifies the use of constructivist methodologies versus the traditional behavioral position, and provides an evidence that shows a better student performance when these strategies are applied in the classroom, and *(iii)* proposes a systematic method to design tools that allow to assess subjective skills, and applies that method to obtain an automatic system in order to assess teamwork performance.

Although the experiments conducted throughout the work have focused on linear algebra subject, which belongs to the first grade curriculum of Telecommunication Engineering, given in the Escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle at the Ramon Llull University, it is expected that the result and conclusions obtained will be the basis for the export of the experience carried out in this thesis to other subjects in the same field.

KEYWORDS: Teaching innovation, linear algebra teaching, student's competences assessment, fuzzy modelling of student's assessment process.

Índice general

Agradecimientos III

Preámbulo V

Resumen VII

Resum IX

Abstract XI

Índice de tablas XVIII

Índice de figuras XXIII

1. Introducción **1**

1.1. Contexto 1

1.1.1. Marco social 1

1.1.2. Enginyeria i Arquitectura La Salle: Un enfoque singular para la formación universitaria 4

1.2. Objetivos del trabajo 5

1.3. Contenido de la tesis 6

2. Escenario docente **7**

2.1. Tendencias en el campo de la investigación educativa 7

2.1.1. Teoría conductista tradicional 7

2.1.2. Teorías basadas en la investigación desde la ciencia cognitiva 8

2.1.3. Teorías de Ausubel 10

2.2. Otros métodos aplicables en el aula: de la tradición a la innovación 11

2.2.1. Problem Based Learning (PBL) 11
2.2.2. Método de estudio de casos 13
2.2.3. Aprendizaje cooperativo 13
2.3. La docencia de las matemáticas 14
2.3.1. La modelización matemática y la aplicación contextualizada de las mismas como herramienta docente 17

3. Primeros pasos hacia una metodología docente centrada en el estudiante 21
3.1. Adaptación metodológica aplicada en la asignatura de àlgebra lineal 21
3.1.1. Introducción 21
3.1.2. Evolución de la asignatura desde el curso 1997-98 hasta el 2004-05 . 22
3.1.3. Aplicación ALGTEC 33
3.1.4. Ejercicios de modelización y de integración del álgebra en contextos técnicos reales 52
3.1.5. Aplicación APLICTEST 63
3.2. Análisis y resultados obtenidos hasta el curso 2004-05 66
3.2.1. Introducción 66
3.2.2. Resultado de los análisis realizados 67
3.3. Conclusiones y reflexiones 78

4. Experimento llevado a cabo durante el curso 2005-06 83
4.1. Introducción 83
4.2. Descripción del experimento realizado 84
4.3. Análisis comparativo de los resultados en los grupos A, B y C 89
4.3.1. Introducción 89
4.3.2. Análisis de los datos 93
4.3.3. Análisis sobre las encuestas realizadas al final de curso 103
4.4. Resultados y reflexiones 108

5. Aportaciones del trabajo en el proceso evaluador del estudiante 115
5.1. Introducción 115
5.2. Evaluación de la capacidad de trabajo en grupo 118
5.2.1. Introducción a la lógica difusa 119
5.2.2. Definición de parámetros para evaluar el rendimiento del trabajo en grupo 121

5.2.3. Validación de los parámetros definidos 124
5.2.4. Obtención del sistema evaluador. Validación e interpretación del sistema obtenido 127
5.3. Evaluación de otras competencias: generalización del proceso aplicado . . . 131
5.3.1. Cómo proceder ante la necesidad de evaluar diferentes competencias en los estudiantes 131
5.3.2. Pautas a seguir en la evaluación de competencias subjetivas 134
5.4. Conclusiones 139

6. Conclusiones y líneas de futuro 143
6.1. Conclusiones 143
6.2. Líneas de futuro 147

Acrónimos 149

Referencias 151

Anexos 162

A. Práctica de iniciación a Matlab 165

B. Ejemplo de aplicación de los cambios de base en la compresión de imágenes 171

C. Trabajo presentado por un grupo de alumnos durante el curso 2004-05, correspondiente al ejercicio de modelización titulado 'Estudio acústico' 175

D. Trabajos presentados por dos grupos de alumnos durante el curso 2004-05, correspondientes al ejercicio de modelización titulado 'Reconocedor de vocales' 187

E. Gráficas que relacionan los resultados obtenidos en la evaluación continua con los obtenidos en los exámenes parciales, en los cursos transcurridos desde el curso 1998-99 al 2004-05. 219

F. Comentarios de alumnos de los cursos 03-04 y 04-05 en referencia a los ejercicios de modelización propuestos en clase para resolver en grupo 227

G. Rubrics diseñadas para evaluar los informes correspondientes a los ejercicios de modelización desarrollados en los grupos A y C, durante el ex-

perimento realizado en el curso 2005-06 **231**

H. Control de modelización realizado a los grupos A, B y C durante el curso 2005-06 **235**

I. DVD que muestra la dinámica de trabajo en grupos aplicada en el grupo C durante el curso 2005-06 **237**

J. Análisis de los resultados obtenidos durante el curso 2005-06 sin asumir la aplicabilidad del teorema del límite central **239**

J.1. Resultados obtenidos en los exámenes de final de parcial 241

J.2. Resultados obtenidos en la evaluación continua de cada parcial 243

J.3. Análisis de las faltas de asistencia a clase durante el curso 245

K. Análisis de los resultados obtenidos por los alumnos de los grupos A, B y C durante el curso 2005-06 en otras asignaturas **249**

K.1. Asignatura de cálculo 249

K.1.1. Notas de evaluación continua 249

K.1.2. Notas de examen 250

K.2. Asignatura de electrónica 252

K.2.1. Notas de evaluación continua 252

K.2.2. Notas de examen 253

K.3. Asignatura de introducción a los ordenadores 255

K.3.1. Notas de evaluación continua 255

K.3.2. Notas de examen 256

L. Comparación de estadísticas en cursos previos correspondientes a los dos profesores involucrados en el experimento llevado a cabo en el curso 2005-06 **259**

L.1. Curso 2002-03 260

L.1.1. Notas de examen 260

L.1.2. Notas de evaluación continua 260

L.2. Curso 2003-04 261

L.2.1. Notas de examen 261

L.2.2. Notas de evaluación continua 261

L.3. Curso 2004-05 262

L.3.1. Notas de examen 262

L.3.2. Notas de evaluación continua 262

M. Student Teamwork Evaluation Form. University of Wisconsin Whitewater 265

N. Implementación de un sistema difuso que recomienda al profesor cual ha de ser la evaluación final en alumnos críticos 267

N.1. Introducción 267

N.2. Variables lingüísticas definidas en el modelo difuso 268

N.2.1. Recomendation 268

N.2.2. Interest and effort 269

N.2.3. Progression 269

N.2.4. Student's mark in relation to mean group mark 270

N.2.5. Trimester mark in relation to four 271

N.3. Reglas lingüísticas definidas en el sistema difuso utilizado 272

N.4. Resultados y conclusiones obtenidas en la experiencia 273

Ñ. Método FIIF 277

Ñ.1. Visión general del método FIIF 277

Ñ.2. El método FIIF en detalle 279

Ñ.2.1. Curvas difusas óptimas 279

Ñ.2.2. Procedimiento incremental 279

Ñ.3. Conclusiones 282

O. Publicaciones y otros méritos asociados a este trabajo 283

O.1. Publicaciones 283

O.1.1. Participaciones en congresos 283

O.1.2. Participaciones en revistas 298

O.2. Conferencias invitadas y participaciones en mesas redondas 301

O.2.1. Jornada Institucional La Salle Catalunya 301

O.2.2. I Jornada de modelización matemática 301

O.2.3. XII Jornadas sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (JAEM) 302

O.2.4. VI Jornadas del Departamento de Matemática Aplicada de la UPV . 302

O.2.5. Curso de postgrado 'Diploma de Matemáticas para Secundaria' . . . 303

O.3. Otros eventos 304

O.3.1. XII Jornadas A-PROP 304
O.3.2. Primer Encuentro sobre la enseñanza de las matemáticas 304

Índice de cuadros

3.1. Valor de cada letra en la evaluación continua de un alumno 24

3.2. Desviación típica calculada a partir del % de aprobados en cada parcial . . 69

4.1. Alumnos de cada grupo presentados a examen en cada parcial 94

4.2. Valor de P en tests t realizados sobre las notas de examen 94

4.3. Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov y Kruskal-Wallis realizados sobre las notas de examen del tercer parcial 95

4.4. Porcentaje de alumnos no presentados al examen final del parcial 96

4.5. Alumnos de cada grupo que no abandonaron la evaluación continua, en cada parcial 97

4.6. Valor de P en tests t realizados sobre las notas de evaluación continua . . . 97

4.7. Porcentaje de alumnos que no realizaron ninguna prueba de evaluación continua 99

4.8. Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov y Kruskal-Wallis. Comparativa de resultados en el control de modelización 100

4.9. Porcentaje de alumnos no presentados (NP) al control de modelización . . . 101

4.10. Valor de P en tests t realizados sobre el índice de faltas de asistencia 102

4.11. Porcentaje de alumnos que asistieron a clase todos los días 103

4.12. Porcentajes calculados sobre las notas de junio 06, en los grupos A, B y C . 112

4.13. Incremento obtenido en la EC por cada subgrupo de trabajo en el grupo C 113

5.1. Propiedades necesarias para ser norma y co-norma triangular 121

5.2. Ejemplos de cálculo del parámetro H (Homogeneidad) aplicando las ecuaciones 5.3 y 5.2. 123

5.3. Reglas difusas definidas en el sistema evaluador final. l: *low*, m: *medium*, h: *high* 130

5.4. Interpretación del valor del coeficiente de correlación cuando se aplica en el campo de la investigación psicológica. [Coh88] 139

J.1. Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov. Comparativa entre distribuciones correspondientes a las notas de examen parcial 241
J.2. Valor de P en tests Kruskal-Wallis. Notas de examen parcial 242
J.3. Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov. Comparativa entre distribuciones correspondientes a las notas de evaluación continua 244
J.4. Valor de P en tests Kruskal-Wallis. Notas de evaluación continua 244
J.5. Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov. Comparativa entre distribuciones correspondientes al índice de faltas de asistencia 246
J.6. Valor de P en tests Kruskal-Wallis. Índice de faltas de asistencia. 248

K.1. Alumnos de cada grupo que no abandonaron la evaluación continua, en cada parcial, en la asignatura de cálculo 250
K.2. Valor de P en tests t realizados sobre las notas de evaluación continua en la asignatura de cálculo 250
K.3. Porcentaje de alumnos que no realizaron ninguna prueba de evaluación continua en la asignatura de cálculo 250
K.4. Alumnos de cada grupo que se presentaron a examen, en cada parcial, en la asignatura de cálculo 251
K.5. Valor de P en tests t realizados sobre las notas de examen parcial en la asignatura de cálculo 251
K.6. Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov y Kruskal-Wallis realizados sobre las notas de examen de cálculo del tercer parcial 251
K.7. Porcentaje de alumnos no presentados al examen parcial en la asignatura de cálculo 252
K.8. Alumnos de cada grupo que no abandonaron la evaluación continua, en cada parcial, en la asignatura de electrónica 252
K.9. Valor de P en tests t realizados sobre las notas de evaluación continua en la asignatura de electrónica 253
K.10. Porcentaje de alumnos que no realizaron ninguna prueba de evaluación continua en la asignatura de electrónica 253
K.11. Alumnos de cada grupo que se presentaron a examen, en cada parcial, en la asignatura de electrónica 253
K.12. Valor de P en tests t realizados sobre las notas de examen parcial en la asignatura de electrónica 254
K.13. Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov y Kruskal-Wallis realizados sobre las notas de examen de electrónica del tercer parcial 254
K.14. Porcentaje de alumnos no presentados al examen parcial en la asignatura de electrónica 255

K.15. Alumnos de cada grupo que no abandonaron la evaluación continua, en cada parcial, en la asignatura de Introducción a los ordenadores 255
K.16. Valor de P en tests t realizados sobre las notas de evaluación continua en la asignatura de Introducción a los ordenadores 256
K.17. Porcentaje de alumnos que no realizaron ninguna prueba de evaluación continua en la asignatura de introducción a los ordenadores 256
K.18. Alumnos de cada grupo que se presentaron a examen, en cada parcial, en la asignatura de Introducción a los ordenadores 256
K.19. Valor de P en tests t realizados sobre las notas de examen parcial en la asignatura de Introducción a los ordenadores 257
K.20. Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov y Kruskal-Wallis realizados sobre las notas de examen de Introducción a los ordenadores del tercer parcial . . 257
K.21. Porcentaje de alumnos no presentados al examen parcial en la asignatura de introducción a los ordenadores 257

L.1. Alumnos no repetidores asignados a cada profesor en los cursos previos . . . 260
L.2. Alumnos de cada profesor no presentados al examen final del parcial durante el curso 2002-03 260
L.3. Valores de P obtenidos al aplicar la prueba t entre los resultados obtenidos en el examen por los alumnos asignados a cada profesor en el curso 2002-03 260
L.4. Alumnos de cada profesor que abandonan la EC en parcial durante el curso 2002-03 261
L.5. Valores de P obtenidos al aplicar la prueba t entre los resultados obtenidos en la EC por los alumnos asignados a cada profesor durante el curso 2002-03 261
L.6. Alumnos de cada profesor no presentados al examen final del parcial durante el curso 2003-04 261
L.7. Valores de P obtenidos al aplicar la prueba t entre los resultados obtenidos en el examen por los alumnos asignados a cada profesor en el curso 2003-04 262
L.8. Alumnos de cada profesor que abandonan la EC en parcial durante el curso 2003-04 262
L.9. Valores de P obtenidos al aplicar la prueba t entre los resultados obtenidos en la EC por los alumnos asignados a cada profesor durante el curso 2003-04 262
L.10. Alumnos de cada profesor no presentados al examen final del parcial durante el curso 2004-05 263
L.11. Valores de P obtenidos al aplicar la prueba t entre los resultados obtenidos en el examen por los alumnos asignados a cada profesor en el curso 2004-05 263
L.12. Alumnos de cada profesor que abandonan la EC en parcial durante el curso 2004-05 263

L.13. Valores de P obtenidos al aplicar la prueba t entre los resultados obtenidos en la EC por los alumnos asignados a cada profesor durante el curso 2004-05 264

N.1. *Recommendation* whether *Trimester mark in relation to four* is *little below four* and *progression* is *decreasing* for all cases of *Interest and effort* 273

N.2. *Recommendation* whether *Trimester mark in relation to four* is *little below four* and *progression* is *regular* for all cases of *Interest and effort* 273

N.3. *Recommendation* whether *Trimester mark in relation to four* is *little below four* and *progression* is *increasing* for all cases of *Interest and effort* 274

N.4. *Recommendation* whether *Trimester mark in relation to four* is *not below four* and *progression* is *decreasing* for all cases of *Interest and effort* 274

N.5. *Recommendation* whether *Trimester mark in relation to four* is *not below four* and *progression* is *regular* for all cases of *Interest and effort* 274

N.6. *Recommendation* whether *Trimester mark in relation to four* is *not below four* and *progression* is *increasing* for all cases of *Interest and effort* 274

O.1. III Conferencia internacional sobre educación, formación, nuevas tecnologías y e-learning empresarial (Virtual Educa) 284

O.2. I Congreso de la Red Estatal de Docencia Universitaria (RED-U) 285

O.3. 1st Workshop on Education and Practice in Artificial Vision (EPAV) 286

O.4. III Jornada sobre aprendizaje cooperativo (JAC) 287

O.5. IV Congreso Internacional Virtual de Educación (CIVE) 288

O.6. XII Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas (CUIEET) 289

O.7. III Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación (CIDUI) 290

O.8. III Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación (CIDUI) (Participación 2) 291

O.9. Simposium nacional de la unión radio-científica internacional (URSI) 292

O.10. V Congreso Internacional Virtual de Educación (CIVE) 293

O.11. VIII International Work-Conference on Artificial Neural Networks (IWANN) 294

O.12. International Seminar on innovative learning 295

O.13. VI Jornada sobre aprendizaje cooperativo (JAC) 296

O.14. IX International Work-Conference on Artificial Neural Networks (IWANN) 297

O.15. Lecture Notes in Computer Science. Computational Intelligence and Bioinspired Systems (2005) 298

O.16. Lecture Notes in Computer Science. Computational Intelligence and Bioinspired Systems (2007) 299

O.17.Modelling and Science Education and Learning 300
O.18.Jornada Institucional La Salle Catalunya 301
O.19.I Jornada de modelización matemática 301
O.20.XII Jornadas sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (JAEM) . . 302
O.21.VI Jornadas del Departamento de Matemática Aplicada de la UPV 302
O.22.Curso de postgrado 'Diploma de Matemáticas para Secundaria' 303
O.23.XII Jornadas A-PROP 304
O.24.Primer Encuentro sobre la enseñanza de las matemáticas 304

Índice de figuras

2.1. Teoría del procesado de la información. TPI. 10
2.2. Proceso seguido en la modelización matemática de un problema 18

3.1. Lista de observaciones utilizada en clase por el profesor durante el trabajo en grupo de los alumnos durante el curso 2002-03 28
3.2. Evolución y cambios más relevantes introducidos en la metodología aplicada en la asignatura de álgebra lineal hasta el curso 2004-05 33
3.3. Pantalla de inicio de ALGTEC 35
3.4. Menú con las 3 opciones disponibles en cada ejemplo desarrollado en ALGTEC 36
3.5. Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Detección de movimiento' 38
3.6. Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Cifrado de mensajes' . 40
3.7. Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Generación de movimiento a partir de combinaciones lineales' 42
3.8. Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Compresión de información aplicando cambios de base' 44
3.9. Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'El álgebra lineal en el mundo de los gráficos por ordenador' 45
3.10. Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Generación de sombras' 47
3.11. Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Aplicación de la diagonalización de matrices en un estudio de mercado' 49
3.12. Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Aproximación por mínimos cuadrados' 51
3.13. Diagrama de bloques de un sistema de comunicaciones digitales 52
3.14. Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Diseño del diagrama de bloques de un demodulador QPSK' 53
3.15. Sala de actos del ejercicio de modelización titulado 'Estudio acústico' 54

3.16. Esquema de amplificación del ejercicio de modelización titulado 'Estudio acústico' 55
3.17. Matriz que representa los ficheros de audio proporcionados como datos . . . 58
3.18. Sistema de reconocimiento de vocales que debe diseñarse 59
3.19. Matriz formada por los documentos ya representados vectorialmente 61
3.20. Ordenación de los documentos de partida dentro de la matriz P 61
3.21. Pantalla de APLICTEST que muestra los diferentes tipos de test que el alumno puede escoger 64
3.22. Histórico de resultados obtenidos por un alumno al utilizar APLICTEST . 65
3.23. Gráfica que muestra el resultado obtenido por un alumno en las preguntas correspondientes al concepto 1.1: determinante, rango e inversa de una matriz 66
3.24. Proporción entre alumnos repetidores y nuevos 68
3.25. Resultados obtenidos en los exámenes 68
3.26. Alumnos aprobados en cada parcial 69
3.27. Evaluación continua en alumnos repetidores 70
3.28. Evaluación continua en alumnos nuevos 71
3.29. Seguimiento de la evaluación continua 71
3.30. Relación entre nota de evaluación continua y nota de examen 72
3.31. Índice de abandono 73
3.32. Alumnos aprobados por parciales 74
3.33. Resultados en ejercicio de modelización en examen. Curso 03-04 74
3.34. Resultados en ejercicio de modelización en examen. Curso 04-05 75
3.35. Datos correspondientes a la pregunta 1 de la encuesta 75
3.36. Datos correspondientes a la pregunta 2 de la encuesta 76
3.37. Datos correspondientes a la pregunta 3 de la encuesta 76
3.38. Accesos por parte de los alumnos a ALGTEC durante el curso 2004-05 . . . 77
3.39. Datos correspondientes a la pregunta 4 de la encuesta 78
3.40. Datos correspondientes a la pregunta 5 de la encuesta 78

4.1. Fotografía realizada durante una sesión de trabajo en grupos, en el curso 1C 87
4.2. Poblaciones y muestras consideradas en el experimento 91
4.3. Cálculo del valor de P para una prueba z 92
4.4. Notas obtenidas en los exámenes de final de parcial 95
4.5. Notas de evaluación continua obtenidas al final de cada parcial 98

4.6. Notas obtenidas en el control de modelización realizado al final de curso . . 100
4.7. Índice asociado a las faltas de asistencia en cada parcial 102
4.8. Respuesta a la pregunta 1 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06 105
4.9. Respuesta a la pregunta 2 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06 105
4.10. Respuesta a la pregunta 3 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06 106
4.11. Respuesta a la pregunta 4 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06 106
4.12. Respuesta a la pregunta 5 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06 106
4.13. Respuesta a la pregunta 6 de la encuesta realizada al inicio del curso 2005-06 107
4.14. Respuesta a la pregunta 6 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06 107
4.15. Pirámide del aprendizaje. Tasa de retención según metodología docente aplicada 109

5.1. Error de coherencia asociado a los 25 profesores (eje horizontal) en cada test 125
5.2. Comparación de tests 1 y 2. (a) Scatter plot. (b) Histograma de distribución de valores de correlación. (c) Varianza en notas de test 1 (círculo) y test 2 (triángulo). 126
5.3. Evaluación en las fases de entrenamiento y test, y evaluación del sistema difuso final 129
5.4. Conjuntos difusos definidos finalmente para cada variable lingüística 129
5.5. Diagrama correspondiente al proceso propuesto para obtener un modelo evaluador asociado a una competencia de carácter subjetivo 136
5.6. Diagrama correspondiente al proceso propuesto para obtener un modelo evaluador asociado a una competencia de carácter subjetivo. Enfoque realista. 138

6.1. Mapa conceptual que refleja la filosofía seguida en la tesis y el trabajo desarrollado 144

G.1. Rubric utilizada para evaluar el ejercicio de modelización 'Estudio acústico' 232
G.2. Rubric utilizada para evaluar el ejercicio de modelización 'Reconocedor de vocales' 233

J.1. Histogramas correspondientes a las notas de examen. La primera columna corresponde al primer parcial, la segunda al segundo y la tercera al tercer parcial. 242
J.2. Histogramas correspondientes a las notas de evaluación continua. La primera columna corresponde al primer parcial, la segunda al segundo y la tercera al tercer parcial. 243

J.3. Distribuciones acumuladas correspondientes a las notas de EC. La primera columna corresponde al primer parcial, la segunda al segundo y la tercera al tercer parcial. 245
J.4. Histogramas correspondientes al índice de faltas de asistencia. Cada columna representa un parcial. 246
J.5. Distribuciones acumuladas correspondientes al índice de faltas de asistencia. Cada columna representa un parcial. 247

N.1. Diagrama global del sistema difuso propuesto 268
N.2. Conjuntos difusos definidos en la variable 'recommendation' 269
N.3. Conjuntos difusos definidos en la variable 'interest and effort' 270
N.4. Conjuntos difusos definidos en la variable 'progression' 270
N.5. Conjuntos difusos definidos en la variable 'Student's mark in relation to mean group mark' 271
N.6. Conjuntos difusos definidos en la variable 'trimester mark in relation to four' 272

Ñ.1. Proceso iterativo implementado en el método FIIF 278
Ñ.2. Ejemplo de linealización de las curvas difusas. 280

Capítulo 1

Introducción

1.1. Contexto

1.1.1. Marco social

'Recuerdo con cariño el primer día que entré a un aula en mi nuevo papel de profesor. Recuerdo los nervios, pero también la ilusión por hacerlo bien. Durante toda mi vida hasta ese instante había estado al otro lado del pupitre y, como cualquier otro alumno, había criticado ciertas actitudes y comportamientos de algunos de mis profesores, y también había alabado a muchos otros por su modo de proceder en el aula. No quería cometer lo que yo consideraba errores de algunos de mis antiguos profesores. Quería copiar los métodos de aquéllos que me marcaron positivamente durante mi etapa como alumno y eso es lo que hice. Intenté suplir mis carencias en formación pedagógica con mi experiencia en el aula, primero como alumno y, con el paso de los años, como profesor.'

Probablemente muchos profesores se sientan identificados con las líneas anteriores. Nuestra forma de proceder en el aula como docentes suele seguir ciertos patrones establecidos desde hace años, y tenemos la sensación de que siempre se ha enseñado del mismo modo. Pero, ¿es esa la única forma de transmitir conocimiento? ¿Cuáles son las teorías y tendencias pedagógicas sobre las que se cimientan nuestras actividades docentes diarias en el aula? ¿Cómo pueden ayudarnos esas teorías pedagógicas en nuestro día a día con los alumnos? ¿Existen metodologías docentes diferentes a las aplicadas en el aula tradicionalmente? Y si existen, ¿cuáles son las ventajas y desventajas de esas otras metodologías docentes propuestas? ¿Son viables y eficaces? ¿Es necesario cambiar la dinámica y el enfoque seguido en las aulas durante tantos años?

Como profesores comprometidos con nuestro trabajo, probablemente nos hayamos formulado algunas de estas preguntas en numerosas ocasiones. Algunos docentes argumentan en privado que pedagogía y docencia se mueven en mundos diferentes, la primera en un mundo teórico y filosófico, y la segunda en un mundo real, por lo que se mantienen al margen del mundo pedagógico y buscan algunas de las respuestas a las preguntas anteriores en su propia experiencia. Luis Puig en [Pui98] realiza una afirmación en este sentido haciendo

referencia a la educación matemática. Puig expone que *entre los profesores en ejercicio, es usual encontrar la opinión de que la investigación en educación matemática no atiende a los problemas que realmente se les presentan en su práctica cotidiana y que sus resultados no les son de ninguna utilidad*. Sin embargo, son muchos también (Preston D. Feden y Robert M. Vogel en [FV03] o Kay Burke en [Bur99] entre otros) los que consideran que el conocimiento de algunas de las teorías apuntadas por psicólogos, pedagogos e investigadores en el campo de la educación pueden ayudar al profesor a diseñar de forma más adecuada la dinámica y contenidos del curso que imparte.

Otro aspecto importante a considerar en la actualidad son los cambios producidos en nuestra sociedad, que han variado de forma importante el contexto. Tal y como afirman Preston D. Feden y Robert M. Vogel [FV03] los métodos en las aulas no han cambiado prácticamente desde principios del siglo XX, cuando las cualidades necesarias en los profesionales que se formaban en ellas eran claramente diferentes. Estudios como los citados en [FV03] y [San03] demuestran que alumnos con buenas notas en sus expedientes académicos tienen, actualmente, serias dificultades para aplicar 'lo aprendido' cuando se enfrentan a situaciones diferentes a las estudiadas durante su época de estudiantes. Se constata con este tipo de estudios que los grandes cambios tecnológicos y sociales sufridos en los últimos años demandan un cambio en el modo de proceder en las aulas, puesto que las necesidades educativas han variado. Si hace 40 años, un ingeniero podía desenvolverse profesionalmente sin demasiados problemas con los conocimientos adquiridos en su etapa como estudiante, actualmente, los rápidos cambios producidos provocan que parte de esa información esté ya obsoleta una vez que termina la carrera y se incorpora al mundo laboral. Este nuevo escenario exige una nueva arquitectura educativa que apunte al aprendizaje 'de por vida' (lifelong learning) y apueste por él [Pic02].

Un tercer factor a tener en cuenta y, probablemente forzado por la nueva situación social, es la reforma del sistema educativo, a nivel universitario, que se está debatiendo en los últimos años en Europa. Si en la declaración de La Sorbona fueron 4 los ministros de educación que iniciaron el proceso con su firma[1] en la declaración de Bergen de mayo del 2005 son ya 45 los países firmantes. Europa está adoptando durante estos años medidas que conducen a la reforma de la estructura y organización de las enseñanzas universitarias para favorecer la construcción de lo que se ha denominado *Espacio Europeo de Educación Superior* (EEES) que debe entrar en vigor en el año 2010 [decyd03]. El Dr. Domingo Docampo[2] considera que esta integración universitaria significará toda una revolución, tanto en la estructura de los títulos como en la propia concepción educativa [Doc01a], [Doc01b]. La clave de la reforma no está, según Docampo, en la acomodación de los contenidos de los planes de estudio a la nueva estructura sino en un cambio de paradigma: pasar de una educación centrada en la enseñanza (en el profesor) a otra centrada en el aprendizaje (en el alumno). Esta cultura del aprendizaje, continúa Docampo, debe llevarnos a una revisión profunda de nuestros esquemas de evaluación, actualmente estructurados en torno a la dualidad aproba-

[1] Los ministros de Italia, Francia, Reino Unido y Alemania firmaron la declaración de La Sorbona en París, en mayo de 1998.

[2] Rector de la universidad de Vigo, y expresidente del Grupo de Trabajo de la Conferencia de Rectores de las Universidades Españolas (CRUE) sobre Espacio Europeo de Educación Superior

do/suspenso, con el fin de reflejar adecuadamente en las califcaciones el esfuerzo efectuado por los estudiantes. Deberíamos, por tanto, evitar la adopción de cambios cosméticos, que simplemente acomodan contenidos sin modificar mentalidades; si el estudiante debe pasar a ser el centro del proceso de aprendizaje, las aulas universitarias deben ser lugares a los que se va a aprender, no sólo a enseñar[3].

En la reforma puesta en marcha por la UE se apuesta más por el aprendizaje que por la enseñanza y, por ese motivo, el nuevo sistema de créditos se fundamenta en las horas de trabajo que los alumnos dediquen a la materia, y no únicamente en las horas lectivas como está sucediendo en la actualidad. Según podemos encontrar en el real decreto 1125/2003 por el que se establece el sistema europeo de créditos y el sistema de calificaciones en las titulaciones universitarias de carácter oficial y validez en todo el territorio nacional, publicado en el BOE el 18 de septiembre del 2003, la adopción de este nuevo sistema de créditos constituye una reformulación conceptual de la organización del currículo de la educación superior mediante su adaptación a los nuevos modelos de formación centrados en el trabajo del estudiante. Esta medida del haber académico comporta un nuevo modelo educativo que ha de orientar las programaciones y las metodologías docentes centrándolas en el aprendizaje de los estudiantes, no exclusivamente en las horas lectivas.

En este punto del trabajo es importante también destacar la imagen que se desea transmitir, desde el Ministerio de Educación y Ciencia, de la reforma iniciada en Europa dirigida a la creación del EEES. Además de los objetivos estratégicos perseguidos (fácil comparación de titulaciones entre diferentes universidades, y facilidad de movilidad tanto de alumnos como de profesores), se apunta como un compromiso importante a alcanzar en un futuro *la adopción de un nuevo enfoque metodológico que transforme nuestro sistema educativo, basado en la 'enseñanza' a otro basado en el 'aprendizaje'. Este proceso de mejora debe ser interactivo y sustentarse en 3 principios: (i) mayor implicación y autonomía del estudiante; (ii) utilización de metodologías más activas: casos prácticos, trabajo en equipo, tutorías, seminarios, tecnologías multimedia...; (iii) papel del profesorado, como agente creador de entornos de aprendizaje que estimulen a los alumnos.*[4]

Otro aspecto que tampoco hay que olvidar es el de la formación que presentan los alumnos que ingresan en la universidad en estos últimos años. Ésta es diferente a la que presentaban los alumnos en años anteriores debido fundamentalmente a la reforma sufrida en niveles educativos previos al universitario[5], y también al suavizado que han sufrido los criterios de acceso a algunas universidades debido al descenso en la natalidad y, principalmente, al aumento de la oferta universitaria en algunos sectores. Artículos como el referenciado en [Edu06] confirman la importancia de estos aspectos, que hacen que el perfil del alumno universitario estándar sea sensiblemente diferente del perfil que presentaba este mismo alumno hace algunos años.

Todos los factores expuestos anteriormente exigen cambios en las aulas, adaptando las

[3]En la dirección http://www.crue.org pueden consultarse diferentes documentos que hacen referencia a la legislación española asociada al EEES, junto a otros documentos de interés asociados al proceso.

[4]Texto que puede consultarse en folleto informativo publicado en febrero del 2006 por el Consejo de Coordinación Universitaria del Ministerio de Educación y Ciencia.

[5]LOGSE (Ley de Ordenación General del Sistema Educativo) de septiembre de 1990.

metodologías aplicadas a las nuevas necesidades formativas. Es fundamental desarrollar en los estudiantes las capacidades y habilidades adecuadas, adoptar las dinámicas más apropiadas en el aula y los métodos evaluadores necesarios para validar si dichas competencias han sido o no adquiridas por los alumnos. El proyecto REFLEX (The Flexible Professional in the Knowledge Society) y el proyecto TUNING [Tun] son dos buenos ejemplos de la importancia que desde Europa se da a la identificación adecuada de las capacidades a desarrollar en los profesionales que necesita nuestra sociedad actual[6].

1.1.2. Enginyeria i Arquitectura La Salle: Un enfoque singular para la formación universitaria

La experiencia presentada en este trabajo se ha desarrollado en l'escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle. Esta institución de inspiración cristiana, ofrecía ya en 1903 estudios de ingeniería en las especialidades de mecánica, electricidad y química. Los primeros alumnos que cursan estudios de Telecomunicaciones, en la especialidad de equipos electrónicos, datan del curso 1964-65. Estos alumnos se presentaron, en calidad de alumnos libres, al examen de la escuela oficial en Madrid. En el año 1970 La Salle fue oficialmente reconocida por el Ministerio de Educación y Ciencia para otorgar el título de Ingeniero Técnico en Telecomunicación. Desde 1976 y hasta el año 1991 l'escola d'Enginyeria La Salle permaneció adscrita a la Universidad Politécnica de Catalunya (UPC), y a partir de 1991, pasó a formar parte de la Universidad Ramon Llull (URL), de la cual Enginyeria i Arquitectura La Salle es uno de los miembros fundadores. Con su paso a la URL, Enginyeria i Arquitectura La Salle aportó a dicha universidad dos escuelas: l'Escola Universitària d'Enginyeria Tècnica de Telecomunicacions, y la nueva Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Electrònica i Informàtica de reciente creación.

Actualmente, Enginyeria i Arquitectura La Salle ofrece al estudiante la posibilidad de especializarse en seis ingenierías técnicas (imagen y sonido, sistemas electrónicos, informática de sistemas, telecomunicaciones, telemática y multimedia), cinco ingenierías superiores (imagen y sonido, electrónica, informática, multimedia y telecomunicaciones) y estudios de doctorado, además de un amplio abanico de Masters y cursos de formación continua adaptados a las necesidades del mercado en cada momento.

Entre los muchos aspectos que distinguen la filosofía seguida por esta escuela destaca el de potenciar la formación práctica de sus alumnos así como el trabajo en equipo, pensando siempre en facilitar de ese modo una rápida adaptación de éstos al mundo laboral. Otro punto de especial interés es el establecimiento constante de las estrategias necesarias para ofrecer a sus alumnos un servicio de tutoría orientado a asesorarles adecuadamente, haciendo especial énfasis en la orientación y ayuda de los alumnos de primer curso durante sus primeras experiencias en la universidad, con el fin de disminuir la tasa de alumnos que fracasan en sus estudios.

[6]REFLEX (2004-2007). Se pretenden identificar las nuevas competencias requeridas a los nuevos graduados, y definir el papel de la universidad a la hora de desarrollar en los alumnos dichas competencias. http://www.fdewb.unimaas.nl/roa/reflex/

El compromiso constante que Enginyeria i Arquitectura La Salle presenta a la hora de ayudar y orientar a sus alumnos ofrece, sin duda alguna, el entorno propicio para llevar adelante una labor de investigación enmarcada en el contexto pedagógico de la innovación metodológica. La asignatura elegida para tal estudio es *álgebra lineal*, asignatura incluida en el curriculo de primer curso de todas las especialidades cursadas en este centro. El concepto de materia teórica y poco aplicada, que los estudiantes tienen de esta asignatura, contrasta con la realidad y es una de las razones importantes que han provocado que sea esta asignatura la sugerida para el presente estudio. En el punto 3.1 de esta memoria se aborda el contenido de esta asignatura y se presentan las innovaciones introducidas en la metodología aplicada desde el curso 1997-98 hasta el 2004-05.

1.2. Objetivos del trabajo

Los objetivos perseguidos con la elaboración del presente trabajo han sido, básicamente, los siguientes:

- Estudiar las características que debe cumplir una metodología docente que se adapte a las nuevas necesidades sociales y a las exigencias que impone la entrada en vigor del EEES.
- Llevar a la práctica la metodología definida de forma progresiva y aprendiendo de la experiencia desarrollada y de los errores cometidos, hasta alcanzar una metodología que suponga un compromiso razonable entre *características deseadas* y *recursos disponibles*.
- Comparar la nueva metodología propuesta con la metodología empleada en el pasado con el objetivo de confirmar que, efectivamente, se ha mejorado el rendimiento en los alumnos.
- Iniciar los primeros pasos en la definición de nuevas herramientas evaluadoras que se adapten a la nueva metodología, a los recursos disponibles, y a las necesidades impuestas por el EEES.

Los 4 objetivos citados se han abordado de forma secuencial en el tiempo dadas las dependencias entre ellos, y cada uno ha sido desarrollado en un capítulo diferente de esta tesis (del capítulo 2 al 5 respectivamente). Como ya se ha citado en la sección 1.1.2, se ha tomado como banco de pruebas la asignatura de álgebra lineal, si bien se espera que las aportaciones finales de este trabajo sean exportables a otras materias.

Dado el momento que está viviendo el mundo universitario de nuestro país en estos últimos años, con las múltiples reformas que supone la entrada en vigor del EEES, este trabajo pretende aportar su grano de arena en el ámbito de la innovación docente, y espera ser un referente válido que ayude a implementar la adaptación de otras materias a las nuevas necesidades que el contexto actual exige a la docencia universitaria.

1.3. Contenido de la tesis

El contenido de esta tesis ha sido dividido en 6 capítulos que, de forma resumida, se presentan a continuación:

En el capítulo 1, el lector encontrará las inquietudes y motivaciones que han dado lugar al presente trabajo, así como los objetivos iniciales propuestos con el mismo.

El capítulo 2 de esta tesis presenta algunas de las teorías y tendencias pedagógicas más relevantes. El objetivo de este capítulo no es el de profundizar en dichas teorías, sino exponerlas de forma resumida con el fin de justificar muchas de las decisiones tomadas a lo largo del trabajo realizado.

En el capítulo 3 se hace un recorrido por todas las modificaciones metodológicas realizadas entre los cursos 1997-98 y 2004-05 en la asignatura de álgebra lineal impartida a ingenieros en l'Escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle (URL). En él se analizan los efectos observados en los estudiantes durante el margen de tiempo indicado, y se extraen las conclusiones y reflexiones correspondientes. Estas reflexiones darán lugar al diseño de un experimento controlado durante el curso 2005-06 para comprobar estadísticamente la validez de la metodología docente final alcanzada. La descripción detallada de este experimento, y las conclusiones que de él se derivan, conforman el capítulo 4.

El capítulo 5 aborda el problema de la evaluación del estudiante cuando deben aplicarse en ella criterios subjetivos difícilmente cuantificables, como sucede en algunas de las nuevas competencias a evaluar en el ámbito del EEES. En dicho capítulo se presenta un método para evaluar la capacidad de trabajo en grupo de los estudiantes, utilizando para ello algunos de los datos recogidos cuando se aplica la metodología docente propuesta en los capítulos previos. Finalmente, se generaliza el proceso seguido para llegar a un método general de diseño de sistemas que evalúen competencias subjetivas, de forma equitativa, y a partir del criterio aplicado por varios profesores.

Para terminar, el capítulo 6 resume las aportaciones y conclusiones más relevantes de la tesis, y propone diferentes líneas de trabajo futuro que complementan el trabajo realizado.

Capítulo 2

Escenario docente

2.1. Tendencias en el campo de la investigación educativa

La adaptación a las nuevas necesidades formativas de las metodologías aplicadas en las aulas apuntada en 1.1.1 debe realizarse de forma adecuada. No tiene sentido plantear dicha adaptación sin considerar los estudios y conclusiones que las investigaciones en el campo de la educación y la pedagogía nos aportan. Por este motivo, en este punto se exponen las tendencias pedagógicas más relevantes, haciendo énfasis en aquellas teorías en las que se sustenta el presente trabajo por focalizar sus explicaciones en el modo en el que los estudiantes aprenden. No es objetivo del presente apartado profundizar en dichas teorías, sino exponerlas de forma resumida con el fin de justificar la toma de decisiones realizada en puntos posteriores de este trabajo.

En términos generales puede afirmarse que existen dos enfoques claramente diferenciados a la hora de concebir el proceso de aprendizaje: la teoría conductista tradicional, y la teoría contemporánea cognitiva [FV03].

2.1.1. Teoría conductista tradicional

De forma resumida puede decirse que, desde el punto de vista conductista, el conocimiento es considerado como algo objetivo, singular y fragmentable, que puede ser dividido en pequeñas secciones o porciones para ser transmitido de profesor a alumno [Nuñ03]. El aprendizaje se considera un proceso de acumulación de información y de habilidades aisladas, en el que la responsabilidad principal del profesor es la de transferir el conocimiento directamente a sus alumnos. Según esta visión, el proceso de enseñanza-aprendizaje se basa fundamentalmente en la interacción entre el profesor y los estudiantes individuales, siendo el profesor la fuente más importante de información [FV03].

Tal y como podemos leer en [Mar02], la psicología conductista y su teoría fundamental del estímulo-respuesta consideran al ser humano una especie de máquina que puede condicionarse o programarse para alcanzar el efecto deseado. Sin embargo, ese guión entre el

estímulo y la respuesta resulta sumamente restrictivo. Así, toda la riqueza y los grandes logros de la psicología quedan descartados cuando todos los actos se ven reducidos a una mera causa y efecto. Pensar que un ser humano no es más que una criatura que responde de forma controlable a unos estímulos concretos es, según Marinoff, menospreciar la propia esencia humana.

2.1.2. Teorías basadas en la investigación desde la ciencia cognitiva

El cognitivismo representa un enfoque más contemporáneo, y defiende que el conocimiento debe ser creado en la mente de cada individuo. A grandes rasgos puede decirse que, desde el punto de vista de estas teorías, todo aprendizaje (excepto una simple memorización) requiere que el estudiante construya activamente su conocimiento, puesto que dicho conocimiento no es algo que pueda ser transmitido, sino que debe ser generado activamente por el propio estudiante. En este sentido, los conocimientos previos que el alumno posee tienen una gran influencia en aquello que aprende durante su instrucción. En este contexto, el papel del profesor es muy distinto al propuesto por los defensores conductistas, y su objetivo principal es el de generar un cambio en la estructura cognitiva del estudiante. Su papel ahora no es el de transmisor de conocimiento sino el de facilitador, orientador y guía del alumno a lo largo de su proceso de aprendizaje [Pic02] [Sto01] [Jon00] [Ama02] [Maj00]. El estudiante pasa ahora a tener un papel activo, a diferencia del papel desempeñado por éste cuando se aplican teorías conductistas, con las que el estudiante permanece pasivo y no necesita construir su conocimiento porque éste le llega, en principio, directamente suministrado por el profesor.

Desde estas teorías cognitivas, se defiende con fuerza la idea de que el aprendizaje es un hecho social y requiere cooperación con otras personas. En este sentido, podemos encontrar la *teoría social cognitiva* [Ban88] [BZ94] [FV03] que trata de justificar el hecho de que los humanos aprenden mejor en colaboración con otros humanos que de forma individual. Esta teoría plantea como idea básica que la mayor parte del comportamiento humano es aprendido por observación del comportamiento de otras personas. Albert Bandura, uno de los más importantes investigadores defensores de esta teoría, modela el comportamiento del ser humano e identifica tres efectos [Boe98]:

- Observational learning effect. Nuevas capacidades o comportamientos aprendidos por la observación de otras personas.
- Inhibitory/disinhibitory effect. Un comportamiento que es aprendido previamente es inhibido/desinhibido si una persona observa a otra persona que recibe una consecuencia negativa/positiva por haber puesto en práctica ese comportamiento particular.
- Response facilitation effect. El modelo de comportamiento sirve como 'invitación' a los observadores para tomar el mismo comportamiento que previamente ya aprendieron.

Según Bandura, para que una persona aprenda a partir de la observación de otras personas, deben darse cuatro procesos:

- Poner atención durante la observación.
- Retener el conocimiento acerca del comportamiento observado. Esto exige que el alumno convierta ese comportamiento en algún tipo de representación para ser almacenada en su memoria.
- Ser capaz de reproducir el comportamiento observado recuperando la representación cognitiva desde su memoria.
- Estar motivado por aprender.

Siguiendo con teorías enmarcadas dentro de la ciencia cognitiva, hay que mencionar también el *constructivismo*, que tiene su origen en los trabajos del psicólogo suizo Jean Piaget (1896-1980) [Gar02]. La idea fundamental que defiende el constructivismo es que los seres humanos crean su propio conocimiento basándose en sus experiencias y en su conocimiento previo. Por lo tanto, desde un punto de vista constructivista, los profesores deben abandonar la idea de que las cosas pueden ser aprendidas independientemente de las experiencias de los estudiantes, y deben también comprender que el conocimiento tiene que ser construido por éstos (no puede ser transmitido directamente por otra persona). El profesor debe proporcionarles estrategias para procesar la información, establecer el entorno de aprendizaje apropiado y ofrecerles la realimentación adecuada [Ñec05].

Es interesante también conocer cómo la ciencia cognitiva modela el modo en el que los seres humanos procesan la información que reciben. La teoría del procesado de la información (TPI), en la que destaca Ellen Gagne [GYY93] presenta un modelo de dicho proceso (figura 2.1). En el modelo presentado aparecen tres bloques principales: sensores, memoria de trabajo (muy limitada en capacidad y tiempo de memorización), y memoria de larga duración, de capacidad y tiempo de almacenamiento mucho mayores que la memoria de trabajo. En líneas generales, el proceso se modela del siguiente modo: en primer lugar, nuestros sentidos (sensores) son estimulados. A continuación, aquello que nos llama la atención (lo que puede identificarse gracias al conocimiento previo del que disponemos) se almacena temporalmente en la memoria de trabajo, mientras que lo desconocido pasa desapercibido. Seguidamente, de la información almacenada en la memoria de trabajo, una parte es procesada con detalle pasando después a la memoria de larga duración, mientras que el resto es pronto olvidada. La información de la memoria de larga duración queda disponible para localizarla cuando sea necesario con el fin de generar una respuesta cognitiva en una situación posterior [FV03].

En esta teoría se habla fundamentalmente de dos tipos de conocimiento: el declarativo y el procedural. El primero de ellos hace referencia a hechos, conceptos e ideas, mientras que el segundo se refiere al conocimiento de cómo hacer algo. El conocimiento declarativo es el conocimiento del 'qué', mientras que el procedural es el conocimiento del 'cómo'. Las estrategias más defendidas para promover el paso de conocimiento declarativo a la memoria de larga duración proponen la conexión de conocimientos previos con los nuevos, así como el uso de herramientas de representación visual de conceptos e ideas que permitan facilitar dichas conexiones (un buen ejemplo de estas herramientas son los mapas conceptuales,

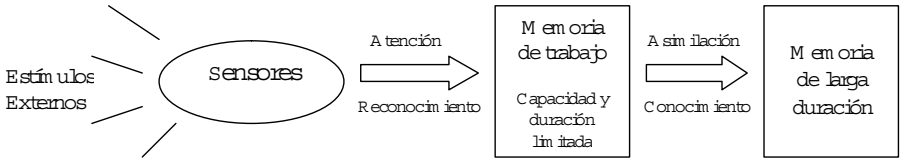


Figura 2.1: Teoría del procesado de la información. TPI.

desarrollados por Joseph Novak [Mon98]). En referencia al conocimiento procedural la idea más defendida es la que propone aprender dicho conocimiento a través de la práctica y la realimentación [Kol84]. Y cuanto más concreta y específica sea esta realimentación, mucho mejor. Según Gagne, ciertas acciones se producen sólo bajo determinadas condiciones, de manera que practicando dichas acciones bajo esas condiciones, y recibiendo la realimentación adecuada, el estudiante desarrollará el conocimiento procedural asociado, interiorizándolo y poniéndolo en práctica de forma automática en el futuro sin pensar en ello [FV03] [GYY93].

Desde el enfoque presentado por la TPI, ningún tipo de conocimiento es adquirido a menos que sea captado por los sensores, pase a la memoria de trabajo y, posteriormente, pase a la memoria de larga duración. Esto implica que un factor primordial es el grado de atención, ya que para que un estímulo pase a la memoria de trabajo, primero debe ser reconocido. Un factor muy vinculado a la atención es la motivación, y desde esta teoría se hace referencia a dos tipos de motivación: la extrínseca, que proviene del entorno, y la intrínseca, que proviene del interior del alumno y se basa en objetivos y expectativas personales, destacando la segunda sobre la primera. La TPI asume la importancia de la motivación intrínseca ya que supone que el estudiante posee una necesidad interna de dar sentido al mundo en el que vive. Es similar a la noción de equilibrio apuntada por Piaget: los aprendices humanos intentan mantener un estado de equilibrio o de paz con sus mundos cognitivos a través de la 'organización' y la 'adaptación'. Es decir, los humanos imponen orden sobre la información que reciben del entorno y cuando aparece una nueva información, por naturaleza, intentan incorporarla al conocimiento que poseen, mediante un proceso que Piaget denominó 'asimilación'. Si no pueden incorporarla al conocimiento previamente adquirido, adaptan su conocimiento a través del proceso de 'acomodación', que permite ajustar la nueva información al conocimiento existente. Después de eso, pueden asimilar la nueva información y consiguen un nuevo estado de equilibrio.

2.1.3. Teorías de Ausubel

Las teorías de David Ausubel ponen el contrapunto a las teorías constructivistas. Su teoría de la *Recepción Significativa* o teoría del *Aprendizaje Verbal Significativo* defiende que los contenidos deben ser expuestos ante el alumno, no descubiertos por éste, pretendiendo posteriormente que el estudiante no se limite a memorizar la información que le ha

sido suministrada. A esto Ausubel le llamó aprendizaje receptivo significativo que, según él, es el mecanismo por excelencia en el ser humano para adquirir y almacenar ideas e informaciones [Gar02]. Para Ausubel, adquirir nuevo conocimiento depende fundamentalmente de las estructuras cognitivas existentes previamente en el aprendiz. Así, la información nueva será más fácilmente aprendida si está relacionada con los conocimientos previos del estudiante. Ausubel defiende el uso de 'organizadores previos' que actúen de puente entre los nuevos materiales a aprender y las ideas ya existentes en la mente del estudiante [Rod04].

2.2. Otros métodos aplicables en el aula: de la tradición a la innovación

Probablemente, un docente que comparta el enfoque conductivista se limitará a dar sus clases magistrales a los alumnos, confiado que con esa metodología éstos aprenderán directamente lo que él les transmite. Sin embargo, el resto de teorías presentadas en 2.1 defienden que el conocimiento debe ser generado por el propio alumno (incluso las teorías de Ausubel, que podemos considerar 'a caballo' entre el conductismo y el constructivismo, defienden que debe ser el alumno el que conecte el nuevo conocimiento con el que ya posee con el fin de interiorizarlo y asimilarlo). Por lo tanto, el docente que comparta esas otras teorías debe facilitar al alumno las actividades adecuadas para ayudarle a alcanzar el conocimiento que persigue. Las horas en el aula deben dejar de ser únicamente la combinación de un profesor que no para de hablar con unos alumnos que no paran de tomar apuntes. Las clases han de incorporar los aspectos innovadores necesarios que conduzcan la actividad que en ellas se realiza hacia este nuevo paradigma de la formación. Una innovación, tal y como afirma el doctor Claudi Alsina [Als05], que nos lleve a probar recursos nuevos.

Existen actualmente diversas estrategias y metodologías aplicables en el aula que tienen como objetivo centrar el aprendizaje en el alumno y no en el profesor. Metodologías que se concentran más en el término 'aprendizaje' que en el término 'enseñanza', y que promueven el trabajo en equipo y la conexión de conceptos por parte del alumno. En este punto se hace una breve presentación de algunas de las más representativas y conocidas.

2.2.1. Problem Based Learning (PBL)

Este método de aprendizaje se aplicó por vez primera en la universidad de McMaster en Canadá, en la década de los 60, en estudios de medicina, y progresivamente fue incorporado al currículo en numerosas facultades de medicina de todo el mundo. Actualmente se aplica también en otras disciplinas y áreas de conocimiento. Consiste en plantear un problema a un grupo de alumnos para que lo desarrollen conjuntamente, y conducirles a través del procedimiento de investigación adecuado para resolverlo. Es decir, se plantea a los alumnos el problema y el profesor les orienta adecuadamente para que éstos alcancen una posible solución. Los problemas propuestos suelen ser interdisciplinares y extraídos del mundo real, con mucha información asociada que el alumno debe procesar previamente para identificar la que es significativa y la que no lo es. Este tipo de problema, que David Jonassen denomina

ill structured [Jon00], exige a los alumnos utilizar conocimientos y habilidades de diferentes temáticas. Durante el proceso, los alumnos deben detectar qué nuevos conocimientos necesitan para resolver el problema propuesto, y posteriormente adquirir dichos conocimientos por sí mismos. El profesor, durante el proceso, realiza una tarea de validación y guiado constante del grupo para garantizar que éstos alcanzan finalmente los objetivos marcados en la actividad. Con la aplicación de este método el profesor cambia las clases magistrales por sesiones de orientación con cada uno de los grupos. Además, debe mantenerse en contacto con profesores de otras disciplinas que también actúan de asesores de los alumnos durante la realización del ejercicio propuesto (no debe olvidarse que el problema propuesto abarca diferentes disciplinas) en el que destacan los aspectos epistemológicos del conocimiento.

La universidad de Maastricht en Holanda[1], la de Aalborg en Dinamarca[2], las de Queen[3] o McMaster[4] en Canadá o el Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey en Méjico[5] son algunas referencias importantes en la aplicación de esta metodología. En la web correspondiente a la facultad de ciencias de la salud de la Queen's University puede encontrarse el documento *'Problem-based learning. Student/tutor handbook'* [Uni] que constituye una guia introductoria a la aplicación de esta metodología muy interesante para profesores y estudiantes.

Si buscamos referencias más cercanas a nuestra universidad que destaquen en la aplicación de esta metodología, podemos destacar, en el ámbito de las ciencias de la salud, la Escola Universitària d'Infermeria de la Vall d'Hebron[6], o la Escola Politècnica Superior de Castelldefels[7] en un ámbito más técnico. En las referencias indicadas a continuación pueden consultarse algunas de las muchas experiencias realizadas recientemente en universidades de nuestro país utilizando el aprendizaje basado en problemas como técnica docente central: [VVC+04] en la UPV, [MHGD06] o [MGP06] en la Univ. de Valladolid, [GPM03] en la UAM, [Fon03] o [CGN05] en la UB, o [Hoz05] en la UPC.

