



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Contribución al modelado y caracterización de nodos en redes de banda ancha: aplicación al multiplexor inverso ATM

Mónica Aguilar Igartua

ADVERTIMENT La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del repositori institucional UPCommons (<http://upcommons.upc.edu/tesis>) i el repositori cooperatiu TDX (<http://www.tdx.cat/>) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual **únicament per a usos privats** emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei UPCommons o TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a UPCommons (*framing*). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del repositorio institucional UPCommons (<http://upcommons.upc.edu/tesis>) y el repositorio cooperativo TDR (<http://www.tdx.cat/?locale-attribute=es>) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual **únicamente para usos privados enmarcados** en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio UPCommons No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a UPCommons (*framing*). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the institutional repository UPCommons (<http://upcommons.upc.edu/tesis>) and the cooperative repository TDX (<http://www.tdx.cat/?locale-attribute=en>) has been authorized by the titular of the intellectual property rights **only for private uses** placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading nor availability from a site foreign to the UPCommons service. Introducing its content in a window or frame foreign to the UPCommons service is not authorized (*framing*). These rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.



**ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA
DE TELECOMUNICACIÓ DE BARCELONA**

**Contribución al Modelado y Caracterización de Nodos en Redes de
Banda Ancha. Aplicación al Multiplexor Inverso ATM.**

TESIS DOCTORAL

Tesis Doctoral presentada en la Universidad
Politécnica de Cataluña para la obtención del
título de Doctora Ingeniera de Telecomunicación

Autor: **Mónica Aguilar Igartua**

Director: **Dr. Joan García Haro**

Tribunal nomenat pel l'Il.lm. Senyor Rector de la Universitat Politècnica de Catalunya, el dia de de 19

President Dr.

Vocal Dr.

Vocal Dr.

Vocal Dr.

Secretari Dr.

Realitzat l'acte de defensa i lectura de la Tesi Doctoral

el dia de de 19 a

Qualificació:

EL PRESIDENT

ELS VOCALS

EL SECRETARI

Dicen de los malagueños que son muy buena gente. Yo quiero dedicar esta tesis al que más quiero, a mi padre.

“El único modo de superar una prueba es realizarla. Es inevitable”

- El Anciano Cisne Negro Real, jefe de la tribu aborigen de los Auténticos, Australia, 1991 -

Agradecimientos

Deseo reconocer mi agradecimiento a mis dos compañeros de estudio durante el desarrollo de esta tesis, de análisis y discusión siempre constructiva, Marcos Postigo Boix y Joan García Haro. El simulador *SIMUX* fue elaborado en el Proyecto Final de Carrera realizado por Marcos y dirigido por Joan. A ambos agradezco las numerosas *discusiones-pizarreras* y sobre el papel que hemos tenido a lo largo de nuestro trabajo en equipo.

En especial, quiero agradecer a mi Director de Tesis Joan García Haro la confianza que depositó en mí, su constante apoyo, sus indicaciones y orientaciones indispensables en el desarrollo de este trabajo. Quisiera destacar la seriedad profesional que le caracteriza.

Quiero agradecer a Emilio Sanvicente Gargallo el trato amable, comprensivo y en confianza que siempre me ha mostrado. Me siento especialmente orgullosa de que aceptara ser el Presidente del Tribunal de esta tesis. También me enorgullece que Jordi Mata Díaz haya aceptado formar parte de dicho Tribunal.

A todos los compañeros y compañeras de sección quisiera darles las gracias por los buenos momentos que hemos compartido. Creo que todos hemos aprendido y aprendemos continuamente de todos y de nosotros mismos, tanto profesional como personalmente. Y eso es enriquecedor en ambos ámbitos. En especial un cariñoso reconocimiento a los que me han demostrado su apoyo y brindado sus ánimos y consejos durante estas últimas muy duras semanas: Marta Solera, Xavier Hesselbach, Francisco Rico, Miquel Soriano, Anna Calveras, Jordi Mata, Jordi Forné, Luis de la Cruz, Mónica Gorricho, Marcos Postigo, Josep Peguerols, Miquel Oliver, Esteve Pallarés... Siento que ningún otro compañero de sección tenga la suerte de tener al mejor compañero de despacho posible, Juanjo Alins Delgado, mi *compa*.

A mis amigos, a mis hermanas, a mi padre, a mi familia, que están conmigo siempre dándome la fuerza para continuar. Ahora que acabo la tesis, no sé qué excusa podré hacer servir ya para no acceder a todos los planes que tenemos que hacer juntos...

Quisiera dejar escrito mi agradecimiento a dos personas muy especiales que quiero con toda el alma, y que me han mostrado mil veces en su propio ejemplo lo que significa ser una gran persona, Yolanda Vivar Díaz y Rubèn Estela García.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. Introducción

1.1. Introducción	1-1
1.2. Modo de Transferencia Asíncrono (<i>ATM, Asynchronous Transfer Mode</i>)	1-5
1.2.1. Gestión de tráfico en redes <i>ATM</i>	1-7
1.3. Motivación, Objetivo y Contribuciones de esta Tesis	1-8
1.4. Desarrollo de la Tesis	1-10
1.5. Artículos publicados	1-12

CAPÍTULO 2. Modelo analítico basado en el sistema de colas *M/D/s* para caracterizar parámetros de calidad en nodos *ATM*. Tiempo de servicio continuo

2.1. Introducción	2-1
2.2. Modelo del sistema de colas de un nodo de conmutación: Llegadas de <i>Poisson</i> , múltiples servidores, cola de capacidad limitada y tiempo de servicio continuo	2-3
2.3. Estimación de la ocupación media de la cola	2-5
2.4. Estimación de la probabilidad de pérdida de celdas, <i>CLR (Cell Loss Ratio)</i>	2-6
2.5. Comparación de los resultados numéricos de la simulación y el análisis	2-8
2.6. Diferenciación mediante prioridades. Método de estimación y resultados numéricos	2-9
2.7. Conclusiones	2-12

CAPÍTULO 3. Modelo analítico basado en el sistema de colas *M/D/s* para caracterizar parámetros de calidad en nodos *ATM*. Tiempo de servicio discreto

3.1. Introducción	3-1
3.2. Modelo <i>M/D/s/s+B</i> con tiempo de servicio discreto y dos niveles de prioridad	3-2
3.2.1. Modelo del nodo de conmutación	3-2
3.2.2. Estimación de la ocupación media de la cola. Tiempo de servicio discreto	3-3

3.2.3. Estimación de la ocupación media de la cola. Esquema con dos prioridades	3-5
3.2.4. Estimación de la probabilidad de pérdida de celdas. Tiempo de servicio discreto y dos niveles de prioridad	3-6
3.3. Modelo $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y cinco niveles de prioridad	3-11
3.3.1. Estimación de la ocupación media de la cola. Esquema con cinco prioridades	3-11
3.3.2. Estimación de la probabilidad de pérdida de celdas. Tiempo de servicio discreto y cinco niveles de prioridad	3-14
3.3.3. Resultados numéricos para el modelo que contempla cinco niveles de prioridad	3-15
3.4. Conclusiones	3-20
CAPÍTULO 4. Aplicación particular: Multiplexación Inversa para ATM, Especificación IMA. Multiplexor Inverso para ATM, IMUX	
4.1. Introducción	4-1
4.2. Orígenes y aplicaciones de la tecnología <i>IMUX</i>	4-3
4.3. Funcionamiento del dispositivo <i>IMUX</i>	4-7
4.4. Problemática asociada a la tecnología <i>IMUX</i>	4-10
4.5. Conclusiones	4-12
CAPÍTULO 5. Modelo analítico para la evaluación de las pérdidas en el <i>IMUX</i>	
5.1. Introducción	5-1
5.2. Análisis de la carga adicional introducida por el <i>IMUX</i>	5-1
5.3. Aspectos de planificación y evaluación de prestaciones: diseño del dispositivo <i>IMUX</i>	5-4
5.4. Carga adicional debida a la inserción de celdas <i>Filler</i>	5-4
5.5. Estimación de la probabilidad de pérdida de celdas, <i>CLR</i> . Resultados numéricos e interpretación	5-8
5.6. Conclusiones	5-10
CAPÍTULO 6. Modelo íntegramente analítico para la evaluación de prestaciones en el <i>IMUX</i>	
6.1. Introducción. Modelo sencillo para el <i>IMUX</i> basado en un sistema de colas con servidor único. Parámetros de interés	6-1
6.2. <i>CLR</i> y tiempo medio de espera en la cola (\bar{W}) a partir de la solución $M/D/1/N$ modificando el tiempo medio residual de servicio	6-3

6.2.1. Resultados gráficos para la aproximación al CLR en el $IMUX$	6-6
6.2.2. Resultados gráficos para la aproximación al \bar{W} en el $IMUX$	6-8
6.3. CLR y \bar{W} a partir de la semi-cadena de <i>Markov</i> $M/D/1$ modificando el estado cero. Análisis de los efectos adicionales que se producen en el $IMUX$	6-10
6.3.1. Probabilidades de transición entre estados en la semi-cadena de <i>Markov</i> $M/D/1$ modificada. Aproximación para el sistema $M/D/1/N$: \bar{N}_{cont} , \bar{W}_{cont} y CLR_{cont}	6-11
6.3.2. Efecto que produce la tasa $IDCR$ de decisión de salida de celdas del sistema: \bar{N}_{IDCR} y \bar{W}_{IDCR}	6-14
6.3.3. Efecto que produce la inserción de las celdas de control ICP y $SICP$: \bar{N}_{ICP} y \bar{W}_{ICP}	6-17
6.3.4. Estado virtual de saturación del sistema CLR_{cont}	6-26
6.3.5. Efecto que produce que el tiempo de servicio sea determinista: \bar{W}_{discr} y CLR_{discr}	6-26
6.3.6. $\bar{W}_{tot} = \bar{W}_{cont} + \bar{W}_{ICP} + \bar{W}_{IDCR} + \bar{W}_{discr}$. Análisis y gráficas por separado de cada contribución	6-28
6.3.7. $CLR_{tot} = CLR_{cont} + CLR_{discr}$. Análisis y gráficas por separado de cada contribución	6-35
6.4. Conclusiones	6-40

CAPÍTULO 7. Conclusiones más relevantes. Líneas futuras de investigación

7.1. Introducción	7-1
7.2. Conclusiones	7-1
7.3. Líneas futuras de investigación	7-3

ANEXO I. Obtención de las probabilidades de estado en un sistema $M/D/1/N$

I.1. Probabilidades de estado	I-1
I.2. Obtención de \bar{N}_Q , \bar{W}_Q y CLR	I-1

ANEXO II. Tiempo de servicio discreto: Número medio de celdas que ingresan en la cola (\bar{W}_{discr}) y probabilidad de pérdida de celdas adicional (CLR_{discr}) de un sistema de colas durante un intervalo de servicio	
II.1. Introducción	II-1
II.2. Aproximación para obtener \bar{W}_{discr}	II-1
II.3. Aproximación para obtener CLR_{discr}	II-2
ANEXO III. Entorno de simulación <i>SIMUX</i> (Simulador <i>IMUX</i>) para evaluar el comportamiento del dispositivo <i>IMUX</i>	
III.1. Descripción del simulador <i>SIMUX</i>	III-1
III.2. Cálculo de Parámetros Estadísticos en las Simulaciones. Intervalos de Confianza	III-5
ANEXO IV. Entorno de simulación <i>ADSIM</i> (<i>ATM Devices SIMulator</i>) para el estudio del sistema de colas <i>M/D/s/s+B</i> con esquema de prioridades	
IV.1. Descripción del simulador <i>ADSIM</i>	IV-1
IV.2. Validación del simulador implementado cotejando con resultados conocidos	IV-7
ANEXO V. Obtención exacta de las probabilidades de estado en un sistema <i>M/D/s/s+B</i>	
V.1. Probabilidades de estado	V-1
V.2. Obtención de \bar{N}_Q , \bar{W}_Q y CLR	V-2
GLOSARIO DE ACRÓNIMOS	
Glosario de Acrónimos	GA-1
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
Referencias Bibliográficas	RB-1

Capítulo 1. Introducción

1.1. Introducción

Desde hace dos décadas estamos asistiendo a una auténtica revolución en el mundo de las comunicaciones. La sociedad actual, tanto en el ámbito laboral y académico como privado y doméstico, tiene una gran necesidad de informarse y de comunicarse. El volumen de información que circula por las redes actuales y la diferente naturaleza de las nuevas aplicaciones que además requieren de un gran ancho de banda, exige la necesidad de disponer de redes de área extendida de banda ancha capaces de integrar servicios distintos de manera eficiente (videoconferencia, correo electrónico, telemedicina, telefonía, entretenimiento,...).

En general se deben soportar tres tipos de tráfico: voz, vídeo y datos. Las redes de telecomunicación tradicionales están especializadas para dar servicio a un solo tipo de tráfico, por lo que las desventajas obvias son que cada red sólo es capaz de transportar el servicio para el que fue diseñada, presentando grandes dificultades para adaptarse a los continuos cambios tecnológicos y alcanzando un gran nivel de ineficiencia en la utilización de los recursos y en el aumento de costes de mantenimiento de las diferentes redes. Todos estos problemas, junto con la aparición de nuevos servicios con demandas de anchos de banda grandes, ponen de manifiesto la necesidad de disponer de una red única capaz de transportar todos los servicios de manera integrada compartiendo eficientemente los recursos.

Los avances tecnológicos producidos a finales de los años 80 en las áreas de la microelectrónica (*VLSI, Very Large Scale Integration*), la conmutación de paquetes y las

comunicaciones por fibra óptica llevaron al desarrollo de la denominada Red Digital de Servicios Integrados de Banda Ancha (*RDSI-BA*) por la *ITU-T* (*International Telecommunications Union-Telecommunication*) capaz de soportar de manera unificada servicios de voz, vídeo y datos. Este organismo adoptó el Modo de Transferencia Asíncrono (*ATM, Asynchronous Transfer Mode*) como técnica de multiplexación y conmutación utilizada para transferir la información sobre la *RDSI-BA* [ITU92].

Este modo de transferencia está basado en la segmentación del flujo de información en paquetes de longitud fija igual a 53 octetos, denominados celdas. El pequeño tamaño de las celdas *ATM* junto con las altas velocidades de transmisión utilizadas proporciona la flexibilidad y la eficiencia necesarias para la integración de los diferentes servicios. *ATM* es una técnica orientada a conexión, lo que significa que las características que definen al servicio se negocian entre usuario y red previo a la transferencia de información durante el período de establecimiento de la conexión. La información necesaria para encaminar las celdas se halla en la cabecera de la misma, tan sólo 5 octetos, por lo que se consiguen velocidades de transmisión muy grandes, siendo alguna de las tasas nominales de 155 y 622 Mbps.

Una red *ATM* puede entenderse como un grupo de multiplexores y conmutadores *ATM* conectados mediante enlaces permitiendo la transmisión de celdas desde las fuentes a los destinos. Cada nodo de conmutación dirige una celda entrante a su correspondiente enlace de salida, hasta que finalmente alcanza su destino. Por lo tanto, este dispositivo debe tener necesariamente una memoria para almacenar aquellas celdas que no pueden ser atendidas en cuanto llegan. En [GAR95] se realiza un estudio sobre distintas alternativas en la arquitectura de los nodos de conmutación *ATM*. En este trabajo se consideró un nodo conmutador sin bloqueo interno con un sistema de almacenamiento en la salida para evitar el bloqueo de cabeza de cola, que sí se produce en un sistema de almacenamiento en la entrada (si una celda en la cabeza de la cola espera, las celdas que la siguen también están obligadas a esperar aunque estén destinadas a puertos de salida libres) [GAR95].

Al conmutador *ATM* llegan celdas procedentes de varias aplicaciones cada una con diferentes características de tráfico y por lo tanto distinta clase de servicio de entre las cinco que ofrece *ATM*: *CBR* (*Constant Bit Rate*), *rt-VBR* (*real-time Variable Bit Rate*), *nrt-VBR* (*non real-time Variable Bit Rate*), *ABR* (*Available Bit Rate*) y *UBR* (*Unspecified Bit Rate*) [ATM96]. El nodo conmutador *ATM* que se ha estudiado en esta tesis tiene N enlaces de entrada y N enlaces de salida agrupados en N/s colas multiservidor, como se indica en la Figura (1-1). Cada cola tiene $s > 1$ enlaces de salida hacia el mismo destino y una cola de tamaño finito B celdas que almacena todas las celdas con mismo destino [BRU93].

Uno de los problemas relacionados con la evaluación de redes basadas en *ATM* es la ausencia de modelos sencillos que permitan obtener una primera aproximación de los parámetros de calidad a que están sometidos los distintos tráficos de la red.

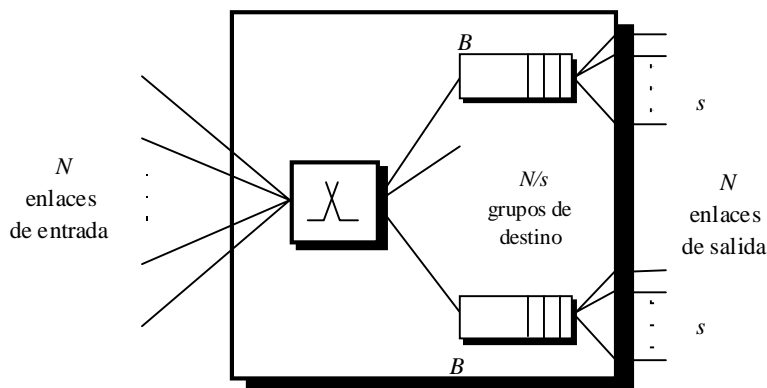


Figura 1-1. Conmutador ATM con colas de salida.

La caracterización del tráfico en el ámbito de la fuente (a la entrada del multiplexor) ha sido objeto de múltiples estudios y discusiones. Sin embargo, la caracterización del tráfico agregado basada en herramientas analíticas es actualmente objeto de investigación, pues puede resultar tremendamente compleja por mezclarse tráficos deterministas tipo *CBR* ($N \times D$) con tráficos estadísticos tipo *VBR* que han probado poseer ciertas características fractales y de autosimilitud. Ante esta situación, se ve como necesario el caracterizar este tráfico sobre la base de medidas reales, pero es difícil encontrar una red con alta carga *ATM*, que a la vez pueda considerarse que lleva una combinación típica de clases de tráfico.

El nodo *genérico* que estudiamos se sitúa, como primera aproximación, en niveles altos de la jerarquía de red, por lo que si bien los tráficos de fuente presentan una distribución muy dispersa, a los conmutadores de nivel alto llega el tráfico ya muy mezclado y con toda seguridad procesado por espaciadores que habrán suavizado la gran dispersión que puede hallarse en algunas clases de tráficos de fuente. Como el proceso de llegadas es desconocido, pero suponemos que presenta un pequeño coeficiente de variación (no mucho mayor que uno) se hace la hipótesis de considerar que las celdas llegan al nodo (y por lo tanto a cada una de las colas) según un proceso de *Poisson* con tasa media λ celdas por unidad de tiempo. El proceso de llegadas de *Poisson* resulta por lo menos una hipótesis razonable. Ante la ignorancia de la realidad, el tráfico de *Poisson* no puede considerarse ni mucho ni poco disperso y por su característica de “proceso sin memoria” permite obtener conclusiones que de otro modo resultarían muy complejas o imposibles.

Por otra parte, el proceso de llegadas de celdas al nodo constituye un proceso discreto, dado que cada celda puede llegar únicamente sobre una base de tiempos ranurada. Sin embargo a nivel de tráfico agregado en un nodo de alta jerarquía que se supone que recibe una carga de tráfico alta, la aproximación mediante una cola con llegadas sobre una base de tiempos continua no puede alejarse de la realidad. Así, hemos supuesto primero que la llegada de celdas al sistema, se va a producir de forma continua.

Por el contrario, como los tiempos de servicio de las celdas tienen duración constante ya que la celda tiene longitud fija de 53 octetos, el tiempo de servicio está dividido en intervalos de longitud fija o *slots* de tal manera que el sistema funciona sobre una base temporal discreta o ranurada.

Sobre la base de estas consideraciones, en este trabajo se ha modelado el comportamiento del sistema de colas a la salida del nodo de conmutación *ATM* mediante una cola $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y un esquema de cinco prioridades, un nivel de prioridad para cada clase de servicio *ATM* aquí tenido en cuenta.

Por otro lado, el acceso a las redes *ATM* es una cuestión clave ya que cada vez hay una mayor demanda de ancho de banda por parte de los usuarios. Sin embargo, se necesitan alternativas económicamente viables. La multiplexación *ATM* inversa es una técnica con la que se combinan varios enlaces *TI/EI* resultando en un único canal lógico de datos con tasa igual al agregado de los anchos de banda *TI/EI* menos una pequeña cantidad debida a *overhead* de control. *IMA* (*Inverse Multiplexing for ATM*) es una tecnología de red para proveer eficientemente anchos de banda utilizando la infraestructura disponible. El término multiplexación inversa se debe a que se toma el tráfico de un enlace de relativamente “alta” velocidad y se distribuye sobre varios enlaces de “baja” velocidad para su transmisión, como se esquematiza en la Figura (1-2). Por el contrario, la multiplexación convencional (estadística o determinista) agrega el tráfico de múltiples enlaces independientes, cada uno proveniente de una fuente de diferente naturaleza, en un enlace generalmente de mayor velocidad para conseguir así una transmisión más eficiente. Bajo nuestro punto de vista, resultaría de interés caracterizar mediante expresiones fácilmente manejables el comportamiento del dispositivo multiplexor inverso (*IMUX*, *Inverse Multiplexer for ATM*) en cuanto a los parámetros principales de calidad de servicio *ATM*. Una manera de abordar dicha tarea es, después de hacer las mismas consideraciones realizadas para el conmutador *ATM*, también mediante un sistema de colas $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto. Sin embargo, para realizar su función el *IMUX* inserta en el flujo de celdas *ATM* otras celdas de control cuyo efecto sobre las prestaciones del dispositivo también se han considerado en este trabajo.

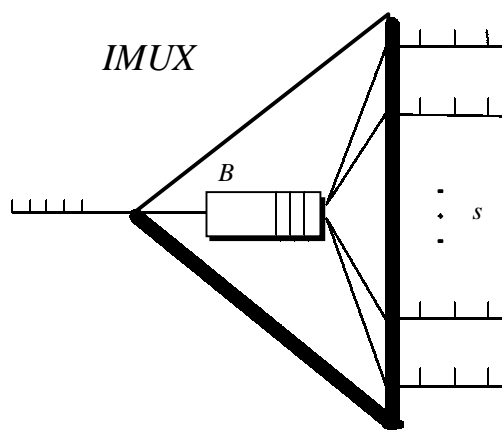


Figura 1-2. Multiplexor Inverso ATM.

Al ingeniero que dimensiona los dispositivos que conforman una red, le es de gran utilidad disponer de herramientas útiles, de fácil manejo que le permitan decidir qué parámetros resulta conveniente elegir según la calidad de servicio que se desee ofrecer. En esta tesis se ha propuesto

una herramienta analítica para dimensionar cada uno de los dos sistemas propuestos anteriormente.

En el próximo apartado de este capítulo se apuntan las principales características de la bien conocida tecnología *ATM*, se numeran los parámetros descriptores del tráfico *ATM*, los parámetros de calidad de servicio *ATM* y las cinco clases de servicio especificadas por el *ATM Forum* [ATM96]. Los dos últimos apartados exponen la motivación, objetivos y contribuciones de este trabajo de Tesis y describen el desarrollo de los capítulos restantes de este trabajo.

1.2. Modo de Transferencia Asíncrono (*ATM, Asynchronous Transfer Mode*)

La *RDSI-BA* aparece a principios de 1985, en 1987 se normaliza el *ATM* como modo de transmisión para implementarla y en 1993 se planifican e implementan las primeras redes *RDSI-BA* experimentales en aplicaciones pilotos reales [PRY95]. No es preciso incidir aquí sobre la tecnología *ATM*, puesto que existe mucha literatura especializada en dicha materia. Sólo resaltaremos algunas de las principales características de *ATM* [PRY95].

- No se realiza control de flujo ni protección de errores entre nodos adyacentes, ya que debido a la alta calidad de los enlaces es muy baja la probabilidad de aparición de errores.
- *ATM* está orientado a conexión, lo que significa que se realiza un establecimiento de la conexión para reservar los recursos necesarios (en el caso en que éstos estén disponibles, en caso contrario la conexión simplemente se rechaza). Una vez se ha establecido la conexión, se inicia la fase de transferencia de la información y al finalizar ésta, se liberan los recursos y la conexión.
- La cabecera de la celda *ATM* está reducida al máximo para garantizar un proceso rápido en los nodos de la red. Básicamente su función es de encaminamiento. De los cinco octetos que forman la cabecera, tres contienen la información de encaminamiento: Dos octetos para identificar la conexión virtual, *VCI* (*Virtual Connection Identifier*) y un octeto para identificar el camino virtual, *VPI* (*Virtual Path Identifier*). El *VPI* identifica a un grupo de conexiones, mientras que el *VCI* identifica la conexión dentro de un camino virtual. El resto de la cabecera consiste en un campo de control de flujo genérico (*GFC, Generic Flow Control*), tres bits para un identificador del tipo de información útil que transporta la celda (*PTI, Payload Type Identifier*), un bit de prioridad frente a pérdidas (*CLP, Cell Loss Priority*) y un octeto para control de errores en la cabecera (*HEC, Header Error Control*) para así evitar problemas de encaminamiento de las celdas.
- El campo de información es relativamente pequeño (48 octetos) para poder reducir el tamaño de las colas en los nodos de conmutación y acotar así el retardo introducido en dichos nodos.

En la Figura (1-3) se representa la estructura de celda *ATM* definida para la interfaz *UNI* (*User-Network Interface*). En la interfaz *NNI* (*Network-Node Interface*) el campo *GFC* es sustituido por 4 *bits VPI* adicionales.

En *ATM* se establecen conexiones virtuales entre cada par de nodos de conmutación intermedios en la transmisión desde un extremo fuente a un extremo destino. Los enlaces físicos no se reservan exclusivamente a un solo usuario, si no que varias conexiones virtuales comparten los mismos recursos físicos, aumentando así la eficiencia de la red. Cuando se establece un camino virtual, a cada conmutador se le proporciona una tabla de encaminamiento indexada en función de la etiqueta de direccionamiento *VCI/VPI* de la cabecera de las celdas, cuyo significado es únicamente local entre dos nodos de conmutación *ATM* adyacentes. Así, la celda pasará de conmutador a conmutador por la ruta preestablecida en la fase de establecimiento de la conexión, pero esta ruta es virtual en cuanto a que los recursos sólo se le dedican mientras las celdas la atraviesen.

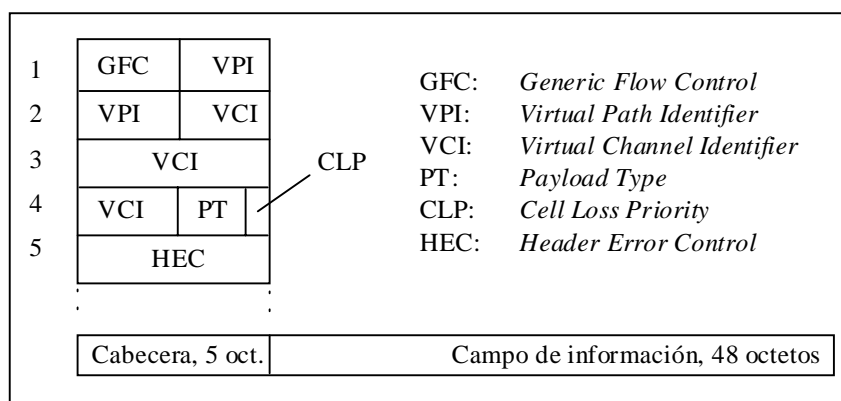


Figura 1-3. Estructura de celda *ATM*.

1.2.1 Gestión de tráfico en redes *ATM*

La gestión del tráfico *ATM* permite utilizar de manera eficiente los recursos de la red mediante diversos algoritmos y controles utilizados para prevenir la congestión de los nodos que forman la red. El Control de Admisión de Conexiones (*CAC, Connection Admission Control*) es el algoritmo encargado de aceptar o rechazar una nueva conexión de manera que se asegure que las conexiones existentes no se vean afectadas por ello. El Algoritmo de Control de Flujo Genérico (*GCRA, Generic Cell Rate Algorithm*) es el algoritmo que se aplica a cada celda que entra en la red para comprobar si cumple con los descriptores de tráfico que caracterizan al flujo de celdas de la conexión a la que pertenece, de manera que la celda *conforme* entra en la red y la no conforme será descartada o marcada con prioridad baja (bit *CLP* de la cabecera de la celda puesto a uno). Los descriptores de tráfico son los parámetros que definen las características del tráfico de una conexión.

- Parámetros descriptores del tráfico.
- *PCR (Peak Cell Rate)*. Tasa máxima a la que emitirá la fuente de la conexión.

- *SCR (Sustained Cell Rate)*. Tasa media de celdas que genera la fuente.
- *MBS (Maximum Burst Size)*. Especifica el número máximo de celdas que pueden ser transmitidas a tasa *PCR* mientras se siga cumpliendo con la tasa *SCR*.
- *MCR (Minimum Cell Rate)*. Tasa de celda mínima que requiere la fuente.
- *CDVT (Cell Delay Variation Tolerance)*. Margen en la medida del *CDV* de las celdas de una conexión que se ven influenciadas por el multiplexado de varias fuentes sobre un único enlace.

Además de utilizar eficientemente los recursos de la red, la gestión del tráfico *ATM* debe garantizar la calidad de servicio contratada por cada conexión. Para garantizar la calidad de servicio de los diferentes tipos de tráfico el *ATM Forum* define cinco clases de servicio [ATM96] cada uno con diferentes restricciones en los parámetros de calidad de servicio.

- Parámetros básicos de calidad de servicio (*QoS, Quality of Service*).
 - *CLR (Cell Loss Ratio)*. Relación de celdas perdidas y celdas totales transmitidas.
 - *CTD (Cell Transfer Delay)*. Tiempo que una celda emplea en viajar del origen al destino. En este parámetro influye directamente la longitud de los enlaces y el tamaño de las memorias de almacenamiento en los nodos intermedios.
 - *CDV (Cell Delay Variation)*. Diferencia de retardos que sufren las celdas. El valor más crítico será el *CDV* máximo que una conexión soporte.
- Clases de servicio [ATM96].
 - *CBR (Constant Bit Rate)*. Se utiliza para conexiones que necesitan un ancho de banda estable constantemente disponible mientras dure la conexión. Esta clase de servicio tiene definidos los parámetros de tráfico *PCR* y *CDVT*. Es sensible a los parámetros de *QoS* *CDV* y *CTD*. Este servicio está pensado para soportar aplicaciones en tiempo real muy sensibles al retardo y a su variación, como voz y vídeo.
 - *rt-VBR (Real-time Variable Bit Rate)*. Categoría pensada para aplicaciones en tiempo real que requieren retardos y variaciones del retardo limitados. Conexiones caracterizadas por los parámetros de tráfico *PCR*, *CDVT*, *SCR* y *MBS*. Es sensible a los parámetros de *QoS*, *CDV* y *CTD*. Aplicaciones que lo utilizan son por ejemplo voz y vídeo.
 - *nrt-VBR (Non-real-time Variable Bit Rate)*. Este servicio no tiene restricciones temporales pero sí es sensible a la pérdida de celdas. Como parámetros de tráfico *PCR*, *CDVT*, *SCR* y *MBS*. Es sensible al parámetro *CLR* de *QoS*. Ejemplo de aplicación que lo utiliza es el soporte de *Frame Relay* sobre *ATM*.
 - *ABR (Available Bit Rate)*. Servicio pensado para aplicaciones elásticas que puedan ajustarse al ancho de banda disponible, mediante una realimentación para controlar la tasa de fuente en respuesta a cambios en las características de la transmisión a nivel *ATM*. Esta

realimentación se realiza mediante unas celdas de gestión de recursos (*RM, Resource Management*). Utiliza los parámetros de tráfico *PCR, CDVT* y *MCR*. Es sensible al parámetro *CLR* de *QoS*. Ejemplo de aplicación que lo utiliza es el soporte del protocolo *TCP/IP* sobre *ATM*.

- *UBR (Unspecified Bit Rate)*. Este servicio no garantiza ninguna calidad de servicio. Las celdas *UBR* utilizan el ancho de banda que haya sobrante en la red en ese momento. Utiliza este servicio, por ejemplo la aplicación de correo electrónico.

1.3. Motivación, Objetivo y Contribuciones de esta Tesis

En esta tesis se plantea la resolución del problema de diseño del nodo *ATM* como elemento fundamental y crítico de una red construida con dicha tecnología. Una red *ATM* está formada por una serie de dispositivos (multiplexores, conmutadores, multiplexores inversos...) cuyo diseño es crucial para asegurar que se proveerá la calidad de servicio que cada conexión lógica requiera. Las celdas *ATM* que llegan al nodo cuando éste no puede atenderlas, ingresan en una zona de memoria destinada a su almacenamiento. Diseñar un nodo *ATM* (un nodo de conmutación o un multiplexor inverso *IMUX*) significa hallar el valor adecuado de cada uno de sus parámetros característicos para asegurar que se mantendrá la *QoS* de cada conexión lógica *ATM*.

Los parámetros de diseño elegidos son el tamaño de la memoria (capacidad de almacenamiento) y el número de servidores o canales de salida (capacidad de gestión de la información) que en función de la carga aplicada proporcionen unos valores contratados de calidad de servicio. En concreto, nos hemos referido a asegurar una probabilidad de pérdida de celdas acotada y un tiempo medio de espera en la cola determinado.

Además, aunque pudiera parecer poco importante la decisión de contratar un número de enlaces u otro inmediatamente superior, ésta es una cuestión decisiva si la diferencia de costes es elevada, como ocurre en el precio de contratación de un enlace *E1* (2,048 Mbps, \$ 2.900, 25 Km) y de un enlace *E3* (34,368 Mbps, \$ 29.000, 25 Km) [CHO97].

El ingeniero que debe diseñar la red *ATM*, es decir, dimensionar los dispositivos que la conforman, precisa disponer de herramientas que faciliten esta parametrización del sistema. Las propiedades que caracterizarán la utilidad de una buena herramienta de diseño serán la reducción del tiempo de obtención de resultados adecuados y la facilidad de utilización de la metodología propuesta.

A la hora de plantearnos cuál sería el formato de la herramienta a desarrollar nos surgían dos opciones fundamentalmente: el empleo de simuladores para modelar la red o la resolución de los valores requeridos para su parametrización mediante expresiones algebraicas. Ambas opciones ofrecen la ventaja de poder trabajar con una red sin la necesidad de disponer físicamente de los equipos y sistemas que la conforman y obteniendo los mismos resultados.

La primera opción ofrece la ventaja de evitar todo el desarrollo del análisis matemático. Al tiempo, es una imitación fotográfica del comportamiento del sistema físico real que permite observar el flujo de los eventos con unos tiempos de ejecución sustancialmente inferiores. No obstante, el empleo de técnicas de simulación convencional en redes *ATM* requiere tiempos de ejecución muy grandes. Ello es debido al valor extremadamente elevado de celdas que deben ser procesadas para alcanzar valores de la probabilidad de pérdida (*CLR*) del rango de 10^{-6} a 10^{-12} . Para estimar la probabilidad de pérdida de celdas con una confianza estadística razonable se necesita simular de 10^7 a 10^{13} celdas estadísticamente independientes, lo cual resulta muy costoso computacionalmente con técnicas clásicas de simulación.

Para valores menores de *CLR*, la pérdida de una celda es un evento raro con poco significado estadístico sobre el total de celdas simuladas, y para ello sería necesario añadir técnicas de simulación de eventos raros, que permiten conseguir valores menores de la probabilidad de pérdida de celdas sin necesidad de simular un mayor número de celdas, como es el método de simulación *RESTART* (*REpetitive Simulation Trials After Reaching Thresholds*) [VIL91]. Dadas las restricciones en cuanto al tiempo de ejecución, generalmente sólo se tienen en consideración simulaciones para la probabilidad de pérdida de celdas hasta un valor de 10^{-6} . Valores inferiores al indicado se obtienen por extrapolación.

La segunda opción planteada, la parametrización de las redes *ATM* mediante expresiones algebraicas, tiene *a priori* el gran *handicap* del desarrollo matemático necesario para la obtención de expresiones que reflejen fielmente el comportamiento real de los sistemas. En aras de este objetivo podemos fácilmente encontrarnos ante sistemas analíticos que no tengan solución o que para obtenerla deban resolverse grandes sistemas de ecuaciones para cada terna de valores de los parámetros seleccionados (número de enlaces, carga de los mismos y tamaño de la memoria), lo cual resulta inviable para satisfacer los criterios de utilidad y eficiencia de la herramienta a ofrecer.

Ante el prometedor objetivo de lograr unas expresiones cerradas y sencillas que optimicen el proceso de diseño de los dispositivos de la red y frente al problema descrito, se ha optado por la opción de conseguir unas expresiones matemáticas aproximadas que proporcionen resultados que difieran de los reales en márgenes acotados en intervalos suficientemente pequeños como para ser soportados por la fidelidad del diseño resultante.

El nodo que estudiamos se ubica en niveles altos de la jerarquía de red, por lo que el tráfico le llega ya muy mezclado y presenta un pequeño coeficiente de variación (no mucho mayor que uno) lo cual permite hacer la razonable hipótesis de considerar que las celdas llegan al nodo según un proceso de *Poisson*. Frente a la ignorancia de la realidad, la característica de “proceso sin memoria” del tráfico de *Poisson* permite obtener conclusiones que de otro modo resultarían muy complejas o imposibles.

Superada la dificultad matemática intrínseca, se logran unas expresiones que conllevan la capacidad de resolución del problema de diseño inicialmente planteado para todo el espectro de

valores de interés en los parámetros seleccionados: valores medios y altos de la carga de los enlaces, un número de servidores ajustado a la realidad y todo el rango posible de valores del tamaño de la cola. Además hemos logrado una herramienta de diseño de muy rápida y fácil resolución, puesto que los resultados deseados se obtienen por simple manejo de unas expresiones cerradas y sencillas de manipular y de calcular.

1.4. Desarrollo de la Tesis

En el primer capítulo se ha planteado el problema de la obtención de una herramienta útil en el problema del diseño de dispositivos *ATM* y se han detallado las principales características del bien conocido Modo de Transferencia Asíncrono.

En el capítulo 2 se modela el comportamiento de un nodo de conmutación *ATM genérico* mediante el sistema de colas $M/D/s$ haciendo la aproximación de considerar que el tiempo de servicio de las celdas *ATM* es continuo. Con esta premisa se profundiza sobre las hipótesis realizadas para utilizar dicho modelo y se estiman la ocupación media de la cola y la probabilidad de pérdida de celdas del sistema de capacidad limitada $M/D/s/s+B$. A continuación, se presenta una aproximación para ambos parámetros, en el caso de tener dos niveles de prioridad, diferenciando entre tráfico determinista y estadístico. Finalmente, se muestran resultados numéricos para validar las expresiones propuestas, mediante la comparación con los obtenidos del simulador *ADSIM*, *ATM Devices Simulator* (con tiempo de servicio continuo) desarrollado también en esta tesis y descrito en el Anexo 4.

En el capítulo 3 se extienden los resultados anteriores al caso de tener tiempo de servicio discreto, como corresponde al servicio de celdas *ATM* de longitud fija sobre una base temporal ranurada en intervalos del tiempo de servicio de una celda. Se propone un esquema de cinco niveles de prioridad contemplando las cinco clases principales de servicio que ofrece *ATM*. Se comparan los resultados de la aproximación propuesta con resultados exactos cuando se dispone de ellos (Anexo V) y en caso contrario (5 niveles de prioridad) con los obtenidos del simulador *ADSIM* (tiempo de servicio discreto y cinco niveles de prioridad).

En el capítulo 4 se presenta una tecnología de red introducida en 1997 por el *ATM Forum* denominada Multiplexación Inversa para *ATM* o *IMA* (*Inverse Multiplexing for ATM*) [ATM97]. Esta técnica permite combinar varios enlaces *TI/EI* resultando un único canal lógico de datos con tasa igual al agregado de los anchos de banda *TI/EI* menos una pequeña cantidad debida a *overhead* de control. *IMA* es una alternativa económicamente viable para acceder a la red *ATM* utilizando la infraestructura disponible. Se describe el funcionamiento del dispositivo *IMUX* (*Inverse Multiplexer*) y la problemática asociada a éste a la hora de plantear el modelo analítico que corresponda a su comportamiento, debido a la inserción de celdas de control y de relleno.

En el capítulo 5 se presenta un modelo para la evaluación de la probabilidad de pérdida de celdas en el dispositivo *IMUX*, a partir de la obtención de la carga adicional introducida por

dicho dispositivo. Los resultados de la aproximación propuesta se comparan con los obtenidos del simulador *SIMUX* desarrollado con anterioridad en el Departamento de Matemática Aplicada y Telemática de la UPC. Dicho simulador se describe, a modo de completar toda la documentación de esta tesis, en el Anexo III.

En el capítulo 6, conocido bien el dispositivo *IMUX*, se propone un modelo íntegramente analítico y más sencillo de resolver para la evaluación de prestaciones en el *IMUX*. Como primera opción se modela el comportamiento del *IMUX* mediante un sistema de colas con único servidor, *M/D/1* con tiempo medio de servicio igual a la tasa de decisión de salida de las celdas del dispositivo *IMUX*, *IDCR* (*IMA Data Cell Rate*). Por otro lado, se modifica la semi-cadena de *Markov* para el sistema *M/D/1* adaptándola a las características propias del *IMUX*. Además, se analizan minuciosamente por separado todos los efectos que tienen lugar en el dispositivo debido a la inserción de las celdas de control y de relleno. Finalmente, se propone el modelo analítico consistente en dos expresiones que aproximan la probabilidad de pérdida de celdas *ATM* y el tiempo medio de espera en la cola que sufren dichas celdas.

En el capítulo 7 se remarcan las conclusiones más importantes de este trabajo de investigación y se proponen las líneas de actuación que quedan abiertas.

Finalmente se adjuntan cinco anexos introducidos a continuación.

En el Anexo I se obtienen las probabilidades de estado de un sistema *M/D/1/N*.

En el Anexo II se presenta el efecto que se produce en los sistemas de colas con servicio determinista al considerar que el tiempo de servicio es discreto. En una cola con tiempo de servicio discreto se produce una acumulación de celdas en la cola de entrada del sistema durante el intervalo temporal de servicio. Esta acumulación de celdas, además produce la existencia de un *CLR* adicional con respecto al *CLR* de una cola con tiempo de servicio continuo. Se presenta una aproximación al número medio de celdas que ingresan en la cola y a la probabilidad de pérdidas adicional presentes en un sistema de colas con tiempo de servicio discreto.

En el Anexo III se referencia el entorno de simulación *SIMUX* (Simulador *IMUX*) para evaluar el comportamiento del dispositivo *IMUX*.

En el Anexo IV se presenta el entorno de simulación *ADSIM* (*ATM Devices SIMulator*) para el estudio del sistema de colas *M/D/s/s+B* con esquema de prioridades.

En el Anexo V se obtienen de manera exacta las probabilidades de estado de un sistema *M/D/s/s+B*. Se halla el número medio de unidades en cola, el tiempo medio de espera en la misma y la probabilidad de pérdida de celdas.

1.5. Artículos publicados

A continuación se presenta la serie de publicaciones a las que ya ha dado lugar este trabajo de tesis, así como algunas actualmente en proceso de revisión:

- [AGU97] M. Aguilar, F. Barceló, J. García Haro, “*Estimación de los parámetros de calidad para distintos tráficos en nodos MTA con enlaces múltiples*”, Jornadas de Ingeniería Telemática, Jitel’97, pp. 233-240, 15-17 Septiembre 1997, Bilbao.
- [AGU98a] M. Aguilar, F. Barceló, P. Iserte, “*Approximation to the CLR in ATM switches with multiserver output discrete queues and priority*”, IFIP Workshop TC6, ATM’98, pp. 63/1-63/10, 20-22 Julio 1998, Ilkley, U.K..
- [AGU98b] M. Aguilar, M. Postigo, J. García Haro, “*Estudio sobre parámetros de calidad en Multiplexores Inversos ATM*”, URSI’98, pp. 647-648, 16-18 Septiembre 1998, Pamplona.
- [AGU98c] M. Aguilar, M. Postigo, J. García Haro, “*Multiplexores Inversos ATM: Operación, Aplicaciones y Aspectos de Planificación y Evaluación de Prestaciones*”, VIII Jornadas de I+D en Telecomunicaciones, TELECOM I+D’98, pp. 249-258, 28-29 Octubre 1998, Barcelona.
- [AGU98d] M. Aguilar Igartua, J. García Haro, M. Postigo Boix, “*Multiplexores Inversos ATM: Operación, Aplicaciones y Modelo de Prestaciones para la estimación del CLR*”, Report Interno nº 01/33/98 en el Departamento de Matemática Aplicada y Telemática de la Universidad Politécnica de Cataluña, Noviembre 1998, Barcelona.
- [AGU99a] M. Aguilar-Igartua, J. García-Haro, M. Postigo-Boix, “*Inverse Multiplexing for ATM. Operation, Applications and performance Evaluation for the Cell Loss Ratio*”, 2nd International Conference on ATM, ICATM’99, pp. 472-481, 21-23 June 1999, Colmar, France.
- [AGU99b] M. Aguilar Igartua, J. García Haro, M. Postigo Boix, “*Multiplexores Inversos ATM: Funcionamiento, Configuraciones de Red y Modelo de Prestaciones para la Estimación de la Probabilidad de Pérdida*”, II Jornadas de Ingeniería Telemática, JITEL’99, pp. 3-10, 15-17 Septiembre 1999, Madrid.
- [AGU99c] M. Aguilar Igartua, J. García Haro, M. Postigo Boix, “*Modelo analítico para la evaluación de prestaciones de un Multiplexor Inverso ATM con tráfico Poissoniano*”, Report Interno nº 08/33/99 en el Departamento de Matemática Aplicada y Telemática de la Universidad Politécnica de Cataluña, Noviembre 1999, Barcelona.
- [BAR97a] F. Barceló, J. Paradells, M. Aguilar, “*Mean Waiting Time in the M/H₂/s Queue: Application to Mobile Communications Systems*”, 15th IMACS World Congress, Berlin, 24-29 August 1997.

- [BAR98] F. Barceló, M. Aguilar, “*Approximation to the M/D/s queue with finite buffer: Application to the CLR in ATM nodes*”, *International Teletraffic Seminar (ITC)*, St.Petersburg, pp. 401-409, Junio 1998.

Actualmente en proceso de revisión:

- [POS99a] M. Postigo-Boix, J. García-Haro, M. Aguilar-Igartua, “Inverse Multiplexing for ATM. Performance Evaluation under different Traffic Patterns”, submitted to the IEEE ICC’2000. (En proceso de revisión).
- [POS99b] M. Postigo-Boix, J. García-Haro, M. Aguilar-Igartua, “*Inverse Multiplexing for ATM. Technical Operation, Applications and Performance Evaluation Study*”, submitted to the Telecommunication Systems. (En proceso de revisión).
- [POS99c] M. Postigo-Boix, J. García-Haro, M. Aguilar-Igartua, “*IMA. Technical Foundations, Applications and Performance Analysis*”, submitted to the Computer Networks. (En proceso de revisión).
- [POS99d] M. Postigo-Boix, J. García-Haro, M. Aguilar-Igartua, “*Inverse Multiplexing for ATM. Technical Operation, Applications and Performance Evaluation Study*”, submitted to the Fifth IEEE Symposium on Computers and Communications, ISCC’2000, Antibes-Juan les Pins, France, 4-6 July, 2000. (En proceso de revisión).