PBL es una potente herramienta para promover el conocimiento profundo de problemas de la vida real, ya que coloca a los estudiantes en situaciones reales que deben ser resueltas, y promueve el trabajo en equipo, permitiendo el desarrollo de las habilidades sociales que entran en juego durante el proceso. Sin embargo, es una metodología que consume mucho tiempo tanto de alumnos como del profesor, ya que éste debe hacer un seguimiento constante de la evolución del grupo para orientar adecuadamente en todo momento. Es, por tanto, una metodología cuya aplicación es más asequible si el número de alumnos por profesor es reducido. En cualquier caso, conviene destacar la gran importancia que tiene la formación previa del profesor en la utilización de esta metodología para garantizar los resultados deseados tras su aplicación.

[1] http://www.unimaas.nl sección 'Education'. (octubre 2007)
[2] http://en.aau.dk/About+Aalborg+University/Academic+Profile. (octubre 2007)
[3] http://www.queensu.ca/homepage/. (octubre 2007)
[4] http://www.mcmaster.ca/. (octubre 2007)
[5] http://cmportal.itesm.mx/wps/portal. (octubre 2007)
[6] http://www.vhebron.es. (octubre 2007)
[7] http://www.epsc.upc.es/. (octubre 2007)

2.2.2. Método de estudio de casos

Este método se basa en el estudio detallado de experiencias y situaciones de la vida real. Se describe un problema o una situación y se compromete a los estudiantes en una actividad que requiere una solución final. Se diferencia de la metodología PBL en la naturaleza de los problemas propuestos. En este caso, los problemas están más acotados, se presentan mejor estructurados que los utilizados en PBL y, normalmente, requieren de los alumnos habilidades y conocimientos ya adquiridos [FV03]. Al igual que sucedía con la aplicación del PBL, dado que los casos representan situaciones complejas de la vida real, es factible poner en práctica habilidades de trabajo grupal tales como la negociación, el manejo de conflictos, la toma de decisiones y la comunicación efectiva.

2.2.3. Aprendizaje cooperativo

El aprendizaje cooperativo es una estrategia de trabajo que hace referencia a la filosofía que debe seguirse al trabajar en equipo, y no tanto al tipo de problemas trabajados. Es decir, que podemos utilizar el estudio de casos, por ejemplo, y explotarlo en clase siguiendo las directrices del aprendizaje cooperativo.

De forma breve podría definirse el aprendizaje cooperativo como una actividad docente que persigue que el trabajo conjunto de los miembros de pequeños grupos de estudiantes maximice el aprendizaje de todos los miembros del grupo. En esta actividad, el profesor planifica la tarea a realizar y los estudiantes la desarrollan de forma colectiva y coordinada. Cada estudiante es el único responsable de que su aportación al grupo permita que éste progrese adecuadamente. De su éxito o fracaso depende el resto del grupo. A continuación se citan los principios necesarios para poner en práctica esta metodología [FC00]:

- Principio rector. El profesor aprende mientras enseña y el alumno enseña mientras aprende. El profesor tiene un rol de mediador.
- Principio de liderazgo distribuido. Todos los estudiantes son capaces de entender, aprender y desarrollar tareas de liderazgo.
- Principio de agrupamiento heterogéneo. Los equipos de alumnos efectivos son aquellos que son heterogéneos y que incluyen alumnos de uno y otro sexo, procedencia social, niveles de habilidad y capacidades físicas.
- Principio de interdependencia positiva. Los estudiantes necesitan aprender a conocer y valorar su dependencia mutua con los demás. Una interdependencia positiva se promueve haciendo que el éxito del grupo exija el éxito de cada uno de sus miembros.
- Principio de adquisición de habilidades. Para que el grupo trabaje de forma efectiva los alumnos que lo componen deben adquirir y desarrollar habilidades sociales específicas que promuevan la cooperación y el mantenimiento del equipo.
- Principio de autonomía grupal. Uno de los objetivos perseguidos es que los grupos de estudiantes puedan solucionar mejor sus propios problemas sin ser 'rescatados'

por el profesor. Los alumnos que solucionan sus problemas son más autónomos y autosuficientes.

A nivel internacional destaca el *'Cooperative Learning Center'* perteneciente a la universidad de Minnesota y co-dirigido por los hermanos David y Roger Johnson[8]. Este centro de formación e investigación se concentra en el estudio de cómo deberían interactuar los estudiantes (de todos los niveles) entre sí para aprender y en las habilidades necesarias para que la interacción se produzca de manera efectiva.

En un ámbito más cercano cabe destacar el GIAC (Grupo de interés en Aprendizaje Cooperativo)[9] perteneciente a la UPC (Universidad Politécnica de Cataluña). Este centro fue creado por un grupo de profesores (mayoritariamente de la UPC) después de que un seminario impartido en dicha universidad por Roger y David Jonhson (co-directores del Cooperative Learning Center citado anteriormente) en febrero de 2000 despertara en ellos de forma intensa el interés por esta manera de trabajar con los alumnos. El GIAC organiza anualmente desde el año 2000 las jornadas JAC (Jornadas sobre Aprendizaje Cooperativo) que reúne a profesores universitarios de todo el territorio nacional que aplican el aprendizaje cooperativo en la docencia de sus respectivas asignaturas.

En las referencias indicadas a continuación pueden consultarse algunas de las muchas experiencias realizadas recientemente en universidades de nuestro país utilizando el aprendizaje cooperativo como técnica docente central: [SC04] en la EPSC de la UPC, [VVC+04] en la UPV, [BGD04] o [Pér06] en la EUETIB en la UPC, [Acu06] en la UAM, o [GC06] en la URV.

2.3. La docencia de las matemáticas

Dado que el presente trabajo se desarrolla en el marco de una asignatura matemática, se ha considerado oportuno incluir en él un apartado que refleje enfoques diferentes a la hora de abordar la enseñanza de esta disciplina. Históricamente podemos hablar de dos enfoques claramente diferenciados a la hora de ver las matemáticas. Por un lado, tenemos un enfoque muy formalista y alejado de su aplicación en el mundo real, mientras que por el otro nos encontramos un enfoque más práctico que concibe las matemáticas como una herramienta aplicable en un contexto real. Como referente de peso del primero de estos enfoques puede citarse la sociedad de matemáticos conocida con el nombre de Nicolás Bourbaki. Esta sociedad, formada por varios matemáticos (la mayoría de ellos franceses) ha escrito varios tratados y trabajos de matemáticas desde la década de los 30 del siglo pasado. Trabajos que llevan por título 'La arquitectura de las matemáticas', 'Fundamentos de matemáticas para el matemático profesional', 'Escrituras fundamentales del análisis', o 'Elementos de matemáticas' (considerada su obra más importante) reflejan una visión muy teórica de las matemáticas, y en ellas se usa una terminología alejada de la comúnmente aceptada. André Weil y Jean Dieudonné se consideran los fundadores de esta asociación, en la que

[8] http://www.co-operation.org/. (octubre 2007)
[9] http://giac.upc.es/. (octubre 2007)

destacan también los matemáticos Claude Chevalier y Henri Cartan [Hal57] [Als05]. Tal y como afirma el doctor Joan Gómez en [Góm98], la influencia de tendencias como la escuela Bourbakista han dado a la docencia de las matemáticas un enfoque formalista. De este modo aparece la figura del profesor de matemáticas tradicional, que ofrece una docencia basada en una sucesión de definiciones, teoremas y demostraciones, y que deja abandonadas las aplicaciones de los conceptos tratados.

Otros matemáticos, sin embargo, han defendido la visión aplicada de las matemáticas. Puede citarse, por ejemplo, a Pere Puig Adam (mediados del siglo XX), quien afirmaba que la matemática es, para el ingeniero, un medio y no un fin, lo cual implica que la matemática debe limitarse a servir las necesidades de la técnica, es decir: a ser matemática aplicada [Góm00]. Otro ilustre matemático que compartía esta visión de las matemáticas es George Polya, quien afirmaba que una de las primeras y principales obligaciones del maestro es no dar a sus alumnos la impresión de que los problemas de matemáticas no tienen ninguna relación entre sí, ni con el mundo físico [Pol65]. Además, Polya ya defendía la idea de dar más protagonismo y dotar de un papel más activo al alumno durante el proceso de aprendizaje. Afirmaba que el maestro debe ayudar al alumno, pero ni mucho ni demasiado poco, de manera que le deje asumir una parte razonable del trabajo, y que la resolución de problemas es una cuestión de habilidad práctica como, por ejemplo, el nadar.

En los últimos años ha ido adquiriendo gran importancia el enfoque práctico de las matemáticas, y prueba de ello es la creación del grupo ICTMA (The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications)[10] afiliado a la organización ICMI (The International Commission on Mathematical Instruction)[11]. Esta comunidad organiza un congreso bianual ICTMA (International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications) que se centra precísamente en la aplicación de conceptos matemáticos en un contexto real, aplicando éstos para obtener modelos de procesos o para utilizarlos en la resolución de un problema dado.

También podemos encontrar en los consejos dados por la NCTM (National Council of teachers of mathematics)[12] señales evidentes de la importancia que en EEUU y Canadá se da a la visión aplicada de las matemáticas en la docencia. Entre estos consejos podemos encontrar ideas muy correladas con las que se promueven desde algunas de las teorías centradas en el alumno citadas en 2.1. Sirvan como ejemplo algunos de los que aparecen en [ZDH98] y citados en [Edu03]:

- Enseñar capacidad matemática requiere ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la comunicación.

- Los maestros que ayudan a los niños a desarrollar su capacidad matemática dedican menos tiempo a hablar sobre matemáticas, a asignarles trabajos de práctica de cálculo, y a pedirles que memoricen mecánicamente. En cambio realizan actividades

[10] http://www.ictma.net. (octubre 2007)
[11] http://www.mathunion.org/ICMI/. (octubre 2007)
[12] http://www.nctm.org/. (octubre 2007)

que promueven la participación activa de sus estudiantes en aplicar matemáticas en situaciones reales.

- Las matemáticas no son un conjunto de tópicos aislados, sino más bien un todo integrado (...) Los estudiantes necesitan ver las conexiones entre conceptos y aplicaciones de principios generales en varias áreas. A medida que relacionan ideas matemáticas con experiencias cotidianas y situaciones del mundo real, se van dando cuenta que esas ideas son útiles y poderosas.

- La solución de problemas es el núcleo de un currículo que fomenta el desarrollo de la capacidad matemática (...) La solución de problemas requiere que los estudiantes investiguen preguntas, tareas y situaciones que tanto ellos como el docente podrían sugerir. Los estudiantes generan y aplican estrategias para trabajarlos y resolverlos.

Entre los consejos que pueden consultarse en [Edu03] también podemos encontrar aquéllos que fomentan el trabajo en grupo como herramienta para potenciar ciertas habilidades sociales en los alumnos y para facilitar la construcción de representaciones matemáticas con significado ayudados por los compañeros y el profesor. El papel de orientador que el profesor debe adoptar también es mencionado de forma importante en estos consejos, ayudando a sus alumnos a 'navegar' entre varias ideas y representaciones, promoviendo la abstracción y la generalización mediante la reflexión y la experimentación.

Lo expuesto hasta ahora adquiere aún mayor importancia si los alumnos que estudian matemáticas son futuros ingenieros, ya que en su futuro profesional deberán enfrentarse a situaciones del mundo real que tendrán que resolver con las herramientas que conozcan. Por tanto, es importante que conciban las matemáticas como una 'caja de herramientas' adicional que tienen disponible para buscar en ella las herramientas más adecuadas para resolver problemas reales. En este sentido, conviene destacar publicaciones como la que aparece referenciada en la bibliografía de esta tesis con el identificador [Ste99], con las que se acercan las matemáticas a situaciones de la vida cotidiana.

Llegados a este punto convendría preguntarse por la 'salud' que presenta la docencia matemática en nuestro país. Es decir, conocer el conocimiento matemático que tienen nuestros alumnos. ¿Lo hacemos bien? ¿Qué deberíamos mejorar? Como primera referencia puede tomarse el informe PISA[13] (Programme for International Student Assessment) que fue realizado y publicado por la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) en el año 2003. Esta organización ha establecido unos indicadores educativos que permiten expresar el desarrollo de una sociedad, y que pretenden mostrar la calidad del sistema educativo a través de las competencias alcanzadas por los escolares en ciertas disciplinas, entre las cuales destaca la matemática. El informe del 2003 se centró precísamente en las matemáticas, y trató de evaluar las siguientes competencias en alumnos de 15 años: [dEyC03b]

1. Pensar y razonar

[13] http://www.pisa.oecd.org. (octubre 2007)

2. argumentar
3. comunicar
4. modelar
5. plantear y resolver problemas
6. representar
7. utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico, y las operaciones.

Los expertos del estudio PISA consideran 3 niveles de complejidad a la hora de considerar los ítems con los que evaluar las competencias:

- Primer nivel: Reproducción y procedimientos rutinarios.
- Segundo nivel: Conexiones e integración para resolver problemas estándar.
- Tercer nivel: Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Los datos y conclusiones ofrecidas por este estudio nos revelan información del nivel que presentan los estudiantes dos cursos antes de acceder a la universidad y permite detectar los puntos débiles de nuestro sistema educativo, en lo que hace referencia a las matemáticas. Los resultados de este segundo gran informe trienal de la OCDE indican que los alumnos españoles están en el vagón de cola en conocimientos matemáticos (tren liderado por los alumnos de Finlandia), y presentan carencias importantes en lo que se refiere al tercer nivel de complejidad apuntado anteriormente. Es decir, tienen serias dificultades a la hora de razonar y resolver problemas originales. Este hecho debe hacernos reflexionar sobre la necesidad de modificar las prácticas docentes actuales y reorientarlas en la dirección adecuada para paliar este déficit formativo. Los resultados detallados de este informe, en lo que hace referencia a los alumnos españoles, pueden consultarse en [deyc03a].

2.3.1. La modelización matemática y la aplicación contextualizada de las mismas como herramienta docente

En el apartado anterior se ha apuntado uno de los puntos de la docencia matemática en los que se debe hacer más énfasis: Nuestros alumnos deben mejorar su capacidad de razonar, argumentar y generalizar conceptos para resolver problemas. Así pues, los docentes debemos aplicar nuevos recursos que nos permitan hacer que esa mejora sea una realidad. Es evidente que la visión de las matemáticas como herramienta interdisciplinar aplicable en situaciones reales apuntada con anterioridad, unido al uso de algunas de las metodologías docentes presentadas en 2.2 que se centran en el alumno y no en el profesor, abre al profesorado un horizonte de posibilidades muy importante.

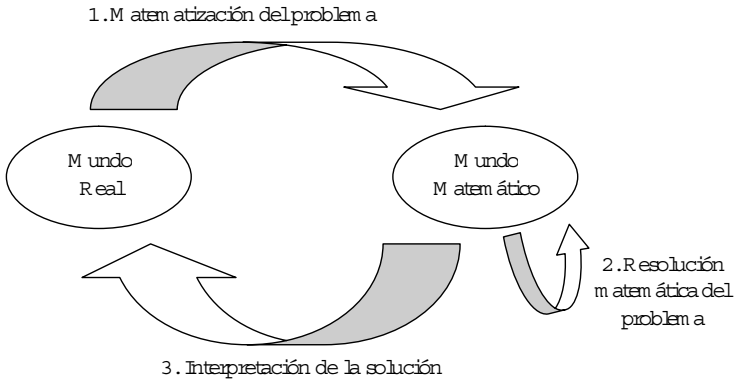


Figura 2.2: Proceso seguido en la modelización matemática de un problema

La transformación en términos matemáticos de situaciones pertenecientes al mundo real es, según Jan De Lange [DL87], *una actividad organizativa y estructurativa mediante la cual se utilizan conocimientos adquiridos para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas*. Cuando un alumno se encuentra ante un problema real debe enfrentarse a diferentes retos. En primer lugar, debe ser capaz de identificar las herramientas matemáticas que pueden ayudarle a resolver el problema al que se enfrenta. Seguidamente, tiene que trasladar su problema real a un escenario matemático; es decir, debe conectar mundo real con mundo matemático de manera que el problema inicial pueda ser modelado en términos matemáticos. Una vez realizada esta vinculación entre ambos mundos (que puede ir asociada a una simplificación del problema), el tercer paso es relativamente sencillo, ya que consiste en la resolución matemática del problema. Finalmente, el resultado matemático obtenido debe ser exportado e interpretado nuevamente en el contexto real inicial (figura 2.2). En el caso de la formación de futuros ingenieros este enfoque es especialmente necesario, tal y como afirma Sixto Ríos en [Río95].

Las capacidades que un alumno desarrolla cuando se utiliza en el aula la modelización matemática como herramienta docente[14] estan en la línea de aquéllas que, según el estudio PISA, deben mejorar nuestros alumnos. Es decir, el alumno debe razonar al contextualizar en un problema concreto las matemáticas que conoce, debe conectar conceptos entre sí y tiene que ser capaz también de extraer conclusiones generales a partir de problemas concretos.

A parte de las capacidades potenciadas en el alumno con el uso de la modelización matemática como herramienta docente, es evidente que la motivación del alumno por las matemáticas sufre también un cambio significativo si éste comprueba el sentido práctico que éstas presentan, sobretodo en alumnos que cursan carreras técnicas. Tal y como se

[14] hay que distinguir el uso de la modelización en docencia de su uso en la construcción de modelos que ayudan a realizar predicciones

apuntó en la sección 2.1, un aspecto fundamental para que los alumnos estén receptivos en el aula es la motivación. Según la Teoría del Procesado de la Información presentada por Gagne y expuesta brevemente también en la sección 2.1, para que un alumno aprenda debe tener sus sentidos lo más receptivos posibles, y esto sólo sucede si su motivación intrínseca (aquélla que procede de su interior y que le da sentido a lo que estudia) es la adecuada.

La matematización, entendida como la transformación en términos matemáticos de situaciones que proceden del mundo real, está unida a la reflexión. Según cita el doctor Gómez en [Góm98] el estudiante debe enseñar su propio proceso de matematización, dialogando con otros estudiantes, y evaluando e interpretando los resultados obtenidos por éste. En esta afirmación se aprecia pues la necesidad de combinar la modelización matemática con el trabajo en grupos por parte de los alumnos para que ésta sea realmente efectiva. Esta combinación nos lleva al uso de las metodologías tratadas en la sección 2.2 para explotar los problemas contextualizados propuestos en el aula con el máximo de posibilidades. El uso de estrategias de trabajo en grupo como el aprendizaje cooperativo ayudan a potenciar las posibilidades que ofrece la modelización matemática como herramienta docente, ampliamente defendida por conocidos matemáticos como Mogen Niss, Puig Adam, De Lange, Christine Keitel y Claudi Alsina entre otros. Todos ellos argumentan que se debe evitar la desconexión entre las matemáticas y la realidad, y que se debe huir de la enseñanza de la matemática vista como una materia abstracta y ausente de aplicaciones. Un ejemplo interesante de seguimiento de esta filosofía puede encontrarse en [SGS99], donde se aplica la modelización matemática en la enseñanza de las matemáticas y la física en la Escuela Técnica de Obras Públicas de la UPV.

Como complemento a la modelización matemática no debemos olvidar las posibilidades que las nuevas tecnologías ofrecen en la docencia de las matemáticas y que, tal y como se afirma en [JB01], no se han usado todavía en todas sus posibilidades en nuestro país. La utilización por parte del profesor y de los alumnos de software especializado ayuda, sin duda, a reflexionar y analizar los diferentes modelos propuestos, así como a visualizar conceptos e ideas difíciles de plasmar en papel o en pizarra.

En este punto conviene también hacer mención del importante papel que juegan en la actualidad los ordenadores y el software especializado en la docencia de las matemáticas. El uso de programas matemáticos de gran potencia, versatilidad y facilidad de uso, como Maple, Matlab o Matematica, por citar algunos de ellos, unido a la potencia de cálculo de los ordenadores modernos, se convierte en un importante recurso a disposición del docente y del alumno. Así, el ordenador puede utilizarse en el aula como apoyo para las sesiones de teoría, incidiendo en las técnicas de visualización; también puede utilizarse como potente herramienta de cálculo para resolver los problemas de siempre. Y, por supuesto, permite que el alumno se centre en las posibles alternativas que tiene a la hora de plantear y modelar un problema real, incidiendo en los aspectos epistemológicos de las matemáticas, utilizando el ordenador como herramienta para validar sus razonamientos, y evitando así la pérdida de tiempo en la realización continuada de cálculos repetitivos. Como afirman Angel Juan y Guillermo Bautista en [JB01], las posibilidades que las nuevas tecnologías ofrecen a la docencia de las matemáticas no han sido explotadas aún adecuadamente en nuestro país. Sin embargo, como sugieren De Guzmán y Rubio, citados en [FH05], y Sangrà en [San01],

el desarrollo de los ordenadores y de los programas especializados en matemáticas han de obligar en pocos años a una profunda transformación del aprendizaje de las matemáticas.

Capítulo 3

Primeros pasos hacia una metodología docente centrada en el estudiante

3.1. Adaptación metodológica aplicada en la asignatura de àlgebra lineal

3.1.1. Introducción

Como ya se comentó en la introducción de esta tesis, los experimentos realizados a lo largo de este trabajo se han centrado en la asignatura de álgebra lineal impartida en l'escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle. Esta asignatura se encuentra situada en el primer curso del plan de estudios correspondiente a las ingenierías de telecomunicaciones e informática, y de la titulación propia de Graduado en Multimedia. Los bloques temáticos que desde el curso 1997-98 integran el currículo de esta asignatura son los siguientes: Cálculo matricial, estudio y resolución de sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales, aplicaciones lineales, diagonalización de endomorfismos, y espacio vectorial euclídeo. A lo largo de los últimos cursos se han realizado cambios en el modo de tratar el contenido de estos bloques, pero no se han añadido nuevos contenidos conceptuales. Es importante destacar que muchas de las herramientas y conceptos algebraicos tratados en estos bloques tienen una aplicación directa en diversas ramas de la ingeniería como, por ejemplo, el procesado digital de imagen, los gráficos por ordenador, el mundo de las comunicaciones digitales o el tratamiento digital de señales de audio entre otras. Este aspecto hizo de esta asignatura una buena candidata para la aplicación de nuevas estrategias y metodologías que ayudan a los alumnos a conectar los conceptos abstractos que aparecen en la asignatura con el mundo real.

Al igual que el resto de asignaturas cursadas por los alumnos de primero en Enginyeria i Arquitectura La Salle, la asignatura de álgebra lineal presenta un formato trimestral durante todos los cursos analizados en este punto. Los alumnos se examinan en los meses

de diciembre, marzo y junio, y disponen de la convocatoria de septiembre si es preciso. En el siguiente apartado se presenta la evolución que ha sufrido la docencia en esta asignatura durante los últimos cursos con el objetivo de alcanzar una metodología docente más centrada en el alumno, justificando cada una de las innovaciones y modificaciones realizadas.

3.1.2. Evolución de la asignatura desde el curso 1997-98 hasta el 2004-05

En este punto se presenta la evolución que, desde el curso 1997-98 y hasta el 2004-05, ha sufrido la asignatura de álgebra lineal, impartida en Enginyeria i Arquitectura La Salle. Durante todos estos años esta asignatura ha sufrido cambios notables en lo que a metodología aplicada en el aula se refiere. En este apartado se propone un paseo rápido por cada uno de estos cursos, indicando los aspectos que se han ido cambiando en cada uno de ellos y la correspondiente justificación. El objetivo es que el lector visualice de forma rápida las diferentes etapas por las que ha pasado durante los últimos cursos la docencia de esta asignatura, sin entrar en el análisis posterior de los resultados obtenidos por los alumnos en cada curso. Dicho análisis, junto a las conclusiones posteriores extraídas son expuestos respectivamente en los apartados 3.2 y 3.3 de esta memoria. También conviene hacer constar que los alumnos disponen en esta asignatura de una colección de problemas y de exámenes de cursos anteriores resueltos que va ampliándose cada año. La evolución que ha ido sufriendo este material no es abordada en este apartado por carecer de carácter innovador en lo que a metodología docente se refiere.

Curso 97-98

Hasta el curso 1996-97 (incluído), la asignatura de álgebra lineal presentaba un temario diferente al citado en la sección 3.1.1. El primer trimestre estaba dedicado al estudio del 'álgebra de Boole', mientras que en el segundo y tercer trimestre se impartía todo el temario de 'álgebra lineal' indicado en la sección 3.1.1. El coordinador de primer curso consideró que esta asignatura presentaba un temario demasiado amplio para el número de horas docentes asignado a la misma (3h semanales), por lo que en el curso 97-98, toda la parte de álgebra Booleana fue traspasada a otra asignatura impartida también en primer curso, permitiendo así que los contenidos del bloque de 'álgebra lineal' ocuparan los tres trimestres y pudieran ser expuestos de una forma más cómoda y a un ritmo que permitiera mejorar su comprensión a los alumnos.

Los objetivos perseguidos en la asignatura se centraban exclusivamente en que el alumno adquiriese los conocimientos algebraicos teóricos explicados en clase por el profesor. En lo referente a la metodología seguida en las aulas, la asignatura se impartía siguiendo un modelo conductista tradicional. Es decir, el profesor exponía su clase magistral y los alumnos tomaban apuntes. Se incorporaban a las explicaciones ejercicios de ejemplo, y se dedicaba parte del tiempo en determinadas clases a que los alumnos resolvieran ejercicios. Los ejercicios propuestos eran bastante rutinarios y bien estructurados (*well-structured* en [Jon00]), similares a los que pueden encontrarse en la mayoría de libros de introducción al álgebra.

El sistema evaluador seguido se limitaba a la aplicación de una evaluación sumativa que consistía en la realización de 3 exámenes (uno al final de cada trimestre) para decidir a partir de la nota obtenida si los conceptos abordados en cada trimestre habían sido o no comprendidos por el alumno. El promedio de los 3 exámenes (siempre y cuando estuvieran aprobados por separado) representaba la nota final de la asignatura. Si alguno de esos exámenes estaba suspendido podía recuperarse en las convocatorias de junio y/o septiembre.

Del curso 98-99 al 2000-01

El curso 98-99 se creó en Enginyeria i Arquitectura La Salle el equipo de coordinación de primer curso, formado por los coordinadores de las diferentes asignaturas impartidas en primero así como por los tutores de los diferentes grupos de alumnos. Hasta este curso las responsabilidades de coordinación de primero habían recaído en una sola persona, pero el cambio en el perfil académico del alumno medio que accedía a primer curso provocó la aparición de nuevos problemas y situaciones que debían ser tratadas y consensuadas entre todos los profesores.

Aunque en la asignatura de álgebra lineal los resultados obtenidos (a nivel de % de aprobados) no eran preocupantes (probablemente gracias a la 'descarga' de contenidos producida en el temario de la asignatura en el curso anterior), en otras asignaturas impartidas en primer curso el índice de alumnos suspendidos iba en aumento. Un primer análisis de la situación realizado por el equipo de coordinación de primer curso, llevó a plantear como probable causa de la misma el hábito de estudio que presentaban los alumnos que se matriculaban en primer curso, poco apropiado para la universidad. Esta circunstancia hacía que la mayor parte de ellos prepararan los exámenes los días previos a los mismos, haciendo muy difícil la asimilación y comprensión de todos los conceptos explicados en clase. Esta forma de preparar exámenes, que en niveles inferiores les había funcionado, era insuficiente para aprobar cuando se trataba de asignaturas de primer curso de ingeniería.

Para tratar de cambiar los hábitos de estudio de los alumnos, se propuso añadir al sistema de evaluación que se había seguido hasta el momento un sistema de evaluación continuada que premiara a los alumnos que iban preparando la asignatura durante el trimestre (y no lo dejaban para los días previos al examen). Este sistema se implantó también en la asignatura de álgebra lineal, y consistió en la realización, sin aviso previo a los alumnos, de diferentes ejercicios en clase y de diferentes pruebas y controles periódicos que permitían obtener más datos de cada alumno. Por otro lado, la devolución al alumno, con los comentarios correctores adecuados, de cada una de las pruebas y ejercicios realizados, debía permitir a éstos detectar sus carencias conceptuales a tiempo de ser corregidas antes del examen parcial correspondiente. Con las notas correspondientes a todas las pruebas realizadas, el profesor tenía la posibilidad de sumar hasta un máximo de 2 puntos a la nota que el alumno obtuviera en el examen parcial correspondiente. Evidentemente, para sumar los 2 puntos el alumno debía realizar perfectamente todas y cada una de las pruebas y controles que se habían propuesto durante el parcial.

Como puede observarse, la evaluación continua sólo podía mejorar la nota del alumno.

Éste era informado dos veces en cada parcial de su nota de evaluación continua a través de una letra. En la tabla 3.1 podemos ver la equivalencia entre la letra y los puntos añadidos a la nota del examen parcial correspondiente.

Letra	Puntuación que se suma al examen
A	Entre 1,75 y 2 puntos
B	Entre 1,25 y 1,75 puntos
C	Entre 0,75 y 1,25 puntos
D	Entre 0,25 y 0,75 puntos
E	Entre 0 y 0,25 puntos

Cuadro 3.1: Valor de cada letra en la evaluación continua de un alumno

A partir del curso 1999-2000 se añadió también la letra F para identificar a los alumnos que no presentaban ninguna prueba de evaluación continua. De este modo se podía diferenciar a los alumnos con malos resultados en las pruebas de aquéllos que no habían realizado ninguna prueba.

Con la incorporación de la evaluación continua presentada, se actuaba claramente sobre la motivación extrínseca del alumno, y se daba un paso adelante en lo que a orientación del alumno se refiere. Ahora, con los comentarios correctores realizados por el profesor, los alumnos podían detectar los puntos del temario que no tenían claros antes de enfrentarse al examen parcial. Así pues, a la evaluación sumativa que ya era aplicada en el curso 97-98, se añade de este modo una evaluación formativa durante el trimestre. Sin embargo,la motivación intrínseca, apuntada por Gagne en [FV03] como la motivación más importante en el alumno, seguía sin ser potenciada.

La metodología docente seguida en las aulas durante estos 3 cursos fue similar a la seguida en el curso 97-98. Es decir, se basó en clases magistrales impartidas por el profesor, en las que se incorporaban algunas sesiones de ejercicios. En algunas de estas sesiones se realizaban las diferentes pruebas de evaluación continua propuestas por el profesor.

Curso 2001-02

Durante los 3 cursos previos, el sistema de evaluación continua se había convertido en una herramienta de trabajo que pretendía ayudar al alumno en su camino hacia el aprobado final. Sin embargo, los comentarios que nos hacían llegar los alumnos, bien de forma personal o a través de encuestas, mostraban que la pregunta que más veces se hacían era la siguiente: *¿Para qué me sirve todo lo que estoy estudiando en esta asignatura?*. Es decir, se constataba con esta inquietud que la motivación intrínseca de los alumnos hacia la asignatura no había variado en los últimos cursos por el hecho de añadir el sistema de evaluación continua. Estudiaban la asignatura porque tenían que aprobarla si querían ser ingenieros, y no porque tuvieran claro que las herramientas estudiadas les serían útiles en un contexto tecnológico.

El desinterés mostrado por los alumnos hacia la asignatura se fue haciendo más evi-

dente ya durante los tres cursos anteriores. El alto ausentismo percibido por el profesorado a partir de la mitad del curso (del orden de la mitad de alumnos dejaban de asistir a las clases) y la sensación transmitida por el alumno de que la asignatura no le serviría para nada a la hora de resolver problemas técnicos nos llevó en el curso 2001-02 a introducir en las clases la modelización matemática como herramienta docente. Así, fue en este curso cuando se presentaron en clase las primeras situaciones técnicas modeladas y resueltas algebraicamente. Se buscaron ejemplos del mundo de la ingeniería que requerían un nivel bajo de conocimientos técnicos (no olvidemos que son alumnos de primer curso de carrera) y que podían ser solucionados utilizando conceptos algebraicos estudiados en clase. Estos ejemplos eran expuestos en clase por el profesor. La dinámica de estas sesiones era la siguiente: en primer lugar se exponía en clase el problema técnico a resolver; posteriormente el profesor traducía a problema algebraico el problema técnico expuesto; el paso siguiente consistía en resolver el ejercicio algebraico utilizando las herramientas y conceptos estudiados en clase; y finalmente, se interpretaba en el contexto técnico original el resultado obtenido.

Con el fin de facilitar al profesor la exposición de estos ejemplos en clase, se inició como elemento innovador la creación de la aplicación multimedia ALGTEC (ALGebra y TECnología). La versión inicial de ALGTEC consistió en una aplicación que debía ejecutarse localmente, y que presentaba 6 situaciones técnicas modeladas algebraicamente. Esta versión ya fue presentada en el congreso internacional Virtual Educa celebrado en Valencia en junio de 2002 [MMM$^+$02]. En el punto 3.1.3 se presenta con detalle la versión actual de ALGTEC.

El objetivo perseguido con la incorporación de ALGTEC en algunas clases del curso fue, básicamente, el de aumentar la motivación intrínseca de los alumnos justificando la presencia de la asignatura de álgebra lineal en el currículum de la carrera que éstos estaban estudiando. Los alumnos debían saber que estudiaban álgebra lineal porque en asignaturas futuras se verían obligados a utilizar herramientas algebraicas para resolver problemas contextualizados en un entorno técnico, y tenían que ser conscientes y estar convencidos de ello.

La metodología seguida en el aula se mantuvo similar a la seguida en los cursos precedentes: el profesor era el centro del proceso: él presentaba en clase los contenidos, y el alumno se limitaba a escuchar y a tomar notas. Aunque en las clases en las que se exponían las situaciones modeladas y desarrolladas en ALGTEC el profesor intentaba promover el debate y la discusión entre los alumnos, lo cierto es que el protagonismo global del alumno era aún muy reducido. En referencia al sistema evaluador se mantuvo la misma dinámica que en los 3 cursos precedentes, aplicando una evaluación sumativa y formativa a lo largo del curso.

Los alumnos, durante este curso, eran capaces de seguir las explicaciones del profesor cuando éste presentaba en clase alguna situación técnica modelada algebraicamente. Es decir, el proceso de simplificación y traducción a problema algebraico del problema real presentado, su resolución algebraica, y su posterior interpretación desde el contexto real original eran aparentemente comprendidos por los alumnos. Sin embargo, cuando debían ser ellos los que realizaran el mismo proceso con otros ejercicios reales demostraron ser

incapaces de modelar algebraicamente las nuevas situaciones técnicas por sí mismos.

Curso 02-03

Al igual que en los 4 cursos precendentes, el sistema de evaluación continua (formativa) y la evaluación sumativa final en cada parcial se continuó aplicando de la misma manera durante el curso 2002-03 (al igual que en el resto de asignaturas de primer curso). En lo referente a la aplicación ALGTEC hay que indicar que el número de situaciones técnicas modeladas y desarrolladas algebraicamente se amplió a 9. Esta nueva versión de la misma fue expuesta en la primera jornada sobre la enseñanza de las matemáticas organizada por la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM) y la Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques de Catalunya (FEEMCAT) celebrada en Barcelona [MA03].

La manera de presentar ALGTEC a los alumnos se mantuvo sin cambios respecto al curso anterior. Es decir, el profesor dedicaba algunas clases, repartidas a lo largo de todo el curso, a presentar cada una de las situaciones técnicas modeladas y desarrolladas en la aplicación, ayudado por el sistema de proyección del aula (durante este curso se dedicaron algunas clases más que el curso anterior ya que ALGTEC tenía desarrollados más ejemplos). Sin embargo, durante el tercer parcial se puso en marcha la primera experiencia llevada a cabo en la asignatura utilizando el trabajo cooperativo y el método de estudio de casos como estrategias para potenciar la habilidad de los alumnos para asociar conceptos algebraicos con ítems pertenecientes a un problema procedente del mundo técnico. Es decir, se intentaba con esta experiencia solventar la situación detectada en el curso anterior, en la cual los alumnos mostraron ser incapaces de modelar algebraicamente por sí mismos un problema técnico real. Se trataba de ofrecer a los alumnos una actividad nueva que les ayudara a conectar mundo real y mundo algebraico, permitiendo que esa conexión fuese descubierta y realizada por ellos mismos trabajando en equipo para potenciar así las ventajas apuntadas por la teoría cognitiva social en la sección 2.1.2. Tal y como defiende el constructivismo, el alumno crea conocimiento a partir de sus experiencias. Por lo tanto, hay que provocar que experimente. Asímismo, conviene recordar lo apuntado en la sección 2.1.2 por la teoría del procesado de la información, en referencia al modo de adquirir el conocimiento procedural: hay que practicar bajo las condiciones adecuadas para aprender cómo hacer ciertas cosas. Sixto Rios afirma en [Río95] que *los problemas de la realidad no se presentan nunca como los ejercicios de fin de capítulo de un libro tradicional de matemáticas*. Por lo tanto, enfrentar a un alumno ante un problema real en la clase de matemáticas supone ejercitar y potenciar nuevas habilidades en éste. Así pues, en el tercer parcial de este curso se propuso una actividad titulada 'estudio acústico', cuyo enunciado, justificación y objetivos pueden consultarse con detalle en la sección 3.1.4.

La experiencia realizada durante el tercer parcial se enmarcó dentro de las actividades desarrolladas y orientadas desde el plan de acción 'Assaig d'una experiència d'aprenentatge cooperatiu' organizado por el Institut de Ciències de l'Educació (ICE) de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC). Para la realización de la actividad se dedicaron 3 horas en clase (1 hora cada semana durante tres semanas seguidas). Los alumnos, durante las sesiones dedicadas a esta experiencia, se sentaban en grupos de 4 personas (siempre los mismos

alumnos) y discutían sobre el ejercicio propuesto, planteando posibles pruebas a realizar y repartiendo dichas pruebas entre los diferentes componentes del grupo. El profesor, mientras tanto, circulaba por el aula tomando anotaciones en la lista de observaciones diseñada para tal fin, que puede consultarse en la figura 3.1. Conviene hacer constar que los grupos, en esta primera experiencia, fueron generados por los propios alumnos sin ninguna condición o criterio fijado por el profesor. Los detalles de dicha experiencia fueron presentados en las JAC (Jornadas sobre Aprendizaje Cooperativo) celebradas en Barcelona en julio del 2003 [MPF+03].

La nota obtenida en el informe presentado por cada grupo de alumnos correspondiente a la actividad desarrollada representó un 50 % de la nota de evaluación continua de cada alumno en el tercer parcial. Las anotaciones particulares sobre algunos alumnos tomadas en clase por el profesor, mientras los alumnos trabajaban en grupos, sirvieron para redondear al alza o a la baja las notas individuales de evaluación continua obtenidas.

Finalmente destacar que con el incremento de situaciones técnicas analizadas en ALG-TEC y con la realización de la actividad de modelización desarrollada en grupos el número de horas de clase en las que se aplicó la modelización matemática y en las que el alumno tuvo un papel activo, se vió claramente aumentado con respecto a cursos anteriores.

Curso 03-04

La experiencia de trabajo en grupo llevada a cabo el curso anterior permitió detectar algunos aspectos de la metodología que no funcionaron como estaba previsto. Por un lado, los alumnos tenían dificultades para validar sus razonamientos durante el proceso de modelización, debido fundamentalmente a la falta de destreza a la hora de trabajar con el programa Matlab. Este programa fué presentado brevemente en clase durante el tercer parcial del curso anterior como una buena herramienta para utilizar como banco de pruebas a la hora de comprobar si los razonamientos realizados durante la actividad de trabajo en grupo eran o no válidos. Sin embargo, quedó demostrado que las indicaciones sobre el uso de Matlab dadas por el profesor en la clase no fueron suficientes para que los alumnos utilizaran dicho programa para llevar a cabo las pruebas necesarias, por lo que la calidad de los resultados presentados por éstos fue, en general, inferior a la esperada. Por otro lado, el principio de 'interdependencia positiva' apuntado en la sección 2.2, necesario para implantar una correcta experiencia de trabajo cooperativo, no fue tratado convenientemente en la estrategia seguida el curso anterior. Es decir, no se dió ninguna motivación especial para fomentar la ayuda entre los miembros de un grupo y potenciar el sentido de responsabilidad de cada miembro con el grupo al que pertenecía. Un tercer aspecto a modificar fue el diseño de la lista de observaciones que el profesor utilizaba durante las sesiones de trabajo en grupo en clase. El elevado número de grupos hizo imposible tomar todos los datos inicialmente previstos en el curso anterior. Al final sólo pudieron tenerse en cuenta las anotaciones correspondientes a los siguientes conceptos: asistencia a las sesiones, interés mostrado por el alumno y actuaciones acertadas en la sesión final de puesta en común de ideas. Por este motivo, era necesario replantear de una forma realista los ítem que debía tener la lista de observaciones utilizada por el profesor.

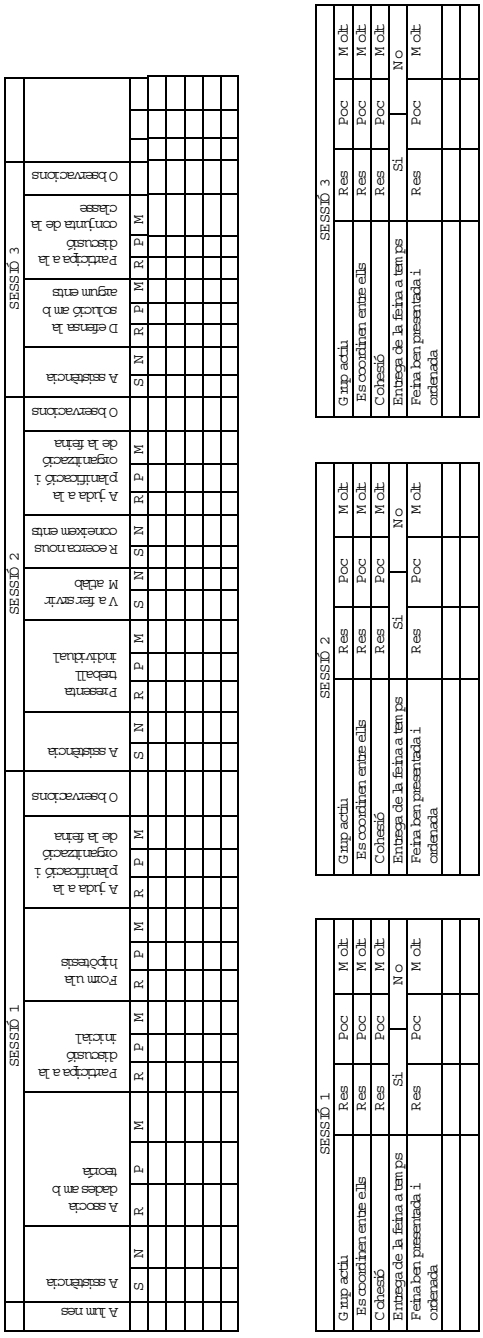


Figura 3.1: Lista de observaciones utilizada en clase por el profesor durante el trabajo en grupo de los alumnos durante el curso 2002-03

Todos estos aspectos fueron abordados en el curso 2003-04. En lo referente a la formación del alumno en el uso de Matlab, se preparó una práctica para ser realizada en grupos durante el primer parcial. En esta práctica los alumnos se iniciaban en el manejo de Matlab y empezaban a conocer las primeras funciones asociadas al álgebra que Matlab incorpora. El enunciado correspondiente a esta práctica puede consultarse en el anexo A. Los grupos se formaron de 3 alumnos en lugar de 4 (como se hizo el curso anterior) y, al igual que en el curso anterior, los alumnos decidieron sus compañeros de grupo sin ningún condicionante por parte del profesor. El motivo de modificar el número de alumnos por grupo fue simple: la mayoría de los ponentes y expertos en trabajo cooperativo que participaron en las JAC del 2003 defendieron la idea de que el número óptimo de alumnos para trabajar de forma cooperativa es 3.

La lista de observaciones utilizada por el profesor durante el trabajo en grupo de los alumnos se redujo a tres tipos de anotaciones: asistencia a clase, anotaciones referentes al interés mostrado durante la experiencia, y anotaciones asociadas a participaciones en clase (acertadas o no) por parte de los alumnos. Estas anotaciones, al igual que en el curso anterior, sirvieron para redondear la nota final de evaluación continua de cada alumno.

El tema de la interdependencia positiva fue algo más difícil de tratar. Se buscaba comprometer a todos los miembros de cada grupo con el trabajo del equipo, de forma que si un alumno no rendía adecuadamente el grupo se viera resentido. Con la experiencia del curso anterior, no había ninguna vinculación especial entre los miembros del grupo. Así, si un alumno dejaba de trabajar en el ejercicio de modelización, los otros compañeros del grupo podían continuar adelante con el mismo y presentar al profesor un informe de calidad que les permitiera obtener una nota elevada. Por tanto, había que buscar una estrategia que hiciera estar a los miembros de un grupo más unidos y vinculados entre sí.

Con el fin de realizar una experiencia piloto para estudiar cómo potenciar la interdependencia positiva entre los miembros del grupo, se planteó una estrategia diferente en uno de los cursos de primero (1E) que cursaban la asignatura. En el resto de cursos, se mantuvo la misma dinámica en relación a la experiencia llevada a cabo el curso anterior.

La estrategia propuesta en el curso 1E consistió en condicionar fuertemente las notas de evaluación continua de cada uno de los miembros del grupo entre sí. De este modo, la nota individual de cada alumno quedaba afectada por el rendimiento de sus compañeros. Además, esta condicionalidad no sólo se propuso para los ejercicios realizados en grupo, sino para todos los ejercicios y pruebas de evaluación continua realizadas por los alumnos a lo largo del parcial de forma individual. Se trataba, con esta estrategia, de forzar el trabajo en equipo durante todo el parcial, y que los miembros de cada grupo se ayudaran entre sí a preparar la asignatura. La condicionalidad que se fijó entre las notas de los alumnos fue la siguiente: la nota final de evaluación continua de cada alumno se obtenía calculando la media geométrica entre la nota individual de evaluación continua del alumno y la nota final de evalulación continua del grupo al cual pertenecía dicho alumno. La nota final del grupo era calculada promediando adecuadamente las notas obtenidas en cada una de las pruebas de evaluación continua realizadas por los 3 alumnos que formaban el grupo. Los detalles de esta estrategia pueden consultarse en [MEJ+04].

En otro orden de cosas hay que indicar que durante este curso la aplicación ALGTEC se modificó para poder ser consultada por los alumnos también a través de Internet[1]. Hasta este momento, las situaciones técnicas desarrolladas en dicha aplicación sólo eran visualizadas por los alumnos en clase, cuando el profesor las presentaba, o consultadas por éstos desde los ordenadores del laboratorio de 'Procesado de señal' en los cuales había sido instalada la aplicación. En el curso 2003-04 dichas situaciones técnicas ya podían ser consultadas por los alumnos en cualquier instante desde Internet. El profesor, tras presentar una situación técnica concreta en clase, hacía pública en la intraweb de la universidad dicha situación para que los alumnos pudieran visualizarla de nuevo cuantas veces quisieran.

Durante este curso se propusieron dos ejercicios de modelización para ser trabajados en grupos de forma cooperativa. Se propuso uno durante el segundo parcial y el otro durante el tercer parcial, haciendo así caso de las sugerencias apuntadas por los alumnos en la encuesta que éstos contestaron al final del curso anterior (los resultados y conclusiones referentes a esta encuesta y a las realizadas en los cursos 2002-03 y 2004-05 pueden consultarse en el punto 3.2.2, figuras 3.35, 3.36, 3.37, 3.39 y 3.40), y en la que el 31.2 % sugería empezar con ejercicios de modelización en el primer parcial, el 51.2 % proponía hacerlo en el segundo, y el 17.6 % en el tercero). El ejercicio propuesto en el segundo parcial fue el que lleva por título 'estudio acústico' y el propuesto en el tercer parcial fue el denominado 'detector de vocales'. Los detalles de ambos ejercicios pueden consultarse en la sección 3.1.4. Cada grupo presentó al final de cada actividad desarrollada en equipo un informe con el trabajo realizado. Además, cada alumno se sometió a una prueba individual escrita relacionada con el ejercicio trabajado en grupo.

Hay que destacar también que durante este curso se incluyó por primera vez en un examen parcial un ejercicio de modelización sencillo, con el fin de hacer que la habilidad de asociar conceptos teóricos con un problema real representara un peso mayor en la nota final de los alumnos. El análisis correspondiente a los resultados obtenidos por los alumnos en este ejercicio puede consultarse en el punto 3.2.2, figura 3.33.

Finalmente decir que la evaluación continua, de carácter formativo, se aplicó durante este curso del mismo modo que en los cursos anteriores. Es decir, se realizaron controles y ejercicios sin aviso previo y la nota obtenida permitió a los alumnos sumar hasta 2 puntos a la nota obtenida en el examen parcial.

Curso 04-05

Este curso viene marcado por una decisión del equipo de coordinación de primer curso que modifica de forma importante el modo de considerar, en la nota final, la nota obtenida por los alumnos en las pruebas de evaluación continua de todas las asignaturas impartidas en primer curso de ingeniería. Hasta el curso anterior la nota de evaluación continua permitía a los alumnos sumar hasta 2 puntos en la nota obtenida por éstos en los exámenes parciales. Esta manera de considerar la nota de evaluación continua hacía que los alumnos se plantearan, sin demasiadas contemplaciones, la idea de abandonar el seguimiento de la

[1] http://serpens.salleurl.edu/algtec. (octubre 2007)

evaluación continua en una o varias asignaturas cuando disponían de poco tiempo. El objetivo de la evaluación continua fue, desde un primer momento, motivar al alumno a llevar 'más o menos' al día las asignaturas con el fin de evitar la acumulación excesiva de conceptos y de trabajo justo antes de los exámenes. El alto porcentaje de alumnos que abandonaban el seguimiento de la evaluación continua a lo largo del curso durante los cursos anteriores hizo plantear al equipo de coordinación una nueva estrategia. Por este motivo, en el curso 2004-05 se decidió que la nota de evaluación continua obtenida por un alumno representara el 30 % de la nota final del parcial. El 70 % restante correspondería al examen realizado por los alumnos al final del parcial. Con el fin de no penalizar con esta nueva forma de puntuar a los alumnos que asisten a clase e intentan seguir la evaluación continua, se propuso que el 30 % de la nota de evaluación continua representara la actitud del alumno. El objetivo de esta medida era asegurar que un alumno que intentara seguir la asignatura no se viera perjudicado por una nota de evaluación continua excesivamente baja que le obligara a sacar más de un 5 en la nota del examen parcial para aprobar. Es decir, se persigue que la nota de evaluación continua sólo perjudique a aquellos alumnos que abandonan su seguimiento. Es interesante remarcar que, por primera vez, se introduce de forma explícita en el proceso evaluador un aspecto subjetivo a ser evaluado: la actitud mostrada por el alumno.

Ya centrados en la asignatura de álgebra lineal, durante este curso académico se incorporó a todos los cursos de primero la estrategia de trabajo cooperativo seguida en el grupo 1E el curso anterior. Es decir, se pretendía forzar a los alumnos a preparar en grupos la asignatura en su conjunto (no sólo los ejercicios de modelización). Sin embargo, la condicionalidad entre las notas de los miembros de cada grupo de 3 alumnos se suavizó bastante en relación a la estrategia seguida el curso anterior en el grupo 1E. Esta decisión se adoptó para evitar las tensiones vividas entre los miembros de algunos grupos en 1E el curso anterior. La fuerte condicionalidad entre notas provocó que la actitud pasiva de algunos alumnos afectara negativamente la nota de otros alumnos que sí se tomaban en serio la asignatura. Aunque la intención en el momento de forzar esa condicionalidad entre notas fue buena, lo cierto es que la realidad mostró el desacierto de la misma. Se buscaba motivar a los alumnos mejor preparados, y con más implicación en la asignatura, para que ayudaran a los alumnos menos preparados. Sin embargo, aunque en algunos grupos sí se dió tal circunstancia, en otros provocó un malestar innecesario y contraproducente. A nivel de conjunto, los resultados obtenidos en el 2003-04 por los alumnos del curso 1E en el segundo parcial se mantuvieron al mismo nivel en relación con el resultado obtenido por el resto de cursos en el primer parcial. Por lo tanto, a nivel de resultados académicos la experiencia resultó transparente.

Por este motivo, en el curso 2004-05 las notas de evaluación continua correspondientes al primer y al segundo parcial de los alumnos se calcularon ponderando con un 50 % la nota individual del alumno (obtenida a partir de las pruebas de evaluación continua realizadas por éste de forma individual), con un 30 % la actitud mostrada por el alumno durante el parcial, y con un 20 % la nota del grupo de 3 alumnos al cual pertenecía dicho alumno. Los grupos de 3 alumnos se formaron nuevamente sin imponer ninguna condición por parte del profesor.

Conviene tener presente que la nota final del tercer parcial se calculó tomando el máximo entre dos notas: el examen del tercer parcial realizado al final del parcial, y la nota obtenida

de ponderar con un 30 % la nota de evaluación continua del tercer parcial y un 70 % la nota del examen del tercer parcial. Esto se hizo de este modo para garantizar que los alumnos que en junio se presentaran a los 3 parciales (convocatoria oficial de junio) pudieran aspirar a la máxima nota sin ser penalizados por la evaluación continua. Por tanto, la evaluación continua en el tercer parcial sólo podía mejorar la nota del examen, pero en ningún caso empeorarla.

En referencia a la aplicación ALGTEC hay que remarcar que durante este curso se incorporó una base de datos que almacenaba información referente a los accesos realizados a ALGTEC por los alumnos (situación técnica consultada y fecha y duración del acceso), con el fin de disponer de más información de los alumnos potencialmente utilizable en el proceso evaluador de los mismos. Los detalles correspondientes a la versión de la aplicación ALGTEC disponible durante este curso pueden consultarse en [MARF04].

Durante este curso se crea también una nueva aplicación informática dirigida al alumno: APLICTEST. El objetivo de esta aplicación es el de orientar al alumno de forma individual durante la preparación de la asignatura por parte de éste. Es decir, se dota al alumno de una herramienta que, a través de la intraweb de la universidad, le ayuda a detectar los puntos del temario en los que debe hacer énfasis, ofreciéndole en cada momento los ejercicios apropiados que se adaptan a las necesidades particulares de cada alumno. La aplicación también ofrece al alumno gráficas y resultados que le permiten conocer con detalle su evolución. Por otro lado, el profesor puede consultar resultados y estadísticas correspondientes a un alumno, a un curso, o a todos los alumnos que han utilizado la aplicación. APLICTEST fue presentado en el congreso CIVE (Congreso Internacional Virtual de Educación) [MMV$^+$05] celebrado el 2005. Los detalles propios de APLICTEST son presentados en el punto 3.1.5.

Otro aspecto a destacar durante este curso fue la realización de las primeras pruebas dirigidas a evaluar a los alumnos de la asignatura aplicando modelos difusos del proceso evaluador. Conviene recordar que durante este curso ya se pretendía valorar en la nota de evaluación continua de cada parcial el interés mostrado por el alumno, y que en cursos anteriores ya se intentó incluir en el proceso evaluador la información subjetiva incluida en las listas de observación utilizadas por el profesor. Por este motivo, durante este curso se planteó la posibilidad de modelar el razonamiento subjetivo del profesor a la hora de evaluar cuando consideraba a lo largo del proceso evaluador información procedente del alumno que aludía a conceptos subjetivos difícilmente cuantificables desde un punto de vista evaluador tradicional. En el anexo N pueden consultarse los detalles de esta experiencia, que fue presentada en el 8th International Work-Conference on Artificial Neural Networks, IWANN 2005, celebrado en Barcelona, en la EPSVG (Escola Politècnica Superior de Vilanova i la Geltrú) y publicado posteriormente en la revista 'Lecture Notes in Computer Science' [MAMC05].

A modo de resumen, en la gráfica 3.2 se pueden observar los cambios más relevantes realizados a lo largo de estos últimos cursos sobre la metodología aplicada en la asignatura de álgebra lineal.

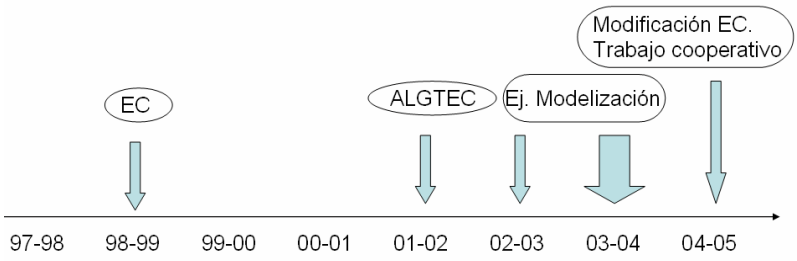


Figura 3.2: Evolución y cambios más relevantes introducidos en la metodología aplicada en la asignatura de álgebra lineal hasta el curso 2004-05

3.1.3. Aplicación ALGTEC

Como ya fue expuesto en la sección 3.1.2, en general, un alumno de Ingeniería de Telecomunicaciones suele ver la asignatura de álgebra lineal desvinculada del mundo real, y en la que aparecen conceptos que son abstractos y difícilmente aplicables en contextos técnicos. Esta visión de la asignatura por parte de los alumnos, que puede considerarse lógica al inicio del curso, debe ser rápidamente cambiada por el profesor.

Con el fin de cambiar esta percepción errónea de la asignatura por parte de los alumnos, se inició durante el curso 2001-02 una reforma metodológica importante. Este cambio se basó en algunas de las teorías pedagógicas contemporáneas ya expuestas en la sección 2.1 y que cuestionan la forma tradicional de impartir la clase en las aulas universitarias. Al mismo tiempo, y tomando como base estas teorías pedagógicas, se creó durante el curso 2001-02, en la sección de Teoría de la Señal del Departamento de Comunicaciones, la primera versión de la aplicación multimedia ALGTEC (ÁLGebra y TECnología). ALGTEC 1.0 se concibió con el objetivo fundamental de conseguir que el alumno viera el álgebra como una herramienta útil a la hora de analizar y solucionar problemas técnicos reales, y aumentar así su motivación hacia la asignatura. En [MMM$^+$02] se describe el diseño funcional de la interfaz de la versión 1.0, junto a los primeros ejemplos de situaciones técnicas resueltas aplicando conceptos algebraicos. Desde entonces, ALGTEC se ha ido ampliando constantemente hasta convertirse actualmente en un pilar muy importante de la metodología aplicada en la asignatura.

La versión 1.0 fue presentada en el año 2002 en formato local. Es decir, debía ser ejecutada desde un CD o disco duro, no estando accesible a través de Internet. Esta limitación suponía un serio problema ante posibles actualizaciones de la aplicación, y tampoco permitía recoger datos sobre el acceso a la misma por parte de los alumnos. Este hecho impedía conocer el grado de utilización y aceptación de ALGTEC entre el alumnado, así como la consulta de dichos datos para su posible utilización en el proceso evaluador de los alumnos. Además, ALGTEC 1.0 presentaba únicamente la resolución completa de seis situaciones técnicas, sin contemplar la posibilidad de que el usuario pudiera consultar los conceptos teóricos asociados. La usabilidad de la aplicación en sus orígenes tampoco fue un aspecto

especialmente considerado. Cuestiones como la sencillez de navegación y el diseño de las pantallas, entre otras, necesitaban ser mejoradas en la siguiente versión de la aplicación.

Desde su aparición ALGTEC ha sufrido varias ampliaciones y modificaciones hasta llegar a la versión 2.2 actual. Esta versión ha sido creada utilizando Authorware, Java y PHP como herramientas de programación. La aplicación, accesible vía Intranet por todos los alumnos de la asignatura previa validación de acceso a través del login y password correspondientes, cubre todas las necesidades apuntadas anteriormente y añade además nuevas funcionalidades de gestión. Entre éstas, destaca el control por parte del profesor de la activación/desactivación de las diferentes situaciones técnicas que pueden ser consultadas por los alumnos. De este modo, el profesor activa la situación técnica deseada después de que ésta haya sido trabajada previamente en clase.

Si hablamos del papel de ALGTEC dentro del esquema global de la asignatura, podemos decir que representa un eje fundamental en la metodología docente aplicada. Ésta intenta seguir las directrices apuntadas por las tendencias pedagógicas constructivistas que fueron presentadas en la sección 2.1. Tal y como afirma Joan Gomez en [Góm00], *la capacidad de usar un concepto matemático engloba algo más que conocimientos simples de este concepto. Saber hacer un cálculo no es garantía de que se sepa decidir en qué situaciones se necesita realizar éste, o decidir la manera como un resultado se puede usar una vez que ha sido obtenido.* Con la metodología aplicada se intenta potenciar la capacidad del alumno para enlazar teoría y práctica, destacando los aspectos epistemológicos.

De forma muy resumida puede decirse que la metodología seguida en la asignatura presenta dos partes claramente definidas. Por un lado, el profesor expone en clase los conceptos teóricos propios de la asignatura, mientras que por el otro propone a los alumnos varias situaciones técnicas para que las analicen e intenten interpretar o modelar algebraicamente. Algunas de éstas son estudiadas en clase con la ayuda de la aplicación ALGTEC y del profesor, mientras que otras son propuestas para que los alumnos, en grupos y de forma cooperativa, las analicen y modelen de la forma que consideren más acertada. Como G. Polya afirma (citado en [Góm00]), *Enseñar bien es ayudar a descubrir aquello que se quiere transmitir.* El objetivo perseguido con este tipo de problemas es transmitir la habilidad de conectar los conceptos algebraicos con situaciones propias de la ingeniería, de forma que sean los propios alumnos quienes descubran por sí mismos cómo llevar a cabo esa conexión. El papel de ALGTEC en la metodología aplicada es fundamental puesto que demuestra a los alumnos que es posible la conexión entre 'mundo técnico' y 'mundo algebraico', al mismo tiempo que les sirve de referencia constante cuando se enfrentan a nuevas situaciones técnicas diferentes a las presentadas en la aplicación.

Un paseo por ALGTEC 2.2

En este punto se presentan las funcionalidades que integra ALGTEC 2.2, y una breve descripción de cada una de las situaciones técnicas analizadas, indicando los conceptos algebraicos que sustentan el modelado propuesto del problema.

La primera pantalla de ALGTEC 2.2 nos presenta un menú con tres opciones (ver figura

Figura 3.3: Pantalla de inicio de ALGTEC

3.3):

La primera opción *'Presentación de ALGTEC'* introduce al usuario en la aplicación. Es una presentación de ALGTEC en la que se ofrece información de cómo moverse por la aplicación y de los contenidos que pueden encontrarse en ella. Dicha información está disponible también en audio para mayor comodidad del usuario. La segunda opción *'Conceptos teóricos'* ofrece al alumno la posibilidad de acceder a una breve explicación de todos los conceptos algebraicos que aparecen en el temario de la asignatura. Sin embargo, es la tercera opción *'Aplicaciones del álgebra lineal en el mundo de la ingeniería'*, la que ofrece al alumno las prestaciones más interesantes. A través de esta opción puede acceder a varias situaciones técnicas que son analizadas con detalle desde un punto de vista algebraico.

En cada una de las situaciones técnicas presentadas aparecen tres nuevas opciones (ver figura 3.4):

En la opción *'Repaso de conceptos algebraicos asociados'* el alumno puede acceder a una breve explicación de cada uno de los conceptos algebraicos relacionados con la resolución de la situación técnica planteada. En la segunda opción *'Presentación de la explicación'* es donde se expone el análisis algebraico del problema. La situación presentada se modela algebraicamente, se resuelve posteriormente aplicando conceptos algebraicos vistos en clase y finalmente se muestra la interpretación del resultado volviendo de nuevo al contexto real. Esta exposición se presenta de manera que el alumno puede avanzar, retroceder o repetir partes de la misma cuantas veces desee.

Finalmente, con la tercera opción *'Experimentar con los conceptos asociados'* el alumno accede a un módulo de experimentación que le permite hacer pruebas relacionadas con la explicación anterior. De este modo puede validar sus razonamientos y confirmar que ha entendido correctamente la explicación expuesta.

Figura 3.4: Menú con las 3 opciones disponibles en cada ejemplo desarrollado en ALGTEC

Es importante destacar que ALGTEC presenta dos interficies distintas en función del perfil de usuario que acceda a la aplicación: alumno o profesor. El alumno puede acceder a los resúmenes teóricos que aparecen en ALGTEC y a todas las situaciones técnicas analizadas en la aplicación que hayan sido autorizadas por el profesor. Por su parte, el profesor está autorizado para definir el conjunto de explicaciones de ALGTEC a las que puede acceder el alumno, y puede también acceder a la base de datos que contiene información relacionada con las visitas de los alumnos a la aplicación. Esta base de datos almacena fechas de acceso, secciones de ALGTEC por las cuales se ha pasado, tiempo de permanencia en cada sección y dirección IP desde la que se ha accedido. Así, el profesor puede analizar las visitas realizadas a ALGTEC por un alumno concreto en un determinado margen temporal, puede también estudiar la secuencia de visitas de dicho alumno a una zona concreta de la aplicación, o bien estudiar el grado de utilización global de ALGTEC por parte de todos los alumnos detectando, por ejemplo, los bloques más visitados o los que menos interés despiertan en ellos.

Finalmente, añadir que la aplicación ALGTEC se presenta en catalán y castellano, aunque se ha programado para facilitar su ampliación a otros idiomas.

Veamos a continuación, de forma breve, cada uno de los problemas modelados en ALGTEC. No se pretende entrar con detalle en cada uno de ellos, sino presentarlos brevemente y exponer los motivos que los hacen interesantes en el momento del curso en que son presentados en clase. Si se desea profundizar en alguno de ellos puede consultarse la aplicación en *http://serpens.salleurl.edu/algtec* accediendo con login y password *'invitado'*. El orden de aparición en este apartado se ha hecho coincidir con el de exposición en clase a los alumnos. Existen 4 problemas que se modelan con herramientas y conceptos correspondientes

al primer parcial, 3 problemas con herramientas del segundo, y 2 problemas modelados con herramientas del tercer parcial. Conviene recordar que en el segundo y tercer parcial los alumnos dedican algunas horas de clase a trabajar sobre nuevos problemas técnicos que deben ser modelados por ellos. Por este motivo el número de problemas modelados en ALGTEC en estos parciales es inferior.

Detección de movimiento. El problema presentado con este título refleja cómo la resta de matrices puede utilizarse para detectar si se ha producido o no movimiento en una escena, partiendo de imágenes consecutivas de la misma, y siempre y cuando la iluminación de dicha escena sea uniforme y controlada.

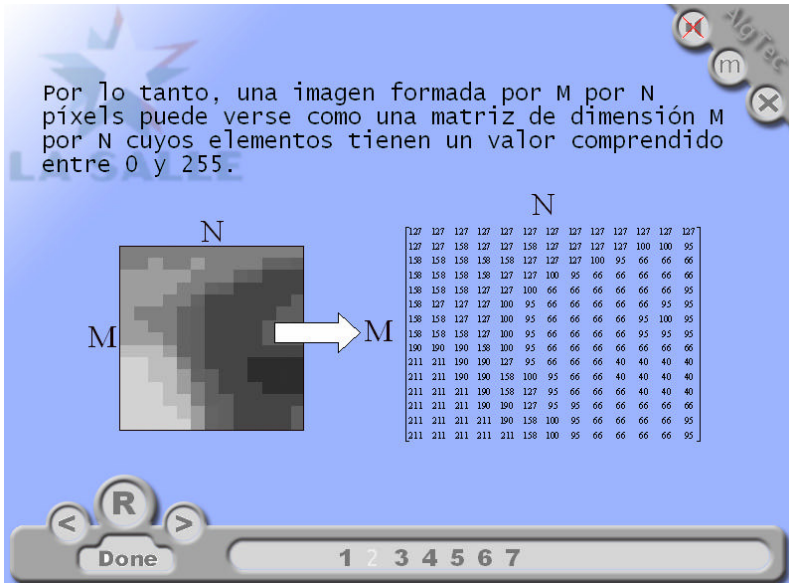
La exposición de esta situación técnica se inicia introduciendo al alumno en el mundo de la imagen digital. Para facilitar las explicaciones se muestran imágenes en blanco y negro. Estas imágenes, tras ser digitalizadas, son almacenadas en el ordenador en una matriz $A \in M_{mxn}$, donde 'm' hace referencia al número de filas y 'n' al número de columnas. En cada posición (i,j) de dicha matriz se almacena un valor numérico que corresponde al valor de nivel de gris del pixel que ocupa la misma posición en el espacio. Una secuencia de imágenes digitales consistirá, pues, en una secuencia de K matrices $A_i \in M_{mxn}$, donde $i \in \{1, ..., k\}$.

En este contexto, para saber si se ha producido movimiento basta comparar dos imágenes consecutivas. Una forma sencilla de hacer esta comparación es realizando la resta entre las matrices correspondientes $R = A_i - A_{i-1}$ y comprobando después si el resultado obtenido presenta valores diferentes a cero. En la práctica pueden producirse ligeras variaciones de nivel de gris en pixels de la imagen en los que no ha habido movimiento, debido a ruidos o errores de precisión de los sensores de la cámara que captan la imagen. Por ese motivo, en la exposición se propone suponer que existe movimiento en aquellas posiciones de la matriz en las que aparezcan valores superiores, en valor absoluto, a un umbral prefijado. Es decir, si $|r_{ij}| > umbral \Rightarrow$ hay movimiento, donde r_{ij} hace referencia a cada uno de los elementos que forman la matriz R.

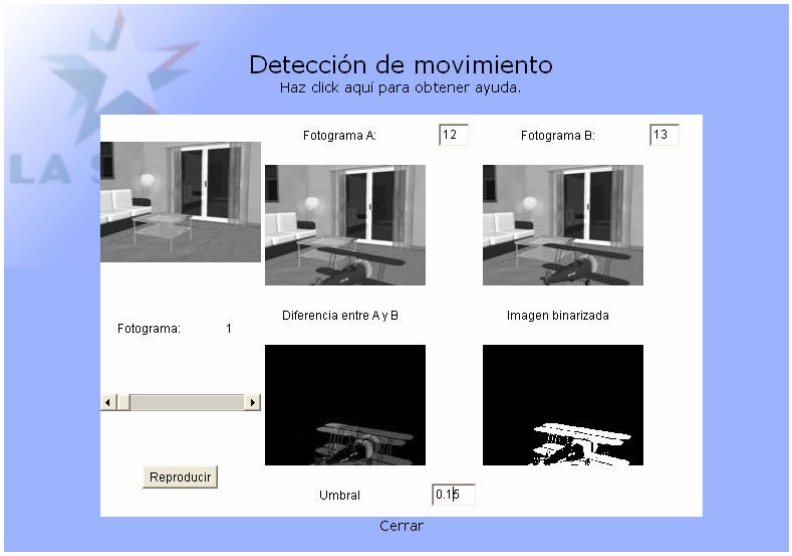
La exposición correspondiente a este ejemplo de aplicación de conceptos algebraicos en el mundo del procesado digital de imagen es acompañada por un módulo de experimentación en el que los alumnos pueden seleccionar dos imágenes correspondientes a una secuencia, visualizar la resta entre ambas y binarizar la imagen final utilizando un umbral previamente fijado por éstos. La figura 3.5 muestra dos pantallas (una perteneciente a la parte expositiva y la otra correspondiente al módulo de experimentación) que aparecen en ALGTEC cuando el usuario selecciona el ejemplo titulado 'detección de movimiento'.

Este primer ejemplo es expuesto en clase durante la primera semana, con el objetivo de presentar el álgebra desde el primer momento como una herramienta utilizable en contextos técnicos.

El álgebra lineal aplicada al cifrado de mensajes. En la exposición correspondiente a este ejemplo de aplicación, se plantea al alumno una forma sencilla de codificar un mensaje de texto para evitar que sea leído por alguna persona no autorizada. Tras realizar la



(a) Pantalla perteneciente a la exposición



(b) Pantalla perteneciente al módulo de experimentación

Figura 3.5: Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Detección de movimiento'

traducción directa a número de cada uno de los caracteres que forman el mensaje, siguiendo la tabla ASCII, se propone al alumno separar dicha secuencia de números en grupos de, por ejemplo, tres. Así, cada uno de los grupos formados puede verse como un vector $\vec{x_i} \in \Re^3$. Con todos los vectores $\vec{x_i}$ formados puede generarse la matriz M colocando dichos vectores en orden de forma que constituyan las columnas de M. Esta matriz representa el mensaje a encriptar.

Tomemos ahora una matriz $C \in M_{3x3}$ tal que exista su matriz inversa $C^{-1} \in M_{3x3}$. Para encriptar el mensaje de forma sencilla bastará con multiplicar la matriz del mensaje M por la matriz C de cifrado. Las columnas de la matriz $M^{'} = C \cdot M$ corresponderan al mensaje cifrado. Para descifrar el mensaje sólo hay que multiplicar la matriz correspondiente al mensaje cifrado $M^{'}$ por la matriz inversa C^{-1}, obteniendo como resultado nuevamente la matriz $M = C^{-1} \cdot M^{'}$ original que contiene los números correspondientes a los códigos ASCII del mensaje original.

En el módulo de experimentación asociado a este ejemplo el alumno puede modificar las matrices de cifrado, descifrado y el mensaje a cifrar, y observar la secuencia de números correspondientes al mensaje sin cifrar, cifrado y descifrado.

Este ejemplo práctico es presentado en clase también durante los primeros días del curso con el mismo objetivo ya indicado en el ejemplo anterior: mostrar el álgebra como una herramienta aplicable, con el fin de trabajar, desde el primer momento, la motivación intrínseca de los alumnos.

Es importante destacar que este mismo ejemplo puede explicarse más adelante como una aplicación práctica del concepto de cambio de base, ya que la matriz C presentada puede ser interpretada como una matriz de cambio de base, de la base canónica de $\Re^3$ a una nueva base B.

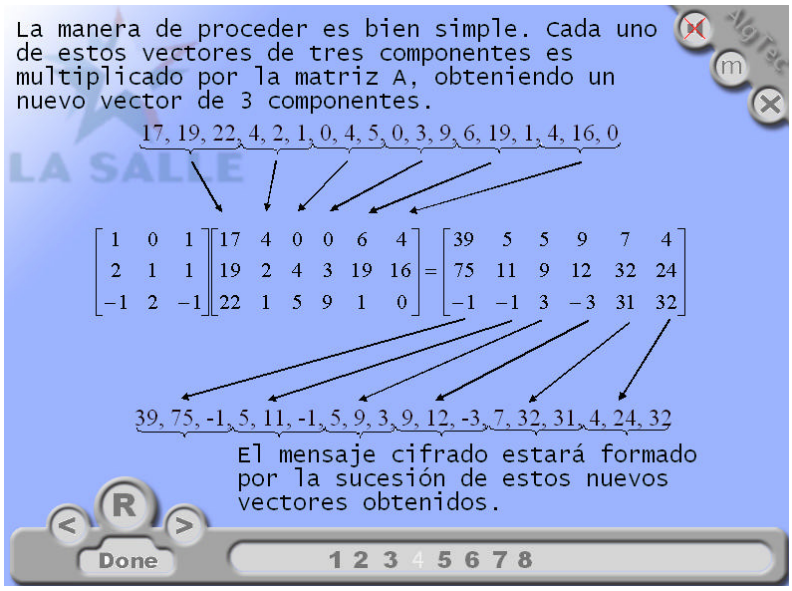
En la figura 3.6 pueden observarse dos pantallas pertenecientes a este ejemplo.

Generación de movimiento realizando combinaciones lineales de vectores. Esta nueva aplicación se plantea en clase tras exponer a los alumnos el concepto de dependencia e independencia lineal de vectores. En este ejemplo, se propone al alumno generar diferentes posiciones de un objeto 3D definido por los puntos que lo forman, partiendo de un número pequeño de posiciones fijas de ese mismo objeto. La idea principal es observar que dicho objeto puede representarse con una matriz de 3 filas y N columnas, donde N corresponde al número de puntos total que definen el objeto, y donde cada columna representa las coordenadas *x,y,z* de cada uno de los puntos. Así, si las matrices P_1, P_2, P_3 y P_4 representan 4 posiciones fijas diferentes de un objeto, la combinación lineal

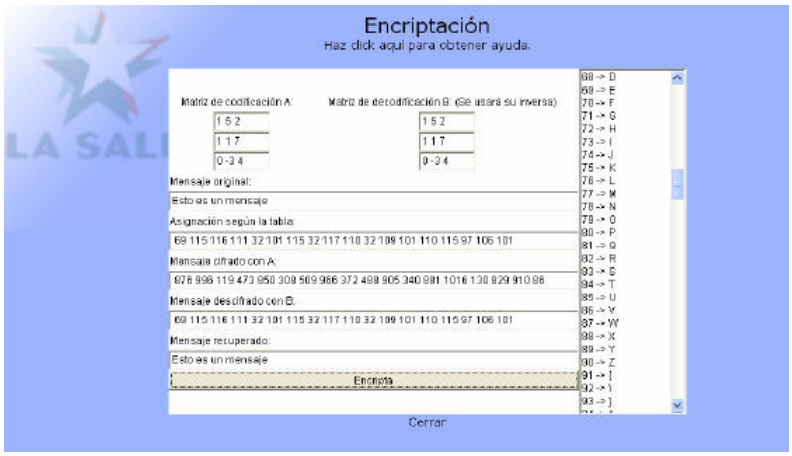
$$P = \lambda_1 \cdot P_1 + \lambda_2 \cdot P_2 + \lambda_3 \cdot P_3 + \lambda_4 \cdot P_4$$

corresponderá a una nueva posición de dicho objeto que dependerá del valor de los parámetros λ_i escogidos, donde $\sum \lambda_i = 1$.

En el módulo de experimentación asociado a esta aplicación el alumno puede seleccionar entre dos elementos diferentes (una cara y una mano) y modificar los parámetros λ_i que



(a) Pantalla perteneciente a la exposición



(b) Pantalla perteneciente al módulo de experimentación

Figura 3.6: Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Cifrado de mensajes'

multiplican a cada una de las matrices que representan posiciones fijas de dichos cuerpos. Dicha modificación se realiza fácilmente desplazando con el ratón los controles que aparecen en la pantalla, y la aplicación muestra también en pantalla la nueva posición generada.

En la figura 3.7 se muestran dos pantallas pertenecientes a este ejemplo.

Compresión de información aplicando cambios de base. Este ejemplo de aplicación es presentado en clase después de abordar el concepto de cambio de base. La situación planteada propone disminuir el espacio necesario para almacenar un fichero de audio que ha sido digitalizado utilizando una frecuencia de muestreo bastante superior a la necesaria. En este ejemplo se plantea reducir la redundancia aplicando un cambio de base. Para ello, las muestras que forman el fichero de audio a comprimir son agrupadas de 3 en 3 (se hace así para poder visualizar en el espacio cada uno de estos vectores y extraer posteriormente algunas conclusiones) y son interpretadas como vectores $\vec{x_i} \in \Re^3$ expresados en base canónica. Con el fin de almacenar menos componentes de cada vector se plantea cambiar de base todos estos vectores, y expresarlos en una nueva base B formada por 3 nuevos vectores, ortogonales entre sí, entre los cuales aparezca el vector $(1, 1, 1)$, que apunta en la dirección apuntada (de forma aproximada) por la mayoría de vectores (debido al sobremuestreo). Así, si cada vector $\vec{x_i}$ es expresado en la base B, y suponiendo que el primer vector de dicha base es el vector $(1, 1, 1)$, obtendremos una nueva representación de dichos vectores en la cual la primera componente es muy superior a las otras dos por lo que, asumiendo unas pérdidas mínimas, podemos almacenar sólo la primera de las componentes y aproximar a cero las otras dos. De este modo, el fichero comprimido estaría compuesto por la primera componente de cada vector en esta nueva base, por lo que ocuparía una tercera parte de lo que ocupaba el fichero original.

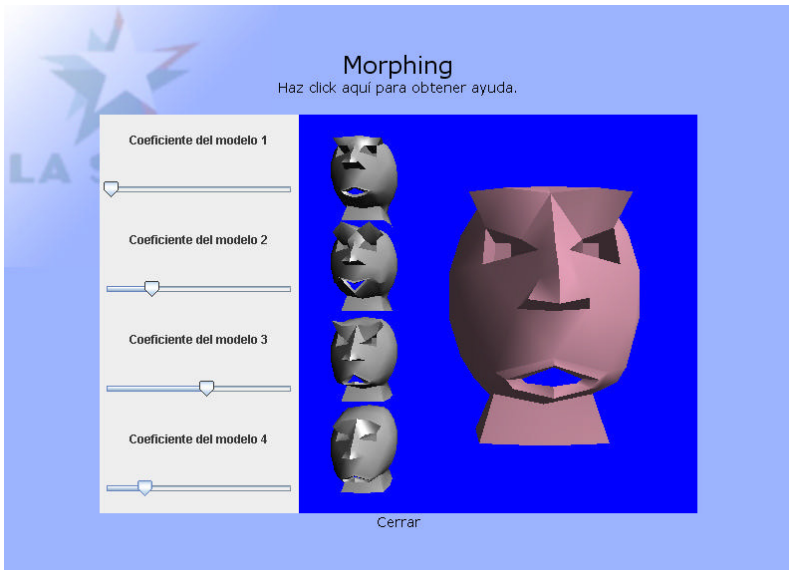
Evidentemente, para volver a escuchar el fichero hay que descomprimirlo previamente. El proceso de descompresión consiste en tomar cada una de las componentes almacenadas, añadir dos ceros para formar un vector de $\Re^3$ e interpretarlo como vector expresado en la base B. Posteriormente se realiza el cambio de base inverso, de base B a base canónica de $\Re^3$ y se colocan ordenados nuevamente los vectores obtenidos.

En el módulo de experimentación asociado a este ejemplo los alumnos pueden elegir los vectores que componen la nueva base, y escuchar un fichero de audio antes y después de comprimirlo. La figura 3.8 muestra dos pantallas de ALGTEC asociadas a la exposición y al módulo de experimentación respectivamente.

Es importante destacar que en la misma sesión en la que esta aplicación es presentada a los alumnos, se expone también la misma idea aplicada a la compresión de imágenes digitales. Como ejemplo se presenta el formato de compresión de imágenes JPG, en el que la aplicación de un cambio de base permite rebajar considerablemente el tamaño de un fichero de imagen sin que, aparentemente se produzcan pérdidas en la imagen[2]. En el anexo B pueden consultarse las transparencias que se proyectan en la clase, asociadas a este nuevo ejemplo. Dichas transparencias son complementadas con la proyección de la función *dctdemo*

[2]Realmente se produce una pérdida de información pero la sensibilidad del ojo humano no permite apreciar dicha pérdida.

(a) Pantalla perteneciente a la exposición



(b) Pantalla perteneciente al módulo de experimentación

Figura 3.7: Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Generación de movimiento a partir de combinaciones lineales'

de Matlab (versión 6.5), que permite al alumno seleccionar el nivel de compresión deseado y visualizar los efectos en la imagen de la selección realizada.

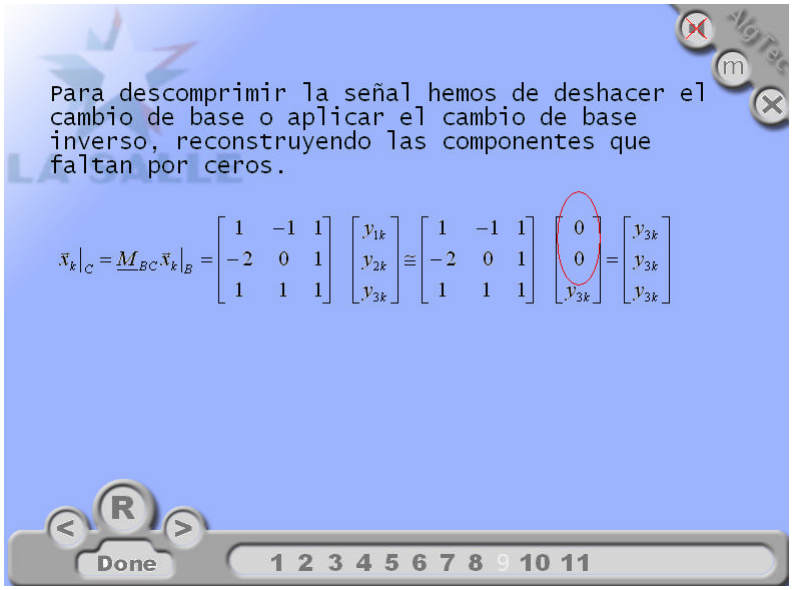
El álgebra lineal en el mundo de los gráficos por ordenador. Esta aplicación se expone en clase cuando el tema 4 correspondiente al estudio de las aplicaciones lineales ya ha sido completado. Se plantea la necesidad de girar, desplazar o escalar diferentes objetos en 2 o 3 dimensiones, y para ello se vuelve a representar en forma matricial el objeto a tratar. Como ya se vió en el ejemplo práctico titulado 'Generación de movimiento realizando combinaciones lineales de vectores', los objetos definidos por los puntos que los forman pueden representarse matricialmente colocando las coordenadas de dichos puntos en cada una de las columnas de dicha matriz. Se trata, por tanto, de obtener la nueva posición del objeto multiplicando éste por la matriz asociada a la aplicación lineal correspondiente a la transformación que se desea realizar. Es decir, si la matriz O representa al objeto en su posición original y la matriz T representa la transformación a realizar, la nueva posición del objeto se calculará del siguiente modo: $O_n = T \cdot O$.

A lo largo de la exposición se presentan las matrices asociadas a cada una de las transformaciones indicadas. Posteriormente se plantea la necesidad de hacer varias transformaciones seguidas, por lo que aparece el concepto de composición de aplicaciones lineales. Calculando la composición de las aplicaciones correspondientes se obtiene una nueva aplicación que realiza de forma más eficiente las transformaciones deseadas. Así, si se aplica a un objeto una rotación (R) y posteriormente un escalado (E), la matriz C asociada a la composición de ambas transformaciones serà: $C = E \cdot R$.

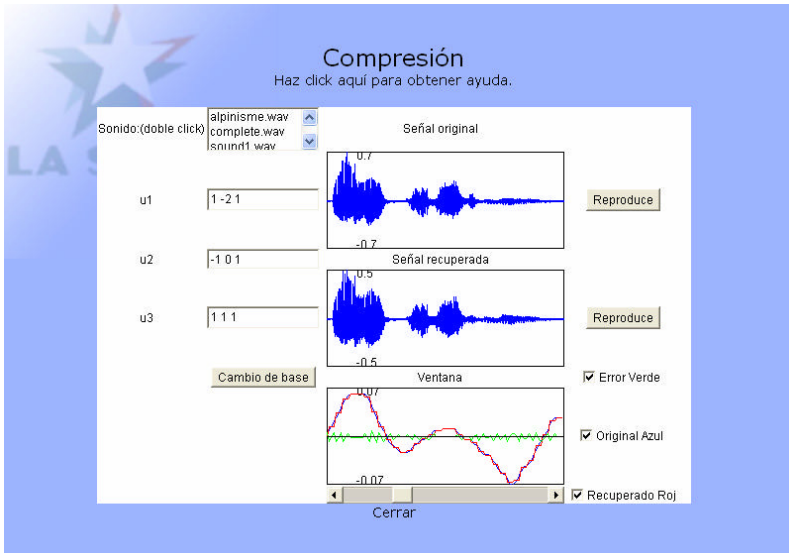
En el módulo de experimentación asociado los alumnos pueden seleccionar diferentes objetos y aplicarles diferentes transformaciones de las citadas con anterioridad. En pantalla aparece la matriz asociada a la transformación que se realiza en cada instante, la matriz correspondiente a la composición de todas las transformaciones realizadas al objeto hasta ese momento, y la nueva posición del objeto dibujada en 3 dimensiones (ver figura 3.9).

Generación de sombras en objetos 3D. Esta nueva aplicación se presenta al alumno una semana después que la aplicación titulada 'El álgebra lineal en el mundo de los gráficos por ordenador'. Se basa exactamente en los mismos conceptos algebraicos que ésta, y lo único que cambia es la transformación a realizar sobre los objetos. En este caso, se persigue proyectar la sombra de un objeto sobre el plano del suelo. En la exposición correspondiente se propone obtener la matriz asociada a la transformación que proyecta la sombra, a partir de la composición de dos transformaciones independientes. El hilo argumental de la explicación es, por tanto, muy similar al seguido en el ejemplo presentado la semana anterior.

En el módulo de experimentación los alumnos pueden seleccionar la dirección de la que proceden los rayos de luz (ángulo acimutal), manteniendo constante el ángulo con el suelo (cenital o de elevación). Éstos pueden variar a través de los cursores del teclado la dirección de los rayos de luz, y en pantalla se actualiza en tiempo real la nueva sombra proyectada. Además, se ha añadido a dicho módulo la posibilidad de combinar este ejemplo de aplicación con otro ya visto en clase con anterioridad: 'Generación de movimiento realizando

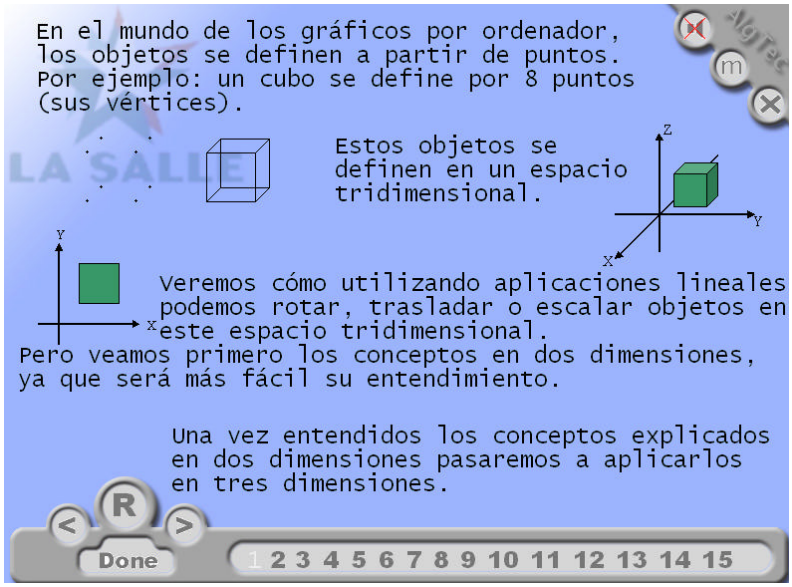


(a) Pantalla perteneciente a la exposición

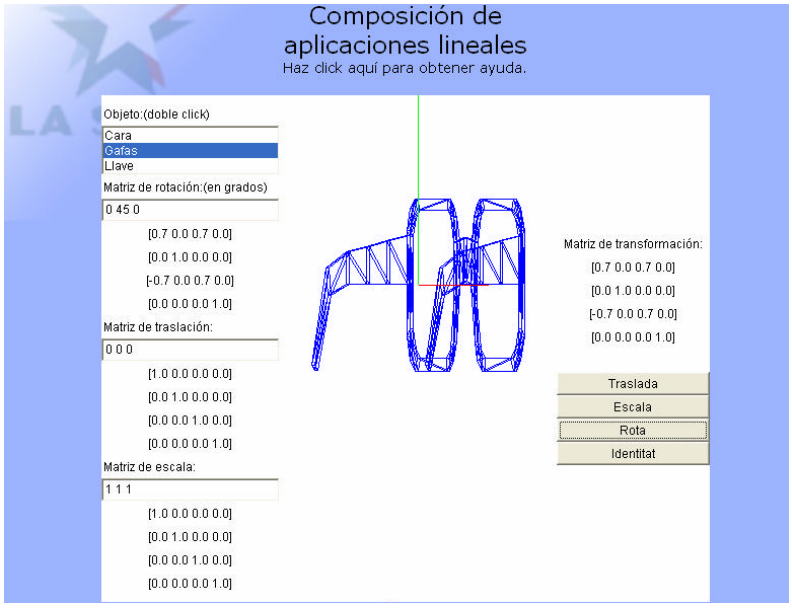


(b) Pantalla perteneciente al módulo de experimentación

Figura 3.8: Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Compresión de información aplicando cambios de base'



(a) Pantalla perteneciente a la exposición



(b) Pantalla perteneciente al módulo de experimentación

Figura 3.9: Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'El álgebra lineal en el mundo de los gráficos por ordenador'

combinaciones lineales de vectores'. Es decir, el alumno puede modificar la posición de un objeto generando esta nueva posición como una combinación lineal de posiciones fijas de ese mismo objeto, y a continuación ver proyectada sobre el suelo la sombra del objeto en esa nueva posición (ver figura 3.10).

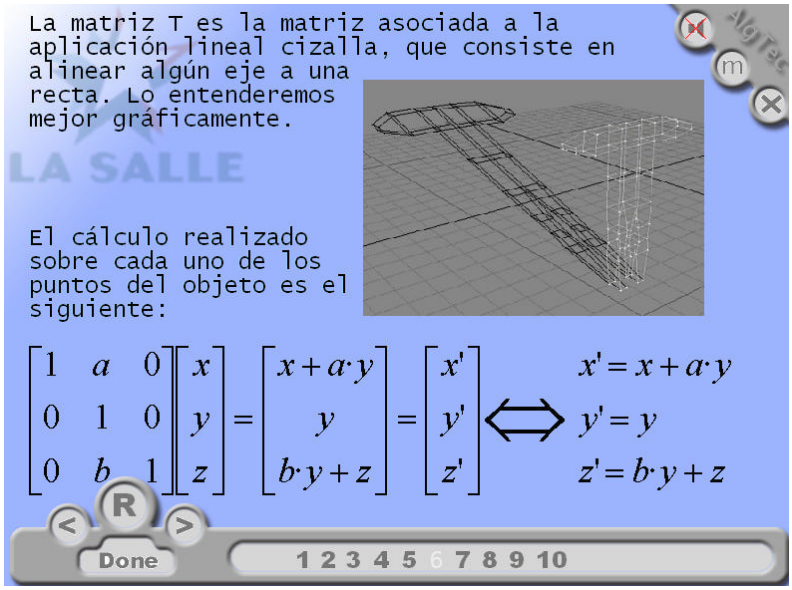
Aplicación de la diagonalización de matrices en un estudio de mercado. Este ejemplo es expuesto en clase tras acabar el tema 5 que trata la diagonalización de endomorfismos. En este caso se plantea una situación en la que 3 empresas ofrecen el mismo producto a un número constante de clientes. Al final de cada periodo de estudio se producen transiciones de clientes entre las empresas. En el ejercicio planteado se supone que dichas transiciones son fijas al final de cada periodo, y se asume también que todos los clientes reciben suministro de alguna de las empresas. El objetivo del ejercicio es analizar cómo evolucionará el mercado en el futuro y cuál será, en caso de producirse, el estado estable final. Es decir, cómo quedarían repartidos los clientes entre las 3 empresas en caso de existir un estado estable al final.

La situación presentada en este ejercicio puede modelarse fácilmente con una matriz de transiciones, que nos permita conocer el nuevo estado del mercado a partir del estado actual. Esa matriz está formada por los datos correspondientes a las transiciones entre empresas al final de cada periodo. El objetivo de este ejercicio es mostrar al alumno que la diagonalización de esa matriz y su posterior análisis permite extraer la información que buscamos. Si denominamos A a la matriz que modela las transiciones, sabemos que el estado del mercado, transcurrido el primer periodo, se calculará del siguiente modo: $\vec{x_1} = A \cdot \vec{x_0}$ donde $\vec{x_1}$ corresponde al estado del mercado al final del primer periodo y $\vec{x_0}$ representa el estado inicial[3]. El estado del mercado transcurrido el segundo periodo se calcularía $\vec{x_2} = A \cdot \vec{x_1} = A^2 \cdot \vec{x_0}$. Así, el estado del mercado transcurrido el periodo 'i' se calcularía del siguiente modo: $\vec{x_i} = A^i \cdot \vec{x_0}$.

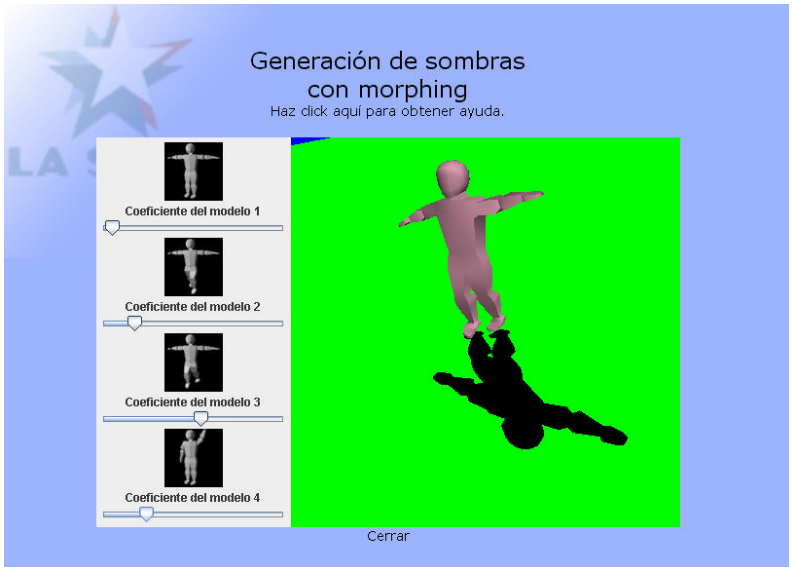
Si se diagonaliza la matriz A y se expresa como $A = P \cdot D \cdot P^{-1}$, el cálculo anterior puede simplificarse de este modo: $\vec{x_i} = P \cdot D^i \cdot P^{-1} \cdot \vec{x_0}$, donde D^i se obtiene fácilmente elevando cada valor propio de la diagonal de la matriz al valor 'i'. Ahora resulta fácil ver que cuando 'i' tienda a infinito, la matriz D^i tenderá a la matriz nula si todos los valores propios que la forman son, en módulo, inferiores a 1. En nuestro caso, dos valores propios son inferiores a 1 en módulo, pero el tercero toma el valor 1, por lo que el vector propio asociado a este valor propio representará el estado estable del mercado. De todos los vectores propios asociados al valor propio 1 se selecciona aquel cuya suma de términos es 1, ya que es el que tiene una interpretación coherente en el contexto real planteado.

El módulo de experimentación asociado a este ejemplo permite al alumno seleccionar el estado inicial del mercado y ver la evolución de éste tras el número de periodos deseado. En pantalla aparece calculado el vector propio asociado al valor propio 1 de la matriz de transiciones utilizada, y el alumno puede observar en una gráfica que, cuando el número de periodos aumenta, el estado del mercado tiende a dicho vector propio.

[3]Cada componente del vector $\vec{x}$ corresponde al tanto por uno de los clientes que reciben el producto de cada una de las empresas



(a) Pantalla perteneciente a la exposición



(b) Pantalla perteneciente al módulo de experimentación

Figura 3.10: Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Generación de sombras'

En la figura 3.11 se muestran dos pantallas de ALGTEC correspondientes a este ejemplo de aplicación.

Aproximación por mínimos cuadrados. Este ejemplo exige que el alumno ya haya estudiado los conceptos de producto escalar y de proyección de un vector sobre un subespacio de dimensión inferior. Por tanto, es mostrado a los alumnos en la última parte del curso ya que estos conceptos se estudian en el tercer parcial. Se presenta una situación en la que disponemos, por ejemplo, de varias medidas de la resistencia que ofrece un resistor a diferentes temperaturas, tomadas en el laboratorio. Tras observar que el comportamiento es bastante lineal, se plantea la posibilidad de no almacenar todas las muestras obtenidas sino la ecuación de la recta $\hat{y}_i = a \cdot x_i + b$ ($i \in \{1, ...n\}$, siendo n el número total de puntos conocidos) que mejor se aproxima a todas esas muestras. En el ejercicio se consideran varias muestras conocidas (x_i, y_i), donde x_i representa la temperatura e y_i representa el valor óhmico medido a esa temperatura. El valor $\hat{y}_i$ hace referencia al valor que toma la recta de aproximación para el valor de abcisa x_i.

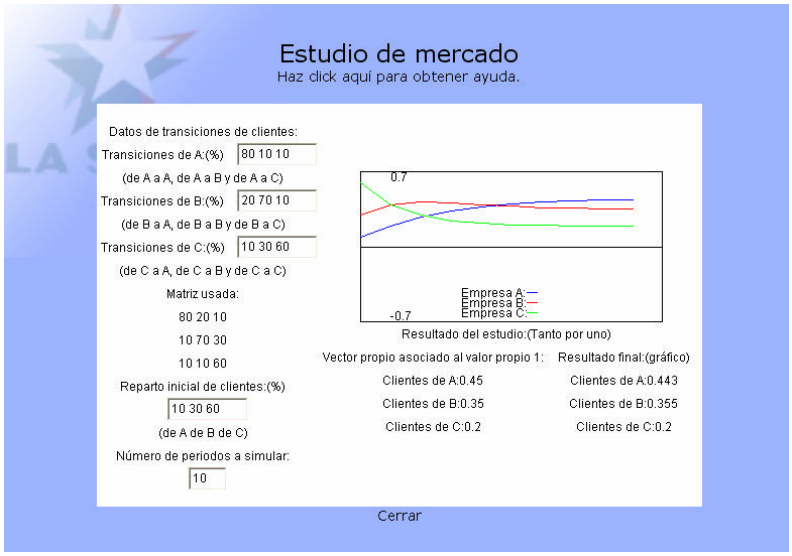
Es evidente que para calcular la recta que mejor se aproxima a los puntos conocidos debe determinarse el criterio que va a ser utilizado para dedicir si una recta se considera mejor aproximación que otra. En este ejemplo, el error que debe minimizarse es definido del siguiente modo: $e = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$ donde el subíndice 'i' hace referencia a cada uno de los puntos conocidos.

A lo largo de la exposición en ALGTEC se ofrece una visión algebraica del problema, en la que finalmente se acaba buscando la mejor aproximación, siguiendo el criterio de mínimos cuadrados, de un vector $\vec{y} \in \Re^n$, donde $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3 ... y_n)$, sobre el subespacio vectorial de dimensión 2 engendrado por los vectores $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, ...x_n)$ y $\vec{1} = (1, 1, 1..,1)$ ambos pertenecientes a $\Re^n$. En el ejemplo, el parámetro 'n' indica el número de puntos (x_i, y_i) conocidos. Para obtener el vector $\hat{\vec{y}}$ se aplica el proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt a partir de los vectores $\vec{x}$ y $\vec{1}$ y se proyecta después el vector original $\vec{y}$ sobre los vectores ortogonales obtenidos. Finalmente, los parámetros a y b que definen la recta de aproximación buscada son calculados a partir de la expresión $\hat{\vec{y}} = a \cdot \vec{x} + b \cdot \vec{1}$, o realizando un cambio de base ya que conocemos las componentes del vector $\hat{\vec{y}}$ en la base ortogonal obtenida tras aplicar Gram-Schmidt, y los parámetros a y b buscados son las componentes del mismo vector en la base formada por los vectores $\vec{x}$ y $\vec{1}$.

Al final de la explicación se plantea en clase la posibilidad de aproximar los puntos conocidos por un polinomio de grado superior a 1. Tras la exposición realizada, los alumnos comprenden que el planteamiento sería idéntico, salvo que en la nueva situación el vector original $\vec{y}$ debería proyectarse sobre un subespacio de dimensión superior, del que conoceríamos los vectores generadores. Por ejemplo, en el caso de querer aproximar por una parábola, dicho vector debería proyectarse sobre el subespacio engendrado por los vectores $\vec{x^2} = (x_1^2, x_2^2, ...x_n^2)$, $\vec{x} = (x_1, x_2, ...x_n)$ y $\vec{1} = (1, 1, .., 1)$.

En el módulo de experimentación asociado los alumnos pueden definir varios puntos conocidos, y obtener el polinomio del grado seleccionado que mejor aproxima dichos puntos. Además pueden comparar la norma del error obtenido al utilizar la aproximación calculada,

(a) Pantalla perteneciente a la exposición



(b) Pantalla perteneciente al módulo de experimentación

Figura 3.11: Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Aplicación de la diagonalización de matrices en un estudio de mercado'

con la obtenida al utilizar como aproximación cualquier otro polinomio definido por ellos. Confirman, de este modo, que el polinomio calculado de la manera expuesta es el que consigue minimizar el error (ver figura 3.12).

Diseño del diagrama de bloques de un demodulador QPSK. Con la proyección en clase de este ejemplo de aplicación el alumno comprueba que las herramientas algebraicas también pueden aplicarse en el mundo de las comunicaciones digitales. En primer lugar se expone la necesidad de modular la información binaria que desea ser transmitida a través de un canal de transmisión. De todas las modulaciones digitales disponibles, la explicación se centra en las modulaciones de fase. El ejemplo que se presenta utiliza la modulación QPSK. El objetivo perseguido es el diseño del diagrama de bloques del sistema receptor que recibirá la señal transmitida, de forma que reconozca debidamente la información enviada por el emisor. En el ejemplo se asume que el problema del sincronismo entre emisor y receptor está solucionado. Para profundizar en los detalles referentes a la modulación QPSK puede consultarse [Skl01].

Las señales (símbolos) que proceden del emisor se generan a partir de una combinación lineal de dos señales: $cos(\omega_0 t)$ y $sen(\omega_0 t)$, donde ω_0 representa la pulsación de la señal portadora. Es decir, $s_i(t) = A \cdot cos(\omega_0 t) + B \cdot sen(\omega_0 t)$, donde $s_i(t)$ representa uno de los 4 símbolos posibles que pueden enviarse desde el emisor. En el ejemplo presentado, los coeficientes A y B pueden tomar dos valores diferentes, 1 o -1, según el símbolo enviado. Así, podemos enviar 4 símbolos distintos, y cada uno de ellos representa el envío de 2 bits: 00, 01, 10 o 11.

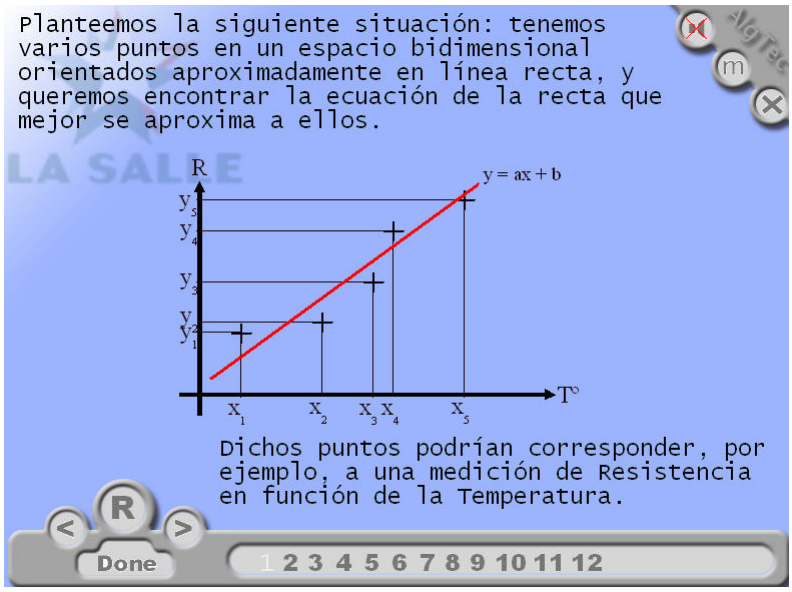
Cuando la señal $s_i(t)$ enviada desde el emisor atraviesa el canal de transmisión, queda alterada por éste, debido al ruido, interferencias y otros posibles efectos que se dan en el mismo. Por este motivo, la señal que llega al receptor ya no es $s_i(t)$, sino $s'_i(t)$. El receptor, a partir de $s'_i(t)$ debe ser capaz de deducir cuál fue la señal $s_i(t)$ transmitida realmente (ver figura 3.13).

A lo largo de la exposición se va planteando el problema en términos algebraicos. El símbolo que es enviado desde el emisor es generado a partir de la base ortogonal B formada por las señales $cos(\omega_0 t)$ y $sen(\omega_0 t)$. Es decir, el símbolo emitido pertenece al subespacio engendrado por la base B ($s_i(t) \in < B >$). La señal recibida $s'_i(t)$, en general, no pertenece a $< B >$, pero podemos proyectarla sobre dicho subespacio para encontrar la mejor aproximación de $s'_i(t)$ sobre el mismo. Dicha aproximación la denominaremos $\hat{s_i}'(t)$.