Capítulo 2. Modelo analítico basado en el sistema de colas $M/D/s$ para caracterizar parámetros de calidad en nodos ATM . Tiempo de servicio continuo

2.1. Introducción

En este capítulo se modela el comportamiento del sistema de colas de un nodo de conmutación ATM como un sistema de colas con capacidad limitada. El nodo se sitúa en un nivel alto en la jerarquía de red, por lo que supondremos tráfico agregado. Asimismo, modelaremos el nodo como una cola con varios enlaces de transmisión. Presentaremos un método analítico para computar de una manera sencilla el valor medio del número de celdas en la cola del nodo, que llamaremos \bar{Q}_D y para aproximar la probabilidad de pérdida de celdas, CLR (*Cell Loss Ratio*).

Uno de los problemas relacionados con la evaluación de redes basadas en el Modo de Transferencia Asíncrono (ATM) es la ausencia de modelos sencillos que permitan obtener una primera aproximación de los parámetros de calidad a que están sometidos los distintos tráficos de la red. Así abundan los modelos que consideran una caracterización precisa de dichos tráficos, diferente para CBR (*Constant Bit Rate*), $rt-VBR$ (*real-time Variable Bit Rate*), $nrt-VBR$ (*non real-time Variable Bit Rate*), ABR (*Available Bit Rate*) y UBR (*Unspecified Bit Rate*), pero cuyo cómputo práctico puede ser altamente complejo. Para obtener un modelo realista que tenga en cuenta los parámetros de calidad de servicio que requiere cada uno de estos tipos de tráfico, puede ser útil tener en cuenta las siguientes situaciones extremas:

- Colas de capacidad infinita: suele aceptarse esta hipótesis para el caso de tráfico poco sensible al retardo y a la variación de retardo, en que puede asumirse la situación de pérdidas muy bajas y cola de capacidad ilimitada.

- Colas de capacidad nula, para tráfico determinista muy sensible a los retardos y a sus variaciones.

- Un único servidor: de este modo se modela la multiplexación a la vez que se ignora la posibilidad de múltiples enlaces entre nodos que puede producirse en niveles altos de la red.

Por lo tanto, si en un nodo de conmutación *ATM* hay celdas pertenecientes a diferentes clases de servicio, será necesario incorporar hipótesis que supongan tener en cuenta el tamaño limitado de las colas. Este tamaño debe ser en general lo suficientemente pequeño para evitar *CTD* (*Cell Transfer Delay*) altos y a la vez lo suficientemente grande para mantener *CLR* (*Cell Loss Rate*) bajos. En cualquier caso es posible (y en la práctica necesario) tener un tamaño distinto de cola en función del tipo de tráfico: más pequeño para tráficos deterministas en general más sensibles a los problemas de retardo, y más grande para tráficos estadísticos. Incluso sería posible tener diferentes tamaños para distintos tráficos que aun siendo de la misma clase (determinista o estadístico) tengan contratados parámetros de calidad diferentes. Este escenario no implica la necesidad de ubicar físicamente una memoria para cada tipo de tráfico, sino que una misma cola puede ser compartida por todos ellos, siempre que se descarten las celdas en función del tráfico al que pertenecen y del límite de cola para dicho tráfico. Consideramos también, la posibilidad de múltiples enlaces físicos entre dos nodos de la red lo cual debe modelarse como un sistema multi-servidor. A su vez, la existencia de varios enlaces puede servir para modelar el caso en el que un nodo tiene conexión con varios nodos remotos, ignorándose en la fase de diseño, en la cual se realiza la evaluación, qué parte de la carga está destinada a cada uno de ellos.

Es abundante la literatura existente sobre multiplexores *ATM* en los que se utilizan modelos *G/D/I* para modelar el multiplexor en el nodo de acceso. En estos modelos, *G* suele representar algún proceso de alto coeficiente de variación (*Markov Modulated Poisson Process MMPP*, *Pareto*, *ON-OFF*, *Weibull*, etc). Sin embargo, en los conmutadores ubicados en niveles altos de la jerarquía de la red *ATM* cabe esperar un tráfico agregado que hoy por hoy todavía no ha sido caracterizado, en parte debido a la escasez de redes *ATM* lo suficientemente cargadas o con cargas que puedan ser consideradas típicas, tanto en volumen como en tipos de tráfico que transportan. También en estos niveles altos es donde cabe esperar la necesidad de modelos con múltiples servidores que representen las diversas fibras que conectan dos nodos entre sí o bien las salidas de un nodo hacia varios nodos remotos.

En este capítulo se modela el sistema de colas de un nodo de conmutación *ATM* como una cola *M/D/s* de capacidad finita. A diferencia de la mayoría de trabajos que proponen evaluaciones de multiplexores *ATM* sobre la base de soluciones exactas para modelos más o menos alejados de la realidad, como es el caso de los modelos *G/D/I* sin cola o con cola infinita, los cálculos numéricos para evaluación que se proponen aquí son siempre aproximados. Desde

una óptica de ingeniería consideramos que una aproximación es buena siempre que el error relativo en el que se incurre sea muy inferior a otros errores que forzosamente están presentes en el momento de realizar la evaluación o el dimensionamiento de la red.

El contenido de los siguientes apartados es el siguiente: en el apartado 2.2 se describe el modelo utilizado para el sistema de colas de un nodo de conmutación, el apartado 2.3 contiene la forma de cálculo del número de celdas que ocupan la cola, en el apartado 2.4 se presenta el cálculo aproximado del *CLR* así como los resultados numéricos de la simulación y el análisis, y en el apartado 2.5 se ofrece un método de estimación del *CLR* cuando se utilizan diferentes prioridades.

2.2. Modelo del sistema de colas de un nodo de conmutación: Llegadas de Poisson, múltiples servidores, cola de capacidad limitada y tiempo de servicio continuo

En este apartado, se profundiza sobre las hipótesis del modelo que en líneas se han mencionado en la introducción. La forma en que caracterizamos el sistema de colas de un nodo de conmutación de nivel alto de la red *ATM* (no de acceso) es la que se representa en la Figura (2-1), es decir mediante un sistema de colas *M/D/s* con capacidad limitada *B*. La justificación de la duración determinista del tiempo de servicio es clara dado que cada celda *ATM* de 53 octetos tarda exactamente $53 \times 8 / v_t$ segundos en ser transmitida, siendo v_t la velocidad de transmisión de cada enlace en *bps*.

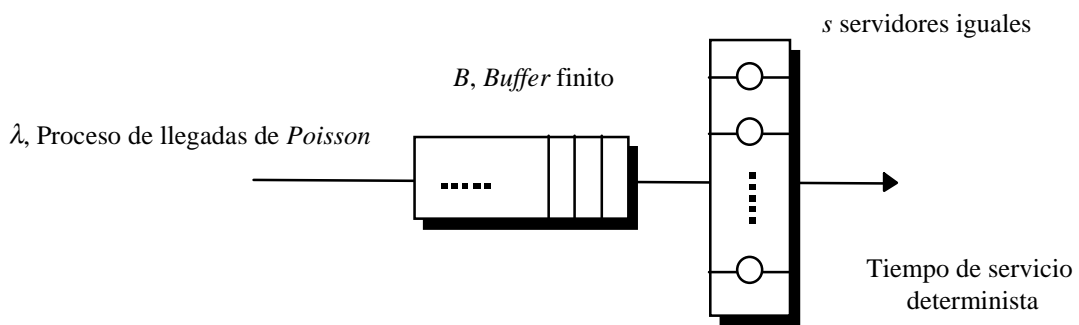


Figura 2-1: Modelo del sistema de colas de un nodo de conmutación *ATM*.

Parece obvio que el proceso de llegadas de celdas al nodo constituye un proceso discreto, dado que cada celda puede llegar únicamente sobre una base de tiempos ranurada. Sin embargo al nivel de tráfico agregado en un nodo de alta jerarquía que se supone que recibe una carga de tráfico alta, la aproximación mediante un sistema de cola en tiempo continuo para el proceso de llegadas no puede alejarse de la realidad. Así, supondremos que la llegada de celdas al sistema, se va a producir de forma continua.

La aproximación introducida por el modelo presentado en este capítulo, radica principalmente en permitir que el servicio de las celdas se inicie en cualquier instante de tiempo (tiempo de

servicio continuo) más que en admitir la llegada en cualquier instante, ya que en realidad el servicio de la celda a la velocidad de transmisión del enlace sólo puede iniciarse en los inicios de *slot* (tiempo de servicio de una celda). En el capítulo 3, presentamos una aproximación al cálculo del número medio de celdas en la cola del nodo y de la probabilidad de pérdida de celdas, *CLR* para el sistema de colas $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto. Sin embargo, como dicho modelo analítico es una evolución y ampliación del modelo que se describe aquí, hemos considerado necesaria su exposición. Por lo tanto, la aproximación que veremos a continuación es adecuada para un sistema de colas con tiempo de servicio determinista (en cuanto a que el tiempo de servicio es constante) pero no discreto (dado que se permite el inicio del servicio en cualquier instante y no sobre una base temporal ranurada como debería ser).

- **Llegadas de Poisson**

La caracterización del tráfico en el ámbito de la fuente (a la entrada del multiplexor) ha sido objeto de múltiples estudios y discusiones. Sin embargo, la caracterización del tráfico agregado basada en herramientas analíticas es actualmente objeto de investigación, pues puede resultar tremendamente compleja por mezclarse tráficos deterministas tipo *CBR* ($N \times D$) con tráficos estadísticos tipo *VBR* que han probado poseer ciertas características fractales y de autosimilitud. Ante esta situación, se ve como necesario el caracterizar este tráfico sobre la base de medidas reales, pero es difícil encontrar una red con alta carga *ATM*, que a la vez pueda considerarse que lleva una combinación típica de clases de tráfico.

Si bien los tráficos de fuente presentan una distribución muy dispersa, a los conmutadores de nivel alto llega el tráfico ya muy mezclado y con toda seguridad procesado por espaciadores que habrán suavizado la gran dispersión que puede hallarse en algunas clases de tráficos de fuente. Ante esta situación el proceso de llegadas de *Poisson* resulta por lo menos una hipótesis razonable. Ante la ignorancia de la realidad, el tráfico de *Poisson* no puede considerarse ni mucho ni poco disperso y por su característica de “proceso sin memoria” permite obtener conclusiones que de otro modo resultarían muy complejas o imposibles.

- **Múltiples servidores**

El modelo con servidor único tiene aplicación en los estudios orientados al Control de Admisión de Llamada (CAC) comprobando si existe la posibilidad de aceptar una nueva conexión sobre la única línea de salida del multiplexor manteniendo las calidades de servicio de todas las conexiones existentes y de la nueva.

Considerar un sistema de colas con múltiples servidores (s), permite analizar el caso más general de múltiples enlaces entre los nodos situados en niveles altos de la red *ATM*, donde tiende a ser jerárquica y mallada en contraposición a lo que ocurre en el acceso donde la topología es en estrella. A diferencia de lo que ocurre en los multiplexores, a la salida del nodo de conmutación pueden existir diversos enlaces con el mismo nodo remoto. También es probable que existan diversas conexiones con diversos nodos remotos y que desconozcamos qué tráfico va a cada nodo remoto, por lo que lo más razonable es entonces asumir que cada enlace recibe una

parte igual del tráfico. Es importante considerar que el modelo $M/D/s$ solamente será útil cuando los diversos enlaces compartan la misma cola para el acceso a cualquiera de ellos.

- **Cola de capacidad limitada**

La capacidad de la cola que posee el nodo conmutador es una variable indispensable en el modelo para la evaluación de la calidad del servicio. En el caso de tráficos deterministas como puedan ser los CBR , es necesario una cola de capacidad muy limitada, y se prefiere descartar un número algo mayor de celdas que elevar el CDV . Hay que observar que el CDV máximo es proporcional a la capacidad de la cola en caso de que solamente exista un tráfico determinista. Así el máximo retardo que puede sufrir una celda es igual a la capacidad de la cola B multiplicada por el tiempo que tarda en transmitirse una celda y dividido por el número de servidores (despreciamos otros tiempos de orden menor presentes en el conmutador). Éste es el CDV máximo, ya que el mínimo retardo que sufre la celda en el nodo es nulo, en caso de que la cola esté vacía cuando llega la celda. Nótese que en cualquier caso nos estamos refiriendo únicamente al CDV introducido por el nodo en cuestión, que no debe ser confundido con el CDV extremo a extremo para el tráfico que se considera ya que éste puede atravesar múltiples secciones. Para calcular el CDV global pueden usarse herramientas basadas en redes de colas [CHO95].

Al nivel de CAC es habitual la hipótesis de que la cola tiene capacidad nula cuando se trata con tráficos deterministas. Obviamente esta hipótesis representa un peor caso que tiene en cuenta el hecho de que la cola es muy pequeña. Para tráficos estadísticos, como ABR , suele asumirse un modelo con cola infinita. Con dicho modelo aparece $CLR=0$ al no existir pérdidas.

2.3. Estimación de la ocupación media de la cola

La primera aproximación a la evaluación de la calidad del conmutador nos la proporcionará el valor medio del número de celdas que ocupan la cola, suponiendo que la cola tuviera capacidad infinita. La relación de dicho valor medio con la capacidad real de la cola, nos ofrece una primera idea intuitiva del orden de magnitud de las pérdidas y nos puede servir como referencia a la hora de decidir la capacidad de la cola. Dado que en nuestro modelo consideramos el CDV y el tamaño de la cola B proporcionales, es claro que a menor CDV mayor será el CLR por ser menor B .

Es bien conocido que en una cola infinita $M/M/s$ los valores medios del número de unidades en la cola y el tiempo de espera en cola son respectivamente:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_M &= PD \cdot \frac{\rho}{1-\rho} \\ \bar{W}_M &= \frac{\bar{Q}_M}{\lambda} = PD \cdot \frac{d}{s-A} = PD \cdot \frac{d}{s \cdot (1-\rho)}, \quad \text{donde } \lambda = \frac{\rho \cdot s}{d} = \rho \cdot s \cdot \mu \end{aligned} \quad (2-1)$$

PD representa la probabilidad de demora que puede calcularse como la función Erlang-C ($s, \rho \cdot s$) que expresamos en la Ecuación (2-4). La variable $\rho=A/s$ representa la carga por servidor del sistema (A es el tráfico total ofrecido al conmutador). La duración media del servicio, en este caso fija, se representa por $d=1/\mu$ y es el tiempo que tarda la celda en ser transmitida, siendo entonces μ la tasa media de servicio de las celdas.

A continuación, se describe el procedimiento que el Dr. Francisco Barceló Arroyo siguió en [BAR97b] para obtener una aproximación a la longitud media en la cola infinita $M/D/s$. Es conocida la siguiente aproximación para el número medio de unidades en cola [BAR97b, COS76, KIM94].

$$\bar{Q}_D = \bar{Q}_M \times F$$

$$F|_{\rho \text{ media y alta}} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{(1-\rho)(s-1)(\sqrt{4+5s}-2)}{16\rho s} \right\} \tag{2-2}$$

$$F|_{\rho \text{ baja}} = \frac{(1-\rho)s}{s+1} + \frac{\rho}{2}$$

El factor $F|_{\rho \text{ media y alta}}$ es una excelente aproximación que proporciona errores relativos del orden del 1% si la carga es media o alta ($0.5 \leq \rho \leq 0.9$). Pero para cargas muy bajas la aproximación es inconsistente, ya que el número medio de unidades en la cola con servicio determinista aparece mayor que en la cola con servicio exponencial, lo cual no es posible. En tal caso de carga muy baja ($\rho \leq 0.2$ para $s=2$ y $\rho \leq 0.7$ para $s=30$) puede utilizarse la expresión $F|_{\rho \text{ baja}}$ menos exacta, pero consistente en todo el rango de cargas posibles. Un estudio exhaustivo sobre lo dicho en este párrafo, se halla en [BAR97b, pp. 52-56], donde se desarrollan las expresiones de la Ecuación (2-2).

2.4. Estimación de la probabilidad de pérdida de celdas, *CLR (Cell Loss Ratio)*

Asumiendo que las celdas llegan al sistema según un proceso de *Poisson*, se cumple la propiedad *PASTA (Poisson Arrivals See Time Averages)* [TIJ94, pág. 75], por la que la estadística de las unidades en cola es la misma que la estadística de los tiempos, con lo que la probabilidad de pérdida de celdas o *CLR*, coincide con la probabilidad del estado de congestión del sistema. En este caso es forzoso tener en cuenta el tamaño limitado de la cola ya que de lo contrario no puede calcularse el *CLR* que aparece como nulo. La aproximación propuesta al *CLR* que veremos a continuación para el cálculo de dicha probabilidad de congestión, está basada en el método citado pero es puramente empírica, si bien está basada en algunos supuestos que resultan claramente intuitivos.

Las probabilidades de estado para la cola $M/M/s$ tienen la siguiente expresión [GRO74, KLE75]:

$$p_k = \begin{cases} p_0 \cdot \frac{(\rho \cdot s)^k}{k!}, & k \leq s \\ p_0 \cdot \frac{(\rho \cdot s)^k}{s! \cdot s^{k-s}}, & k \geq s \end{cases} \quad p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{s-1} \frac{(\rho \cdot s)^k}{k!} + \frac{(\rho \cdot s)^s}{s!(1-\rho)}} \quad (2-3)$$

La probabilidad de demora, PD , conocida también como función Erlang-C($c, \rho \cdot c$) es [KLE75, pp. 103]:

$$PD = \sum_{k=s}^{\infty} p_k = p_0 \cdot \frac{(\rho \cdot s)^s}{s!(1-\rho)} = \frac{1}{\sum_{k=0}^{s-1} \frac{(\rho \cdot s)^k}{k!} + \frac{(\rho \cdot s)^s}{s!(1-\rho)}} \cdot \frac{(\rho \cdot s)^s}{s!(1-\rho)} \quad (2-4)$$

Entonces, dado que se asume un proceso de llegadas de *Poisson* el CLR coincide con la probabilidad de congestión, es decir con la probabilidad de que la cola esté completamente llena. Así, la probabilidad de pérdida de celdas para la cola $M/M/s/s+B$ puede expresarse como:

$$CLR_{M/M/s/s+B} = p_{s+B} = p_0 \cdot \frac{(\rho \cdot s)^{s+B}}{s! \cdot s^B} = PD \cdot \rho^B \cdot (1-\rho) \quad (2-5)$$

Nuestra tarea consiste ahora en encontrar una carga ρ que proporcione una buena aproximación para la probabilidad de congestión. Reproducimos a continuación la obtención del valor de la carga ρ_{eq} que en una cola infinita $M/M/s$ proporcionaría el mismo valor medio en número de unidades en cola que para la cola infinita $M/D/s$, tal y como se hizo en [AGU97] y en [KIM93]. Para ello igualamos $\frac{\bar{Q}_M}{PD}(\rho_{eq})$ en la Ecuación (2-1) con $\frac{\bar{Q}_D}{PD}(\rho)$ en la Ecuación (2-2), obteniendo una ρ_{eq} igual a:

$$\frac{\rho_{eq}}{1-\rho_{eq}} = F \cdot \frac{\rho}{1-\rho} \quad \Rightarrow \quad \rho_{eq} = \frac{\rho F}{1-\rho + \rho F} \quad (2-6)$$

De este modo, a partir de las Ecuaciones (2-5) y (2-6) podemos escribir la probabilidad de congestión identificada con el CLR en la cola $M/D/s/s+B$ (tiempo de servicio continuo) como:

$$CLR_{M/D/s/s+B} \cong PD \cdot \rho_{eq}^B \cdot (1-\rho_{eq}) \quad (2-7)$$

2.5. Comparación de los resultados numéricos de la simulación y el análisis

En este apartado se comparan los resultados de simulación y análisis (Ecuación (2-7)) para el CLR en una cola $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio continuo. Las pruebas deben realizarse en un margen amplio de valores de carga (ρ), número de canales (s) y capacidad de la cola (B).

Para mostrar la utilidad de la estimación presentada en el entorno ATM hay que trabajar con valores que puedan acercarse a la realidad de los sistemas ATM , lo cual implica trabajar con situaciones de CLR inferiores a 10^{-6} . Hemos trabajado con CLR de hasta 10^{-5} (procesando 6 millones de celdas en cada simulación). De este modo hemos probado que el ajuste es bueno, y la generalización de los resultados obtenidos para $CLR < 10^{-5}$ suponen una conjetura razonable. Para obtener valores simulados del CLR inferiores a 10^{-5} , sería necesario introducir técnicas de aceleración del tiempo de computación para eventos raros (como es la probabilidad de pérdida de una celda) [VIL91].

Por otra parte, tal y como se ha mencionado la simulación realizada permite el inicio de un servicio (transmisión de una celda) en cualquier instante de tiempo, es decir se ha realizado una simulación sobre tiempo de servicio continuo en lugar de discreto como sucede en un nodo real. No obstante, en el capítulo 3, se analizará la cola $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y la aproximación propuesta será comparada con valores de simulación obtenidos también sobre la base de tener un tiempo de servicio discreto.

En la Figura (2-2) se representa un caso con $s=5$ enlaces y tamaño de la cola B variable, utilizando la carga por canal ρ como parámetro. Debe mencionarse que en las pruebas realizadas el error relativo en que se incurre es de un máximo de un 25%, siempre que se consideren valores de B por encima del número medio de celdas que ocupan la cola.

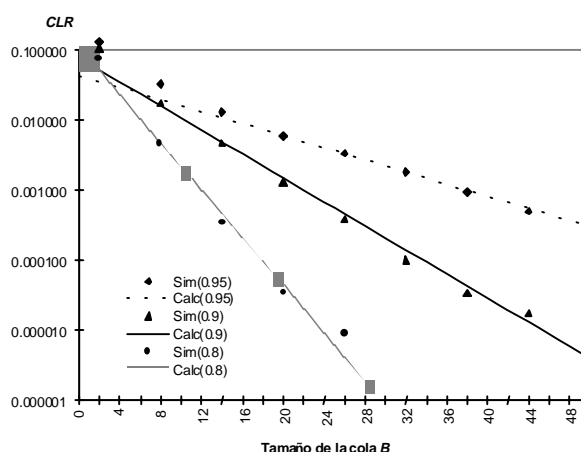


Figura 2-2: CLR calculado según la estimación propuesta y resultado de simulación (5 enlaces).

La Figura (2-3) muestra también el CLR calculado y obtenido mediante simulación para un caso con $s=10$ enlaces variando la carga ρ y utilizando como parámetro la capacidad de la cola, B . Obsérvese que las velocidades de entrada al nodo (v_{IN}) y de transmisión de cada enlace (v_{OUT}) influyen en el CLR sólo en la medida de la proporción en que se encuentran (a través de ρ y s).

$$A = \frac{v_{IN}}{v_{OUT}} = \rho \cdot s \quad [\text{Erlang}] \quad (2-8)$$

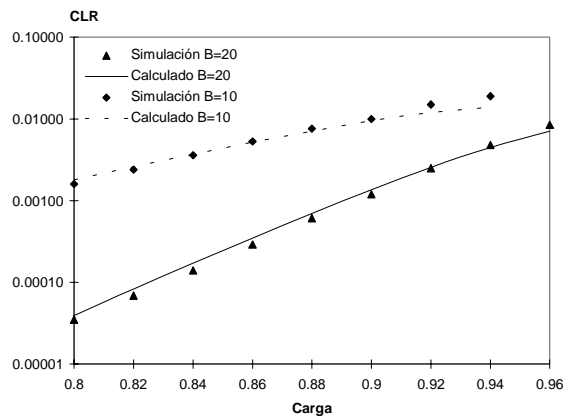


Figura 2-3: CLR en función de la carga para un nodo con 10 enlaces de salida.

2.6. Diferenciación mediante prioridades. Método de estimación y resultados numéricos

En este apartado se propone diferenciar los tráficos determinista y estadístico mediante un sistema de prioridades HOL (*Head of Line*). Este método de prioridad sin interrupción ubica una celda prioritaria en el nodo por delante de todas las celdas con nivel de prioridad inferior y detrás de todas las de prioridad superior, manteniendo el carácter *FIFO* (*First In First Out*) de la cola. De esta manera, utilizando prioridades en la cola del nodo *ATM* es posible obtener calidades de servicio diferenciadas para diferentes tráficos.

Parece razonable considerar las celdas pertenecientes a tráfico determinista como de mayor prioridad y las de tráfico estadístico de prioridad inferior. Debido a las restricciones de *CDV* el tráfico determinista dispone de una cantidad de la cola mucho menor que el estadístico y parece lógico priorizar dicho tráfico para evitar *CLR* excesivos. De forma más general cabe esperar que el nivel de prioridad sea independiente de la característica determinista o no del tráfico y en cambio sea asignado en función de la calidad (*CLR* y *CDV* deseados).

Una particularización de lo anterior puede ser el caso con dos tipos de tráfico: *CBR* y *ABR*. El tráfico *CBR* requiere en general un *CDV* bajo y por tanto *B* pequeño, mientras que el tráfico *ABR* es muy poco sensible a retardos y debe poseer espacio en cola *B* grande para minimizar su *CLR*. La cola compartida tiene, por tanto, dos umbrales B_{CBR} y B_{ABR} , como puede verse en las Figuras (2-4) y (2-5), uno para cada tipo de tráfico y mayor para *ABR* (pudiendo considerar éste último como el tamaño total de la cola). Dichos umbrales actúan de manera que si una celda *CBR* llega y la cola está ocupada por encima del umbral para *CBR*, ésta es descartada (obsérvese que si no fuera descartada llegaría al enlace con un retardo mayor que el *CDV* contratado para *CBR*). La asignación de un mayor nivel de prioridad al tráfico *CBR* permite en este caso mantener su *CLR* a un nivel bajo que no sería posible alcanzar sin prioridad.

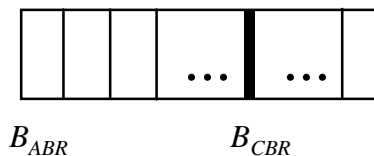


Figura 2-4: Umbral de descarte para las celdas prioritarias, B_{CBR} .

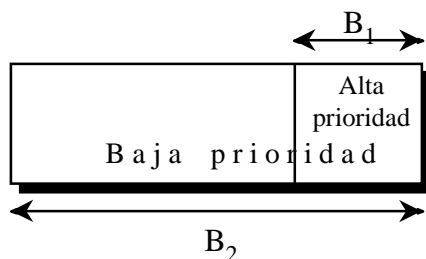


Figura 2-5: Cola compartida para celdas de dos niveles de prioridad diferentes.

• **Método de estimación**

La forma que utilizamos para aplicar la estimación a la probabilidad de pérdida de celdas de la Ecuación (2-7) para la cola $M/D/s/s+B$ en el caso de que existan dos niveles de prioridad, es extremadamente sencilla y basada en el algoritmo propuesto por el Dr. Francisco Barceló Arroyo en [BAR96]. Suponemos que el tráfico prioritario supone un $(100 \cdot p)\%$ del total, por lo que el tráfico no prioritario será el $(100 \cdot (1-p))\%$ restante:

- El número medio de celdas prioritarias en cola se calcula aplicando las Ecuaciones (2-1) y (2-2) utilizando la probabilidad de demora para el total de carga. Sin embargo la variable ρ se sustituye únicamente por la carga prioritaria, puesto que las celdas prioritarias no notan la presencia de las no prioritarias, no les afecta su presencia ya que son desplazadas hacia atrás por las celdas prioritarias. Como la carga prioritaria $(p \cdot \rho)$ puede ser baja debe utilizarse $F|_{\rho \text{ baja}}$ en lugar de $F|_{\rho \text{ media y alta}}$ expresados ambos factores en la Ecuación (2-2).

De hecho, el margen de valores de la carga analizados es $0.5 \leq \rho \leq 0.9$, por lo que para un valor de $p=0.5$, $0.25 \leq p \cdot \rho \leq 0.45$. La variable PD indica la probabilidad de demora de la carga global en una cola $M/M/s$, Ecuación (2-4).

$$\bar{Q}_1^D = \bar{Q}_1^M \cdot \left(\frac{(1 - p \cdot \rho) \cdot s}{s + 1} + \frac{p \cdot \rho}{2} \right) = PD \cdot \frac{p \cdot \rho}{1 - p \cdot \rho} \cdot \left(\frac{(1 - p \cdot \rho) \cdot s}{s + 1} + \frac{p \cdot \rho}{2} \right) \tag{2-9}$$

- Se obtiene el número medio total de celdas en cola mediante la Ecuación (2-2), con el parámetro F válido para media y alta carga. El número medio de celdas no prioritarias \bar{Q}_2^D es la diferencia entre el total y el número medio de celdas prioritarias en la cola.

$$\bar{Q}^D = \bar{Q}_1^D + \bar{Q}_2^D \tag{2-10}$$

- El CLR para el tráfico prioritario se calcula aplicando la Ecuación (2-7) con la probabilidad de demora global y la carga equivalente expresada en la Ecuación (2-6) considerando solamente tráfico prioritario. El tamaño de la cola es el disponible para tráfico prioritario, B_{CBR} .

$$\rho_{eq1} = \frac{p \cdot \rho F}{1 - p \cdot \rho + p \cdot \rho F} \quad \text{donde} \quad F = \frac{(1 - p \cdot \rho) \cdot s}{s + 1} + \frac{p \cdot \rho}{2} \quad (2-11)$$

$$CLR_1 = PD \cdot (1 - \rho_{eq1}) \cdot \rho_{eq1}^{B_{CBR}} \quad (2-12)$$

- Para hallar el CLR del tráfico no prioritario se aplica directamente la Ecuación (2-7) con el tamaño de la cola total, B_{ABR} y la carga equivalente de la Ecuación (2-6).

• Resultados numéricos

En la Figura (2-6) se representan los CLR para tráfico prioritario y normal (p y n en la gráfica) en un nodo con $s=10$ enlaces y carga del 90%. De todas las pruebas realizadas, se presentan aquí los resultados para un tamaño total de la cola que es cuatro veces el umbral de tamaño para descartar celdas prioritarias ($B_2=4 \cdot B_1$) y que el tráfico de cada nivel de prioridad representa el 50% de la carga total ($p=0.5$).

Se ha utilizado el mismo tipo de simulación que en la sección anterior, esto es servicio de las celdas en tiempo continuo. Se han realizado numerosas simulaciones variando los parámetros de carga (ρ) y proporción (p) en la que se encuentran los tráficos de ambas clases, obteniéndose en todas ellas resultados similares de precisión para la aproximación propuesta, siendo en todos los casos valores del mismo orden de magnitud.

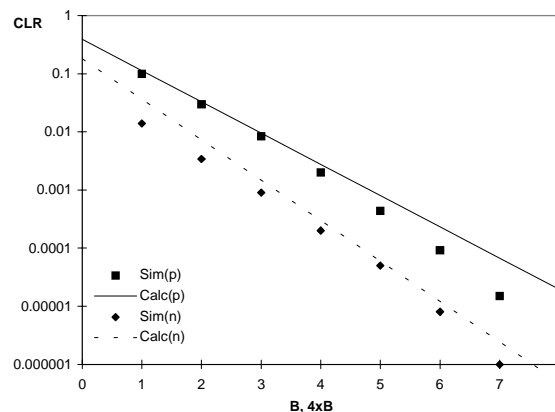


Figura 2-6: CLR para cola compartida con dos niveles de prioridad, $s=10$ enlaces y $\rho=0.9$.

2.7. Conclusiones

En este capítulo, se ha analizado un método para realizar un primera estimación de la probabilidad de pérdida de celdas en un nodo de conmutación ATM suficientemente genérico

situado en un nivel jerárquico de multiplexación alto de la red. Las hipótesis de partida (llegadas de *Poisson*, múltiples enlaces) son adecuadas para modelar nodos de nivel alto recibiendo tráfico agregado. Los parámetros estimados son la media del número de unidades en cola y el *CLR*. Dichos parámetros pueden estimarse también en el caso de que haya dos tipos de tráfico con diferentes umbrales para descartar celdas en la cola.

La estimación de la media del número de celdas en la cola de capacidad infinita es precisa, mientras que las del *CLR* en la cola de capacidad finita lo son menos, aunque en todos los casos son de cómputo extremadamente simple (fórmulas cerradas y compactas). Esta facilidad de cómputo las hace aptas para un primer acercamiento al problema de diseño, permitiendo evaluar rápidamente el orden de magnitud de la calidad de servicio obtenida. La carencia principal de las aproximaciones analizadas, es que se ha supuesto que el tiempo de servicio de la cola $M/D/s/s+B$ sea continuo. En el próximo capítulo 3, se soluciona este punto.

Capítulo 3. Modelo analítico basado en el sistema de colas $M/D/s$ para caracterizar parámetros de calidad en nodos ATM . Tiempo de servicio discreto

3.1. Introducción

En este capítulo se presenta una aproximación al número medio de celdas en la cola y a la probabilidad de pérdida de celdas para una cola $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y con un esquema de cinco prioridades. La aproximación que proponemos es fácil de calcular, por lo que resulta una herramienta eficiente para dimensionar nodos ATM en general. Hemos comparado los resultados analíticos obtenidos con la solución exacta al modelo $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto en el caso de no contemplar prioridades. La obtención de dicha solución exacta se desarrolla en el Anexo V y presenta una gran complejidad computacional especialmente si B es grande.

En el caso de contemplar varios niveles de prioridad, hemos comparado los resultados del análisis con los obtenidos mediante el simulador *ADSIM* (*ATM Devices Simulator*) que hemos desarrollado y validado como se describe en el Anexo IV. En ambos casos la aproximación propuesta ofrece buenos resultados para el margen típico de valores que se utiliza comúnmente en la evaluación de prestaciones de los conmutadores ATM : carga media y alta ($0.5 \leq \rho \leq 0.9$) y un número no muy grande de servidores ($1 \leq s \leq 16$).

3.2. Modelo $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y dos niveles de prioridad

En primer lugar, haremos el análisis para dos niveles de prioridad, generalizando después a cinco, contemplando así las cinco clases de servicio que ofrece *ATM*. En el apartado 3.2.1 veremos una descripción del sistema de colas utilizado, como se hizo en el capítulo anterior. En los apartados (3.2.2) y (3.2.3) se presentan las estimaciones al número medio de celdas en la cola. Una aproximación a la probabilidad de pérdida de celdas se presenta en el apartado 3.2.4 para un esquema de dos niveles de prioridad. En el apartado 3.3 se extiende el modelo analítico propuesto al caso de disponer de cinco niveles de prioridad. En cada caso, se comparan los resultados analítico con resultados exactos (sin prioridad) o con resultados obtenidos mediante simulación (cuando se consideren prioridades).

Como se hizo en el capítulo anterior, veremos una descripción del sistema de colas utilizado, se presentarán las estimaciones al número medio de celdas en la cola y a la probabilidad de pérdida de celdas y se compararán los resultados analíticos con resultados exactos (para los casos en que se disponga de ellos) y con resultados obtenidos mediante simulación.

3.2.1. Modelo del nodo de conmutación

El modelo de nodo de conmutación que analizamos es el descrito en el apartado (1-1) Del capítulo 1, y puede verse reflejado en la Figura (1-1). La cola que evaluamos es una $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto. Las características de esta cola son las mismas que se explicaron y justificaron en el capítulo 2: llegadas de *Poisson*, múltiples servidores, cola de capacidad finita, esquema de prioridades sin interrupción y disciplina de servicio *FIFO* para cada prioridad.

La principal diferencia en el modelo analítico que se presenta en este capítulo, radica en que el tiempo de servicio se ha considerado que es discreto, como realmente sucede en la operación de un conmutador *ATM*. A continuación, vamos a analizar con más detalle qué significa decir que el tiempo de servicio es discreto.

Los tiempos de servicio de las celdas tienen duración constante, puesto que como ya se ha dicho, la celda tiene longitud fija de 53 *bytes*. Sin pérdida de generalidad, el tiempo medio de servicio se suele igualar a la unidad, y se toma como la unidad de tiempo (*u.d.t.*). Así, el tiempo está dividido en intervalos de longitud fija o *slots* de tal manera que el sistema funciona sobre una base temporal discreta o ranurada. Es decir, los servicios sólo ocurren al principio de cada *slot* (cuando como mucho las *s* primeras celdas de la cola empiezan a ser servidas) y las posibles salidas del sistema ocurren al final del *slot* temporal. Las celdas que llegan al sistema durante un *slot* temporal, ingresan en la cola, si es que hay capacidad suficiente. Esto no se produce en una cola con tiempo de servicio continuo, en que las celdas son servidas en cuanto llegan al sistema (si es que hay algún servidor libre). Esta acumulación de celdas durante el *slot* temporal, produce una acumulación adicional de celdas en la cola durante el tiempo de servicio, y en consecuencia la existencia de un *CLR* adicional con respecto al *CLR* de una cola con tiempo de servicio

continuo. Se puede observar un esquema de lo dicho en la Figura (3-1). En el Anexo II se amplía esta explicación y se aporta un análisis para evaluar esta acumulación de celdas y el incremento en *CLR* que se produce, como consecuencia de considerar que el tiempo de servicio es discreto.

Sea N_i el número de celdas en la cola al inicio del *slot* i , y sea a_i el número de celdas que llegan al sistema durante el intervalo temporal equivalente al *slot* i . El número de celdas en la cola al final del *slot* i , N_{i+1} , será:

$$N_{i+1} = \text{Min} \{ \text{Max} \{ N_i - s, 0 \} + a_i, B \} \quad (3-1)$$

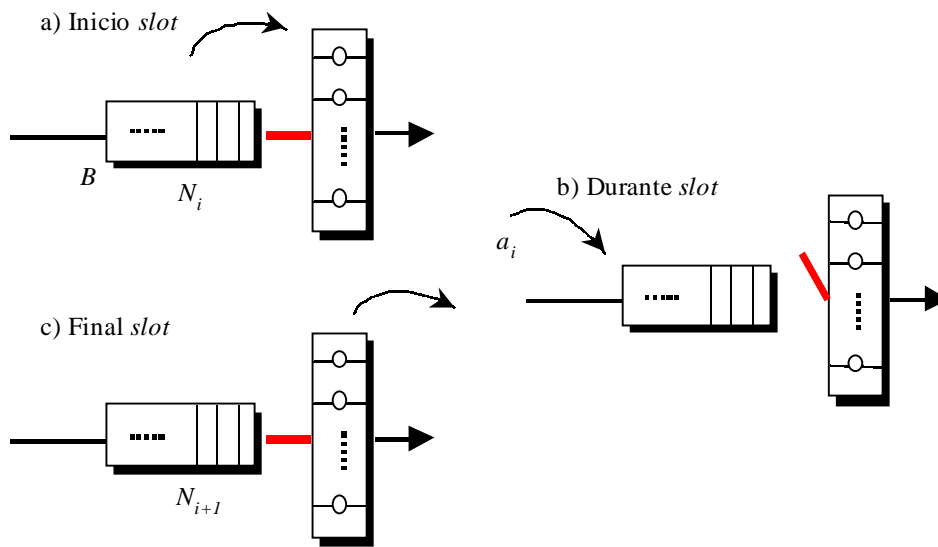


Figura 3-1. Esquema que ilustra el tiempo de servicio discreto.

3.2.2. Estimación de la ocupación media de la cola. Tiempo de servicio discreto

En este apartado, extendemos el procedimiento presentado en el capítulo 2, concretamente en el apartado 2.3, en que se describe la aproximación para calcular la longitud media de la cola *M/D/s* para tiempo de servicio continuo \bar{Q}_D , expresada en la Ecuación (2-2).

En el Anexo II se propone un método para computar de modo aproximado el número medio de celdas que llegan al sistema (para un proceso de llegadas de *Poisson*) durante todo un intervalo de servicio y que ingresan en cola, que denominamos \bar{N}_{discr} . Dicho valor se puede aproximar, como se expresa en las Ecuaciones (II-3) y (II-4) del Anexo II, mediante la siguiente expresión:

$$\bar{N}_{discr} \cong \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^L i \cdot \frac{\lambda^i \cdot e^{-\lambda}}{i!} \xrightarrow{L \rightarrow \infty} \frac{\lambda}{2} \quad (3-2)$$

donde L es el espacio libre que en media hay disponible para las celdas que llegan al sistema durante un intervalo de servicio. En el Anexo II, se demuestra que para un tamaño de cola suficientemente grande, (que para el rango de valores de carga y número de canales analizado puede considerarse a partir de $B=12$), $\bar{N}_{discr} \cong \frac{\lambda}{2}$. Este es aproximadamente el número medio de celdas que llegan al sistema durante un *slot* temporal, como se propone en [CHU70].

Sumando las Ecuaciones (3-2) y (2-2), obtenemos una expresión para calcular la longitud media de la cola $M/D/s$ para tiempo de servicio discreto:

$$\bar{Q}_D \cong \bar{Q}_M \cdot F + \frac{\lambda}{2} = PD \cdot \frac{\rho}{1-\rho} \cdot F + \frac{\lambda}{2} \quad , \quad \text{donde } \lambda = \frac{\rho \cdot s}{d} = \rho \cdot s \cdot \mu \underset{\substack{\uparrow \\ 1/\mu \cong 1}}{=} \rho \cdot s \quad (3-3)$$

donde el parámetro F se expresa en la Ecuación (2-2).

En las Figuras (3-2) y (3-3) vemos representado \bar{Q}_D (la longitud media de la cola $M/D/s$) y \bar{W}_D (el tiempo medio de espera en cola) para tiempo de servicio discreto. Los puntos son los valores exactos para \bar{Q}_D y \bar{W}_D obtenidos a partir de la resolución del sistema de $B+1$ ecuaciones y $B+1$ incógnitas expresadas en las Ecuaciones (V-3) del Anexo V, para un valor de B lo suficientemente grande para considerarlo como infinito (ese valor depende de la carga y número de canales, llegando a resolver sistemas de ecuaciones hasta 100×100). Las líneas, se obtienen de la Ecuación (3-3). De la comparación de estos resultados, podemos dar como muy válida la aproximación (3-3).

Nótese que para un valor en particular de la intensidad de tráfico ρ , el tráfico total ofrecido al sistema $A=\rho \cdot s$ crece cuando el número de canales s crece, por lo que \bar{Q}_D también crece. Sin embargo, \bar{W}_D decrece, debido a la relación de *Little* y que la tasa de llegadas λ también crece.

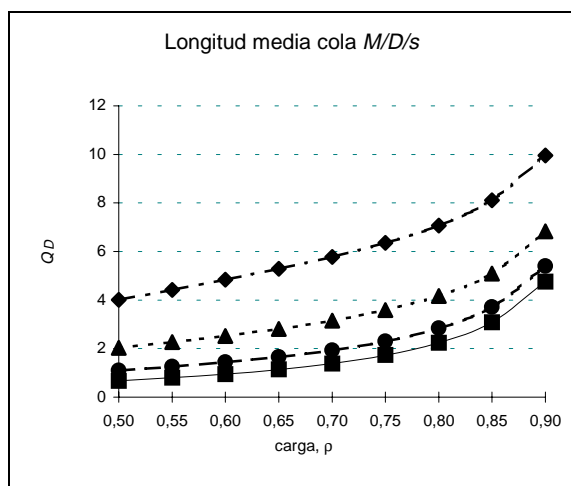


Figura 3-2. Longitud media de la cola $M/D/s$. Tiempo de servicio discreto.

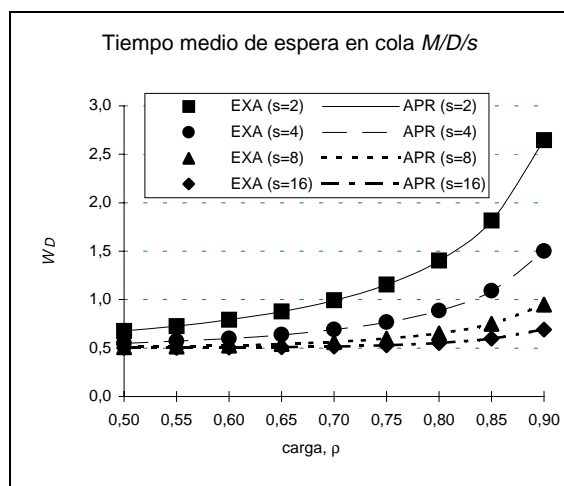


Figura 3-3. Tiempo medio de espera en la cola $M/D/s$. Tiempo de servicio discreto.

3.2.3. Estimación de la ocupación media de la cola. Esquema con dos prioridades

Extendemos el estudio realizado en el apartado (2-6) para el cálculo del número medio de celdas prioritarias (\bar{Q}_1^D) y no prioritarias (\bar{Q}_2^D) en la cola M/D/s al caso de considerar que el tiempo de servicio es discreto. Los valores \bar{Q}_1^D y \bar{Q}_2^D , darán una idea de la capacidad necesaria de las colas para cada nivel de prioridad, a la hora de dimensionarlas.

En primer lugar, calcularemos el número medio de celdas prioritarias en la cola, \bar{Q}_1^D . Bastará añadir a la Ecuación (2-9) el número medio de celdas prioritarias que llegan al sistema durante un intervalo de servicio.

$$\bar{Q}_1^D = \bar{Q}_1^M \cdot \left(\frac{(1-p \cdot \rho) \cdot s}{s+1} + \frac{p \cdot \rho}{2} \right) + \frac{\lambda_1}{2} = PD \cdot \frac{p \cdot \rho}{1-p \cdot \rho} \cdot \left(\frac{(1-p \cdot \rho) \cdot s}{s+1} + \frac{p \cdot \rho}{2} \right) + \frac{p \cdot \rho \cdot s}{2} \quad (3-4)$$

donde p es el tanto por uno de celdas prioritarias y $\lambda_1 = p \cdot \rho \cdot s$ es la tasa media de llegada de las celdas prioritarias. Para las celdas no prioritarias, la tasa media de llegada es $\lambda_2 = (1-p) \cdot \rho \cdot s$. El número medio de celdas no prioritarias en la cola, \bar{Q}_2^D se obtiene combinando la siguiente expresión y la Ecuación (3-3), de tal modo que la única incógnita es \bar{Q}_2^D .

$$\bar{Q}^D = \bar{Q}_1^D + \bar{Q}_2^D \quad (3-5)$$

Las Figuras (3-4) y (3-5) representan la longitud media de la cola para celdas prioritarias (\bar{Q}_1^D) y no prioritarias (\bar{Q}_2^D), para igual proporción de celdas de cada tipo ($p=0.5$). Las Figuras (3-6) y (3-7) muestran los mismos valores, para un 25% de celdas prioritarias ($p=0.25$). Las líneas continuas se obtienen de las Ecuaciones (3-4) y (3-5) y los puntos se obtienen con el simulador descrito en el Anexo IV. Como puede observarse, la aproximación es muy cercana a los valores obtenidos mediante simulación.

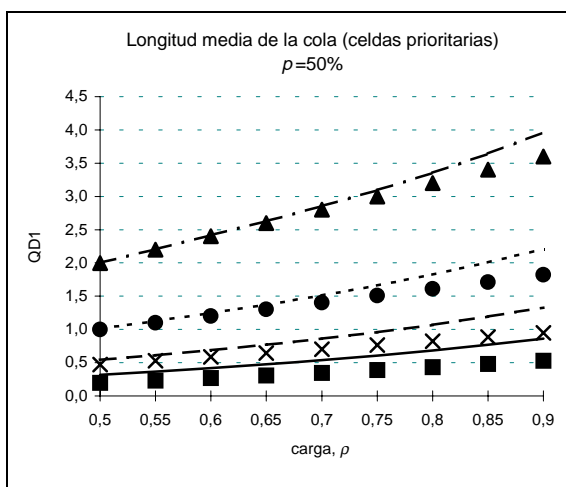


Figura 3-4. Número medio de celdas vs. carga para celdas prioritarias ($p=50\%$).