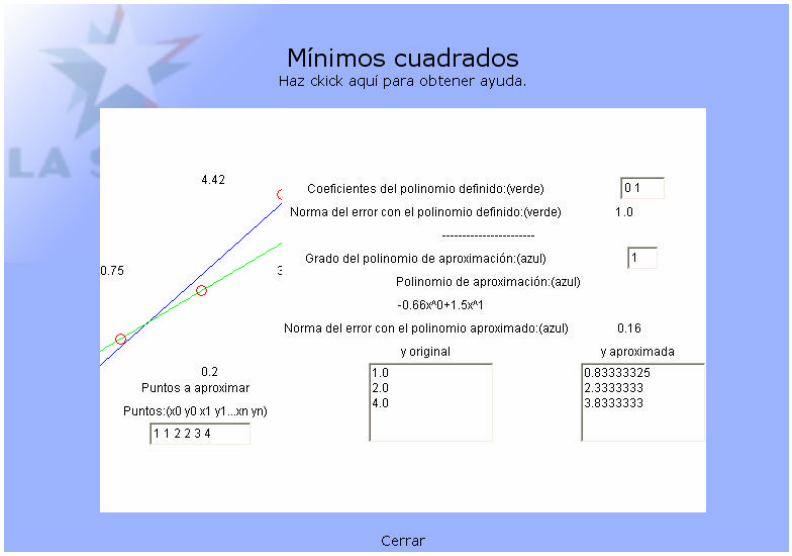
$$\hat{s'_i}(t) = \frac{<s'_i(t) \cdot cos(\omega_0 t)>}{<cos(\omega_0 t) \cdot cos(\omega_0 t)>} \cdot cos(\omega_0 t) + \frac{<s'_i(t) \cdot sen(\omega_0 t)>}{<sen(\omega_0 t) \cdot sen(\omega_0 t)>} \cdot sen(\omega_0 t)$$

Para decidir cuál de los 4 símbolos $s_i(t)$ posibles se emitió, podemos comprobar a cuál de ellos se acerca más la señal $\hat{s_i}'(t)$. Es decir, podemos calcular la distancia entre cada símbolo posible y $\hat{s_i}'(t)$, y decidir que se emitió aquel símbolo cuya distancia (error) sea menor. En la parte final de la exposición el alumno comprueba que el diagrama de bloques del demodulador está formado por los módulos necesarios para realizar estas operaciones algebraicas, y coincide con el que puede consultarse en el capítulo 4 del libro [Skl01].

El módulo de experimentación permite al alumno introducir una secuencia binaria a



(a) Pantalla perteneciente a la exposición



(b) Pantalla perteneciente al módulo de experimentación

Figura 3.12: Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Aproximación por mínimos cuadrados'

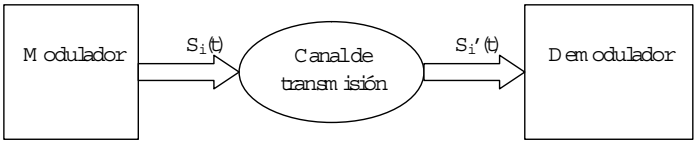


Figura 3.13: Diagrama de bloques de un sistema de comunicaciones digitales

transmitir utilizando la modulación QPSK, y también permite modificar el nivel de ruido (variable aleatoria con distribución Gaussiana) que se añade a la señal modulada. En pantalla puede visualizarse la señal modulada enviada y la señal recibida. También aparecen representados sobre el plano todos los posibles símbolos enviados, expresados en componentes respecto a la base B, y las proyecciones sobre el mismo plano de los símbolos recibidos en el receptor. De este modo se puede observar fácilmente cuál es la información demodulada por el receptor. Si se incrementa el ruido introducido por el canal de transmisión se puede comprobar cómo finalmente el sistema se equivoca al demodular, ya que el error más pequeño ya no corresponde siempre con el símbolo correcto enviado.

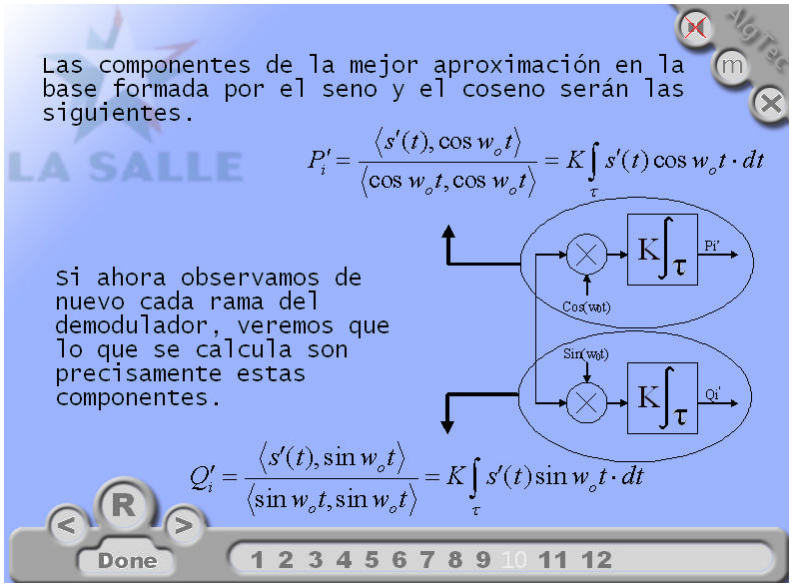
En la figura 3.14 se muestran una pantalla de la exposición y otra del módulo de experimentación correspondientes a este ejemplo de aplicación de herramientas algebraicas en el ámbito de las comunicaciones digitales.

3.1.4. Ejercicios de modelización y de integración del álgebra en contextos técnicos reales

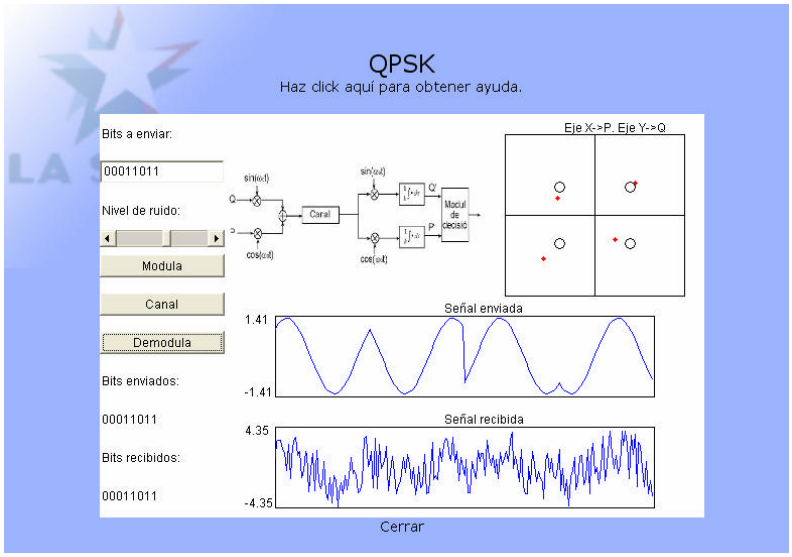
En el punto 3.1.3 se han presentado varios ejemplos de aplicación de herramientas algebraicas en contextos técnicos reales. En cada uno de ellos se abordaron las diferentes fases por las cuales debe pasarse en un proceso de modelización, y que ya fueron expuestas en la figura 2.2:

- Traducción del problema real a lenguaje algebraico.
- Resolución del problema algebraico planteado.
- Interpretación de la solución en el contexto real original.

Sin embargo, para que los alumnos desarrollen la capacidad de conectar los conceptos algebraicos con situaciones reales no es suficiente con que vean desarrollados algunos ejemplos; deben enfrentarse a otros ejemplos por sí solos e intentar modelarlos por su cuenta. En este apartado de la memoria se exponen los ejemplos propuestos a los alumnos para que sean modelados y solucionados utilizando algunos de los conceptos vistos en clase. Los alumnos se agrupan en grupos de 3 personas, trabajan sobre estos ejercicios siguiendo algunos de los principios del trabajo cooperativo ya apuntados en la sección 2.2, y utilizan el programa Matlab como banco de pruebas para validar sus razonamientos.



(a) Pantalla perteneciente a la exposición



(b) Pantalla perteneciente al módulo de experimentación

Figura 3.14: Pantallas de ALGTEC correspondientes al ejemplo 'Diseño del diagrama de bloques de un demodulador QPSK'

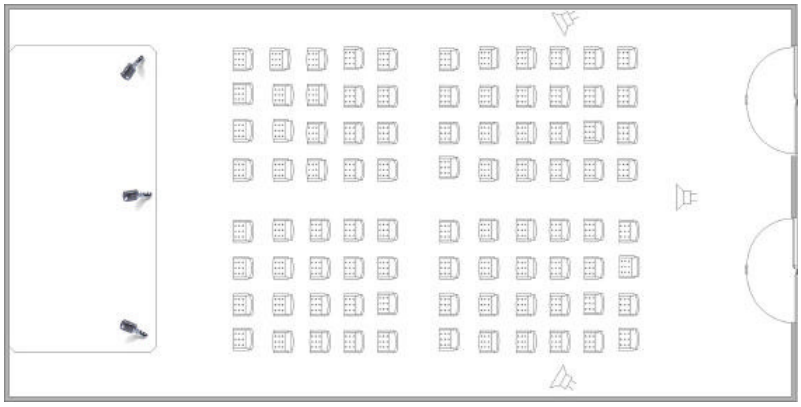


Figura 3.15: Sala de actos del ejercicio de modelización titulado 'Estudio acústico'

Es importante resaltar que el nivel de dificultad técnica de estos ejercicios no puede ser alto debido a que van dirigidos a alumnos que cursan el primer curso de ingeniería. Por ese motivo, los ejercicios propuestos, si bien nacen de situaciones técnicas reales que deben resolverse, han sido convenientemente simplificados para poder ser abordados sin problemas por los alumnos. A continuación se presentan los ejercicios propuestos, con el análisis correspondiente de cada uno de ellos.

Estudio acústico

Enunciado del problema El Sr. Francesc, presidente de la asociación de vecinos del barrio, nos ha pedido que estudiemos la instalación de sonido que tienen en la sala de actos de la asociación.

Parece ser que los altavoces generan un sonido agudo muy molesto que va creciendo en volumen y que imposibilita la utilización del sistema de sonido instalado. Se ha comprobado el correcto funcionamiento de los tres altavoces y de los amplificadores, así que el problema puede deberse a alguno de los muchos parámetros que intervienen en esta instalación. El Sr.Francesc nos ha facilitado los siguientes datos técnicos:

La sala contiene tres micrófonos y tres altavoces tal y como muestra la figura 3.15:

Cada altavoz tiene asociado un amplificador que multiplica la señal procedente de cada uno de los micrófonos por un coeficiente (ganancia) que puede ser variado si se considera necesario (ver figura 3.16).

Expertos en acústica han calculado el porcentaje de la señal que vuelve a cada uno de los micrófonos procedente de cada altavoz:

Al micrófono 1 (M1), vuelve un 40 % del altavoz 1 (A1), un 10 % del altavoz 2 (A2) y un 20 % del altavoz 3 (A3). Al micrófono 2 (M2) vuelve un 20 % de A1, un 60 % de A2 y un 10 % de A3. Al micrófono 3 (M3) vuelve un 20 % de A1, un 30 % de A2 y un 90 % de A3.

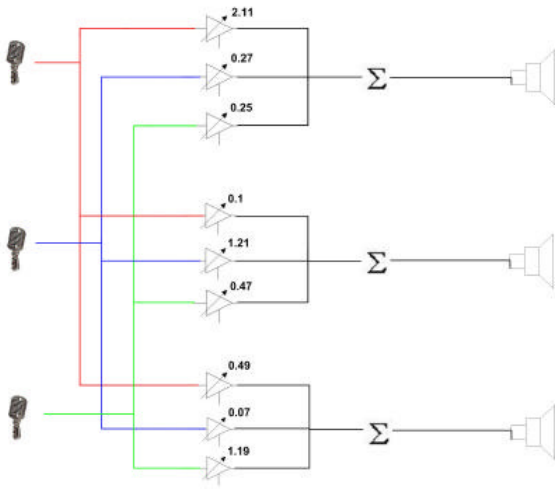


Figura 3.16: Esquema de amplificación del ejercicio de modelización titulado 'Estudio acústico'

Nuestro objetivo es analizar lo que esta sucediendo en esta instalación, porqué se presenta el problema indicado y estudiar posibles soluciones.

Comentarios sobre el problema propuesto.[4]

Hay que tener claro que la situación planteada no corresponde exactamente con el caso real. Se ha simplificado un poco el problema para poder tratarlo y modelarlo con los conocimientos que actualmente posee un alumno de primer curso. En la practica, hay que tener en cuenta otros aspectos que se citan a continuación.

El fenómeno de la realimentación electroacústica se produce generalmente a una sola frecuencia (el típico aullido). Esto es debido a que la respuesta en frecuencia de los elementos que intervienen en el bucle de realimentación no es perfectamente plana. Estos elementos son: Micrófonos, amplificadores, mezcladores, altavoces y la propia sala.

En general, la respuesta en frecuencia de los componentes electroacústicos y electrónicos suele ser relativamente plana en el margen audible, siendo la propia sala la que exhibe mayores irregularidades. Todas las salas tienen resonancias (modos propios) a ciertas frecuencias relacionadas con sus dimensiones.

Al viajar una onda acústica desde el altavoz hasta el micrófono, atravesará la sala, viéndose modificado el espectro de la señal y realzando las frecuencias en las que existen resonancias. Por lo tanto, la ganancia no es única para todas las frecuencias, sino que tiene valores más elevados en unas frecuencias y menores en otras. Por este motivo habrá siempre una determinada frecuencia que se realimenta en mayor cuantía que las demás y será ésta

[4]Comentarios añadidos al enunciado por los profesores Ivana Rossell y Carles Vila de la sección de acústica de Enginyeria i Arquitectura La Salle para dotar de más realismo el enunciado del problema.

la que provocará antes la inestabilidad del sistema.

Este tipo de instalaciones electroacústicas se suele diseñar en torno a un parámetro denominado PAG (ganancia acústica potencial). El PAG determina la diferencia de nivel sonoro que percibe un oyente con la megafonía conectada respecto a la megafonía desconectada, es decir hablando el locutor a viva voz. Interesa que el PAG sea alto, pero está limitado por la condición de realimentación antes mencionada. Sin entrar en detalle, el PAG depende de varios factores:

- Distancia y angulo relativo entre locutor y micrófono.
- Distancia entre locutor y oyente.
- Distancia y angulo relativo entre micrófono y altavoz.
- Distancia y angulo relativo entre altavoz y oyente.
- Número de altavoces.
- Número de micrófonos.
- Características acústicas de la sala (tiempo de reverberación, distancia crítica, etc.)

Es importante también tener en cuenta los ángulos relativos debido a la característica directiva de los altavoces y micrófonos.

Justificación del ejercicio Este ejemplo ha sido pensado con dos grandes objetivos: por un lado, introducir al alumno un poco más en el uso del programa Matlab, ya que con este ejercicio se ve obligado a utilizar nuevas funciones. Por otro lado, este ejercicio ha sido diseñado para que el alumno trabaje con los siguientes conceptos algebraicos: matriz asociada a una aplicación lineal, composición de aplicaciones lineales y diagonalización de endomorfismos. Así, con el fin de orientar y conducir a los alumnos hacia la resolución del problema, se les proponen algunas preguntas que deben ser convenientemente contestadas y justificadas. Las preguntas orientativas asociadas a este ejercicio son las siguientes:

1. ¿Ves identificadas algunas aplicaciones lineales en este problema? En caso afirmativo, explica qué representa cada una de ellas e indica las matrices asociadas a las mismas.
2. ¿Qué representan los vectores 'origen' y los vectores 'destino' en cada aplicación?
3. El sistema global puede modelarse con una única aplicación. Indica qué matriz tiene asociada dicha aplicación y qué representan los vectores origen y destino utilizados con esa matriz.
4. ¿De qué modo podemos extraer información de esa matriz, que nos permita justificar lo que sucede con los altavoces?

5. ¿Cual crees que seria el comportamiento de cada altavoz si hiciéramos un estudio del sistema después de infinitas iteraciones?
6. ¿Cuál es tu propuesta para solucionar el problema?
7. ¿Consideras que los valores de ganancia que tienen los amplificadores en la solución que propones son coherentes? En caso negativo, ¿qué propones para mejorarlos?

Puede observarse que las 3 primeras preguntas hacen referencia a la fase de modelización algebraica del problema presentado. Es decir, si se ha contestado a las 3 preguntas, ya se dispone de la matriz que representa el sistema estudiado. Por lo tanto, ya tenemos traducido a lenguaje algebraico el problema real.

Las preguntas 4 y 5 permiten al alumno detectar la fuente del problema a partir del análisis de la matriz que modela el sistema. La pregunta 6 hace referencia al modo de resolver el problema, mientras que la 7 hace reflexionar al alumno sobre la interpretación que debe hacerse de dicha solución en el contexto real inicial.

En el anexo C se muestra, como ejemplo, el trabajo presentado por un grupo de alumnos durante el curso 2004-05 correspondiente a este ejercicio de modelización.

Detector de vocales

Enunciado del problema El departamento de 'Tratamiento de la Señal' nos ha propuesto participar en la creación de un reconocedor de voz. Para ello nos han pedido que nos encarguemos de realizar la parte relativa a las vocales, creando así un reconocedor de vocales. Nos piden que la solución se implemente utilizando herramientas algebraicas. Nos han hecho llegar también el siguiente párrafo que incluye información clave a la hora de ponernos a trabajar:

'Para el reconocimiento de señales de voz la información relevante es la relativa al tracto de la vocal, que es la que define el tipo de sonido que se ha emitido. Por el contrario, la información relativa a la excitación no es útil, debido a que depende de factores altamente variables como la entonación, sexo del locutor, estado emocional del locutor, etc. Por ello, una buena manera de representar la información relativa exclusivamente al tracto vocal es mediante un vector de parámetros que contenga los primeros L coeficientes cepstrales (c(1);c(2),,c(L)), siendo L un numero pequeño (típicamente entre 12 y 20). El primer coeficiente cepstral c(0) no se incluye en el vector, ya que está relacionado con la energía de la señal, que es también un parámetro sometido a una alta variabilidad.'

Los coeficientes cepstrales que deberán utilizarse son los llamados LPC (Linear Predictive Coding). Para más detalles sobre estos parámetros puede consultarse [RJ93].

Para la realización practica de un reconocedor de vocales simple, disponemos de una base de datos formada por archivos de audio que contienen la pronunciación de una vocal por varias personas. Esta base de datos estará en forma de matriz, de dimensiones MxN (M LPC's, N archivos de audio), es decir que cada columna contendrá una de las vocales en forma de vector. En nuestro caso la matriz es de M=12, N=69 (figura 3.17).

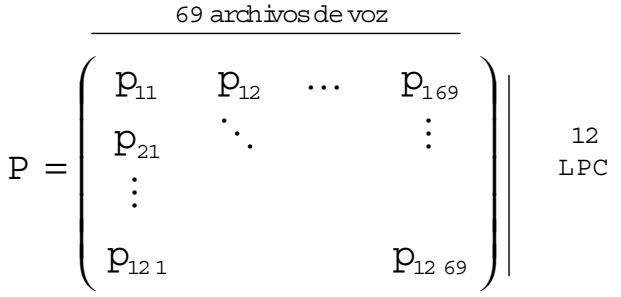


Figura 3.17: Matriz que representa los ficheros de audio proporcionados como datos

Cada columna de la matriz P mostrada en la figura 3.17 representa los parámetros LPC correspondientes a cada fichero de audio. Las columnas de la 1 a la 15 corresponden a la vocal 'a' pronunciada por diferentes personas, de la 16 a la 30 a la 'e', de la 31 a la 44 a la 'i', de la 45 a la 57 a la 'o' y de la 58 a la 69 corresponden a la vocal 'u'. Esta matriz de vocales la tenemos ya creada y guardada en el archivo *Matriz_vocales_Archivos.mat*. Con solo ejecutar la instrucción 'load Matriz_vocales_Archivos' en la línea de comandos de Matlab la podremos visualizar como una variable dentro del workspace.

Aunque partamos de esta matriz ya creada, podemos también crear nosotros mismos una nueva matriz de ficheros de audio parametrizados más personalizada, que esté generada por ficheros de nuestra propia voz. Grabando nuestra propia voz crearemos una matriz con la que probablemente los resultados obtenidos serán mucho más eficientes ya que estaremos jugando únicamente con un tono y timbre de voz. De esta manera, todo hace pensar que conseguiremos un mejor reconocimiento de las vocales.

El objetivo del ejercicio propuesto es el siguiente: a partir de un archivo de audio que introduce el usuario (y que contiene la pronunciación de una vocal con su propia voz) y ayudándonos de las funciones que ya han sido implementadas, determinar cual es esa vocal que ha pronunciado el usuario. La solución propuesta debe utilizar herramientas y conceptos algebraicos que se han estudiado en clase. Deberá darse como resultado si lo que ha pronunciado el usuario es una 'a', una 'e', una 'i', una 'o', o una 'u' (figura 3.18).

Funciones desarrolladas en Matlab que se suministran con el ejercicio:

- Matriz_vocales_Archivos: Fichero .mat que contiene la matriz con varias vocales ya parametrizadas. Para cargar la matriz en el espacio de trabajo de Matlab utilizar la función 'load': Load Matriz_vocales_Archivos.

- Parametriza_vocal: Función .m que recibe un fichero .wav que debe contener una vocal pronunciada durante dos o 3 segundos. La funcion recorta la parte central del fichero, donde considera estable la voz, y calcula y devuelve como resultado los parametros LPC correspondientes. Ejemplo de utilización: Vocal= Parametri-

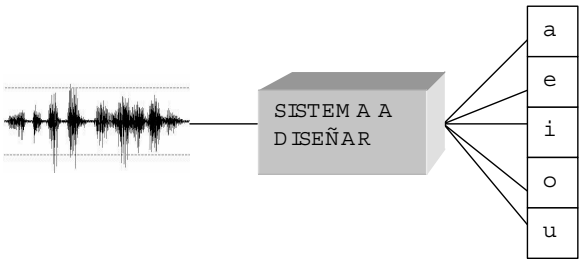


Figura 3.18: Sistema de reconocimiento de vocales que debe diseñarse

za_vocal('fichero1.wav')

Justificación del ejercicio Este ejercicio de modelización persigue varios objetivos. En lo referente al uso del programa Matlab, este ejercicio permite a los alumnos desarrollar pequeñas funciones y aplicar así algunos de los conocimientos adquiridos en la asignatura de 'programación' impartida también en primer curso. Sin embargo, el objetivo más importante es el de mostrar al alumno que las herramientas algebraicas estudiadas en el tema 6 (espacio vectorial euclídeo), que permiten comparar vectores entre sí, realizar aproximaciones y calcular los errores cometidos en dichas aproximaciones, pueden aplicarse en contextos técnicos. Así, en el ejercicio propuesto, una vez que los alumnos disponen de los ficheros de audio vectorizados, pueden aplicar todas estas herramientas para comparar unos ficheros con otros. Por tanto, el mensaje implícito en este ejercicio es que pueden utilizarse estas herramientas algebraicas para comparar diferentes cosas entre sí, siempre y cuando seamos capaces de encontrar la manera de representar en forma de vector aquello que queremos comparar.

En el anexo D se han incluido dos trabajos presentados por dos grupos de alumnos durante el curso 2004-05 correspondientes a este ejercicio. En ellos se plantean dos enfoques diferentes de resolución.

Clasificador de textos

Enunciado del problema Una biblioteca del barrio ha digitalizado todos los artículos redactados en catalán, que componían una sección importante de la misma. Paralelamente al proceso de digitalización de estos artículos se ha hecho un gran esfuerzo por clasificarlos por temáticas, creando así una base de datos de artículos digitalizados y clasificados en cinco temáticas diferentes. Las temáticas en las que se han clasificado son: política, economía, teatro, deportes y música. Se pretende que dicha base de datos se mantenga lo más actualizada posible frente a la entrada de nuevos artículos. Por eso nos proponemos crear un clasificador de textos. Es decir, un programa que, con sólo introducirle el nombre de un archivo de texto nuevo, nos diga a qué temática pertenece.

Para crear este clasificador disponemos de unas funciones ya generadas en Matlab. Se trata pues de acabar de completar el código del programa correspondiente para conseguir nuestro objetivo.

La idea de la que partiremos es la de tratar documentos como vectores. Una posible manera de vectorizar un texto puede ser contando el numero de veces que se repiten sus palabras a lo largo del mismo. Así, y a partir de una lista de las palabras que aparecen en la base de datos (lista que tenemos a nuestra disposición) podremos representar los documentos como vectores para, más tarde, compararlos entre sí. Vamos a verlo más detalladamente. Para ello empezaremos haciendo una definición de los procesos básicos asociados al tratamiento de documentos y de las funciones que ya han sido desarrolladas en Matlab y que nos entregan para que hagamos uso de ellas.

El primer proceso que hay que realizar sobre un texto es el de la eliminación de las palabras vacías de contenido (artículos, preposiciones, números, etc...) A este proceso se le llama *stoplisting*. Eliminar este tipo de palabras es fundamental por dos motivos:

1. Tienen una frecuencia de aparición muy alta.
2. No aportan significado y mantenerlas no nos ayudaría a distinguir la temática de los documentos.

Las funciones ya programadas en Matlab que implementan el proceso de *stoplisting* son: *TFCNeteja.m*, *TFCReemplaca.m* i *TFCRetalla.m*.

- *TFCNeteja*: busca todas las palabras del *stoplist* que hay en la query (documento nuevo a clasificar). Es decir, busca todas las palabras vacías de significado que hay en el texto que queremos clasificar.
- *TFCReemplaca*: es la que borra las palabras encontradas en *TFCNeteja*.
- *TFCRetalla*: hace que todos los documentos adquieran el mismo tamaño, el del más grande, para poder trabajar con ellos de forma vectorial sin tener problemas de dimensiones.

El siguiente proceso consiste en asignar pesos numéricos a cada uno de los términos que forma cada documento. A este proceso lo llamaremos *parametrización*. El valor del peso de cada término corresponde al número de veces que aparece el término en concreto en el documento considerado. Por lo tanto, el resultado de la parametrización de una colección de 'D' documentos es una matriz de términos (filas) por documentos (columnas) que contiene los pesos, no palabras. A esta matriz la llamaremos P (figura 3.19).

En la matriz P, p_{td} es el número de veces que aparece el término 't' en el documento 'd'. De esta manera, tendremos cada documento representado en un espacio vectorial, de tantas dimensiones como términos aparezcan en toda la colección de documentos.

Descripción del material del que se dispone para la realización del ejercicio:

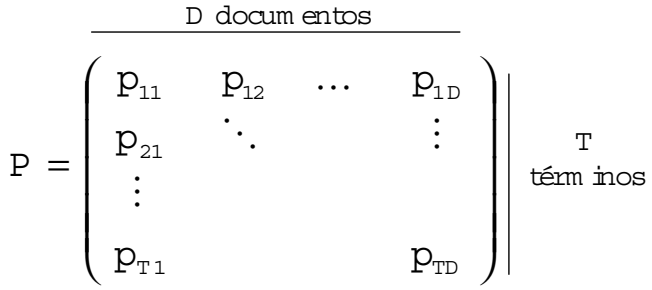


Figura 3.19: Matriz formada por los documentos ya representados vectorialmente

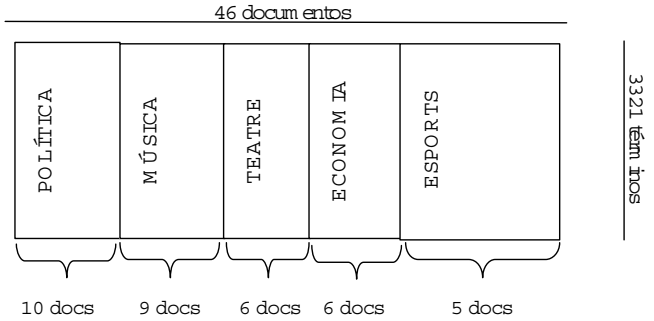


Figura 3.20: Ordenación de los documentos de partida dentro de la matriz P

Disponemos de unos datos de partida resultantes de realizar el proceso de *stoplisting* y *parametrización* sobre una colección de documentos (artículos periodísticos de prensa escrita en catalán) correspondientes a 5 temáticas diferentes: política, música, teatro, economía y deportes. La matriz P de términos y documentos presenta la organización que se muestra en la figura 3.20.

La matriz P está contenida en un fichero de datos Matlab llamado *P2.mat*. En este fichero se guarda la matriz de términos por documentos P, y en el fichero *termesP2.mat* un vector que contiene los términos (palabras) que componen los textos que forman parte de la colección de documentos.

Para visualizar estas dos funciones en el workspace de Matlab, basta con ejecutar en la línea de comandos las siguientes instrucciones: *load P2* y *load termesP2*.

En nuestro caso la matriz P no es visualizable en su totalidad por tener un tamaño demasiado grande. Sin embargo, podemos visualizar el contenido de cualquiera de sus columnas escribiendo lo siguiente en la línea de comandos de Matlab:

P2(: , n de columna deseada(del 1 al 46))

A continuación se presentan todas las funciones ya implementadas en Matlab[5] con una breve descripción de cada una de ellas. El término *query* utilizado en las explicaciones hace referencia al documento a clasificar.

- *Inclou_QueryP2*: es el main principal del programa, desde aquí se hacen todas las llamadas a las funciones necesarias para ejecutar el programa en su totalidad.
- *TFCcolumna*: esta función coge solamente el *stoplist* (palabras vacías de contenido a borrar) y lo guarda como variable Matlab.
- *TFCNeteja*: busca todas las palabras del *stoplist* que hay en la query.
- *TFCReemplaca*: es la que borra las palabras encontradas con *TFCNeteja*.
- *TFCRetalla*: hace que todos los documentos tengan el mismo tamaño.
- *TFCFrequencia_Paraula*: Calcula el numero de veces que sale una misma palabra dentro de la query.
- *TFCobte_query*: es una función que devuelve solo la query, por si se le ha de hacer algún tratamiento.

Resumiendo, a partir de las funciones que ya tenéis implementadas, debeis crear un sistema que clasifique un documento en una de las 5 temáticas utilizadas en este ejercicio: política, música, teatro, economía y deportes. Las nuevas funciones que implementéis las tenéis que llamar desde Inclou_QueryP2 (en el espacio reservado al final de la función).

Para ejecutar y comprobar si vuestro programa funciona, basta con que llaméis desde la línea de comandos de Matlab a la función Classificador_textes y le paseis como parámetro el fichero a clasificar. Es decir: Classificador_textes('nombre del fichero.txt que queréis clasificar')

Ejemplo: Classificador_textes('texto1.txt')

Justificación del ejercicio Los objetivos perseguidos con este ejercicio son exactamente los mismos que los indicados en el ejercicio titulado 'Reconocedor de vocales'. La única diferencia entre ambos ejercicios es el contexto en el que se presenta el problema. En el primer caso se tenían que comparar pequeños ficheros de audio, mientras que en este otro problema deben compararse documentos de texto. Por lo tanto, el proceso de representación en forma de vector de los objetos a comparar es diferente. Sin embargo, una vez vectorizados los elementos a comparar, el proceso de resolución del problema es similar.

[5]Funciones adaptadas al ejercicio a partir de las cedidas por el profesor Xavier Sevillano del Departament de Comunicacions i Teoria del Senyal de l'Escola d'Enginyeria La Salle

3.1.5. Aplicación APLICTEST

Como ya se ha citado en numerosas ocasiones previas a lo largo de la presente memoria, un objetivo importante en el curriculum de la asignatura de álgebra lineal es el de conseguir que el alumno aplique correctamente conceptos algebraicos en contextos técnicos. Sin embargo, es evidente que para que esto pueda producirse, el alumno debe comprender perfectamente los conceptos algebraicos, para poder después utilizarlos adecuadamente. La aplicación APLICTEST, puesta a disposición de los alumnos desde el curso 2004-05, pretende ser una herramienta más que ayude a los alumnos a detectar si los conceptos algebraicos tratados en clase han sido o no interiorizados y comprendidos de forma adecuada.

APLICTEST ha sido generada utilizando el lenguaje HTML y JAVASCRIPT, además de PHP como tecnología de servidor, MySQL Server como gestor de base de datos y SQL como lenguaje de comunicación con la base de datos. Consiste fundamentalmente en una aplicación que permite a los alumnos la realización de tests condicionados según determinados parámetros seleccionados previamente. Las preguntas que el alumno encuentra en los tests generados por APLICTEST corresponden a ejercicios 'académicos' no contextualizados en situaciones reales. El objetivo es entender correctamente cómo aplicar un concepto para poder utilizarlo más adelante en un problema real.

APLICTEST presenta dos interficies de usuario diferentes: una de alumno y otra de profesor. El alumno puede seleccionar si desea realizar algún test, o si desea ver las estadísticas y gráficas correspondientes a todos los tests realizados hasta el momento. El profesor, por su parte, puede modificar y ampliar con nuevas preguntas la base de datos de la aplicación, y consultar las estadísticas y gráficas asociadas al rendimiento de un alumno, un curso, o todos los alumnos.

El alumno puede seleccionar el tipo de tests que desea realizar (figura 3.21), escogiendo una de las 3 opciones siguientes:

- Test de autoevaluación.
- Test de autoaprendizaje.
- Test propuesto por el profesor.

Al seleccionar la opción *Test de autoevaluación*, el alumno se dispone a realizar un control que contenga preguntas de los temas, de la duración y dificultad media previamente seleccionados. El alumno puede contestar on-line o bien descargar el test para contestarlo más tarde. Una vez contestado, la aplicación informa al alumno del resultado obtenido, no únicamente con una nota numérica final, sino ofreciendo resultados parciales por temas y conceptos diferentes, para que el alumno pueda identificar los puntos del temario en los que debe mejorar su rendimiento.

La opción *Test de autoaprendizaje* permite al alumno seleccionar un concepto del temario y un nivel de dificultad inicial. Posteriormente, aparecen en la pantalla, una a una, preguntas del nivel indicado asociadas al concepto seleccionado y, a medida que el alumno va acertando las preguntas, el nivel de las nuevas preguntas que aparecen en pantalla se va incrementando.

Figura 3.21: Pantalla de APLICTEST que muestra los diferentes tipos de test que el alumno puede escoger

El alumno puede cambiar el concepto a trabajar en cualquier momento, y el proceso finaliza cuando éste lo decide. Al final del proceso aparecen en pantalla las estadísticas y resultados correspondientes a la sesión realizada.

Finalmente, la opción *Test propuesto por el profesor* permite que éste proponga el mismo test para que sea contestado por todos los alumnos en el plazo de tiempo indicado.

APLICTEST ha sido concebida para facilitar que el alumno detecte sus carencias y las trabaje posteriormente, de manera que adopte un papel más activo y crítico a lo largo del proceso de aprendizaje en el que se encuentra inmerso. La aplicación ayuda en la orientación del alumno, y selecciona las preguntas de los tests que presenta en pantalla en función de los datos almacenados en el histórico de dicho alumno, potenciando así que los aspectos menos dominados por éste aparezcan repetidamente en dichos tests. Además, cuando presenta en pantalla el histórico de resultados obtenidos, lo hace de forma que el alumno pueda identificar fácilmente los puntos del temario que debe trabajar más. Como ejemplo de esto, se muestra la figura 3.22 en la que pueden observarse los resultados obtenidos por un alumno en los tests de autoaprendizaje y autoevaluación realizados por éste, y donde aparecen indicados con detalle los conceptos aparecidos en cada test de autoaprendizaje, la nota en cada uno de esos tests, y una puntuación global para cada concepto trabajado. Esta última nota se calcula considerando las preguntas que han aparecido en los diferentes tests realizados pero correspondientes al mismo concepto. Además, junto a cada concepto, aparece un icono de una gráfica que permite al alumno acceder a un diagrama de barras con el histórico de pruebas realizadas trabajando el concepto seleccionado (ver figura 3.23).

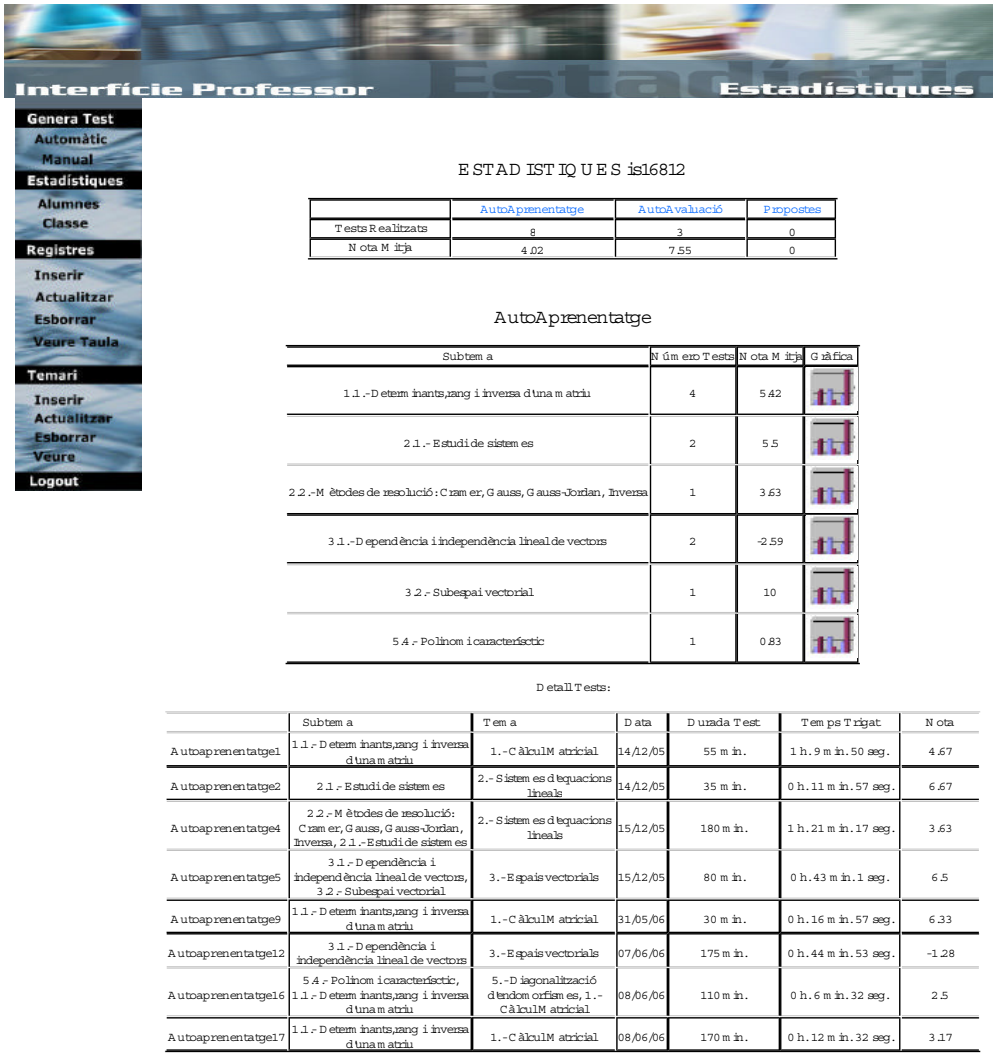


Figura 3.22: Histórico de resultados obtenidos por un alumno al utilizar APLICTEST

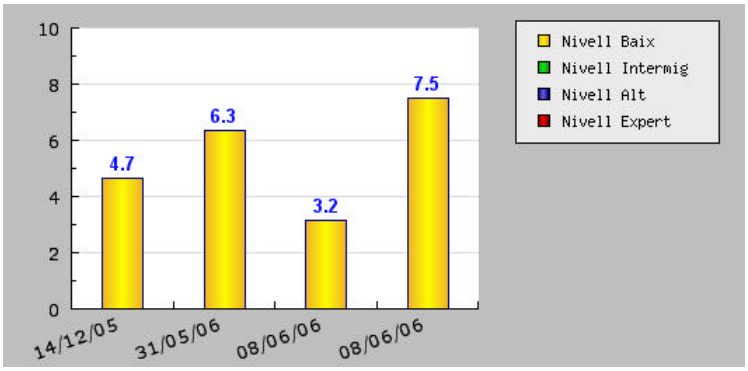


Figura 3.23: Gráfica que muestra el resultado obtenido por un alumno en las preguntas correspondientes al concepto 1.1: determinante, rango e inversa de una matriz

Para conocer con más detalle todas las prestaciones que ofrece APLICTEST puede consultarse [MMV+05].

3.2. Análisis y resultados obtenidos hasta el curso 2004-05

3.2.1. Introducción

En este punto se ha realizado un primer análisis de la posible influencia de las diferentes innovaciones metodológicas aplicadas en el aula en la asignatura de álgebra lineal durante los últimos cursos, sobre los resultados obtenidos por los alumnos y sobre su motivación. ¿Cómo afecta la incorporación a las clases de los ejemplos prácticos desarrollados en la aplicación ALGTEC? ¿Cómo afectan los nuevos ejercicios de modelización propuestos para desarrollar en grupo? ¿Cómo afecta el trabajo cooperativo entre alumnos? Estas son algunas de las cuestiones tratadas en este apartado de la memoria.

Es razonable pensar que los cambios realizados en la metodología aplicada en la asignatura de álgebra lineal durante estos últimos años han tenido algún efecto sobre los resultados obtenidos por los alumnos. Sin embargo, resulta muy complicado atribuir los efectos que puedan observarse a causas concretas debido al gran número de factores que varían en cada curso y que hacen muy difícil la comparativa entre esos resultados. Los resultados obtenidos por los alumnos se ven afectados por los cambios metodológicos que progresivamente ha ido sufriendo la asignatura, pero también por otros factores que han ido variando a lo largo de los años en todas las asignaturas de primer curso y que, sin duda, han tenido su influencia en los mismos (la incorporación del sistema de evaluación continua, o el modo en que se valora dicha nota en el resultado final del alumno son dos claros ejemplos).

Entre los aspectos que hacen difícil la extracción de conclusiones fiables en la comparación de resultados obtenidos en cursos diferentes pueden citarse:

- La dificultad de los exámenes, que puede variar (involuntariamente o no) entre cursos.
- Circunstancias puntuales que se producen en unos cursos y no en otros (longitud de los parciales, la fecha del examen con respecto a las otras asignaturas, la carga académica debida a otras asignaturas, las altas y bajas sufridas por el profesorado de la asignatura, etc.).
- Los conocimientos y habilidades que se valoran con la evaluación continua, que varían entre cursos.
- El perfil académico presentado por los alumnos de primer curso, condicionado por la reforma educativa sufrida en niveles inferiores y por el descenso de la natalidad (que suaviza las condiciones de entrada a la universidad).

Debido a estos factores difícilmente cuantificables, no tiene sentido realizar un análisis cuantitativo exhaustivo con los datos obtenidos durante estos cursos. Así, se ha pretendido realizar un análisis cualitativo de los mismos con el fin de detectar posibles tendencias más o menos claras.

Los resultados obtenidos por los alumnos en la convocatoria de septiembre no han sido incluidos en el análisis por considerarse que éstos están más influenciados por los cursillos de repaso realizados durante el verano que por la metodología aplicada en la asignatura durante el curso (que es lo que pretende analizarse).

3.2.2. Resultado de los análisis realizados

La asignatura de álgebra lineal ha presentado durante los años analizados una proporción bastante constante entre alumnos nuevos (matriculados por primera vez) y repetidores. La figura 3.24 muestra que el porcentaje de alumnos repetidores se ha mantenido siempre en torno al 20 % del total de alumnos matriculados. También permite observar el descenso en el número de matriculados en los últimos años citado ya en la sección 3.2.1.

La mayoría de gráficas presentadas en este apartado separan los resultados obtenidos por alumnos repetidores y por alumnos matriculados en la asignatura por vez primera. El alto índice de ausentismo en las clases, la diferente carga académica debida a las otras asignaturas que cursan, o la presencia en estos alumnos de algunos conocimientos previos ya adquiridos durante el curso anterior son algunas de las características que hacen que los resultados obtenidos por los alumnos repetidores estén menos afectados por las innovaciones metodológicas llevadas a cabo en la asignatura.

Iniciemos el análisis de resultados con la figura 3.25[6]. Para elaborar esta figura se han tomado las notas obtenidas por todos los alumnos en los exámenes realizados en cada curso, se han ordenado de menor a mayor (sin considerar los alumnos NP) y se han marcado en la figura las siguientes notas: la nota mínima, la nota por debajo de la cual está el 25 % de los alumnos, la mediana (nota por debajo de la que se encuentra el 50 % de los alumnos

[6] A este tipo de figura se la conoce con el nombre de *boxplot*.

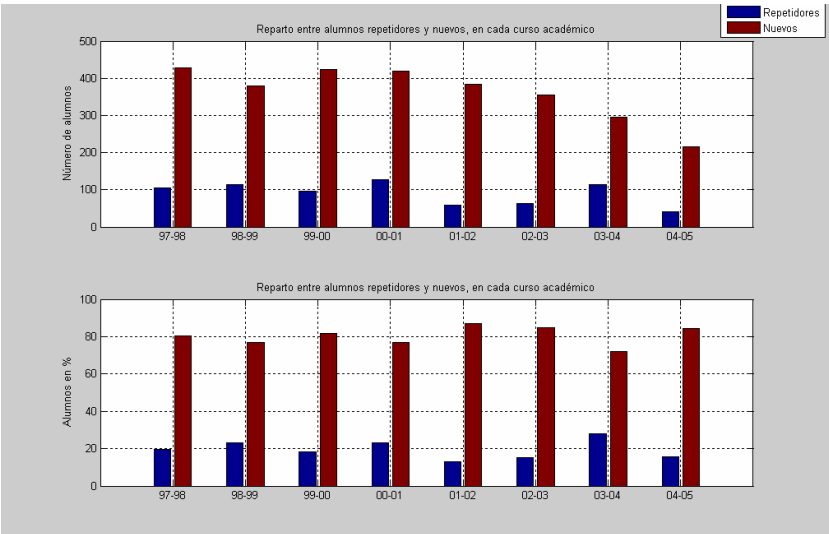


Figura 3.24: Proporción entre alumnos repetidores y nuevos

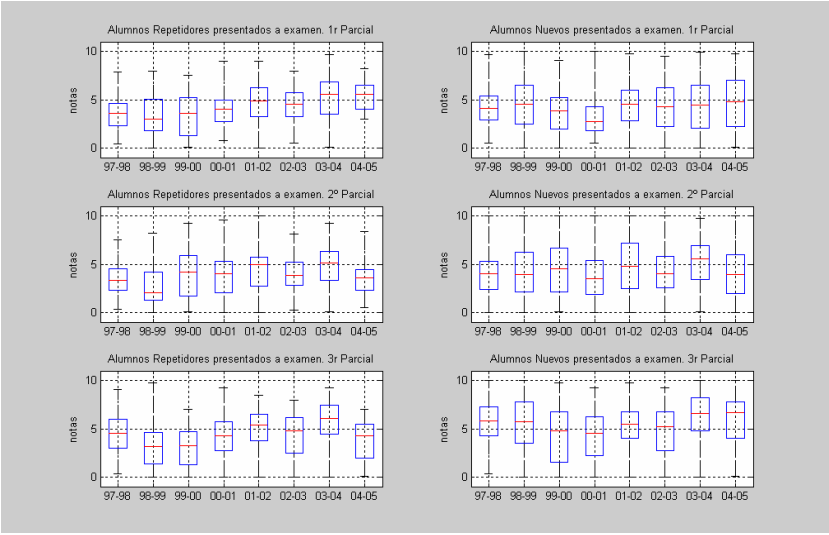


Figura 3.25: Resultados obtenidos en los exámenes

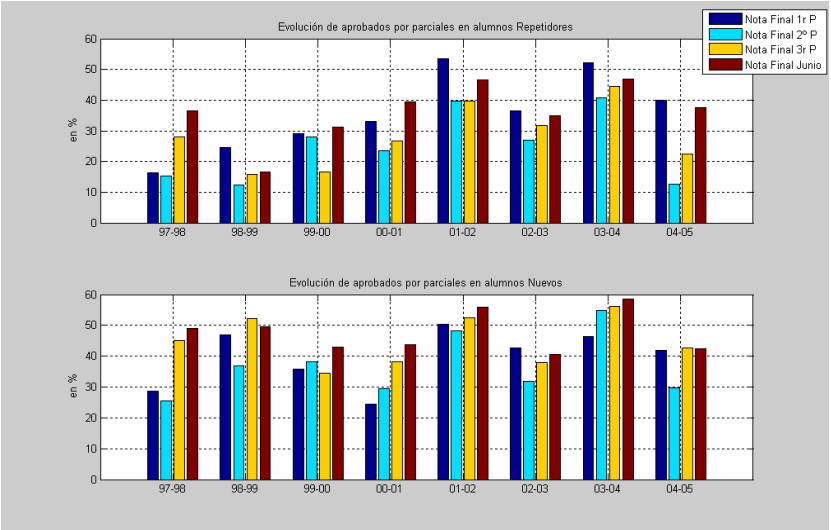


Figura 3.26: Alumnos aprobados en cada parcial

97-98	98-99	99-00	00-01	01-02	02-03	03-04	04-05
10.5	7.8	2	7	2	5.5	5.3	7.2

Cuadro 3.2: Desviación típica calculada a partir del % de aprobados en cada parcial

presentados), la nota por debajo de la que está el 75 % de los alumnos, y la nota máxima. En la figura se representa con un rectángulo la zona en la que se encuentran concentrados el 50 % 'central' de los alumnos. En ella se aprecia una mejora en los resultados del curso 98-99, atribuible probablemente a la incorporación en ese curso de la EC. En esta figura se aprecia también una mejora general a partir del curso 01-02 (sobretodo en el primer parcial, donde la tendencia decreciente durante los 3 cursos previos queda interrumpida). Conviene recordar que fue precisamente en ese curso 01-02 cuando se incorporó por primera vez la aplicación ALGTEC a la dinámica de las clases, por lo que es razonable pensar en una posible influencia positiva de dicha aplicación.

En la figura 3.26 vemos que el porcentaje de aprobados en los tres parciales de un mismo curso sufre menos variaciones en el curso 98-99, con respecto al 97-98. Esta disminución podría atribuirse a la incorporación de la EC. También se aprecia una nueva tendencia descendente de dicha variación a partir del curso 01-02, lo que podría ser atribuido a la incorporación de la aplicación ALGTEC en las clases. Esto se observa con más claridad si se calcula la desviación típica a partir de estos datos (ver tabla 3.2). Podría decirse que con la incorporación de la EC y la incorporación posterior de los ejercicios de modelización se consigue estabilizar, en cada curso por separado, el porcentaje de aprobados en cada parcial. De cualquier forma, la variación no es muy significativa.

En la figura 3.27 se aprecia que durante el curso 01-02 el seguimiento de la EC por

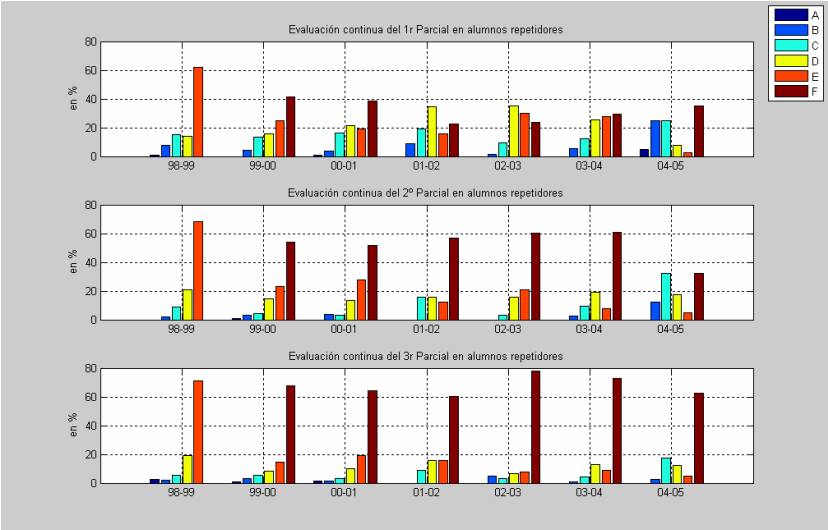


Figura 3.27: Evaluación continua en alumnos repetidores

los alumnos repetidores en cada parcial es superior al de los cursos anteriores. La causa de este incremento puede estar en el aumento de la motivación en dichos alumnos al ver por primera vez ALGTEC (ya que en el curso anterior no se utilizó en clase). También puede apreciarse claramente en el curso 04-05 que el cambio en el modo de considerar la nota de EC ha provocado un mayor seguimiento de ésta por los alumnos en cada parcial.

En la figura 3.28 puede apreciarse en el curso 01-02 un incremento notable en el seguimiento de la EC por los alumnos nuevos en todos los parciales. También se aprecia que el cambio realizado con la EC en el 04-05 ha cambiado claramente la tendencia de seguimiento de ésta.

En la figura 3.29, que refleja el número de alumnos con nota de EC 'D' o superior, se observan más claramente las afirmaciones realizadas con las dos figuras anteriores. Se observa además que en los alumnos nuevos, el seguimiento de la EC aumenta a partir del curso 01-02, sobretodo en los parciales segundo y tercero. Puede decirse que a partir del 01-02 se consigue que aumente el interés por mantener un seguimiento continuado de la asignatura.

Durante estos cursos también ha podido constatarse una correlación importante entre la nota de EC y la nota obtenida por los alumnos en cada examen parcial. Sirva como ejemplo la figura 3.30, en la que se recogen datos del curso 01-02. En ella puede apreciarse cómo un porcentaje elevado de los alumnos con buena nota de EC aprueban el examen parcial. Estos resultados invitan a pensar que el seguimiento de la EC ayuda a aprobar al alumno (evidentemente, no podemos saber si esos mismos alumnos que siguieron la EC habrían aprobado igualmente en caso de no existir la misma). Las gráficas con estos mismos datos correspondientes a todos los cursos transcurridos desde el 98-99 hasta el 04-05 pueden consultarse en el anexo E.