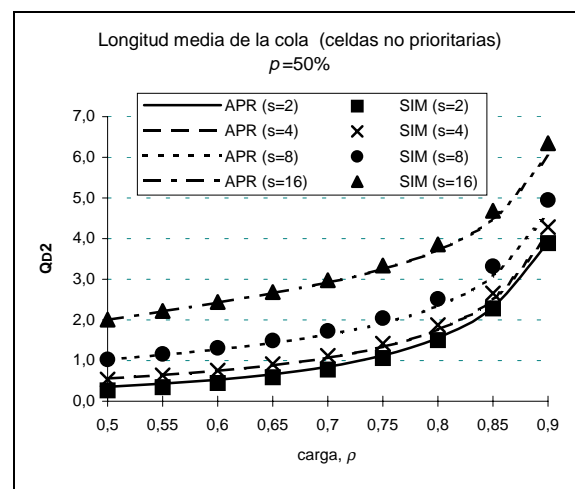


Figura 3-5. Número medio de celdas vs. carga para celdas no prioritarias ($p=50\%$).

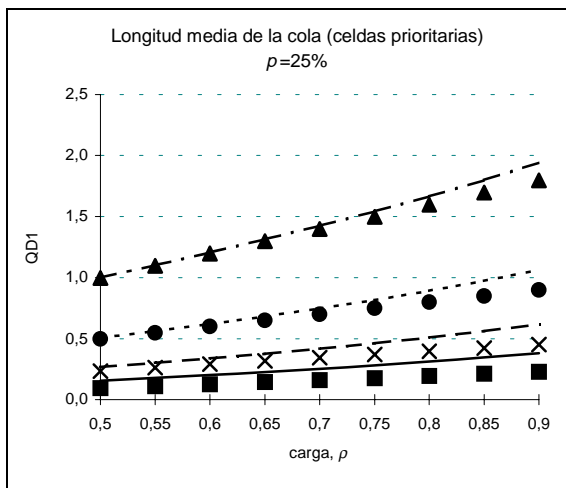


Figura 3-6. Número medio de celdas vs. carga para celdas prioritarias ($p=25\%$).

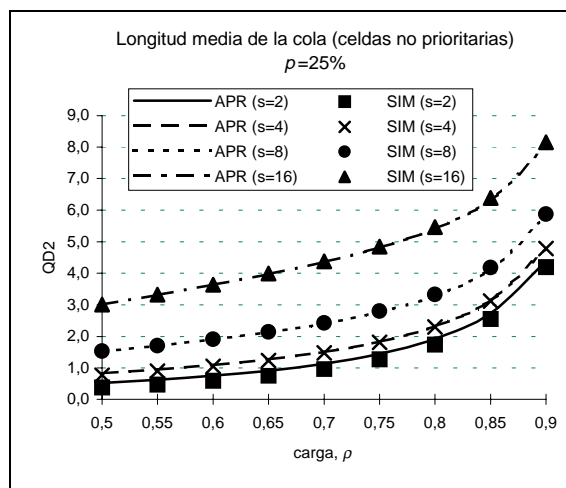


Figura 3-7. Número medio de celdas vs. carga para celdas no prioritarias ($p=25\%$).

3.2.4. Estimación de la probabilidad de pérdida de celdas. Tiempo de servicio discreto y dos niveles de prioridad

Para calcular la probabilidad de pérdida de celdas o CLR en la cola $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto, añadiremos a la expresión que aproxima la probabilidad de pérdida de celdas en la cola $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio continuo (CLR_{cont}) otra cantidad que aproxima la probabilidad de pérdida de celdas adicional debido a que el tiempo de servicio es discreto (CLR_{discr}). Los resultados que se obtengan mediante el análisis propuesto, serán comparados mediante el simulador *ADSIM* (*ATM Devices Simulator*) que describimos en el Anexo IV, puesto que no se dispone de solución exacta cuando se contempla un esquema de prioridades, y en todo caso, sería muy laborioso plantear un sistema de ecuaciones que incorpora cinco niveles de prioridad.

- **Método de estimación**

En el capítulo 2 utilizamos la Ecuación (2-7) para computar el CLR_{cont} . Sin embargo, en esta ocasión utilizaremos la excelente aproximación propuesta por el Dr. Toshikazu Kimura en [KIM93], cuyo proceso de obtención es más complejo a la vez que ofrece resultados ligeramente más exactos:

$$CLR^{cont} = P_{s+B}(M/D/s/s+B) \cong \frac{PD}{1 - \rho \left(\rho_{eq} \right)^B PD} (1 - \rho) \left(\rho_{eq} \right)^B \tag{3-6}$$

donde el valor de la carga equivalente ρ_{eq} se obtiene del mismo modo que en el apartado 2.4 y cuya expresión es la Ecuación (2-6).

Ahora introduciremos el esquema de dos prioridades, siguiendo los mismos pasos indicados en el apartado (2-6). El CLR para celdas prioritarias, CLR_1^{cont} se obtiene utilizando la Ecuación

(3-6) donde ρ_{eq1} se expresa en la Ecuación (2-11), $p \cdot \rho$ es la carga prioritaria y B_1 es el umbral de descarte de las celdas prioritarias, indicado en la Figura (2-5).

$$CLR_1^{cont} \cong \frac{PD}{1 - p\rho \left(\rho_{eq1} \right)^{B_1} PD} (1 - p\rho) \left(\rho_{eq1} \right)^{B_1} \quad (3-7)$$

Para las celdas no prioritarias, CLR_2^{cont} se obtiene directamente de la Ecuación (3-6), puesto que a estas celdas afecta también la carga de las celdas prioritarias. La carga equivalente ρ_{eq} se expresa en la Ecuación (2-6), con el parámetro F válido para carga media y alta expresado en la Ecuación (2-2), y B_2 es la capacidad total de la cola.

$$CLR_2^{cont} \cong \frac{PD}{1 - \rho \left(\rho_{eq} \right)^{B_2} PD} (1 - \rho) \left(\rho_{eq} \right)^{B_2} \quad (3-8)$$

Ahora tendremos en cuenta que para obtener la aproximación del CLR en la cola discreta $M/D/s/s+B$, hay que añadir a esta aproximación del CLR para cola continua $M/D/s/s+B$ otra cantidad debida a las pérdidas adicionales que produce la acumulación extraordinaria de celdas durante el intervalo de servicio, que denominamos CLR_{discr} . La aproximación que proponemos para el cálculo del CLR_{discr} se halla extensamente desarrollada en el Anexo II. Su expresión corresponde concretamente a la Ecuación (II-12):

$$CLR_{discr}(\rho, s, B, \bar{Q}_D) \cong e^{-\lambda} \cdot \sum_{k=L}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} \underset{\lambda < L+1}{\cong} e^{-\lambda} \cdot \lambda^L \cdot \frac{L + \lambda + 1}{(L + 1)!} \quad (3-9)$$

donde L es el espacio libre que en media hay disponible para las celdas que llegan al sistema durante un intervalo de servicio, y que puede aproximarse por la capacidad total de la cola B , menos la ocupación media de la misma computada al inicio del intervalo de servicio, que corresponde a $\bar{Q}_D - \frac{\lambda}{2}$ en la Ecuación (3-3):

$$L = \left\lfloor B - \bar{Q}_D + \frac{\lambda}{2} \right\rfloor, \text{ donde } \lceil i \rceil \text{ es el entero superior a } i \quad (3-10)$$

Finalmente, las aproximaciones que proponemos para el cálculo del CLR en una cola $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y dos niveles de prioridad, son:

$$\begin{aligned} CLR_1 &\cong CLR_1^{cont} + CLR_1^{discr}(\rho_{eq1}, s, B_1, \bar{Q}_1^D) \\ CLR_2 &\cong CLR_2^{cont} + CLR_2^{discr}(\rho_{eq}, s, B_2, \bar{Q}_2^D) \end{aligned} \quad (3-11)$$

donde la probabilidad de pérdida de celdas prioritarias en la cola continua (CLR_1^{cont}) se obtiene mediante la Ecuación (3-7), CLR_2^{cont} con la Ecuación (3-8), el número medio de celdas prioritarias en una cola infinita (\bar{Q}_1^D) con la Ecuación (3-4), \bar{Q}_2^D a partir de las Ecuaciones (3-3) y (3-5), ρ_{eq1} se expresa en la Ecuación (2-11) y ρ_{eq} en la Ecuación (2-6). Nótese que esta carga equivalente para las celdas no prioritarias, debería ser $\rho_{eq}(1-CLR_1)$ pero para pérdidas pequeñas ($CLR_1 \leq 10^{-2}$), este valor puede aproximarse por ρ_{eq} . Los umbrales de descarte de las celdas, B_1 y B_2 , se representan en la Figura (2-5).

• Resultados numéricos

Hemos realizado numerosas comprobaciones del modelo analítico propuesto para el cálculo de la probabilidad de pérdidas en la cola $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y dos niveles de prioridad en las celdas. Los resultados han sido comparados con los obtenidos mediante el simulador descrito en el Anexo IV, validando así nuestro modelo analítico. Debido a limitaciones computacionales, hemos simulado hasta 10^7 celdas, alcanzando un CLR mínimo de 10^{-6} . Para valores menores de CLR , la pérdida de una celda es un evento raro con poco significado estadístico sobre el total de celdas simuladas, y para ello sería necesario añadir técnicas para la aceleración de la simulación, que permiten conseguir valores menores del CLR sin necesidad de simular un mayor número de celdas [VIL91].

La Figura (3-8) presenta en líneas continuas el CLR_1 para celdas prioritarias calculado con la Ecuación (3-11) y en líneas punteadas, los valores obtenidos por simulación. Cada enlace está cargado al 70%, el umbral de descarte de celdas prioritarias toma valores $2 \leq B_1 \leq 12$ celdas, el sistema tiene un número de enlaces s igual a 2, 4, 6 y 8 y el tanto por ciento de celdas prioritarias es $p=50\%$.

La Figura (3-9) muestra las pérdidas para ambos niveles de prioridad, CLR_1 y CLR_2 para un sistema con $s=16$ enlaces, un porcentaje de celdas prioritarias $p=50\%$, un umbral de descarte de celdas prioritarias $B_1=B$ y de celdas no prioritarias (coincidente con la capacidad de la cola) $B_2=4 \cdot B_1$, para B variando entre 2 y 12. Para celdas prioritarias el CLR_1 es mayor a medida que la capacidad de cola B_1 es menor, como sucede en redes *ATM* para tráfico sensible al retardo (p. ej. *CBR*, voz, ...) que debe tener prioridad y un espacio de memoria pequeño para evitar largos retardos y variaciones del retardo, aún a costa de un mayor nivel en el CLR . El tráfico sensible a las pérdidas (*ABR*, datos, ...), deberá disponer de más espacio de memoria que resultará en tener menor CLR a coste de tener mayores valores en el retardo y en su variación.

En éstas y en las próximas figuras puede observarse que hay un buen acuerdo entre el método estimado propuesto y los resultados de simulación, para un amplio margen de valores para la carga, la capacidad de la cola y el número de canales.

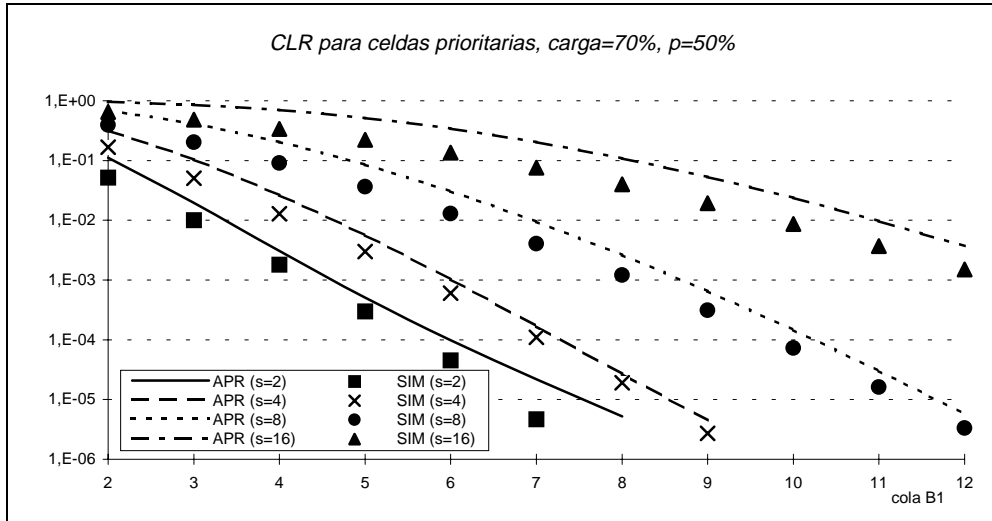


Figura 3-8. CLR_1 vs. capacidad de la cola para celdas prioritarias ($\rho=70\%$).

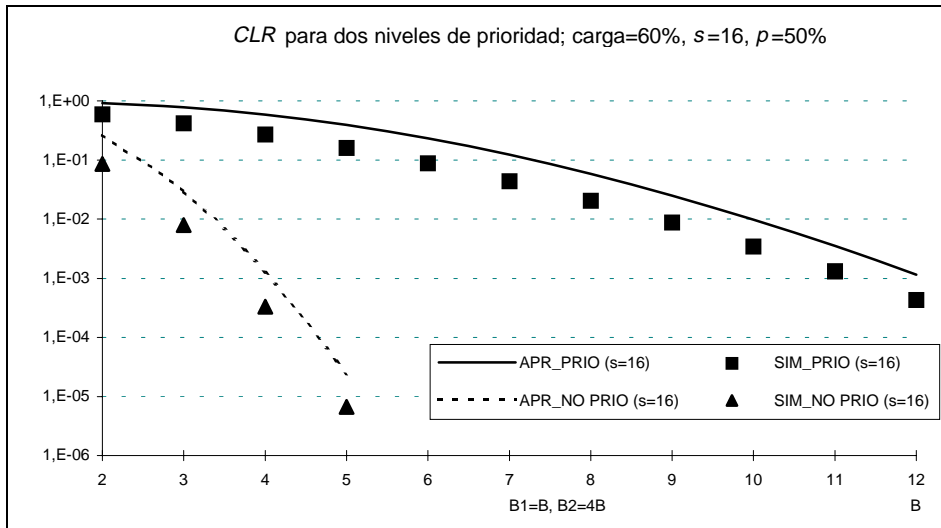


Figura 3-9. CLR_1 y CLR_2 vs. capacidad de la cola para ambos tipos de celdas ($\rho=60\%$).

A continuación, se presentan algunos resultados más. La Figura (3-10) muestra los valores para la probabilidad de pérdida de las celdas prioritarias (CLR_1) en función de la capacidad total de la cola $B_2=4 \cdot B_1$, siendo B_1 el umbral de descarte de las celdas prioritarias. Las celdas prioritarias suponen un 50% del total ($p=0.5$), y la carga por enlace es del 60% ($\rho=0.6$). El número de enlaces es un parámetro y toma los valores $s=2, 4, 8$ y 16 .

La Figura (3-11) muestra los valores de la probabilidad de pérdida de las celdas no prioritarias para los mismos parámetros anteriores.

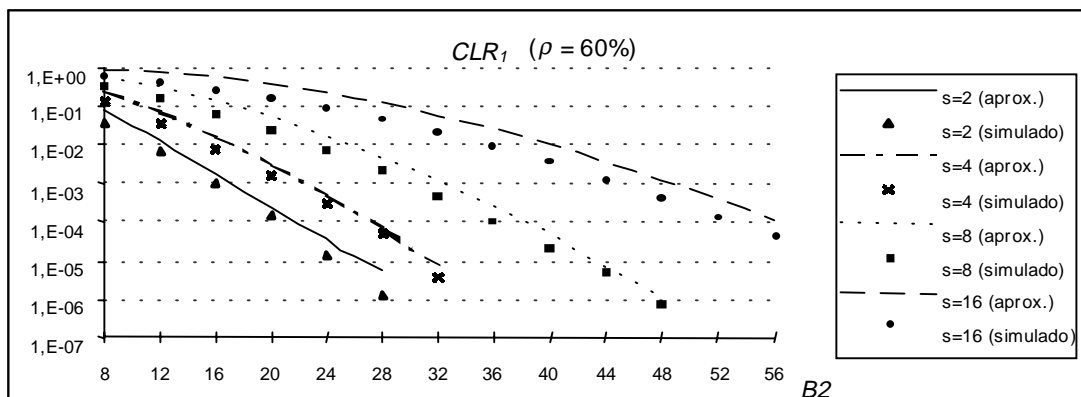


Figura 3-10. CLR_1 vs. capacidad total de la cola B_2 ($B_2=4 \cdot B_1$) para celdas prioritarias ($\rho=0.6$, $p=50\%$).

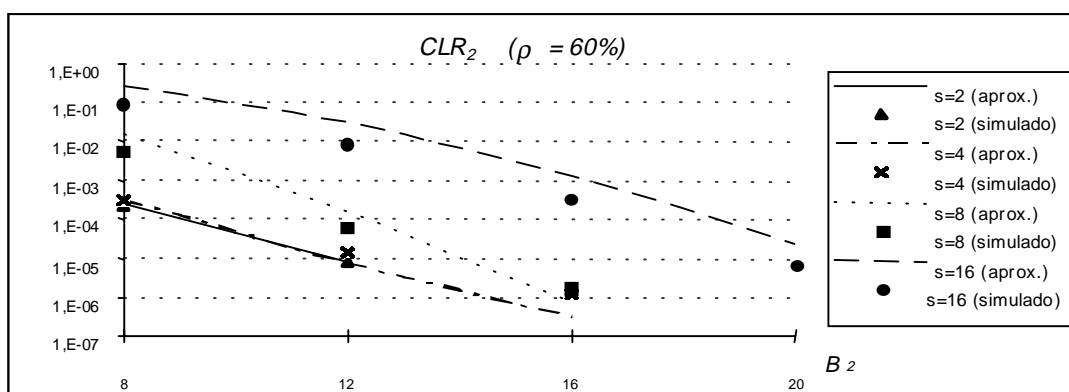


Figura 3-11. CLR_2 vs. capacidad de la cola B_2 para celdas no prioritarias ($\rho=0.6$, $p=50\%$).

Las Figuras (3-12) y (3-13) muestran las pérdidas para celdas prioritarias (CLR_1) y no prioritarias (CLR_2) respectivamente, para $p=25\%$, $\rho=70\%$ y $s=2, 4, 8$ y 16 canales, en función de las capacidades de las colas, B_1 y B_2 respectivamente.

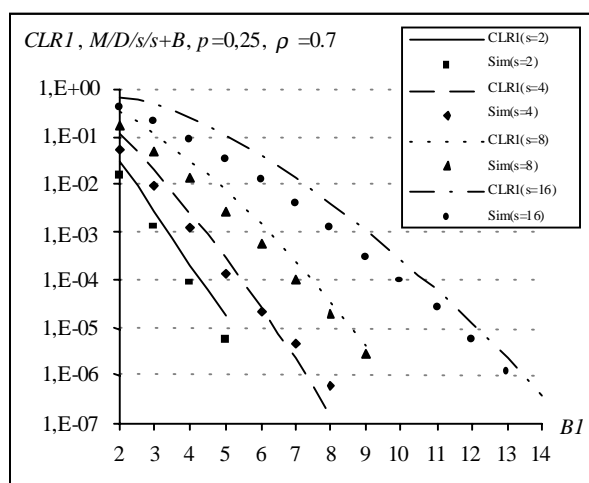


Figura 3-12. CLR_1 vs. B_1 ($\rho=0.7$, $p=25\%$).

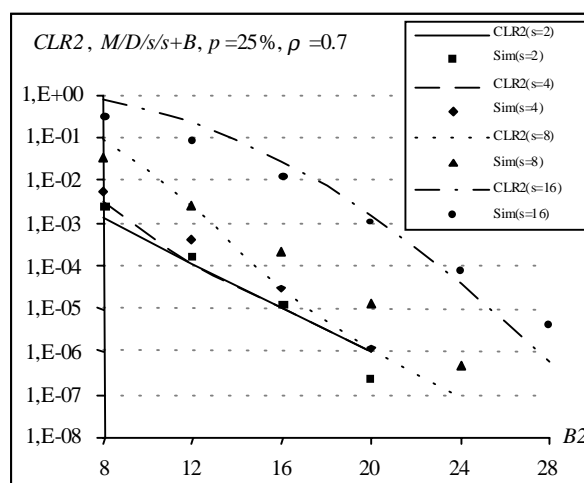


Figura 3-13. CLR_2 vs. B_2 ($\rho=0.7$, $p=25\%$).

La Figura (3-14) representa las pérdidas para celdas prioritarias y no prioritarias en función del parámetro B ($2 \leq B \leq 8$), de manera que $B_1=B$ y $B_2=4 \cdot B$. El sistema tiene $s=8$ enlaces, $p=25\%$ (hay un 25% de celdas prioritarias y un 75% de no prioritarias) y la carga por enlace es $\rho=50\%$.

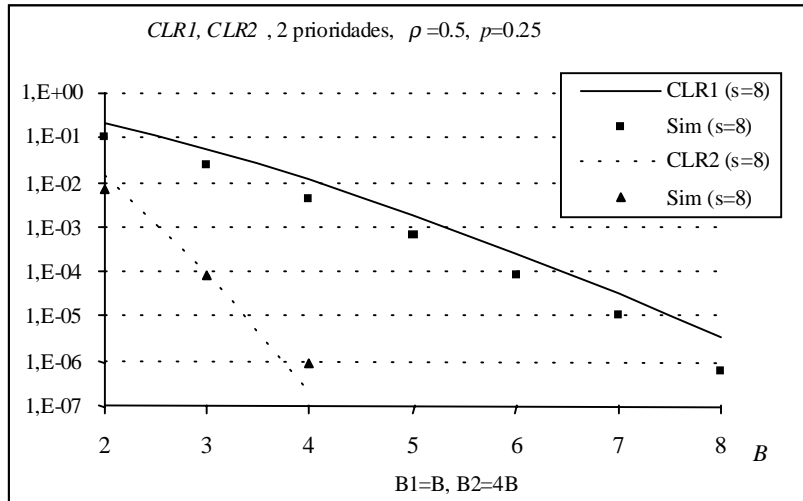


Figura 3-14. CLR_1 y CLR_2 vs. umbral de descarte B_1 para celdas prioritarias ($\rho=0.5$, $p=25\%$, $s=8$).

3.3. Modelo M/D/s/s+B con tiempo de servicio discreto y cinco niveles de prioridad

Visto que son válidas las aproximaciones que proponemos para evaluar la ocupación media de la cola (supuesta infinita) y la probabilidad de pérdida de celdas en el sistema M/D/s/s+B con tiempo de servicio discreto y un esquema con dos prioridades, Ecuaciones (3-4), (3-5), y (3-11), vamos a extender estos resultados a un esquema con cinco prioridades. El proceso de obtención de dichas expresiones es largo, aunque exento de gran complejidad, y una vez hemos automatizado las fórmulas mediante un programa en código C, ha sido inmediata su utilización.

3.3.1. Estimación de la ocupación media de la cola. Esquema con cinco prioridades

Como se expresa en la Ecuación (3-3), sea \bar{Q}_M la ocupación media de la cola M/M/s. Entonces la ocupación media de la cola M/D/s con tiempo de servicio discreto es \bar{Q}_D y utilizando la relación de Little, el tiempo medio de espera en la cola es \bar{T}_Q^D .

$$\bar{Q}_D = \bar{Q}_M \times F + \frac{\lambda}{2} \tag{3-12}$$

$$\bar{T}_Q^D = \frac{\bar{Q}_D}{\lambda} \tag{3-13}$$

El parámetro F se expresa en la Ecuación (2-2) donde aparecen dos posibles valores según la carga sea alta o baja. Para el margen de número de canales que hemos utilizado ($2 \leq s \leq 8$) hemos elegido $\rho=0.5$ como umbral de decisión entre ambas ecuaciones puesto que así se obtienen resultados más exactos.

$$\begin{cases} F = \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 + \frac{(1-\rho) \cdot (s-1) \cdot (\sqrt{4+5 \cdot s} - 2)}{16\rho \cdot s} \right\} & \rho \geq 0,5 \\ F = \frac{(1-\rho) \cdot s}{s+1} + \frac{\rho}{2} & \rho < 0,5 \end{cases} \quad (3-14)$$

Por lo tanto, el factor F es una función de la carga, $F(\rho)$. Definiremos F_i como $F(\rho_i)$ donde la carga que soporta o afecta a cada nivel de prioridad i es la suma de cargas de prioridad igual o superior (índice $k \leq i$), siendo p_k el tanto por uno de celdas de prioridad k .

$$\begin{aligned} \rho_i &= \rho \cdot \sum_{k=1}^i p_k \\ \lambda_i &= \rho_i \cdot s \end{aligned} \quad (3-15)$$

Para comprender esta definición, en la Figura (3-15) se ve un esquema de la organización del espacio de memoria en la cola con cinco prioridades. Nótese que la carga que afecta a cada nivel de prioridad es la suma de cargas de prioridad superior (celdas que están delante en la cola) sin que afecte la carga de las celdas de prioridad inferior (celdas que están detrás en la cola), puesto que una celda que ingresa en la cola, se sitúa detrás de las celdas de prioridad superior y delante de las celdas de prioridad inferior, siempre que no se supere el umbral de descarte permitido para su nivel de prioridad. Ver Anexo IV, Figura (IV-2).

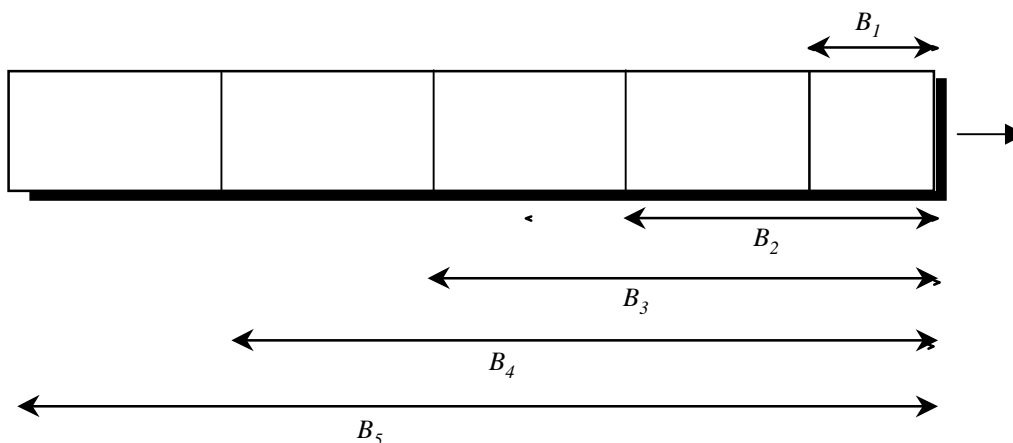


Figura 3-15. Esquema de cinco prioridades en la cola. Umbrales de descarte para cada prioridad.

En primer lugar necesitamos definir los siguientes parámetros:

- p_1 : Porcentaje de carga que representa el tráfico *CBR*
- p_2 : Porcentaje de carga que representa el tráfico *rt-VBR*
- p_3 : Porcentaje de carga que representa el tráfico *nrt-VBR*
- p_4 : Porcentaje de carga que representa el tráfico *ABR*
- p_5 : Porcentaje de carga que representa el tráfico *UBR*

B_1 : Límite de celdas en cola para el tráfico *CBR*

B_2 : Límite de celdas en cola para el tráfico *rt-VBR*

B_3 : Límite de celdas en cola para el tráfico *nrt-VBR*

B_4 : Límite de celdas en cola para el tráfico *ABR*

B_5 : Límite de celdas en cola para el tráfico *UBR*

Así pues, el número medio de celdas *CBR* que habría en la cola si fuera infinita, queda de la siguiente forma:

$$\bar{Q}_{D_1} = \frac{\rho_1 \cdot \rho}{(1 - \rho_1 \cdot \rho)} \cdot PD \cdot F_1 + \frac{\lambda_1}{2} = \frac{\rho_1}{(1 - \rho_1)} \cdot PD \cdot F_1 + \frac{\lambda_1}{2} \quad (3-16)$$

Nótese que *PD* es la probabilidad de demora en el sistema *M/M/s*, conocida también como función Erlang-C(*s, ρ·s*) y que expresamos en la Ecuación (2-4). Por lo tanto, en *PD* el valor de ρ debe ser la carga por enlace global que soporta el sistema.

Utilizando la relación de *Little*, y que la tasa media de llegada de celdas prioritarias es $\lambda_1 = \rho_1 \cdot s$, el retardo medio en la cola para las celdas *CBR* es:

$$\bar{T}_{Q_1} = \frac{\bar{Q}_{D_1}}{\lambda_1} = \frac{1}{s \cdot (1 - \rho_1)} \cdot PD \cdot F_1 + 0,5 \quad (3-17)$$

La expresión anterior es fácilmente extensible al resto de probabilidades, con $\lambda_i = \rho_i \cdot s$.

- Para el tráfico *rt-VBR*:

$$\bar{T}_{Q_2} = \frac{1}{s \cdot (1 - \rho_2)} \cdot PD \cdot F_2 + 0,5 \quad (3-18)$$

- Para el tráfico *nrt-VBR*:

$$\bar{T}_{Q_3} = \frac{1}{s \cdot (1 - \rho_3)} \cdot PD \cdot F_3 + 0,5 \quad (3-19)$$

- Para el tráfico *ABR*:

$$\bar{T}_{Q_4} = \frac{1}{s \cdot (1 - \rho_4)} \cdot PD \cdot F_4 + 0,5 \quad (3-20)$$

- Para el tráfico *UBR*:

$$\bar{T}_{Q_5} = \frac{1}{s \cdot (1 - \rho_5)} \cdot PD \cdot F_5 + 0,5 \quad (3-21)$$

3.3.2. Estimación de la probabilidad de pérdida de celdas. Tiempo de servicio discreto y cinco niveles de prioridad

Partiremos de la aproximación que hemos propuesto para el cálculo de las pérdidas en la cola $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto, Ecuaciones (3-6) y (3-9):

$$CLR \cong CLR^{cont} + CLR^{discr} \quad (3-22)$$

$$CLR^{cont} = P_{s+B}(M/D/s/s+B) \cong \frac{PD}{1 - \rho \left(\rho_{eq} \right)^B PD} (1 - \rho) \left(\rho_{eq} \right)^B \quad (3-23)$$

$$CLR^{discr} \cong e^{-\lambda} \frac{\lambda^L}{L!} \left(1 + \frac{\lambda}{L+1} \right) = e^{-\lambda} \lambda^L \left(\frac{L + \lambda + 1}{(L+1)!} \right) \quad (3-24)$$

donde ρ_{eq} y L se definen en las Ecuaciones (2-6) y (3-10) respectivamente.

La extensión de estas expresiones para las diferentes prioridades se muestra a continuación.

- Para el tráfico *CBR*:

$$CLR_1 \cong \frac{PD}{1 - \rho_1 \cdot \left(\rho_{eq1} \right)^{B_1} \cdot PD} \cdot \left(1 - \rho_1 \right) \cdot \left(\rho_{eq1} \right)^{B_1} + e^{-\lambda_1} \cdot \left(\lambda_1 \right)^{L_1} \cdot \left(\frac{L_1 + \lambda_1 + 1}{(L_1 + 1)!} \right) \quad (3-25)$$

- Para el tráfico *rt-VBR*:

$$CLR_2 \cong \frac{PD}{1 - \rho_2 \cdot \left(\rho_{eq2} \right)^{B_2} \cdot PD} \cdot \left(1 - \rho_2 \right) \cdot \left(\rho_{eq2} \right)^{B_2} + e^{-\lambda_2} \cdot \left(\lambda_2 \right)^{L_2} \cdot \left(\frac{L_2 + \lambda_2 + 1}{(L_2 + 1)!} \right) \quad (3-26)$$

- Para el tráfico *nrt-VBR*:

$$CLR_3 \cong \frac{PD}{1 - \rho_3 \cdot \left(\rho_{eq3} \right)^{B_3} \cdot PD} \cdot \left(1 - \rho_3 \right) \cdot \left(\rho_{eq3} \right)^{B_3} + e^{-\lambda_3} \cdot \left(\lambda_3 \right)^{L_3} \cdot \left(\frac{L_3 + \lambda_3 + 1}{(L_3 + 1)!} \right) \quad (3-27)$$

- Para el tráfico *ABR*:

$$CLR_4 \cong \frac{PD}{1 - \rho_4 \cdot \left(\rho_{eq4} \right)^{B_4} \cdot PD} \cdot \left(1 - \rho_4 \right) \cdot \left(\rho_{eq4} \right)^{B_4} + e^{-\lambda_4} \cdot \left(\lambda_4 \right)^{L_4} \cdot \left(\frac{L_4 + \lambda_4 + 1}{(L_4 + 1)!} \right) \quad (3-28)$$

- Para el tráfico *UBR*:

$$CLR_5 \cong \frac{PD}{1 - \rho_5 \cdot \left(\rho_{eq5}\right)^{B_5} \cdot PD} \cdot \left(1 - \rho_5\right) \cdot \left(\rho_{eq5}\right)^{B_5} + e^{-\lambda_5} \cdot \left(\lambda_1\right)^{L_5} \cdot \left(\frac{L_5 + \lambda_5 + 1}{(L_5 + 1)!}\right) \quad (3-29)$$

en todas las expresiones:

$$\rho_{eq_i} = \frac{\rho_i F_i}{1 - \rho_i + \rho_i F_i} \quad (3-30)$$

$$L_i = \left[B_i - \bar{Q}_{D_i} + \frac{\lambda_i}{2} \right] \quad , \quad \text{donde } [i] \text{ es el entero superior a } i \quad (3-31)$$

Todas las fórmulas analíticas de este apartado (3-3), aunque son aproximadas suponen un modelo analítico sencillo que permite dimensionar fácilmente la estructura de colas de un nodo conmutador *ATM*. A continuación, contrarrestamos los valores obtenidos de las expresiones que proponemos con los resultados que proporciona el simulador descrito en el Anexo IV, para así poder validar el modelo analítico con la estructura de cinco prioridades que hemos implementado.

3.3.3. Resultados numéricos para el modelo que contempla cinco niveles de prioridad

Veamos las gráficas que nos muestran el nivel de bondad de las expresiones que aproximan la longitud media de la cola *M/D/s* y la probabilidad de pérdida de celdas en la cola *M/D/s/s+B*, ambas con tiempo de servicio discreto y un esquema de prioridades con cinco niveles de prioridad.

En la Tabla (3-1) presentamos los valores del tiempo medio de espera en cola en función de la eficiencia ρ , para el modelo sin pérdidas *M/D/s* con $s=8$ canales. Los valores teóricos que se muestran en esta tabla se han obtenido mediante las expresiones (3-17) a (3-21) para una proporción equitativa del tráfico, es decir que las diferentes proporciones en que llegan las celdas al sistema son $p_1=p_2=p_3=p_4=p_5=0.2$. Estos valores se comparan con los que se han obtenido del simulador descrito en el Anexo IV. El error relativo máximo en que se incurre es del 23.61%. Se han realizado diversas simulaciones para otras combinaciones en las proporciones del tráfico, con conclusiones similares. Además también se ha realizado el estudio para sólo dos prioridades ($p_1+p_2=1, p_3=p_4=p_5=0$), obteniéndose los mismos resultados de las Figuras (3-8) a (3-14). Así como para un único tipo de tráfico ($p_1=1, p_2=p_3=p_4=p_5=0$), con resultados idénticos a los presentados en el apartado 3.2.2. A continuación presentamos las gráficas correspondientes a una misma proporción de cada tipo de tráfico, caso en que aún llegando equitativamente celdas de las cinco clases de servicio *ATM* al sistema de colas compartido, se ve reflejado que los cinco niveles de descarte selectivo de celdas limitan un determinado espacio de memoria para cada tipo

de tráfico y se provee la calidad de servicio (en términos de la probabilidad de pérdida y del tiempo medio de espera) requerida por cada tipo de celdas. La idea es que una proporción mayor en uno o varios tipos de servicio no enmascaren el comportamiento del sistema frente a los demás.

Tabla 3-1. Tiempo medio de espera en cola para el modelo M/D/s con un esquema de cinco prioridades y s=8 canales.

Tiempo medio de espera en cola M/D/s para 5 niveles de prioridad										
ρ	CBR		rt-VBR		nrt-VBR		ABR		UBR	
	Aprox	Sim	Aprox	Sim	Aprox	Sim	Aprox	Sim	Aprox	Sim
0,5	0,507	0,5	0,507	0,5	0,508	0,501	0,509	0,509	0,51	0,535
0,6	0,517	0,5	0,518	0,5	0,52	0,504	0,524	0,525	0,533	0,599
0,7	0,533	0,5	0,537	0,5	0,542	0,51	0,552	0,559	0,606	0,743
0,8	0,556	0,5	0,564	0,501	0,577	0,521	0,602	0,627	0,854	1,118
0,9	0,588	0,5	0,603	0,503	0,629	0,54	0,691	0,755	1,991	2,456

En la Figura (3-16) se observan gráficamente los resultados anteriores y en la Figura (3-17) se observan los mismos resultados pero sin el servicio UBR para ver los demás con más precisión.

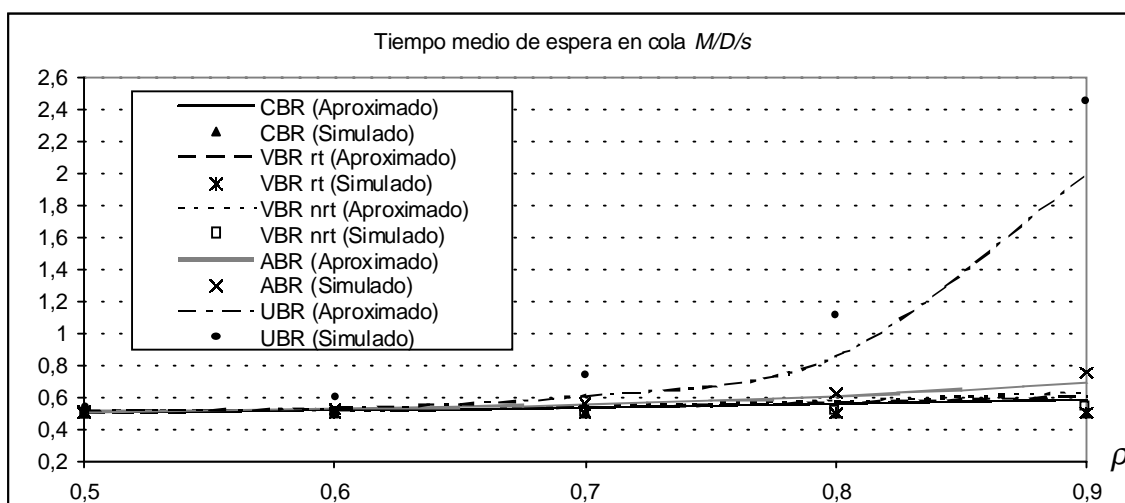


Figura 3-16 Retardo medio en cola de las celdas para el modelo M/D/s con un esquema de cinco prioridades, s=8.

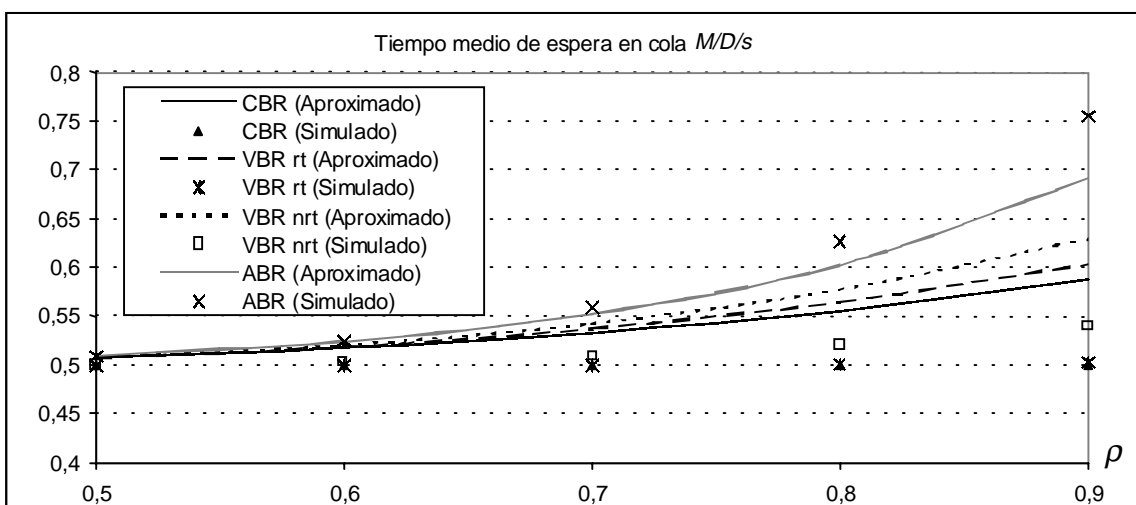


Figura 3-17 Retardo medio en cola para el modelo M/D/s con un esquema de cinco prioridades (sin el servicio UBR), s=8.

En la Tabla (3-2) disponemos de los valores obtenidos del modelo analítico que presentamos para el cálculo aproximado de la probabilidad de pérdidas en la cola M/D/s/s+B con tiempo de servicio discreto y cinco niveles de prioridad, según se expresa en las Ecuaciones (3-25) a (3-29). En dicha tabla vemos el CLR para cada nivel de prioridad, en un sistema con una eficiencia del 70% ($\rho=0.7$) con $s=8$ canales. La proporción de cada tipo de tráfico es $p_1=p_2=p_3=p_4=p_5=0.2$. Los valores de los umbrales de descarte de las celdas, se han elegido de tal manera que se cumple que $B=B_5=5/4 \cdot B_4=5/3 \cdot B_3=5/2 \cdot B_2=5 \cdot B_1$. Los valores teóricos que se muestran en la tabla se han comparado con los obtenidos en el simulador descrito en el Anexo IV. En este caso, no es tan importante observar el error relativo (los valores del CLR son muy pequeños) como ver que el orden de magnitud del CLR aproximado sea el mismo que el del simulado, y que los valores del CLR aproximado, sean en la medida de lo posible, superiores con el fin de hacer una estimación en todo caso, pesimista.

Tabla 3-2. CLR en la cola para el modelo M/D/s/s+B con un esquema de cinco prioridades, $s=8$, $\rho=0.7$.

Cell Loss Rate (CLR)										
Cola (B)	CBR		VBR rt		VBR nrt		ABR		UBR	
	Aprox	Sim	Aprox	Sim	Aprox	Sim	Aprox	Sim	Aprox	Sim
10	2,52E-01	1,23E-01	1,19E-01	5,10E-02	6,16E-02	2,62E-02	3,48E-02	1,46E-02	2,53E-02	1,28E-02
15	7,29E-02	3,05E-02	1,21E-02	4,82E-03	2,20E-03	1,04E-03	4,65E-04	3,85E-04	1,50E-03	8,91E-04
20	1,65E-02	6,42E-03	6,99E-04	3,15E-04	3,26E-05	1,75E-05	2,30E-06	1,08E-05	4,50E-05	1,26E-05
25	3,04E-03	1,17E-03	2,98E-05	1,33E-05						
30	4,73E-04	1,51E-04	7,00E-07	8,33E-07						
35	6,35E-05	2,50E-05								
40	7,50E-06	5,83E-06								

En las Figuras (3-18), (3-19) y (3-20) se muestran los valores de la Tabla (3-2) de manera gráfica. Hemos separado la representación gráfica de los distintos niveles de prioridad, para poder apreciar con claridad el nivel de bondad de las aproximaciones propuestas, y ver lo más separadas posibles las distintas gráficas.

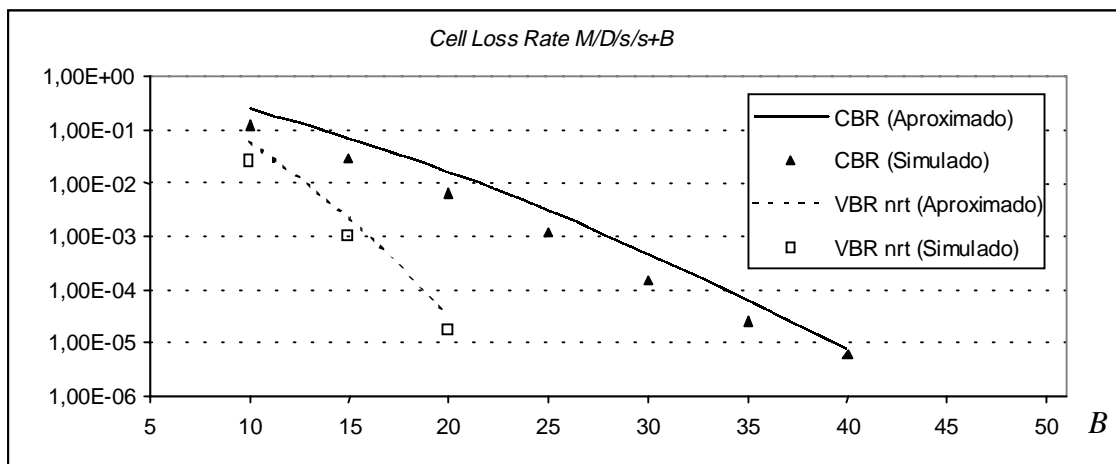


Figura 3-18 CLR para el modelo M/D/s/s+B con un esquema de cinco prioridades para los servicios CBR y nrt-VBR.

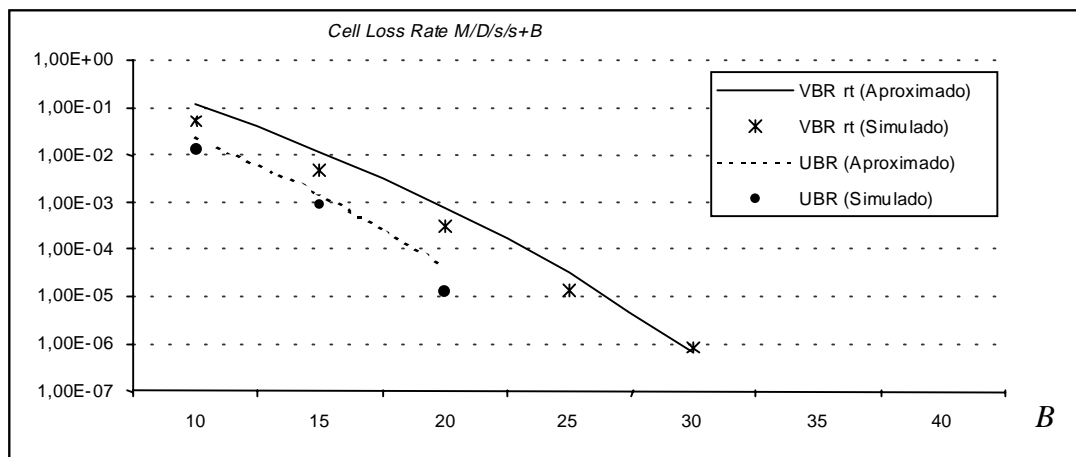


Figura 3-19 CLR para el modelo $M/D/s/s+B$ con un esquema de cinco prioridades para los servicios rt -VBR y UBR.