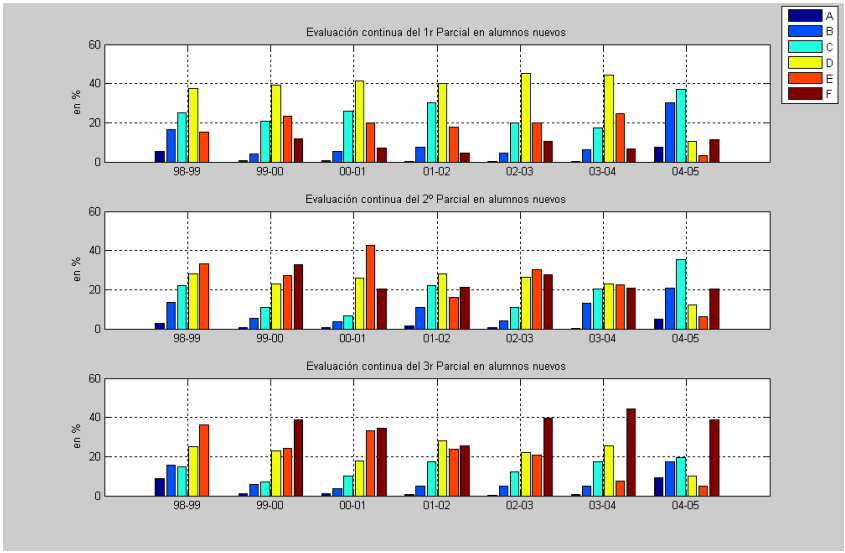


Figura 3.28: Evaluación continua en alumnos nuevos

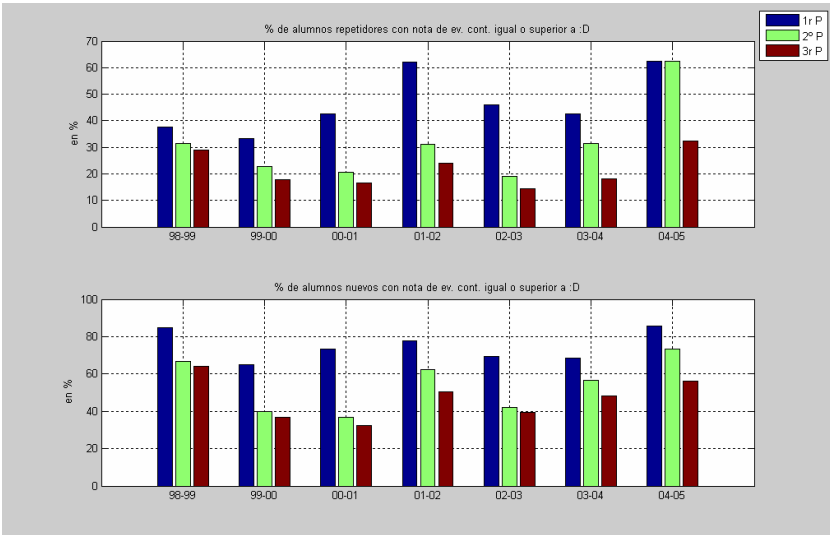


Figura 3.29: Seguimiento de la evaluación continua

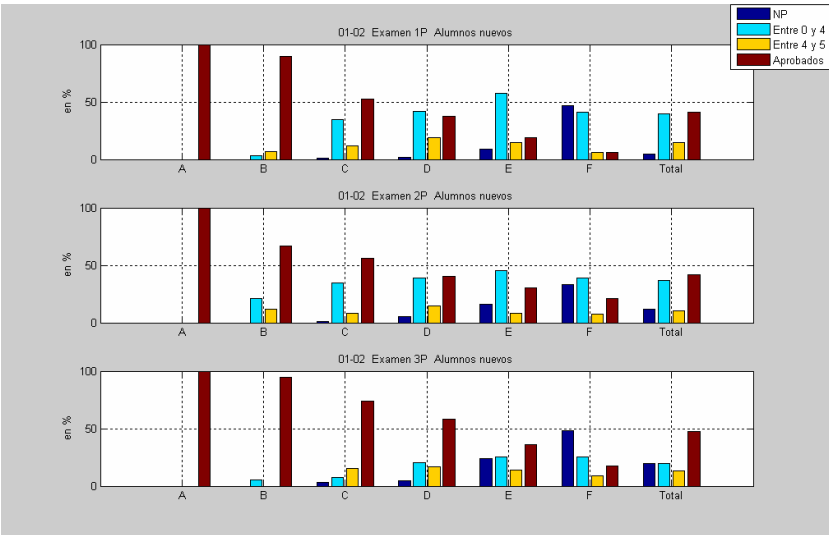


Figura 3.30: Relación entre nota de evaluación continua y nota de examen

En la figura 3.31 podemos ver la evolución de abandonos en cada parcial durante cada curso académico. En ella, los datos correspondientes al curso 04-05 son difícilmente comparables con el resto de datos debido al importante cambio producido en la consideración de la nota de EC a la hora de calcular la nota final de cada parcial. Llama la atención el ligero descenso que presenta el índice de abandono en el segundo parcial (alumnos que se presentaron en el primer parcial y no lo hicieron en el segundo) a partir del curso 01-02 si lo comparamos con los dos cursos previos. En cualquier caso, no se aprecia en la figura ninguna tendencia significativa, salvo un aumento en el índice de abandono en el tercer parcial a partir del 01-02. Esta tendencia está claramente influenciada por la posibilidad que tienen los alumnos a partir de ese curso de presentarse sólo al tercer parcial en septiembre si aprueban en junio los dos primeros. Esto hace que algunos alumnos se centren en los dos primeros en junio y abandonen el tercero para septiembre.

De la figura 3.31 y de la 3.29 podemos deducir que, si bien no hay mejoras significativas en lo que al índice de abandono se refiere, sí se puede afirmar que, a partir del curso 01-02, hay una tendencia a mejorar el rendimiento en la evaluación continua de aquellos alumnos que no abandonan la asignatura.

Otro aspecto que ha sido analizado, y que puede consultarse en la figura 3.32 es la cantidad de alumnos que aprueban la asignatura por parciales en cada curso. Este dato es especialmente significativo porque indica el modo en el que los alumnos superan la asignatura. La situación ideal desde el punto de vista del aprendizaje del alumno es que los alumnos que aprueban en junio lo hagan de forma progresiva aprobando cada parcial, ya que eso indica que los conocimientos son adquiridos gradualmente. Así, los conceptos aprendidos son interiorizados poco a poco, permitiendo que éstos pasen, con cierta comodidad, de la memoria de trabajo a la memoria de larga duración (modelo presentado en la teoría del

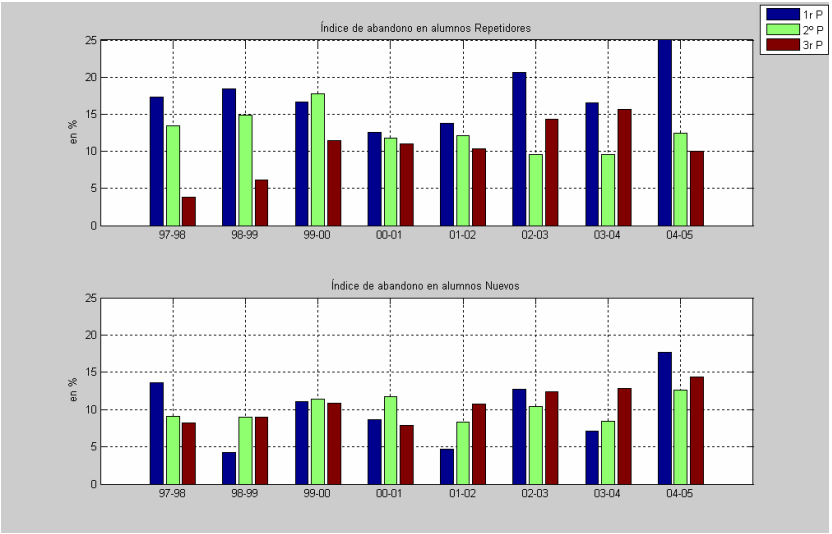


Figura 3.31: Índice de abandono

procesado de la información (TPI) ya explicado en la sección 2.1.2), donde son ubicados adecuadamente y relacionados con el conocimiento ya existente en la misma. En la figura se aprecia un aumento en el curso 98-99 del porcentaje de alumnos que supera por parciales la asignatura. Este aumento está claramente influenciado por la incorporación de la EC en este curso (no olvidemos que la EC sólo mejora la nota). Sin embargo, en los dos cursos que transcurren inmediatamente después se observa una disminución progresiva de este porcentaje (en los alumnos matriculados por primera vez)[7], bajando hasta casi el 50 %. Esta tendencia negativa se ve rota claramente en el curso 01-02. En la gráfica puede observarse con claridad que en ese curso y en los tres siguientes, el porcentaje de alumnos matriculados por primera vez en la asignatura que supera la misma por parciales se mantiene estabilizado en un 80 % aproximadamente[8]. Por tanto, se constata que, si bien el porcentaje final de aprobados en junio no presenta una tendencia clara con el paso de los años y se mantiene siempre entre el 40 y el 60 % de los alumnos matriculados como refleja la figura 3.26, el modo en el que los alumnos superan la asignatura sí ha variado claramente con la incorporación de la modelización matemática, el estudio de casos prácticos y el trabajo cooperativo a la dinámica de las clases. Puede afirmarse, por tanto, que la calidad del aprendizaje desarrollado por los alumnos ha mejorado a partir del curso 01-02 en el que, como ya se ha citado en numerosas ocasiones anteriormente, se empezó a utilizar en el aula la aplicación ALGTEC y los ejercicios basados en casos prácticos para desarrollar en grupo.

Las figuras 3.33 y 3.34 muestran el resultado obtenido por los alumnos en dos ejercicios de modelización propuestos en examen durante los cursos 03-04 y 04-05 respectivamente.

[7] Es difícil extraer conclusiones a partir del análisis en alumnos repetidores debido al perfil tan variado que éstos presentan

[8] Porcentaje calculado sobre el total de alumnos aprobados en junio

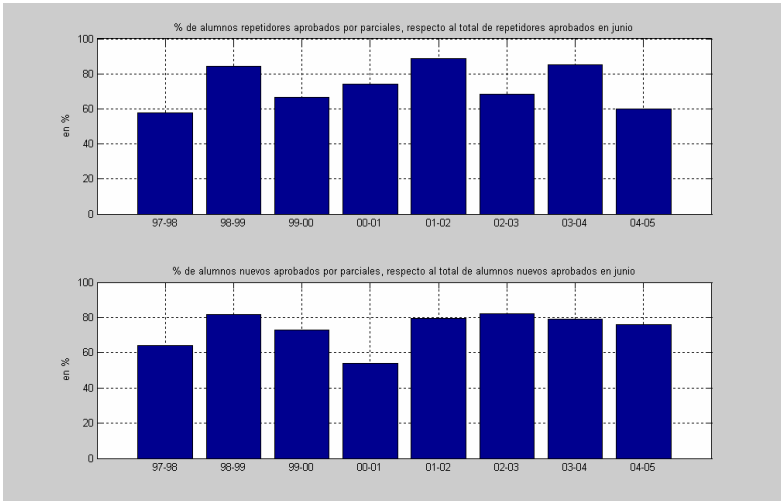


Figura 3.32: Alumnos aprobados por parciales

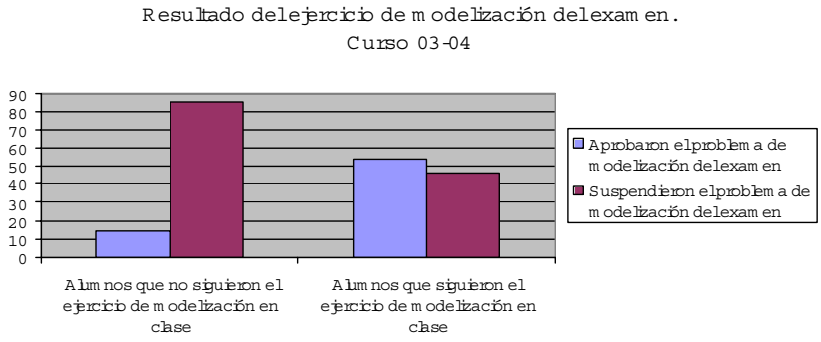


Figura 3.33: Resultados en ejercicio de modelización en examen. Curso 03-04

Los datos corresponden a los alumnos de la especialidad 'multimedia'. En estas gráficas puede apreciarse claramente que los alumnos que siguieron el ejercicio de modelización propuesto durante el trimestre, se defienden mucho mejor que los que no lo siguieron cuando se enfrentan a un nuevo problema de modelización. Puede decirse que el seguimiento del ejercicio de modelización durante el parcial potencia la habilidad de los alumnos para enfrentarse a problemas contextualizados.

Las figuras 3.35, 3.36, 3.37, 3.39, 3.40 muestran las respuestas de los alumnos a la encuesta a la que se les sometió al final del curso. Las preguntas referenciadas son, respectivamente:

1. ¿Crees que los ejemplos explicados en la aplicación ALGTEC y los ejercicios de modelización planteados para trabajar en grupo te han ayudado a entender mejor (respecto a los ejercicios 'tradicionales') los conceptos teóricos explicados en la asignatura?

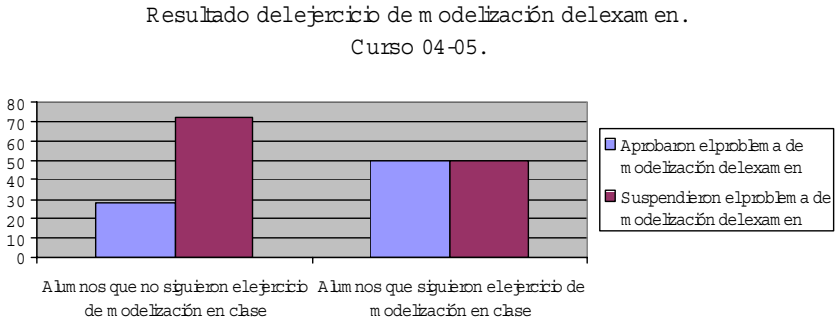


Figura 3.34: Resultados en ejercicio de modelización en examen. Curso 04-05

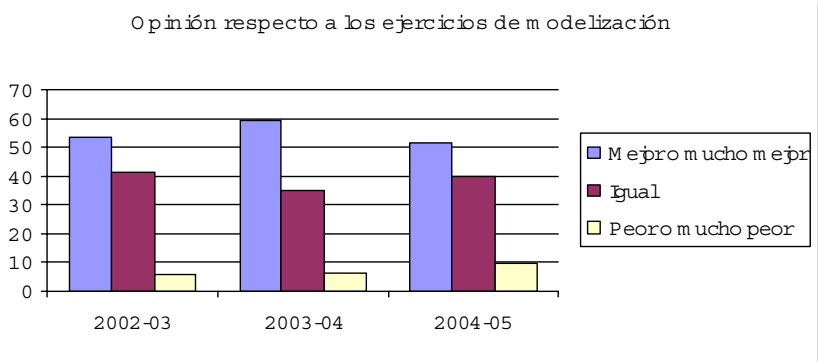


Figura 3.35: Datos correspondientes a la pregunta 1 de la encuesta

2. ¿Crees que los ejercicios de modelización planteados y las aplicaciones desarrolladas en ALGTEC te han ayudado a potenciar la habilidad de identificar situaciones reales donde utilizar las herramientas estudiadas en clase?

3. ¿Crees que sería útil aplicar este tipo de ejercicios y el trabajo en grupo en otras asignaturas?

4. ¿Crees que los ejercicios de modelización requieren más o menos esfuerzo por parte del alumno que los ejercicios 'tradicionales'?

5. ¿Cómo valoras la experiencia de trabajo en grupo realizada durante el curso?

Las encuestas se pasaron a los alumnos en clase faltando dos semanas para finalizar el curso, y fueron completadas y entregadas por un porcentaje en torno al 30 % de los alumnos matriculados oficialmente en la asignatura. Es importante resaltar que las encuestas se realizaron en la propia aula, por lo que todas fueron contestadas por alumnos que podían opinar con conocimiento de causa en cada pregunta ya que asistían a clase (salvo alguna posible encuesta contestada por algún alumno que de forma puntual asistió a clase ese día

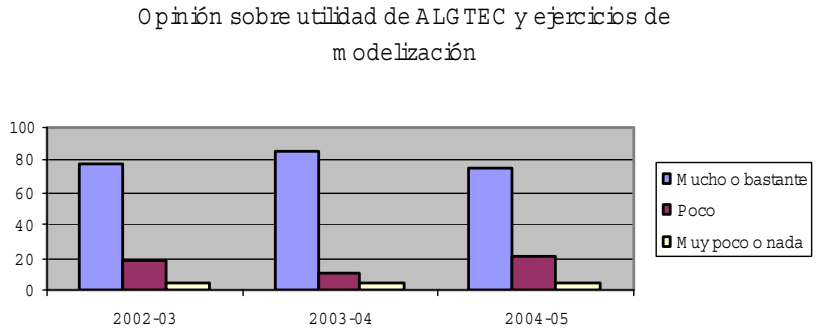


Figura 3.36: Datos correspondientes a la pregunta 2 de la encuesta

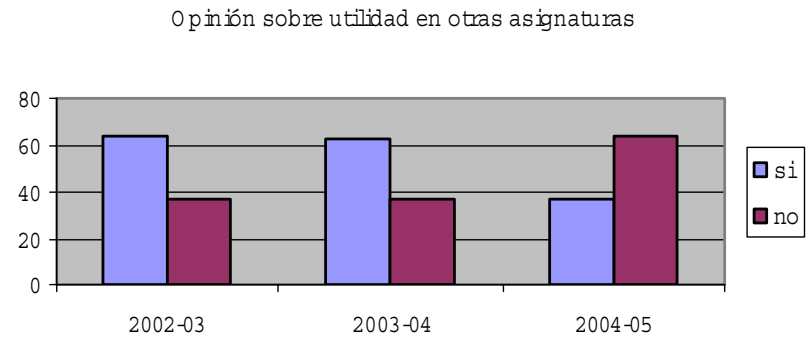


Figura 3.37: Datos correspondientes a la pregunta 3 de la encuesta

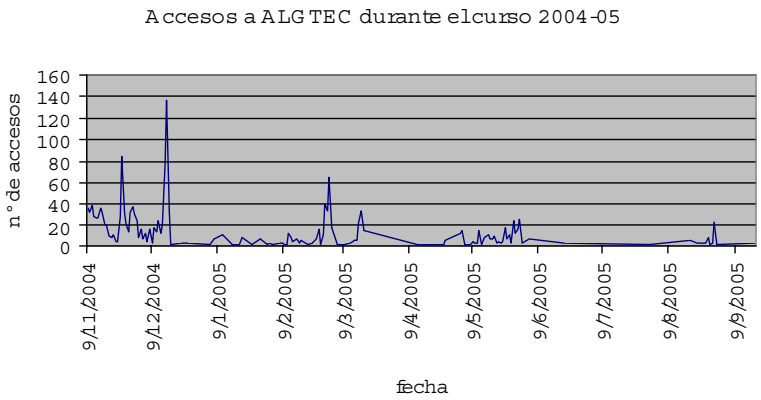


Figura 3.38: Accesos por parte de los alumnos a ALGTEC durante el curso 2004-05

concreto). Por lo tanto, aunque el porcentaje de encuestas sobre el número total de alumnos matriculados no es demasiado alto, la fiabilidad de los resultados obtenidos tras su análisis puede considerarse razonable.

Tras analizar las respuestas de los alumnos a estas preguntas, puede afirmarse que éstos valoran muy positivamente las situaciones técnicas desarrolladas en la aplicación ALGTEC así como el hecho de trabajar en grupo y enfrentarse con ejercicios contextualizados, a pesar de que también afirman que este tipo de ejercicios les supone más esfuerzo (lo que da más valor a la valoración positiva que hacen). Conviene recordar que todas las aplicaciones desarrolladas en ALGTEC son expuestas íntegramente en clase por el profesor. Aún así, los alumnos que lo desean pueden consultarlas nuevamente a través de la intranet para profundizar en la explicación correspondiente y/o realizar pruebas con los módulos de experimentación asociados a cada situación técnica analizada. El número de accesos a ALGTEC por parte de los alumnos (figura 3.38)[9] confirma el alto interés despertado por dicha aplicación entre éstos. En la figura se observa claramente que el número de accesos a ALGTEC se dispara en los días posteriores a la exposición en clase de algunas de las situaciones estudiadas. Además, se aprecia también que el número de accesos es mayor en el primer parcial, y disminuye progresivamente a lo largo del segundo y tercer parcial. Este hecho guarda una relación directa con el número de situaciones técnicas analizadas en ALGTEC que corresponden a cada parcial: 4 en el primero, 3 en el segundo y 2 en el tercero.

Siguiendo con el análisis de las encuestas, puede apreciarse también que los alumnos se muestran partidarios de exportar este tipo de ejercicios a otras asignaturas, excepto en el curso 04-05 en el que la EC no sólo premia sino que puede penalizar (en ese curso los alumnos ya no ven igual la idea de tener más trabajo durante el trimestre en la EC). En lo referente al trabajo en grupo, también se aprecia que los alumnos se muestran partidarios de esta metodología, si bien en el curso 04-05 en el que la nota de los miembros de un grupo

[9]Las fechas de acceso se inician en el mes de noviembre debido a que hasta ese mes los alumnos no tienen acceso a la intraweb.

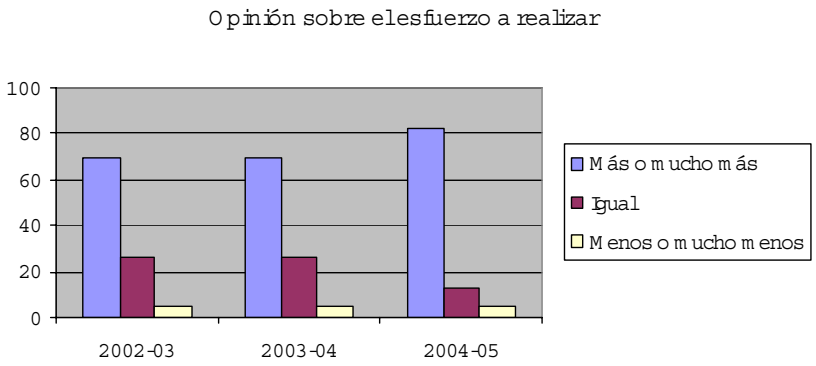


Figura 3.39: Datos correspondientes a la pregunta 4 de la encuesta

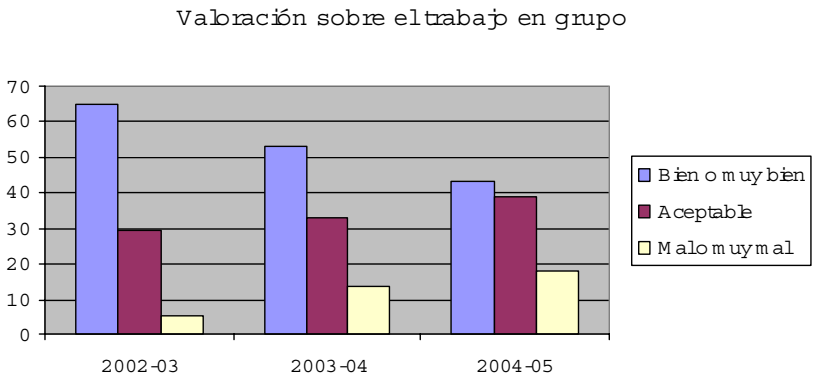


Figura 3.40: Datos correspondientes a la pregunta 5 de la encuesta

quedaba condicionada entre sí, algunos alumnos muestran su descontento ante la posibilidad de que su nota se vea afectada negativamente por la nota de alguno de sus compañeros. Aún así, la valoración final es también favorable durante este curso.

3.3. Conclusiones y reflexiones

La metodología aplicada en la asignatura de álgebra lineal impartida en Enginyeria i Arquitectura La Salle ha sufrido durante estos últimos años un proceso de adaptación y acercamiento progresivo a los principios básicos que, desde el Ministerio de Educación y Ciencia, se apuntan con el objetivo de alcanzar en un futuro próximo un importante compromiso: *'la adopción de un nuevo enfoque metodológico que transforme nuestro sistema educativo basado en la 'enseñanza' en otro basado en el 'aprendizaje'. Este proceso de mejora debe ser interactivo y debe sustentarse en 3 principios: (i) mayor implicación y autonomía del*

estudiante; (ii) utilización de metodologías más activas: casos prácticos, trabajo en equipo, tutorías, seminarios, tecnologías multimedia...; (iii) papel del profesorado, como agente creador de entornos de aprendizaje que estimulen a los alumnos'.[10]

Desde el curso 2001-02 se han incorporado de forma continuada nuevas herramientas y estrategias a la dinámica seguida en las clases presenciales correspondientes a la asignatura de álgebra lineal. Los cambios aplicados se han fundamentado sobretodo en teorías cognitivas que defienden la importancia de la motivación del alumno (Teoría del Procesado de la Información presentada en la sección 2.1.2), o la importancia del trabajo en grupo (teoría cognitiva social presentada también en la sección 2.1.2) a la hora de aprender y de potenciar determinadas conductas y competencias en los alumnos.

A modo de resumen, pueden citarse los cambios más significativos producidos durante este intervalo en la metodología docente aplicada en la asignatura de álgebra lineal:

- Incorporación a las clases de problemas procedentes del mundo técnico que son modelados y resueltos aplicando herramientas algebraicas incluidas en el temario de la asignatura. La presentación de estos problemas se realiza con ayuda de la aplicación multimedia ALGTEC (generada con esta finalidad) y se reparte a lo largo de todo el curso con el fin de demostrar al alumno que la asignatura que estudia puede serle muy útil en contextos técnicos. El objetivo de esta medida es doble: por un lado se aumenta la motivación intrínseca del alumno hacia la asignatura de álgebra (como se observa en la sección 3.2.2 tras el análisis realizado de las encuestas contestadas por los alumnos) predisponiendo al alumno a aumentar su atención e interés hacia la misma. Por otro lado, se dan los primeros pasos para potenciar en los alumnos su capacidad de asociar elementos de un problema real con herramientas y conceptos algebraicos.

- Inclusión de nuevos ejercicios de modelización para ser resueltos por los alumnos trabajando en grupos. Con esta medida se ofrece a los alumnos una actividad que permite potenciar nuevamente su capacidad para explotar los aspectos epistemológicos del álgebra, aprovechando al mismo tiempo todas las ventajas que ofrece el trabajo cooperativo (tal y como ya se expuso en la sección 2.2).

- Introducción al programa Matlab para que los alumnos lo utilicen como plataforma para validar sus razonamientos cuando se enfrentan a nuevos ejercicios de modelización. De este modo, se facilita que el alumno dedique más tiempo a pensar y menos a realizar cálculos mecánicos[11]. Se potencia así el razonamiento frente a la realización de cálculos de forma mecanizada.

- Incorporación de la aplicación APLICTEST como herramienta individual que permite al alumno poner en práctica otro modo de adoptar un papel más activo en su proceso de aprendizaje.

[10] Texto que puede consultarse en folleto informativo publicado en febrero del 2006 por el Consejo de Coordinación Universitaria del Ministerio de Educación y Ciencia.

[11] En esta fase se considera que el alumno ya sabe realizar los cálculos correspondientes. Lo que se pretende es minimizar el tiempo dedicado al cálculo y maximizar el tiempo dedicado a pensar y razonar.

El análisis general llevado a cabo sobre los resultados obtenidos por los alumnos que cursaron la asignatura de álgebra lineal entre los cursos 97-98 y 04-05 invita a pensar en una más que probable influencia positiva en los mismos atribuible a la incorporación de la modelización matemática, el estudio de casos y el trabajo cooperativo entre alumnos como herramientas docentes. en la sección 3.2.2 se pudo observar una mejora en dichos resultados a partir del momento en el que estas herramientas comienzan a ser aplicadas en el aula. Esta tendencia positiva es doblemente interesante, ya que no conviene olvidar que con el paso de los años se ha evaluado, además de los conocimientos puramente teóricos, la habilidad de aplicar dichos conocimientos en casos prácticos extraídos del mundo técnico. Es decir, los conocimientos a ser evaluados se han ido incrementando en los últimos años. También se ha constatado un incremento en el seguimiento de la evaluación continua por parte de los alumnos en los últimos cursos (figura 3.29). Si tenemos en cuenta que el porcentaje de alumnos que aprueba los exámenes de la asignatura es mayor entre aquéllos que siguen la evaluación continua durante el curso (tal y como puede observarse en las gráficas del anexo E) podemos afirmar que la incorporación a la metodología docente aplicada en el aula de todos estos recursos ayuda a que el alumno apruebe finalmente la asignatura.

Otro aspecto muy importante a destacar en este apartado de conclusiones es el hecho de que el porcentaje de alumnos que supera la asignatura de forma progresiva (por parciales) se ha visto aumentado claramente con la incorporación del estudio de casos prácticos y el trabajo cooperativo en el aula (figura 3.32). Este hecho es especialmente interesante ya que muestra un cambio significativo en el modo de interiorizar y aprender los conceptos tratados en la asignatura por parte de los alumnos. En los últimos cursos éstos superan la asignatura de forma progresiva y no gracias a un esfuerzo final, lo que invita a pensar que gran parte de los conceptos llegan a instalarse realmente en la memoria de larga duración (teoría del procesado de la información. figura 2.1) y, por tanto, son asimilados mucho mejor que en cursos anteriores.

Por otro lado, en la sección 3.2.2 se confirma también que los ejercicios de modelización propuestos en clase para ser desarrollados por los alumnos trabajando de forma cooperativa potencian la habilidad de éstos de asociar el mundo real con el algebraico. Los estudiantes entrenados en el proceso de modelización respondieron mucho mejor que los no entrenados en dicho proceso, ante un problema real que podía ser resuelto con herramientas algebraicas (figuras 3.33 y 3.34).

En referencia a la opinión que tienen los alumnos en relación con la dinámica que presenta la asignatura, las encuestas contestadas por éstos a final de curso confirman que se sienten cómodos con dicha dinámica (figuras 3.35 a 3.40), en la que un porcentaje importante (del orden del 15 %) de las horas de clase se dedican al estudio de ejercicios en los que el álgebra ayuda a resolver problemas reales. Estas encuestas reflejan que los alumnos valoran positivamente los ejercicios de modelización presentados en el aula, muestran un grado de satisfacción elevado respecto al trabajo en grupo con compañeros, y se muestran partidarios de exportar este tipo de ejercicios a otras asignaturas. Las valoraciones que los alumnos incorporan en los informes correspondientes a los ejercicios de modelización desarrollados y los comentarios escritos que acompañan a las encuestas permiten afirmar que los alumnos han visto claramente aumentada su motivación intrínseca hacia la asignatura. Algunos de

los comentarios más representativos pueden ser consultados en el anexo F.

En este apartado de reflexión, también sería interesante comparar la metodología final adoptada en esta asignatura con la aplicada en otras universidades para impartir la misma asignatura. Ante la imposibilidad de conocer con detalle qué metodología se aplica en otros centros[12] se ha optado por consultar el material asociado a dicha asignatura que algunas universidades publican en sus webs con acceso libre[13]. Así, se han encontrado centros como la la Open University de Gran Bretaña [ope], el MIT [MIT], la universidad de Málaga con el portal FERMAT (Foro Experimental Sobre Recursos Matemáticos Aplicados a las Telecomunicaciones) [FER], o proyectos dirigidos a alumnos de secundaria y bachillerato como el *Descartes* [Des][14] o el *Atlast Project forum* (Augment the teaching of linear álgebra through the use of software tools) [Atl] que ponen a disponibilidad de la comunidad educativa contenidos de video y texto con material de la asignatura, exámenes, teoría, cuestionarios, applets realizados en Java, funciones implementadas en Matlab, etc. pero sin vincular con claridad mundo real y algebraico[15], tal y como se propone con la aplicación de la metodología adoptada con los alumnos de álgebra lineal en l'Escola d'Enginyeria i Arquitectura La Salle.

Para finalizar, conviene recordar que aunque los análisis realizados apuntan hacia una influencia remarcable de la metodología docente aplicada en la mejora de los resultados obtenidos por los alumnos, la cantidad de factores que potencialmente pueden afectar a estos resultados (citados en la sección 3.2.1), y que no han podido ser controlados, han impedido utilizar en el análisis de dichos datos herramientas estadísticas que ofrecen resultados con un grado de confianza asociado (como los tests de hipótesis). Ello nos obliga, por tanto, a ser prudentes a la hora de interpretar las conclusiones y observaciones realizadas hasta el curso 2004-05.

[12]Para conocer con detalle qué metodología se aplica y cómo se aplica se necesitaría asistir a las clases correspondientes, o consultar algún artículo publicado en el que, de forma explícita, se detallara la metodología docente aplicada.

[13]La mayoría de universidades visitadas no tienen accesible esta información al visitante. Con toda probabilidad, esa información queda accesible a los alumnos a través de una Intranet.

[14]Descartes surge por iniciativa del Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación, del Ministerio de Educación, en junio de 1998.

[15]El portal FERMAT tampoco presenta una vinculación explícita entre mundo técnico y algebraico a pesar de que el nombre del portal invita a pensar lo contrario.

Capítulo 4

Experimento llevado a cabo durante el curso 2005-06

4.1. Introducción

En numerosos congresos y revistas propias del ámbito de la educación y la innovacíón docente pueden encontrarse descritas diferentes experiencias que muestran (no demuestran) que la aplicación de metodologías docentes centradas en el alumno mejoran el aprendizaje respecto a la aplicación de metodologías más conductistas. A modo de ejemplo pueden consultarse [SGS99] [SC04] [Mir05] [CDR05] [VSP05] [DVP+06] [Pér06] [GAM06] [OHKF07] [MGC+07]. Sin embargo, como afirma Alan H. Schoenfeld en [Sch00], los hallazgos obtenidos en el ámbito de la educación matemática raramente son definitivos (resulta imposible controlar todos los posibles factores que podrían influir en los resultados) sino que, en la mayoría de los casos, sólo muestran evidencias de determinados comportamientos. Las evidencias no están en la categoría de las pruebas. Sin embargo pueden acumularse, y esa acumulación es la que, según Schoenfeld, puede hacernos alcanzar conclusiones consideradas como fiables, aceptando la existencia de una mínima duda razonable.

El experimento realizado en la asignatura de álgebra lineal durante el curso 2005-06 es una evidencia más que se une a otras anteriores realizadas en otras universidades, en un intento de mostrar la influencia de la metodología docente aplicada en el rendimiento y en la adquisición de algunas competencias en los estudiantes. La duración, el rigor y las características propias de dicho experimento le confieren una mayor importancia si cabe. En la sección 4.2 se presentan en profundidad todos los detalles del experimento. En la sección 4.3 se analizan los datos obtenidos en el mismo y se apuntan ya las primeras conclusiones. Finalmente, en la sección 4.4 se resumen las conclusiones más importantes alcanzadas y se plantean algunas reflexiones relacionadas con las mismas.

4.2. Descripción del experimento realizado

Como ya se indicó en el punto 3.2.1, del análisis realizado a partir de los datos obtenidos por los alumnos durante los cursos que van del 97-98 al 2004-05 no pueden extraerse conclusiones significativas con un nivel de confianza aceptable sobre las mismas. Esto es debido a que fueron muchos los factores confundidos[1] no controlados que pudieron influir sobre el resultado obtenido por los estudiantes en cada curso, por lo que las conclusiones extraídas no pueden ser atribuibles únicamente al cambio metodológico sufrido por la asignatura a lo largo de los años. Obviamente, la aplicación del sentido común puede hacernos pensar que los resultados y conclusiones extraídas en el punto 3.3 están muy influenciados por la metodología docente aplicada, pero no es posible calcular un porcentaje de error asociado a esa afirmación.

Por este motivo, se ha diseñado y llevado a la práctica durante el curso 2005-06 un experimento destinado a estudiar de forma rigurosa la influencia real en el rendimiento de los alumnos de la metodología docente aplicada. En dicho experimento han quedado controlados la mayor parte de los factores que ya fueron citados en la sección 3.2.1, y que se enumeran a continuación de forma resumida:

- La dificultad de los exámenes realizados por los alumnos comparados es la misma.
- La mayoría de circunstancias que puntualmente afecten durante el curso 2005-06 (longitud de los parciales, la fecha del examen con respecto a las otras asignaturas, la carga académica debida a otras asignaturas...) lo harán por igual a todos los alumnos cuyos resultados son analizados.
- Los controles de EC realizados en cada parcial son los mismos en cada grupo, así como los criterios utilizados en su corrección. Además han sido realizados de forma casi simultánea en los tres grupos, evitando así posibles filtraciones de información entre alumnos. La única diferencia a la hora de calcular la nota final de EC en los alumnos del grupo B y los alumnos de los grupos A y C reside en las notas correspondientes a ejercicios realizados que, en el caso del grupo B corresponden a ejercicios clásicos en su totalidad, mientras que en el caso de los grupos A y C adquieren relevancia las notas obtenidas en los ejercicios de modelización desarrollados. En cualquier caso, el peso dado en la nota final de EC a los controles y a los ejercicios realizados durante cada parcial ha sido el mismo en los tres grupos.

Así pues, los efectos observados en el rendimiento académico de los estudiantes a lo largo del curso sí pueden ser atribuidos ahora fundamentalmente a la metodología docente aplicada.

En los puntos 4.3 y 4.4 se presenta el análisis de los datos obtenidos en el experimento junto con las conclusiones más relevantes avaladas por las pruebas estadísticas correspondientes. En este apartado se describen los detalles del experimento realizado.

[1] Las variables o factores se dicen confundidas cuando sus efectos en el resultado no pueden distinguirse entre sí [Ste99].

Descripción de los grupos que intervienen en el experimento Durante el curso 2005-06 en Enginyeria i Arquitectura La Salle convivieron cinco grupos de primer curso. En todos ellos se impartió la asignatura de álgebra lineal. El modo de formar los cinco grupos fue el siguiente: al grupo M se asignaron los alumnos de la especialidad de Multimedia (con una carga académica a lo largo del curso diferente al resto de especialidades); al grupo D (horario de las clases por la tarde) se asignaron, en su mayoría, alumnos que combinaban los estudios universitarios con un trabajo; a los tres grupos restantes (grupos A, B y C) se asignaron el resto de estudiantes de forma aleatoria, sin considerar ningún otro criterio. Por lo tanto, los grupos que formaron parte del experimento fueron estos tres últimos, ya que presentaban las mismas condiciones de partida. Además, en el experimento no se ha considerado la nota obtenida por los alumnos de estos grupos que repetían la asignatura por considerar que sus conocimientos previos sobre el temario de la asignatura y la diferente carga académica de los mismos[2] serían factores que también podrían influir en sus resultados, además de la metodología docente aplicada.

Metodología docente aplicada en cada grupo Con el fin de estudiar el efecto en el rendimiento de los alumnos de la metodología docente aplicada se propuso impartir la clase en los grupos A, B y C de modo diferente. Así, en el grupo B las clases se impartieron siguiendo un modelo tradicional de la formación. Es decir, todas las clases del curso siguieron el formato de clase magistral, y los ejercicios presentados a los alumnos fueron de los que podríamos denominar clásicos o teóricos. Es decir, ejercicios no contextualizados en situaciones reales ni procedentes de ejemplos prácticos, pero enfocados a entender las herramientas algebraicas explicadas en clase. Algunas clases a lo largo del curso se dedicaron a la resolución de ejercicios, y los alumnos siempre trabajaron de forma individual.

En la metodología docente aplicada en el grupo A se introdujeron algunas novedades destacables con respecto a la aplicada en el grupo B. Aunque los conceptos teóricos fueron presentados a los estudiantes siguiendo el mismo formato de clase magistral aplicado en el grupo B, gran parte de los ejercicios clásicos realizados en el grupo B fueron sustituidos por ejemplos prácticos procedentes de diferentes ámbitos técnicos (procesado de imagen, gráficos por ordenador, comunicaciones digitales, etc). Algunos de estos ejemplos fueron explicados y desarrollados totalmente por el profesor con la ayuda de la aplicación ALGTEC ya presentada en la sección 3.1.3, mientras que otros fueron propuestos a los alumnos para que éstos, aplicando herramientas algebraicas, modelaran y resolvieran la situación técnica propuesta orientados debidamente por el profesor[3]. Cada una de las nueve situaciones técnicas desarrolladas en ALGTEC fueron presentadas a los estudiantes justo después de que se explicaran en clase los conceptos teóricos aplicados en las mismas. Así, durante el primer parcial se presentaron las cuatro primeras aplicaciones descritas en la sección 3.1.3, durante el segundo parcial se presentaron las tres siguientes, y a lo largo del tercer parcial fueron presentadas las dos aplicaciones finales. Además, tanto en el segundo como en el tercer parcial se propuso un ejercicio para que fueran los propios alumnos los que realiza-

[2]El número de asignaturas que cursan los alumnos repetidores varía en cada caso, por lo que resulta erróneo suponer que todos tienen la misma carga académica durante el curso.

[3]Este tipo de problemas recibe el nombre de *Performance Task* en [Bur99].

ran el esfuerzo de modelarlo algebraicamente y resolverlo posteriormente, utilizando para ello el programa MATLAB como banco de pruebas en el que validar sus razonamientos. En las últimas semanas del segundo parcial los alumnos dedicaron tres horas de clase para trabajar sobre el ejercicio titulado 'Estudio acústico' que ya fue presentado en la sección 3.1.4. De forma análoga, al final del tercer parcial los alumnos dedicaron nuevamente tres horas para trabajar en clase el ejercicio titulado 'Detector de vocales' que también puede consultarse en la sección 3.1.4. En ambos casos, el objetivo de dedicar algunas horas de clase a estos ejercicios prácticos fue el de permitir que el profesor pudiera encauzar y orientar adecuadamente a los estudiantes hacia una solución válida. El profesor se paseaba por la clase y atendía las consultas de los alumnos tratando de contestar cada pregunta con nuevas preguntas que hicieran al alumno plantearse cuestiones que él por sí solo no se planteaba y que le ayudarían a solucionar el problema. Es importante indicar que a lo largo de todo el curso los alumnos del grupo A trabajaron todos los ejercicios propuestos siempre de forma individual.

La metodología aplicada en el grupo C fue la misma que se aplicó en el grupo A en lo que se refiere al modo de impartir los conceptos teóricos de la asignatura y al tipo de ejercicios contextualizados presentados en clase. Sin embargo, hubo una diferencia importante con respecto al grupo A: se apostó por el trabajo cooperativo. Es decir, se pusieron en práctica los principios del aprendizaje cooperativo ya apuntados en la sección 2.2 con el fin de estudiar su influencia en el rendimiento de los alumnos. Para formar grupos heterogeneos académicamente hablando, los grupos definitivos no se constituyeron hasta la primera semana del segundo parcial, aunque a lo largo del primer parcial ya se puso en práctica el trabajo en grupo (generando grupos válidos únicamente en una sesión[4]) para resolver algún ejercicio en clase. Los grupos definitivos se constituyeron tras disponer de las notas obtenidas por los alumnos en el primer parcial. Esto permitió ordenar los alumnos según la nota obtenida y forzar que cada grupo estuviera formado por un alumno con buena nota en el primer parcial (alumno incluído en el tercio superior de esa lista), otro con una nota media (incluído en el tercio medio de la lista) y otro con una nota baja (alumno del tercio inferior de la lista)[5]. Así, se provocó que el perfil académico de los grupos fuera similar, cumpliendo de este modo el principio de agrupamiento heterogeneo citado en la sección 2.2. Esta política de generación de grupos trató de aplicar también la idea básica apuntada en la teoria cognitiva social por Bandura en la sección 2.1.2, que defiende que la mayor parte del comportamiento humano es aprendido por observación del comportamiento de otras personas. Así, generando los grupos de este modo no sólo se pretendía que los alumnos 'buenos' ayudasen a los 'menos buenos' académicamente hablando, sino también que los alumnos con nota baja hicieran suyas actitudes de los alumnos con nota más alta cuando observaran cómo trabajaban éstos y los resultados que ello les aportaba.

El principio de interdependencia positiva fue también uno de los puntos importantes citados en la sección 2.2 en referencia al trabajo cooperativo. En nuestro experimento, y para tratar de forzar que el éxito del grupo estuviera supeditado al éxito individual de cada uno de

[4]En cada sesión de trabajo se constituían grupos diferentes.

[5]Los alumnos no fueron informados del criterio de creación de las 3 'sublistas' con el fin de no marcar ya de partida el rol de cada alumno dentro del grupo.

Figura 4.1: Fotografía realizada durante una sesión de trabajo en grupos, en el curso 1C

sus miembros (objetivo perseguido con el principio de interdependencia positiva) se optó por premiar a los miembros de aquellos grupos que acreditaran un buen trabajo de grupo. Para ello, se propuso un sistema de valoración final del trabajo en grupo que promediaba las notas individuales de sus miembros. Así, para que el grupo obtuviera una nota razonablemente alta ningún miembro del grupo debería presentar una nota excesivamente baja. Finalmente, y con el fin de promover la colaboración entre los miembros de cada grupo, se fijaron 3 notas de grupo umbrales que, en caso de ser superadas, incrementaban directamente la nota de EC individual de cada miembro del mismo. Los umbrales se fijaron en 5.5, 6.5 y 7.5, y el incremento de nota obtenido fue de 1 punto (si se superaba el 5.5), 2 puntos (si se superaba el 6.5) o 3 puntos (si la nota del grupo superaba el 7.5).

La dinámica de trabajo en grupos seguida en el grupo C fue grabada en video en dos sesiones diferentes. Una de esas sesiones corresponde al primer día de trabajo en grupos sobre el ejercicio de modelización titulado 'Estudio acústico'. La otra corresponde a la realización de un control de EC, primero de forma individual y posteriormente en grupos. Ambos videos pueden consultarse en el DVD que aparece en el anexo I. En la figura 4.1 aparece una fotografía realizada en una sesión de trabajo sobre un ejercicio de modelización.

Datos obtenidos de los alumnos en cada grupo A lo largo del curso se fueron realizando diferentes ejercicios y controles que dieron lugar a diferentes notas. También se fueron anotando en una *Observation Checklist* [Bur99] diferentes aspectos observados en los estudiantes. Toda esta información fue ponderada adecuadamente y utilizada posteriormente en el cálculo de la nota final de EC de cada parcial[6]. A continuación se detallan todos los datos obtenidos de los alumnos en cada grupo:

- Datos observables durante la clase (asistencia y participación activa en clase, tanto a nivel de consultas como a nivel de participaciones acertadas en lo que a conocimientos

[6]Conviene recordar que la nota final de un alumno en cada parcial se calcula ponderando con un 70 % la nota del examen parcial y un 30 % la nota de EC (en el cálculo de la nota final de EC se considera con un peso del 30 % la actitud mostrada por el estudiante, evaluada a partir del número de ejercicios y controles presentados durante el parcial y de las anotaciones realizadas por el profesor en su *Observation Checklist*).

se refiere). Estos datos eran anotados en la *Observation Checklist* correspondiente.

- Ejercicios clásicos propuestos para ser resueltos en clase o en casa.
- Controles acumulativos[7] contestados individualmente por los alumnos.
- Controles acumulativos contestados en subgrupos de alumnos. Esta información sólo pudo tomarse en el grupo C, donde los alumnos resolvieron en grupo el mismo control que contestaron previamente de forma individual.
- Datos procedentes de la experiencia de modelización algebraica de problemas técnicos (informe evaluado siguiendo la *Rubric* [Bur99] correspondiente -ver anexo G para consultar las *Rubrics* asociadas a los dos ejercicios de modelización propuestos- y observaciones realizadas en las sesiones de trabajo en grupo). Esta información sólo pudo obtenerse en los grupos A y C, dado que los alumnos del grupo B no trabajaron con estos ejercicios de modelización.
- Resultados obtenidos en los exámenes de final de parcial.
- Datos procedentes de accesos a las aplicaciones ALGTEC (sólo en grupos A y C) y APLICTEST.

Es importante destacar en el grupo C el cambio significativo que supone el modo de proponer los diferentes controles de EC realizados a lo largo del curso a partir del segundo parcial. Así, una vez que los estudiantes han resuelto (y entregado al profesor) de forma individual el control propuesto, se les pide que se enfrenten de nuevo al mismo control pero esta vez compartiendo razonamientos y propuestas de resolución con sus compañeros de grupo. Al final del proceso, los estudiantes vuelven a presentar una solución al mismo control pero esta vez consensuada por todos los miembros del grupo de trabajo. La incorporación de esta dinámica de trabajo en los controles de EC persigue dos objetivos: en primer lugar, fomentar la ayuda entre compañeros[8]; y en segundo lugar, permite disponer de unos datos que permitirán posteriormente analizar el rendimiento real del trabajo en grupo en ese instante (En la sección 5.2 se aborda este aspecto).

Profesor asociado a cada grupo El profesorado asociado a la asignatura de álgebra lineal durante el curso 2005-06 estaba formado por 4 profesores. Por lo tanto, uno de los profesores debía impartir clase a dos grupos y el resto de profesores a un grupo cada uno. En un primer momento, y en la fase de diseño de la experiencia, se planteó como propuesta ideal que un único profesor impartiese las clases a los tres grupos que intervenían en el experimento. De ese modo, el profesor ya no sería un posible factor que pudiera influir en el rendimiento de los alumnos. Sin embargo, esta opción no fue posible debido a la multitud de

[7]Son controles de EC en los que se añaden preguntas referentes a conceptos ya tratados en controles anteriores realizados durante el mismo parcial.

[8]No debe olvidarse que con la filosofía de interdependencia positiva propuesta, a los alumnos con mejores notas les interesa que sus compañeros entiendan bien los conceptos aplicados de cara a futuros controles individuales de EC, y esta es una buena ocasión para ayudarles.

inconvenientes asociados al reajuste en las cargas docentes de varios profesores afectados[9]. Por lo tanto, el experimento contó con dos profesores diferentes.

Con el fin de que el factor 'profesor' no tuviera prácticamente influencia en los resultados obtenidos por los estudiantes, se escogieron los dos profesores con más años de experiencia en la asignatura. Las estadísticas correspondientes a las notas de examen, de EC, y de alumnos no presentados en los cursos impartidos por ambos profesores en cursos previos presentaban valores similares (ver anexo L), por lo que a priori ninguno de los dos contaba con un historial estadístico claramente mejor que el otro. Además, se intensificó la coordinación entre ambos profesores a lo largo de todo el curso[10] con el fin de garantizar el mismo ritmo de impartición de temario en clase, las mismas horas dedicadas a ejercicios, los mismos controles de EC, y los mismos criterios de corrección y de cálculo en la nota final de EC.

Una vez decididos los dos profesores que impartirían clase en los grupos A, B y C había que decidir qué profesor impartía la clase a cada grupo. Se consideró que el profesor que impartiese dos grupos debía asignarse a los dos grupos en los que se presentaban ejercicios contextualizados. Así, en ambos grupos el análisis realizado sobre dichos ejercicios sería exactamente el mismo dado que el profesor era el mismo. Las posibilidades que ofrecen este tipo de ejercicios (diferentes enfoques, mayor o menor profundidad en el análisis, diferente modo de orientar a los alumnos...) hubieran complicado la coordinación entre los dos profesores con el fin de asegurar las mismas explicaciones y reflexiones, lo que habría restado confianza a las conclusiones extraídas al comparar posteriormente los resultados obtenidos en ambos grupos[11].

4.3. Análisis comparativo de los resultados en los grupos A, B y C

4.3.1. Introducción

En la sección 4.2 se ha explicado cuál ha sido la dinámica de trabajo seguida con los alumnos de cada uno de los grupos que intervienen en el experimento. En esta sección se presenta el análisis realizado sobre los datos obtenidos durante el curso 2005-06. Como ya se indicó previamente en la sección 4.2 el objetivo de dicho análisis es la extracción de afirmaciones y conclusiones, avaladas con las herramientas estadísticas correspondientes, referentes a la influencia de la metodología docente aplicada en el rendimiento de los estudiantes, que puedan generalizarse con un alto grado de confianza. El control ejercido sobre la mayoría de los factores que impidieron utilizar la inferencia estadística con los datos obtenidos en

[9]Esta propuesta inicial no solo afectaba a profesores de la asignatura de álgebra sino también a profesores de otras asignaturas debido a que el profesorado de álgebra también estaba vinculado a otras asignaturas impartidas en cursos superiores.

[10]Cada profesor confeccionó un 'diario del profesor' para cada grupo, en el que se recogieron las anécdotas, opiniones de alumnos y detalles asociados a cada una de las clases impartidas a lo largo del curso.

[11]Recordemos que en un grupo los alumnos trabajan los ejercicios de forma individual, mientras que en el otro lo hacen en grupos de tres alumnos.

cursos anteriores (ver sección 3.2.1) nos permite ahora tratar los datos obtenidos de un modo diferente al aplicado con anterioridad.

El análisis se plantea de un modo diferente según si se asume o no la aplicabilidad del teorema del límite central. Dicho teorema afirma que si disponemos de una muestra aleatoria $\{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$ procedente de una población con media μ y varianza σ^2, si n (tamaño de la muestra) es suficientemente grande, la variable aleatoria $\bar{X}$ (media muestral) tiene una distribución normal aproximada con $\mu_{\bar{X}} = \mu$ y varianza $\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n}$ [Dev01].

En muchos casos de interés práctico, si $n \geq 30$ se considera que esta aproximación normal será satisfactoria independientemente de la forma de la población [MR02]. No obstante, ese valor es orientativo y, como se indica en [MR02] y en [Teo] hay casos en los que un número inferior de muestras también permitiría la aplicación de dicho teorema. En nuestro caso, en casi la totalidad de análisis realizados se dispone de tamaños muestrales en torno a los 30 o superior, por lo que en dichos análisis se ha asumido la aplicabilidad del teorema. No obstante, hay algunos casos en los que los tamaños muestrales son bastante inferiores a 30, por lo que en esos casos no se ha asumido el teorema y se ha procedido de un modo diferente (se verá más adelante en este mismo apartado).

El número de estudiantes que hay en cada uno de los grupos que han participado en el experimento supera el umbral de 30. Concretamente, en el grupo A hay 34 alumnos que cursan la asignatura por primera vez; en el grupo B hay 41 y en el C 31. En el análisis realizado se han comparado, de dos en dos grupos, los resultados académicos obtenidos por los estudiantes de los grupos analizados, con el objetivo de inferir conclusiones relativas a la influencia que la metodología docente aplicada ha tenido en los resultados académicos obtenidos. Así, se ha analizado la diferencia de medias entre las observaciones de ambas muestras (que corresponden a las notas de los alumnos) y se ha comprobado si ésta es o no suficientemente significativa como para afirmar con un nivel de significancia suficientemente alto que la metodología docente aplicada ha jugado un papel determinante en los resultados observados.

Se ha considerado que cada muestra ha sido tomada de una población de estudiantes de primer curso de ingeniería que recibe las clases siguiendo una metodología docente diferente. Así, el grupo B representa la muestra tomada de la población que ha recibido las clases según un modelo tradicional de la enseñanza, en el que predominan las clases magistrales y los ejercicios clásicos no contextualizados. Además, los alumnos han realizado los ejercicios siempre de un modo individual. El grupo A representa la muestra tomada de la población que incorporó a las clases ejercicios prácticos contextualizados, en los que las herramientas teóricas presentadas en el aula fueron aplicadas con el fin de resolver problemas reales. En este grupo, todos los ejercicios realizados fueron trabajados por los estudiantes de forma individual. Finalmente, el grupo C representa la muestra tomada de la población que, además de la incorporación de ejercicios contextualizados común al grupo A, incorpora también el trabajo cooperativo como herramienta docente (figura 4.2). Las muestras tomadas de las poblaciones indicadas son independientes entre sí.

Cuando los tamaños muestrales (llamemos m y n a dichos tamaños) de las dos muestras que se comparan son suficientemente grandes no es necesaria la suposición de distribucio-

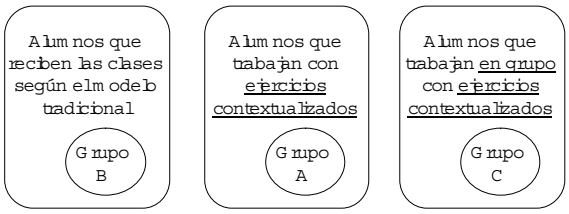


Figura 4.2: Poblaciones y muestras consideradas en el experimento

nes poblacionales normales. En este caso, el teorema del límite central afirma que $\bar{X} - \bar{Y}$ tiene aproximadamente una distribución normal, cualesquiera que sean las distribuciones poblacionales fundamentales. Si tomamos como hipótesis nula inicial (H_0) que las medias son iguales, esa distribución normal estará centrada en el cero. La varianza de dicha distribución será $\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}$ y la variable Z (ecuación 4.1) producirá una variable cuya distribución es aproximadamente normal estándar.