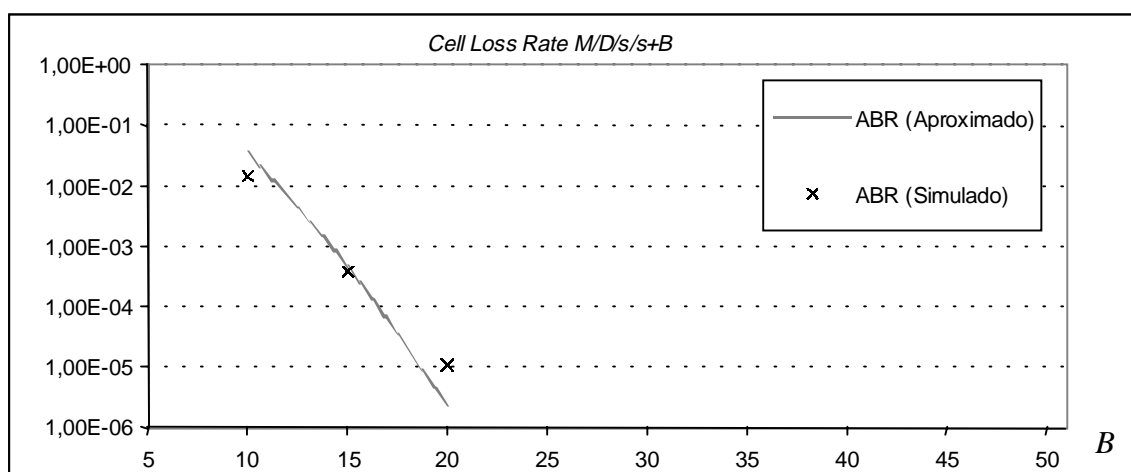


Figura 3-20 CLR para el servicio ABR en el modelo $M/D/s/s+B$ con un esquema de cinco prioridades.

En las gráficas anteriores para el CLR , se puede observar que las aproximaciones matemáticas propuestas y los resultados de las simulaciones, en general se aproximan y son del mismo orden de magnitud. Sin embargo, podemos apreciar una mayor distancia entre los resultados aproximados y simulados para los tipos de tráfico menos prioritarios, sobre todo UBR . Esto es debido a que hemos supuesto que la carga que afecta a cada nivel de prioridad es la suma de cargas de prioridad igual o superior, sin tener en cuenta las pérdidas que sufren dichas celdas de prioridad mayor. Esto queda reflejado en la Ecuación (3-15).

A medida que el nivel de prioridad es menor (especialmente para tráfico UBR) la aproximación propuesta se aleja de los resultados de simulación, y eso es debido a que al calcular la carga que soporta cada nivel de prioridad (Ecuación (3-15)) no se han tenido en cuenta las pérdidas que sufren las celdas de prioridad superior. Si las consideráramos (como se propone en las Ecuaciones (3-33) a (3-36)), el valor de ρ_i decrecería lo que produciría un leve decremento en los valores del CLR . Sin embargo, preferimos disponer de unas expresiones para el CLR que nos permitan hacer unas suposiciones pesimistas (las pérdidas que se obtienen del simulador son ligeramente menores que las de la aproximación, como se observa en las gráficas), que

incrementar demasiado el nivel de complejidad de las expresiones que proponemos, como a continuación se puede apreciar.

Es decir, para las celdas de prioridad 2 o celdas *rt-VBR*, hemos considerado que la carga que soportan es:

$$\rho_{i=2} \cong \rho \cdot \sum_{k=1}^i p_k = \rho \cdot (p_1 + p_2) = p_1 \cdot \rho + p_2 \cdot \rho \quad (3-32)$$

mientras que hubiera sido más exacto considerar las pérdidas CLR_i que sufren las celdas de prioridad 1 o celdas *CBR*. Nótese que así, se considera la carga neta, eliminando la parte que se pierde.

$$\rho_{i=2} = p_1 \cdot \rho \cdot (1 - CLR_1) + p_2 \cdot \rho \quad (3-33)$$

Del mismo modo, la carga que deberíamos haber utilizado como carga que ven las celdas de prioridad 3 o celdas *nrt-VBR*:

$$\rho_{i=3} = \rho_{i=2} \cdot (1 - CLR_2) + p_3 \cdot \rho = \{p_1 \cdot \rho \cdot (1 - CLR_1) + p_2 \cdot \rho\} \cdot (1 - CLR_2) + p_3 \cdot \rho \quad (3-34)$$

La carga efectiva que ven las celdas de prioridad 4 o celdas *ABR* es:

$$\rho_{i=4} = \rho_{i=3} \cdot (1 - CLR_3) + p_4 \cdot \rho = \left[\{p_1 \cdot \rho \cdot (1 - CLR_1) + p_2 \cdot \rho\} \cdot (1 - CLR_2) + p_3 \cdot \rho \right] \cdot (1 - CLR_3) + p_4 \cdot \rho \quad (3-35)$$

Y finalmente, la carga efectiva que ven las celdas de prioridad 5 o celdas *UBR* es:

$$\rho_{i=5} = \rho_{i=4} \cdot (1 - CLR_4) + p_5 \cdot \rho = \left[\left[\{p_1 \cdot \rho \cdot (1 - CLR_1) + p_2 \cdot \rho\} \cdot (1 - CLR_2) + p_3 \cdot \rho \right] \cdot (1 - CLR_3) + p_4 \cdot \rho \right] \cdot (1 - CLR_4) + p_5 \cdot \rho \quad (3-36)$$

Sin embargo, si suponemos pérdidas bajas, como sucede en el caso que nos ocupa al considerar tráfico *ATM*, no es muy grave el error en que se incurre al utilizar la Ecuación (3-15),

$\rho_i = \rho \cdot \sum_{k=1}^i p_k$, y no se aumenta innecesariamente el nivel de complejidad de las expresiones para la evaluación del retardo y las pérdidas.

3.4. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un modelo analítico para el cálculo del número medio de celdas en la cola (supuesta de capacidad infinita) y la probabilidad de pérdida de celdas, en un

sistema de colas $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y un esquema de prioridades que contempla hasta cinco niveles diferentes de prioridad, conforme a las cinco clases de servicio presentes en *ATM*. Los resultados de la aproximación propuesta han demostrado ser suficientemente válidos para estimar la capacidad media de la cola y las pérdidas de un nodo de conmutación *ATM* con colas a su salida, en la fase de dimensionamiento de dicho dispositivo.

Capítulo 4. Aplicación particular: Multiplexación Inversa para ATM, especificación IMA. Multiplexor Inverso para ATM, IMUX

4.1. Introducción

Para dar realidad a las nuevas aplicaciones y servicios, la infraestructura más usual con la que se cuenta en lo que respecta a enlaces físicos disponibles en la actualidad consiste en enlaces $T3/E3$ (44,736 Mbps/34,368 Mbps) y $T1/E1$ (1,544 Mbps/2,048 Mbps). Los enlaces $T3/E3$ ofrecen un ancho de banda considerable aunque difícilmente utilizado en su totalidad por algunos usuarios, y las tarifas que imponen las operadoras para dichos enlaces son aún muy elevadas. En cambio, el coste de contratación de un enlace $T1/E1$ es más asequible, no obstante el ancho de banda que proporciona suele ser insuficiente para algunas aplicaciones. Los precios de dichos enlaces dependen de varios factores, como la distancia y el proveedor. Como ejemplo, los enlaces $T1$ tienen un coste medio aproximado de \$850 mensuales y un $E1$ de 25 Km de \$2.900 mensuales. Para los enlaces $T3$ el precio sube a \$7.500 al mes y para un $E3$ de 25 Km es de \$29.000 al mes [CHO97]. Por otra parte, los enlaces $T3/E3$, en la mayoría de los casos tienen sus puntos de presencia y son sólo accesibles desde las grandes ciudades [CHO97, LAN97]. Dado este escenario, surge la necesidad de una solución que ofrezca una capacidad de transmisión intermedia a un coste razonable.

En Julio de 1997, el *ATM Forum* publicó una nueva especificación denominada Multiplexación Inversa para *ATM* [ATM97], conocida por las siglas *IMA* (*Inverse Multiplexing for ATM Specification, version 1.0*), actualmente en su segunda versión publicada en Abril de 1999 [ATM99]. Esta normativa explica cómo transportar un flujo de celdas *ATM* de alta velocidad, de manera transparente para el nivel *ATM*, distribuyéndolas sobre varios enlaces de baja velocidad, y como reconstruir el flujo original en el extremo remoto de la conexión para ser entregado al nivel superior *ATM*, que lo procesará normalmente. La especificación *IMA* permite agrupar hasta 32 enlaces sencillos *T1/E1* que pueden unirse formando un grupo *IMA*, alcanzando una tasa agregada (múltiplo de la tasa de un enlace *T1/E1*) de hasta unos 48/64 *Mbps*, suficiente para dar servicio a la mayoría de las aplicaciones actuales de banda ancha. De esta forma, la tecnología *IMA* cubre el salto en ancho de banda existente entre los enlaces *T1/E1* y *T3/E3*, permitiendo utilizar los recursos disponibles de manera más eficiente y consiguiendo un ancho de banda más ajustado al volumen de tráfico *ATM* que se desea transferir.

El dispositivo encargado de agrupar los diversos circuitos físicos formando un único enlace lógico se denomina *IMUX* (*Inverse Multiplexer*). El *IMUX* acepta tanto flujos de celdas *ATM* originadas por distintos tipos de fuentes de tráfico, como datos procedentes de redes de área local - véase tráfico procedente de redes *Ethernet* o *Token Ring*- que habrá que procesar convenientemente en el dispositivo para convertir dicho tráfico a celdas *ATM*. En ambos casos el *IMUX* distribuye las celdas sobre los enlaces físicos manteniendo la calidad de servicio (*QoS*) requerida por cada conexión. Si el tráfico entrante tiene formato de celda *ATM*, no habrá que adaptarlo y si es, por ejemplo, tráfico proveniente de un *router* sin interfaz *ATM*, entregará sus tramas al *IMUX* y éste las procesará adecuadamente obteniendo celdas *ATM*.

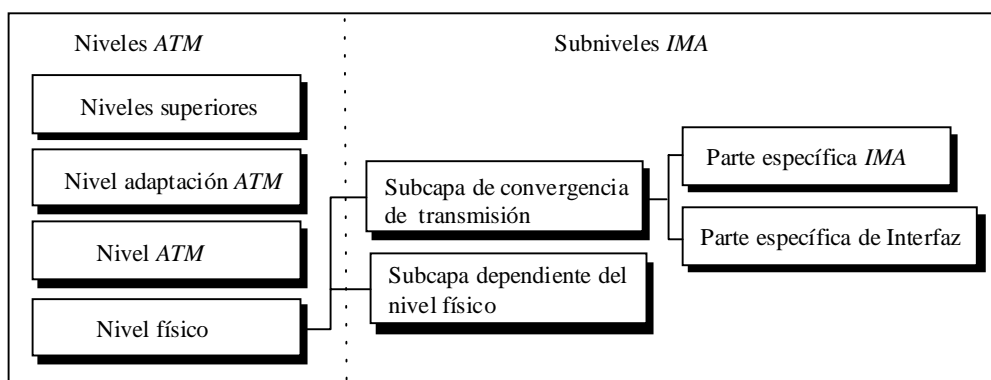


Figura 4-1. *IMA* en el modelo de referencia *ATM*.

La Figura (4-1) muestra la situación de *IMA* sobre el modelo de referencia de protocolos *ATM*. *IMA* se sitúa en el nivel físico. La subcapa de convergencia de transmisión se divide en la parte específica de *IMA* y en la parte específica de interfaz. La parte específica de *IMA* controla la operación de multiplexación inversa, como la distribución y combinación de celdas *ATM*, compensación de retardos diferenciales, sincronización, control y monitorización de los enlaces físicos. La parte específica de interfaz controla las funciones específicas de detección y corrección de errores de la cabecera de las celdas *ATM* (*HEC, Header Error Control*). La

subcapa dependiente del medio físico controla la transmisión de datos por los enlaces físicos *T1/E1*.

4.2. Orígenes y aplicaciones de la tecnología *IMUX*

En primer lugar, veamos qué diferencia hay entre la multiplexación y la multiplexación inversa. Un multiplexor convencional (estadístico o determinista) agrega el tráfico de múltiples enlaces independientes, cada uno proveniente de una fuente de diferente naturaleza (de aplicaciones distintas) y con una tasa determinada, en un enlace generalmente de mayor velocidad para conseguir así una transmisión más eficiente. El multiplexor inverso *ATM* tiene utilidad en una situación contraria, cada día más frecuente. Existen cada vez más aplicaciones que requieren una gran tasa binaria para ser transmitidas, pero para ello se desea disponer de un ancho de banda intermedio entre el *T1/E1* y el *T3/E3* y con un coste menor que el de un enlace *T3/E3*. El multiplexor inverso toma el tráfico de un enlace de relativamente “alta” velocidad y lo distribuye sobre varios enlaces de “baja” velocidad para su transmisión [LAN97].

La idea de la multiplexación inversa no es nueva [CON98], originalmente los multiplexores inversos tradicionales utilizaban circuitos de telefonía digital, de 56 ó 64 *kbps* de capacidad, que eran agrupados por el *IMUX* formando un enlace lógico de velocidad aproximadamente igual a la suma de capacidades (una pequeña cantidad se utiliza en las operaciones específicas que realiza *IMA*). Así, se consiguieron enlaces de mayor velocidad utilizando los circuitos existentes y en operación de la red telefónica digital. Los multiplexores inversos *ATM* utilizan enlaces *T1/E1* como enlaces básicos para formar un grupo *IMA*, y así conseguir mayores anchos de banda requeridos para la transferencia del tráfico *ATM* sobre soportes de transmisión existentes. En un mismo dispositivo *IMUX*, pueden haber varios grupos *IMA*.

Resulta conveniente caer en la cuenta de que no se debe confundir la multiplexación inversa con otra técnica conocida como *balance de carga*, también utilizada por aquellas empresas que desean disponer de varios enlaces sencillos *T1/E1* para incrementar su potencial en ancho de banda. Como se puede ver en la Figura (4-2), la multiplexación inversa y el balance de carga son similares en cuanto que disponen de varios enlaces *T1/E1*, pero difieren en cómo utilizan dichos enlaces. La técnica del balance de carga en su modalidad *route-caching*, asigna a cada conexión un enlace por el que se transmitirá, por lo que el ancho de banda máximo disponible para una aplicación es el ofrecido por un único enlace *T1/E1*. Además, la caída de un enlace supone la pérdida de las conexiones que lo estuvieran utilizando. En su modalidad *frame-by-frame*, va encaminado el tráfico por el primer enlace que encuentra vacío, de tal manera que aunque cuenta con todo el ancho de banda disponible para cada aplicación, aumenta la complejidad del extremo receptor, puesto que deberá reordenar las celdas, y compensar los diferentes retardos de los enlaces.

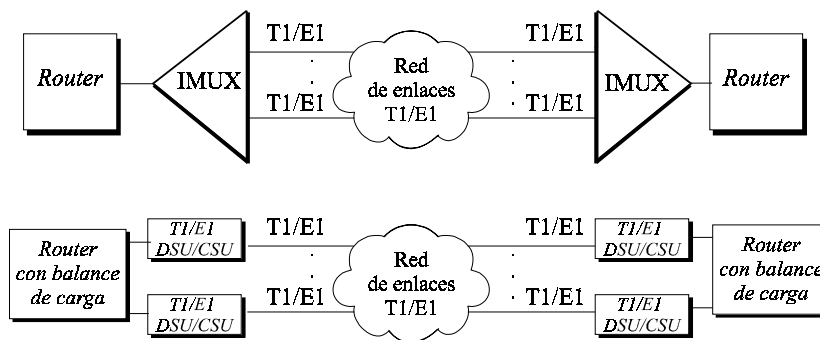


Figura 4-2. Multiplexación inversa y balance de carga. Similitudes y diferencias.

La propiedad fundamental del *IMUX* supone el tratamiento de diversos enlaces físicos *T1/E1* como un único enlace lógico de datos. De esta característica se derivan unas ventajas muy interesantes.

La capacidad de distribuir la carga que soporta el *IMUX* entre los enlaces activos de un grupo *IMA*, permite satisfacer los parámetros de calidad del servicio ofrecido en cuanto a probabilidad de pérdida y variación del retardo (*Cell Loss Rate*, *Cell Delay Variation*) que requiere todo enlace lógico *ATM*. Así, la caída física de un enlace o el incremento del retardo diferencial máximo por encima del umbral tolerado, desencadena la supresión automática de dicho enlace físico del grupo *IMA*. Se conoce como retardo diferencial máximo a la diferencia entre los tiempos que una celda emplea en atravesar el enlace más rápido (de menor longitud) y el más lento (de mayor longitud) del grupo *IMA*, cuyo valor mínimo por defecto está especificado en 25 mseg. El *IMUX* asegura la robustez del enlace lógico al restablecer el enlace físico una vez éste se haya recuperado, de forma que la conexión lógica no se ve interrumpida y se sigue dando el servicio, aunque temporalmente con un ancho de banda reducido [ATM97].

Esta capacidad de distribución de la carga se emplea para permitir una gestión dinámica del ancho de banda, pudiendo ofrecer éste bajo demanda, aunque con implementaciones propietarias de cada fabricante (*Nortel Magellan*, *Ascend Communications*, *Cisco Systems*, *3Com*, ...). El procedimiento siempre consiste en incrementos o decrementos de la capacidad de un enlace sencillo *T1/E1*, añadiendo o eliminando circuitos físicos elementales al grupo de forma dinámica según necesite cada aplicación en el transcurso del tiempo. Actualmente, *IMA* no contempla en la especificación la opción de disponer de ancho de banda bajo demanda, aunque es uno de los objetivos del grupo de trabajo correspondiente del *ATM Forum*. Sin embargo, se tiene previsto soportarlo y el bloque funcional *IMA* que lo llevaría a cabo es la *Gestión de Enlace* (uno de los bloques funcionales de que consta la unidad *IMA*), utilizando para ello campos disponibles (reservados) de las celdas del protocolo *ICP*.

Como consecuencia, se habrá conseguido transportar un flujo de celdas de alta velocidad de origen a destino, utilizando para ello el mínimo ancho de banda necesario y solamente durante el tiempo en que éste se necesite. Así pues, el usuario consume ancho de banda eficientemente y

sólo utiliza la capacidad que realmente emplea, según sea la cantidad requerida por cada aplicación en cada momento.

Asimismo, existen algoritmos propietarios que gestionan este ancho de banda de manera aún más inteligente contemplando la existencia de prioridades y en caso de tener que reducir la capacidad disponible del enlace lógico, suprimiendo primero aquellas conexiones que son menos prioritarias [NOR97].

Pueden destacarse tres configuraciones típicas de red en que se utiliza *IMA*: como enlace entre el dispositivo de acceso a la red de transporte *ATM* y un nodo *ATM*, como enlace entre nodos de conmutación *ATM* constituyentes de una red de área extendida (*RAE*) y como línea dedicada entre dos puntos remotos [POS98]. En la Figura (4-3) se pueden ver esquematizados los tres.

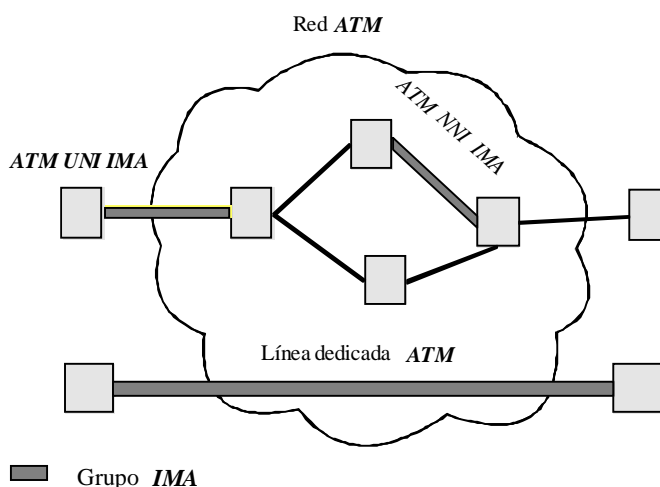


Figura 4-3. Algunas configuraciones de red típicas mediante tecnología IMUX.

Mediante la tecnología *IMUX* se consigue incrementar fácilmente la tasa binaria que puede ofrecer una red de área extendida (*RAE*) existente (pública o privada), consiguiendo proporcionar de forma inmediata servicios que requieren una tasa elevada antes de que se despliegue la red *ATM* “global”, es decir, con enlaces puramente *ATM* de muy alta velocidad (155/622 Mbps). Como ejemplo, pensemos en una aplicación que requiera un ancho de banda de unos 3 Mbps, instalada en una máquina perteneciente a una red de área local (*RAL*), conectada a otra *RAL* remota a través de una *RAE* construida con tecnología *IMUX*, mediante un par de enlaces *T1/E1*. La aplicación sería accesible por los usuarios locales y remotos sin percibir ninguna diferencia en términos de calidad con respecto a un enlace *ATM* puro.

Por otra parte, utilizando *IMUX* es posible extender el alcance de una red *ATM* a lugares remotos donde no se dispone de acceso directo a la red puramente *ATM* por no resultar rentable. Además, *IMA* soporta *MIB* (*Management Information Base*), con lo que es posible gestionar los dispositivos *IMUX* remotamente mediante un protocolo de gestión como el *SNMP* (*Simple Network Management Protocol*) [CHO97, ATM97], por lo que dichos dispositivos remotos, serían fácilmente configurados, controlados y mantenidos desde un lugar apropiado de la red.

Además, la utilización de *IMUX* ofrece una migración inmediata a *ATM*, suave y a un coste razonable, puesto que la naturaleza de ambas redes es la misma (transporte de celdas *ATM* previo establecimiento de enlaces lógicos y manteniendo una *QoS* determinada).

A modo de ejemplos de posibles aplicaciones, en las próximas figuras vemos tres ejemplos. La Figura (4-4) ilustra el caso de utilizar tecnología *IMUX* como acceso integrado de diferentes servicios a la red *ATM* desde un único punto de acceso, de manera que se reducen los costes de mantenimiento al concentrar múltiples accesos a la *WAN* en sólo uno. Es una solución de coste efectivo que proporciona anchos de banda entre *T1/E1* y *T3/E3*.

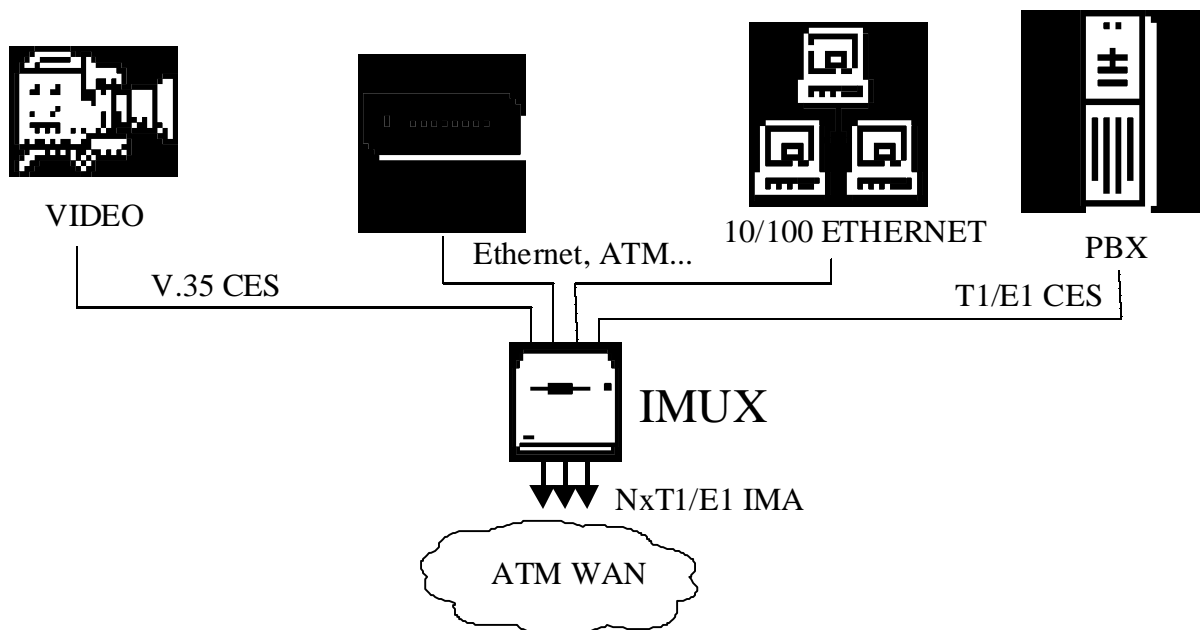


Figura 4-4. Aplicación típica con IMA: como nodo de acceso integrado a la red *ATM WAN*.

En la Figura (4-5) vemos un ejemplo de red troncal con tecnología *IMA*, enlazando varias islas *ATM* de forma que empresas o campus remotos pueden conectarse a la red pública *ATM* de una manera rápida y a coste efectivo.

Finalmente, en la Figura (4-6) vemos una aplicación a la Teleeducación, servicio que ha experimentado un gran desarrollo en los últimos años. Lleva asociada la distribución de servicios multimedia en tiempo real, el acceso a Internet, servicio de correo electrónico, etc. *IMA* permite distribuir el ancho de banda de forma dinámica bajo demanda de manera que por ejemplo, cuando el servicio de vídeo no está activo, se absorba el ancho de banda para el acceso a Internet.

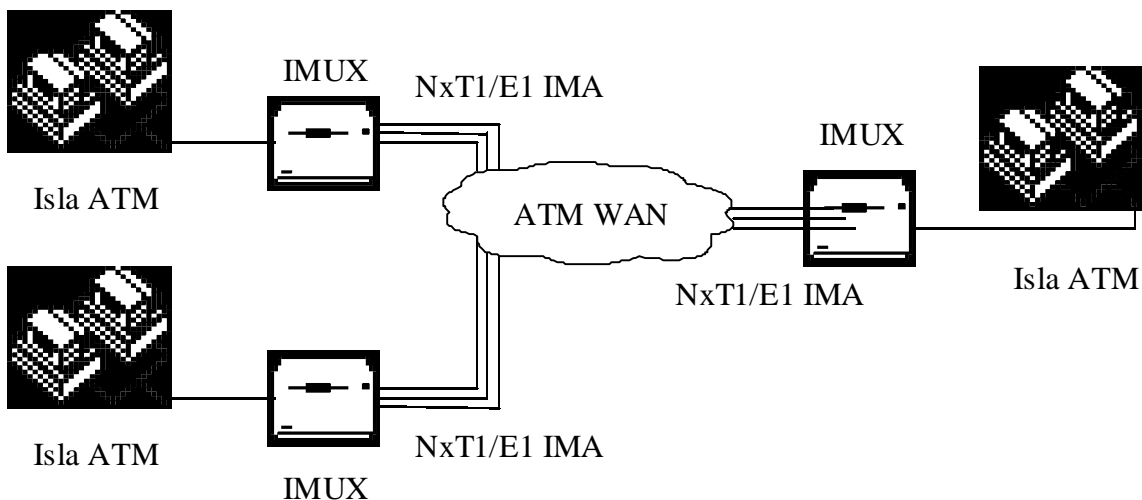


Figura 4-5. Aplicación típica con IMA: como red troncal enlazando varias islas ATM.

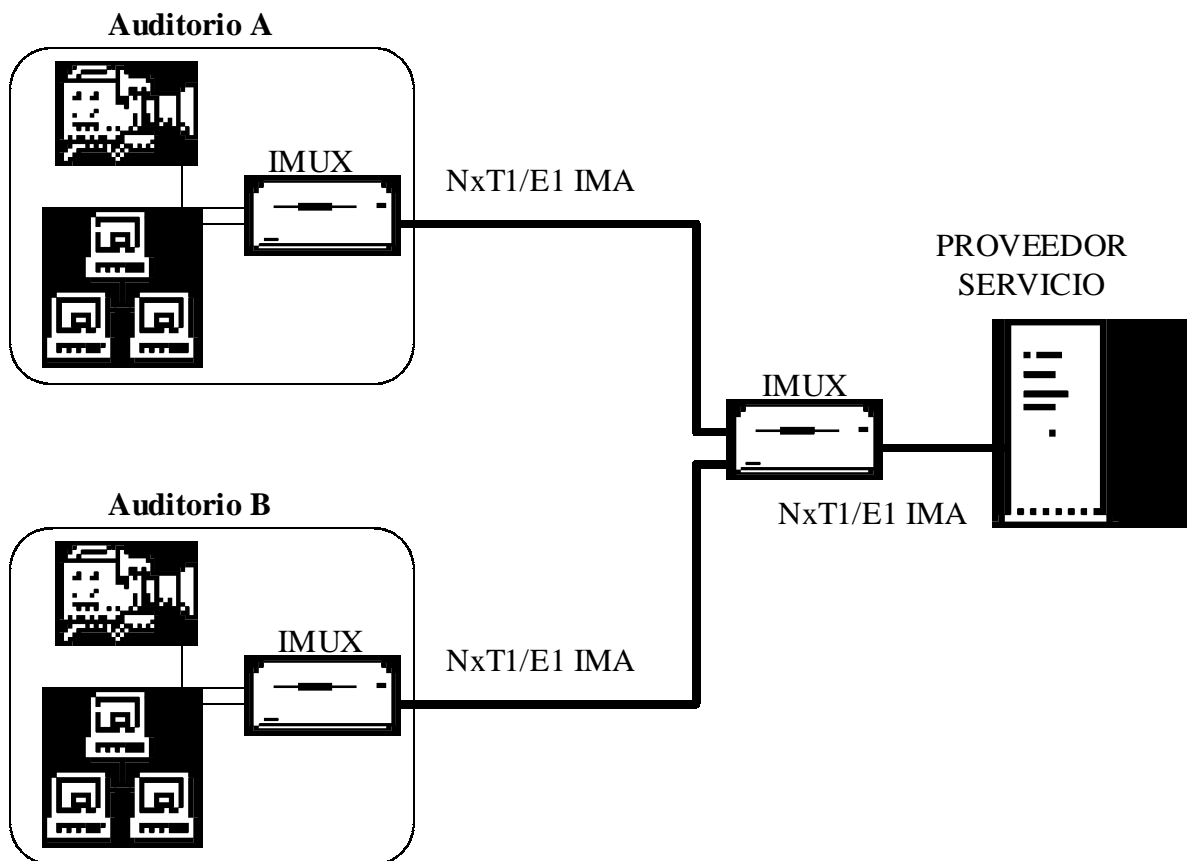


Figura 4-6. Aplicación típica con IMA: concentrar aulas remotas para distribución de servicios multimedia.

4.3. Funcionamiento del dispositivo *IMUX*

El *IMUX* distribuye un flujo de celdas de alta velocidad procedentes de diferentes fuentes de tráfico sobre el grupo de enlaces *IMA* contratados, sin perder la calidad de servicio requerida por cada aplicación. La distribución de celdas se realiza según un algoritmo cíclico (*round-robin*), de

modo que la primera celda entrante al dispositivo se emite por el primer enlace, la segunda celda por el segundo enlace, etc., tal y como se muestra en la Figura (4-7). En el extremo receptor, el dispositivo *IMUX* correspondiente deberá realizar la función inversa y así reconstruir el flujo original de celdas.

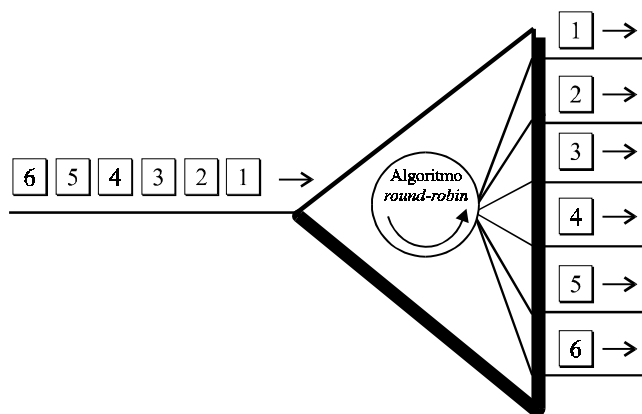


Figura 4-7. Algoritmo round-robin para la distribución de celdas.

Para realizar su función, la especificación *IMA* define dos tipos de celdas de control *OAM* (*Operations Administration and Maintenance*): Celdas *ICP* (*IMA Control Protocol*) y las *Filler Cells* o celdas de relleno [ATM97], que son introducidas adecuadamente en cada enlace físico con tal de mantener el control de los enlaces del grupo *IMA* y recuperar adecuadamente el flujo original de celdas de información en el extremo receptor. Estas celdas tienen en común la cabecera, la etiqueta de *OAM* y el campo de identificación.

Las celdas *ICP* controlan el protocolo *IMA*, es decir, el proceso de distribución de celdas *ATM* sobre el grupo de enlaces *IMA*, manteniendo el sincronismo de los enlaces e informando del estado de los mismos. Para sincronizar el proceso de multiplexado inverso se definen las tramas *IMA*, formadas por *M* celdas consecutivas de las cuales una es una celda *ICP*. Por defecto, *IMA* especifica la inserción de una celda *ICP* cada 127 celdas *ATM* o *Filler*, resultando en una trama *IMA* formada por $M=128$ celdas. El valor de *M* es configurable [ATM97]. Al emitirse las tramas alineadas y conocerse la posición de las celdas *ICP* dentro de la trama *IMA* (cuyo valor está indicado en el campo de la celda *ICP* denominado *offset*), se facilita la alineación de las tramas en el extremo receptor, que potencialmente puede recibirlas desalineadas debido a los retardos de transmisión diferentes sufridos en cada uno de los enlaces físicos *TI/EI* independientes. En el contenido de la celda *ICP* se incluye información de la celda (como el *offset*), de la trama *IMA* (como su longitud), del enlace físico (activo, con errores, etc.) y del grupo de enlaces *IMA*. También informa del estado de todos los enlaces y contiene un identificador de enlace (valores de 0 a 31) y grupo (de 0 a 255) [ATM97, POS98]. El contenido de las celdas *ICP* se muestra en la Figura (4-8).

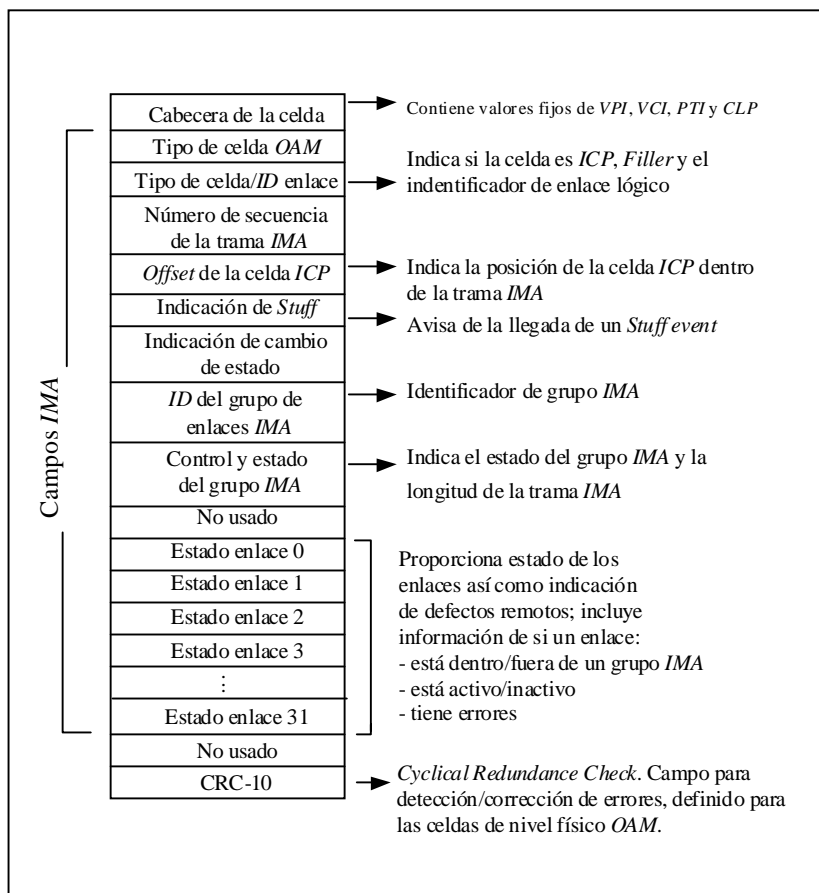


Figura 4-8. Contenido de la celda ICP.

Las *Filler Cells* se generan en el *IMUX* emisor en el caso de no haber ninguna celda de datos disponible proveniente del nivel *ATM*, por tanto se encargan de adaptar velocidades. Dichas celdas serán eliminadas en el extremo *IMUX* receptor. El sistema *IMA* crea un enlace lógico cuya tasa agregada de celdas se denomina *IDCR* (*IMA Data Cell Rate*). Las celdas que recibe el sistema *IMA* son celdas del nivel *ATM* que en general no habrán llegado al sistema *IMA* a tasa *IDCR*. Esto quiere decir que si las celdas han llegado excediendo la tasa de celda *IDCR* se deberán almacenar en una cola, y si llegan con una tasa menor, será necesaria la inserción de celdas de relleno para mantener los enlaces físicos permanentemente llenos y tener sincronizados los algoritmos *round-robin* de ambos extremos, de tal forma que tampoco se altere el orden del flujo original de celdas [ATM97].

Por último, deben mencionarse también las celdas *SICP* (*Stuff ICP Cells*). Éstas son dos celdas *ICP* seguidas que el *IMUX* emisor inserta en aquellos enlaces más rápidos con tal de permitir una determinada tolerancia respecto a la velocidad nominal del enlace. Conviene distinguir por tanto, entre la inserción de celdas *Filler* para mantener el flujo constante de celdas a tasa *IDCR* que permita sincronizar la distribución y reconstrucción del flujo cíclicamente en los *IMUX* emisor y receptor; y la inserción de celdas *SICP* para compensar las pequeñas diferencias de velocidad que pueden haber entre los distintos enlaces del grupo *IMA*. Esta introducción de celdas *SICP* se realiza de la siguiente forma: se introduce una celda *SICP* cada 2048 celdas *ATM*,

ICP o FILLER introducidas en el enlace de referencia para el sincronismo (*Timing Reference Link, TRL*), enlace que se selecciona al crear el grupo *IMA*. También se introducen celdas *SICP* en los enlaces según se vaya necesitando para evitar desincronías [ATM97].

Mediante todas estas celdas adicionales, es posible la realización del proceso de multiplexación inversa para *ATM* como se puede ver en el ejemplo de la Figura (4-9), por lo que deberán ser tenidas en cuenta al analizar el nodo *IMUX*.

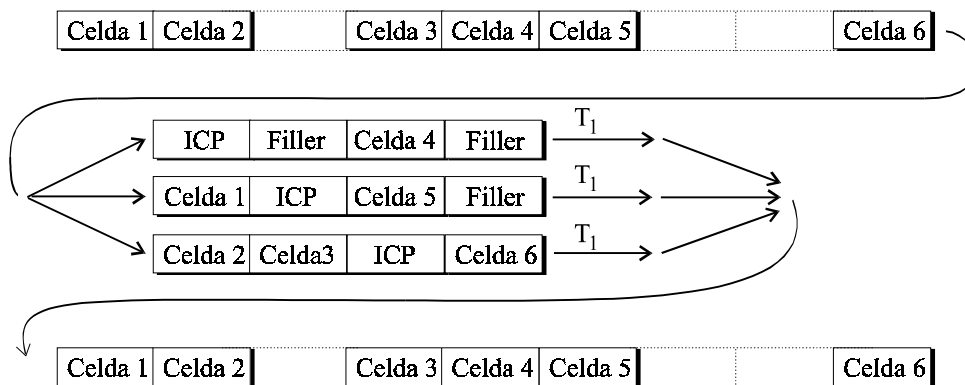


Figura 4-9. Multiplexación inversa para ATM: inserción de celdas ICP y de relleno. Distribución y recombinación de celdas según un proceso round-robin.

4.4. Problemática asociada a la tecnología *IMUX*

El inconveniente asociado al establecimiento de un único enlace lógico mediante diversos enlaces físicos es el uso de celdas adicionales añadidas por el *IMUX*, que suponen una sobrecarga y que comparten los mismos recursos que las celdas de información de usuario.

En definitiva, la finalidad de estas celdas adicionales es informar del estado de los enlaces físicos, para por ejemplo poder dar de baja a un enlace que ha caído, repartir la carga sobre el resto de enlaces activos y restablecer el enlace si posteriormente se recupera; sirven también para añadir dinámicamente un enlace si la demanda actual de ancho de banda es mayor y además, como ya se ha indicado, se encargan de mantener el sincronismo entre enlaces para poder recomponer el flujo original de celdas.

Esta carga añadida debe ser tenida en cuenta al dimensionar un *IMUX* para poder ofrecer la *QoS* contratada por cada conexión *ATM*, así como también para evaluar al dispositivo *IMUX* ya diseñado y obtener los parámetros de *QoS* que puede ofrecer.

Desde el punto de vista del diseñador, hay una serie de parámetros que debe conocer o estimar para poder llevar a cabo su trabajo. En primer lugar, deberá disponer de los valores para los parámetros de calidad de servicio que ha de ofrecer la red para cada tipo de tráfico a transportar, básicamente los valores para la tasa de pérdida de celdas (*CLR, Cell Loss Rate*) y para la variación del retardo de las celdas (*CDV, Cell Delay Variation*). Deberá decidir el número de

enlaces de que consta el grupo *IMA*, en función del ancho de banda de que se desea disponer. También debería poder estimar cuán utilizados estarán los dispositivos, y por lo tanto los enlaces. No basta con estimar la carga neta de celdas *ATM* que deberá ser soportada, sino que tendrá que conocer la carga de *overhead* (o lo que es lo mismo, su efecto sobre los parámetros de *QoS*) que añade el protocolo *IMA*. También debe dimensionar los dispositivos *IMUX* en cuanto al tamaño de la cola de entrada al mismo. Cuánto mayor sea la capacidad de la cola, menores serán las pérdidas de celdas debido a saturación de la cola, pero mayor será el retardo (y la variación del mismo) que sufrirán las celdas a su paso por el dispositivo.

Por lo tanto, un aspecto interesante es el caracterizar de alguna forma sencilla los parámetros de calidad de servicio, considerando todos los casos con que puede encontrarse el diseñador de la red: cubriendo un amplio margen para la carga de tráfico *ATM*, con un número de enlaces realista y teniendo en cuenta un amplio rango de valores para tamaños de la cola.

Para ello, se ha simulado el sistema *IMUX* comparando el comportamiento del sistema y validando los resultados de la simulación con los obtenidos al resolver un sistema analítico conocido, en concreto, el sistema $M/D/s/s+B$. Es decir, el nodo formado por s enlaces idénticos de salida dispuestos en paralelo, con una única cola de entrada de capacidad B celdas y servicio determinista (las celdas *ATM* tienen longitud fija, por lo que se tarda siempre el mismo tiempo en servir las o transmitir las). Como primera aproximación para este estudio se supone también que el proceso que rige la llegada de celdas al sistema es de *Poisson*. Aparentemente, los sistemas *IMA* y los sistemas $M/D/s/s+B$ son similares. La principal diferencia es que en un sistema *IMA* real, además de servir celdas *ATM* también se transmiten celdas *ICP*, *FILLER* y *SICP*, cumpliendo la normativa expuesta en la especificación [ATM97] y que se implementa en el simulador *IMA* que se ha llevado a cabo y que se describe en el Anexo 3 [POS98].

Intuitivamente, es fácil prever que el *CLR* será mayor en los sistemas *IMA*, por contar con un extra de carga debida a *overhead*, cosa que en efecto se pudo observar. Por ello se pensó en tres formas diferentes para tratar de hallar analíticamente el *CLR* de los dispositivos *IMA* usando el modelo matemático equivalente en función del número de enlaces s , del tamaño de la cola B y de la carga por enlace ofrecida al sistema; éstas son las siguientes:

- a) Aumentar la carga ofrecida al sistema $M/D/s/s+B$ con respecto al sistema *IMA*, manteniendo constantes tanto el número de enlaces s como el tamaño de la cola B . De este modo, al entrar más celdas por unidad de tiempo con el mismo tamaño de cola, el *CLR* del sistema $M/D/s/s+B$ aumentará hasta igualar al del sistema *IMA*.
- b) Aumentar el número de enlaces s del sistema $M/D/s/s+B$ con respecto al sistema *IMA*, manteniendo constantes tanto el tamaño de la cola B como la carga por enlace del sistema (ρ). De este modo, la carga total entrante al sistema ($\rho \cdot s$) aumenta, entran más celdas por unidad de tiempo, incrementando el *CLR* del sistema $M/D/s/s+B$.

- c) Reducir el tamaño de la cola del sistema $M/D/s/s+B$ con respecto al sistema IMA , manteniendo constantes tanto la carga del sistema como el número de enlaces s , lo que directamente hará aumentar el CLR del sistema $M/D/s/s+B$.

La opción c se ha desarrollado en trabajos anteriores [POS98, AGU98c] y presenta la ventaja de que reduce el sistema de $B+1$ ecuaciones con $B+1$ incógnitas presente al resolver analíticamente un sistema $M/D/s/s+B$ de forma exacta [CHU70]. La opción b ha sido estudiada en [AGU98b]. Queda fuera del alcance de este trabajo la exposición de ambos métodos, puesto que finalmente, el modelo analítico que presentamos en el próximo capítulo 5, se basa en la primera opción. Sin embargo, la ejecución y posterior análisis de las otras opciones nos aportaron conocimiento sobre el funcionamiento y operación del sistema $IMUX$, conocimiento que nos condujo al modelo final.

Así pues, la opción que se va a desarrollar en el siguiente capítulo, ha sido la primera, por resultar interesante el hecho de caracterizar la carga adicional que añade el dispositivo $IMUX$. De esta manera, se tendrá conocimiento minucioso de la cantidad total de carga que es tratada por el dispositivo $IMUX$: tanto la carga neta procedente del nivel ATM , como la carga correspondiente a las celdas de protocolo incorporadas por el $IMUX$ (celdas ICP , $SICP$ y $Filler$). En el próximo capítulo se desarrolla el método llevado a cabo para evaluar el CLR en los dispositivos $IMUX$.

4.5. Conclusiones

La tecnología IMA permite ofrecer un canal lógico ATM de la capacidad deseada sobre la base de agrupar varios enlaces sencillos $T1/E1$. El canal lógico así creado es robusto frente a fallos físicos de un enlace. Dicha tecnología habilita una gestión dinámica del ancho de banda pudiéndola ofrecer bajo demanda incrementando o decrementando el número de enlaces $T1/E1$ que forman el grupo IMA . No obstante, para realizar su tarea el dispositivo $IMUX$ introduce unas celdas de control y de relleno que repercuten en una degradación de los parámetros de calidad de servicio del dispositivo (mayores retardo medio y pérdidas). En los capítulos 5 y 6 se estudia esta circunstancia, con la finalidad de obtener un modelo analítico sencillo para evaluar las prestaciones del nodo $IMUX$.

Capítulo 5. Modelo analítico para la evaluación de las pérdidas en el *IMUX*

5.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es caracterizar toda la carga procesada por el dispositivo *IMUX*, para así poder utilizar modelos analíticos basados en aproximaciones a la solución exacta de ciertos sistemas de colas y con ello obtener expresiones matemáticas sencillas para calcular el *CLR* en función de parámetros relevantes del dispositivo, es decir el tamaño de la cola a la entrada del dispositivo, el número de canales de que consta el grupo *IMA* y la carga ofrecida. En particular, utilizaremos el modelo analítico para evaluar las pérdidas en una cola *M/D/s/s+B* con tiempo de servicio discreto presentado en el capítulo 3, Ecuaciones (3-22), (3-23) y (3-24). La carga por enlace debe ser la equivalente a considerar toda la que se procesa en el *IMUX*: la procedente del nivel *ATM* y la correspondiente a la inserción de celdas de control y de relleno.