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \tag{4.1}$$

El uso del valor del estadístico de prueba indicado en la ecuación 4.2 (donde los valores $\bar{x}, \bar{y}, \sigma_1^2$ y σ_2^2 representan respectivamente las medias calculadas a partir de las muestras y las varianzas de ambas poblaciones) permite calcular el valor P que representa la probabilidad, bajo la suposición inicial de que es cierta la hipótesis nula H_0 de que ambas medias son iguales, de obtener un valor del estadístico de prueba, al menos tan contradictorio para H_0 como el que se obtuvo. Cuanto más pequeño sea el valor de P, más contradictorio es el resultado para H_0. Otro modo de interpretar el valor de P (o nivel observado de significancia) es verlo como el mínimo nivel de significancia (α) en el cual la hipótesis nula inicial sería rechazada cuando se utiliza un procedimiento de prueba especificado con un conjunto dado de información. Una vez que el valor de P se haya determinado, la conclusión final resulta de comparar el valor de P con α. Así, si $P \leq \alpha$ entonces se rechaza la hipótesis nula al nivel α, y si $P > \alpha$ entonces no se rechaza H_0 al nivel de significancia α considerado.

En estudios prácticos se asume que la hipótesis nula H_0 puede rechazarse para valores de $P \leq 0{,}05$ [Dev01].

$$z = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \tag{4.2}$$

Ya se ha comentado que la hipótesis nula que se toma en nuestro caso es que las medias son iguales. Cuando dicha hipótesis es rechazada, se asume que la hipótesis que se valida es la alternativa. Hay tres modos posibles de definir la hipótesis alternativa H_a:

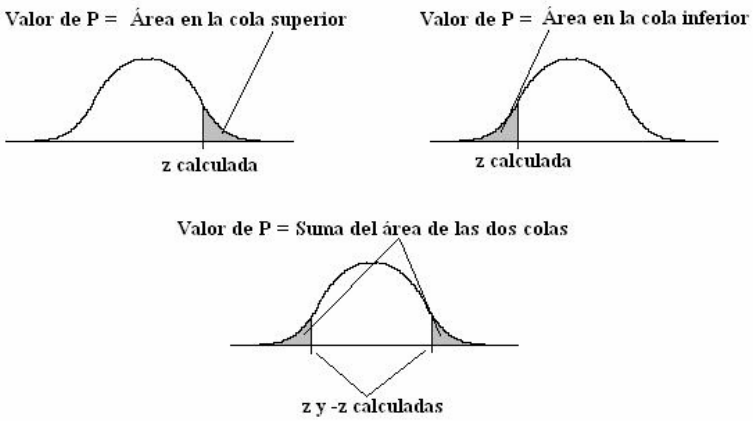


Figura 4.3: Cálculo del valor de P para una prueba z

- $H_a : \bar{X} > \bar{Y}$. Prueba de cola superior.
- $H_a : \bar{X} < \bar{Y}$. Prueba de cola inferior.
- $H_a : \bar{X} \neq \bar{Y}$. Prueba de dos colas.

El valor de P, según la hipótesis alternativa considerada, se calcula del siguiente modo:

Sea $\Phi(z)$ el valor del área acumulada correspondiente bajo la función normal estándar (ver figura 4.3),

- $P = 1 - \Phi(z)$ para una prueba de cola superior.
- $P = \Phi(z)$ para una prueba de cola inferior.
- $P = 2\,[1 - \Phi(|z|)]$ para una prueba de dos colas.

Normalmente las varianzas de las poblaciones no son conocidas (en nuestro caso tampoco lo son), por lo que se utilizan directamente los valores de varianza calculados a partir de las muestras (s_1^2 y s_2^2). El estadístico de prueba utilizado ahora se basa en la misma variable normalizada citada anteriormente, pero ahora la distribución relevante es t, no z. Así, cuando las distribuciones de dos poblaciones son normales con la misma media, la variable estandarizada indicada en la ecuación 4.3 tiene aproximadamente una distribución t con v grados de libertad, estimados a partir de los datos mediante la expresión 4.4.

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{m} + \frac{s_2^2}{n}}} \tag{4.3}$$

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{m} + \frac{s_2^2}{n}\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/m\right)^2}{m-1} + \frac{\left(s_2^2/n\right)^2}{n-1}} \tag{4.4}$$

El valor del estadístico de prueba t con dos muestras para probar la hipótesis nula $H_0 = \mu_1 = \mu_2$ es el siguiente:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{m} + \frac{s_2^2}{n}}} \tag{4.5}$$

Si el lector desea profundizar más en la prueba t puede consultar [Dev01] [PP01] [Tte].

A continuación se presentan las comparaciones realizadas entre los resultados académicos de los estudiantes de los diferentes grupos. Como se indicó anteriormente, se han comparado los grupos de dos en dos con el fin de identificar si una metodología es significativamente mejor que otra.

4.3.2. Análisis de los datos

Se han analizado los siguientes datos:

- Los resultados obtenidos por los alumnos en los exámenes de final de parcial. En estos exámenes sólo aparececieron ejercicios clásicos de álgebra y no se incluyeron ejercicios de modelización algebraica de casos prácticos.
- Las notas de EC obtenidas por los estudiantes al final de cada parcial[12].
- Los resultados obtenidos en un control realizado durante el tercer parcial en el que los alumnos tuvieron que modelar algebraicamente un problema real y proponer una solución al mismo.
- Las faltas de asistencia de los estudiantes durante las clases en cada parcial.

En los puntos que aparecen a continuación se presenta el análisis y resultados obtenidos correspondientes a cada caso.

Resultados obtenidos en los exámenes de final de parcial

Se han tomado las notas obtenidas por los alumnos en los exámenes realizados al final de cada uno de los tres parciales. Los alumnos que no se presentaron al examen no fueron considerados.

[12] En el grupo C las notas de EC correspondientes al segundo y tercer parcial se han tomado sin considerar el incremento de nota debido al rendimiento del trabajo en grupo realizado, con el fin de compararlas en igualdad de condiciones con las notas obtenidas en los grupos A y B.

Grupos	1^r Parcial	2^o Parcial	3^r Parcial
A	29	28	23
B	35	29	22
C	31	28	27

Cuadro 4.1: Alumnos de cada grupo presentados a examen en cada parcial

Grupos	1^r Parcial	2^o Parcial
Entre A y B	0,147	0,175
Entre A y C	0,270	0,255
Entre C y B	0,353	0,392

Cuadro 4.2: Valor de P en tests t realizados sobre las notas de examen

Para comprobar si puede o no asumirse la aplicabilidad del teorema del límite central, se ha realizado el recuento de los alumnos de cada grupo presentados en cada parcial. La tabla 4.1 muestra el citado recuento.

Como puede observarse en la tabla 4.1 el teorema no debería ser asumido al realizar el análisis sobre los datos procedentes del tercer parcial, pero sí puede ser asumido en los dos primeros parciales.

La figura 4.4 muestra el boxplot correspondiente a las notas obtenidas por los alumnos que se presentaron al examen final en cada uno de los parciales. Dichas notas se han comparado de dos en dos grupos. Se ha realizado el test de hipótesis forzando como hipótesis alternativa que la media del primero de los grupos indicados en la comparación es mayor a la del segundo (prueba de cola superior)[13]. La hipótesis nula inicial es la de que ambas medias son iguales. Los valores de P obtenidos al aplicar la prueba t con los datos de los dos primeros parciales se presentan en la tabla 4.2. No debemos olvidar que el objetivo perseguido con este análisis es comprobar si los resultados obtenidos por los estudiantes en los exámenes parciales están significativamente influenciados por la metodología docente aplicada.

El valor de P calculado debe interpretarse como la probabilidad de que siendo cierta la hipótesis nula obtengamos los datos que tenemos. Normalmente se considera que si esa probabilidad es inferior al 5 % ($p < 0{,}05$) el resultado es suficientemente significativo y la hipótesis nula puede rechazarse [Dev01] [MR02]. En ese caso se acepta la hipótesis alternativa.

Para analizar los datos correspondientes al tercer parcial debemos proceder de un modo

[13]Por ejemplo, si se indica un valor de $P = 0{,}03$ entre los grupos A y C debe rechazarse la hipótesis nula de medias iguales y se valida la hipótesis alternativa que afirma, en este caso, que la media en el grupo A es mayor que la del grupo C.

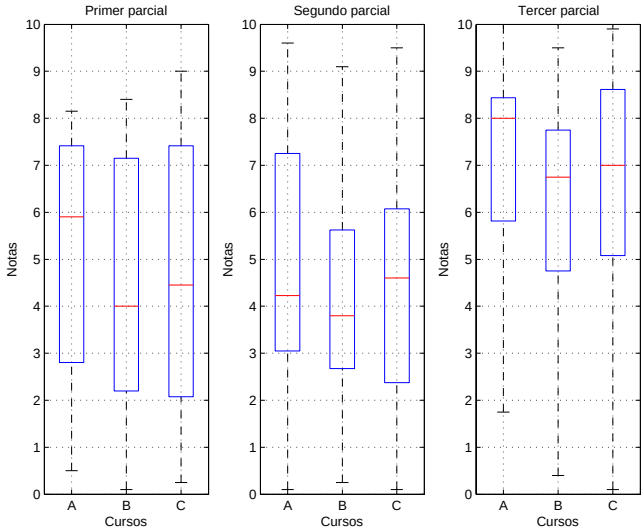


Figura 4.4: Notas obtenidas en los exámenes de final de parcial

Grupos	Kolmogorov-Smirnov	Kruskal-Wallis
Entre A y B	0,0583	0,2113
Entre C y A	0,7964	0,6471
Entre C y B	0,3590	0,5261

Cuadro 4.3: Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov y Kruskal-Wallis realizados sobre las notas de examen del tercer parcial

diferente puesto que no podemos asumir la aplicabilidad del teorema del límite central. En este caso, para poder utilizar la prueba t deberíamos asegurar que las muestras proceden de poblaciones que presentan una distribución normal. Para realizar esta comprobación se ha aplicado el test de Lilliefors (adaptación del test Kolmogorov-Smirnov) a partir de las muestras disponibles. La hipótesis de normalidad en los datos ha sido rechazada al aplicar el citado test, por lo que la prueba t no ha sido aplicada. En su lugar, se ha aplicado el test Kruskal-Wallis (cuya hipótesis nula inicial es la de igualdad de medianas) [Dev01] previa comprobación de que ambas muestras no proceden de dos poblaciones con distribuciones diferentes[14]. La tabla 4.3 muestra los valores de P calculados en ambos tests.

Los valores de P obtenidos en todas las comparaciones realizadas en los tres parciales no permiten rechazar la hipótesis nula inicial de medias iguales en ambas poblaciones. Este resultado nos permite afirmar que la distinta metodología docente aplicada en los grupos A,

[14]Esta comprobación se ha realizado aplicando una variante del test de Kolmogorov-Smirnov que compara la distribución de dos muestras tomando como hipótesis nula inicial que ambas muestras presentan la misma distribución.

Grupos	1^r Parcial	2^o Parcial	3^r Parcial
A	14,7 %	17,6 %	32,3 %
B	14,6 %	29,2 %	46,3 %
C	0 %	9,6 %	12,9 %

Cuadro 4.4: Porcentaje de alumnos no presentados al examen final del parcial

B y C no afecta significativamente al resultado obtenido por los alumnos que se presentan al examen final del parcial. Debe recordarse que el examen final de cada parcial contiene únicamente ejercicios 'clásicos' del álgebra lineal, por lo que resulta interesante observar que los alumnos de los grupos A y C, a pesar de haber dedicado menos tiempo a resolver ejercicios clásicos en clase que el dedicado por los alumnos del grupo B, obtienen unos resultados similares. Este resultado es totalmente lógico, puesto que los alumnos de los grupos A y C, cuando trabajan con ejercicios contextualizados, también tienen que calcular matrices de cambio de base, diagonalizar matrices, proyectar unos vectores sobre otros... Es decir, ponen en práctica los mismos conceptos que aplican los alumnos del grupo B cuando se enfrentan a ejercicios clásicos. Por eso, resulta bastante lógico que los resultados de todos los grupos cuando se enfrentan a ejercicios tradicionales sean similares.

Se ha analizado también el número de alumnos que no se ha presentado al examen correspondiente en cada parcial, con el fin de observar la posible influencia de la metodología docente aplicada. En la tabla 4.4 se muestra el porcentaje de alumnos no presentados en cada examen. Como puede observarse, el número de alumnos que abandona la asignatura a lo largo del curso en el grupo B es bastante superior al que presentan los grupos A y C. Este dato es bastante significativo ya que, si bien los resultados de los alumnos presentados a examen en los tres grupos son similares como hemos visto anteriormente, el número de alumnos que abandonan la asignatura a medida que avanza el curso parece estar claramente influenciado por la metodología aplicada. Este aspecto parece estar relacionado directamente con la motivación de los estudiantes hacia la asignatura. Es bastante lógico pensar que los alumnos que han visto diferentes aplicaciones prácticas de las herramientas algebraicas estudiadas en clase presenten una motivación mayor hacia la asignatura y, en consecuencia, la abandonen en menor número. Esta reflexión está firmemente avalada por los resultados que ofrece la encuesta que los estudiantes contestaron a final de curso, y en la que se observa de forma explícita un aumento en la motivación (el análisis detallado de esta encuesta se presenta en la sección 4.3.3). Por tanto, esto podría explicar que el grupo B presente un número de alumnos no presentados mayor al de los grupos A y C. Por otro lado, el compromiso que adquieren entre sí los alumnos que trabajan en grupos (provocado por la interdependencia positiva generada con la aplicación del trabajo cooperativo) podría considerarse la razón por la cual el porcentaje de alumnos que abandonan la asignatura es menor en el grupo C que en el A.

Grupos	1^r Parcial	2^o Parcial	3^r Parcial
A	33	31	28
B	41	34	27
C	31	31	28

Cuadro 4.5: Alumnos de cada grupo que no abandonaron la evaluación continua, en cada parcial

Grupos	1^r Parcial	2^o Parcial	3^r Parcial
Entre A y B	0,0071	0,0022	0,01
Entre C y A	0,133	0,198	0,0731
Entre C y B	5,6E-04	5,8E-05	2,7E-04

Cuadro 4.6: Valor de P en tests t realizados sobre las notas de evaluación continua

Resultados obtenidos en la evaluación continua de cada parcial

La nota de evaluación continua que presenta un alumno es un claro indicador del seguimiento que dicho alumno ha realizado de la asignatura a lo largo del parcial. En este sentido, es razonable esperar un mayor seguimiento en aquellos alumnos que presenten una mayor motivación hacia la asignatura. Por lo tanto, se han tomado las notas de evaluación continua obtenidas por todos los estudiantes en cada parcial y se han analizado con el fin de comprobar si la influencia de la metodología docente aplicada en el resultado es estadísticamente significativa. No se han considerado los alumnos que no han realizado ninguna prueba de evaluación continua.

En este análisis puede asumirse la aplicabilidad del teorema del límite central en los tres parciales, ya que los tamaños muestrales disponibles en cada parcial y grupo así lo permiten (ver tabla 4.5)

El boxplot que muestra cómo se han distribuido dichas notas en cada grupo puede consultarse en la figura 4.5.

Como en el apartado anterior, se ha aplicado la prueba t y se calculado el valor de P proponiendo como hipótesis alternativa que la media del primer grupo es superior a la del segundo. Los valores de P obtenidos pueden consultarse en la tabla 4.6.

En la tabla 4.6 puede observarse con claridad que en todas las comparativas entre los grupos A y B la hipótesis nula inicial de medias iguales debe ser rechazada, validándose por tanto la hipótesis alternativa de que la media en el grupo A es superior a la del B. Vemos, además, que el valor de α para rechazar la hipótesis nula puede tomarse mucho más restrictivo que el valor $\alpha = 0{,}05$ (por ejemplo $\alpha = 0{,}01$), con lo que el nivel de confianza con el que se rechaza la hipótesis nula es aún mayor. Por lo tanto, de este resultado podemos

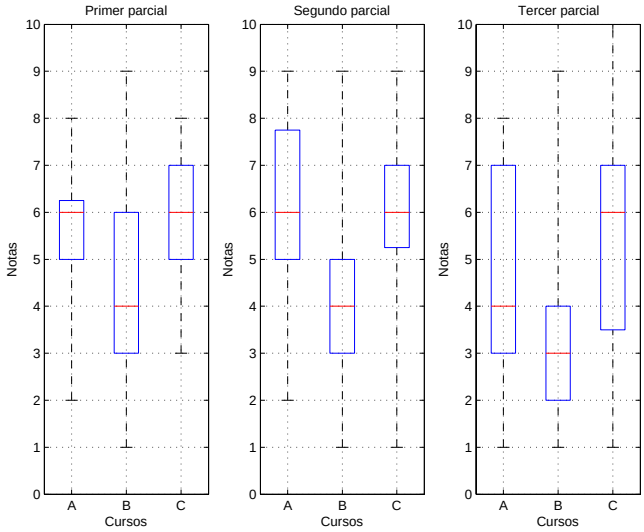


Figura 4.5: Notas de evaluación continua obtenidas al final de cada parcial

concluir que la metodología docente aplicada en el grupo A ha provocado una mejora suficientemente significativa en las notas de evaluación continua de los tres parciales, con respecto a los alumnos del grupo B como para poder afirmar con el rigor estadístico necesario que los alumnos que reciben la formación con la metodología docente del grupo A obtienen mejores resultados en la evaluación continua que los que reciben su formación siguiendo un modelo tradicional y clásico de la educación.

La comparación entre los grupos C y B permite la extracción de la misma conclusión ya comentada entre los grupos A y B, si bien el valor de α puede hacerse mucho menor (por ejemplo $\alpha = 6 \cdot 10^{-4}$) y continuar rechazando la hipótesis nula inicial. Esto quiere decir que cuando se comparan las metodologías docentes seguidas en los grupos C y B, la afirmación de que las medias obtenidas por los alumnos que recibieron su formación con la metodología aplicada en el grupo C es mayor que la de los alumnos del grupo B puede realizarse con un nivel de confianza mucho mayor al aplicado cuando se realizó esta misma afirmación entre los grupos A y B.

Al comparar las notas de evaluación continua entre los grupos C y A no podemos rechazar la hipótesis nula de medias iguales, aunque el valor de P está en alguno de los cálculos realizados (3r parcial) muy cerca del valor $\alpha = 0{,}05$ que permitiría afirmar que la media del grupo C es mayor que la del A. Este resultado podría sugerir que a largo plazo las medias en los resultados de los grupos C y A podrían llegar a ser significativamente diferentes, aunque obviamente tal afirmación es sólo una intuición y no una conclusión avalada por resultados estadísticamente significativos.

Es razonable pensar que el mayor seguimiento de la asignatura por parte de los alumnos esté asociado a la motivación hacia la asignatura. Por lo tanto, el análisis realizado permitiría

Grupos	1^r Parcial	2^o Parcial	3^r Parcial
A	2,9 %	8,8 %	17,6 %
B	0 %	17 %	34,1 %
C	0 %	0 %	9,6 %

Cuadro 4.7: Porcentaje de alumnos que no realizaron ninguna prueba de evaluación continua

afirmar nuevamente que la metodología aplicada en los grupos A y C aumenta la motivación de los estudiantes. Esta misma reflexión podría realizarse también a la vista de los datos mostrados en la tabla 4.7, en la que puede consultarse el porcentaje de alumnos que no realizaron ninguna prueba de evaluación continua a lo largo de cada parcial en cada uno de los grupos. Como puede observarse, el porcentaje de alumnos que abandonan la evaluación continua en el grupo B a lo largo del curso es muy superior al presentado en los grupos A y C.

Resultados obtenidos en el control de modelización realizado al final del curso

Pocas semanas antes de la finalización del curso, los alumnos de los grupos A, B y C se enfrentaron a un examen diferente a los demás exámenes realizados a lo largo del curso. Los alumnos fueron avisados de la fecha del examen, pero no se les informó de que el ejercicio que encontrarían en él sería un problema contextualizado. El objetivo de esta prueba era comprobar la capacidad de los alumnos para resolver con herramientas algebraicas un problema cuyo enunciado podía proceder de una situación real. El enunciado de la misma puede consultarse en el anexo H.

La gráfica con los boxplots correspondientes a los resultados obtenidos por los alumnos en este examen se muestran en la figura 4.6. Estos resultados han sido analizados con el fin de comprobar si el rendimiento de los alumnos es significativamente diferente en términos estadísticos según el grupo al que asistieron a clase. Es decir, comprobar si la metodología docente aplicada influye decisivamente en el resultado obtenido. El número de alumnos presentados a este examen (23 en el grupo A, 16 en el B y 24 en el C) no permiten asumir la aplicabilidad del teorema del límite central, por lo que se ha procedido del mismo modo ya indicado con anterioridad al analizar las notas de examen en el tercer parcial. Así, el test de Lilliefors aplicado ha rechazado la hipótesis de normalidad, y el test Kolmogorov-Smirnov no ha rechazado la hipótesis de distribuciones iguales, por lo que se ha aplicado nuevamente el test de Kruskal-Wallis para comprobar si la diferencia de medianas entre grupos es o no suficientemente significativa. La tabla 4.8 muestra los valores de P calculados tras la aplicación de los citados tests.

Los valores de P obtenidos al aplicar el test de Kruskal-Wallis permiten afirmar que la metodología docente aplicada afecta directamente en el resultado obtenido por los estudiantes en el control realizado. Como puede observarse en la tabla 4.8, la hipótesis de igualdad de medianas sólo puede mantenerse cuando se comparan entre sí los grupos A y C,

Grupos	P en test Kolmogorov-Smirnov	P en test Kruskal-Wallis
Entre A y B	0,1833	0,0552
Entre C y A	0,8238	0,9314
Entre C y B	0,2115	0,0384

Cuadro 4.8: Valor de P en tests Kolmogorov-Smirnov y Kruskal-Wallis. Comparativa de resultados en el control de modelización

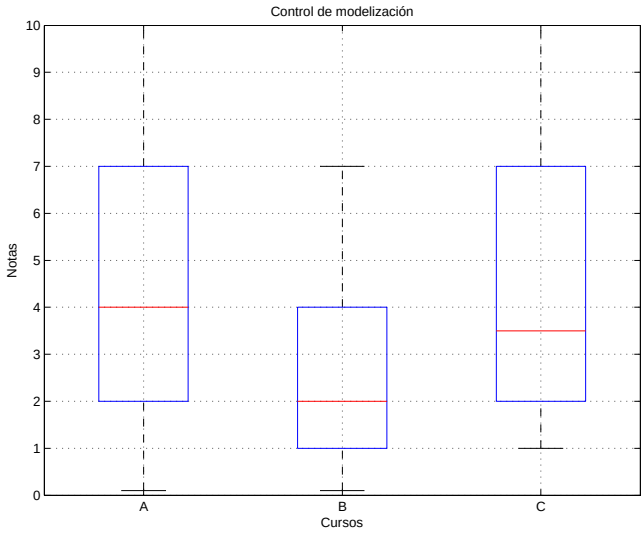


Figura 4.6: Notas obtenidas en el control de modelización realizado al final de curso

	A	B	C
% de alumnos NP	32,3 %	61 %	22,6 %

Cuadro 4.9: Porcentaje de alumnos no presentados (NP) al control de modelización

mientras que puede ser rechazada cuando se comparan los grupos A o C con el B[15]. Por lo tanto, los resultados obtenidos son suficientemente significativos como para afirmar que la metodología que presenta y desarrolla en el aula ejercicios de aplicación práctica consigue que los alumnos respondan significativamente mejor ante un nuevo problema contextualizado. Así, los alumnos de los grupos A y C, además de ser capaces de abordar igual de bien que los alumnos del grupo B los problemas clásicos, obtienen mejores resultados cuando se enfrentan a problemas contextualizados.

También resulta interesante analizar el porcentaje de alumnos que no se presentaron al examen en cada grupo. En la tabla 4.9 se comprueba nuevamente que el número de alumnos no presentados en el grupo B dobla prácticamente al número de alumnos no presentados en el grupo A, y casi triplica el número de alumnos no presentados en el grupo C, lo que podría ser considerado nuevamente como una muestra clara de desmotivación hacia la asignatura por parte de los estudiantes de dicho grupo. De nuevo, el bajo porcentaje de alumnos no presentados en el grupo C puede ser interpretado como una muestra clara del compromiso que adquieren entre sí los miembros de un mismo grupo de trabajo. Es decir, puede ser atribuído al efecto de la interdependencia positiva entre compañeros de grupo.

Análisis de las faltas de asistencia a clase durante el curso

A lo largo del curso se realizó un control diario muy estricto de la asistencia a clase de los estudiantes. Al final de cada parcial se asignó a cada alumno un índice asociado a las faltas de asistencia que fue calculado dividiendo el número de faltas de asistencia del alumno en el parcial por el número total de clases impartidas en dicho parcial. En la figura 4.7 puede observarse el boxplot obtenido a partir de dicho índice, y en la tabla 4.10 se muestran los valores de P obtenidos al aplicar el test t de hipótesis. Dado que el número de alumnos considerado en cada parcial supera los 30 (34 en el grupo A, 41 en el B y 31 en el C) se ha asumido la aplicabilidad del teorema del límite central y se ha aplicado directamente la prueba t a partir de los datos observados. Conviene resaltar que en este análisis se ha modificado la hipótesis alternativa. Ahora, la hipótesis indicada ha sido que la media en el primer grupo especificado en la columna 'grupos' de la tabla 4.10 es menor que la del segundo. Obviamente, ahora una media menor debe interpretarse como un resultado mejor, ya que significa que hay un ausentismo menor de los alumnos en clase.

Si comparamos las faltas de asistencia en los grupos A y B podemos observar un valor de P muy bajo ya desde el primer parcial, que va disminuyendo progresivamente a medida

[15] Aunque el valor de P calculado al comparar los grupos A y B es ligeramente superior a 0,05 asumimos que puede rechazarse la hipótesis nula para un nivel de significancia $\alpha = 0{,}056$.

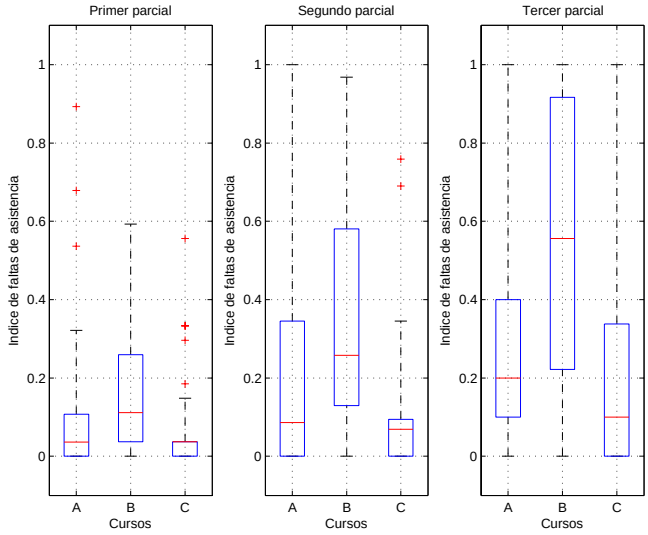


Figura 4.7: Índice asociado a las faltas de asistencia en cada parcial

Grupos	1^r Parcial	2^o Parcial	3^r Parcial
Entre A y B	0,0713	0,0343	0,0048
Entre C y A	0,1753	0,0342	0,1333
Entre C y B	0,0019	2,1E-05	8,7E-05

Cuadro 4.10: Valor de P en tests t realizados sobre el índice de faltas de asistencia

Grupos	1^r Parcial	2^o Parcial	3^r Parcial
A	47 %	29,4 %	5,8 %
B	17 %	9,7 %	7,3 %
C	48,3 %	38,7 %	32,2 %

Cuadro 4.11: Porcentaje de alumnos que asistieron a clase todos los días

que avanzamos en el tiempo (tabla 4.10). Salvo en el primer parcial, en el que $P = 0{,}0713$, en los dos siguientes podemos rechazar la hipótesis nula inicial, con un nivel de significancia cada vez más estricto a medida que avanza el tiempo, y afirmar que la metodología docente aplicada en el grupo A provoca un ausentismo menor en las aulas, sobretodo a medio y largo plazo, si la comparamos con la metodología tradicional aplicada en el grupo B.

De la comparativa entre el grupo C y el B se desprende que la metodología aplicada en el grupo C afecta de una manera aún más significativa que la metodología del grupo A en lo que se refiere a las faltas de asistencia. Puede observarse que en los tres parciales la hipótesis nula inicial de medias iguales es rechazada aun fijando un valor de α mucho más estricto que el 0.05 fijado por defecto (por ejemplo, $\alpha = 0{,}002$).

En cuanto a la comparativa entre los grupos A y C se observa que la hipótesis nula inicial no puede ser rechazada[16]. Sin embargo, si nos apoyamos en los resultados obtenidos en las comparativas entre los grupos A y B, y los grupos C y B, puede afirmarse que la metodología aplicada en el grupo C marca unas diferencias más claras, con respecto a la metodología aplicada en el B, que la metodología aplicada en el A. No obstante, esas diferencias no son lo suficientemente importantes como para que el test de hipótesis realizado con los datos de los grupos A y C desprenda una conclusión estadísticamente significativa en los tres parciales.

Es interesante también observar la cantidad de alumnos en cada grupo que no faltó ni un solo día a clase en cada parcial. La tabla 4.11 presenta esta información. Resulta especialmente significativo el porcentaje de estudiantes del grupo C que no faltan nunca a clase. A medida que va pasando el tiempo ese porcentaje va disminuyendo de una forma muy suave en el grupo C, mientras que en los grupos A y B esa disminución se produce de una forma más brusca (sobretodo en el grupo B, donde ese porcentaje ya es bastante bajo desde el primer parcial). Nuevamente este dato invita a pensar en la más que probable influencia que el compromiso entre compañeros de un mismo grupo ejerce en este resultado. Es decir, el trabajo cooperativo parece potenciar el sentido de la responsabilidad grupal en los estudiantes.

4.3.3. Análisis sobre las encuestas realizadas al final de curso

Al final de curso se pasó a los alumnos una encuesta para conocer su opinión acerca de la dinámica de trabajo aplicada en las clases a lo largo del curso. Las preguntas fueron las

[16]Esa diferencia sólo fue estadísticamente significativa en el segundo parcial, pero no en el primero y tercero.

mismas que las formuladas los cursos previos (ver sección 3.2.2) con el fin de poder comparar la opinión de alumnos de diferentes cursos académicos sobre las cuestiones formuladas. A continuación se indican las preguntas que constituyeron la encuesta y los grupos a los que se planteó cada pregunta[17].

- Pregunta 1: ¿Los ejercicios de modelización y las aplicaciones desarrolladas en ALGTEC te han ayudado a entender mejor los conceptos teóricos explicados en la asignatura, con respecto a los ejercicios clásicos? (Grupos A y C).
- Pregunta 2: ¿Crees que los ejercicios de modelización planteados y las aplicaciones presentadas en clase con el programa ALGTEC te han ayudado a potenciar la habilidad de identificar situaciones reales donde utilizar los conceptos estudiados en clase? (Grupos A y C).
- Pregunta 3: ¿Crees que sería útil utilizar este tipo de ejercicios contextualizados en otras asignaturas que no tienen prácticas? (Grupos A y C).
- Pregunta 4: Los ejercicios de modelización, ¿requieren más o menos esfuerzo por parte del alumno que los ejercicios tradicionales? (Grupos A y C).
- Pregunta 5: ¿Cómo valoras la experiencia de trabajo en grupo llevada a cabo a lo largo del curso? (Grupo C).
- Pregunta 6: Según los conocimientos adquiridos durante este curso, ¿definirías la asignatura de álgebra lineal como una asignatura teórica y sin aplicación práctica en el mundo técnico, o la definirías como una asignatura aplicable en la resolución de problemas técnicos? (Grupos A, B y C)

Los resultados obtenidos tras el análisis (figuras de la 4.8 a la 4.14) confirman nuevamente[18] la buena opinión que el alumnado tiene con respecto a la utilización de las estrategias de aprendizaje activo aplicadas en los grupos A y C. Las figuras 4.8 y 4.9 muestran una opinión muy favorable con respecto a los ejercicios contextualizados tratados en clase, a pesar del mayor esfuerzo que estos ejercicios exigen con respecto a los ejercicios tradicionales (figura 4.11). También resulta interesante observar que los alumnos que han trabajado en grupo durante el curso (grupo C) ven con buenos ojos la posibilidad de exportar a otras asignaturas la idea de trabajar sobre ejercicios contextualizados, mientras que los alumnos del grupo A muestran, en su mayoría, una opinión contraria (figura 4.10). El lector puede pensar que la razón de esta diferencia reside en que el esfuerzo de realización de los informes correspondientes a los ejercicios de modelización propuestos es inferior en el grupo C que en el grupo A, puesto que trabajan en grupo y reparten tareas. Sin embargo, para evitar este agravio comparativo, se pidió a los alumnos del grupo C que presentaran un informe

[17] Obviamente al grupo B no se le realizó ninguna pregunta relacionada con el trabajo en grupo ni con ejercicios contextualizados, y al grupo A tampoco se le preguntó nada relacionado con el trabajo en grupo.

[18] Ya fue confirmado en la sección 3.2.2 tras el análisis realizado sobre encuestas realizadas por diferentes alumnos en los cursos 2002-03, 2003-04 y 2004-05.

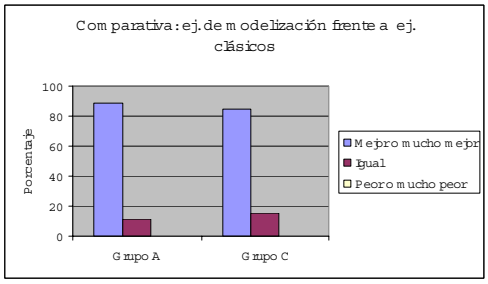


Figura 4.8: Respuesta a la pregunta 1 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06

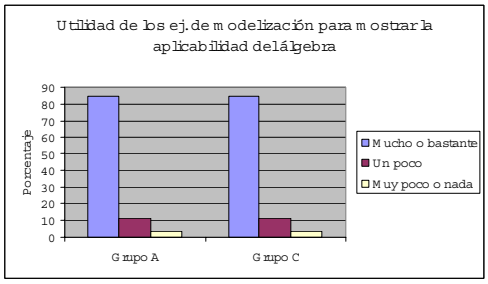


Figura 4.9: Respuesta a la pregunta 2 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06

individual correspondiente a cada ejercicio de modelización, aunque lo hubieran trabajado en grupo[19]. Por tanto, la razón que justifique esta diferencia de opinión hay que buscarla en otro factor. Es probable que la dinámica de trabajo en grupo, valorada positivamente por la mayoria de alumnos del grupo C (ver figura 4.12), haya propiciado un ambiente de trabajo con el que los alumnos se han sentido muy cómodos, y esto haya inclinado la balanza hacia una opinión favorable a exportar a otras asignaturas la metodología aplicada.

Para finalizar, conviene resaltar que la pregunta 6 también se formuló a los alumnos de los tres grupos en una encuesta realizada el primer día de clase, con el fin de comprobar si la opinión inicial del alumno cambiaba más o menos a lo largo del curso según la metodología docente aplicada. Los gráficos mostrados en las figuras 4.13 y 4.14 muestran también de forma clara como los alumnos de los grupos A y C no ponen en duda al final del curso la aplicabilidad de las herramientas algebraicas para solucionar problemas procedentes de un ámbito técnico, mientras que en el grupo B son muchos los que siguen pensando a final del curso que el álgebra es una asignatura exclusivamente teórica.

[19]Cada alumno del grupo C describió con sus palabras los razonamientos aplicados y las pruebas realizadas al trabajar sobre los ejercicios de modelización.

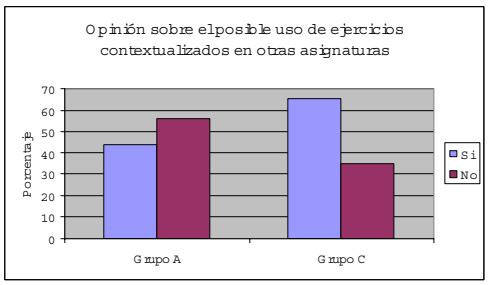


Figura 4.10: Respuesta a la pregunta 3 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06

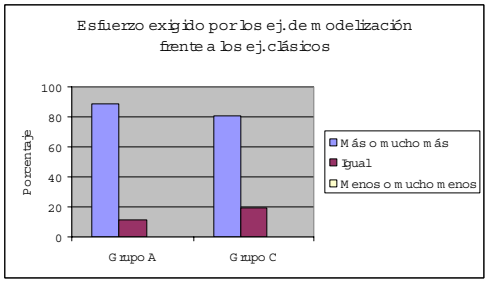


Figura 4.11: Respuesta a la pregunta 4 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06

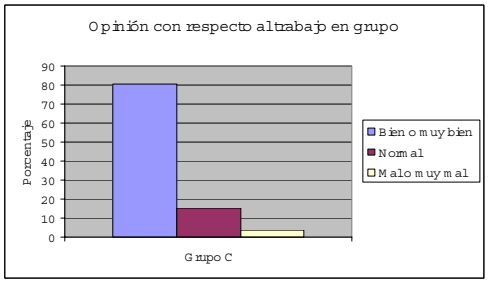


Figura 4.12: Respuesta a la pregunta 5 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06

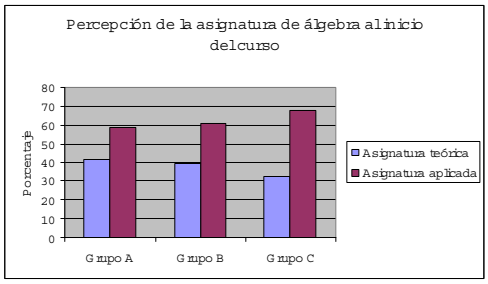


Figura 4.13: Respuesta a la pregunta 6 de la encuesta realizada al inicio del curso 2005-06

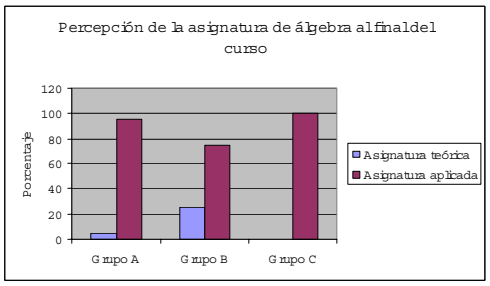


Figura 4.14: Respuesta a la pregunta 6 de la encuesta realizada al final del curso 2005-06

4.4. Resultados y reflexiones

En la sección 4.3 se han analizado los datos procedentes de la experiencia realizada durante el curso 2005-06. Del análisis realizado se desprenden resultados generalizables a los alumnos que pertenecen a cada una de las poblaciones consideradas en esa misma sección (ver figura 4.2). A título de resumen se presentan a continuación las conclusiones más interesantes realizadas.

Al sustituir ejercicios clásicos (teóricos) por ejercicios contextualizados y extraídos del mundo real, los alumnos:

- No muestran diferencias significativas en el aprendizaje de los conceptos teóricos presentados en el aula.
- Mejoran significativamente sus resultados en la evaluación continua, lo que supone la adquisición de conocimientos al ritmo adecuado y una muestra importante de la motivación de los alumnos hacia la asignatura.
- Mejoran significativamente la capacidad para aplicar en un ejercicio contextualizado los conceptos teóricos estudiados en clase.
- Presentan una disminución significativa en las faltas de asistencia a clase, lo que puede asociarse también a un aumento en la motivación por la asignatura. En el grupo C, el trabajo cooperativo hace aún más significativa esta diferencia.

Conviene hacer énfasis en la diferencia fundamental entre la metodología aplicada en los grupos A y C, y en el grupo B: Se han sustituido algunos ejercicios clásicos y teóricos por otros ejercicios prácticos y extraídos de un contexto técnico cercano a la especialidad de ingeniería que cursarán en un futuro próximo los alumnos. Es decir, en torno al 85 % del tiempo los tres grupos han visto en clase exactamente los mismos contenidos, y únicamente cuando se dedicaba tiempo a ejercicios en el aula se propusieron y explicaron unos ejercicios en lugar de otros. Resulta interesante observar cómo ese 15 % diferente provoca unas diferencias tan significativas en los resultados y en el rendimiento de los estudiantes.

Es importante puntualizar un detalle del experimento. De entrada, puede parecer que a los alumnos del grupo B se les entretuvo con ejercicios clásicos repetitivos mientras que a los alumnos de los grupos A y C se les presentaron en ese tiempo otros ejercicios que potenciaron en ellos otras competencias al mismo tiempo que aumentaron su motivación, provocando un posible sesgo de los resultados del experimento. Es evidente que un mismo concepto teórico puede presentarse y preguntarse a los alumnos de múltiples formas, por lo que los ejercicios clásicos trabajados en el grupo B (que no fueron trabajados por los grupos A y C) fueron elegidos para afianzar, a partir de diferentes enfoques y planteamientos, los conceptos teóricos explicados en el aula; mientras que en los grupos A y C se dedicó este tiempo a presentar y trabajar en clase ejercicios contextualizados en los que eran aplicados los mismos conceptos teóricos. Por lo tanto, puede asegurarse que los alumnos del grupo B dedicaron más tiempo a preparar de forma explícita ejercicios del mismo tipo que los

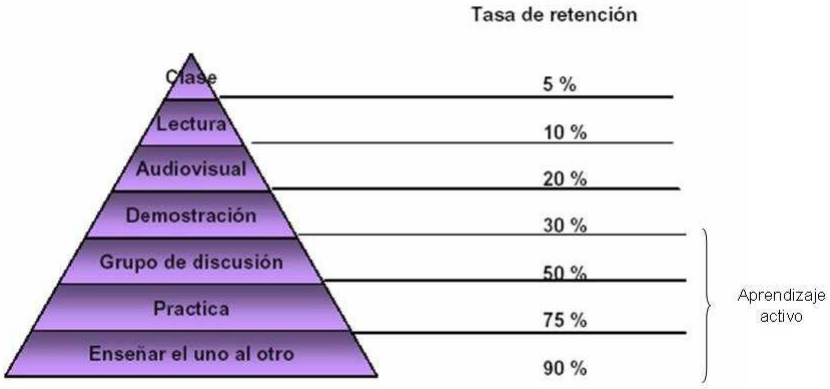


Figura 4.15: Pirámide del aprendizaje. Tasa de retención según metodología docente aplicada

ejercicios que posteriormente aparecieron en el examen final del parcial, mientras que los alumnos de los otros grupos lo hicieron de forma implícita (con el objetivo de mejorar otras aptitudes al mismo tiempo). Resulta pues paradójico que los estudiantes del grupo B no presenten unos resultados mejores en las notas de los exámenes parciales que contienen ejercicios clásicos respecto a los obtenidos por los alumnos de los grupos A y C. Por lo tanto, de estos resultados se puede deducir que no por dedicar más tiempo a trabajar explícitamente sobre los mismos conceptos los estudiantes los asimilan mejor (idea que comparte el Dr. Claudi Alsina en [Als05]), lo que debería hacernos pensar de nuevo en la importancia que con frecuencia se da a lo que el profesor enseña y no a lo que el alumno aprende. En este sentido, los resultados obtenidos en el experimento muestran una clara correlación con la pirámide del aprendizaje presentada por el National Training Laboratories Institute de Maine (USA) [Bra], que puede consultarse en la figura 4.15. Es decir, dedicar mucho tiempo a 'enseñar' aplicando como metodología la clase magistral, no implica que el estudiante realmente esté dedicando mucho tiempo a 'aprender' puesto que la tasa de retención, según la pirámide referenciada, en el caso de la clase magistral es muy baja.

Hay otro punto que conviene plantearse a la vista de los resultados obtenidos tras el análisis. A pesar de que los estudiantes de los grupos A, B y C fueron escogidos aleatoriamente durante el proceso de asignación de grupo al inicio del curso, se podría pensar en la posibilidad de que, por azar, los alumnos potencialmente menos válidos académicamente hablando hubieran sido asignados al grupo B, de forma que este grupo fuese, a nivel de rendimiento académico, peor que los alumnos de los grupos A y C, y ese fuera el motivo por el cual en nuestro experimento los resultados en el grupo B hubieran sido peores.

Al no disponer de una nota previa común a todos los alumnos, la única forma que tenemos a nuestro alcance de comprobar si la afirmación anterior es o no cierta exige analizar los resultados obtenidos por los mismos alumnos en las otras asignaturas que componen el primer curso de ingeniería. De las 5 asignaturas restantes se han descartado dos para

realizar la comparativa: inglés y programación. La primera de ellas se ha descartado porque gran parte de los alumnos no asisten a la misma por tenerla convalidada. En cuanto a la asignatura de programación, se ha descartado por conocer a priori los problemas que aparecieron durante el curso 2005-06 en el grupo B debidos a la falta de conexión entre el profesor de esta asignatura en el grupo indicado (y que ejercía su labor de profesor por primera vez) y los alumnos. Evidentemente en esta asignatura existió un factor importante que condicionó claramente los resultados obtenidos por los alumnos del grupo B. En las tres asignaturas restantes (cálculo, electrónica, e introducción a los ordenadores) no se dieron durante el curso circunstancias que justificaran no incluirlas en la citada comparativa.

Los únicos datos que pueden compararse son las notas obtenidas en los exámenes parciales y las notas finales de EC obtenidas en cada parcial[20] (ver el anexo K).

A la vista de los resultados presentados en el anexo K podemos concluir que los grupos A y C no destacan significativamente y de forma clara sobre el grupo B en las otras asignaturas analizadas. Por lo tanto, es razonable pensar que las claras diferencias significativas observadas en la asignatura de álgebra lineal son atribuibles a la metodología docente aplicada en cada grupo y no a la validez académica de sus alumnos.

También conviene considerar en este apartado la posible influencia en los resultados de un tercer factor: el profesor. En la sección 4.2 ya se apuntaron los motivos por los cuales el grupo con profesor diferente fue el B y no otro. De todos modos, se podría pensar tras los resultados obtenidos en el análisis, que el profesor del grupo B pudo tener una influencia destacada en los mismos. La estricta coordinación llevada a cabo durante el curso 2005-06 entre los dos profesores que participaron en el experimento, junto con el histórico previo en cursos anteriores presentado por ambos profesores descartan, en principio, cualquier influencia significativa en los resultados. En el anexo L se presenta un análisis comparativo entre ambos profesores a partir de los resultados obtenidos por sus alumnos durante los tres cursos académicos previos al curso 2005-06[21]. En él se comparan las notas de examen en cada parcial y las notas de EC, y se calcula la probabilidad P de rechazar la hipótesis nula inicial de 'medias iguales'. También se calcula el porcentaje de alumnos no presentados, tanto en el examen como en la nota de EC de cada parcial. En esos datos no se aprecia ninguna tendencia clara por parte de ninguno de los dos profesores. Es decir, en cursos anteriores ninguno de ellos presentó una clara disposición a aprobar a más o menos alumnos, ni a provocar más o menos ausencias (no presentados). Sólo se observa alguna diferencia significativa puntual en algún parcial[22], pero sin presentar ninguna continuidad a lo largo del curso o de los años.

Los resultados producidos tras el análisis de los datos obtenidos durante el experimento realizado en el curso 2005-06 suponen la confirmación de las conclusiones que se extrajeron

[20] En las otras asignaturas no se controló la asistencia diaria a clase ni se realizó ningún control de modelización, por lo que estos datos no pueden ser comparados.

[21] Aunque en los cursos previos no hubo una coordinación tan estricta entre ambos profesores, y pudo existir algún criterio diferente a la elección aleatoria para formar los grupos de alumnos que se comparan, o bien la influencia de algún otro factor externo a la asignatura, esta comparación puede servir para confirmar la validez de ambos profesores para el experimento.

[22] Cuando se presenta una diferencia significativa no favorece siempre al mismo profesor.

en la sección 3.3 sin aplicar el rigor estadístico aplicado ahora. A pesar de la existencia de múltiples factores que se podían unir a la metodología docente aplicada como causa de la mejora en los resultados (y que no permitieron dar rigor a las conclusiones alcanzadas) el sentido común y las encuestas contestadas por los alumnos ya nos hicieron sospechar que la razón fundamental de la mejora en el rendimiento de los estudiantes era el cambio metodológico aplicado en la asignatura durante los últimos años. Ahora, tras el nuevo experimento llevado a cabo, se pueden realizar las mismas afirmaciones avaladas por el análisis estadístico aplicado. Por lo tanto, se puede afirmar con mayor seguridad que las metodologías docentes aplicadas en los grupos A y C potencian significativamente en los estudiantes la habilidad de aplicar los conceptos teóricos para resolver problemas reales, que incrementan significativamente el seguimiento de la EC en los estudiantes, y que disminuyen significativamente la tasa de abandono durante el curso. Además, el análisis del porcentaje de alumnos aprobados en junio que superan la asignatura por parciales de nuevo ofrece un resultado en la misma dirección que el ya realizado y presentado en la sección 3.3. Nuevamente ese porcentaje es muy superior en los cursos A y C (ver la tabla 4.12) con lo que se confirma el cambio producido en los estudiantes en el modo de interiorizar los conceptos explicados en la asignatura. En los alumnos que reciben las clases con la metodología aplicada en los cursos A o C, el porcentaje de estudiantes que asimilan a un ritmo adecuado los conceptos tratados en clase es muy superior al mismo porcentaje calculado con los alumnos del grupo B, en el que algo más de un 20 % de los alumnos que aprobaron en junio lo hicieron tras presentarse al examen final de recuperación (tabla 4.12).

Esta misma tabla también nos permite observar otro dato muy interesante: el porcentaje más alto de alumnos aprobados en junio (calculado sobre el total de alumnos matriculados por primera vez en la asignatura) lo presenta el grupo C, seguido del grupo A (con una diferencia absoluta del 8,4 %), mientras que el último lugar lo ocupa el grupo B a 19,9 puntos de distancia del grupo C. Es decir, la metodología aplicada en el grupo C ha conseguido que un porcentaje claramente mayor de alumnos supere la asignatura en junio. Este dato es, probablemente, un éxito atribuible al trabajo cooperativo aplicado en dicho grupo. El compromiso adquirido entre los estudiantes de un mismo grupo de trabajo, unido a las otras competencias y habilidades desarrolladas gracias al trabajo en equipo han permitido que el porcentaje de alumnos que finalmente supera la asignatura en junio sea más alto en este grupo. La tabla 4.13, en la que puede consultarse el incremento de EC obtenido por los alumnos gracias al trabajo en grupo (ver sección 4.2) confirma que el compromiso entre alumnos de un mismo grupo de trabajo ha sido una realidad[23].

En la tabla 4.12 también podemos observar que el porcentaje de alumnos aprobados con respecto al total de alumnos presentados es ligeramente superior en el grupo B que en los grupos A y C. Aunque inicialmente podría considerarse un dato favorable al grupo B, los datos que aparecen en la última fila de la citada tabla nos desmienten rápidamente esta consideración. Como puede observarse, el porcentaje de alumnos del grupo B que han abandonado la asignatura en junio es muy elevado (casi el 50 %), mientras que ese porcentaje

[23]El menor incremento obtenido en el tercer parcial está claramente influenciado por el hecho de que en ese parcial la nota final de EC únicamente se tiene en cuenta, desde el curso 2004-05, si mejora la nota final del parcial. Los motivos ya fueron comentados en la sección 3.1.2.

	Grupo A	Grupo B	Grupo C
% de aprobados por parciales (sobre el total de alumnos nuevos aprobados en junio)	94,4 %	76,4 %	94,7 %
% de aprobados en junio (sobre el total de alumnos nuevos presentados)	69,2 %	73,9 %	67,8 %
% de aprobados en junio (sobre el total de alumnos nuevos tanto presentados como no presentados)	52,9 %	41,4 %	61,3 %
% de alumnos no presentados en junio (sobre el total de alumnos nuevos)	23.5 %	43.9 %	9.6 %

Cuadro 4.12: Porcentajes calculados sobre las notas de junio 06, en los grupos A, B y C

es 20,4 puntos menor en el grupo A y 34,3 puntos menor en el C. Por tanto, es totalmente razonable que el porcentaje de aprobados con respecto al total de alumnos presentados sea mejor en el grupo B que en los otros dos, dado que la mayor parte de los alumnos que no han seguido la asignatura durante el curso ya han abandonado y no se presentan. Obviamente, el dato más interesante es el que puede consultarse en la tercera fila de la tabla 4.12 (porcentaje de aprobados sobre el total de alumnos) y que ya ha sido destacado anteriormente.

Para finalizar, indicar que las notas finales de junio consideradas para la elaboración de la tabla 4.12 en los alumnos del grupo C fueron calculadas sin tener en cuenta el posible incremento en la nota de EC con la que se premiaba a los grupos que demostraron un buen rendimiento trabajando en equipo. Esta medida se tomo, obviamente, para comparar los resultados en los tres cursos en igualdad de condiciones. En cualquier caso, es muy importante resaltar que los porcentajes que aparecen en la citada tabla no quedaron modificados al calcularlos nuevamente considerando los incrementos de EC producidos, lo cual quiere decir que ningún alumno pasó de suspender a aprobar la asignatura gracias a estos incrementos, sino que éstos sólo mejoraron ligeramente las notas finales.

Además, las encuestas contestadas al final del curso por los alumnos de los grupos A y C (sección 4.3.3) confirman nuevamente el grado de satisfacción elevado que ya transmitían esas mismas encuestas realizadas desde el curso 2001-02, afianzando aún más la idea de que los cambios metodológicos realizados se encuentran en la dirección correcta.

Finalmente, también conviene realizar una reflexión acerca de la validez de la aplicabilidad del teorema del límite central. Aunque el valor de $n = 30$ (siendo n el tamaño muestral) es aceptado mayoritariamente, no todos los autores se ponen de acuerdo en el tamaño muestral mínimo que permitiría aplicar el teorema (Jay L. Devore, por ejemplo, propone $n \geq 40$ como umbral en [Dev01]), por lo que se ha planteado también la realización de un análisis paralelo sin asumir la aplicabilidad del mismo. Este análisis puede consultarse en el anexo J. De dicho análisis también se han obtenido unas conclusiones bastante significativas apo-

Grupo	Segundo Parcial	Tercer Parcial
1	1	1
2	1	1
3	1	1
4	2	3
5	2	1
6	0	2
7	1	0
8	0	0
9	1	0
10	1	0
11	3	0

Cuadro 4.13: Incremento obtenido en la EC por cada subgrupo de trabajo en el grupo C

yadas en pruebas estadísticas que ofrecen un nivel de confianza elevado en los resultados. Aunque el grado de generalidad de los resultados ya no es el mismo que en el caso de asumir la aplicabilidad del teorema, los valores de P calculados al utilizar las pruebas estadísticas correspondientes apuntan a las mismas conclusiones obtenidas asumiendo su aplicabilidad.