5.2. Análisis de la carga adicional introducida por el *IMUX*

Como se ha dicho en el apartado 4.3, el *IMUX* introduce celdas *ICP* y *SICP* de manera fija: 1 de cada 128 celdas es una celda *ICP* y 1 de cada 2048 celdas es una celda *SICP*. Ambos valores son configurables, pero por defecto están especificados así. El tiempo de servicio de las celdas *ATM* es constante, por lo que por comodidad de cálculo se considera igual a un intervalo temporal unitario ($A=\lambda/\mu= \{1/ \mu \equiv 1\} =\lambda$). Se sabe que el tráfico entrante a un sistema de colas se

mide como $A=\rho*s Erlang$ siendo ρ la carga por enlace y s el número de enlaces. Si consideramos el tráfico que suponen únicamente las celdas *ICP*, tendremos $A_{ICP}=(1/128)*s Erlang$, puesto que como se ha dicho, en cada enlace se añade 1 celda *ICP* de cada 128, lo que supone un tráfico total entrante al sistema formado por los s enlaces, igual a A_{ICP} . Lo mismo sucede para las celdas *SICP*, que suponen un tráfico $A_{SICP}=(1/2048)*s Erlang$. De esta manera, para tener en cuenta el efecto que producen sobre la carga total, basta agregar las cantidades $1/128$ y $1/2048$. Además está el término ρ_{filler} que incorpora el efecto que sobre la carga ρ_{total} supone la inserción de las celdas *Filler*. Su estimación no es tan evidente y más adelante será explicada. Así, la carga total procesada por el *IMUX* queda igual a:

$$\rho_{total} = \rho_{ATM} + \frac{1}{128} + \frac{1}{2048} + \rho_{filler} \tag{5-1}$$

En la Ecuación (5-1), y en general en todo el trabajo presente, denominamos como ρ_{ATM} a la carga procedente del nivel *ATM*. A simple vista, lo lógico sería considerar $\rho_{filler}=0$, ya que estas celdas no ocupan memoria puesto que se generan directamente en los enlaces de salida a medida que son necesarias y por lo tanto no consumen espacio en la cola. Sin embargo, la inserción de celdas *Filler* supone una carga adicional. Es decir, hay instantes (tal y como se explicará más adelante) en que ocurrirá que en lugar de transmitir por un enlace una celda disponible proveniente del nivel *ATM*, se habrá introducido una celda *Filler* con lo cual dicha celda *ATM* deberá esperar en la cola. Por ello decimos que la inserción de celdas *Filler* tiene como efecto el que supone una carga adicional de celdas. Esta carga adicional, es compleja de caracterizar, debido a la existencia de varios instantes en los que se decide su inserción. Por el contrario, en un sistema de colas $M/D/s/s+B$ es únicamente al final de cada *slot* temporal cuando se decide cuántas celdas van a ser servidas. Esta diferencia puede apreciarse en la Figura (5-1).

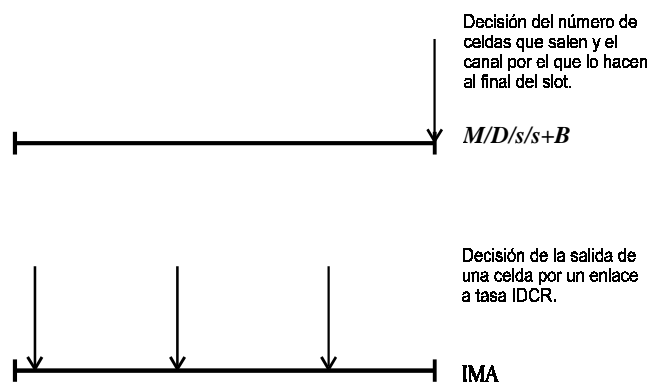


Figura 5-1. Instantes de decisión de la salida de celdas en los sistemas $M/D/s/s+B$ e *IMA*.

Recordemos que las celdas *Filler* se introducen cuando no hay celda proveniente del nivel *ATM* en el instante de decisión. Tienen la finalidad de mantener los enlaces de salida siempre ocupados y conservar el sincronismo necesario en el extremo receptor para realizar el demultiplexado inverso correctamente, recuperando así el flujo original de celdas *ATM*. El sistema *IMA* crea un enlace virtual a tasa *IDCR*, definida como [ATM97]:

$$IDCR = N_{on} * TRLCR * \left(\frac{M - 1}{M}\right) * \left(\frac{2048}{2049}\right) \tag{5-2}$$

siendo N_{on} el número de enlaces por los que se transmiten celdas en el sistema *IMA*; M es la longitud de las tramas *IMA*; el factor 2048/2049 indica la introducción de una celda *SICP*; y *TRLCR* (*Timing Reference Link Cell Rate*) es la tasa de celdas del enlace de referencia para el sincronismo. La tasa *IDCR* controla la tasa a la que el sistema *IMA* comprueba la existencia de celdas *ATM* para distribuirlas por los enlaces de salida, de tal manera que cuando no haya una celda *ATM*, el *IMUX* introduce una celda *Filler* por el enlace correspondiente.

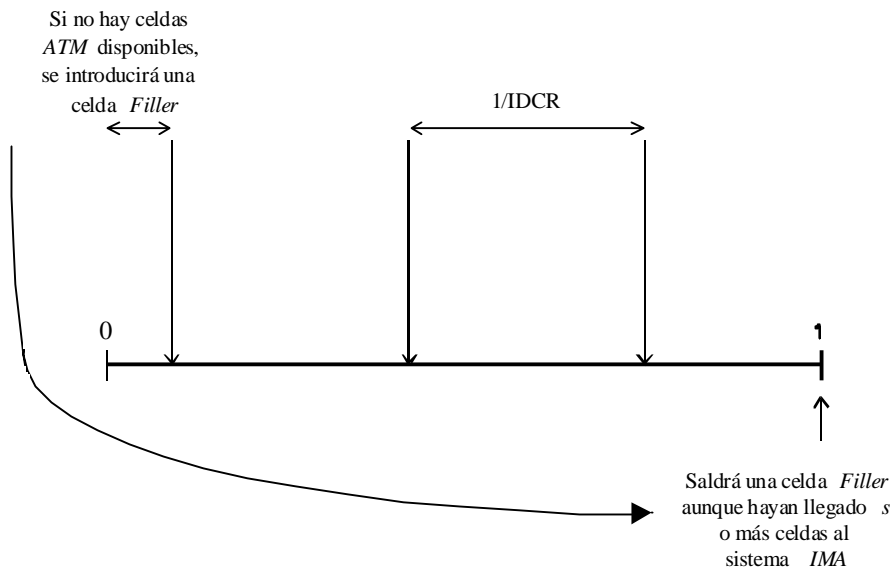


Figura 5-2. Introducción de una celda *Filler*, aunque durante el slot temporal lleguen celdas *ATM*.

Así, es posible por ejemplo que en el primer instante de decisión no haya celdas *ATM* disponibles y se decida introducir una celda *Filler*, aunque después lleguen más celdas *ATM*.

Así, en la Figura (5-2) puede observarse un ejemplo en el que en el primer instante de decisión se puede introducir ya una celda *Filler* en caso de no disponerse de celdas *ATM*, aunque posteriormente durante ese *slot* temporal lleguen *s* o más celdas *ATM*. Por lo tanto, el *CLR* en el dispositivo *IMUX* es mayor que en un sistema de colas $M/D/s/s+B$ convencional, ya que puede suceder que haya celdas *ATM* presentes en el dispositivo durante ese *slot* temporal, pero que deberán esperarse en la cola, ya que una celda *Filler* ha sido introducida en un enlace de salida, ocupando un lugar que pudiera haber sido ocupado por una celda *ATM*.

A efectos prácticos, es como si hubiera una carga ρ extra debida a la inserción de celdas *Filler*, carga que hemos denominado ρ_{filler} .

5.3. Aspectos de planificación: diseño del dispositivo *IMUX*

El diseño adecuado de un *IMUX* significa hallar, como parámetros más relevantes, el número de enlaces necesarios para obtener el ancho de banda requerido, el tamaño de la memoria que garantiza un *CDV* y un *CLR* determinados y el valor de los umbrales de descarte de celdas en la cola en caso de contemplar prioridades.

Para ello se ha desarrollado un simulador con la finalidad de disponer de una herramienta de análisis de las prestaciones de esta tecnología bajo diferentes condiciones de la carga y contemplando todos los parámetros posibles que definen al *IMUX*. La herramienta diseñada está orientada a objeto y permite el análisis de prestaciones de un único nodo (un único dispositivo *IMUX*) o de una conexión extremo a extremo, teniendo en cuenta la operación inversa de *IMUX*. En este capítulo nos centraremos en los detalles del modelo matemático equivalente para el cálculo del *CLR* en el dispositivo *IMUX*. En el Anexo 3 se hace una descripción del simulador *SIMUX* (Simulador *IMUX*).

En las simulaciones realizadas se ha evaluado la probabilidad de pérdida medida como *CLR* y el retardo medio de espera en la cola que sufre una celda. La carga neta (*ATM*) por enlace varía del 50% al 90%, el tamaño de la cola de entrada al *IMUX* es variable y el número de enlaces *T1/E1* que forman el grupo *IMA* varía entre 2 y 8, valores más comunes en los dispositivos *IMUX* comerciales (ya que utilizar un número superior de enlaces *T1/E1* deja de ser rentable frente al coste de contratar un enlace *T3/E3*).

Para obtener el modelo matemático que caracteriza el comportamiento del *IMUX*, se ha comparado el sistema *IMA* simulado con una cola *M/D/s/s+B*, con tiempo de servicio discreto a la que se introduce la carga equivalente ρ_{total} expresada en la Ecuación (5-1). Esta carga se ha obtenido a partir de resultados empíricos, pero que han demostrado ofrecer una aproximación para el *CLR* sencilla y de utilidad, permitiendo el dimensionamiento del sistema real mediante la resolución de un sistema de colas conocido.

5.4. Carga adicional debida a la inserción de celdas *Filler*

La obtención de la carga adicional debida a las celdas *Filler* (ρ_{filler}), se ha llevado a cabo de manera experimental, observando en el simulador del dispositivo *IMUX*, su dependencia con la carga neta *ATM* (ρ), con el número de enlaces (s) y con el tamaño de la cola (B). Los valores para la carga adicional ρ_{filler} han sido obtenidos sustituyendo la expresión de la Ecuación (5-1) para la ρ_{total} en el *IMUX*, en la aproximación de la Ecuación (3-22) para el $CLR_{M/D/s/s+B}(\rho, s, B)$ y comparando dichos valores con el $CLR_{IMUX}(\rho, s, B)$ obtenido mediante el simulador desarrollado en [POS98]. De esta manera experimental, se ha podido obtener la carga $\rho_{filler}(\rho, s, B)$. Esta carga ρ_{filler} es la carga por enlace ρ adicional que procesa el dispositivo, debido a la inserción de celdas *Filler*.

Tabla 5-1. Carga adicional debida a las celdas Filler, (ρ_{filler}) para un IMUX con $\rho=0,7$.

$\rho=0,7$

B	$s=2$	$s=3$	$s=4$	$s=5$	$s=6$	$s=7$	$s=8$
8	1.34E-01	1.48E-01	1.42E-01				
12	9.14E-02	1.43E-01	1.43E-01	1.66E-01	1.82E-01		
16	5.52E-02	9.34E-02	1.11E-01	1.49E-01	1.82E-01	1.84E-01	1.86E-01
20	3.49E-02	6.39E-02	7.69E-02	1.09E-01	1.43E-01	1.75E-01	1.85E-01
24	2.19E-02	4.50E-02	5.51E-02	8.09E-02	1.08E-01	1.35E-01	1.48E-01
28	1.28E-02	3.17E-02	3.99E-02	6.13E-02	8.36E-02	1.07E-01	1.17E-01
32	5.99E-03	2.19E-02	2.86E-02	4.68E-02	6.58E-02	8.56E-02	9.45E-02
36	7.85E-04	1.44E-02	1.98E-02	3.56E-02	5.21E-02	6.93E-02	7.70E-02
40				2.67E-02	4.12E-02	5.64E-02	6.31E-02

Tabla 5-2. Carga adicional debida a las celdas Filler, (ρ_{filler}) para un IMUX con $\rho=0,9$.

$\rho=0,9$

B	$s=2$	$s=3$	$s=4$	$s=5$	$s=6$	$s=7$	$s=8$
12	2.19E-02	1.24E-02					
16	2.79E-02	3.53E-02	3.26E-02	2.56E-02	2.28E-02	1.74E-02	6.38E-03
20	1.74E-02	3.02E-02	3.52E-02	3.95E-02	4.01E-02	3.47E-02	2.79E-02
24	1.12E-02	2.10E-02	2.55E-02	3.61E-02	4.50E-02	4.54E-02	4.11E-02
28	7.14E-03	1.51E-02	1.87E-02	2.72E-02	3.61E-02	4.52E-02	4.73E-02
32	4.30E-03	1.11E-02	1.40E-02	2.11E-02	2.84E-02	3.60E-02	3.96E-02
36	2.20E-03	7.86E-03	1.05E-02	1.65E-02	2.28E-02	2.93E-02	3.23E-02
40	5.78E-04	5.60E-03	7.82E-03	1.31E-02	1.86E-02	2.42E-02	2.68E-02

Se dispone de los valores tabulados, facilitando su consulta y acceso para un amplio margen de valores usuales: $0.5 \leq \rho \leq 0.9$, $2 \leq s \leq 8$, $8 \leq B \leq 40$. Como ejemplo se exponen las Tablas (5-1) y (5-2), en los que se muestran los valores de ρ_{filler} en función del número de enlaces (s) y del tamaño de la cola (B), para carga neta ATM del 70% y 90% respectivamente.

En las Figuras (5-3) y (5-4) puede verse la distribución de esta carga en el IMUX debida a las celdas Filler para carga neta ATM del 60% y del 80% respectivamente. Podemos observar (de estas dos gráficas y del resto de las que disponemos) que a medida que aumenta la carga neta ATM (ρ) los valores de la carga adicional debida a las celdas Filler (ρ_{filler}) disminuyen, puesto que para ρ grande hay más celdas ATM disponibles y no será necesario añadir tantas celdas Filler (para mantener los enlaces llenos) como en el caso de tener una ρ pequeña. Por otro lado, a medida que aumenta el número de canales (s) de salida del IMUX, la tasa IDCR (s es N_{on} en la Ecuación (5-2)) aumenta y por consiguiente la longitud de los intervalos de decisión de inserción de una celda Filler ($1/IDCR$) disminuye (ver Figura (5-2)), por lo que se decide más frecuentemente y por lo tanto con más probabilidad se insertan celdas Filler en caso de no encontrar celda ATM disponible.

También se observa que a medida que el tamaño de la cola aumenta (para carga muy alta sucede a partir de cierto tamaño de la cola) ρ_{filler} disminuye, con tendencia exponencial. Para tamaños grandes de la cola, se pierden menos celdas *ATM*, por lo que habrá más celdas *ATM* disponibles en la cola y esto hará que sea necesario introducir menos celdas *Filler*. Este efecto se ve incrementado a medida que ρ aumenta, y por lo tanto aumenta la probabilidad de generación de celdas *ATM*, con lo que en ese caso la cola estará más llena de celdas *ATM*.

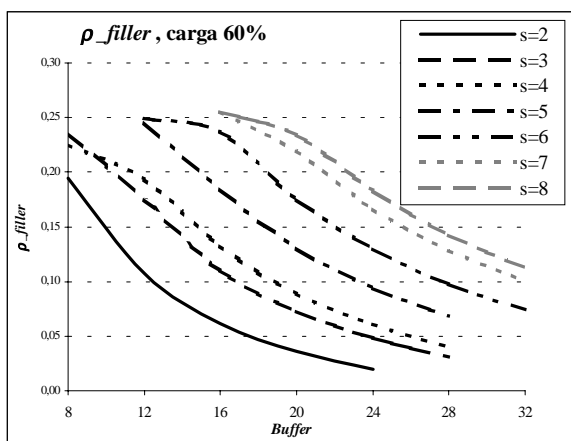


Figura 5-3. Distribución de la carga ρ_{filler} en un IMUX cargado al 60%.

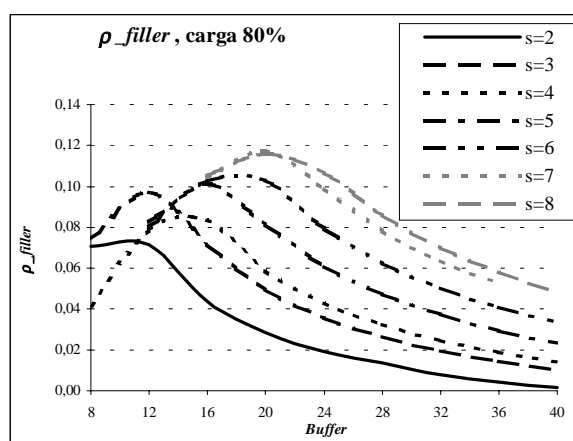


Figura 5-4. Distribución de la carga ρ_{filler} en un IMUX cargado al 80%.

Un efecto curioso de observar es qué ocurre cuando la cola es muy pequeña para valores muy grandes de la carga (del orden del 80% o 90%). En este caso, si la cola es muy pequeña y la carga muy grande, la cola estará llena con mucha probabilidad, por lo que disminuye el número de celdas *Filler* a introducir. El tamaño de cola a partir del cual la tendencia ya es exponencial decreciente, aumenta para un número de canales mayor, puesto que en este caso las celdas abandonan la cola en un mayor grupo, y será necesario un tamaño de cola también mayor para que se note que efectivamente es muy grande.

Con la finalidad de disponer de unas expresiones fácilmente computables (en lugar de consultar en tablas como la Tabla (5-1) y la Tabla (5-2) hemos caracterizado la zona exponencial decreciente de la carga $\rho_{filler}(\rho, s, B)$ tal y cómo se observa que se comporta dicha carga a partir de cierto valor del tamaño de la cola, diferente en cada caso. Para valores inferiores de la cola, no es ni interesante ni realista estudiar el comportamiento del *IMUX*, puesto que las pérdidas son demasiado grandes (del orden de 10^{-2}) muy por debajo de los requerimientos típicos de calidad de servicio propios de los tráficos *ATM*.

Para cada valor de la carga neta *ATM* ($\rho=0.5, 0.6, \dots, 0.9$), hemos obtenido una expresión para la carga ρ_{filler} fácilmente computable, de la forma $\rho_{filler}(s, B)=a(s) \cdot e^{-b(s)B}$ hallando los coeficientes $a(s)$ y $b(s)$ por comparación directa con los valores que de dicha carga se han obtenido experimentalmente mediante simulación.

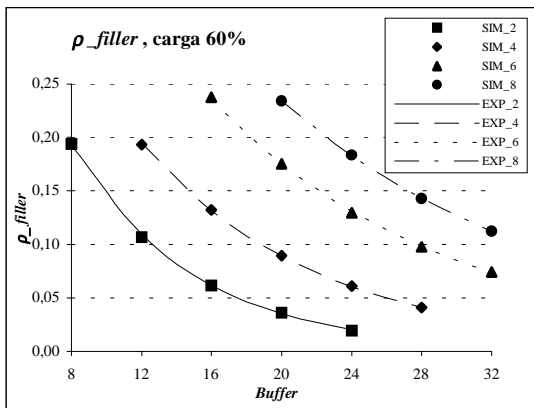


Figura 5-5. Distribución exponencial de la carga ρ_{filler} en un IMUX cargado al 60%.

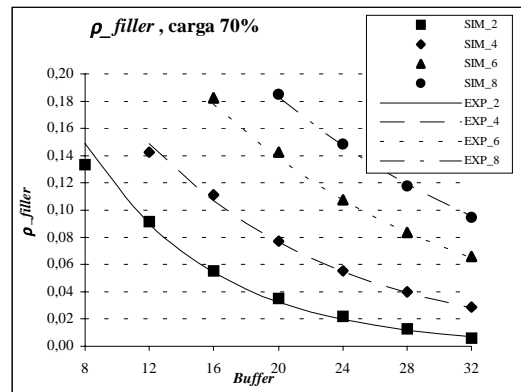


Figura 5-6. Distribución exponencial de la carga ρ_{filler} en un IMUX cargado al 80%.

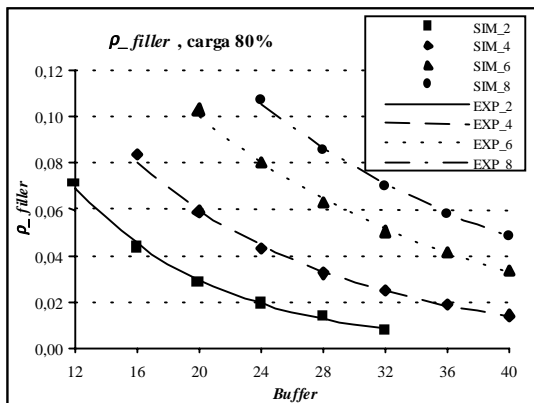


Figura 5-7. Distribución exponencial de la carga ρ_{filler} en un IMUX cargado al 80%.

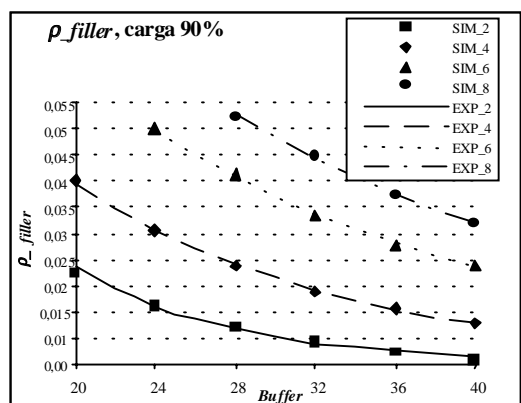


Figura 5-8. Distribución exponencial de la carga ρ_{filler} en un IMUX cargado al 90%.

En las Figuras (5-5) a (5-8), vemos los valores de $\rho_{filler}(s, B)$ para valores de la carga ρ igual a 0.6, 0.7, 0.8 y 0.9. Los puntos corresponden a los valores obtenidos del simulador y las líneas a los mismos valores, pero expresados según la función exponencial decreciente conveniente para cada caso. Se ve como realmente el comportamiento encaja muy bien y por lo tanto, se podrán utilizar dichas expresiones para simplificar y aproximar la expresión la carga $\rho_{filler}(\rho, s, B)$ obtenida del simulador.

Para cada valor de la carga ρ , se han obtenido los valores de $a(s)$ y $b(s)$ en la expresión $\rho_{filler}(s, B)=a(s) \cdot e^{-b(s)B}$ para un número de canales $s=2, 4, 6$ y 8 , realizando interpolación polinómica de los cuatro valores obtenidos para $a(s)$ en cada caso, y así poder expresar el coeficiente a en función de s . Lo mismo se ha realizado para $b(s)$, aunque en este caso con un polinomio de segundo grado ha sido suficiente. Así pues, para valores de la carga del 60% y 80% las expresiones obtenidas son respectivamente las siguientes:

$$\begin{aligned}
 \rho_{Filler}(\rho = 0.5, s, B) &= (0.956 - 0.190s + 0.063s^2 - 0.00458s^3) e^{-B \cdot (0.22 - 0.03426s + 0.00193s^2)} \\
 \rho_{Filler}(\rho = 0.6, s, B) &= (0.854 - 0.227s + 0.0574s^2 - 0.00373s^3) e^{-B \cdot (0.2017 - 0.03413s + 0.002082s^2)} \\
 \rho_{Filler}(\rho = 0.7, s, B) &= (0.639 - 0.190s + 0.0434s^2 - 0.00264s^3) e^{-B \cdot (0.1854 - 0.03409s + 0.002216s^2)} \\
 \rho_{Filler}(\rho = 0.8, s, B) &= (0.308 - 0.0564s + 0.0146s^2 - 0.00088s^3) e^{-B \cdot (0.1506 - 0.02560s + 0.001616s^2)} \\
 \rho_{Filler}(\rho = 0.9, s, B) &= (0.512 - 0.205s + 0.0372s^2 - 0.00210s^3) e^{-B \cdot (0.23 - 0.071s + 0.0095s^2 + 0.00045s^3)}
 \end{aligned} \tag{5-3}$$

Nótese, que el interés de hallar unas expresiones matemáticas sencillas para la carga ρ_{filler} radica en que así es posible utilizar la aproximación para el *CLR* en una cola *M/D/s/s+B* hallada en el apartado 3.3.2., utilizando la carga total de la Ecuación (5-1) donde la carga ρ_{filler} es la correspondiente de la Ecuación (5-3).

5.5. Estimación de la probabilidad de pérdida de celdas, *CLR*. Resultados numéricos e interpretación

En este apartado se presenta el modelo analítico obtenido para estimar el *CLR* en el dispositivo *IMUX*, a partir de la aproximación a la solución exacta del sistema de colas *M/D/s/s+B* expuesta en el capítulo 3, con la finalidad de disponer de una herramienta matemática sencilla para calcular el *CLR* en el *IMUX* en función del tamaño de la cola (*B*), número de canales (*s*) y carga ofrecida (ρ) sin tener que recurrir a simulaciones o a medidas en un sistema real.

Una vez que se ha caracterizado la carga total ρ_{total} presente en el dispositivo *IMUX*, tal como se plantea en la Ecuación (5-1), se sustituye en la aproximación para el *CLR* en una cola *M/D/s/s+B* con tiempo de servicio discreto de las Ecuaciones (3-22), (3-23) y (3-24). Así, podemos utilizar la siguiente expresión para aproximar el *CLR* en dicho dispositivo:

$$CLR_{IMUX}(\rho, s, B) \cong CLR_{M/D/s/s+B}(\rho_{total}, s, B) \tag{5-4}$$

En las Figuras (5-9) a (5-13) se puede observar el *CLR* obtenido por simulación y analíticamente de un *IMUX* cargado al 60% y 80% respectivamente, en función del tamaño de la cola, para un sistema *IMA* formado por 2, 4, 6 y 8 enlaces. Debido a que el número de celdas procesadas en el simulador es de 2 millones por intervalo de simulación, el *CLR* mínimo que se alcanza es del orden de magnitud de 10^{-6} , aunque valores menores es posible hallarlos mediante extrapolación. Los símbolos indican los resultados obtenidos mediante simulación, mientras que las líneas representan los resultados analíticos calculados mediante las Ecuaciones (5-1), (5-3), (5-4).

De la observación de todos los resultados obtenidos, se desprende que, en efecto, la probabilidad de pérdida depende de la carga del multiplexor *IMUX*, del número de enlaces y del tamaño de la cola. El *CLR* disminuye a medida que aumenta el tamaño de la cola, consecuentemente la pendiente es más suave a medida que la carga es mayor. También se observa que la diferencia entre tener un número de enlaces u otro, es menor a medida que la carga se hace muy grande.

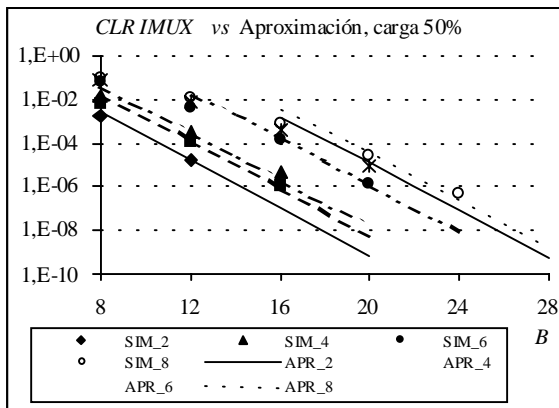


Figura 5-9. CLR en un IMUX cargado al 50%.

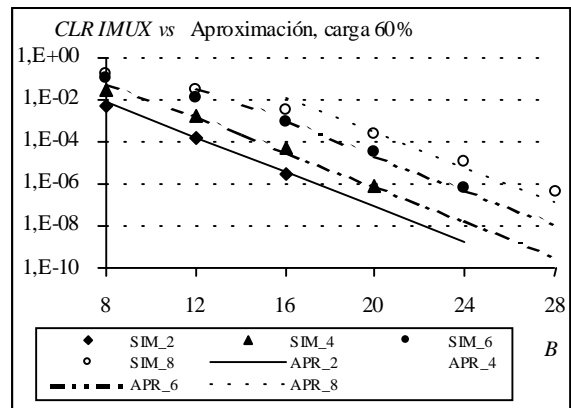


Figura 5-10. CLR en un IMUX cargado al 60%.

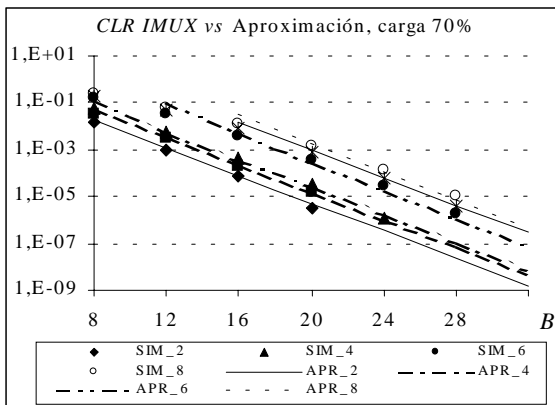


Figura 5-11. CLR en un IMUX cargado al 70%.

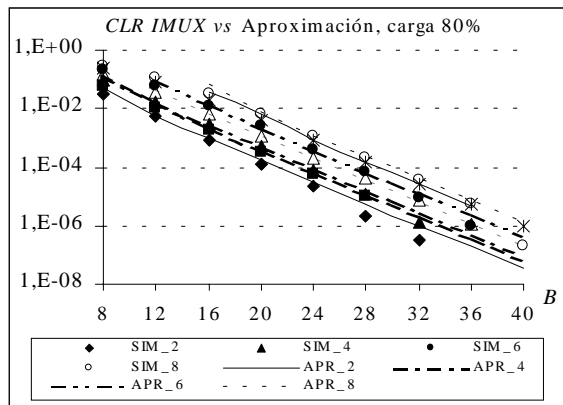


Figura 5-12. CLR en un IMUX cargado al 80%.

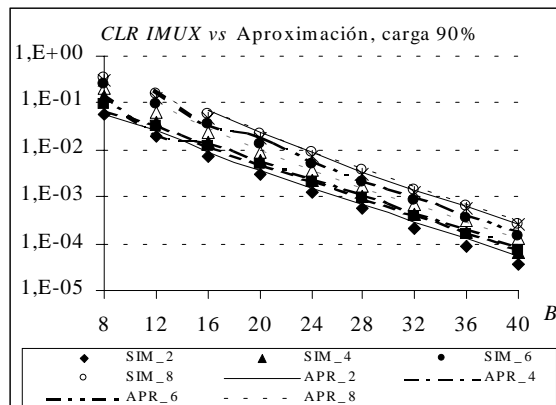


Figura 5-13. CLR en un IMUX cargado al 90%.

5.6. Conclusiones

En este capítulo se presenta una nueva aproximación para obtener la probabilidad de pérdida de celdas o *CLR* en un tipo de nodo *ATM* real, en concreto, a partir de la aproximación propuesta en el capítulo 3 para evaluar el *CLR* en la cola $M/D/s/s+B$ (servicio discreto). Para ello, se ha estudiado y caracterizado la carga adicional que procesa el dispositivo debido a la inserción de celdas de control y de celdas de relleno. La obtención de la carga adicional procedente de la inserción de celdas de relleno, se ha llevado a cabo a partir de resultados de simulación, por lo que el modelo matemático presentado está relacionado con resultados de simulación y no es independiente de la misma. Sin embargo, este primer análisis nos ha permitido evaluar, estudiar y analizar la carga adicional que procesa el dispositivo *IMUX*. En el próximo capítulo se realiza un análisis profundo del efecto que produce la inserción de las celdas de control y de relleno y se obtiene un modelo analítico totalmente independiente de los resultados de la simulación.

Capítulo 6. Modelo íntegramente analítico para la evaluación de prestaciones en el *IMUX*

6.1. Introducción. Modelo sencillo para el *IMUX* basado en un sistema de colas con servidor único. Parámetros de interés

En este capítulo, nos proponemos modelar el comportamiento del Multiplexor Inverso para *ATM (IMUX, Inverse Multiplexer)* a partir de un sistema de colas con servidor único, de manera que se disponga de unas expresiones matemáticas aún más sencillas para evaluar las prestaciones de dicho dispositivo, en términos de la probabilidad de pérdida de celdas y del tiempo medio de espera de las celdas en la cola de entrada del sistema. Nótese, que en este caso se usa un modelo con un único servidor, lo cual implica una disminución notable de la complejidad analítica.

Como se describió en el capítulo 4, el dispositivo *IMUX* dispone de s enlaces a su salida. Las celdas que van a ser servidas por cada uno de los c enlaces, salen del sistema al finalizar el intervalo de servicio, cuya duración es $1/\mu = 1/TRLCR$, donde *TRLCR* es la capacidad o tasa del enlace de referencia (*Timing Reference Link Cell Rate*).

Sin embargo, la decisión de cuál va a ser el enlace de salida para cada una de las celdas, se hace a tasa *IDCR (IMA Data Cell Rate)*. Es decir, la distancia entre los intervalos de decisión es $1/IDCR$. La relación entre las tasas *IDCR* y *TRLCR* está definida por el *ATM Forum* [ATM97, ATM99] según la siguiente expresión:

$$\frac{1}{IDCR} = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{TRLCR} \cdot \frac{M \cdot 2049}{(M-1) \cdot 2048} \stackrel{\uparrow}{M=128} = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{TRLCR} \cdot \frac{128 \cdot 2049}{127 \cdot 2048} \tag{6-1}$$

donde s es el número de enlaces del grupo *IMA*, $(M-1)/M$ es el factor que tiene en cuenta la inserción de una celda de control *ICP* cada M celdas (definiendo la trama *IMA*, de longitud M celdas una de las cuales es la celda de control *ICP*) y el término $2049/2048$ indica la inserción de un *Stuff Event* (dos celdas *ICP* seguidas, denominadas también celdas *SICP*) cada 2049 celdas para evitar problemas de sincronismo con enlaces que funcionen con relojes independientes.

Como hemos considerado ya anteriormente, al tener las celdas *ATM* longitud fija (*53 bytes*) el tiempo medio de servicio ($1/\mu$) es constante y se iguala o normaliza a la unidad. Consideremos una cola $M/D/1/B+1$ cuyo tiempo de servicio sea $1/\mu' = 1/IDCR$. Con ello, tenemos que la relación entre los tiempos de servicio del *IMUX* ($1/\mu = 1/TRLCR$) y de la cola con servidor único ($1/\mu' = 1/IDCR$) es la expresada en la Ecuación (6-2). Podemos ver gráficamente esta relación en la Figura (6-1), en un ejemplo en que $s = 4$ canales. En general, hay s/K intervalos de duración $1/IDCR$ en un intervalo de servicio $1/TRLCR$, donde el valor de K puede resolverse de la Ecuación (6-2).

$$\frac{1}{\mu'} = \frac{1}{IDCR} = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\underbrace{TRLCR}_{1/\mu \equiv 1}} \cdot \frac{128 \cdot 2049}{\underbrace{127 \cdot 2048}_{K=1'0084}} = \frac{K}{s} \tag{6-2}$$

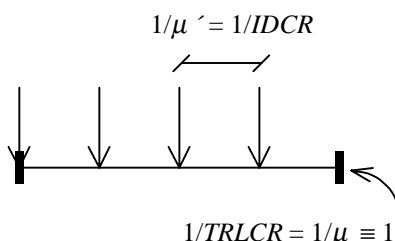


Figura 6-1. Relación entre tiempos de servicio para el *IMUX* y la cola $M/D/1/B+1$. Ejemplo para $s=4$ canales.

En las Figuras (6-2) y (6-3), podemos ver los esquemas del dispositivo *IMUX* y de la cola $M/D/1/B+1$, así como los principales parámetros de Teoría de Colas que los definen: tráfico entrante al sistema, A Erlang; carga por enlace ρ , tasas de llegada y de servicio, λ [celdas/*u.d.t.*] y μ [*u.d.t.*/celda] respectivamente, siendo *u.d.t.* la unidad de tiempos seleccionada.

En el modelo con un único servidor $M/D/1/B+1$, la carga por enlace ρ' se expresa en función de la carga por enlace ρ en el dispositivo *IMUX* tal como se indica en la Ecuación (6-3). Asimismo, la tasa de llegada de celdas al sistema se expresa en función de la carga por enlace del sistema $M/D/1/B+1$ y del número de enlaces del grupo *IMA*, s según se expresa en la Ecuación (6-4).

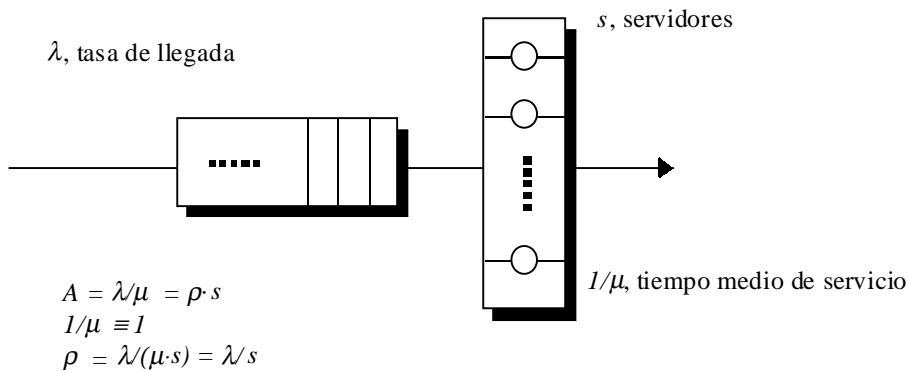


Figura 6-2. Esquema y parámetros de teoría de colas para el modelo del dispositivo IMUX.

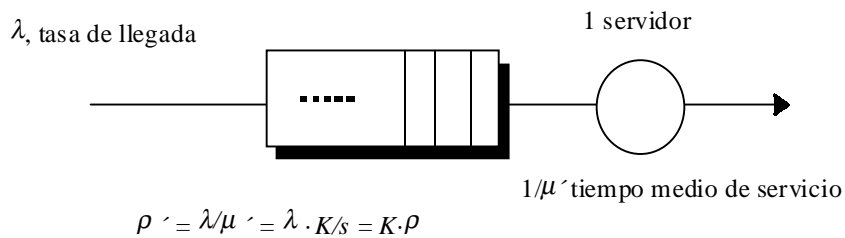


Figura 6-3. Esquema y parámetros de teoría de colas para la cola M/D/1/B+1. Nuevo modelo para el dispositivo IMUX.

$$\rho' = \frac{\lambda}{\mu'} = \lambda \cdot \frac{K}{s} = K \cdot \rho \tag{6-3}$$

$$\lambda = \frac{\rho' \cdot s}{K} \tag{6-4}$$

6.2. CLR y tiempo medio de espera en la cola (\bar{W}) a partir de la solución M/D/1/N modificando el tiempo medio residual de servicio

El tiempo medio de espera en el sistema M/D/1/N, se puede expresar según la Ecuación (6-5), donde $N=B+1$ es la capacidad total del sistema, y B es la capacidad de la cola a la entrada del mismo. El término p_j indica la probabilidad de que al llegar una celda al sistema, éste se encuentre en el estado E_j (es decir conteniendo j celdas) y el término t_j es el tiempo medio de espera de las celdas en el sistema en ese mismo caso. Asumiendo que las celdas llegan al sistema según un proceso de *Poisson*, la probabilidad de pérdida de celdas o CLR coincide con la probabilidad del estado de congestión del sistema, p_N que hemos llamado $p_{\text{celda_no_se_cursa}}$ en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{sistema} &= \sum_{j=0}^N t_j \cdot p_j = \sum_{j=0}^{N-1} t_j \cdot p_j + t_N \cdot p_N = \bar{W}_{sist/celda_se_cursa} \cdot P_{celda_se_cursa} + \\ &+ \bar{W}_{sist/celda_no_se_cursa} \cdot P_{celda_no_se_cursa} = \\ &= \bar{W}_{sist/celda_se_cursa} \cdot (1 - CLR) + \bar{W}_{sist/celda_se_cursa} \cdot CLR \end{aligned} \tag{6-5}$$

El término que nos interesa es el tiempo medio de espera en el sistema cuando las celdas se procesan, es decir $\bar{W}_{sist/celda_se_cursa}$, que por comodidad en adelante llamaremos \bar{W}_{sist} . A partir de la ecuación anterior obtenemos que \bar{W}_{sist} tiene la siguiente expresión:

$$\bar{W}_{sist} = \frac{\sum_{j=0}^{N-1} t_j \cdot p_j}{1 - p_N} \tag{6-6}$$

El tiempo de espera de las celdas que llegan al sistema cuando éste está vacío, t_0 , es:

$$t_0 = \bar{x} + \bar{R}_0 \tag{6-7}$$

siendo \bar{x} el tiempo medio de servicio y \bar{R}_0 el tiempo medio residual de servicio de la celda *Filler* o de relleno presente en el sistema cuando no hay celda procedente del nivel *ATM*, como se explica en el apartado (4-3). Para otros valores de $j \neq 0$, el tiempo de espera de las celdas que llegan al sistema cuando éste contiene $j \neq 0$ celdas es:

$$t_j = \underbrace{\bar{x}}_{\text{tiempo medio de servicio}} + \underbrace{(j-1) \cdot \bar{x}}_{\text{tiempo medio de servicio de las celdas que hay en cola}} + \underbrace{\bar{R}_j}_{\text{tiempo medio residual de servicio}}, \quad 1 \leq j \leq N-1 \tag{6-8}$$

Asumiendo que todas las celdas llegan al sistema según un proceso de *Poisson*, el tiempo medio residual de servicio es el mismo para todo valor de j , por lo que lo podemos denominar \bar{R} . Éste a su vez, se puede expresar en función del primer y segundo momentos del proceso que define la llegada de celdas al sistema (m_1 y m_2), o bien del primer momento y de la varianza de dicho proceso (m_1 y σ^2). Si el proceso de llegadas es de *Poisson*, $m_1=1/\lambda$ y $\sigma^2=1/\lambda^2$ [KLE75, pág. 70, 173], con lo que finalmente \bar{R} puede expresarse como:

$$\bar{R} = \frac{m_2}{2 \cdot m_1} = \frac{m_1}{2} + \frac{\sigma^2}{2 \cdot m_1} \stackrel{\text{Poisson}}{=} \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda^2} \right) = \frac{1}{\lambda} \tag{6-9}$$

A partir de la manipulación de las Ecuaciones (6-6) a (6-9) el tiempo medio de espera en el sistema, \bar{W}_{sist} , puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
 \bar{W}_{sist} &= \frac{1}{1-p_N} \cdot \left(\underbrace{\bar{x} \cdot \sum_{j=0}^{N-1} p_j}_{1-p_N} + \bar{x} \cdot \sum_{j=1}^{N-1} (j-1) \cdot p_j + \bar{R} \cdot \underbrace{\sum_{j=0}^{N-1} p_j}_{1-p_N} \right) = \\
 &= \bar{x} + \bar{R} + \frac{\bar{x}}{1-p_N} \cdot \sum_{j=1}^{N-1} (j-1) \cdot p_j = \\
 &= \bar{x} + \bar{R} + \frac{\bar{x}}{1-p_N} \cdot \left(\underbrace{\sum_{j=1}^N (j-1) \cdot p_j}_{\bar{N}_Q = \text{Número medio de celdas en la cola}} - (N-1) \cdot p_N \right) = \\
 &= \underbrace{\bar{x}}_{\bar{W}_{servicio}} + \bar{R} + \underbrace{\frac{\bar{x}}{1-p_N} \cdot (\bar{N}_Q - (N-1) \cdot p_N)}_{\bar{W}_{cola}} = \bar{W}_{servicio} + \bar{W}_{cola}
 \end{aligned} \tag{6-10}$$

donde el tiempo medio de servicio, $\bar{x} = K/s$, es el obtenido en la Ecuación (6-2) y es igual al intervalo de decisión de la salida de las celdas por el dispositivo *IMUX*, tal como se muestra en la Figura (6-1). Así mismo, el tiempo medio residual de servicio $\bar{R} = 1/\lambda = 1/\rho \cdot s$ es el obtenido a partir de las Ecuaciones (6-3), (6-4) y (6-9).

Lo único que falta hallar, son las probabilidades de estado π_j , para $0 \leq j \leq N$ en el sistema *M/D/1/N*. En el Anexo 1 puede verse el desarrollo para su obtención. Las probabilidades de estado en un sistema de colas *M/D/1* con una carga por enlace ρ , son [GRO74]:

$$\begin{aligned}
 \pi_0' &= 1 - \rho \\
 \pi_1' &= (1 - \rho) \cdot (e^\rho - 1) \\
 \pi_n' &= (1 - \rho) \cdot \left\{ \sum_{j=1}^n e^{j \cdot \rho} \cdot (-1)^{n-j} \cdot \frac{(j \cdot \rho)^{n-j}}{(n-j)!} + \sum_{j=1}^{n-1} e^{j \cdot \rho} \cdot (-1)^{n-j} \cdot \frac{(j \cdot \rho)^{n-j-1}}{(n-j-1)!} \right\}, \quad n \geq 2
 \end{aligned} \tag{6-11}$$

En un sistema *M/D/1/N*, la probabilidad π_j de que una celda que ingresa en la cola encuentre el sistema con j celdas se puede expresar como [GRO74, pág 251]:

$$\pi_j = C \cdot \pi_j', \quad \text{siendo } C = \frac{1}{\sum_{j=0}^{N-1} \pi_j'}, \quad 0 \leq j \leq N-1 \tag{6-12}$$

Los puntos de observación son los instantes de salida, por eso el índice del sumatorio llega hasta $N-1$ en lugar de hasta N . En la Ecuación (6-10), ya podemos calcular el número medio de celdas en la cola, puesto que debemos utilizar las probabilidades de estado de las celdas que ingresan en la misma.

$$\bar{N}_Q = \sum_{j=1}^{N-1} (j-1) \cdot \pi_j \quad (6-13)$$

Para el cálculo de la probabilidad de pérdida de celdas en la cola $M/D/1/N$, utilizaremos en este caso la aproximación propuesta en [GRO74, pág. 252]. Primero vamos a obtener la probabilidad de que una celda que llega al sistema (ingrese en él o no) encuentre el sistema con j celdas y ésta se puede expresar como [GRO74, pág. 252]:

$$\begin{aligned} p'_0 &= \frac{\pi_0}{\pi_0 + \rho} \\ p'_j &= \frac{\pi_j}{\pi_0 + \rho}, \quad 0 \leq j \leq N-1 \\ p'_N &= 1 - \frac{1 - p'_0}{\rho} \end{aligned} \quad (6-14)$$

Finalmente, las expresiones utilizadas para calcular el tiempo medio de espera en la cola y la probabilidad de pérdida de celdas, son las de la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{cola} &= \bar{R} + \bar{x} \cdot \left(\frac{1}{1 - p'_N} \cdot (\bar{N}_Q - (N-1) \cdot p'_N) \right) \\ CLR &\cong p'_N = 1 - \frac{1 - p'_0}{\rho} \end{aligned} \quad (6-15)$$

6.2.1. Resultados gráficos para la aproximación al CLR en el $IMUX$

La aproximación que utilizamos para el CLR en este apartado es la de la Ecuación (6-15), donde la carga por enlace que procesa el dispositivo $IMUX$ se obtiene a partir de la Ecuación (6-3) como:

$$\begin{aligned} \rho' &= K \cdot \rho_{total} = K \cdot (\rho_{ATM} + \rho_{ICP} + \rho_{SICP} + \rho_{Filler}) = \\ &= K \cdot \left(\rho_{ATM} + \frac{1}{128} + \frac{1}{2048} + \rho_{Filler} \right) \end{aligned} \quad (6-16)$$

donde ρ_{ATM} es la carga procedente del nivel ATM ; ρ_{ICP} representa la inserción de 1 celda ICP cada 128 celdas y ρ_{SICP} la inserción de 1 celda $SICP$ cada 2048 celdas. Además, se encuentra el término que incorpora el efecto que sobre la carga ρ_{total} supone la inserción de las celdas $Filler$ o de relleno, $\rho_{Filler}(\rho, s, B)$, valores que se han obtenido de manera experimental con el simulador descrito en el Anexo III. El análisis de $\rho_{Filler}(\rho, s, B)$, se desarrolla en el apartado 5.4 del capítulo 5 y su expresión en función de la capacidad de la cola y del número de enlaces, para cada valor de la carga, se expresa en las Ecuaciones (5-3). En el próximo apartado 6.3, se realiza un análisis completamente independiente de resultados de simulación.