Capítulo 5

Aportaciones del trabajo en el proceso evaluador del estudiante

5.1. Introducción

En la sección 4.4 se concluyó que los resultados observados en los grupos A y C tras la realización del experimento descrito en la sección 4.2 no diferían significativamente. Sin embargo, conviene recordar que en el grupo C se potenciaron algunas competencias interpersonales, gracias a la metodología de trabajo en grupo aplicada, que no fueron evaluadas[1]. En esta sección se plantea la necesidad de evaluar la competencia 'capacidad de trabajo en grupo' de la forma más justa y objetiva posible, y se propone un método para hacerlo. Para ello se utilizan algunos de los datos obtenidos[2] de los alumnos durante la experiencia realizada en el curso 05-06 descrita en la sección 4.2.

Evaluar, en términos generales, significa emitir un juicio de valor sobre algo o alguien [Con04]. Evaluar a un alumno supone valorar si éste ha alcanzado o no los objetivos propuestos con una actividad formadora concreta. Para emitir dicha valoración deben reunirse ciertas condiciones:

- Antes de evaluar debe estar claro qué es lo que desea evaluarse. Es decir, qué objetivos se persiguen con la acción formativa seguida y, por tanto, qué competencias debe adquirir el alumno.
- La evaluación debe basarse en una información objetiva y precisa, que sea significativa en relación a los objetivos que se persiguen. Los datos que se consideren deben ser válidos (en el sentido de que miden aquello que deben medir) y fiables (en el sentido

[1]Durante el experimento realizado en el curso 2005-06 se promediaron las notas individuales de cada miembro del grupo, no para evaluar el trabajo en grupo, sino como medida motivadora para potenciar la interdependencia positiva entre éstos.

[2]Se utilizan las notas individuales y grupales correspondientes a los controles de evaluación continua realizados por los estudiantes a lo largo de un parcial.

de ser tomados minimizando posibles fuentes de error en la recogida de dichos datos)[3].

La evaluación puede clasificarse, desde el punto de vista del aprendizaje, en [rdpadlU94]:

- Diagnóstica
- Sumativa
- Formativa

La evaluación diagnóstica hace referencia a la realizada al principio del proceso de enseñanza-aprendizaje, y tiene como objetivo fundamental conocer el estado inicial del alumno, a nivel de conocimientos previos, con el fin de valorar si éste posee o no los prerequisitos necesarios para abordar la materia. Es evidente que la información obtenida por el docente a través de esta evaluación puede ayudarle a adaptar los contenidos de modo que éstos puedan ser seguidos por sus alumnos.

La evaluación sumativa, o también denominada 'final', es aquella que se lleva a cabo al final de la acción formativa y a través de ella el profesor acostumbra a valorar el aprendizaje de los alumnos decidiendo finalmente sus calificaciones. Es la evaluación tradicionalmente más empleada.

La evaluación formativa es la que se lleva a cabo durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. Este tipo de evaluación permite a los alumnos conocer sus avances a lo largo del proceso educativo, y al profesor ajustar o modificar contenidos para conseguir que los alumnos no queden descolgados. Juega un papel pedagógico y orientador muy importante, que debe servir al alumno para mejorar en su aprendizaje, y al profesor para controlar y mejorar la calidad de su enseñanza.

Durante muchos años sólo ha preocupado la evaluación de los conocimientos generales básicos adquiridos por el alumno sobre el área de estudio correspondiente, dejando a un lado otras competencias de las que, actualmente, se fomenta su desarrollo[4]. Así, en las aulas donde prevalecía una actitud conductista por parte del profesor sólo era necesaria la realización de exámenes individuales por parte de los estudiantes para comprobar si el conocimiento transmitido por el profesor había sido correctamente interiorizado. De este modo, la tarea evaluadora resultaba relativamente simple y objetiva. Sin embargo, la incorporación progresiva de prácticas constructivistas en las aulas ha traído consigo también un serio problema a la hora de evaluar globalmente a los alumnos, puesto que ahora existen otras competencias que también deberían evaluarse. Competencias como la capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos en la práctica, la capacidad de aprender, la habilidad para trabajar en equipo, las habilidades de comunicación, la capacidad de organización y planificación, etc.

[3]Esto no debe interpretarse como que en el proceso evaluador no puedan aplicarse razonamientos subjetivos. De hecho, este capítulo de la tesis pretende aplicar criterios subjetivos en dicho proceso. Lo que se quiere decir es que los datos de partida sobre los que se apliquen posteriormente los criterios evaluadores correspondientes (sean objetivos o subjetivos) deben ser lo más objetivos y precisos posible.

[4]El proyecto TUNING [Tun] (2000-2006) representa el esfuerzo mostrado por Europa para, entre otras cosas, consensuar una lista de competencias a evaluar en el marco del EEES.

deberían ser también evaluadas ahora, puesto que las metodologías constructivistas que se proponen en el ya inminente EEES persiguen potenciar este tipo de competencias además de mejorar la calidad del aprendizaje del alumno en lo que hace referencia a conocimientos específicos de cada materia. En este contexto, los exámenes y ejercicios realizados siguiendo una metodología conductista tradicional son claramente insuficientes para llevar a cabo una evaluación tan completa como la que ahora se pretende.

Sin embargo, tal y como afirma Andrés Nuñez en [Nuñ03], *'a pesar de su reciente popularidad, el constructivismo no ha logrado impactar de manera eficaz el proceso de aprendizaje, porque en el intento por diferenciarse totalmente del conductivismo, negó la posibilidad de aproximarse al conocimiento de manera científica y con objetivos claros. El énfasis ha estado en permitir la búsqueda del conocimiento pero no en estrategias para evaluar si efectivamente se han logrado los objetivos propuestos'*. Es decir, sabemos qué queremos potenciar en los alumnos pero no tenemos clara la forma de evaluar si todas las competencias perseguidas se han alcanzado o no. Es evidente que el enfoque tradicional conductista de la docencia facilita bastante la realización de una evaluación objetiva (los conceptos a evaluar y criterios a seguir son claros generalmente) y justa (en el sentido de igualdad para todos los alumnos). Sin embargo, cuando se trata de valorar aspectos más subjetivos en el alumno, el proceso evaluador se complica y se hace difícil una evaluación objetiva y justa, sobretodo si se trata de evaluar a un grupo numeroso de alumnos, en el que el conocimiento y seguimiento personalizado necesarios para conseguirlo se hacen muy difíciles de obtener y aplicar. Resultan necesarias nuevas herramientas evaluadoras que ayuden al profesor que aplica estrategias y metodologías constructivistas a cimentar y apuntalar las bases de un proceso evaluador adecuado. En este sentido, herramientas como las *rubrics*[5], o las *observation checklists*[6] [FV03] [Bur99] permiten al profesor obtener datos de forma objetiva que le permitirán posteriormente evaluar las competencias correspondientes, siempre y cuando esas competencias presenten algún vínculo con los datos tomados, y que las herramientas evaluadoras hayan sido diseñadas adecuadamente.

En [Con95] el Dr. Contreras afirma que los alumnos tienen derecho a una evaluación válida, fiable, justa, planificada, continuada y orientadora, y que deben utilizarse todas las herramientas a nuestro alcance para asegurarlo. Sin embargo, la evaluación válida, fiable, justa y planificada de algunas competencias es una tarea compleja para la que, actualmente, no existen procedimientos o estrategias claramente definidas o estandarizadas. En la sección siguiente se propone un modo de evaluar la capacidad de trabajo en grupo presentada por los estudiantes que trata de aplicar, de forma objetiva, los criterios subjetivos considerados por el profesor para tal fin. Para ello, se definirán unos parámetros (validados por varios profesores) calculados a partir de datos procedentes de los estudiantes, y se utilizarán como entrada de un sistema difuso (diseñado a partir de la opinión de varios profesores) que, finalmente, ofrecerá una nota final correspondiente a la calidad del trabajo en grupo desarrollado por cada grupo de estudiantes considerado.

[5]Pautas que permiten medir el grado de calidad del trabajo realizado por los estudiantes.

[6]Listas de observaciones que permiten monitorizar habilidades específicas o comportamientos concretos de los estudiantes en el aula.

5.2. Evaluación de la capacidad de trabajo en grupo

La evaluación de competencias subjetivas como la capacidad de trabajo en grupo suele provocar en el profesorado una sensación de 'poco control' sobre el proceso evaluador. En asignaturas con un gran número de alumnos y en las que conviven varios profesores, resulta muy difícil fijar los mismos criterios subjetivos y aplicarlos del mismo modo por parte de todos los profesores. Incluso resulta difícil para un único profesor asegurar que el modo de aplicar los criterios considerados para evaluar esa competencia fue el mismo para todos los alumnos.

En revistas y congresos del ámbito de la educación pueden encontrarse numerosas experiencias que presentan formas diferentes de evaluar dicha competencia. Por ejemplo, en [VSP05] el trabajo en grupo se evalúa a partir de los conocimientos en uno de los alumnos de cada grupo, tomado al azar. Es decir, se supone que los alumnos trabajan en grupo y que todos deberían saber lo mismo al final del proceso, por lo que se evalúan los conocimientos (a partir de una prueba) de uno de los miembros del grupo y su nota es, automáticamente, la de todo el grupo. En [MHGD06], se evalúa la calidad del trabajo en grupo en base a los documentos presentados por el grupo, relativos a actas de reuniones, planificaciones, repartos de tareas, etc. Sin embargo, el razonamiento seguido para dar una nota final a partir de esos documentos queda a criterio (subjetivo) del profesor. Es decir, ¿qué pasa si se planifica bien, pero las actas no son aceptables? ¿Se evaluaría del mismo modo que si las actas son buenas pero la planificación y reparto de tareas es malo? Es decir, podemos tener demasiada subjetividad en manos del profesor, y éste difícilmente podrá justificar de forma objetiva diferentes notas a diferentes grupos de alumnos. Otro posible modo de evaluar el trabajo en grupo sería a partir de la opinión que cada miembro del grupo tiene de sus compañeros. Ejemplos de esta filosofía de evaluación los encontramos en la *University of Wisconsin Whitewater* (el anexo M muestra el formulario que los miembros del grupo deben contestar) o en la *University of Technology (Sydney)* [Spa] [FM02], donde la idea básica es la de permitir que los alumnos de un grupo se evalúen ellos mismos y que evalúen también a sus compañeros de grupo. Así, en base a sus respuestas en los formularios, el profesorado define cómo se genera una nota de trabajo en grupo, individual para cada alumno.

Todas estas filosofías evaluadoras citadas anteriormente utilizan datos objetivos (notas en pruebas realizadas por los alumnos y/o puntuaciones en encuestas) para obtener una nota final asociada al trabajo en grupo desarrollado. La mayoría de estas filosofías definen previamente una ponderación para cada dato considerado y calculan la nota final asociada al trabajo en grupo realizando la combinación lineal correspondiente. Otras, sin embargo, dejan en manos del profesor la decisión final apelando a su experiencia, conocimientos y sentido común. En este segundo caso, se intentan tener en cuenta otros aspectos más subjetivos que pueden desprenderse de los datos objetivos disponibles (por ejemplo la progresión observada en los estudiantes, la relación entre la nota de grupo y las notas individuales de sus miembros, la sensación de compromiso adquirido entre los miembros de un grupo, etc), aunque en este caso resulta mucho más difícil mantener la objetividad y la justicia (en el sentido de que se aplican los criterios evaluadores del mismo modo a todos los alumnos) durante el proceso evaluador. En esta última situación, se hacen necesarias herramientas que evalúen de forma

automática esta competencia garantizando que se aplica el razonamiento seguido por el experto (profesor) de forma objetiva y justa.

En este trabajo se propone algo diferente, y se aborda la búsqueda de una herramienta adecuada para ayudar al profesorado en el proceso evaluador de la competencia considerada. Una herramienta que no se limite a ponderar la nota de cada uno de los miembros del grupo, sino que aplique los criterios subjetivos que el profesorado considere necesarios y adecuados para tal evaluación, pero asegurando que se hace de forma equitativa para todos los alumnos. Una herramienta que permita realizar de forma automática dicha evaluación y que permita obtener un mayor conocimiento del modo en el que el profesorado razona para emitir la nota final correspondiente. Para ello se ha escogido, como herramienta de base, la lógica difusa frente a otras posibles herramientas (redes neuronales o algoritmos genéticos, por ejemplo), dada su interpretabilidad y facilidad en la implementación del razonamiento seguido por el profesor cuando evalúa a sus alumnos. Con otras técnicas se podría abordar el problema considerado, aunque el sistema final alcanzado no permitiría obtener información asociada al razonamiento aplicado por el profesor, sino que debería ser tratado como una 'caja negra' entrenada para resolver, de forma desconocida para nosotros, el problema planteado. Sin embargo, la aplicación de las técnicas de modelado difuso adecuadas nos permiten obtener un sistema final que resuelve el problema propuesto, y que permite conocer con detalle las reglas aplicadas por los profesores durante el proceso evaluador, dada la fácil interpretabilidad que presenta el modelo final obtenido.

5.2.1. Introducción a la lógica difusa

La lógica difusa fue formalizada por el profesor Lotfi A. Zadeh en 1965 [Zad65], [Zad73] y desde entonces ha sido y es aplicada en diferentes disciplinas. Aunque la aplicación de la teoría difusa destaca sobretodo en el campo del control de sistemas, algunos autores la han aplicado también en un contexto docente. La lógica difusa en el ámbito docente se ha utilizado para orientar al estudiante durante el proceso de aprendizaje (las referencias [KNP01] y [KPMV03] son un ejemplo) o al profesor en el proceso tutorial [Nyk06]. En otros casos se ha utilizado para evaluar de forma diferente a la tradicional los conocimientos de los alumnos en una determinada materia [CKK97], o para evaluar competencias desarrolladas en los estudiantes a partir de la opinión de otros estudiantes [ZMTK99],[MZ00]. En este trabajo, la lógica difusa se aplica para conseguir la evaluación automática de competencias subjetivas a partir de datos objetivos. En la sección 5.2.4 se profundiza en los detalles correspondientes.

Aplicar la lógica difusa supone trabajar con variables lingüísticas a las que se asocian conjuntos difusos, que son funciones definidas para todos los posibles valores que puede tomar la variable lingüística (universo del discurso). Es decir, un conjunto difuso es una función que asigna a cada uno de los valores posibles del universo del discurso un número real comprendido entre 0 y 1. Si dicho número es un 0 indica que no se pertenece en absoluto a dicho conjunto difuso; si es un 1 sí se pertenece totalmente al conjunto difuso en cuestión; y si es un valor intermedio éste indicará la mayor o menor pertenencia al conjunto difuso. A esta función se la denomina función de pertenencia y a cada posible valor asignado se

le denomina grado de pertenencia al conjunto difuso correspondiente. Representa pues una extensión multivaluada del álgebra de Boole (bivaluada).

Para reflejar mejor lo expuesto en el párrafo anterior veamos un ejemplo. En la figura N.3 (ver anexo N) se muestran los conjuntos difusos definidos para una variable difusa denominada 'interest and effort', que representa, en ese ejemplo, el interés mostrado por un alumno en la asignatura de álgebra a lo largo del curso. Los valores que puede tomar esa variable están comprendidos en el intervalo entre 0 y 1, por lo que podemos afirmar que este intervalo representa el universo del discurso para esta variable. En la figura se observan 5 conjuntos difusos definidos (*null, low, normal, high, very high*) y podemos comprobar como, por ejemplo, un valor de la variable difusa de 0,95 presenta un grado de pertenencia de 1 al conjunto difuso 'very high' mientras que presenta un valor 0 para el resto de conjuntos. Por otro lado, un valor de 0,4 de la variable 'interest and effort' presenta un grado de pertenencia de 0,5 a los conjuntos 'low' y 'normal', mientras que en los otros conjuntos tiene un grado de pertenencia nulo. El proceso que consiste en determinar el grado de pertenencia asociado a cada conjunto difuso de entrada segun el valor dado de la variable lingüística se denomina *fusificación.*

Conviene diferenciar claramente la teoría de los conjuntos difusos de la teoría de probabilidad. A continuación se presenta un ejemplo sencillo con el que dicha diferencia puede comprenderse con claridad: Supongamos que disponemos de dos botellas de agua y nos dicen que la primera de ellas contiene agua potable con un 90 % de probabilidad mientras que la segunda contiene agua cuyo grado de pertenencia al conjunto difuso de bebidas potables es de 0,9. ¿Cuál de ellas escogería el lector? Sin duda la segunda, ya que la calidad del agua es muy alta (casi totalmente potable), mientras que si elige la primera podría darse la circunstancia de que ésta fuera no potable (hay un 10 % de probabilidad de que esto sucediera).

Para emular la manera de razonar de los seres humanos no es suficiente obtener una representación de las palabras mediante los conjuntos difusos, sino que es necesario poder operar con ellos. Así, aparece el concepto de relación difusa. Las relaciones difusas se utilizan para relacionar los antecedentes con los consecuentes de sentencias lingüísticas. Un controlador difuso se implementa a partir de una serie de reglas que describen lingüísticamente el modo en el que deseamos que se comporte el mismo. Estas reglas de funcionamiento generalmente presentan la forma 'si ... entonces...' y recogen el conocimiento subjetivo que el diseñador (o el experto cuyo comportamiento pretende emularse) posee. Un ejemplo sencillo sería el siguiente:

SI *asistencia a clase de un alumno es BAJA* Y *nota en examen es BAJA* ENTONCES *interés por la asignatura BAJO.*

Como puede observarse, las reglas presentan un formato muy similar al razonamiento realizado por el experto cuando lleva a cabo algún proceso. Por tanto, permiten, de una forma sencilla, trasladar al controlador el conocimiento subjetivo que dicho experto posee. Asímismo, si las reglas proceden de un proceso previo de diseño, éstas permiten una interpretación relativamente sencilla del sistema final obtenido.

El proceso de evaluación de cada regla (es decir, el cálculo de la salida correspondiente a cada una de las reglas según los valores obtenidos en la fusificación) se denomina *implicación*, y gracias a él se obtiene el grado de activación de cada una de las reglas. En este proceso se aplica una norma triangular (si el operador lingüístico que une a los conjuntos difusos en el antecedente de la regla es 'y') o una co-norma triangular (si el operador utilizado es 'o'). La norma triangular (que se representa con el símbolo '$\wedge$') y la co-norma triangular (símbolo '$\vee$') son funciones que toman dos números a y b comprendidos en el intervalo [0,1] y devuelven otro número también comprendido en dicho intervalo, que cumplen las propiedades que aparecen en la tabla 5.1:

Propiedad	norma triangular	co-norma triangular
Conmutativa	$a \wedge b = b \wedge a$	$a \vee b = b \vee a$
Asociativa	$a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$	$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$
Monotonía	$(a \leq c)\&(b \leq d) \rightarrow (a \wedge b) \leq (c \wedge d)$	$(a \leq c)\&(b \leq d) \rightarrow (a \vee b) \leq (c \vee d)$
Cota	$a \wedge 1 = a$	$a \vee 0 = a$

Cuadro 5.1: Propiedades necesarias para ser norma y co-norma triangular

Finalmente se dispone de un conjunto difuso de salida para cada regla previamente definida, que se modifica según el grado de activación de la regla correspondiente. El proceso de cálculo de un único valor de salida en el controlador difuso a partir de los conjuntos difusos de salida se denomina *defusificación*. Probablemente el método de defusificación más conocido y aplicado sea el método del centro de gravedad COG (*Center of gravity*). Para consultar los detalles de éste y otros métodos de defusificación, consultar [VLK99].

5.2.2. Definición de parámetros para evaluar el rendimiento del trabajo en grupo

En la sección 5.1 se adelantó que parte de los datos obtenidos en el experimento realizado durante el curso 2005-06 (sección 4.2) se han utilizado con el fin de evaluar la calidad del trabajo en grupo realizado por los estudiantes. Esos datos corresponden a las notas individuales y de grupo obtenidas en cada uno de los controles de evaluación continua realizados durante un parcial.

Conviene resaltar que, a medida que el número de controles propuestos a los alumnos aumenta, la cantidad de notas (individuales y de grupo) disponible hace mucho más difícil realizar la evaluación. En esta sección se presentan 4 parámetros definidos para facilitar el proceso posterior de automatización de la evaluación, así como para centrar la atención del profesor que evalúa, aumentar la coherencia del criterio aplicado, y reducir el tiempo final dedicado al proceso evaluador. Dichos parámetros han sido definidos por el profesorado de la asignatura de álgebra lineal y validados posteriormente por otros profesores (ver sección 5.2.3).

Parámetro *Marks homogeneity (H)*

Es un parámetro comprendido entre 0 y 1, que da idea de la homogeneidad, entre los miembros de un mismo grupo, de las notas obtenidas en todos los controles realizados. Es importante recordar que en cada grupo conviven 3 alumnos con perfil diferente (un alumno con buenas notas previas de la asignatura, otro con notas previas intermedias, y otro con notas previas muy bajas), por lo que el valor de este parámetro, inicialmente, es muy similar en todos los grupos.

Las notas obtenidas en los últimos controles realizados en un parcial tienen una ponderación mayor en el cálculo de este parámetro que la obtenida en los primeros, ya que se considera que a medida que pasa el tiempo los alumnos de un mismo grupo deberían obtener notas similares si el trabajo en grupo a lo largo del parcial se ha llevado a cabo con éxito. Si en un control sólo se presenta un alumno de un grupo, no se considera ese control en el cálculo de la homogeneidad. La ecuación 5.1 muestra cómo se calcula el parámetro σ^2 necesario para calcular el valor final de H.

$$\sigma^2 = \lambda_1\sigma_1^2 + \lambda_2\sigma_2^2 + ... + \lambda_N\sigma_N^2 \qquad \lambda_i = \frac{i}{\sum_{j=1}^{N} j} \Rightarrow \sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1 \tag{5.1}$$

donde σ_i representa la varianza de las notas individuales de los miembros del grupo en el control i, y N representa el número de controles realizado.

El parámetro de homogeneidad final H se calcula aplicando la ecuación 5.2 con el objetivo de adaptar la sensación subjetiva del profesor con el valor final de homogeneidad calculado. La expresión mostrada en la ecuación 5.2 es una adaptación, realizada de forma experimental, de la ecuación 5.3 al caso concreto que nos ocupa. Esta segunda ecuación es utilizada en el ámbito del procesado digital de imagen [GW93] para definir la homogeneidad en texturas incluídas en una imagen considerada. En el contexto de este trabajo, la aplicación directa de esta última ecuación generaba, en algunos casos, valores de homogeneidad que se alejaban de la percepción subjetiva del profesor. Si nos fijamos, por ejemplo, en el caso en que los tres alumnos de un mismo grupo han obtenido las calificaciones 6, 6, y 9 (ver tabla 5.2) , el valor obtenido al aplicar la ecuación 5.2 se adapta mejor a la sensación subjetiva de los profesores consultados[7], que no el valor obtenido con la ecuación 5.3. La tabla 5.2 muestra también el valor de homogeneidad calculado con ambas ecuaciones en otros casos concretos en los que se aprecia el mismo efecto.

$$H = \frac{1{,}5}{1{,}5 + \sigma} \tag{5.2}$$

$$H = \frac{1}{1 + \sigma^2} \tag{5.3}$$

[7]Esas notas fueron asociadas por los profesores consultados a un grado de homogeneidad medio, sin precisar valores concretos.

Nota alumno 1	Nota alumno 2	Nota alumno 3	Ecuación 5.3	Ecuación 5.2
5	7	7.5	0.46	0.58
2	4	5	0.39	0.55
6	6	9	0.33	0.52
2	4	6	0.27	0.48
5	9	9	0.22	0.44
4	8	9	0.18	0.41

Cuadro 5.2: Ejemplos de cálculo del parámetro H (Homogeneidad) aplicando las ecuaciones 5.3 y 5.2.

Parámetro *Absolute group mark Improvement (I)*

Para el cálculo de este parámetro se toma la nota obtenida por el grupo cuando los miembros del mismo resuelven cada control de forma conjunta, y se compara con la nota más alta de los 3 miembros del grupo cuando ese mismo control fue realizado individualmente. Es decir, la mejora debida a un control concreto i y el valor de mejora global tras la realización de N controles se calculan según se muestra en la ecuación 5.4.

$$I_i = GroupMark_i - MaxIndividualMark_i \qquad I = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I_i \tag{5.4}$$

Por tanto, este parámetro representa la mejora media de la nota obtenida en cada control realizado en grupo, con respecto a la mejor nota individual obtenida en cada control. Es importante destacar que si en un control sólo se presenta un alumno del grupo, no se considera ese control en el cálculo de este parámetro.

Parámetro *Attendance (A)*

Dado que los controles se realizan en el aula sin aviso previo, en ocasiones no se encuentran en clase los 3 miembros de un mismo grupo. Con este parámetro, cuyo valor está comprendido entre 0 y 1, se valora el grado de presencia de los miembros del grupo en todos los controles realizados. Es decir, un valor de '1' indicaría que todos los miembros del grupo estuvieron presentes en todos los controles realizados, mientras que un valor de '0,66' indicaría que, en promedio, sólo hubo dos miembros del grupo en cada control (en lugar de los 3 miembros que lo componen). Se calcula aplicando la ecuación 5.5.

$$A = \frac{1}{3N}\sum_{i=1}^{N} A_i \tag{5.5}$$

donde A_i representa el número de miembros del grupo que realizaron el control i, y N

el número de controles considerado.

Parámetro *Average group mark*

Este indicador se limita a calcular la nota media de los controles realizados en grupo (no se consideran los resultados obtenidos en los controles individuales). Si en un control sólo se presenta un alumno, no se considera ese control en el cálculo de este parámetro.

5.2.3. Validación de los parámetros definidos

Introducción

No debe olvidarse cual es el objetivo perseguido: evaluar el rendimiento del trabajo en grupo realizado por los estudiantes, a partir de los parámetros definidos en la sección 5.2.2. Por tanto, antes de continuar es fundamental confirmar que los parámetros definidos son válidos para alcanzar, a partir de ellos, el objetivo marcado. En ese sentido, se realizó un experimento con el cual se pudo comprobar que los profesores evaluaban de forma similar[8] a los alumnos, cuando lo hacían a partir de todos los datos disponibles, o bien cuando realizaban dicha evaluación a partir únicamente del valor calculado en los parámetros definidos.

Así, con el fin de conocer los criterios aplicados por los profesores cuando evalúan el rendimiento del trabajo en grupo, y confirmar que éstos quedaban reflejados en los parámetros definidos con anterioridad, se propusieron 2 tests a 25 profesores universitarios pertenecientes a diferentes disciplinas dentro del mundo de la ingeniería. En el primero de ellos se pidió a los profesores que evaluaran el trabajo en grupo realizado por los 11 grupos constituidos en el curso 2005-06 en la asignatura de álgebra lineal. Para ello se les facilitaron todas las notas disponibles, tanto individuales como de grupo, procedentes de todos los controles realizados. Al final del test cada evaluador indicó los criterios que había seguido en su evaluación y el tiempo invertido. En el segundo test se les pidió que evaluaran lo mismo, pero contando únicamente con el valor de los 4 parámetros definidos en la sección 5.2.2 y previamente calculados a partir de las notas obtenidas por los estudiantes en los controles. Al final del test cada evaluador indicó la prioridad dada a cada parámetro, y el tiempo invertido. Es importante resaltar que los profesores no tuvieron acceso al segundo test antes de contestar el primero, para no condicionar sus respuestas.

Validación previa de los evaluadores

Antes de validar la viabilidad de los parámetros definidos es esencial validar la coherencia de criterio en los profesores cuando contestaron los dos tests, con el fin de utilizar datos válidos. Así, además de contener los datos ya mencionados correspondientes a los 11 grupos, ambos tests contenían 3 puntos de control (los datos correspondientes a tres grupos fueron

[8] Más adelante se concreta con más claridad que lo que se apunta como evaluación similar queda asociado al valor obtenido por el coeficiente de correlación calculado a partir de los datos correspondientes.

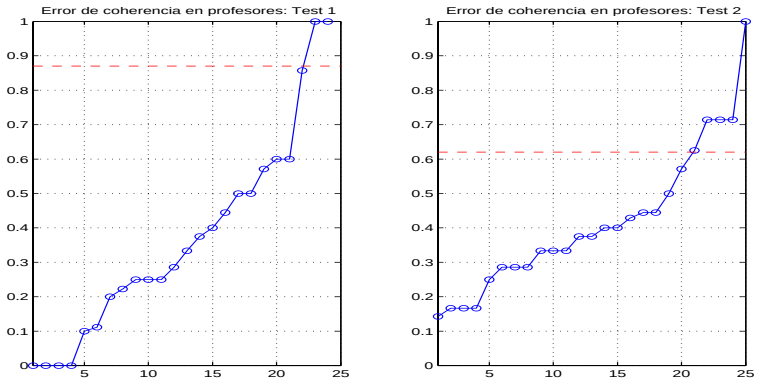


Figura 5.1: Error de coherencia asociado a los 25 profesores (eje horizontal) en cada test

presentados a los profesores dos veces en cada test) con la finalidad de evaluar la consistencia de criterio en los evaluadores. El error de coherencia (CE) en cada test para cada profesor se calculó según la ecuación 5.6:

$$CE = \frac{\sum_{i=1}^{3} |mark1_i - mark2_i|}{valuesInterval} \tag{5.6}$$

donde $mark1_i$ y $mark2_i$ representan las notas asignadas por el profesor dos veces para cada grupo duplicado, y $valuesInterval$ representa el rango de valores numéricos utilizado por el profesor cuando asigna las notas en el test. La figura 5.1 muestra, ordenados de forma creciente, los valores de este error calculados en ambos tests.

Así, los profesores que obtuvieron un error de coherencia mayor a un umbral predefinido en alguno de los dos tests fueron descartados. Dicho umbral se definió, para cada test, como $Th = \mu + \sigma$, donde μ es el valor medio y σ la desviación estandar de la distribución de valores de CE, dando como resultado un valor de $Th_1 = 0{,}87$ en el test 1, y $Th_2 = 0{,}62$ en el test 2. Como resultado, 18 profesores superaron la condición impuesta, por lo que sus respuestas en ambos tests fueron consideradas como fiables.

Validación subjetiva de los parámetros

Ya se ha mencionado anteriormente que los profesores, tras contestar el test 1, explicitaron qué criterios habían aplicado en el proceso evaluador. El análisis de estos comentarios muestra que el 89 % de los profesores tuvo en consideración la mejora en la nota obtenida en grupo frente a la mejor de las notas individuales, que el 39 % tuvo en cuenta la calidad de la nota de los controles realizados en grupo, el 33 % mencionó la progresión individual de los miembros de un grupo como factor a considerar, el 28 % consideró como un factor a tener en cuenta las ausencias de algunos miembros de los grupos durante la realización de los controles, y un 17 % destacó también como un factor a considerar el parecido entre las notas individuales de los miembros de un mismo grupo.

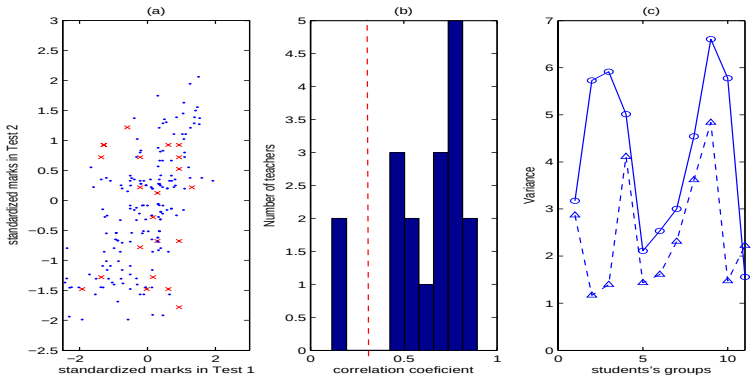


Figura 5.2: Comparación de tests 1 y 2. (a) Scatter plot. (b) Histograma de distribución de valores de correlación. (c) Varianza en notas de test 1 (círculo) y test 2 (triángulo).

Como puede observarse, hay un alto grado de coincidencia entre los criterios aplicados por los profesores en el test 1 y la información compactada en los parámetros definidos previamente por el profesorado de la asignatura, y utilizados en el test 2. Excepto el criterio de 'progresión individual', el resto de criterios están claramente representados en los parámetros definidos.

En el test 2 se solicitó a los profesores que indicaran la prioridad que, según ellos, tenía cada uno de los 4 parámetros utilizados en el proceso evaluador. Un 67 % de los profesores indicó como parámetro más importante el de *Absolute group mark Improvement*, un 17 % se inclinó por el parámetro *Average group mark* como el más importante, un 11 % indicó el parámetro *Marks homogeneity* como el más prioritario, mientras que el parámetro *Attendance* sólo fue considerado por un 6 % de los profesores como el más importante de los parámetros a considerar en el proceso evaluador.

Validación objetiva de los parámetros

Con el fin de validar la utilidad de los 4 parámetros definidos se comparó la evaluación realizada en los 11 grupos en cada uno de los tests por cada profesor considerado coherente. Las notas asignadas a cada grupo en ambos tests fueron normalizadas utilizando la normalización *z-score* para permitir la comparación de resultados. Se unieron todas las notas de los profesores coherentes en ambos tests y se calculó el coeficiente de correlación entre las notas asignadas en el test 1 y las asignadas en el test 2, obteniendo como resultado un valor de $\rho = 0{,}597$ (ver figura 5.2(a)).

Tras analizar la distribución de las notas se observó que dos de los profesores presentaban un valor de correlación bastante bajo ($\rho < 0{,}3$ en figura 5.2(b)). Es decir, dos profesores habían sido coherentes en el momento de contestar cada test de forma separada, pero el criterio aplicado en ambos test fue diferente. Las notas asignadas por estos dos profesores en los tests 1 y 2 se muestran marcadas con una 'x' en la figura 5.2(a).

El análisis de los comentarios realizados por ambos profesores al final del test 1 con-

firmó que, efectivamente, aplicaron un criterio que no quedó representado por los parámetros utilizados en el segundo test: la progresión individual de los estudiantes. Por ese motivo, es razonable que ambos modificaran su criterio cuando contestaron el segundo test. De hecho, si se descartaran estos dos profesores del análisis, el valor del coeficiente de correlación global se incrementaría hasta el valor de $\rho = 0{,}657$, lo que empieza a representar un valor de correlación entre moderado y alto entre la evaluación global realizada por los profesores en los tests 1 y 2.

Es interesante también hacer constar que la evaluación realizada por ambos profesores en el test 2 se aproximó más a la realizada por el resto de profesores, que en el test 1. Si se define el error cometido por cada uno de los profesores como el NRMSE con respecto a la mediana de la distribución de notas asignada a cada grupo de estudiantes por el resto de profesores, este error disminuye, en valor relativo, en el test 2 un 38.5 % y un 50.2 % para ambos profesores.

Otro aspecto a observar es la varianza presentada por la nota de cada grupo en ambos tests. Como se muestra en la figura 5.2(c), la varianza se reduce en 10 de los 11 grupos en el test 2, lo que indica un mayor consenso en el criterio considerado por los profesores en el segundo test.

Finalmente, el valor entre moderado y alto del coeficiente de correlación global calculado entre la evaluación realizada en los tests 1 y 2 (ver en la tabla 5.4 una interpretación válida posible para el coeficiente de correlación), la menor varianza presentada en las notas asignadas en el test 2 a cada grupo y la gran coincidencia en los criterios aplicados en ambos tests nos permite considerar suficientemente válidos los parámetros definidos para evaluar, con los datos de los alumnos disponibles, el rendimiento del trabajo en grupo llevado a cabo por los estudiantes.

5.2.4. Obtención del sistema evaluador. Validación e interpretación del sistema obtenido

Una vez que los parámetros definidos en la sección 5.2.2 han sido validados, se propone como objetivo la obtención de un sistema que evalúe directamente el rendimiento del trabajo en grupo a partir de esos 4 parámetros calculados para cada grupo. El sistema final debe aplicar en el proceso evaluador las reglas extraídas a partir de la evaluación realizada por todos los profesores considerados coherentes en el test 2, y debe permitir su interpretabilidad posterior con el fin de conocer con mayor profundidad cuál es el razonamiento aplicado por el sistema final cuando evalúa. Es importante recordar que no deseamos un sistema que evalúe únicamente, sino que queremos obtener de él información que nos ayude a comprender las reglas que el profesorado aplica durante el proceso evaluador. Así, aunque existen diferentes herramientas para afrontar este problema (redes neuronales o algoritmos genéticos, entre otras) la imposición de esta interpretabilidad posterior del modelo obtenido hace que la herramienta más apropiada en esta situación sea la lógica difusa.

El método de modelado difuso aplicado ha sido el método FIIF (Fast, Incremental, Intelligible and Fuzzy). Éste fue propuesto por el Dr. Carles Garriga en el año 2005 [Gar05],

y es un método heurístico simple, inteligible e incremental concebido para tratar de forma sencilla los problemas inherentes en el diseño de un modelo difuso inteligible desarrollado a partir de un conjunto de datos que asocian diferentes entradas con una salida. FIIF llega a un modelo final a través de un método con un coste computacional bajo que, además, puede ser ajustado según la naturaleza del problema o las preferencias del usuario. En el ámbito del modelado difuso, algunos autores han desarrollado métodos que alcanzan modelos con una alta precisión, aunque a costa de dejar olvidadas las capacidades linguísticas (inteligibilidad) de los sistemas difusos. De hecho, resulta extremadamente dificil la obtención de modelos con un alto nivel de inteligibilidad y precisión por lo que, con frecuencia, el modelado difuso se ha dividido en *modelado difuso preciso* y *modelado difuso linguístico*. El método FIIF representa un equilibrio entre precisión e inteligibilidad, por lo que resulta especialmente interesante para ser utilizado en el contexto de este trabajo. En el anexo Ñ se presentan de forma resumida las diferentes fases que lo implementan. Para más detalles sobre el método puede consultarse [Gar05], donde además se compara el método FIIF con otros métodos de modelado difusos existentes y se detallan las ventajas que este método presenta cuando los criterios que se potencian son la inteligibilidad, la facilidad de uso del método y el coste computacional del proceso, sin sacrificar demasiado la precisión en el modelo obtenido.

Las evaluaciones realizadas por los profesores coherentes en el test 2 a los 11 grupos de alumnos fueron utilizadas para obtener, aplicando el método FIIF, un sistema evaluador automático final. En el proceso de entrenamiento se utilizó el método de validación *leave-one-out-cross-validation*, de manera que se obtuvieron 11 sistemas intermedios previos al sistema final. Cada uno de esos sistemas intermedios fue entrenado con los datos correspondientes a 10 grupos, y después sometido a la fase de test con los datos del grupo restante.

Para cada uno de los 11 sistemas intermedios se calcularon dos parámetros de error: el error de evaluación cometido por el sistema cuando se le introducían los datos utilizados en la fase de entrenamiento (TrE_i para valores de i entre 1 y 11), y el error cometido cuando se introducían los datos correspondientes al grupo de test (TE_i). Ambos errores fueron calculados utilizando el NRMSE con respecto a la mediana de las notas asignadas por los profesores a cada uno de los 11 grupos.

La figura 5.3 muestra el boxplot correspondiente a la distribución de las notas asignadas por los profesores a cada uno de los 11 grupos. En línea discontinua se han representado la mediana y los valores que marcan el primer y tercer cuartil correspondientes a la evaluación realizada por los 11 sistemas intermedios obtenidos en la fase de validación que utilizaron los datos de cada grupo en la fase de entrenamiento. La línea marcada con triángulos representa la evaluación realizada por cada uno de esos 11 sistemas en la fase de validación cuando evaluó al grupo de test. Finalmente, la línea marcada con círculos representa la evaluación realizada por el sistema difuso final para cada uno de los 11 grupos.

El sistema difuso final fue obtenido utilizando en la fase de entrenamiento los datos de los 11 grupos disponibles. Los errores asociados al sistema final se estimaron a partir de la media de los errores obtenidos en los 11 sistemas intermedios. Estos valores fueron $\hat{T}rE = 0{,}7849$ and $\hat{T}E = 1{,}2108$. Con el fin de comprobar la validez en la estimación de

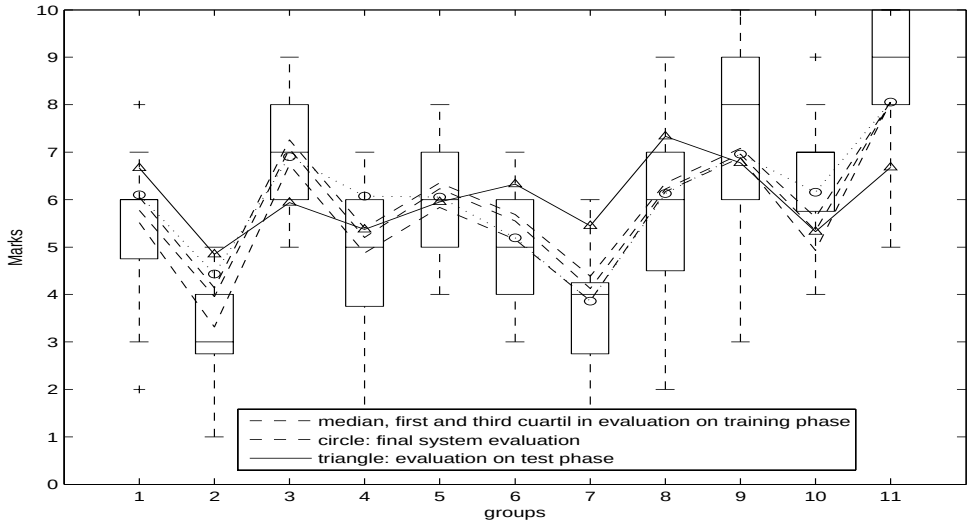


Figura 5.3: Evaluación en las fases de entrenamiento y test, y evaluación del sistema difuso final

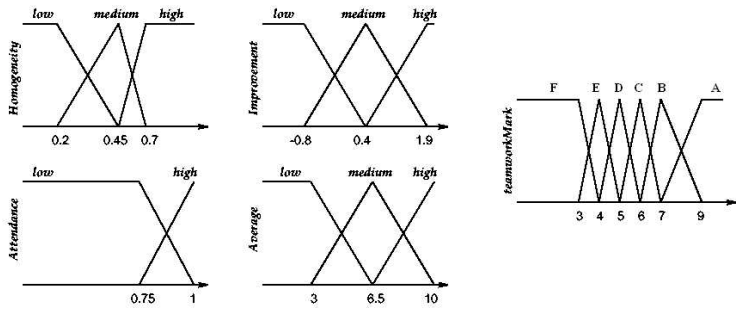


Figura 5.4: Conjuntos difusos definidos finalmente para cada variable lingüística

estos cálculos, se calculó el error TrE a partir de la evaluación realizada por el sistema final cuando se introdujeron los datos utilizados en el entrenamiento. El valor que se obtuvo ($TrE = 0{,}7370$) confirma la validez de los valores calculados para estos parámetros de error, puesto que $\hat{T}rE$ fue sólo un 6.5 % mayor que TrE.

El sistema difuso final obtenido tras la aplicación del método FIIF queda determinado por los conjuntos difusos definidos para cada una de las 4 variables de entrada y para la variable de salida (ver figura 5.4)[9], y por las reglas difusas aplicadas finalmente (ver tabla 5.3). Para la obtención de este sistema final se tomó un valor de $\epsilon = 0,15$ y se necesitaron 100 iteraciones para garantizar que el error, para cada una de las entradas, fuese inferior al valor de ϵ fijado. (consultar el anexo Ñ para más detalles sobre el método FIIF aplicado).

[9]Las etiquetas asignadas a los conjuntos difusos correspondientes a la variable de salida pueden interpretarse como calificaciones (de la A a la F), aunque no deben confundirse con las letras utilizadas en la evaluación continua de los alumnos.

Identificador	Homogeneity	Improvement	Attendance	Average	Conjunto difuso de salida
1	m	h	h	h	A
2	l	m	h	l	B
3	l	m	h	h	B
4	l	h	h	l	B
5	l	h	h	m	B
6	l	h	h	h	B
7	m	h	h	l	B
8	m	h	h	m	B
9	l	m	l	m	C
10	l	m	l	h	C
11	l	h	l	m	C
12	l	h	l	h	C
13	m	m	l	h	C
14	m	m	h	m	C
15	m	m	h	h	C
16	m	h	l	m	C
17	m	h	l	h	C
18	h	m	h	l	C
19	h	m	h	m	C
20	h	h	h	l	C
21	h	h	h	m	C
22	l	m	h	m	D
23	m	m	l	m	D
24	m	m	h	l	D
25	m	h	l	l	D
26	h	m	l	l	D
27	h	m	l	m	D
28	h	h	l	l	D
29	h	h	l	m	D
30	l	l	l	h	E
31	l	l	h	h	E
32	m	l	l	h	E
33	l	l	l	l	F
34	l	l	l	m	F
35	l	l	h	m	F
36	l	m	l	l	F
37	m	l	l	l	F
38	m	l	l	m	F
39	m	l	h	m	F
40	m	l	h	h	F
41	m	m	l	l	F

Cuadro 5.3: Reglas difusas definidas en el sistema evaluador final. l: *low*, m: *medium*, h: *high*

El análisis detallado de las reglas mostradas en la tabla 5.3 permite extraer algunas observaciones relevantes. A continuación se indican algunas de ellas:

- El parámetro de más influencia en la decisión final parece ser *improvement*, ya que si este parámetro es *low* (es decir, la nota de grupo es peor que la mejor de las 3 notas individuales) entonces el conjunto difuso de salida activado será el E o el F (selección que ya depende del conjunto difuso activado en el resto de variables de entrada).
- También puede observarse que la presencialidad (parámetro *attendance*) ha de ser *high* como condición necesaria (pero no suficiente) para aspirar a una nota final de A o B.
- El parámetro *average* también muestra tener cierta relevancia. Si éste presenta un valor *medium* se garantiza una nota final igual o superior a D (excepto si el parámetro *improvement* presenta un valor *low*). Si *average* presenta un valor *high* se garantiza una nota igual o superior a C (salvo si el parámetro *improvement* presenta un valor *low*).

Si se comparan estas observaciones con la opinión de los profesores tras contestar el test 2 (ver sección 5.2.3), donde indicaban la prioridad que asignaban a cada parámetro, puede verse una clara coincidencia ya que el parámetro más influyente, según el profesorado, era *improvement*, seguido del parámetro *average*.

5.3. Evaluación de otras competencias: generalización del proceso aplicado

5.3.1. Cómo proceder ante la necesidad de evaluar diferentes competencias en los estudiantes

En el experimento realizado durante el curso 2005-06 presentado en la sección 4.2 se aplicó una metodología activa que utilizó ejercicios contextualizados y el aprendizaje cooperativo como estrategia de trabajo en grupo. Se recogieron numerosos datos de los estudiantes y se evaluaron nuevas habilidades/competencias a partir de esos datos, además de la competencia tradicionalmente evauada de *conocimientos generales sobre el área de estudio*. Éstas fueron las siguientes:

- Comunicación escrita (datos recogidos por medio de *rubrics*).
- Capacidad de crítica y autocrítica (datos recogidos también por medio de *rubrics*).
- Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica (datos recogidos por medio de *rubrics* y mediante un control de modelización).
- Interés y motivación (a partir de las faltas de asistencia y del número y calidad de las pruebas de EC presentadas).

- Rendimiento del trabajo en grupo (aunque la evaluación de esta competencia no es nada trivial, se estimó una primera valoración de la misma calculando la media de todas las pruebas y controles realizados por los miembros de un mismo grupo. La finalidad de este cálculo fue la de potenciar la idea de interdependencia positiva entre los miembros de un mismo grupo, más que la de evaluar el rendimiento del trabajo en grupo).

La valoración de cada una de estas competencias se tuvo en cuenta en el cálculo final de la nota de EC de los alumnos, que suponía el 30 % de la nota final de cada parcial.

Sin embargo, en la sección 4.2 no se hizo explícito el proceso seguido con anterioridad en el que se decidió qué competencias evaluar en la asignatura considerada y cómo evaluarlas. En esta sección se hace explícito ese proceso.

Cuando la evaluación de una asignatura pretende basarse en la evaluación de diferentes competencias, deben darse una serie de pasos:

1. Decidir qué competencias desean evaluarse. Es decir, qué competencias[10] se desean desarrollar a partir de la docencia impartida en la asignatura considerada.
2. Pensar qué datos deben tomarse de los alumnos con el fin de evaluar cada competencia y qué recursos (materiales, pedagógicos y humanos) son necesarios para la obtención de dichos datos. En el caso de los recursos pedagógicos, conviene pensar en qué estrategia de trabajo o metodología docente es más adecuada para cumplir los objetivos marcados, y qué herramientas evaluadoras van a aplicarse posteriormente.
3. Diseñar de manera adecuada las herramientas evaluadoras consideradas.
4. Aplicar con los alumnos todos los recursos previamente justificados y poner en práctica de ese modo la metodología y herramientas evaluadoras diseñadas con anterioridad.

El paso (1) debe ser definido por el jefe de estudios de la carrera (o alguien que posea una visión global de la misma) en consonancia con el profesor o profesores de la asignatura considerada. Aunque el tema de los recursos necesarios se apunta en el punto (2), es evidente que en el momento de definir las competencias a desarrollar debe tenerse muy presente con qué recursos materiales, metodológicos y humanos se contará.

En el paso (2) es fundamental ser realistas y definir los datos a tomar de los alumnos a partir del conocimiento real de los recursos materiales y humanos disponibles. Por poner un ejemplo, no tendría ningún sentido plantearse tomar mucha información de los alumnos mientras trabajan en grupo si tenemos muchos grupos en clase y sólo se dispone de un profesor para realizar esa toma de datos. Obviamente el profesor no dispondrá del tiempo suficiente para observar cómo se desarrolla el trabajo en equipo (qué alumno aporta ideas, quien parece liderar el grupo, etc.) en cada grupo, y no podrá tomar todos los datos inicialmente previstos. Sin embargo, si el profesor dispone de varios ayudantes que pueden

[10]En todo este trabajo se consideran como competencias posibles a evaluar las definidas en el proyecto TUNING [Tun]

observar de forma individual el desarrollo del trabajo en equipo de cada grupo, entonces el planteamiento inicial de tomar mucha información relacionada con el trabajo en grupo ya sería factible.

Es importante resaltar que la dificultad que supone llevar a la práctica los pasos (2) y (3) depende en gran medida del tipo de competencia considerado. Hay algunas competencias cuya evaluación es bastante objetiva, lo que facilita el diseño de las herramientas evaluadoras correspondientes. Sin embargo, la evaluación de otras competencias se mueve en un terreno más subjetivo, en el que no resulta fácil tomar decisiones y en el que diferentes profesores pueden tener diferentes puntos de vista y, por tanto, diferentes criterios evaluadores. A continuación se citan, a título de ejemplo, algunas competencias de uno y otro tipo con el fin de dejar clara esta distinción:

- *Conocimientos generales básicos sobre el área de estudio.* Esta competencia instrumental es la que se ha evaluado tradicionalmente. Las herramientas aplicadas comúnmente son los ejercicios y los exámenes formados por diferentes preguntas y/o problemas que son posteriormente corregidos por el profesor. En este caso, la evaluación suele ser bastante objetiva porque el profesor conoce cuál es la respuesta correcta a las preguntas y, por tanto, puede valorar las respuestas de los alumnos aplicando unos criterios más o menos objetivos. Obviamente cada profesor podría penalizar más o menos los mismos errores, pero si fijamos al profesor el criterio se mantiene constante porque es relativamente fácil mantenerlo cuando se aplican criterios objetivos claros como en este caso.

- *Comunicación escrita en la propia lengua.* Esta es otra competencia instrumental que podría ser evaluada con relativa facilidad a partir del análisis de documentación escrita presentada por los alumnos. Esta evaluación se puede basar en datos relativamente objetivos como, por ejemplo, la cantidad de faltas de ortografía cometidas, o el número de frases de difícil comprensión o redactado incorrecto. Para disponer de una evaluación aceptable de esta competencia deberían diseñarse convenientemente las '*rubrics*' correspondientes a cada prueba escrita presentada por los alumnos, en las que desee evaluarse la competencia considerada. Es decir, uno de los conceptos a evaluar en dicha rubric debería ser precisamente la calidad de la comunicación escrita. En el anexo G pueden consultarse dos *rubrics* utilizadas en el experimento realizado durante el curso 2005-06 en la asignatura de álgebra en las que se evalúa esta competencia.

- *Capacidad para trabajar en equipo.* Esta es una competencia interpersonal difícil de evaluar porque los criterios a seguir para hacerlo no están tan claros como en las dos competencias anteriores. Para empezar, no es fácil definir qué datos tomar de los alumnos, y tampoco resulta fácil definir cómo serán tratados esos datos para obtener una evaluación final de esta competencia. La dificultad reside en la subjetividad inherente en la propia competencia. Probablemente diferentes profesores tengan opiniones distintas sobre lo que consideran un 'buen' trabajo en grupo. Algunas de esas opiniones se encontrarán cercanas entre sí, pero otras seguro que quedan bastante distantes. Incluso si queda fijado el profesor, éste tendrá serias dificultades para aplicar del mis-

mo modo en todos sus alumnos los criterios subjetivos que considere oportunos. Por tanto, los pasos (2) y (3) indicados anteriormente presentan una dificultad mucho mayor en esta competencia que en las dos citadas previamente.

En la sección siguiente se presentan unas pautas/directrices con el fin de proponer un procedimiento general que permita facilitar la evaluación de competencias subjetivas atacando directamente los problemas apuntados anteriormente. El objetivo final que se persigue con el procedimiento presentado a continuación es el de simular el razonamiento subjetivo seguido por el profesor cuando observa y considera los datos objetivos disponibles en el momento de la evaluación. Previamente al proceso de modelado, se deberá validar, con la ayuda de otros profesores, el planteamiento inicial del proceso evaluador considerado. Todos los pasos que conforman el procedimiento final propuesto son analizados con detalle a continuación.