Las Figuras (6-4) a (6-7), muestran gráficamente los resultados de la aproximación propuesta en la Ecuación (6-15) para el *CLR* comparados con los mismos valores extraídos del simulador *SIMUX* que se referencia en el Anexo III.

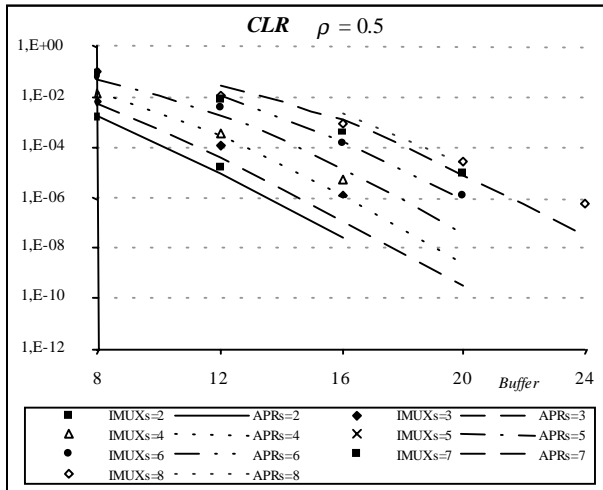


Figura 6-4. CLR en un IMUX cargado al 50%.

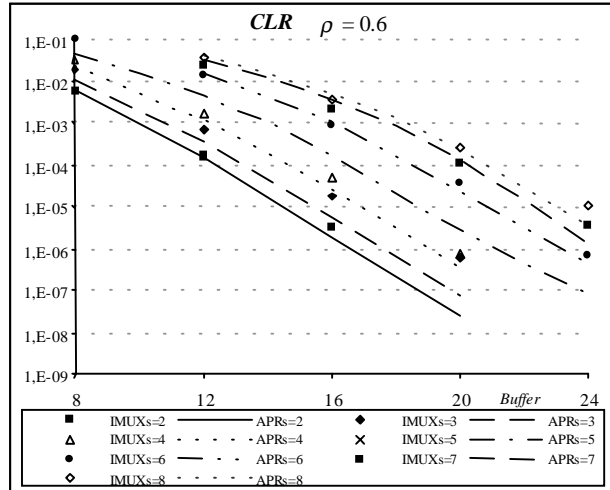


Figura 6-5. CLR en un IMUX cargado al 60%.

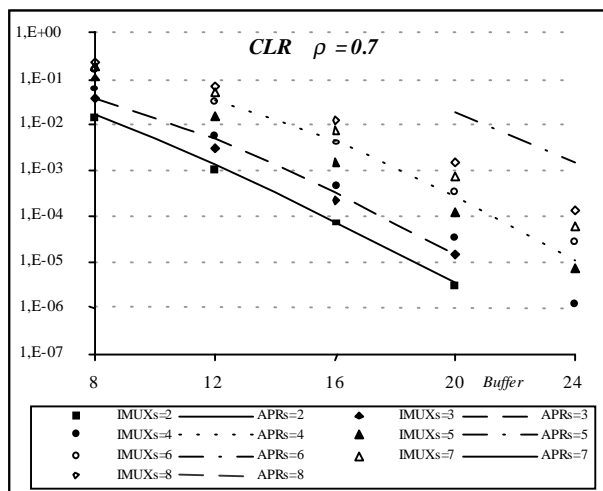


Figura 6-6. CLR en un IMUX cargado al 70%.

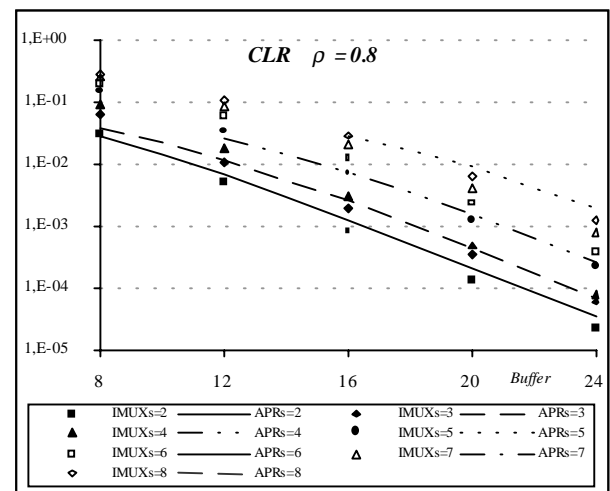


Figura 6-7. CLR en un IMUX cargado al 80%.

De la observación de estas cuatro gráficas anteriores, puede verse que para valores medios de la carga la aproximación es bastante buena, mientras que para valores altos de la carga, cuando el número de enlaces es pequeño ($s=2, 3$) la aproximación es muy buena pero cuando s crece ($s=7, 8$) la aproximación supera en bastante a los valores simulados. De todas maneras, tener una aproximación pesimista, es decir, con valores del *CLR* mayores que los que tendría el dispositivo *IMUX*, es más deseable que no que sean menores. En ingeniería, suele ser siempre mejor sobredimensionar los sistemas que infra-dimensionarlos. Como ya se dijo en el apartado 5.4, la obtención de $\rho_{Filler}(\rho, s, B)$ ha sido experimental, sin embargo las expresiones obtenidas para evaluar el *CLR* son sencillas y útiles como herramienta para la fase de diseño de los parámetros del dispositivo *IMUX*. No obstante, en el apartado 6.3 se efectúa un análisis completamente independiente de la carga $\rho_{Filler}(\rho, s, B)$ y por lo tanto de resultados de simulación.

6.2.2. Resultados gráficos para la aproximación al \bar{W} en el *IMUX*

La aproximación que se propone para la obtención del tiempo medio de espera en la cola (\bar{W}) en este apartado es la expresada en la Ecuación (6-15), donde el tiempo medio residual de servicio es:

$$\bar{R} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\rho \cdot s} = \frac{1}{\left(\rho_{ATM} + \frac{1}{128} + \frac{1}{2048} \right) \cdot s} \quad (6-17)$$

En la Ecuación (6-15), el tiempo medio de servicio es el obtenido en la Ecuación (6-2), $\bar{x} = K/s$. Para obtener el número medio de unidades en cola (\bar{N}_Q expresada en la Ecuación (6-13)), y la probabilidad del estado congestionado (p'_N en la Ecuación (6-15)) se utiliza la carga por enlace ρ indicada en la Ecuación (6-17).

De esta manera, el incremento que causan las celdas *Filler* en el \bar{W} , se tiene en cuenta en el tiempo residual de servicio \bar{R} en lugar de en una carga equivalente ρ_{Filler} , por lo que la aproximación al tiempo medio de espera en la cola del *IMUX* es independiente de resultados de simulación.

Así tendríamos una aproximación para el tiempo medio de espera en el sistema si el servicio fuera continuo, es decir que a medida que llegaran las celdas al sistema fueran sirviéndose, en caso de que hubiera algún servidor libre. Pero dado que las celdas *ATM* tienen longitud fija (53 bytes) el tiempo está dividido en intervalos de longitud constante igual al tiempo de servicio. En el Anexo II calculamos el número medio de celdas que ingresan en la cola del sistema durante el intervalo de servicio y el tiempo medio de espera equivalente de las mismas, que denominamos \bar{W}_{discr} y que para un tamaño de la cola suficientemente grande (hemos observado que con $B \geq 12$ ya es suficiente) se puede aproximar por 0.5 como indica la Ecuación (II-6) del Anexo II. Sumando esta contribución debida a que el tiempo de servicio es discreto, obtenemos la aproximación al tiempo medio de espera en el *IMUX*. El tiempo medio de espera en la cola \bar{W}_{cola} ha sido calculado con las unidades de tiempo correspondientes a $1/\mu'$, pero nos interesa expresarlas en la base temporal relativa al *slot* de servicio de las celdas $1/\mu$, por lo que tendremos que dividir \bar{W}_{cola} por la relación entre bases temporales, relación que como puede observarse de la Ecuación (6-2) es igual a s/K .

$$\begin{aligned} \bar{W}_{cola} &\cong \left[\bar{R} + \bar{x} \cdot \left(\frac{1}{1-p'_N} \cdot (\bar{N}_Q - (N-1) \cdot p'_N) \right) \right] \cdot \frac{K}{s} + \bar{W}_{discr} \cong \\ &\cong \left[\bar{R} + \bar{x} \cdot \left(\frac{1}{1-p'_N} \cdot (\bar{N}_Q - (N-1) \cdot p'_N) \right) \right] \cdot \frac{K}{s} + 0.5 \end{aligned} \quad (6-18)$$

En la Figuras (6-8) a (6-12), vemos los resultados de la aproximación de \bar{W}_{cola} propuesta en la Ecuación (6-18) comparados con los valores obtenidos del simulador *SIMUX*. Podemos observar que la aproximación es optimista, es decir que ofrece un retardo medio menor que el que podemos encontrar en el *IMUX*. En media, hemos calculado que la aproximación siempre está media unidad de tiempo por debajo del valor deseado. A medida que aumentan la carga por enlace y el número de canales, la aproximación se acerca más a los valores simulados. A la vista de estos resultado gráficos, podemos concluir que la aproximación propuesta no es suficientemente buena. Adelantamos aquí que el efecto que produce la inserción de celdas *ICP* y *SICP* no puede resumirse simplemente por las cantidades 1/128 y 1/2048 como vemos en la Ecuación (5-1), sino que su efecto sobre el retardo y las pérdidas es mayor. Un análisis profundo sobre este punto se realiza en el apartado 6.3.3.

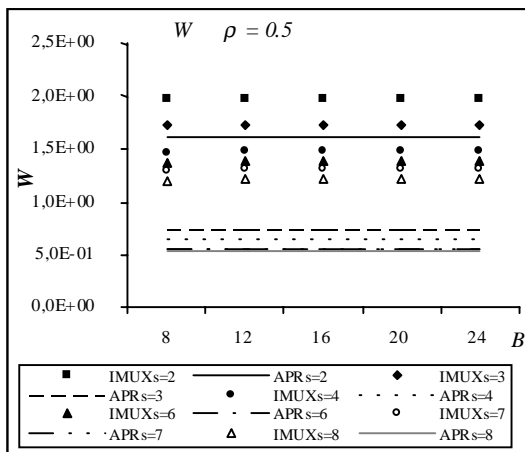


Figura 6-8. \bar{W} en un IMUX cargado al 50%.

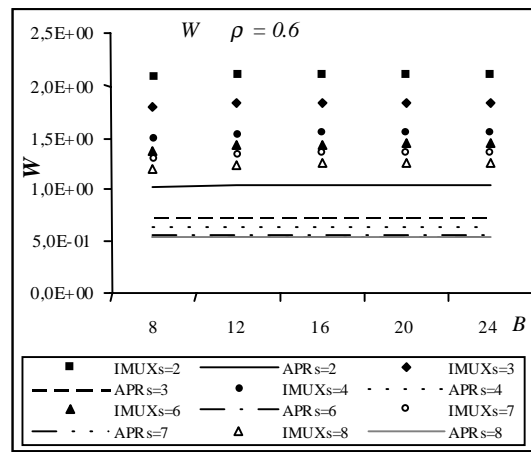


Figura 6-9. \bar{W} en un IMUX cargado al 60%.

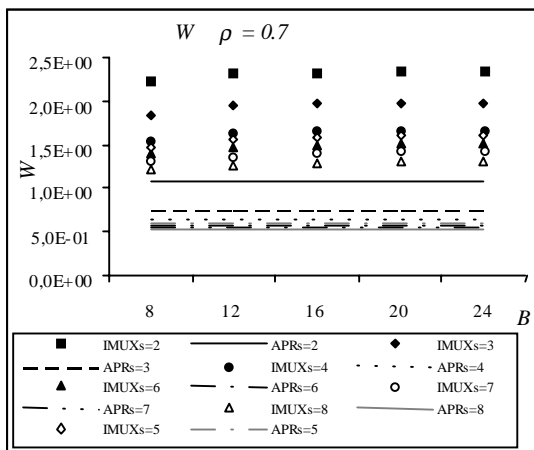


Figura 6-10. \bar{W} en un IMUX cargado al 70%.

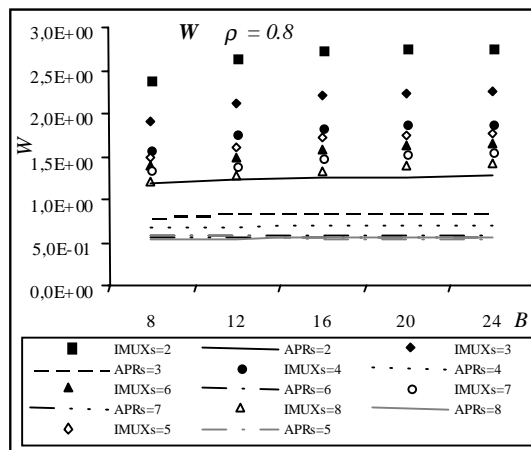


Figura 6-11. \bar{W} en un IMUX cargado al 80%.

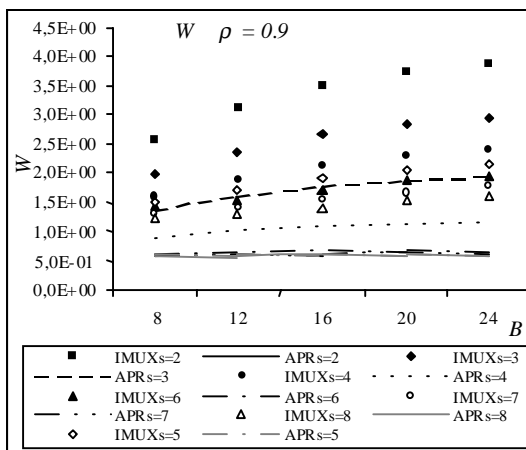


Figura 6-12. \bar{W} en un IMUX cargado al 90%.

6.3. CLR y \bar{W} a partir de la semi-cadena de Markov M/D/1 modificando el estado cero. Análisis de los efectos adicionales que se producen en el IMUX

Un proceso de Markov en un espacio discreto de estados se define como cadena de Markov. La cadena de Markov con tiempo discreto es la más sencilla de entender. Un conjunto de variables aleatorias $\{X_n\}$ forman una cadena de Markov si la probabilidad de que el próximo valor (estado) sea x_{n+1} depende sólo del estado actual x_n y no de ningún valor anterior. Así disponemos de una secuencia aleatoria en que la dependencia se extiende hacia el pasado sólo en una unidad temporal. El valor actual o presente del proceso resume el modo en que la historia pasada afecta a su futuro desarrollo. En una cadena de Markov con tiempo discreto, los instantes en que se producen cambios de estado son múltiplos enteros de la unidad temporal, mientras que para la cadena de Markov con tiempo continuo las transiciones entre estados suceden en cualquier instante [KLE75, pág. 22].

El proceso que describe el tiempo de permanencia en un estado debe tener una distribución exponencial (para cadena de Markov con tiempo continuo) o distribución geométrica (para cadena de Markov con tiempo discreto) por ser ambas distribuciones “sin memoria” como se requiere en todo proceso de Markov [KLE75, pág. 45]. Esto supone una fuerte restricción y para poder considerar una distribución arbitraria en el tiempo de permanencia en un estado, se define la semi-cadena de Markov (*embedded Markov chain*). Este semi-proceso de Markov se comporta como una cadena de Markov normal en los instantes de transición de estados. En esos instantes, se dice que tenemos una cadena de Markov subyacente o “*embedded*”. Así pues, la semi-cadena de Markov se define en los instantes de transición entre estados [KLE75, pág. 23].

Se puede estudiar la cola M/G/1 mediante una semi-cadena de Markov considerando los instantes de salida del sistema (o finalización del servicio) como instantes de transición entre estados [KLE75, pág. 174]. Es decir, un estado especifica el número de unidades que deja atrás una unidad que abandona el sistema. Así se describe un semi-proceso de Markov en el que las

transiciones de estado suceden en los instantes en que las unidades salen del sistema. En [KLE75, pág 118] se demuestra que afortunadamente, para el proceso de llegadas de *Poisson* la solución a la semi-cadena de *Markov* en los instantes de salida es válida también para cualquier otro instante.

En este apartado proponemos otra aproximación a la probabilidad de pérdida de celdas o *CLR* y al tiempo medio de espera en el sistema \bar{W} , a partir de la semi-cadena de *Markov* *M/D/1* modificando el estado E_0 en el que no hay ninguna celda en el sistema. Por otro lado, se tendrán en cuenta los efectos que tienen la inserción de las celdas de control *ICP* y *SICP*, la tasa *IDCR* de decisión de salida de las celdas del sistema y el hecho de que el tiempo de servicio sea discreto.

6.3.1. Probabilidades de transición entre estados en la semi-cadena de *Markov* *M/D/1* modificada. Aproximación para el sistema *M/D/1/N*: \bar{N}_{cont} , \bar{W}_{cont} y CLR_{cont}

El sistema de colas *M/D/1* con tiempo de servicio determinista, puede ser estudiado como caso particular de la semi-cadena de *Markov* (o *embedded Markov chain*) *M/G/1*, caracterizada por el siguiente esquema de estados y de probabilidades de transición entre estados [KLE75, pág. 178]:

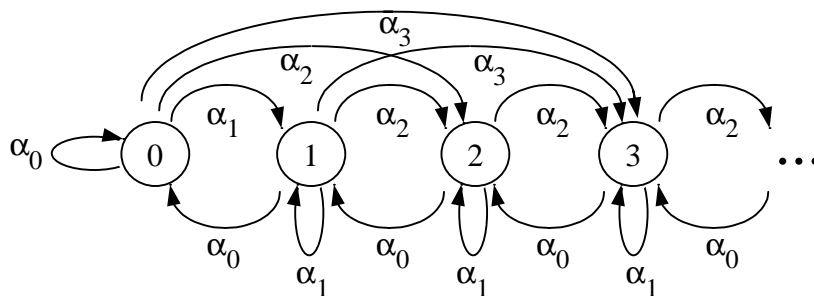


Figura 6-13. Semi-cadena de *Markov* *M/G/1*.

Los estados de una semi-cadena de *Markov* indican el número de celdas que quedan en el sistema justo después de servirse una celda. La matriz de probabilidades de transición que la define tiene el siguiente formato:

$$P = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots \\ \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots \\ 0 & \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \dots \\ 0 & 0 & \alpha_0 & \alpha_1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \tag{6-19}$$

donde α_k es la probabilidad de que lleguen k celdas al sistema durante el intervalo de servicio $\bar{x}=1/\mu$, suponiendo que las llegadas siguen un proceso de *Poisson* de media λ y que el tiempo de servicio es constante e igual a $1/\mu$, por lo que estamos particularizando para la semi-cadena de *Markov* *M/D/1*.

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \int_0^{\infty} \frac{(\lambda \cdot x)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot b(x) \cdot dx = \{b(x) = pdf = \partial(x - \bar{x})\} = \\ &= \int_0^{\infty} \frac{(\lambda \cdot x)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot \partial(x - \bar{x}) \cdot dx = e^{-\lambda \cdot \bar{x}} \cdot \frac{(\lambda \cdot \bar{x})^k}{k!} = \left\{ \lambda \cdot \bar{x} = \lambda \cdot \frac{1}{\mu} = \rho \right\} = e^{-\rho} \cdot \frac{\rho^k}{k!} \end{aligned} \quad (6-20)$$

Para obtener las probabilidades de estado estacionario p sabemos que $p=p \cdot P$, donde $p=[p_0, p_1, p_2, \dots]$. Para ello, podemos partir de un vector $p^{(0)}$ inicial y aplicar la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} p^{(0)} &= [1, 0, 0, 0, \dots] \\ p^{(1)} &= p^{(0)} \cdot P \\ p^{(2)} &= p^{(1)} \cdot P = p^{(0)} \cdot P^2 \\ &\vdots \\ p &= \lim_{n \rightarrow \infty} p^{(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} p^{(0)} \cdot P^n \rightarrow p = [p_0, p_1, p_2, \dots] \end{aligned} \quad (6-21)$$

A continuación, realizaremos las modificaciones necesarias en la semi-cadena de *Markov M/D/1* que hemos analizado para que el comportamiento del sistema se asemeje al comportamiento de un sistema *IMA*.

El sistema *IMA* se ha modelado como un sistema con único servidor, que funciona a tasa *TRLCR*. Este sistema sirve celdas procedentes del nivel *ATM* o bien celdas *Filler* de relleno. Si el servidor encuentra celdas de nivel *ATM* en el sistema, las servirá, y si no servirá una celda *Filler* en su lugar, para mantener los enlaces siempre ocupados y así no perder el sincronismo necesario en recepción para recuperar el flujo original de celdas. Por tanto, el sistema siempre está activo, ya sea sirviendo celdas *Filler* o celdas de nivel *ATM*. Esto implica que la primera diferencia con el sistema *M/D/1*, es que en el sistema *IMA* no existe el estado “0” (E_0) ya que siempre hay alguna celda sirviéndose, y por consiguiente, diremos que $p_0=0$. De esta forma, si el sistema estaba en el estado 1 (en el sistema hay una celda, sea *ATM* o *Filler*) y no llega ninguna celda, el sistema servirá esa celda y al no haber celda procedente del nivel *ATM* empezará a servir una celda *Filler*, por lo que seguirá estando en el estado 1. Si por el contrario ha llegado una celda, después de servir la celda actual se empezará a servir la nueva celda *ATM*, volviendo a estar en el estado 1. A continuación detallamos las cuatro posibilidades que definen la permanencia en el estado “1”. También se indica la probabilidad de cada caso, pues se utilizará más adelante.

- a) En el sistema hay una celda y no ha llegado ninguna celda durante el intervalo de servicio. Probabilidad = $p_1 \cdot \alpha_0$;
 - a.1) Se estaba sirviendo una celda *Filler* y no ha llegado ninguna celda.
 - Se servirá una celda *Filler* en el siguiente *slot* temporal.
 - a.2) Se estaba sirviendo una celda *ATM* y no ha llegado ninguna celda.
 - Se servirá una celda *Filler* en el siguiente *slot* temporal.

b) En el sistema hay una celda y ha llegado una celda *ATM* durante el intervalo de servicio.
 Probabilidad = $p_1 \cdot \alpha_1$;

b.1) Se estaba sirviendo una celda *Filler* y ha llegado una celda *ATM*.

→ Se servirá una celda *ATM* en el siguiente *slot* temporal.

b.2) Se estaba sirviendo una celda *ATM* y ha llegado una celda *ATM*.

→ Se servirá una celda *ATM* en el siguiente *slot* temporal.

En la Figura (6-14), se detalla el diagrama de transición de estados modificado para el sistema *IMA*.

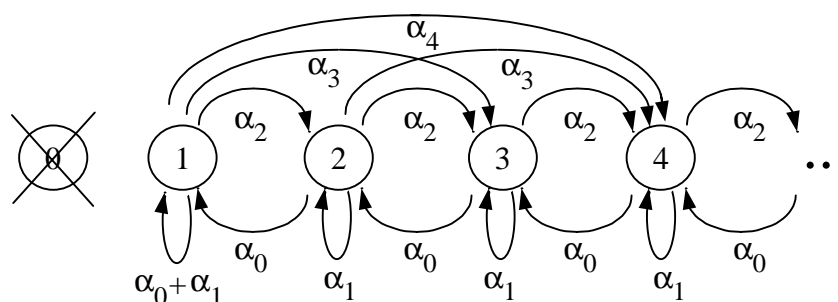


Figura 6-14. Diagrama de estados para el sistema *IMA*.

La matriz de probabilidades de transición que definen a dicho sistema es:

$$P = \begin{bmatrix} \alpha_0 + \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \dots \\ \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots \\ 0 & \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \dots \\ 0 & 0 & \alpha_0 & \alpha_1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \tag{6-22}$$

Utilizando las Ecuaciones (6-20) y (6-21), resolvemos el vector de las probabilidades de estado estacionario p . Es importante resaltar que en este sistema propuesto no existe el estado cero, puesto que el servidor siempre está ocupado, y que la probabilidad de haber una celda en el sistema, comprende a los casos en que hay una celda *ATM* o bien una celda *Filler*.

$$p_0 = 0; \quad p_1 = p_{ATM} + p_{Filler};$$

$$p = [p_1, p_2, p_3, \dots] \tag{6-23}$$

La ocupación media de la cola \bar{N}_{cont} , el tiempo medio de espera en la cola \bar{W}_{cont} y la probabilidad de pérdida de las celdas o *CLR* se calculan aplicando las Ecuaciones (I-3) a (I-5) del Anexo I. El subíndice *cont* se debe a que por ahora, el tiempo de servicio se ha considerado que es continuo. El tiempo medio de espera en la cola \bar{W}_{cont} ha sido calculado con las unidades de tiempo correspondientes a $1/\mu'$, pero nos interesa expresarlas en la base temporal relativa al *slot*

de servicio de las celdas $1/\mu$, por lo que tendremos que dividir \bar{W}_{cont} por la relación entre bases temporales, relación que como se ve en la Ecuación (6-2) es igual a s/K :

$$\bar{N}_{cont} \Big|_{\frac{1}{\mu'}} = \sum_{j=1}^N (j-1) \cdot p_j \tag{6-24}$$

$$\bar{W}_{cont} \Big|_{\frac{1}{\mu}} = \frac{\bar{N}_{cont}}{\lambda} \cdot \frac{K}{s} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{K}{s} \cdot \sum_{j=1}^N (j-1) \cdot p_j \tag{6-25}$$

$$CLR \cong p_N \tag{6-26}$$

Sin embargo, en los apartados que siguen a continuación vamos a analizar los efectos adicionales que se producen en el *IMUX*: la inserción de celdas de control, la tasa de decisión de salida de las celdas y el tiempo de servicio dividido en intervalos de longitud fija o *slots*. Estos efectos contribuyen a un aumento en la ocupación media de la cola, el tiempo medio de espera en la cola y las pérdidas totales, \bar{N}_{tot} , \bar{W}_{tot} y CLR_{tot} respectivamente.

6.3.2. Efecto que produce la tasa *IDCR* de decisión de salida de celdas del sistema:

$$\bar{N}_{IDCR} \text{ y } \bar{W}_{IDCR}$$

Como se explicó en el apartado 6.1, en el dispositivo *IMUX* las celdas se sirven a tasa *TRLCR* y no a tasa *IDCR*, que es la tasa de decisión de salida de las celdas por cada uno de los enlaces del *IMUX*. Es decir, a tasa *IDCR* se decide si por un enlace en particular (los *c* enlaces del grupo *IMA* se visitan cíclicamente) saldrá una celda *ATM*, *ICP* o *Filler*. Pero las celdas abandonan el sistema a tasa *TRLCR*. Las celdas *ATM* que al final de cada intervalo de decisión $1/IDCR$ se ha decidido que saldrán al final del *slot* temporal de duración $1/TRLCR$, se esperan en la memoria del sistema en lugar de abandonarla y pasar a ser servidas. Es decir, se produce un incremento en el número medio de celdas en la cola del sistema equivalente *M/D/1/N* analizado en el apartado anterior 6.3.1.

Dicho de otro modo, hemos considerado un sistema equivalente *M/D/1/N* con un único servidor, cuyo tiempo medio de servicio es $1/\mu' = 1/IDCR$ cuya relación con *TRLCR* puede observarse en la Figura (6-1) y en la Ecuación (6-2). Debido a la diferencia entre instantes de decisión y de servicio, existe un retardo adicional que debe soportar una celda, desde que se decide su salida a tasa *IDCR*, hasta que realmente sale del dispositivo a tasa *TRLCR*.

En el caso a) del apartado 6.3.1, se explicó cómo se puede aproximar la probabilidad de introducir una celda *Filler* (no hay ninguna celda *ATM* en el sistema) en el próximo *slot* temporal, para el sistema con único servidor *M/D/1/N*:

$$\Pr\{\text{se decide introducir celda } Filler\} \cong p_1 \cdot \alpha_0 \tag{6-27}$$

Por lo tanto, de la Ecuación (6-27) se desprende que la probabilidad de decidir no introducir una celda *Filler*, es decir, de que haya alguna celda *ATM* en el sistema (y por lo tanto la probabilidad de que se decida introducir una celda *ATM*), será:

$$\Pr\{\text{se decide introducir una celda } ATM\} \cong 1 - p_1 \cdot \alpha_0 \tag{6-28}$$

A la vista de la Ecuación (6-2) en la que se expresa la relación entre $1/\mu$ y $1/\mu'$, en general hay s/K instantes de decisión dentro de un mismo intervalo de servicio. Por lo tanto el número medio de celdas *ATM* que se ha decidido que salgan del sistema la final del *slot*, pero siguen esperando en la cola hasta ese instante incrementando la longitud media de la misma, es:

$$N_{IDCR_1} \cong \frac{s}{K} \cdot (1 - p_1 \cdot \alpha_0) \tag{6-29}$$

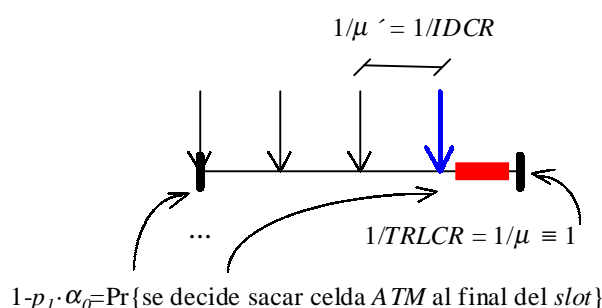


Figura 6-15. Probabilidad de decidir sacar una celda *ATM* al final del *slot*.

Hay otro efecto adicional que sucede en el *IMUX* relativo a la tasa de decisión de salidas *IDCR*. El último instante de decisión de salida de celdas es el que se ha resaltado en la Figura (6-15). Esto implica que si hay alguna celda *ATM* en el sistema durante el intervalo señalado, su correspondiente instante de decisión de salida del sistema se halla en el próximo *slot* (no en el actual), por lo que esas celdas se esperarán en la cola hasta el final de ese siguiente *slot*, que es cuando abandonarán el sistema. Lo mismo sucederá durante el *slot* actual que analizamos, es decir que, en media, habrá esa misma cantidad de celdas esperando en la cola y que van a salir al final del presente *slot*. Este intervalo supone la siguiente proporción del *slot*:

$$\Pr\{\text{último intervalo}\} = \frac{\frac{1}{TRLCR} - \frac{s-1}{IDCR}}{\frac{1}{TRLCR}} = \frac{1 - \frac{K \cdot (s-1)}{s}}{\frac{1}{TRLCR}} \tag{6-30}$$

Para aproximar el número medio de celdas que hay en la cola durante este intervalo señalado y resaltado en la Figura (6-15), bastará con calcular el número medio de celdas que llegan a la cola del sistema equivalente con único servidor *M/D/1/N* durante el intervalo de servicio que es igual a $1/\mu'$. Para ello utilizamos la Ecuación (6-20) de la probabilidad α_k de que lleguen k celdas al sistema durante el intervalo de servicio constante $\bar{x} = 1/\mu'$, suponiendo que las llegadas siguen un proceso de *Poisson* de media λ , por lo que la carga por enlace es igual a $\rho' = K \cdot \rho_{ATM}$, obtenida en

la Ecuación (6-3). Consideramos que la cola del sistema, de capacidad total B , aproximadamente está llena con $\bar{N}_{M/M/1/N}$ celdas, la longitud media de una cola $M/M/1/N$, por tratarse de un sistema físicamente parecido con solución cerrada, y cuya expresión es:

$$\bar{N}_{M/M/1/N} = \frac{\rho \cdot [-(1-\rho) \cdot \rho^N \cdot (N+1) + (1-\rho^{N+1})]}{(1-\rho^{N+1}) \cdot (1-\rho)} \quad (6-31)$$

De esta manera, la capacidad media disponible para las celdas que lleguen al sistema durante este intervalo $1/\mu'$ es $B - \bar{N}_{M/M/1/N}$. El número medio de celdas que ingresan en la cola durante ese intervalo $1/\mu'$ es:

$$\bar{N}_{1/\mu'} \cong \sum_{i=1}^{B-\bar{N}_{M/M/1/N}} i \cdot \alpha_i = \sum_{i=1}^{B-\bar{N}_{M/M/1/N}} i \cdot \frac{(\rho')^i}{i!} \cdot e^{-\rho'} \quad (6-32)$$

Así, una aproximación para el número medio adicional de celdas que esperan en la cola del sistema debido al intervalo especial señalado en la Figura (6-15), se halla multiplicando las Ecuaciones (6-30) y (6-32):

$$\bar{N}_{IDCR2} \cong \left(1 - \frac{K \cdot (s-1)}{s}\right) \cdot \sum_{i=1}^{B-\bar{N}_{M/M/1/N}} i \cdot \frac{(\rho')^i}{i!} \cdot e^{-\rho'} \quad (6-33)$$

Finalmente, el número medio de celdas que esperan en la cola del *IMUX* debido a que las celdas se sirven a tasa *TRLCR* y no a tasa *IDCR*, puede aproximarse por la siguiente expresión sumando las Ecuaciones (6-29) y (6-33):

$$\bar{N}_{IDCR} \cong \frac{s}{K} \cdot (1 - p_1 \cdot \alpha_0) + \left(1 - \frac{K \cdot (s-1)}{s}\right) \cdot \sum_{i=1}^{B-\bar{N}_{M/M/1/N}} i \cdot \frac{(\rho')^i}{i!} \cdot e^{-\rho'} \quad (6-34)$$

Aplicando la relación de *Little*, el retardo medio adicional que debe soportar una celda, desde que se decide su salida a tasa *IDCR*, hasta que realmente sale del dispositivo a tasa *TRLCR*, se obtiene dividiendo \bar{N}_{IDCR} por la tasa media de llegada de las celdas, λ .

$$\bar{W}_{IDCR} = \frac{\bar{N}_{IDCR}}{\lambda} \cong \left[\frac{s}{K} \cdot (1 - p_1 \cdot \alpha_0) + \left(1 - \frac{K \cdot (s-1)}{s}\right) \cdot \sum_{i=1}^{B-\bar{N}_{M/M/1/N}} i \cdot \frac{(\rho')^i}{i!} \cdot e^{-\rho'} \right] \quad (6-35)$$

Dicho intervalo temporal ha sido calculado con las unidades de tiempo correspondientes a $1/\mu'$, pero nos interesa expresarlas en la base temporal relativa al *slot* de servicio $1/\mu$, por lo que tendremos que dividir \bar{W}_{IDCR} por la relación entre bases temporales, relación que como se ve en la Ecuación (6-2) es igual a s/K :

$$\bar{W}_{IDCR} = \frac{\bar{N}_{IDCR}}{\lambda} \cong \frac{K}{s} \cdot \left[\frac{s}{K} \cdot (1 - p_1 \cdot \alpha_0) + \left(1 - \frac{K \cdot (s-1)}{s} \right) \cdot \sum_{i=1}^{B-\bar{N}_{M/M/1/N}} i \cdot \frac{(\rho')^i}{i!} \cdot e^{-\rho'} \right] \quad (6-36)$$

6.3.3. Efecto que produce la inserción de las celdas de control ICP y SICP: \bar{N}_{ICP} y \bar{W}_{ICP}

Veamos cuál es el efecto que produce la inserción de celdas ICP y celdas SICP (dos celdas ICP seguidas en el mismo enlace). La salida de celdas ICP se produce cada $M=128$ celdas en todos los enlaces del grupo IMA, definiendo así la trama IMA compuesta de 128 celdas de las cuales una es la celda ICP. Sin embargo, la posición de la celda ICP dentro de la trama IMA es diferente para cada enlace, situándose en un lugar denominado *offset* por la especificación IMA [ATM97, ATM99]. La especificación recomienda que la inserción de las celdas ICP dentro de la trama IMA se haga según el número de enlaces de que conste el grupo IMA, en las posiciones 0 (para el 1^{er} enlace), $M/2$ (para el 2^o enlace) $M/4$ para el 3^{er} enlace, $3M/4$ (para el 4^o enlace), $M/8$ (para el 5^o), $3M/8$ (para el 6^o), $5M/8$ (para el 7^o), $7M/8$ (para el 8^o), etc. Esto puede verse gráficamente para $2 \leq c \leq 8$, como se indica en la Figura (6-17).

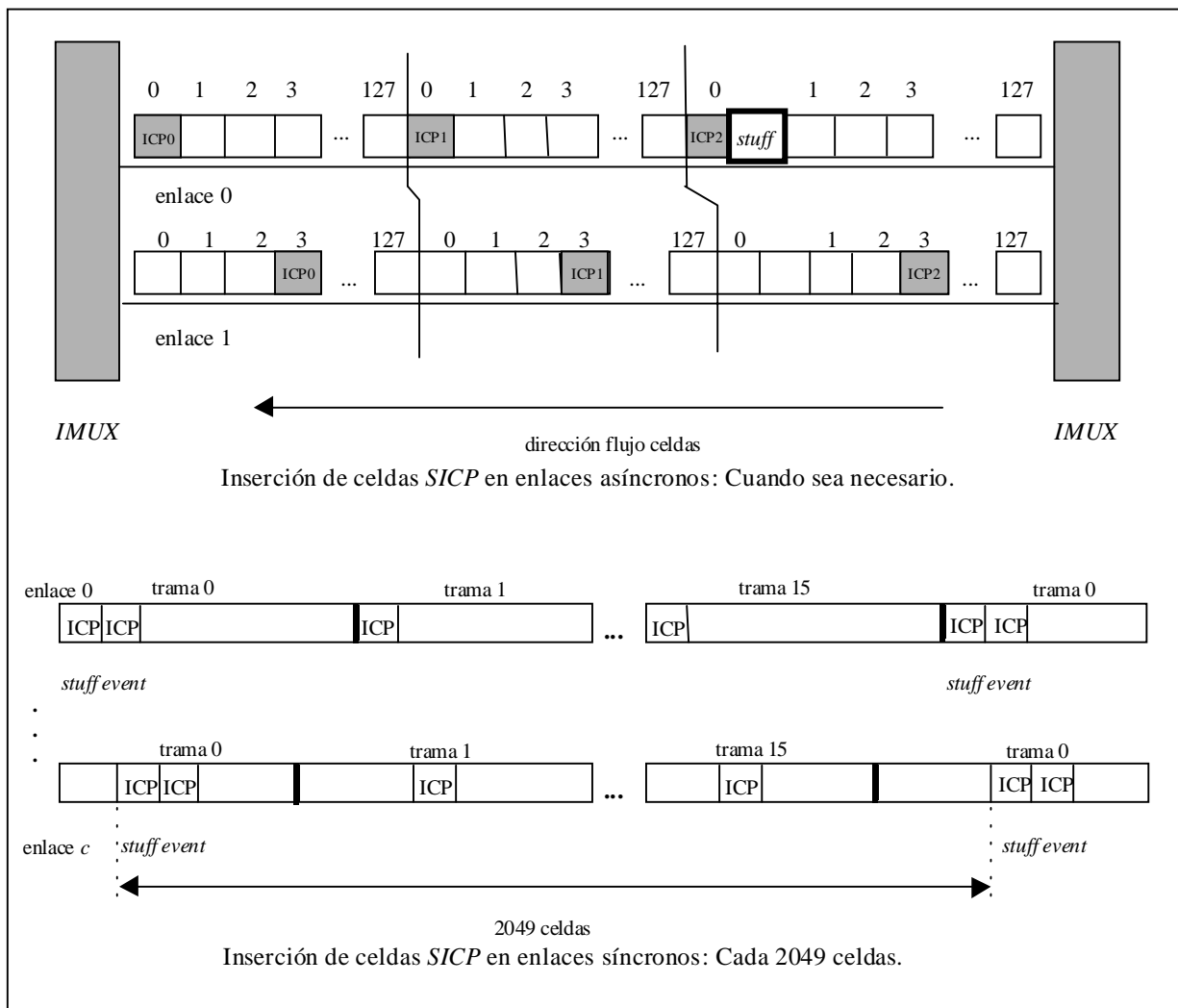


Figura 6-16. Inserción de celdas ICP y SICP en los enlaces del grupo IMA.

La distribución de las celdas sobre los enlaces se realiza de forma cíclica a tasa $IDCR$. Si una celda ATM iba a ser introducida por un enlace sobre el que toca insertar una celda de control ICP , esa celda ATM saldrá por el siguiente enlace, causando un retardo adicional en el tiempo medio de espera de las celdas en el sistema, que denominaremos \bar{W}_{ICP} . Este retardo adicional se irá incrementando a cada inserción de nueva celda ICP , excepto cuando suceda que en un *slot* de servicio (de duración $1/\mu=1/TRLCR$), en lugar de haber c instantes de decisión de salida de celdas (separados $1/\mu'=1/IDCR=1/\mu \cdot K/s$), haya $s-1$ instantes de decisión. En estos casos, se estarán sirviendo $c-1$ celdas de información ATM y 1 celda de control ICP , hecho que produce un decremento en dicho retardo adicional acumulado. Además debemos considerar la inserción de celdas $SICP$ (2 celdas ICP seguidas), circunstancia que sucede cada 2049 celdas, en que el retardo adicional se incrementa en dos en lugar de en uno. Esto puede observarse en la Figura (6-16). A la vista del análisis realizado para un número de canales comprendido entre 2 y 32, hemos comprobado efectivamente que el retardo adicional debido a la inserción de celdas ICP \bar{W}_{ICP} , tiene una periodicidad de 2049 *slots*, en que ese retardo adicional acumulado se compensa, se hace nulo, y vuelve a ocurrir lo mismo de nuevo. A continuación veremos con detalle todo lo dicho en este denso párrafo, para un número de enlaces comprendido entre 2 y 8, valores más frecuentes en el mercado, puesto que para $s \geq 9$, es más económico contratar un enlace $T3/E3$.

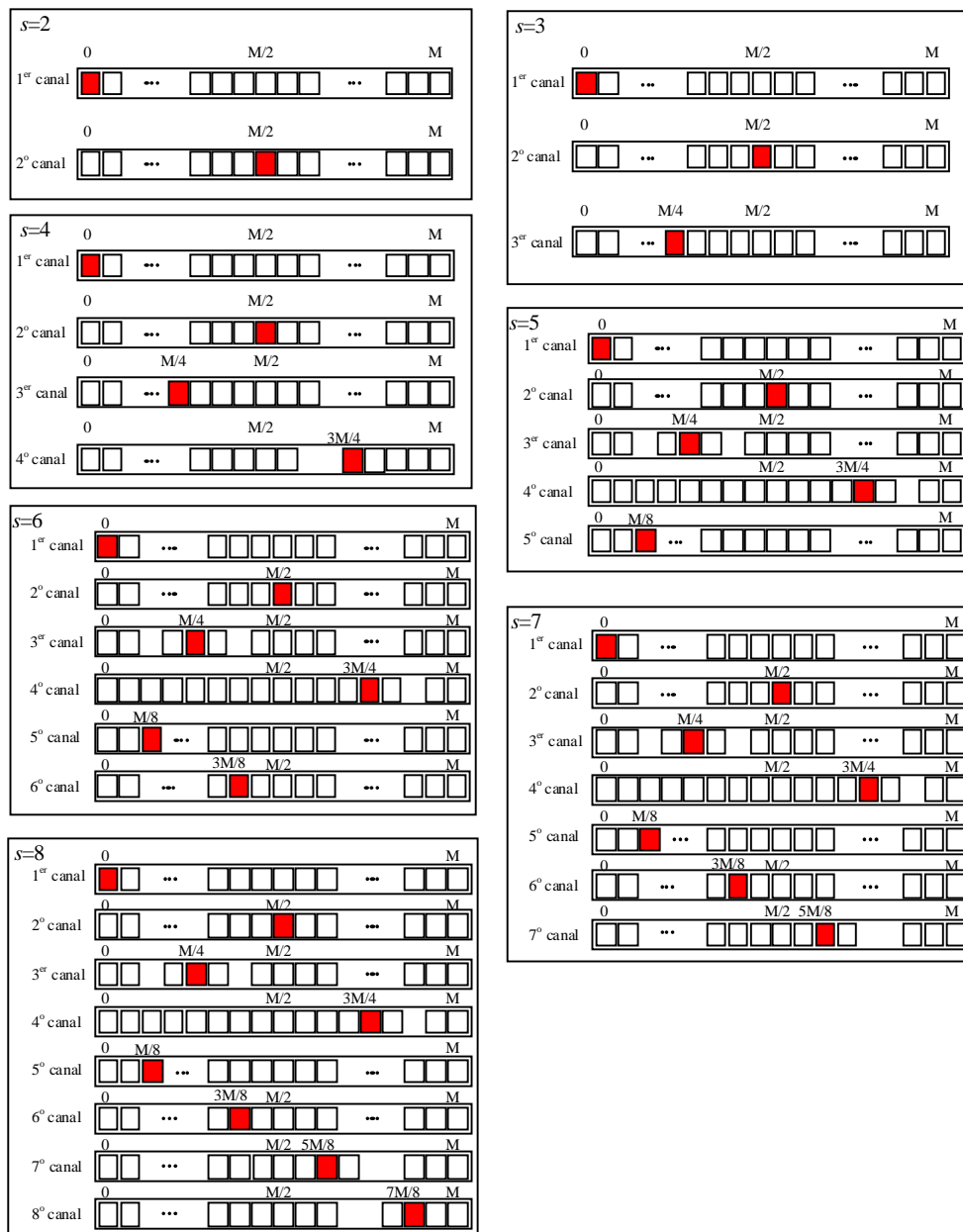


Figura 6-17. Introducción de las celdas ICP dentro de la trama IMA según el offset especificado.

- **$s=2$ enlaces.**

En primer lugar, veamos cuáles son los instantes de inserción de celdas *ICP*; es decir qué celdas son celdas *ICP* dentro del flujo de celdas que transcurre por cada enlace. Para $s=2$ celdas, los valores del *offset* son 0 y $M/2=64 \rightarrow \text{offset}=\{0, 64\}$. Una de cada 128 celdas de la trama IMA, es una celda *ICP*, por lo que las celdas *ICP* se colocan cada 127 celdas. El período de análisis es la distancia entre celdas *SICP*, es decir de 2049 celdas.

A cada inserción de celda *ICP*, se incrementa en 1 el retardo adicional \bar{W}_{ICP} , excepto en los dos primeros casos en que se inserta celdas *SICP* (es decir, 2 celdas *ICP* seguidas) y el retardo se incrementa en dos. La secuencia de celdas *ICP* que se han insertado en ambos enlaces es:

{0, 64; 127, 191; 254, 318; 381, 445; 508, 572; 635, 699; 762, 826; 889, 953; 1016, 1080; 1143, 1207; 1270, 1334; 1397, 1461; 1524, 1588; 1651, 1715; 1778, 1842; 1905, 1969; 2032}=
 ={0+127·i, 0≤i≤16; 64+127·i, 0≤i≤15}

Y en segundo lugar, veamos la evolución temporal de los instantes de decisión de salida de celdas respecto de los instantes finales de cada slot de servicio.

Tal como indica la Ecuación (6-2), la relación entre ambos intervalos es s/K. Para 1/μ≅1, Los intervalos de decisión están separados 1/μ'=K/s=K/2≅0,5042, por lo que habrá intervalos de servicio en los que sólo haya un intervalo de decisión en lugar de dos. Se ha indicado un ejemplo en resaltado en la siguiente figura:

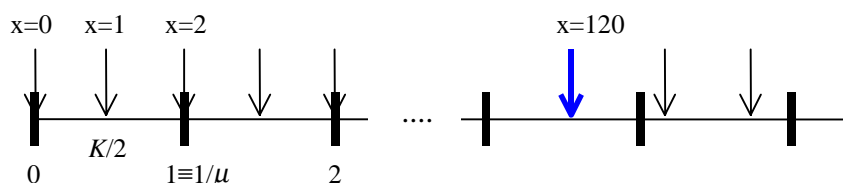


Figura 6-18. Evolución de la secuencia de instantes de decisión respecto del intervalo de servicio.

Después de un sencillo análisis, se puede deducir la siguiente expresión que genera todos los intervalos en que hay un sólo instante de decisión, que produce un decremento en \bar{W}_{ICP} como se dijo anteriormente:

$$x \cdot \frac{K}{2} \geq \frac{x + 0.5 \cdot n}{2} \rightarrow x \geq \lceil 59.76 \cdot n \rceil, \quad 1 \leq n \leq 34 \tag{6-37}$$

Para un valor de n superior a 34, ya se excede el período de análisis igual a 2049.

Podemos expresar la Ecuación (6-37) en función del número de enlaces s, de tal manera que se disponga de una expresión general para cualquier número de enlaces s:

$$x \geq \left\lceil n \cdot \frac{1}{s \cdot (K - 1)} \right\rceil, \quad 1 \leq n \leq \lfloor s \cdot (K - 1) \cdot 2049 \rfloor \tag{6-38}$$

No obstante, se realiza a continuación el estudio detallado conforme el número de canales aumenta.

La secuencia de los intervalos en que el retardo \bar{W}_{ICP} se decrementa en 1, y que se genera por la Ecuación (6-37), es:

{60, 120, 180, 240, 299, 359, 419, 479, 538, 598, 658, 718, 777, 837, 897, 957, 1016, 1076, 1136, 1196, 1256, 1315, 1375, 1435, 1495, 1554, 1614, 1674, 1734, 1793, 1853, 1913, 1973, 2032}

En la Figura (6-19) hemos representado en el eje de abscisas todos los intervalos en que se producen incrementos y decrementos en W_{ICP} y en el de ordenadas, el valor actual de W_{ICP} para cada momento, teniendo en cuenta que cada valor de la primera secuencia incrementa W_{ICP} (en los 2 primeros valores se incrementa en 2 unidades) y cada valor de la segunda secuencia lo decrementa. Para hallar \overline{W}_{ICP} , bastará con hacer la media (área de dicha gráfica dividido entre 2049) y dividir por el número de enlaces. El valor obtenido para el retardo medio debido a la inserción de celdas ICP y $SICP$ es $\overline{W}_{ICP} = 0.9822$.

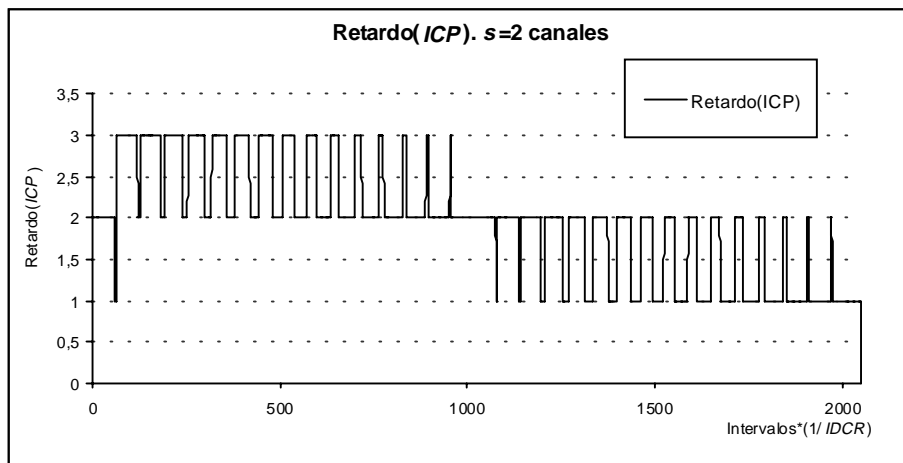


Figura 6-19. Evolución de W_{ICP} para $s=2$ canales.

• **$s=3$ enlaces.**

Lo mismo haremos con un grupo IMA de 3 enlaces, para obtener el retardo medio adicional debido a la inserción de celdas ICP y $SICP$. En este caso, la posición de las celdas ICP dentro de la trama se realiza en las posiciones $offset=\{0, 32, 64\}$, por lo que la sucesión de $slots$ en que se insertan las celdas ICP es:

$$\{0, 32, 64; 127, 159, 191, 254, 286, 318; \dots ; 1778, 1810, 1842; 1905, 1937, 1969; 2032\} = \{0+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; 32+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 64+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15\}$$

Los intervalos de decisión están separados $1/\mu' = K/s = K/3 \cong 0,3361$, por lo que habrá intervalos de servicio en los que sólo haya dos intervalos de decisión en lugar de tres, lo que produce un decremento en W_{ICP} .

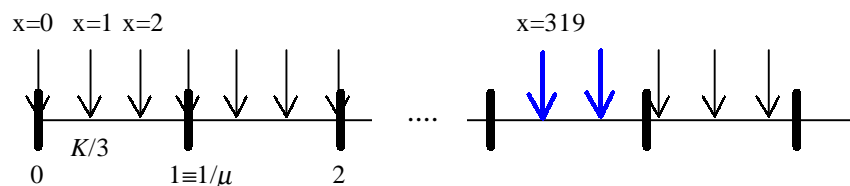


Figura 6-20. Evolución de la secuencia de instantes de decisión respecto del intervalo de servicio.

Como en el caso anterior, se puede observar fácilmente que la secuencia intervalos de servicio en que ocurre que sólo hay dos instantes de decisión de salida de celdas en lugar de tres, cumple la siguiente inecuación:

$$x \geq \left\lceil n \cdot \frac{1}{s \cdot (K-1)} \right\rceil = \left\lceil n \cdot \frac{1}{3 \cdot (K-1)} \right\rceil, \quad 1 \leq n \leq 51 \tag{6-39}$$

Recordando de la Ecuación (6-2) que $K \cong 1.0084$, la secuencia de instantes anterior es la siguiente:

$$\{40, 80, 120, 160, 200, 240, 279, 319, 359, 399, 439, \dots, 1873, 1913, 1953, 1993, 2032\}$$

En la Figura (6-21) hemos representado W_{ICP} en función de los intervalos en que se producen incrementos y decrementos, como se realizó en el caso de dos enlaces. Calculando la media y dividiendo por el número de enlaces, obtenemos que el valor para el retardo medio por enlace debido a la inserción de celdas ICP y $SICP$ es $\bar{W}_{ICP} = 0.8956$.

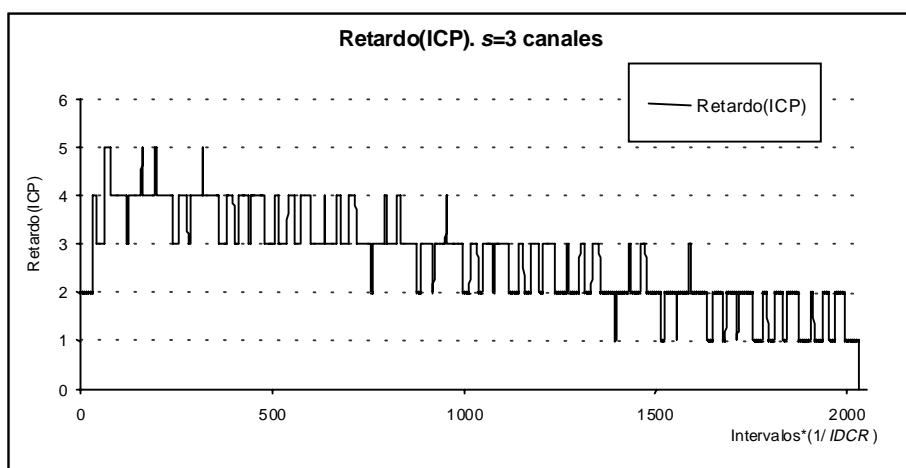


Figura 6-21. Evolución de W_{ICP} para $s=3$ canales.

- **s=4 enlaces.**

Para el $IMUX$ de 4 canales, la sucesión de *slots* en que se insertan las celdas ICP , produciendo un incremento en W_{ICP} , es:

$$\{0+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; \quad 32+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; \quad 64+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; \quad 96+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15\}$$

La secuencia de intervalos de servicio en que ocurre que sólo hay tres instantes de decisión de salida de celdas en lugar de cuatro, produciendo un decremento en W_{ICP} , cumple la siguiente inecuación:

$$x \geq \left\lceil n \cdot \frac{1}{s \cdot (K-1)} \right\rceil = \left\lceil n \cdot \frac{1}{4 \cdot (K-1)} \right\rceil, \quad 1 \leq n \leq 68 \tag{6-40}$$

Representando gráficamente W_{ICP} en función de los *slots* anteriores y calculando el valor medio, se obtiene que el valor para el retardo medio por enlace debido a la inserción de celdas *ICP* y *SICP* es $\overline{W}_{ICP} = 0,7365$.

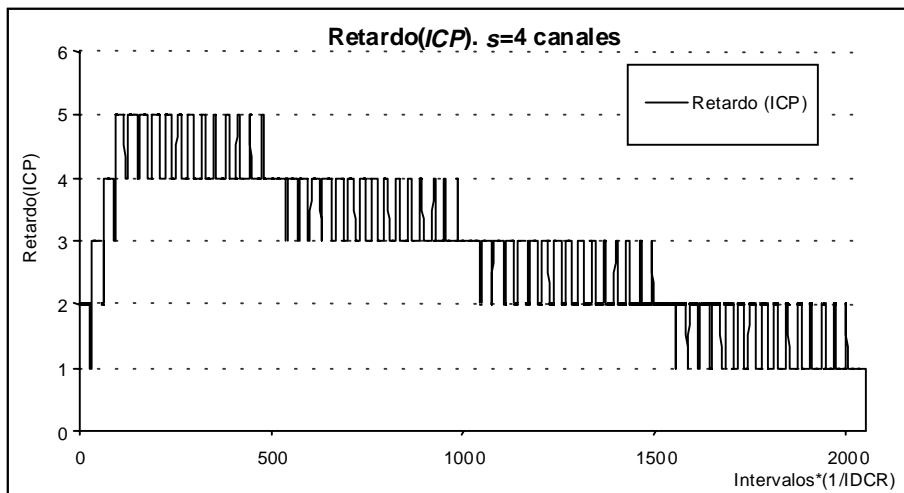


Figura 6-22. Evolución de W_{ICP} para $s=4$ canales.

- **s=5 enlaces.**

Para el *IMUX* de 5 canales, la sucesión de *slots* en que se insertan las celdas *ICP*, produciendo un incremento en W_{ICP} , es:

$$\{0+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; \quad 16+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; \quad 32+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; \quad 64+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; \quad 96+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15\}$$

La secuencia de intervalos de servicio en que ocurre que sólo hay cuatro instantes de decisión de salida de celdas en lugar de cinco, produciendo un decremento en W_{ICP} , cumple la siguiente inecuación:

$$x \geq \left\lceil n \cdot \frac{1}{s \cdot (K-1)} \right\rceil = \left\lceil n \cdot \frac{1}{5 \cdot (K-1)} \right\rceil, \quad 1 \leq n \leq 86 \tag{6-41}$$

Representando gráficamente W_{ICP} en función de los *slots* anteriores y calculando el valor medio, se obtiene que el valor para el retardo medio por enlace debido a la inserción de celdas *ICP* y *SICP* es $\overline{W}_{ICP} = 0,7635$.

- **s=6 enlaces.**

Para el *IMUX* de 6 canales, la sucesión de *slots* en que se insertan las celdas *ICP*, produciendo un incremento en W_{ICP} , es:

$\{0+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; 16+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; 32+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 48+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 64+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 96+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15\}$

La secuencia de intervalos de servicio en que ocurre que sólo hay cinco instantes de decisión de salida de celdas en lugar de seis, produciendo un decremento en W_{ICP} , cumple la siguiente inecuación:

$$x \geq \left\lceil n \cdot \frac{1}{s \cdot (K-1)} \right\rceil = \left\lceil n \cdot \frac{1}{6 \cdot (K-1)} \right\rceil, \quad 1 \leq n \leq 102 \quad (6-42)$$

Representando gráficamente W_{ICP} en función de los *slots* anteriores y calculando el valor medio, se obtiene que el valor para el retardo medio por enlace debido a la inserción de celdas *ICP* y *SICP* es $\bar{W}_{ICP} = 0,6282$.

- **$s=7$ enlaces.**

Para el *IMUX* de 7 canales, la sucesión de *slots* en que se insertan las celdas *ICP*, produciendo un incremento en W_{ICP} , es:

$\{0+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; 16+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; 32+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 48+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 64+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 80+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 96+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15\}$

La secuencia de intervalos de servicio en que ocurre que sólo hay seis instantes de decisión de salida de celdas en lugar de siete, produciendo un decremento en W_{ICP} , cumple la siguiente inecuación:

$$x \geq \left\lceil n \cdot \frac{1}{s \cdot (K-1)} \right\rceil = \left\lceil n \cdot \frac{1}{7 \cdot (K-1)} \right\rceil, \quad 1 \leq n \leq 120 \quad (6-43)$$

Representando gráficamente W_{ICP} en función de los *slots* anteriores y calculando el valor medio, se obtiene que el valor para el retardo medio por enlace debido a la inserción de celdas *ICP* y *SICP* es $\bar{W}_{ICP} = 0,6282$.

- **$s=8$ enlaces.**

Para el *IMUX* de 8 canales, la sucesión de *slots* en que se insertan las celdas *ICP*, produciendo un incremento en W_{ICP} , es:

$\{0+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; 16+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 16; 32+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 48+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 64+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 80+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 96+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15; 112+127 \cdot i, 0 \leq i \leq 15\}$

La secuencia de intervalos de servicio en que ocurre que sólo hay seis instantes de decisión de salida de celdas en lugar de siete, produciendo un decremento en W_{ICP} , cumple la siguiente inecuación:

$$x \geq \left\lceil n \cdot \frac{1}{s \cdot (K-1)} \right\rceil = \left\lceil n \cdot \frac{1}{8 \cdot (K-1)} \right\rceil, \quad 1 \leq n \leq 137 \tag{6-44}$$

Representando gráficamente W_{ICP} en función de los *slots* anteriores y calculando el valor medio, se obtiene que el valor para el retardo medio por enlace debido a la inserción de celdas *ICP* y *SICP* es $\bar{W}_{ICP} = 0,6189$.

La Tabla (6-1) contiene el retardo medio por enlace debido a la inserción de celdas *ICP* y *SICP*, \bar{W}_{ICP} , en función del número de enlaces. Como se ha contabilizado el retardo \bar{W}_{ICP} medido en número de celdas, el número medio de celdas equivalente que hay en la cola a la entrada del dispositivo, es:

$$\bar{N}_{ICP} \Big|_{IMUX} = s \cdot \bar{N}_{ICP} \Big|_{por\ enlace} = s \cdot \bar{W}_{ICP} \Big|_{por\ enlace} \equiv \bar{W}_{ICP} \Big|_{IMUX} \tag{6-45}$$

Tabla 6-1. Tiempo medio y número medio de celdas para las celdas ICP y SICP.

<i>s</i>	$\bar{W}_{ICP} \Big _{por\ enlace}$	$\bar{N}_{ICP} \Big _{IMUX} = \bar{W}_{ICP} \Big _{IMUX}$
2	0.9822	1.9482
3	0.8956	2.6644
4	0.7365	2.9215
5	0.7635	3.7857
6	0.6282	3.7378
7	0.6812	4.7287
8	0.6189	4.9099

6.3.4. Estado virtual de saturación del sistema: CLR_{cont}

En la Ecuación (6-26) se aproximaba la probabilidad de pérdida de celdas del *IMUX* como la probabilidad de congestión del sistema con tiempo de servicio continuo $M/D/1/N$ modificado que se analizó en el apartado 6.3.1. Es decir $CLR_{cont} \cong p_N$, siendo $N=B+1$ la capacidad del sistema. Sin embargo, el sistema ya está virtualmente congestionado con un número de celdas inferior a la capacidad real del sistema, dado que los efectos de la inserción de celdas de control *ICP* y *SICP* y de que se decida que las celdas salgan del sistema a tasa *IDCR*, producen que haya un cierto número de celdas *ATM* que deben esperar en la cola del *IMUX*. Esto produce un incremento en el valor del número medio de unidades en cola \bar{N}_Q , del tiempo medio de espera en la cola \bar{W}_Q y de la probabilidad de pérdida de celdas, CLR . En el siguiente apartado 6.3.5, se hallará una aproximación para computar la parte de CLR debido a que el tiempo de servicio es determinista, CLR_{discr} . En este apartado, vamos a considerar que el sistema ya está virtualmente congestionado en el Estado $N_{virtual}$:

$$N_{virtual} = B + 1 - \bar{N}_{IDCR} \Big|_{1enlace} - \bar{N}_{ICP} \Big|_{1enlace} \quad (6-46)$$

donde $\bar{N}_{ICP} \Big|_{1enlace} = \bar{W}_{ICP} \Big|_{1enlace}$ se encuentra en la Tabla (6-1) y $\bar{N}_{IDCR} \Big|_{1enlace}$ se calcula mediante la Ecuación (6-29) que significa la probabilidad de que se haya decidido que una celda sea extraída al final del *slot*, pero que hasta ese instante, deberá esperar en la cola:

$$\bar{N}_{IDCR} \Big|_{1enlace} \cong 1 \text{ celda} \cdot P_r \{ \text{se decide introducir 1 celda } ATM \} \cong 1 - p_1 \cdot \alpha_0 \quad (6-47)$$

Finalmente, la aproximación propuesta para la probabilidad de pérdidas en el *IMUX*, supuesto que el servicio se realizara en tiempo continuo, es:

$$CLR_{cont} \cong p_{N_{virtual}} \quad (6-48)$$

6.3.5. Efecto que produce que el tiempo de servicio es determinista: \bar{W}_{discr} y CLR_{discr}

En un sistema de colas con tiempo de servicio discreto, las celdas que llegan al sistema durante un intervalo de servicio, se acumulan en la cola, si es que hay algún espacio libre. Por lo tanto, se produce una acumulación de celdas en la cola de entrada del sistema (\bar{N}_{discr}), un correspondiente incremento en el retardo medio de las celdas (\bar{W}_{discr}) y en la probabilidad de pérdida de las mismas (CLR_{discr}).

Aproximamos que en la cola del dispositivo *IMUX* de capacidad B celdas, en media haya $\bar{N}_{M/M/s/s+B}$ celdas, por ser la ocupación media de la cola conocida sencilla con solución cerrada,

que parece más similar físicamente y en comportamiento, $M/M/c/c+B$. Así, el espacio de cola disponible para las celdas que ingresen al sistema $IMUX$ durante el tiempo de servicio es:

$$L = \left[B - \bar{N}_{M/M/s/s+B'} - \bar{N}_{total\ ICP} - \bar{N}_{total\ IDCR} \right] \quad (6-49)$$

donde B es la capacidad física de la cola de entrada al dispositivo $IMUX$ y el término $\bar{N}_{M/M/s/s+B'}$ corresponde a la longitud media de la cola $M/M/c/c+B'$:

$$\bar{N}_{M/M/s/s+B'} = p_0 \cdot \frac{(s \cdot \rho_{ATM})^s \cdot \rho_{ATM}}{s!(1 - \rho_{ATM})^2} \cdot \left[1 - \rho_{ATM}^{B'+1} - (1 - \rho_{ATM}) \cdot (B' + 1) \cdot \rho_{ATM}^{B'} \right] \quad (6-50)$$

donde B' es la capacidad de la cola del sistema teniendo en cuenta que está ocupada en media por $\bar{N}_{total\ ICP} + \bar{N}_{total\ IDCR}$ celdas ATM , debido a los efectos causados por la inserción de celdas de control y por la tasa de decisión de salida de celdas, analizados en los apartados 6.3.2 y 6.3.3:

$$B' = B - \bar{N}_{total\ ICP} - \bar{N}_{total\ IDCR} \quad (6-51)$$

El valor de la carga por enlace considerado en el sistema $M/M/s/s+B'$ comprende sólo la carga proveniente del nivel ATM , ρ_{ATM} . En la Ecuación (6-51), el valor de p_0 es:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{s-1} \frac{(\rho_{ATM} \cdot s)^i}{i!} + \frac{(\rho_{ATM} \cdot s)^s}{s!} \cdot \frac{1 - (\rho_{ATM})^{B'+1}}{1 - \rho_{ATM}}} \quad (6-52)$$

El valor de $\bar{N}_{total\ ICP} = \bar{N}_{ICP}|_{IMUX}$ es el número medio de celdas adicionales que hay en la cola del $IMUX$ debido a la inserción de celdas de control, expresado en la Ecuación (6-46). El valor de $\bar{N}_{total\ IDCR}$ es el número medio de celdas adicionales que hay en la cola del $IMUX$ debido a que la tasa de decisión de salidas no coincide con el tiempo de servicio, y como se analiza en el apartado 6.3.2, se obtiene multiplicando la Ecuación (6-36) por λ .

Explicado pues el significado y origen de cada término del espacio de cola disponible para las celdas que ingresen al sistema $IMUX$ durante el tiempo de servicio, Ecuación (6-49), ya puede calcularse la probabilidad de pérdida de celdas adicional debido a que el tiempo de servicio es discreto, valor que denominamos CLR_{discr} . La aproximación que proponemos para calcular el CLR_{discr} se expresa en la Ecuación (II-12) y se explica detalladamente en el Anexo II.

$$CLR_{discr} \cong e^{-\lambda} \cdot \sum_{i=L}^{\infty} \frac{\lambda^i}{i!} \quad (6-53)$$

donde L se calcula con la Ecuación (6-49) y λ con la Ecuación (6-4).

Tal como se explica en el Anexo II, el incremento en el retardo medio de las celdas en la cola debido a que el tiempo es discreto, \bar{W}_{discr} , se puede aproximar por la Ecuación (II-5) del Anexo II:

$$\bar{W}_{discr} = \frac{\bar{N}_{discr}}{\lambda} = \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \sum_{i=1}^L i \cdot \frac{\lambda^i \cdot e^{-\lambda}}{i!} \tag{6-54}$$

donde de nuevo, L se calcula con la Ecuación (6-49) y λ con la Ecuación (6-4).

6.3.6. $\bar{W}_{tot} = \bar{W}_{cont} + \bar{W}_{ICP} + \bar{W}_{IDCR} + \bar{W}_{discr}$. Análisis y gráficas por separado de cada contribución

En este apartado veremos el comportamiento de las aproximaciones propuestas para el cálculo del tiempo medio de espera en cola del dispositivo *IMUX*. Los resultados obtenidos mediante simulación y los obtenidos del análisis matemático, se han comparado para apreciar la bondad de las estimaciones propuestas. Hemos hecho el análisis en el margen de valores usual de los parámetros del dispositivo, en cuanto a carga por enlace ($0.5 \leq \rho \leq 0.9$) y número de canales ($2 \leq s \leq 8$). Los valores utilizados para el tamaño de la cola de entrada han sido $8 \leq B \leq 40$, rango que cubre todo el margen de valores de interés en los parámetros de calidad de servicio analizados, ya que para valores mayores de B el *CLR* es nulo o imperceptible con la resolución que proporciona el simulador. Denominamos \bar{W}_{cola} al tiempo medio de espera en la cola en general, particularizando en cada caso si nos referimos al \bar{W}_{cola} si el tiempo de servicio fuera continuo (\bar{W}_{cont}), al \bar{W}_{cola} debido a la inserción de las celdas de control (\bar{W}_{ICP}), al \bar{W}_{cola} debido a la diferencia de tasas de decisión de salidas y tasa de salidas (\bar{W}_{IDCR}), y finalmente, al \bar{W}_{cola} debido a que el tiempo de servicio es discreto (\bar{W}_{discr}). Veremos comparada cada contribución con los valores del tiempo medio de espera en cola total obtenido del simulador, \bar{W}_{IMUX} , para así tener la referencia que nos ayude a sopesar la importancia y contribución de cada término.

6.3.6.1. Aproximación al \bar{W}_{cola} considerando el tiempo de servicio continuo: \bar{W}_{cont}

En las Figuras (6-23) y (6-24), vemos los valores para \bar{W}_{cont} calculados mediante la Ecuación (6-25). Las líneas punteadas corresponden a los valores obtenidos del simulador, \bar{W}_{IMUX} . Puede observarse, como estos valores están aún muy lejos de los valores del dispositivo, pues como ya se ha analizado en los apartados anteriores, hay que incluir los efectos adicionales que tienen lugar en dicho dispositivo. El desarrollo y análisis de \bar{W}_{cont} se hacen en el apartado 6.3.1. La Tabla (6-2) muestra los valores representados de \bar{W}_{cont} .

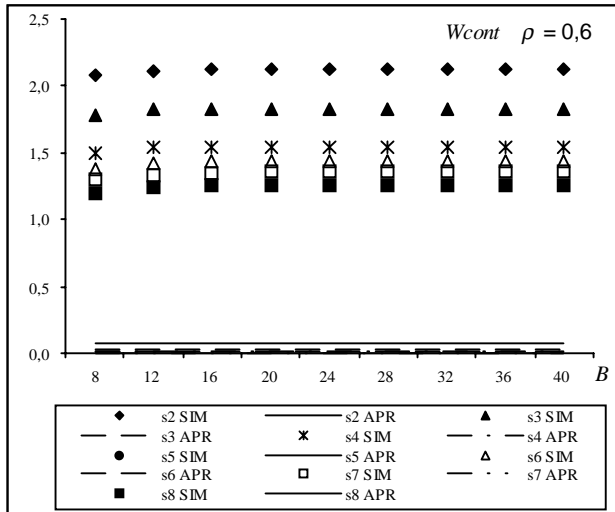


Figura 6-23. \bar{W}_{cont} para un IMUX cargado al 60%.

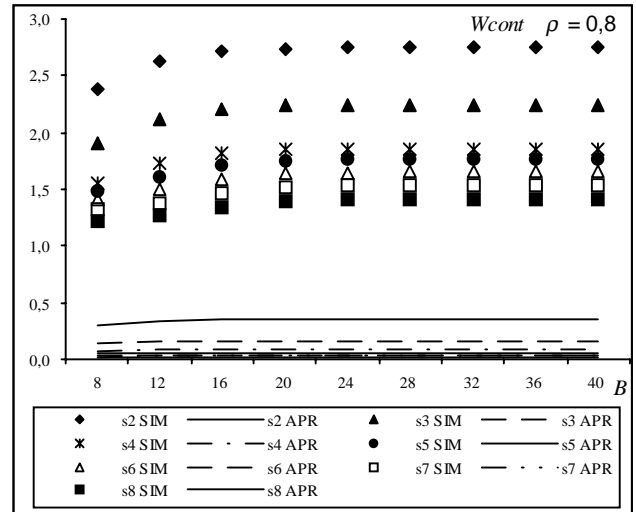


Figura 6-24. \bar{W}_{cont} para un IMUX cargado al 80%.

Tabla 6-2. Valores del \bar{W}_{cont} para un IMUX cargado al 60% y al 80%.

Carga	Buffer	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{cont}	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{cont}	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{cont}	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{cont}
		s=2 SIM	s=2 APR	s=4 SIM	s=4 APR	s=6 SIM	s=6 APR	s=8 SIM	s=8 APR
Carga 0,6	8	2,0876	0,0782	1,4952	0,0195	1,3846	0,0087	1,2047	0,0049
	12	2,1172	0,0784	1,5400	0,0196	1,4262	0,0087	1,2375	0,0049
	16	2,1187	0,0784	1,5456	0,0196	1,4419	0,0087	1,2542	0,0049
	20	2,1188	0,0784	1,5459	0,0196	1,4440	0,0087	1,2587	0,0049
	24	2,1188	0,0784	1,5459	0,0196	1,4442	0,0087	1,2593	0,0049
	28	2,1188	0,0784	1,5459	0,0196	1,4442	0,0087	1,2593	0,0049
	32	2,1188	0,0784	1,5459	0,0196	1,4442	0,0087	1,2593	0,0049
	36	2,1188	0,0784	1,5459	0,0196	1,4442	0,0087	1,2593	0,0049
	40	2,1188	0,0784	1,5459	0,0196	1,4442	0,0087	1,2593	0,0049
Carga 0,8	8	2,3777	0,3087	1,5569	0,0772	1,4042	0,0343	1,2147	0,0193
	12	2,6377	0,3402	1,7358	0,0851	1,4947	0,0378	1,2726	0,0213
	16	2,7202	0,3487	1,8241	0,0872	1,5878	0,0387	1,3358	0,0218
	20	2,7409	0,3508	1,8513	0,0877	1,6339	0,0390	1,3859	0,0219
	24	2,7453	0,3513	1,8579	0,0878	1,6487	0,0390	1,4076	0,0220
	28	2,7463	0,3514	1,8593	0,0878	1,6523	0,0390	1,4142	0,0220
	32	2,7464	0,3514	1,8595	0,0879	1,6531	0,0390	1,4158	0,0220
	36	2,7464	0,3514	1,8596	0,0879	1,6532	0,0390	1,4161	0,0220
	40	2,7464	0,3514	1,8596	0,0879	1,6532	0,0390	1,4162	0,0220

6.3.6.2 Aproximación al \bar{W}_{cola} debido a la inserción de celdas de control ICP y SICP: \bar{W}_{ICP}

En la Tabla (6-1) hemos recogido los valores de \bar{W}_{ICP} por enlaces según el número de canales del grupo IMA. El análisis del efecto de la inserción de las celdas de control de \bar{W}_{ICP} se hace en el apartado 6.3.3.

6.3.6.3 Aproximación al \bar{W}_{cola} debido a la tasa de decisión de salida de las celdas: \bar{W}_{IDCR}

En las Figuras (6-25) y (6-26), vemos los valores para \bar{W}_{IDCR} calculados mediante la Ecuación (6-36). La obtención de \bar{W}_{IDCR} se hace en el apartado 6.3.2. Recordemos que \bar{W}_{IDCR} significa el retardo medio que sufren las celdas en la cola del *IMUX* debido a la diferencia entre tasas de decisión de salida del dispositivo por parte de las celdas, y la tasa real de salida de las celdas (*slot* o tiempo de servicio). La Tabla (6-3) muestra los valores representados de \bar{W}_{IDCR} .

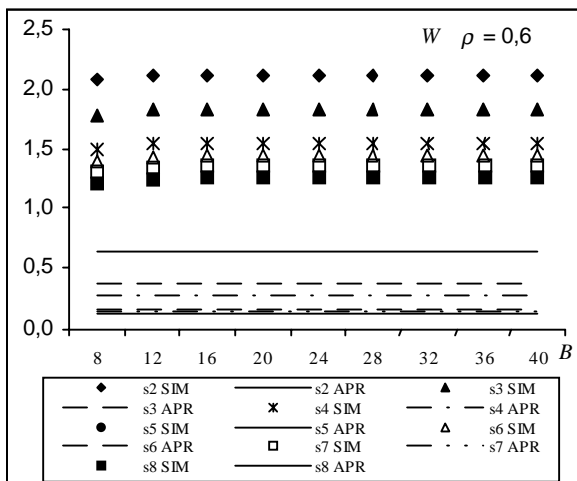


Figura 6-25. \bar{W}_{IDCR} para un *IMUX* cargado al 60%.

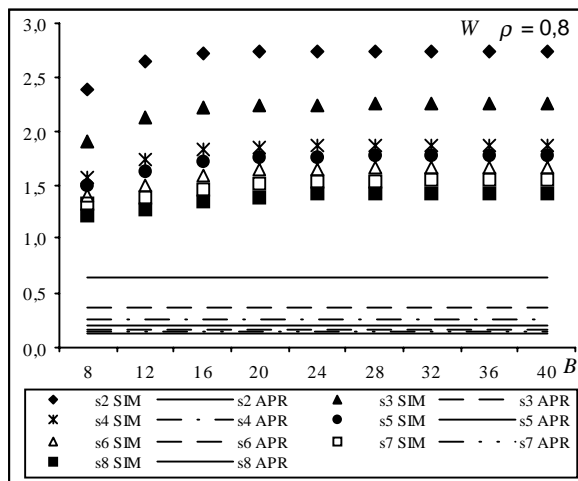


Figura 6-26. \bar{W}_{IDCR} para un *IMUX* cargado al 80%.

Tabla 6-2. Valores del \bar{W}_{IDCR} para un *IMUX* cargado al 60% y al 80%.

Carga 0,6	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{IDCR}	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{IDCR}	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{IDCR}	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{IDCR}	
	Buffer	s=2 SIM	s=2 APR	s=4 SIM	s=4 APR	s=6 SIM	s=6 APR	s=8 SIM	s=8 APR
8		2,0876	0,6302	1,4952	0,2676	1,3846	0,1726	1,2047	0,1279
12		2,1172	0,6302	1,5400	0,2676	1,4262	0,1726	1,2375	0,1279
16		2,1187	0,6302	1,5456	0,2676	1,4419	0,1726	1,2542	0,1279
20		2,1188	0,6302	1,5459	0,2676	1,4440	0,1726	1,2587	0,1279
24		2,1188	0,6302	1,5459	0,2676	1,4442	0,1726	1,2593	0,1279
28		2,1188	0,6302	1,5459	0,2676	1,4442	0,1726	1,2593	0,1279
32		2,1188	0,6302	1,5459	0,2676	1,4442	0,1726	1,2593	0,1279
36		2,1188	0,6302	1,5459	0,2676	1,4442	0,1726	1,2593	0,1279
40		2,1188	0,6302	1,5459	0,2676	1,4442	0,1726	1,2593	0,1279
Carga 0,8									
Buffer	s=2 SIM	s=2 APR	s=4 SIM	s=4 APR	s=6 SIM	s=6 APR	s=8 SIM	s=8 APR	
8		2,3777	0,6285	1,5569	0,2667	1,4042	0,1720	1,2147	0,1275
12		2,6377	0,6299	1,7358	0,2674	1,4947	0,1725	1,2726	0,1278
16		2,7202	0,6301	1,8241	0,2675	1,5878	0,1725	1,3358	0,1279
20		2,7409	0,6302	1,8513	0,2676	1,6339	0,1726	1,3859	0,1279
24		2,7453	0,6302	1,8579	0,2676	1,6487	0,1726	1,4076	0,1279
28		2,7463	0,6302	1,8593	0,2676	1,6523	0,1726	1,4142	0,1279
32		2,7464	0,6302	1,8595	0,2676	1,6531	0,1726	1,4158	0,1279
36		2,7464	0,6302	1,8596	0,2676	1,6532	0,1726	1,4161	0,1279
40		2,7464	0,6302	1,8596	0,2676	1,6532	0,1726	1,4162	0,1279

6.3.6.4 Aproximación al \bar{W}_{cola} debido a que el tiempo de servicio es discreto: \bar{W}_{discr}

En el apartado 6.3.5 se analiza el efecto que sobre el \bar{W}_{cola} tiene considerar que el tiempo de servicio esté dividido en intervalos de longitud fija igual al tiempo medio de servicio. Esto supone un incremento en el \bar{W}_{cola} que denominamos \bar{W}_{discr} y que proponemos aproximar por la Ecuación (6-55).

En la Tabla (6-4), observamos los valores obtenidos por simulación del tiempo medio de espera en la cola del IMUX \bar{W}_{IMUX} , y los valores de \bar{W}_{discr} obtenidos mediante la aproximación propuesta. Al comparar ambas cantidades, podemos estimar la importancia que tiene \bar{W}_{discr} sobre el \bar{W}_{cola} total.

Tabla 6-4. Valores del \bar{W}_{discr} para un IMUX cargado al 60% y al 80%.

Carga 0,6	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{discr}	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{discr}	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{discr}	\bar{W}_{IMUX}	\bar{W}_{discr}
	Buffer	s=2 SIM	s=2 APR	s=4 SIM	s=4 APR	s=6 SIM	s=6 APR	s=8 SIM
8	2,0876	0,4831	1,4952	0,3894	1,3846	0,1514	1,2047	0,0239
12	2,1172	0,5000	1,5400	0,4984	1,4262	0,4634	1,2375	0,3255
16	2,1187	0,5000	1,5456	0,5000	1,4419	0,4994	1,2542	0,4875
20	2,1188	0,5000	1,5459	0,5000	1,4440	0,5000	1,2587	0,4998
24	2,1188	0,5000	1,5459	0,5000	1,4442	0,5000	1,2593	0,5000
28	2,1188	0,5000	1,5459	0,5000	1,4442	0,5000	1,2593	0,5000
32	2,1188	0,5000	1,5459	0,5000	1,4442	0,5000	1,2593	0,5000
36	2,1188	0,5000	1,5459	0,5000	1,4442	0,5000	1,2593	0,5000
40	2,1188	0,5000	1,5459	0,5000	1,4442	0,5000	1,2593	0,5000
Carga 0,8								
Buffer	s=2 SIM	s=2 APR	s=4 SIM	s=4 APR	s=6 SIM	s=6 APR	s=8 SIM	s=8 APR
8	2,3777	0,4606	1,5569	0,1900	1,4042	0,0713	1,2147	0,0062
12	2,6377	0,4994	1,7358	0,4777	1,4947	0,3255	1,2726	0,1176
16	2,7202	0,5000	1,8241	0,4991	1,5878	0,4875	1,3358	0,4017
20	2,7409	0,5000	1,8513	0,5000	1,6339	0,4998	1,3859	0,4929
24	2,7453	0,5000	1,8579	0,5000	1,6487	0,5000	1,4076	0,4998
28	2,7463	0,5000	1,8593	0,5000	1,6523	0,5000	1,4142	0,5000
32	2,7464	0,5000	1,8595	0,5000	1,6531	0,5000	1,4158	0,5000
36	2,7464	0,5000	1,8596	0,5000	1,6532	0,5000	1,4161	0,5000
40	2,7464	0,5000	1,8596	0,5000	1,6532	0,5000	1,4162	0,5000

Como ya se explicó en el apartado 6.3.5, es interesante observar en la Tabla (6-4) que \bar{W}_{discr} tiende hacia 0.5 a medida que el tamaño de la cola aumenta. Este resultado está analizado en el Anexo II, y concretamente expresado en la Ecuación (II-6).

En las Figuras (6-27) y (6-28) se ha representado el valor del tiempo medio de espera en la cola del IMUX teniendo en cuenta los efectos de inserción de las celdas de control y de diferencia de tasa de decisión y de salida, pero no se incluye todavía el efecto de que el tiempo de servicio es discreto. Por lo tanto, las líneas continuas de ambas figuras se obtienen de la expresión

$\bar{W}_{sin\ tiempo\ discreto} = \bar{W}_{cont} + \bar{W}_{ICP} + \bar{W}_{IDCR}$. De esta manera, resaltamos la importancia que tiene considerar en el análisis que el tiempo de servicio es determinista.

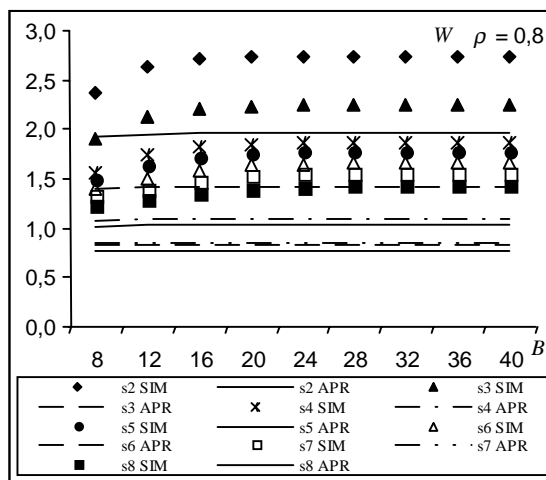
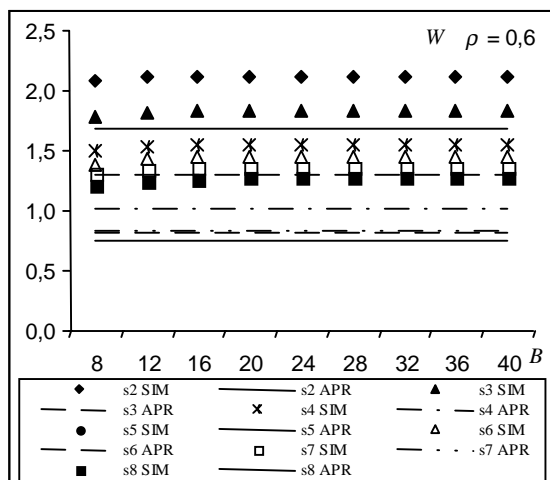


Figura 6-27. $\bar{W}_{tot} - \bar{W}_{discr}$ en IMUX cargado al 60% Figura 6-28. $\bar{W}_{tot} - \bar{W}_{discr}$ en IMUX cargado al 80%.

6.3.6.5 Aproximación al tiempo medio de espera en la cola del dispositivo IMUX: \bar{W}_{total}

Finalmente, veamos la representación gráfica de la expresión que proponemos como aproximación para computar el tiempo medio de espera que las celdas sufren en el dispositivo IMUX. Dicha expresión es:

$$\bar{W}_{tot} = \bar{W}_{cont} + \bar{W}_{ICP} + \bar{W}_{IDCR} + \bar{W}_{discr} \tag{6-55}$$

donde \bar{W}_{cont} se obtiene en la Ecuación (6-25), \bar{W}_{ICP} en la Ecuación (6-45), \bar{W}_{IDCR} en la (6-36) y \bar{W}_{discr} en la Ecuación (6-54).

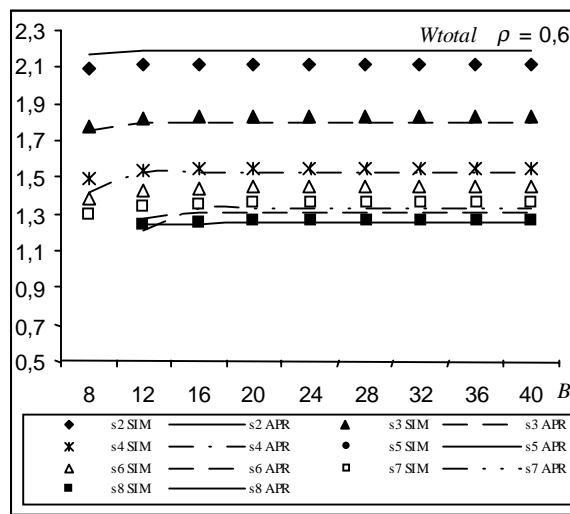
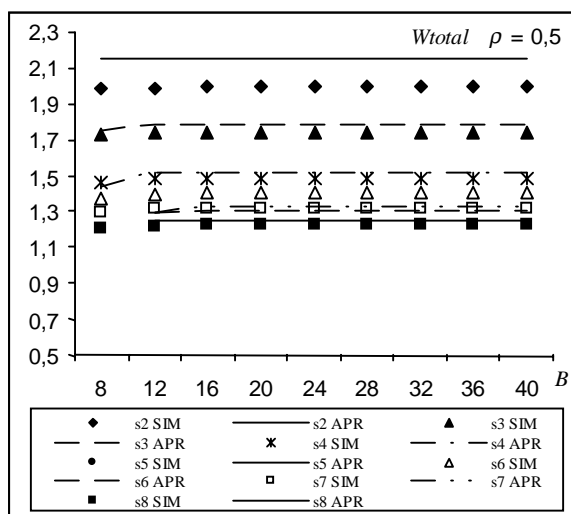


Figura 6-29. \bar{W}_{tot} para un IMUX cargado al 50%.

Figura 6-30. \bar{W}_{tot} para un IMUX cargado al 60%.

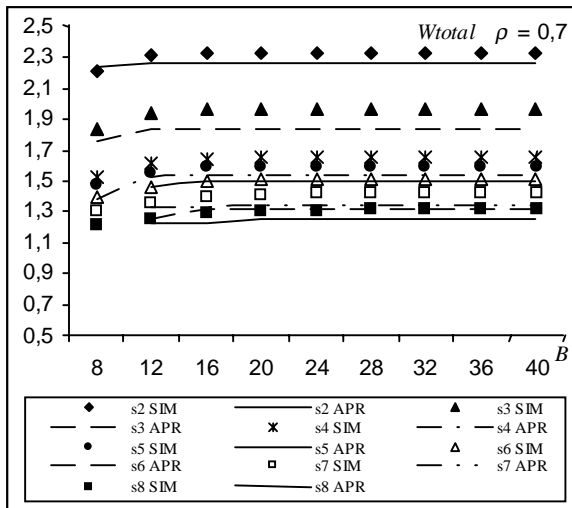


Figura 6-31. \bar{W}_{tot} para un IMUX cargado al 70%.

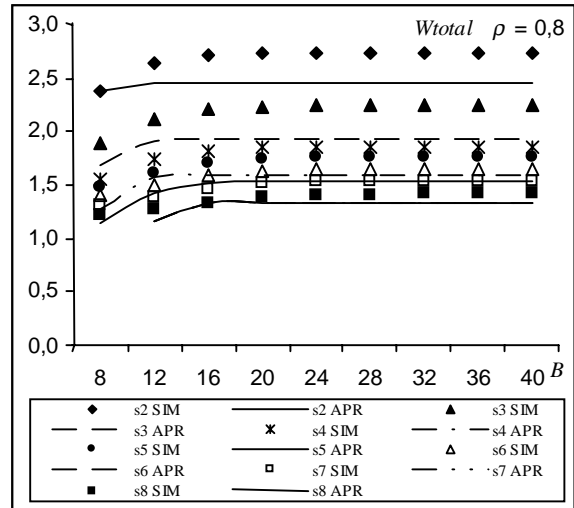


Figura 6-32. \bar{W}_{tot} para un IMUX cargado al 80%.

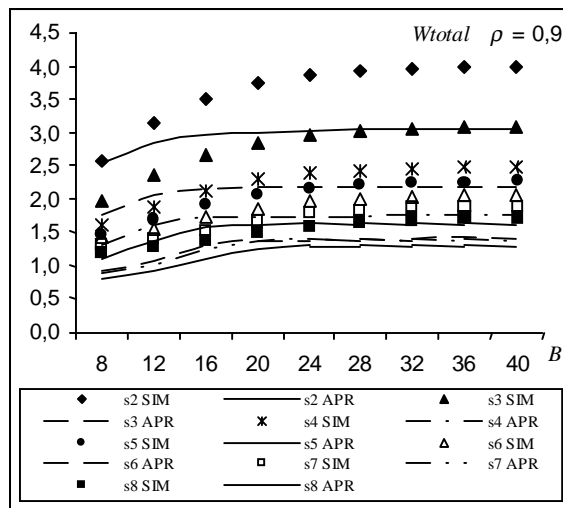


Figura 6-33. \bar{W}_{tot} para un IMUX cargado al 90%.