5.3.2. Pautas a seguir en la evaluación de competencias subjetivas

En la sección 5.3.1 se han planteado cuatro pasos a seguir cuando se pretende evaluar una o varias competencias en una asignatura. En dicha sección se apuntó la diferencia en la dificultad de llevar a la práctica estos pasos en función de la objetividad/subjetividad inherente en la propia competencia a evaluar. En esta sección se proponen unas pautas con el fin de facilitar el diseño y posterior aplicación de las herramientas adecuadas para evaluar competencias de naturaleza subjetiva, asegurando que los criterios definidos se aplican de igual modo para todos los alumnos y por parte de todos los profesores de la asignatura (en el caso de que existan varios). Los pasos propuestos representan una generalización del proceso seguido en la sección 5.2 en la que el objetivo perseguido fue el diseño de un sistema automático que evaluase el rendimiento del trabajo en grupo de los estudiantes. Estos pasos son los siguientes:

1. Definición de los datos que se van a tomar procedentes de los estudiantes. Esta definición debe ser realizada por el profesor (o profesores) de la asignatura considerada ya que es él quien conoce de qué recursos dispone y define qué metodología docente aplica[11]. No obstante, se debe partir de la hipótesis inicial de que la información contenida en esos datos está asociada, de algún modo, a la competencia que desea evaluarse.

2. Recopilación de una colección de datos (los definidos en el punto anterior) procedentes de alumnos reales. Aunque tambíen podrían generarse datos fictícios, es preferible que éstos sean reales para que reflejen la casuística propia de la situación[12].

[11] Se descarta la posibilidad de realizar una encuesta para ser contestada por otros profesores solicitando esta información ya que eso supondría informar a todos y cada uno de los profesores de los detalles propios de la asignatura. Además, los posibles datos a tomar están muy vinculados a la metodología docente seguida y este aspecto es algo a decidir por el profesorado de la asignatura en base a sus criterios.

[12] Por ejemplo, si se toman como datos las notas individuales de alumnos que forman parte de un grupo de trabajo, esas notas no presentarán la misma distribución si todos los miembros del grupo tienen un nivel académico similar o si, por el contrario, hay diferentes niveles en el mismo grupo.

3. Solicitud a otros profesores a través de un test para que, a partir de los datos recogidos, definan una nota entre 0 y 10 asociada a la evaluación subjetiva que ellos realizan de la competencia considerada. Además, esa nota debe ir acompañada de los comentarios correspondientes que expliquen qué es lo que han tenido en cuenta (en qué se han fijado) para decidir su nota en el proceso evaluador.

4. En base a la opinión presentada por los profesores, definición y propuesta de unos parámetros numéricos[13] asociados a los conceptos que más fueron utilizados por éstos en el proceso evaluador, según el test anterior.

5. Solicitud a los mismos profesores a través de un nuevo test para que definan nuevamente una nota entre 0 y 10 asociada a la evaluación subjetiva de la misma competencia ya evaluada en el primer test. En este segundo test sólo deben aparecer los valores numéricos correspondientes a los parámetros definidos con anterioridad de los mismos alumnos que fueron evaluados en el primero de los tests. Es decir, en ambos tests se evalúa a los mismos alumnos pero en el primero se dispone directamente de todos los datos recogidos mientras que en el segundo sólo se dispone de los parámetros definidos calculados a partir de los datos inicialmente recogidos.

6. Comparación de las evaluaciones realizadas por cada profesor en ambos tests. Previamente debe asegurarse la validez de las evaluaciones consideradas estimando, a partir de algún parámetro, la coherencia/incoherencia de criterio mostrada por los profesores al contestar por separado cada uno de los tests. La comparación de ambas evaluaciones debería confirmar la validez de los parámetros propuestos para evaluar la competencia considerada.

7. Si se confirma la validez de los parámetros definidos, generar un sistema/modelo que evalúe a todos los alumnos del mismo modo aplicando los criterios obtenidos al entrenar dicho sistema con la evaluación realizada por los profesores en el segundo test, y aplicando para ello el método FIIF presentado en la sección 5.2.4. En caso contrario, se pone en duda la validez de los parámetros definidos a partir de estos datos para evaluar la competencia considerada, y se modifica la definición de estos parámetros para iniciar nuevamente el proceso de validación.

Finalmente, el análisis del sistema/modelo final obtenido nos permitirá conocer cómo evalúa esa competencia el profesor 'modelo' generado. En la figura 5.5 puede consultarse el diagrama de flujo correspondiente al proceso propuesto. Este proceso supone que todos los profesores que participan en el diseño de las herramientas a utilizar en la evaluación de la competencia tienen total disponibilidad y predisposición para la realización de dicho diseño. Eso significa que todos ellos dedican todo el tiempo necesario para contestar todos los tests que el proceso de diseño exige, permitiendo siempre disponer de la respuesta a los test 1 y 2 de los mismos profesores. Además, se supone también que cada profesor individualmente evalúa la competencia considerada (ya sea a partir de los datos directamente o a partir de los parámetros definidos) aplicando los mismos conceptos/criterios subjetivos, ya que de no

[13] Calculados a partir de los datos originales tomados de los alumnos.

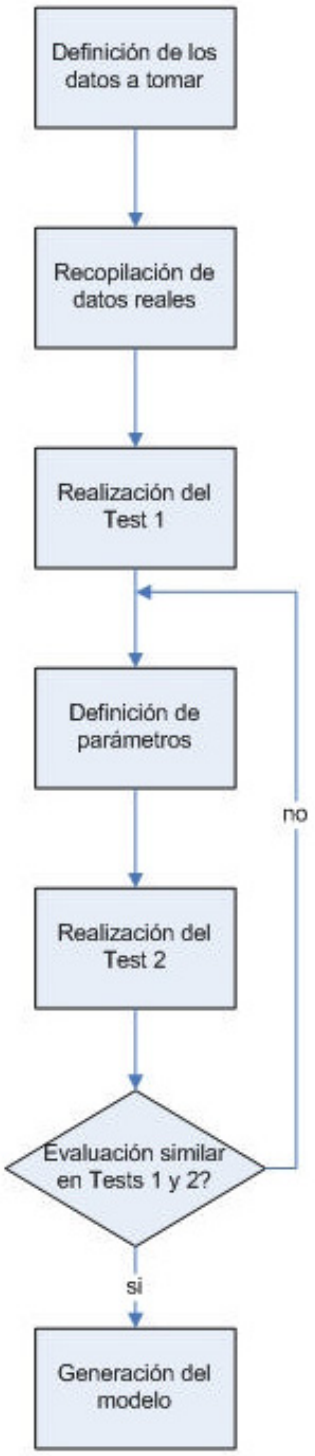


Figura 5.5: Diagrama correspondiente al proceso propuesto para obtener un modelo evaluador asociado a una competencia de carácter subjetivo

ser así no tendría demasiado sentido comparar después la evaluación realizada en ambos tests.

Sin embargo, la situación habitual no se corresponde con la situación ideal descrita anteriormente. Si se pretende tener en cuenta la opinión de muchos profesores de diferentes perfiles (lo que daría robustez a las conclusiones finales obtenidas) es evidente que la disponibilidad de éstos variará con el tiempo, lo que provocaría que algunos de los profesores que contestaron el primer test no contestaran el segundo, y algunos de los que sí contestaron el segundo no lo contestaran nuevamente tras una nueva iteración. Además, con el paso del tiempo, también podrían darse cambios en los criterios/conceptos subjetivos aplicados por los profesores al evaluar la competencia considerada, con lo que la comparación entre las evaluaciones realizadas en el test 1 y en el 2 ya perdería sentido.

Por esos motivos, se propone a continuación una modificación en los pasos presentados anteriormente, en un intento de adaptar a la situación real el procedimiento ideal propuesto:

1. Definición de los datos a tomar.
2. Recopilación de datos.
3. Definición de parámetros útiles para evaluar posteriormente, a partir de ellos, la competencia considerada. Esta definición debe ser realizada por el profesorado de la asignatura, en base a su experiencia previa y a su intuición.
4. Realización de los tests 1 y 2, contestando inicialmente el 1 (sin conocer los parámetros definidos en el segundo test) y posteriormente el 2. De este modo, los profesores que participan contestan en el mismo instante los dos tests. Además, cuando contestan el test 2 tienen recientes en su memoria los conceptos/criterios que acaban de aplicar en el test 1 y pueden ser consecuentes con éstos.
5. Comparación de las evaluaciones realizadas por cada profesor en ambos tests, para confirmar la validez de los parámetros definidos. Como en la situación ideal previamente presentada, debe estimarse la coherencia de criterio mostrada por los profesores al contestar los tests para descartar el uso de datos poco fiables.
6. Si la evaluación realizada en ambos tests por los profesores es similar se genera el sistema/modelo evaluador correspondiente, aplicando para ello el método FIIF (ver sección 5.2.4). En caso contrario, se procesan los comentarios realizados por los profesores en el test 1, se ajustan los parámetros definidos en base a dichos comentarios, y se repite nuevamente el proceso.

En la figura 5.6 puede consultarse gráficamente el proceso presentado.

La decisión referente a si la evaluación en ambos tests por los profesores es similar o no es un punto crítico en el proceso. Un buen parámetro para medir la similitud entre ambas evaluaciones es el coeficiente de correlación de Pearson (que ya se utilizó en la sección 5.2). Con este parámetro, cuyos valores se encuentran en el intervalo $[-1, 1]$, se mide la relación

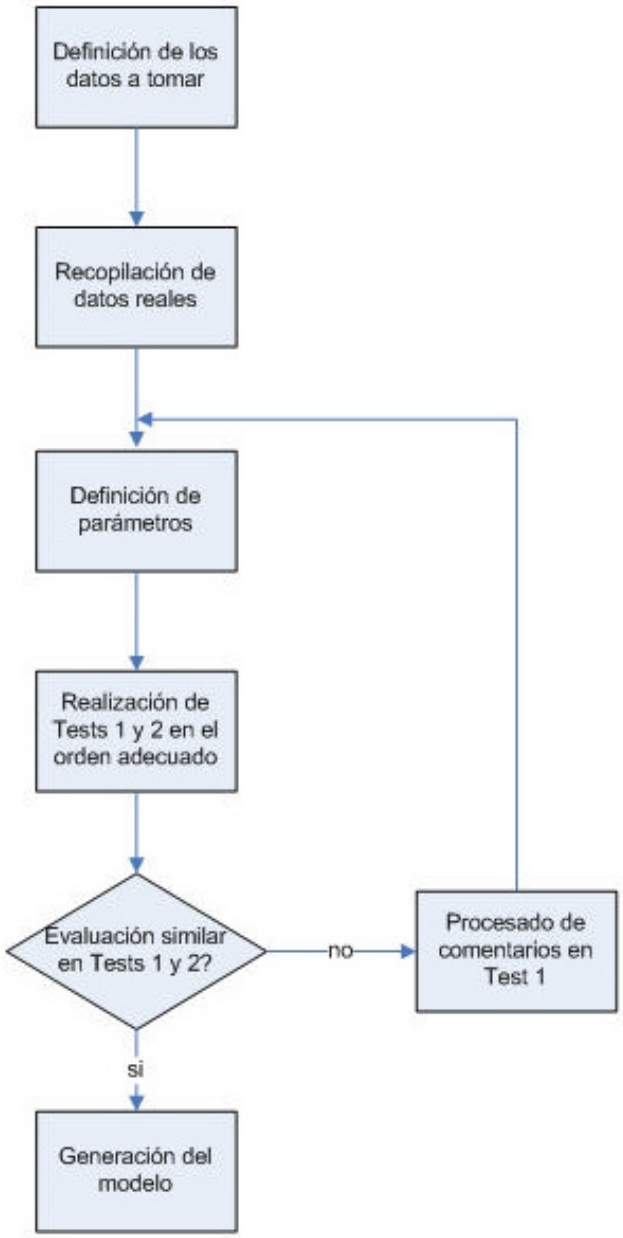


Figura 5.6: Diagrama correspondiente al proceso propuesto para obtener un modelo evaluador asociado a una competencia de carácter subjetivo. Enfoque realista.

Correlación	Inversa	Directa
Baja	Entre -0,29 y -0,10	Entre 0,10 y 0,29
Media	Entre -0,49 t -0,30	Entre 0,30 y 0,49
Alta	Entre -1 y -0,50	Entre 0,50 y 1

Cuadro 5.4: Interpretación del valor del coeficiente de correlación cuando se aplica en el campo de la investigación psicológica. [Coh88]

lineal entre las dos variables y su sentido (directo o inverso). La interpretación del valor de correlación obtenido depende del contexto en el que se aplica. Es decir, valores que en un determinado ámbito pueden considerarse como valores altos (y, por tanto, muy buenos) de correlación, en otro ámbito pueden no ser lo suficientemente buenos. En [Coh88], J. Cohen sugiere que se realice la interpretación que aparece en la tabla 5.4 cuando se aplica en un ámbito de investigación psicológico. No obstante, como el mismo Cohen indica, la interpretación final del valor de correlación obtenido depende del contexto por lo que no debe tomarse la información de la tabla anterior como algo estricto. Por tanto, el valor umbral de correlación fijado dependerá del nivel de exigencia deseado en el proceso de validación de los parámetros definidos.

En la sección 5.2 se aplicaron los pasos mostrados en el diagrama de la figura 5.6 para evaluar el rendimiento del trabajo en grupo de los estudiantes. Ese proceso representa un ejemplo de cómo puede llevarse a la práctica el procedimiento de diseño descrito en esta sección.

5.4. Conclusiones

Conviene recordar que la inminente entrada en vigor del EEES trae consigo la necesidad de incorporar a las clases universitarias metodologías docentes activas que desarrollan y potencian nuevas competencias en los estudiantes. Esas competencias deben ser evaluadas de algún modo, aunque la naturaleza subjetiva de algunas de ellas, la falta de recursos y la falta de práctica de muchos profesores en la aplicación de metodologías de carácter constructivista, dificulta esa evaluación. Por ese motivo, resulta especialmente interesante la aplicación de un proceso sistemático de diseño como el propuesto en este trabajo para obtener herramientas automáticas que permitan evaluar competencias de esta naturaleza de forma justa (del mismo modo para todos los estudiantes) adaptándose a los recursos disponibles.

En este capítulo se ha presentado un sistema automático que evalúa el rendimiento del trabajo en grupo de los alumnos a partir de datos objetivos, como son las notas obtenidas por éstos en los controles (tanto individuales como en grupo) realizados a lo largo del curso. Para aplicar dicho sistema es importante seguir la misma política de creación de grupos que se siguió en el experimento realizado durante el curso 2005-06 (ver sección 4.2), que

garantizaba homogeneidad entre los diferentes grupos y heterogeneidad dentro de cada uno de ellos.

El sistema final obtenido ha sido generado a partir del razonamiento aplicado por diferentes profesores universitarios en el momento de evaluar el rendimiento del trabajo en grupo realizado por los estudiantes. Se han definido 4 parámetros (validados experimentalmente en la sección 5.2.3) que concentran la mayor parte de la información que los profesores perciben tras observar todos los datos disponibles. A partir de ellos, y de la evaluación realizada por los profesores, se ha aplicado el método FIIF para obtener un sistema difuso final interpretable (sección 5.2.4).

El interés del sistema diseñado es doble:

- El sistema final permite garantizar que todos los grupos de alumnos son evaluados por el profesor aplicando los mismos criterios, de forma rápida y equitativa. Además, en situaciones en las que varios profesores comparten una misma asignatura y desean aplicar el mismo criterio evaluador, la utilización de un sistema evaluador automático como el generado en este trabajo permite que la evaluación de esta competencia se realice del mismo modo, independientemente del profesor del que dependa cada grupo.

- El sistema diseñado nos permite conocer mejor el razonamiento aplicado por el profesorado (como ente global) cuando se evalúa el rendimiento del trabajo en grupo. Ese conocimiento procede del análisis detallado de las reglas difusas que controlan el sistema difuso implementado, y nos permite descubrir la importancia que tiene cada uno de los criterios aplicados en el proceso evaluador. Dicho análisis ha mostrado como parámetros más significativos *Improvement* y *Average* en ese orden, por delante de los otros dos parámetros utilizados (*Attendance* y *Homogeneity*). Además, las conclusiones de dicho análisis se encuentran en clara coincidencia con los comentarios realizados por los profesores durante el proceso de diseño, lo que confiere mayor confianza al sistema final obtenido.

Posteriormente, el proceso seguido para el diseño del sistema difuso que evalúa el rendimiento del trabajo en grupo ha sido generalizado con el fin de poder ser aplicado en el diseño de las herramientas necesarias para evaluar cualquier competencia que sea considerada subjetiva. En ese sentido, en la sección 5.3.2 se ha propuesto un diagrama de flujo con los pasos que deben darse con el fin de obtener un sistema evaluador válido (ver figura 5.6). Es importante destacar que el sistema obtenido tras aplicar dicho diagrama no es el único válido para evaluar la competencia considerada, aunque sí puede afirmarse su validez ya que está avalado por la opinión de varios expertos.

También conviene resaltar que el procedimiento propuesto puede verse simplificado cuando el profesor de una asignatura desea evaluar una determinada competencia y tiene muy claros qué criterios desea aplicar. Es decir, a diferencia de la situación general planteada anteriormente en la que el profesor que desea evaluar una determinada competencia no tiene claros los criterios a aplicar y con qué importancia aplicar cada uno de ellos[14], por lo que de-

[14] O bien los desea consensuar con otros profesores que imparten la misma asignatura

cide validarlos con la ayuda de otros expertos, puede darse una situación diferente en la que el profesor sabe qué criterios aplicar, pero no tiene garantías de aplicarlos del mismo modo en todos los alumnos. En ese caso, la lógica difusa sigue siendo una herramienta ideal para resolver la situación, aunque ahora el proceso de diseño del sistema se simplifica bastante. Tras la definición de los parámetros correspondientes puede pasarse directamente al diseño del sistema difuso evaluador, generando los conjuntos difusos necesarios y las reglas difusas correspondientes a partir de la experiencia del experto, que en este caso es el profesor. Como ejemplo, en el anexo N se presenta un caso de estas características en el cual se diseña un sistema difuso que asesora al profesor, al final de curso, a la hora de redondear o no la nota final de los alumnos cuya nota quedó cercana al aprobado. En ese ejemplo, los criterios a aplicar no fueron validados por otros profesores sino que fueron fijados directamente por el profesorado de la asignatura de álgebra lineal.

Para finalizar, conviene resaltar una vez más la relevancia del trabajo presentado en este capítulo, en un momento en el que muchos profesores, ante la inminente entrada en vigor del EEES, se plantean cómo pueden evaluar de forma explícita competencias que hasta ahora no habían evaluado. Aunque es evidente que queda mucho por hacer, el procedimiento propuesto en este capítulo puede ser una primera referencia para muchos de esos profesores.

Capítulo 6

Conclusiones y líneas de futuro

6.1. Conclusiones

La inminente entrada en vigor del EEES exige la evaluación de nuevas competencias, lo que comporta cambios importantes en lo que a la metodología docente aplicada se refiere, y también exige nuevas herramientas evaluadoras. La aplicación de metodologías más activas proporciona nueva información procedente de los alumnos que permite, por un lado, validar la nueva metodología docente aplicada (en el sentido de confirmar un mejor rendimiento de los estudiantes), y por el otro, posibilita la evaluación de nuevas competencias utilizando las nuevas herramientas evaluadoras citadas anteriormente.

En este trabajo se han abordado tres aspectos importantes en este contexto:

- La búsqueda de una metodología docente activa aplicable con los recursos disponibles.
- La validación de la nueva metodología docente aplicada.
- El diseño y posterior aplicación de nuevas herramientas evaluadoras que utilicen los nuevos datos recogidos con la aplicación de la nueva metodología, y que se adapten a algunas de las nuevas necesidades impuestas por el EEES.

La figura 6.1 presenta un mapa conceptual que resume, de forma esquemática, lo que ha representado el trabajo realizado en esta tesis y la filosofía que lo ha respaldado en todo momento. A pesar de que los experimentos realizados a lo largo de la tesis se han centrado en la asignatura de álgebra lineal, creemos que los resultados y conclusiones obtenidas son exportables a la mayoría de asignaturas impartidas en el ámbito de la ingeniería.

Aunque a lo largo de los capítulos previos se han ido detallando las conclusiones extraídas en cada uno de estos tres aspectos abordados, se exponen nuevamente a continuación las conclusiones y aportaciones más relevantes obtenidas en esta tesis.

1. En el ámbito metodológico conviene resaltar los cambios progresivos sufridos por la asignatura de álgebra lineal entre los años 2001 y 2005 que dieron lugar a una meto-

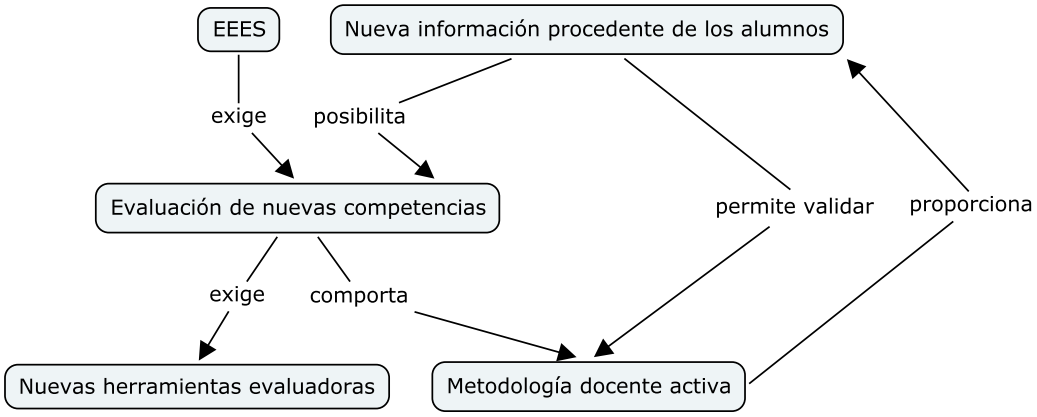


Figura 6.1: Mapa conceptual que refleja la filosofía seguida en la tesis y el trabajo desarrollado

dología más centrada en el estudiante, en la que éste presenta un papel mucho más activo (capítulo 3). Todos estos cambios han perseguido adaptar la docencia de esta asignatura a las nuevas necesidades sociales y a las exigencias impuestas por el EEES. En este sentido, con la metodología propuesta se recoge una mayor cantidad de datos procedentes de los estudiantes, se fomenta el trabajo en grupo, se trabaja sobre ejercicios contextualizados que aplican los conocimientos teóricos en escenarios prácticos, y se propone el uso de nuevas herramientas que ayuden a evaluar en qué grado las nuevas competencias desarrolladas son alcanzadas por los alumnos.

Con la aplicación de la metodología docente propuesta en este trabajo (capítulo 4):

- Se incorporan a las clases problemas procedentes del mundo técnico con la finalidad de mostrar al alumno la aplicación práctica de las herramientas algebraicas estudiadas. Para facilitar dicha incorporación se ha generado la aplicación multimedia ALGTEC (sección 3.1.3).
- Se potencia el trabajo cooperativo entre alumnos, formando grupos heterogeneos que permiten un mayor enriquecimiento del trabajo en equipo.
- Se obtienen más datos procedentes de los alumnos, gracias al uso de *'observation checklists', 'rubrics'*, ejercicios y controles individuales y en grupo realizados a lo largo del curso, y ejercicios de modelización desarrollados en grupo.

Todos estos cambios permitieron la recopilación de nuevos datos[1] procedentes de los estudiantes. El análisis posterior de los datos recopilados durante los cursos comprendidos entre los años 2001 y 2005 permitió identificar algunas tendencias interesantes debidas, en principio, a los cambios metodológicos sufridos en la asignatura. Entre

[1]Con respecto a los datos que se recopilaban en el pasado, y que básicamente procedían de exámenes de final de parcial y de ejercicios 'clásicos' individuales.

las conclusiones más destacables pueden citarse: la mejora observada en las notas de evaluación continua y en las notas de los exámenes de final de parcial; una disminución en el abandono del seguimiento de la evaluación continua a lo largo del curso; una mayor potenciación de la habilidad de los alumnos para asociar problemas procedentes del mundo real con el mundo algebraico; y un aumento significativo en el porcentaje de alumnos que superan la asignatura por parciales al final del curso, lo que debe interpretarse como un cambio importante en la calidad del aprendizaje desarrollado por los alumnos, que ya no superan la asignatura gracias a un esfuerzo final sino que lo hacen gracias al trabajo continuado que facilita la comprensión de los conceptos estudiados. Además, las encuestas contestadas por los estudiantes reflejaron una clara aceptación por su parte de la nueva metodología aplicada en la asignatura. Sin embargo, también mostraron su preocupación ante la posibilidad de aplicarla en todas las asignaturas sin la coordinación adecuada para evitar la generación de un volumen de trabajo inasumible por parte del estudiante.

Conviene destacar también que la aplicación de la metodología docente propuesta supone un incremento de la dedicación del profesorado. Es decir, supone un aumento en los recursos disponibles ya que el profesor debe obtener más información de sus alumnos, y eso se traduce en más tiempo para proponer nuevos ejercicios contextualizados, y para corregir controles, ejercicios, informes, etc. No obstante, no debe olvidarse que la metodología propuesta no exige una cantidad concreta de datos procedentes de los alumnos, sino que permite que, en función de la dedicación disponible, el número de datos sea mayor o menor. Obviamente, a mayor cantidad de datos, mejor podrían evaluarse las competencias que se hayan marcado como objetivo a potenciar en la asignatura.

No hay que olvidar tampoco que la correcta aplicación de la metodología propuesta exige una formación previa del profesorado en lo que a la aplicación de metodologías docentes activas se refiere, lo que supone una inversión de tiempo por parte de éste en la asistencia a los cursos de formación adecuados.

2. En lo que se refiere a la validación de la metodología docente aplicada, durante el curso 2005-06 se llevó a cabo un experimento, lo más riguroso posible, en el que se controlaron la mayor parte de los parámetros no controlados en el análisis realizado a partir de los datos procedentes de los años anteriores. De este modo se pudieron aplicar las herramientas estadísticas adecuadas con el fin de obtener conclusiones estadísticamente significativas referentes a la influencia en el rendimiento de los alumnos de la metodología docente aplicada. Esas conclusiones confirmaron que cuando se sustituyen ejercicios clásicos/teóricos por ejercicios contextualizados extraídos del mundo real, los alumnos mejoran significativamente sus resultados en la evaluación continua, mejoran también de forma significativa su capacidad para aplicar los conceptos teóricos estudiados en ejercicios contextualizados, y presentan una disminución significativa en las faltas de asistencia a clase (capítulo 4).

   Como afirma Alan H. Schoenfeld en [Sch00], los hallazgos obtenidos en el ámbito de la educación raramente son definitivos sino que, en la mayoría de los casos, sólo

muestran evidencias de determinados comportamientos. Aunque las evidencias no están en la categoría de las pruebas, Schoenfeld afirma que pueden acumularse para hacernos alcanzar conclusiones consideradas como fiables, aceptando la existencia de una mínima duda razonable. El rigor con el que se ha llevado a cabo el experimento mencionado permite que éste pueda considerarse una evidencia importante a favor de las metodologías docentes centradas en el alumno.

3. Una vez validada la nueva metodología docente aplicada en el aula, se planteó la necesidad de diseñar y aplicar nuevas herramientas con las que evaluar algunas de las nuevas competencias que se pretenden desarrollar con la nueva metodología, sin olvidar los recursos reales disponibles. Concretamente, en este trabajo se ha diseñado un sistema difuso que evalúa de forma automática el rendimiento del trabajo en grupo llevado a cabo por los estudiantes (sección 5.2). Para ello se ha solicitado la ayuda de 25 profesores universitarios que han evaluado a 11 grupos de 3 alumnos a partir de datos reales obtenidos durante el experimento realizado en la asignatura de álgebra lineal en el curso 2005-06. El sistema final, obtenido tras la aplicación del método FIIF (sección 5.2.4) a partir de 4 parámetros de entrada previamente validados de forma experimental, permite un mayor conocimiento referente al modo de evaluar la citada competencia (dada la fácil interpretabilidad de las reglas difusas que definen el sistema), y permite también garantizar que los criterios subjetivos utilizados en el proceso evaluador son aplicados del mismo modo, y de forma rápida, para todos los alumnos. Aunque el sistema final obtenido no es el único válido para evaluar el rendimiento del trabajo en grupo a partir de los datos disponibles, el proceso de diseño seguido permite afirmar su validez para realizar la citada evaluación por estar avalado por la opinión de varios expertos.

   El proceso seguido en el diseño del sistema difuso que evalúa el rendimiento del trabajo en grupo ha sido generalizado para permitir su aplicación en el diseño de otros sistemas que evalúen otras competencias subjetivas (sección 5.3). De este modo se ofrece en este trabajo un método general de diseño de sistemas evaluadores que permitan, de forma rápida y justa[2], y utilizando los recursos disponibles, obtener indicadores asociados al grado en que las competencias consideradas han sido alcanzadas por los estudiantes.

Para finalizar, se citan a modo de resumen las tres aportaciones principales del presente trabajo de investigación:

- Enfoque práctico de la asignatura de álgebra lineal impartida a futuros ingenieros de telecomunicaciones, combinado con la aplicación de una metodología centrada en el estudiante que potencia el trabajo en grupo a lo largo del curso y que recoge gran cantidad de información procedente de los estudiantes gracias al uso de herramientas adecuadas para ello[3]. De este modo, se potencia el desarrollo en los estudiantes de

[2] En el sentido de que todos los alumnos son evaluados aplicándose los mismos criterios y del mismo modo para cada alumno.

[3] Entre esas herramientas destacan por su importancia las *Rubrics* y las *observation checklists*.

algunas[4] de las competencias exigidas por el EEES.

- Estudio (que se suma a las evidencias previas de otros estudios realizados con anterioridad) que justifica el uso de metodologías constructivistas frente a la postura conductista tradicional, aportando resultados que muestran un mejor rendimiento de los estudiantes cuando estas estrategias son aplicadas en el aula.
- Propuesta de un método sistemático de diseño de herramientas válidas que permitan evaluar competencias de naturaleza subjetiva, basado en la aplicación de la lógica difusa. En el trabajo se aplica dicho método para obtener un sistema evaluador del rendimiento del trabajo en grupo llevado a cabo por los estudiantes, a partir de los datos recogidos con la aplicación de la nueva metodología diseñada. De este modo, la propuesta general de método de evaluación se aplica para la evaluación de una competencia concreta.

Las tres aportaciones citadas adquieren actualmente un interés especial dada la inminente llegada del EEES, que trae consigo *(i)* la necesidad de incorporar a la docencia universitaria el uso de metodologías activas que pongan en marcha los mecanismos necesarios para desarrollar en los estudiantes nuevas competencias, y *(ii)* la necesidad de evaluar en todos los alumnos esas nuevas competencias desarrolladas. Aunque el trabajo se ha concretado en la asignatura de álgebra lineal para ingenieros de telecomunicaciones, creemos que las aportaciones del mismo son fácilmente exportables a otras materias, facilitando su adaptación a las exigencias procedentes de Europa. No obstante el trabajo de portabilidad a otras asignaturas queda fuera del marco del presente trabajo de investigación.

6.2. Líneas de futuro

En este punto se proponen las actuaciones que se consideran más interesantes para continuar el trabajo de investigación iniciado con esta tesis:

- Aplicar, en la asignatura de álgebra lineal, el método propuesto de diseño de herramientas evaluadoras centrándolo en otras competencias[5], con el objetivo de obtener nuevos sistemas difusos evaluadores asociados a aquellas competencias que puedan ser evaluadas a partir de los datos recogidos con la metodología docente propuesta. Por ejemplo, *motivación*, y *capacidad para aprender y progresar* son dos competencias que creemos que podrían ser evaluadas a partir de los datos disponibles con la metodología docente aplicada actualmente en la asignatura de álgebra lineal.
- Diseñar un sistema difuso global que realice la evaluación final de los estudiantes a partir de las evaluaciones realizadas en cada una de las competencias individuales consideradas.

[4]Por citar algunas: Capacidad para trabajar en equipo, habilidades interpersonales, resolución de problemas, capacidad para aplicar los conocimientos a la práctica, capacidad para aprender, motivación, etc.

[5]Conviene recordar que en este trabajo se ha aplicado el método de diseño propuesto con el fin de evaluar la competencia de rendimiento del trabajo en grupo desarrollado por los estudiantes.

- Aplicar el método propuesto de diseño de herramientas evaluadoras en otras asignaturas del ámbito de la ingeniería. Así, se diseñarían nuevos sistemas evaluadores a partir de los datos y parámetros utilizados en cada asignatura considerada. Es decir, los sistemas diseñados dependerían siempre de la metodología docente aplicada y recursos disponibles, ya que de ambos depende el tipo y cantidad de datos que se recogen de los alumnos. De este modo, se podría generar de forma progresiva una base de datos que almacenara todos los sistemas evaluadores diseñados, asociados a diferentes competencias, y asociados también a la metodología docente que se aplica en el aula. Esa base de datos permitiría la adaptación metodológica de otras asignaturas en el futuro, facilitando de ese modo la adaptación global de toda la carrera a algunas de las exigencias impuestas por el EEES.

- Estudiar cómo estrategias de evaluación *peer to peer*[6] podrían facilitar la adquisición de datos que permitieran la evaluación de algunas competencias interpersonales e instrumentales[7], dada la imposibilidad de que el profesor sea testigo continuado del desarrollo del trabajo en equipo. En este contexto deberá analizarse qué información solicitar, y en qué momentos a lo largo del curso sería más adecuado obtener la información deseada por parte de los estudiantes, con el fin de avalar al máximo su validez y fiabilidad.

- Abordar el estudio de estrategias de actualización y validación periódica de los sistemas evaluadores difusos diseñados, a partir del estudio, por parte de los expertos correspondientes, de las reglas difusas asociadas a cada sistema. Es decir, definir algún proceso de revisión periódico de los sistemas difusos obtenidos.

- Incorporar al proceso evaluador la fiabilidad de las pruebas realizadas por los estudiantes, obtenida al relacionar los resultados de cada prueba individual con la evaluación final obtenida por cada alumno.

- Estudiar cómo debería aplicarse la metodología propuesta y las herramientas evaluadoras correspondientes en un entorno de e-learning o semipresencial. La formación a través de Internet presenta unas características diferentes a la formación presencial, por lo que debería analizarse con detalle cómo llevar a la práctica, a través de un entorno virtual, algunas dinámicas de trabajo en el aula propuestas en esta tesis. No obstante, aunque la adquisición de los datos y el tipo de datos adquirido es diferente en un entorno virtual, la metodología propuesta en esta tesis para diseñar sistemas evaluadores de competencias subjetivas puede ser aplicada directamente en este contexto, a partir de los datos considerados.

- Estudiar la integración de los sistemas difusos diseñados para evaluar diferentes competencias en una plataforma que permita maximizar la automatización del proceso evaluador.

[6] La evaluación del estudiante es realizada por sus propios compañeros.

[7] Por ejemplo: capacidad para tomar decisiones, habilidades de comunicación, o la capacidad para generar nuevas ideas.

- Hacer la difusión oportuna, en revistas adecuadas del ámbito de la innovación docente y del ámbito técnico, de la metodología docente propuesta en este trabajo, de los resultados observados en los estudiantes tras su aplicación, y de la estrategia general propuesta para el diseño de herramientas evaluadoras asociadas a competencias de carácter subjetivo.

Glosario de acrónimos

ABP: Aprendizaje Basado en Problemas
AC: Aprendizaje Cooperativo
EC: Evaluación Continua
EEES: Espacio Europeo de Educación Superior
EPSC: Escola Politècnica Superior de Castelldefels
ICE: Institut de Ciències de l'Educació
NRMSE: Normalized Root Mean Square Error
PBL: Problem Based Learning
QPSK: Quadrature Phase Shift Keying
UAM: Universidad Autónoma de Madrid
UB: Universidad de Barcelona
UG: Universidad de Girona
UIB: Universidad de les Illes Balears
UPC: Universidad Politècnica de Catalunya
UPV: Universidad Politécnica de Valencia
URV: Universitat Rovira i Virgili

Bibliografía

[Acu06] Silvia Acuña. Factores de equipo que afectan al desarrollo de software en el aprendizaje. In *Actas de la VI Jornada sobre aprendizaje cooperativo*, Barcelona, España, 2006.

[Als05] Claudi Alsina. Isla Innovación. In *Actas de las XII Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*, Albacete, España, 2005.

[Ama02] Oriol Amat. *Aprender a enseñar*. Gestion2000.com, 2002.

[Atl] Atlast project forum: Augment the teaching of linear álgebra through the use of software tools. http://www.umassd.edu/SpecialPrograms/Atlast/ (octubre 2007).

[Ban88] Albert Bandura. Organizational applications of social cognitive theory. *Australian Journal of Management*, 13:275–302, 1988.

[BGD04] Raúl Benítez, Beatriz Giraldo, and Joan Domingo. Aprendizaje cooperativo basado en problemas en el diseño y desarrollo de proyectos de ingeniería. In *Actas del XII Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas (CUIEET)*, Barcelona, España, 2004.

[Boe98] C. George Boeree. Albert bandura: 1925 - present, 1998. http://www.ship.edu/c̃gboeree/bandura.html (octubre 2007).

[Bra] Luis Branda. Los cambios curriculares: ¿moda o necesidad? http://pbl.guim.net/arxius/ABP1.ppt (octubre 2007).

[Bur99] Kay Burke. *How to assess authentic learning*. Prentice Hall, 1999.

[BZ94] J. Bryant and D. Zillman, editors. *Media effects: Advances in theory and research*, chapter 6. Erlbaum, 1994. Chapter: Social cognitive theory of mass communication.

[CDR05] Analía Chiecher, Danilo Donolo, and Cristina Rinaudo. Learning perceptions in traditional and virtual contexts. student's positions at the university. *RED. Revista de Educación a Distancia*, 13, 2005.

[CGN05] Esther Casals, Iolanda García, and Elena Noguera. Una experiencia de innovación y mejora de la docencia universitaria mediante la metodología del ABP. In *Actas del V Congreso internacional virtual de educación (CIVE)*, 2005.

[Chi94] S.L. Chiu. A cluster estimation method with extension to fuzzy model identification. In *Proceedings of the 3rd IEEE conference on fuzzy systems*, 1994.

[CKK97] Perry C. Cheng, Danny Kilis, and Graeme Knight. Knowledge assessment using fuzzy conceptual representation. *Proceedings of the 1997 ACM symposium on Applied computing*, pages 3–9, 1997.

[Coh88] J. Cohen. *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Lawrence Erlbaum Associates, second edition, 1988.

[Con95] Emilio Contreras. Derechos de los alumnos universitarios ante la evaluación de sus aprendizajes. *Revista Bordón*, 47(1), 1995.

[Con04] Emilio Contreras. *L'avaluació de l'aprenentatge*. ICE de la UPC, 2004.

[decyd03] Ministerio de educación cultura y deporte. La integración del sistema universitario español en el espacio europeo de enseñanza superior, 2003. http://www.upc.es/upcfaeuropa/catala/documents/referencies/documentomarco.pdf.

[Des] Proyecto descartes. matemáticas interactivas. http://descartes.cnice.mecd.es/ (octubre 2007).

[Dev01] Jay L. Devore. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. Thomson Learning, fifth edition, 2001.

[deyc03a] Ministerio de educación y ciencia. Evaluación PISA 2003. Resumen de los resultados en España, 2003. http://www.ince.mec.es/pub/pisa2003resumenespana.pdf (octubre 2007).

[dEyC03b] Ministerio de Educación y Ciencia. PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de solución de problemas. Technical report, 2003.

[DL87] Jan De Lange. *Mathematics, insight and meaning. Teaching, learning and testing of mathematics for the life and social sciences*. Utrecht, 1987.

[Doc01a] Domingo Docampo. Educación centrada en el aprendizaje. conferencia pronunciada en la universidad de granada, Noviembre 2001. http://www.gts.tsc.uvigo.es/d̃docampo/ONLINE/granadatut.pdf (octubre 2007).

[Doc01b] Domingo Docampo. La declaración de Bolonia y su repercusión en la estructura de las titulaciones de España, Septiembre 2001. http://www.gts.tsc.uvigo.es/d̃docampo/ONLINE/tituloscrue.pdf (octubre 2007).

[DVP+06] J.P. DeCastro, E. Verdú, M.A. Pérez, L. M. Regueras, and M.J. Verdú. Active e-learning in telecommunications engineering education: a case study. In *Proceedings of The International seminar on innovative teaching and learning in engineering education*, Valladolid, España, 2006.

[Ñec05] Modesto Ñeco. El rol del maestro en un esquema pedagógico constructivista. In *Actas del VI Encuentro Internacional y I Nacional de Educación y Pensamiento*, México, 2005.

[Edu03] Características de las mejores prácticas para enseñar matemáticas. *Eduteka*, Septiembre 2003.

[Edu06] Las universidades intentan captar a los estudiantes que escasean. Boletín 215 de Educaweb.com, Julio 2006. http://www.educaweb.com/esp/servicios/boletin/but060703/ (octubre 2007).

[FC00] Ramón Ferreiro and Margarita Calderón. *El ABC del aprendizaje cooperativo.* Trillas, 2000.

[FER] Foro experimental sobre recursos matemáticos aplicados a las telecomunicaciones. http://campusvirtual.uma.es/fermat/ (octubre 2007).

[FH05] Eugenio M. Fedriani and Miguel A. Hinojosa. Resumen histórico de la docencia de las matemáticas. *SUMA. Revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 50:31–36, 2005.

[FM02] Mark Freeman and Jo McKenzie. Spark, a confidential web-based template for self and peer assessment of student teamwork: benefits of evaluating across different subjects. *British Journal of Educational Technology*, 33:551–569, 2002.

[Fon03] Antoni Font. Una experiencia en PBL para el aprendizaje del derecho. In *Actas del primer congreso de la Red Estatal de Docencia Universitaria*, Castellón de la Plana, España, 2003.

[FV03] Preston D. Feden and Robert M. Vogel. *Methods of teaching.* McGraw-Hill, 2003.

[GAM06] Consolación Gil, Antonio Alías, and Dolores Montoya. Cómo mezclar diferentes metodologías docentes para motivar e implicar a un mayor número de alumnos. In *Actas de la VI Jornada sobre aprendizaje cooperativo*, Barcelona, España, 2006.

[Gar02] José Jesús García. *Modelling and Design of Educational Experiences on the World Wide Web.* PhD thesis, Departamento de ingeniería de sistemas telemáticos. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación. Universidad Politécnica de Madrid, Marzo 2002.

[Gar05] Carles Garriga. *A new approach to the synthesis of fuzzy systems from input-output data*. PhD thesis, Enginyeria i Arquitectura La Salle. Universitat Ramon Llull, Octubre 2005.

[GC06] Lola García and M. Camps. Experiencia de aprendizaje colaborativo universidad-escuela en la formación de psicomoticistas. In *Actas de la VI Jornada sobre aprendizaje cooperativo*, Barcelona, España, 2006.

[Góm98] Joan Gómez. *Contribució a l'estudi dels processos de modelització a l'ensenyament/aprenentatge de les matemàtiques a nivell universitari*. PhD thesis, Departament de didàctica de la matemàtica i de les ciències experimentals. Universitat Autónoma de Barcelona, Julio 1998.

[Góm00] Joan Gómez. *L'altra cara de les matemàtiques*. El cep i la nansa, 2000.

[GPM03] A. García, Marcos Pedraz, and A. Molina. Metodología del aprendizaje basado en problemas. Una experiencia de 7 años en la escuela de enfermería de la comunidad de Madrid. In *Actas del primer congreso de la Red Estatal de Docencia Universitaria*, Castellón de la Plana, España, 2003.

[GW93] Rafael Gonzalez and Richard Woods. *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, 1993.

[GYY93] Ellen Gagne, Carol Yekovich, and Frank Yekovich. *The cognitive psychology of school learning*. HarperCollins, second edition, 1993.

[Hal57] Paul R. Halmos. Nicolás Bourbaki, 1957. http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias/15-2-b-b.html (octubre 2007).

[Hoz05] Jordi Hoz. Adaptación de la metodología PBL a la enseñanza de las energías renovables. In *Actas del V Congreso internacional virtual de educación (CIVE)*, 2005.

[JB01] Angel A. Juan and Guillermo Bautista. Didáctica de las matemáticas en enseñanza superior: la utilización de software especializado. *Portal Universitat Oberta de Catalunya*, Julio 2001.

[Jon00] David. H Jonassen. Toward a meta-theory of problem solving. *Educational Technology: Research and Development*, 48, 2000.

[KNP01] Kinshuk, A.Ñikov, and A. Patel. Adaptative tutoring in business education using fuzzy backpropagation approach. In *Proceedings of the 9th International Conference on Human-Computer Interaction*, New Orleans, USA, 2001.

[Kol84] David Kolb. *Experiential Learning: experience as the source of learning and development*. Prentice-Hall, 1984.

[KPMV03] Alenca Kavcic, Rafael Pedraza, Harold Molina, and Francisco J. Valverde. Student modelling based on fuzzy inference mechanisms. In *Proceedings of The International Conference on 'Computer as a tool' (EUROCON)*, 2003.

[LCI95] Y. Lin and G.A. Cunningham III. A new approach to fuzzy-neural system modeling. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 3:190–197, 1995.

[LCIC96] Y. Lin, G.A. Cunningham III, and S.V. Coggeshall. Input variable identification. fuzzy curves and fuzzy surfaces. *Fuzzy sets and systems*, 82:65–71, 1996.

[MA03] José A. Montero and Rosa Maria Alsina. ALGTEC. Àlgebra aplicada al món tècnic, octubre 2003. Primera trobada SCM-FEEMCAT sobre Ensenyament de les Matemàtiques.

[Maj00] Joan Majo. Nuevas tecnologías y educación. *Portal Universitat Oberta de Catalunya*, Junio 2000.

[MAMC05] José A. Montero, Rosa M. Alsina, José A. Morán, and Mariona Cid. Fuzzy logic system for students' evaluation. *Lecture Notes in Computer Science*, 3512:1246–1253, 2005.

[Mar02] Lou Marinoff. *Más Platón y menos prozac*. Harper Collins, 2002.

[MARF04] J. A. Montero, Francesc Alías, Jordi Rodríguez, and Lluís Formiga. ALGTEC como base de una nueva metodología constructivista para la docencia del Álgebra Lineal en Ingeniería. In *Actas del XIX simposium nacional de la unión científica internacional de radio*, Barcelona, España, 2004.

[MEJ+04] J. A. Montero, Nuria Escudero, Pajares F. J., Oscar García, and J. A. Morán. Implantación de una metodología constructivista en la docencia del álgebra en ingeniería. In *Actas del XII Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas*, Barcelona, España, 2004.

[MGC+07] Lorenzo Moreno, Carina González, Iván Castilla, Evelio González, and José Sigut. Use of constructivism and collaborative teaching in an ILP processors course. *IEEE Transactions on education*, 50:101–111, 2007.

[MGP06] B. Martinez, M.L. González, and A.M. Portillo. Several experiences of active/cooperative learning in technical courses. In *Proceedings of The International seminar on innovative teaching and learning in engineering education*, Valladolid, España, 2006.

[MHGD06] F. Martinez, L.C. Herrero, J.M. Gonzalez, and J.A. Domínguez. Project based learning experience in industrial electronics and industrial applications design. In *Proceedings of The International seminar on innovative teaching and learning in engineering education*, Valladolid, España, 2006.

[Mil56] G.A. Miller. The magic number seven, plus or minus two: some limits on our capacity for processing information. *Psychological review*, 63:81–97, 1956.

[Mir05] Adaptación de asignaturas de ingeniería al EEES: Contrastación de dos modelos, 2005. http://www.upf.edu/bolonya/butlletins/2006/gen2/modelos.pdf (octubre 2007).

[MIT] Massachusetts Institute of Technology. MITOPENCOURSEWARE. http://mit.ocw.universia.net (octubre 2007).

[MMM+02] J. A. Montero, Elisa Martínez, J. A. Morán, Francesc Alías, and Jordi Rodríguez. ALGTEC: Un complemento a la enseñanza del álgebra lineal en carreras de ingeniería de telecomunicaciones. In *Actas de la III conferencia internacional sobre educación, formación, nuevas tecnologías y e-learning empresarial. Virtual Educa*, Valencia, España, 2002.

[MMV+05] J. A. Montero, J. A. Morán, Lluís Vicent, Sandra Ciutad, and Lluís Formiga. Hacia una mayor responsabilidad del alumno en su aprendizaje: herramienta APLICTEST. In *Actas del V Congreso Internacional Virtual de Educación (CIVE)*, 2005.

[Mon98] Oswaldo Monagas. Mapas conceptuales como herramienta didáctica, 1998. http://members.tripod.com/DE_VISU/mapas_conceptuales.html (octubre 2007).

[MPF+03] J. A. Montero, F. J. Pajares, Miquel Ferrer, Oscar Garcia, Nuria Escudero, J. A. Moran, and Elisa Martínez. Aprender a utilizar conceptos algebraicos ante problemas 'reales' utilizando el aprendizaje cooperativo. In *Actas de la III Jornada sobre aprendizaje cooperativo*, Barcelona, España, 2003.

[MR02] D. Montgomery and G. Runger. *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. Limusa, second edition, 2002.

[Myo06] Hun Myoung. Univariate analysis and normality test using sas, stata, and spss, 2006. http://www.indiana.edu/ statmath/stat/all/normality/normality.pdf (octubre 2007).

[MZ00] Jian Ma and Duanning Zhou. Fuzzy set approach to the assessment of student-centered learning. *IEEE Transactions on Education*, 43(2):237–241, 2000.

[Nuñ03] Andrés Nuñez. Una comparación del campus virtual de British Open University y el campus virtual de Florida State University: constructivismo vs conductismo, 2003. http://cvc.cervantes.es/obref/formacion_virtual/campus_virtual/nunez.htm (octubre 2007).

[Nyk06] Ossi Nykanen. Inducing fuzzy models for student classification. *Educational Technology and society*, 9(2):223–234, 2006.

[OHKF07] Barbara Oakley, Darrin Hanna, Zenon Kuzmyn, and Richard Felder. Best practices involving teamwork in the classroom: Results from a survey of 6435 engineering student respondents. *IEEE Transactions on education*, 50:266–272, 2007.

[ope] The open university. http://openlearn.open.ac.uk (octubre 2007).

[Pic02] Oscar Picardo. Pedagogía informacional: enseñar a aprender en la sociedad del conocimiento. *Portal Universitat Oberta de Catalunya*, Septiembre 2002.

[Pol65] George Polya. *Cómo plantear y resolver problemas*. 1965.

[PP01] S. Pértega and S. Pita. Métodos paramétricos para la comparación de dos medias. t de student. *Cadernos de Atención Primaria*, pages 37–41, 2001.

[Pér06] Antoni Pérez. Cuatro años aplicando AC: resultados de impacto en la docencia y prueba piloto de entorno virtual. In *Actas de la VI Jornada sobre aprendizaje cooperativo*, Barcelona, España, 2006.

[Pui98] Luis Puig, editor. *Investigar y enseñar*. 1998.

[rdpadlU94] Vice rectorado de política académica de la UPC. *Programa de formació per a la funció docent del professorat universitari. Mòdul 3: Avaluació*. ICE de la UPC, 1994.

[RJ93] Lawrence Rabiner and Biing-Hwang Juang. *Fundamentals of speech recognition*. Prentice Hall, 1993.

[Río95] Sixto Ríos. *Modelización*. Alianza Universidad, 1995.

[Rod04] M. Luz Rodríguez. La teoría del aprendizaje significativo. In *Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping*, Pamplona, España, 2004.

[San01] Albert Sangrà. Present and future use of technologies in education. *Portal Universitat Oberta de Catalunya*, Marzo 2001.

[San03] Juana Maria Sancho. En busca de respuestas para las necesidades educativas de la sociedad actual. una perspectiva transdisciplinar de la tecnología. *Revista Fuentes*, 4, 2003.

[SC04] Francesc Sánchez and Ramon Casanella. Cómo transformar una asignatura convencional en una asignatura basada en el aprendizaje cooperativo. In *Actas del XII Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas (CUIEET)*, Barcelona, España, 2004.

[Sch00] Alan H. Schoenfeld. Purposes and methods of research in mathematics education. *Notices of the AMS*, pages 641–649, 2000.

[SGS99] Enrique A. Sánchez, Lluis M. García, and J.V. Sánchez. Introducción de las técnicas de modelización para el estudio de la física y de las matemáticas en los primeros cursos de las carreras técnicas. *Enseñanza de las ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 17:119–129, 1999.

[Skl01] Bernard Sklar. *Digital Communications. Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, second edition, 2001.

[Spa] Spark. self and peer assessment resource kit. http://www.educ.dab.uts.edu.au/darrall/sparksite/ (octubre 2007).

[Ste99] Lynn Steen, editor. *Las matemáticas en la vida cotidiana*. Addison-Wesley/UAM, 1999.

[Sto01] Martha Stone. Llegar a la comprensión mediante el uso de las TIC. *Portal Universitat Oberta de Catalunya*, Julio 2001.

[Teo] Modelos de probabilidad. la variable normal. el teorema del límite central. http://e-stadistica.bio.ucm.es/mod_distribu/distribu5.html (octubre 2007).

[Tte] The t-test. http://www.socialresearchmethods.net/kb/statt.htm (septiembre 2007).

[Tun] Tuning Educational Structures in Europe. http://www.unideusto.org/tuning/ (octubre 2007).

[Uni] Queen's University. Problem-based learning. student/tutor handbook. http://meds.queensu.ca/pbl/assets/pblhndbk2006.pdf (octubre 2007).

[VLK99] Werner Van Leekwijck and Etienne Kerre. Defuzzification: criteria and classification. *Fuzzy Sets and Systems*, 108:159–178, 1999.

[VSP05] C. Vivaracho, A. Simón, and O. Prieto. Ampliación de una experiencia de aprendizaje cooperativo a varios grupos de primero y con aulas masificadas. In *Actas de las V Jornadas sobre Aprendizaje Cooperativo (JAC)*, 2005.

[VVC+04] F. Vilaplana, A. Vallés, L. Contat, P. Fuentes, and A. Ribes. Resultado de la aplicación del aprendizaje basado en problemas y el trabajo cooperativo en la calidad del aprendizaje de la asignatura de Termodinámica aplicada. In *Actas del XII Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas (CUIEET)*, Barcelona, España, 2004.

[WM92] L.X. Wang and J.M. Mendel. Generating fuzzy rules by learning from examples. *IEEE Trans. on system, man and cybernetics*, 22:1414–1427, 1992.

[Zad65] Lotfi A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8:338–353, 1965.

[Zad73] Lotfi A. Zadeh. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions Systems, Man, and Cybernetics*, 3:28–44, 1973.

[ZDH98] Steven Zemelman, Harvey Daniels, and Arthur Hyde. *Best Practice: New Standards for Teaching and Learning in America's Schools.* Heineman, 1998.

[ZMTK99] D. Zhou, J. Ma, Q. Tian, and R. Kwok. Fuzzy Group Decision Support System for Project Assessment. In *Proceedings of the 32nd International Conference on System Sciences*, Hawaii, 1999.