De la observación de la Figuras (6-29) a (6-33), podemos deducir que en general, la aproximación propuesta ofrece valores muy cercanos a los simulados. Se obtienen resultados peores para carga muy alta ($\rho=0,9$) cuando el número de canales es pequeño ($s=2$) pero más aceptables para un número de canales alto ($s=8$).

En la Tabla (6-5) podemos ver los valores del retardo medio en el dispositivo *IMUX*, \bar{W}_{IMUX} y los mismos valores obtenidos de la aproximación propuesta en la Ecuación (6-56), \bar{W}_{tot} . Hemos calculado el error relativo en que se incurre, y es de un máximo $Er_{max} = 22.12\%$ para $0.5 \leq \rho \leq 0.8$ y $Er_{max} = 31.86\%$ para $0.5 \leq \rho \leq 0.9$.

Tabla 6-5. Valores de \bar{W}_{MUX} vs. \bar{W}_{tot} .

Carga 0,5		\bar{W}_{MUX}	\bar{W}_{tot}	\bar{W}_{MUX}	\bar{W}_{tot}	\bar{W}_{MUX}	\bar{W}_{tot}	\bar{W}_{MUX}	\bar{W}_{tot}
Buffer	s2 SIM	s2 APR	s4 SIM	s4 APR	s6 SIM	s6 APR	s8 SIM	s8 APR	
8	1,9850	2,1495	1,4647	1,4423	1,3744		1,1996		
12	1,9924	2,1513	1,4818	1,5132	1,3974	1,2991	1,2207	1,2452	
16	1,9925	2,1513	1,4827	1,5138	1,4017	1,3051	1,2268	1,2452	
20	1,9925	2,1513	1,4827	1,5138	1,4020	1,3051	1,2277	1,2492	
24	1,9925	2,1513	1,4827	1,5138	1,4020	1,3051	1,2277	1,2492	
28	1,9925	2,1513	1,4827	1,5138	1,4020	1,3051	1,2277	1,2492	
32	1,9925	2,1513	1,4827	1,5138	1,4020	1,3051	1,2277	1,2492	
36	1,9925	2,1513	1,4827	1,5138	1,4020	1,3051	1,2277	1,2492	
40	1,9925	2,1513	1,4827	1,5138	1,4020	1,3051	1,2277	1,2492	
Carga 0,6									
Buffer	s2 SIM	s2 APR	s4 SIM	s4 APR	s6 SIM	s6 APR	s8 SIM	s8 APR	
8	2,0876	2,1737	1,4952	1,4129	1,3846				
12	2,1172	2,1908	1,5400	1,5220	1,4262	1,2728	1,2375	1,2391	
16	2,1187	2,1908	1,5456	1,5236	1,4419	1,3088	1,2542	1,2391	
20	2,1188	2,1908	1,5459	1,5236	1,4440	1,3095	1,2587	1,2515	
24	2,1188	2,1908	1,5459	1,5236	1,4442	1,3095	1,2593	1,2517	
28	2,1188	2,1908	1,5459	1,5236	1,4442	1,3095	1,2593	1,2517	
32	2,1188	2,1908	1,5459	1,5236	1,4442	1,3095	1,2593	1,2517	
36	2,1188	2,1908	1,5459	1,5236	1,4442	1,3095	1,2593	1,2517	
40	2,1188	2,1908	1,5459	1,5236	1,4442	1,3095	1,2593	1,2517	
Carga 0,7									
Buffer	s2 SIM	s2 APR	s4 SIM	s4 APR	s6 SIM	s6 APR	s8 SIM	s8 APR	
8	2,2187	2,2410	1,5261	1,3888	1,3945		1,2098		
12	2,3147	2,2714	1,6225	1,5316	1,4588	1,2522	1,2551	1,2272	
16	2,3272	2,2718	1,6471	1,5438	1,5010	1,3164	1,2902	1,2272	
20	2,3286	2,2718	1,6504	1,5439	1,5123	1,3185	1,3074	1,2558	
24	2,3286	2,2718	1,6507	1,5439	1,5139	1,3185	1,3113	1,2568	
28	2,3286	2,2718	1,6507	1,5439	1,5141	1,3185	1,3119	1,2568	
32	2,3286	2,2718	1,6507	1,5439	1,5141	1,3185	1,3119	1,2568	
36	2,3286	2,2718	1,6507	1,5439	1,5141	1,3185	1,3119	1,2568	
40	2,3286	2,2718	1,6507	1,5439	1,5141	1,3185	1,3119	1,2568	
Carga 0,8									
Buffer	s2 SIM	s2 APR	s4 SIM	s4 APR	s6 SIM	s6 APR	s8 SIM	s8 APR	
8	2,3777	2,3800	1,5569	1,2703	1,4042		1,2147		
12	2,6377	2,4516	1,7358	1,5666	1,4947	1,1640	1,2726	1,1640	
16	2,7202	2,4610	1,8241	1,5903	1,5878	1,3269	1,3358	1,3269	
20	2,7409	2,4632	1,8513	1,5917	1,6339	1,3395	1,3859	1,3395	
24	2,7453	2,4637	1,8579	1,5918	1,6487	1,3398	1,4076	1,3398	
28	2,7463	2,4638	1,8593	1,5919	1,6523	1,3398	1,4142	1,3398	
32	2,7464	2,4638	1,8595	1,5919	1,6531	1,3398	1,4158	1,3398	
36	2,7464	2,4638	1,8596	1,5919	1,6532	1,3398	1,4161	1,3398	
40	2,7464	2,4638	1,8596	1,5919	1,6532	1,3398	1,4162	1,3398	
Carga 0,9									
Buffer	s2 SIM	s2 APR	s4 SIM	s4 APR	s6 SIM	s6 APR	s8 SIM	s8 APR	
8	2,5563	2,5371	1,5864	1,2931	1,4131	0,9084	1,2205	0,7832	
12	3,1322	2,8422	1,8801	1,6088	1,5322	1,0681	1,2905	0,9000	
16	3,5110	2,9494	2,1265	1,7068	1,7071	1,3040	1,3924	1,0831	
20	3,7351	3,0038	2,2862	1,7262	1,8547	1,3946	1,5111	1,2455	
24	3,8600	3,0304	2,3791	1,7331	1,9509	1,4021	1,6026	1,2959	
28	3,9268	3,0423	2,4300	1,7361	2,0069	1,4037	1,6602	1,3044	
32	3,9610	3,0473	2,4571	1,7374	2,0371	1,4043	1,6930	1,3049	
36	3,9778	3,0493	2,4706	1,7379	2,0532	1,4045	1,7106	1,3051	
40	3,9860	3,0500	2,4774	1,7380	2,0613	1,4046	1,7196	1,3051	

6.3.7. $CLR_{tot}=CLR_{cont}+CLR_{discr}$. Análisis y gráficas por separado de cada contribución

En este apartado vamos a comparar las aproximaciones propuestas para el cálculo de la probabilidad de pérdida de celdas en el dispositivo *IMUX*. Los resultados obtenidos mediante simulación y los obtenidos del análisis matemático, se han comparado para apreciar la bondad de las estimaciones propuestas. Hemos hecho el análisis en el margen de valores usuales para los parámetros del dispositivo, en cuanto a tamaño de la cola de entrada ($8 \leq B \leq 40$), carga por enlace ($0.5 \leq \rho \leq 0.9$), y número de canales ($2 \leq s \leq 8$). La aproximación propuesta para la probabilidad de pérdida de celdas considerando que el tiempo de servicio fuera continuo, CLR_{cont} , se expresa en la Ecuación (6-48). Y la aproximación propuesta para la probabilidad de pérdida de celdas adicional debido a que el tiempo de servicio es discreto, se expresa en la Ecuación (6-54).

6.3.7.1 Aproximación al CLR considerando el tiempo de servicio continuo: CLR_{cont}

En las Figuras (6-34) a (6-38), vemos en líneas continuas los valores del CLR_{cont} obtenidos mediante la Ecuación (6-49), comparados con los valores del CLR_{IMUX} obtenidos del simulador, de modo que podemos apreciar que efectivamente, es importante considerar que el tiempo de servicio es discreto, como veremos en las gráficas finales.

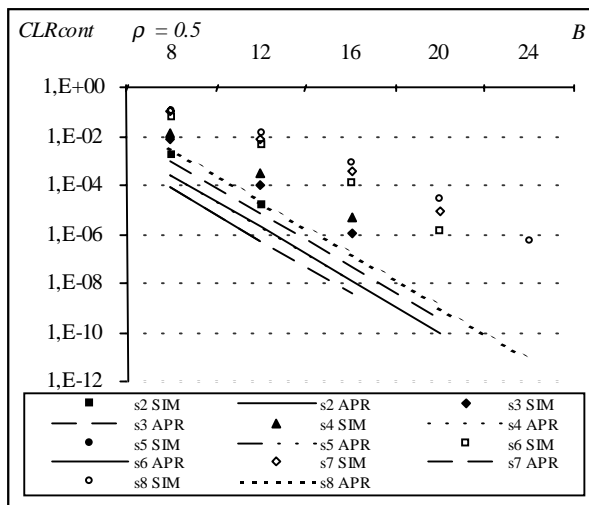


Figura 6-34. CLR_{cont} para un IMUX cargado al 50%.

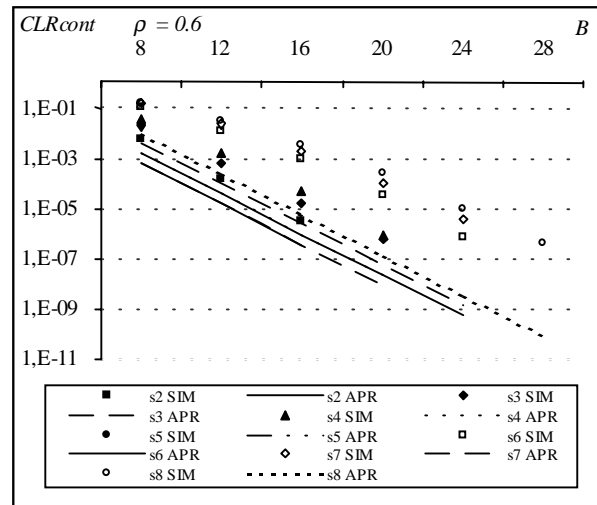


Figura 6-35. CLR_{cont} para un IMUX cargado al 60%.

Podemos observar que a medida que la carga *ATM* aumenta, la aproximación a la probabilidad de pérdida de celdas suponiendo que el tiempo de servicio fuera continuo, se acerca más al valor del CLR total en el *IMUX*. Asimismo, la dependencia con el número de canales es cada vez menor para valores altos de la carga. En el siguiente apartado veremos la contribución al CLR_{tot} debido a que el tiempo de servicio es discreto, CLR_{discr} y podremos hacer una valoración de ambos sumandos (CLR_{cont} y CLR_{discr}) en función de la carga y número de canales.

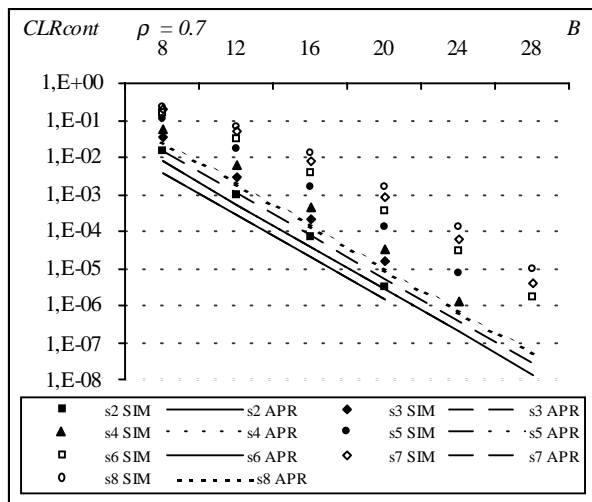


Figura 6-36. CLR_{cont} para un IMUX cargado al 70%.

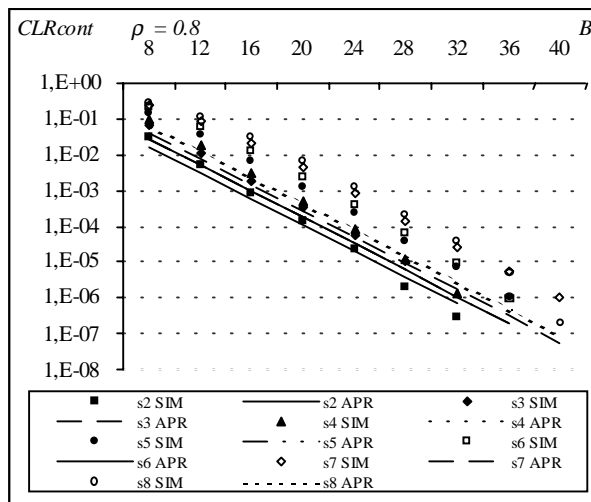


Figura 6-37. CLR_{cont} para un IMUX cargado al 80%.

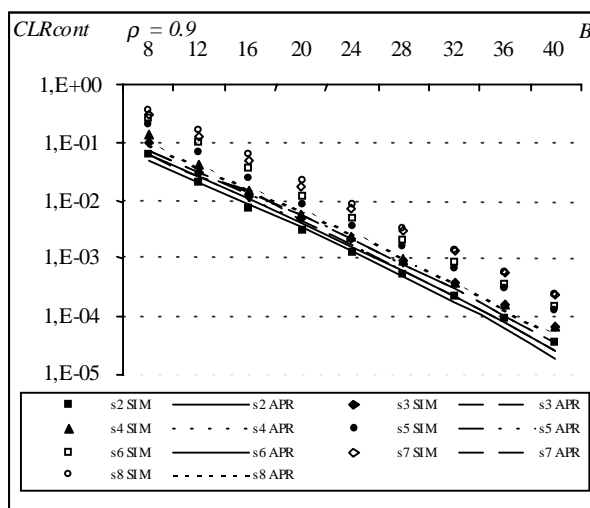


Figura 6-38. CLR_{cont} para un IMUX cargado al 90%.

6.3.7.2 Aproximación al CLR debido a que el tiempo de servicio es discreto: CLR_{discr}

En las siguientes figuras representamos los valores del CLR adicional debido a que el tiempo de servicio es discreto, en función de los parámetros de diseño del $IMUX$ (tamaño de la cola y número de canales) y de la carga ATM aplicada. De este modo, y junto a las conclusiones que se extraen del estudio de las gráficas del apartado anterior para el CLR_{cont} , podemos ver bajo qué condiciones de la carga y demás parámetros influye más el término CLR_{discr} . Para valores medios de la carga ATM ($0.5 \leq \rho \leq 0.7$), es realmente determinante el término CLR_{discr} , mientras que para valores muy altos de la carga ($0.8 \leq \rho \leq 0.9$), no lo es tanto. Esto sucede porque para valores muy grandes de ρ , es muy probable que hayan celdas ATM en el sistema, en cualquier instante, y el error en que se incurre si se supone que el tiempo de servicio fuera continuo, es mucho menor que en el caso de tener carga media. Esto puede comprobarse de la observación de las Figuras (6-38) y (6-43) para carga alta y Figuras (6-34) y (6-39) para carga baja.

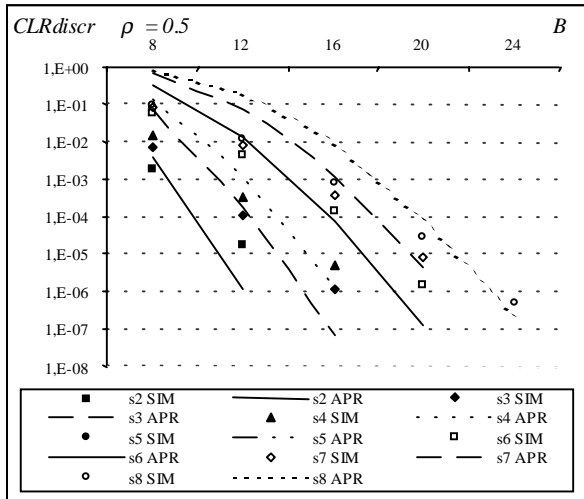


Figura 6-39. CLR_{discr} para un IMUX cargado al 50%.

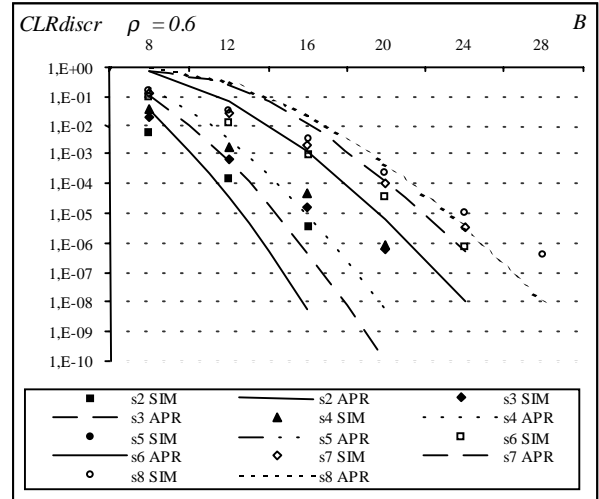


Figura 6-40. CLR_{discr} para un IMUX cargado al 60%.

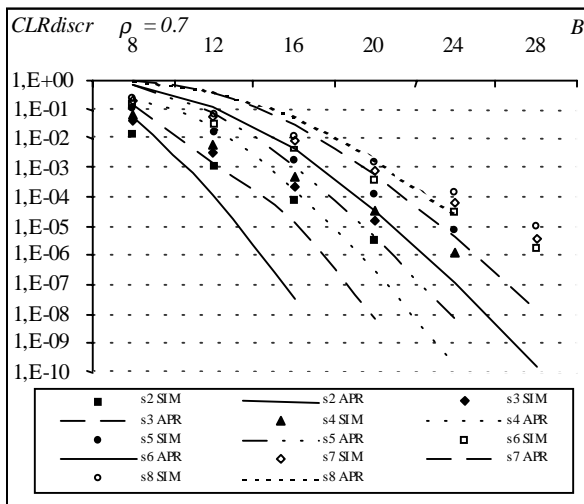


Figura 6-41. CLR_{discr} para un IMUX cargado al 70%.

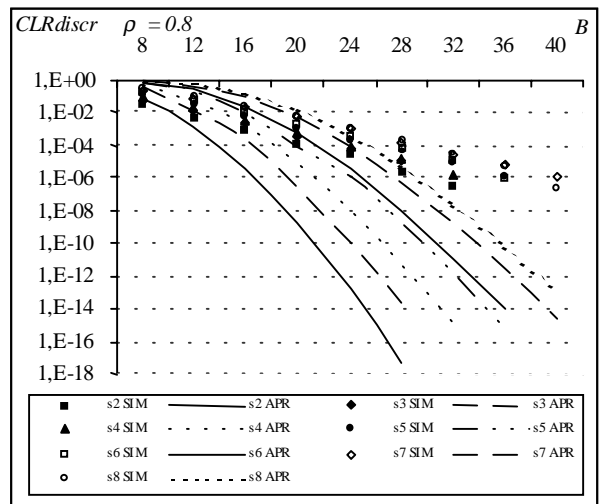


Figura 6-42. CLR_{discr} para un IMUX cargado al 80%.

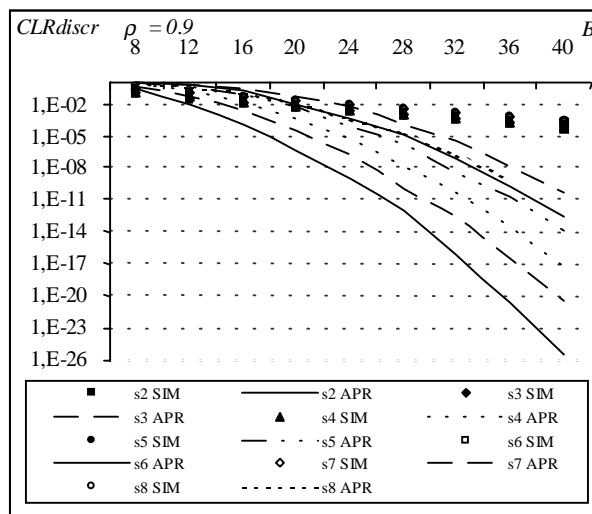


Figura 6-43. CLR_{discr} para un IMUX cargado al 90%.

6.3.7.3 Aproximación al CLR en el dispositivo $IMUX$: CLR_{tot}

Finalmente, veremos los resultados para al aproximación que proponemos para el cálculo de la probabilidad de pérdida de las celdas en el dispositivo $IMUX$, sumando las dos contribuciones a las pérdidas totales analizadas en los apartados anteriores:

$$CLR_{tot} = CLR_{cont} + CLR_{discr} \tag{6-56}$$

donde CLR_{cont} se calcula con la Ecuación (6-48) y CLR_{discr} con la Ecuación (6-53).

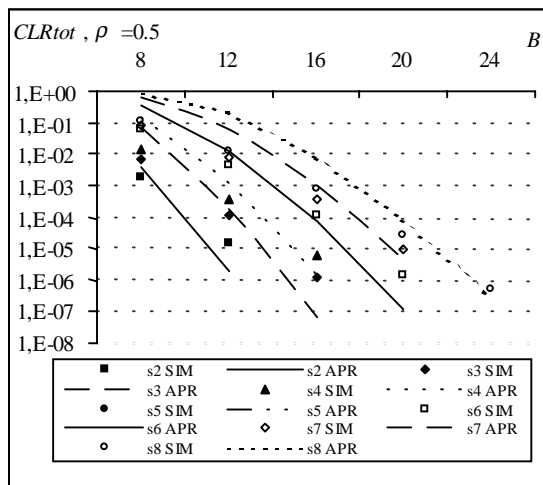


Figura 6-44. CLR_{tot} para un $IMUX$ cargado al 50%.

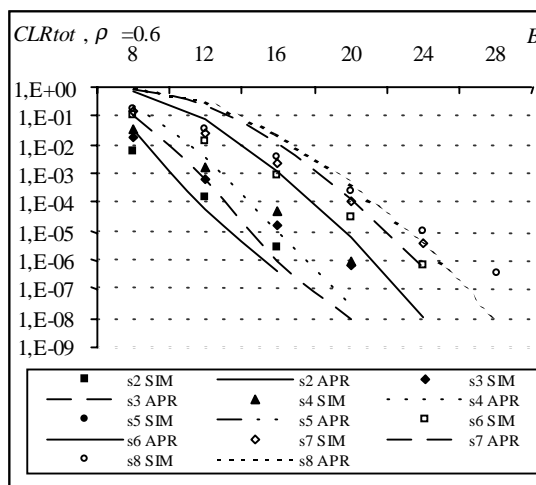


Figura 6-45. CLR_{tot} para un $IMUX$ cargado al 60%.

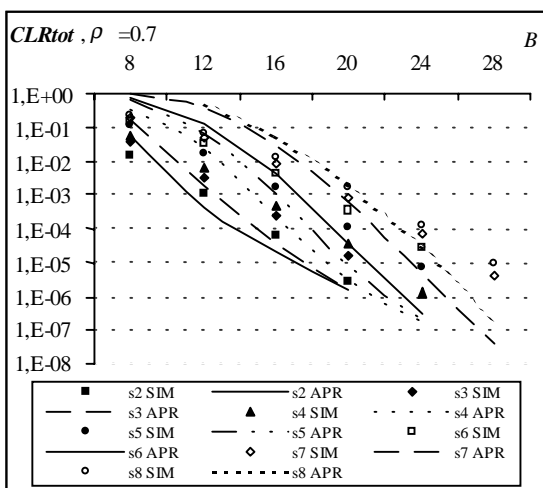


Figura 6-46. CLR_{tot} para un $IMUX$ cargado al 70%.

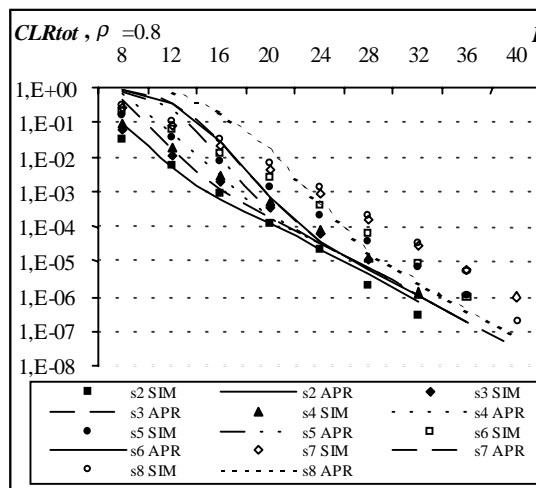


Figura 6-47. CLR_{tot} para un $IMUX$ cargado al 80%.

En las Figuras (6-44) a (6-48) vemos comparados los resultados analíticos con los de simulación para el CLR en función del tamaño de la cola de entrada del $IMUX$ con el número de canales c como parámetro, y para cada valor de la carga por enlace ρ . En las Figuras (6-49) a (6-52) vemos representado el CLR en función de la carga por enlace ρ , con el tamaño de la cola como parámetro ($B=16, 24$ y 32), para un número de canales igual a 2, 4, 6 y 8.

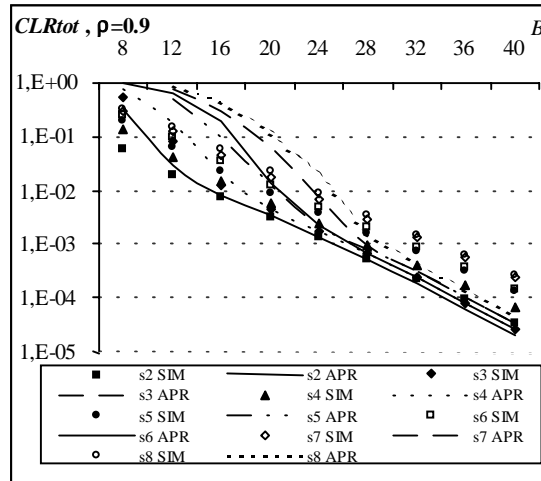


Figura 6-48. CLR_{tot} para un IMUX cargado al 90%.

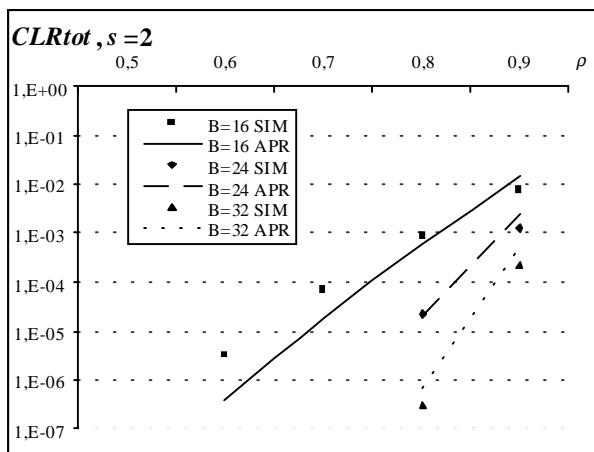


Figura 6-49. CLR_{tot} para un IMUX con $s=2$ canales.

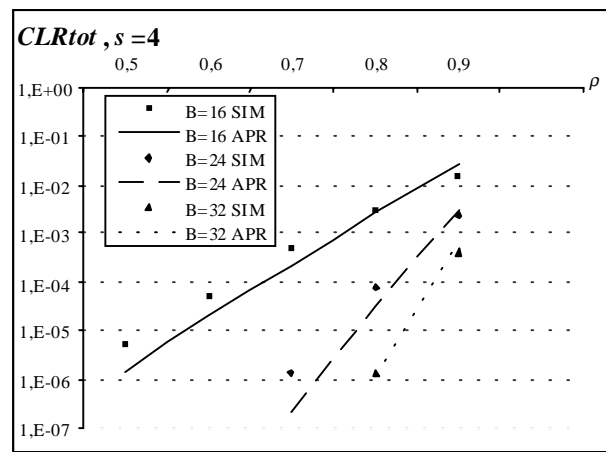


Figura 6-50. CLR_{tot} para un IMUX con $s=4$ canales.

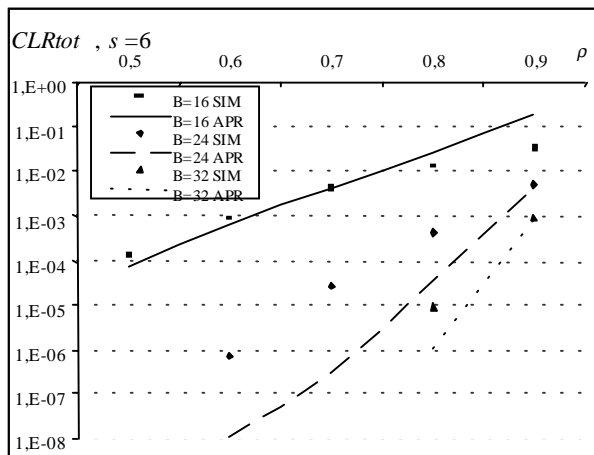


Figura 6-51. CLR_{tot} para un IMUX con $s=6$ canales.

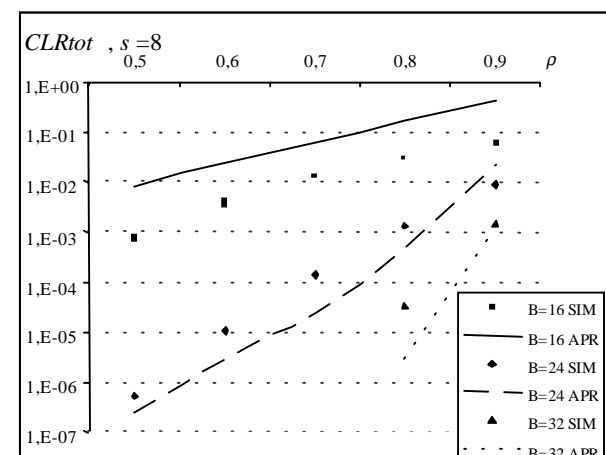


Figura 6-52. CLR_{tot} para un IMUX con $s=8$ canales.

En las Figuras (6-53) a (6-56), representamos el valor del CLR obtenido del simulador y del análisis, en función del tamaño de la cola con el valor de la carga como parámetro y para un $IMUX$ con $s=2, 4, 6$ y 8 canales.

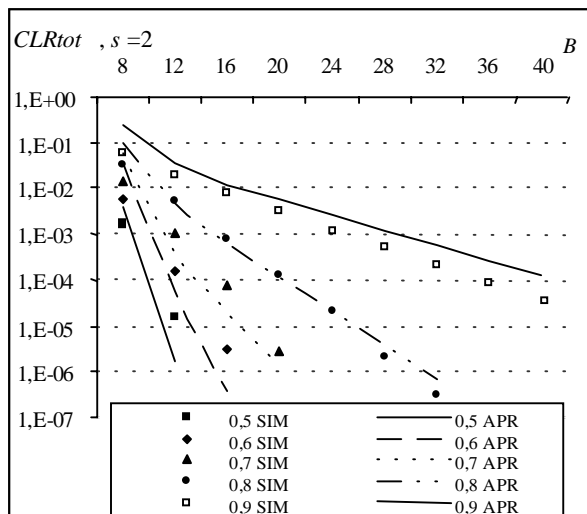


Figura 6-53. CLR_{tot} para un IMUX con $s = 2$ canales.

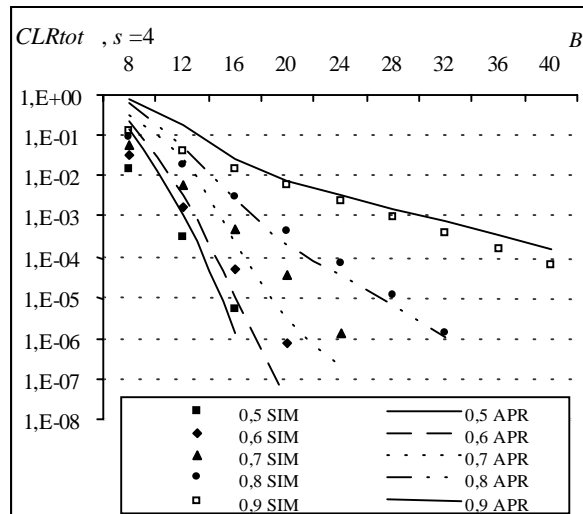


Figura 6-54. CLR_{tot} para un IMUX con $s = 4$ canales.

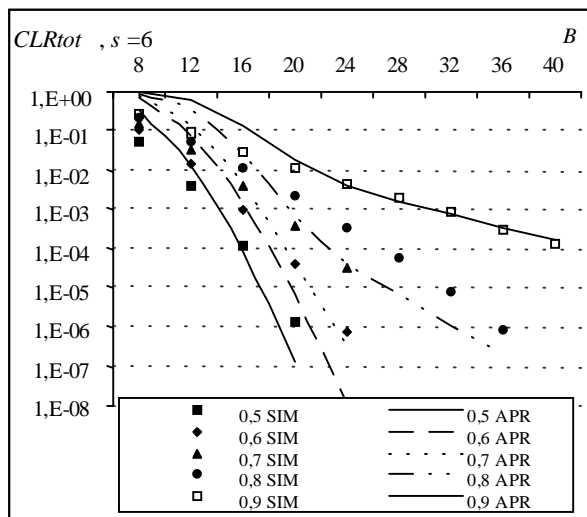


Figura 6-55. CLR_{tot} para un IMUX con $s = 6$ canales.

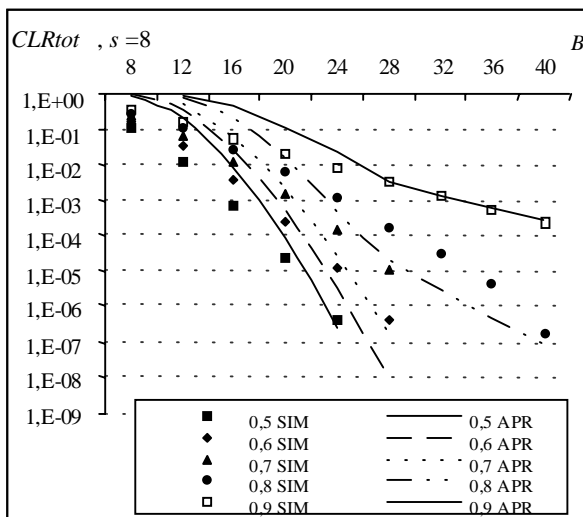


Figura 6-56. CLR_{tot} para un IMUX con $s = 8$ canales.

En este apartado se han representado los valores del CLR_{tot} en el dispositivo *IMUX*, en función del tamaño de la memoria, en función de la carga aplicada, y utilizando en ambos casos como parámetro el número de enlaces, el tamaño de la cola o la carga por enlace aplicada. De la observación de las gráficas se deriva que la aproximación propuesta para el cálculo del *CLR* en el *IMUX* ofrece valores suficientemente cercanos a los obtenidos mediante simulación, y en la mayoría de los casos del mismo orden de magnitud.

6.4. Conclusiones

En este capítulo se ha realizado un estudio exhaustivo de los distintos efectos que causan las celdas de control y relleno en el retardo medio y en las pérdidas. Ello nos ha conducido a finalmente presentar un modelo íntegramente analítico para aproximar el tiempo medio de espera en la cola y la probabilidad de pérdida de celdas en el *IMUX*. De la comparación con los valores

obtenidos del simulador *SIMUX*, podemos dar como válido nuestro modelo aproximado. La facilidad de cómputo de las expresiones utilizadas, lo hacen válido como herramienta de diseño para hallar el número de canales y la capacidad de memoria necesaria en los dispositivos *IMUX* según la carga aplicada, para garantizar la calidad de servicio deseada.

En definitiva, con el proceso expuesto lo que se permite es dimensionar los parámetros de un dispositivo *IMUX* dados unos valores que definen la calidad de servicio requerida. Para ello sólo basta recurrir a la solución analítica desarrollada (que podría tabularse) sin necesidad de realizar simulaciones costosas. Por ejemplo, a partir de las gráficas mostradas si se desea un retardo medio máximo de 1.5 slots para una carga ofrecida por enlace del 60%, observando la Figura (6-30) decidiríamos que $s \geq 4$, es decir que deberíamos contratar más de 4 encales sencillos E_1 ($\approx 2\text{Mbps}$). Si la probabilidad de pérdida tuviera que ser inferior o igual a 10^{-4} , tendríamos tres posibilidades según la capacidad del enlace lógico que deseáramos contratar:

- $s=4 \rightarrow BW \approx 4 \cdot 2\text{Mbps} = 8\text{Mbps} \rightarrow B = 14$ celdas de capacidad de la cola. Ver Figura (6-53).
- $s=6 \rightarrow BW \approx 6 \cdot 2\text{Mbps} = 12\text{Mbps} \rightarrow B = 18$ celdas de capacidad de la cola. Ver Figura (6-54).
- $s=8 \rightarrow BW \approx 8 \cdot 2\text{Mbps} = 16\text{Mbps} \rightarrow B = 20$ celdas de capacidad de la cola. Ver Figura (6-55).

Obviamente, las opciones más factibles son aquellas que requieran la contribución de un menor número de canales, ya que son las más económicas en la realidad. Si en el ejemplo que nos ocupa fuera necesario disponer de un ancho de banda de 12 Mbps, sería necesario contratar 6 enlaces E_1 .

Puede verse reflejado en esta figura este proceso de elección de parámetros para cumplir las restricciones impuestas al dispositivo *IMUX*.

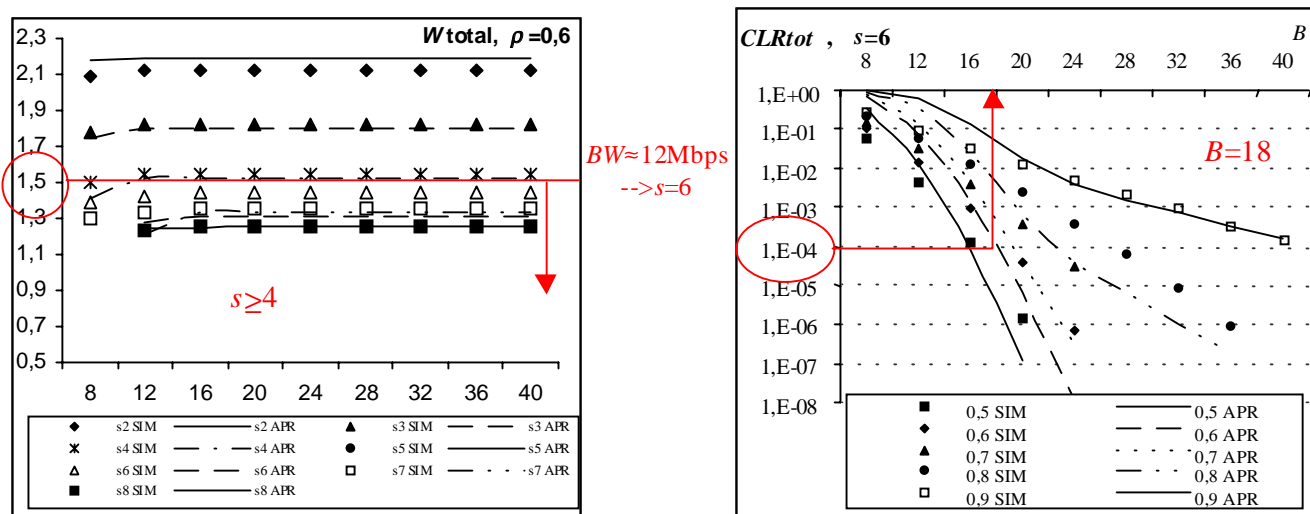


Figura 6-57. Ejemplo de diseño de un IMUX.

Capítulo 7. Conclusiones más relevantes. Líneas futuras de investigación

7.1. Introducción

En este capítulo se recogen las conclusiones más importantes a las que se ha llegado en el resto de capítulos que conforman esta tesis. Asimismo se comentan algunas líneas futuras de actuación como continuación del trabajo aquí realizado.

7.2. Conclusiones

En esta tesis se ha obtenido una herramienta constituida por unas expresiones cerradas y sencillas que permiten ayudar a dimensionar los dispositivos de conmutación y multiplexación inversa que conforman una red realizada con tecnología *ATM* e *IMA* respectivamente.

Los parámetros de diseño son el tamaño de la memoria (capacidad de almacenamiento) y el número de servidores o canales de salida que en función de la carga aplicada proporcionen unos valores contratados de calidad de servicio. Concretamente, los parámetros de calidad de servicio a los que nos hemos referido en este trabajo son la probabilidad de pérdida de celdas y el tiempo medio de espera en la cola.

Los dispositivos analizados han sido en primer lugar un nodo de conmutación *ATM* genérico situado en un nivel alto de la jerarquía de red asumiendo un proceso de llegadas de las celdas de

Poisson, con colas multiservidor a su salida permitiendo múltiples enlaces y contemplando que las celdas pertenezcan a alguna de las cinco posibles clases de servicio de *ATM* dado que esta tecnología es una alternativa económicamente viable para proveer eficientemente anchos de banda utilizando la infraestructura disponible. Se ha presentado un modelo analítico para el cálculo del número medio de celdas en la cola (supuesta de capacidad infinita) y la probabilidad de pérdida de celdas, en un sistema de colas $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y un esquema de cinco niveles diferentes de prioridad. Los resultados de la aproximación propuesta han demostrado ser suficientemente válidos para estimar la capacidad media de la cola y las pérdidas de un nodo de conmutación *ATM* con colas a su salida, en la fase de dimensionamiento de dicho dispositivo.

El segundo dispositivo analizado es el *IMUX* o Multiplexor Inverso para *ATM*. Se ha elegido este tipo de nodo por ser real, por su mayor sencillez de operación y por tanto, por parecernos de una mayor tratabilidad analítica. Por todo ello, se ha expuesto en qué consiste un multiplexor inverso *ATM*, cuál es su funcionamiento básico y las principales aplicaciones de red para las que está ideado. Después de analizar todos los efectos que se producen en el dispositivo debido a la inserción de las celdas de control y de relleno que realiza el *IMUX*, se ha propuesto un método sencillo para dimensionar los parámetros más relevantes de dichos dispositivos (número de canales y tamaño de la cola) en función de la tasa de pérdida de celda y del tiempo medio de espera en la cola.

Para realizar una primera estimación sobre el comportamiento del sistema se ha considerado también tráfico de entrada de *Poisson*. Ésta es una hipótesis razonable cuando los dispositivos *IMUX* se hallan en niveles altos de la jerarquía de la red, donde el tráfico agregado presenta un alto nivel de mezcla con un coeficiente de variación bajo no mucho mayor que la unidad, como sucede cuando el proceso no es muy disperso. De esta forma se extraerán conclusiones para dimensionar y planificar de forma fácil los recursos de un nodo multiplexor inverso para *ATM*.

El análisis se ha limitado a colas *markovianas* con tráfico de llegada de *Poisson*. Ha sido ampliamente probado que los modelos de *Poisson* no contemplan las propiedades del tráfico real observado en redes de alta velocidad, por lo que el análisis presentado corre el riesgo de no tener aplicabilidad con redes reales. El asumir tráfico de *Poisson* conduce a un modelo optimista del comportamiento de una red. Sin embargo, la característica de “proceso sin memoria” del tráfico de *Poisson* permite obtener conclusiones que de otro modo resultarían muy complejas o imposibles. Como los dispositivos que hemos estudiado se sitúan en un nivel jerárquico de multiplexación alto de la red, el tráfico le llega ya muy mezclado y seguramente procesado por equiespaciadores que suavicen su coeficiente de variación, lo que permite hacer razonable la hipótesis de considerar que las celdas llegan al nodo según un proceso de *Poisson*.

De esta manera, ha sido posible lograr unas expresiones matemáticas aproximadas cerradas y sencillas que optimizan el proceso de diseño de los dispositivos analizados de la red, que

proporcionan resultados que difieran de los reales en márgenes acotados en intervalos suficientemente pequeños como para ser soportados por la bondad del diseño resultante.

7.3. Líneas futuras de investigación.

Entre las posibles líneas de continuación de este trabajo destacan las siguientes:

- Incorporar también un esquema de cinco prioridades en el dispositivo *IMUX* (Multiplexor Inverso para *ATM*) procediendo de manera similar a como se ha realizado con el sistema de colas $M/D/s/s+B$ con tiempo de servicio discreto y cinco niveles de prioridad. De este modo, se contempla la posibilidad de que al *IMUX* lleguen celdas procedentes de aplicaciones de distinta naturaleza soportadas en las cinco clases de servicio propuestas por el *ATM Forum*.
- Analizar el comportamiento del dispositivo *IMUX*, frente a tráficos de llegadas más realistas, como tráfico a ráfagas (ON-OFF) y modelos sencillos de tráfico en redes residenciales y de entorno de negocios, que presentan ciertas características de autosimilitud, con funciones de distribución dispersas [DEN96]. El análisis debe hacerse en todo el rango de valores de interés de los parámetros que caracterizan al modelo de tráfico realista, estudiando bajo qué condiciones sería útil el modelo hallado en esta tesis para tráfico de *Poisson*. En este aspecto, ya hemos iniciado nuestra investigación. Hemos analizado el comportamiento del dispositivo *IMUX* frente a tráfico a ráfagas o tráfico *ON-OFF* y frente a tráfico para redes residenciales, concretamente el estudiado en [DEN96] para redes residenciales basadas en *Ethernet*, en que el tamaño del paquete sigue una distribución de *Pareto* y el tiempo entre llegadas de las tramas *Ethernet* sigue una distribución de *Weibull*. Disponemos de dos artículos en proceso de revisión, en congresos internacionales de prestigio [POS99a, POS99d] así como en dos revistas también de ámbito internacional, *Telecommunications Systems* [POS99b] y *Computer Networks* [POS99c], ambas en proceso de revisión también.
- Analizar la capacidad de la tecnología *IMA* de ofrecer ancho de banda bajo demanda, sobre la base de incrementos o decrementos de la capacidad de un enlace sencillo *T1/E1*, añadiendo o eliminando circuitos físicos elementales al grupo de forma dinámica según necesite cada aplicación en el transcurso del tiempo. Actualmente, *IMA* no contempla en la especificación la opción de disponer de ancho de banda bajo demanda, aunque es uno de los objetivos del grupo de trabajo correspondiente del *ATM Forum*. Sin embargo, se tiene previsto soportarlo. Ya existen fabricantes que soportan esta facilidad, aunque con implementaciones propietarias de cada fabricante (*Nortel Magellan*, *Ascend Communications*, *Cisco Systems*, *3Com*, ...). Sería interesante estudiar qué efectos producen los regímenes transitorios en el cambio del número de enlaces sobre los parámetros de calidad de servicio ofrecidos.

ANEXO I

Obtención de las probabilidades de estado en un sistema $M/D/1/N$

I.1 Probabilidades de estado

Se sabe que las probabilidades de estado para el sistema de colas $M/D/1$ tienen las siguientes expresiones, donde π'_n es la probabilidad de que en el sistema haya n celdas siendo los instantes de observación los instantes de salida (por tratarse de un proceso de llegadas de *Poisson*, las probabilidades de estado en los instantes de salida coinciden con las probabilidades de estado en cualquier otro instante arbitrario [GRO74, pág. 235]) y ρ es la carga por enlace. La expresión de π'_n es [GRO74, pág. 243]:

$$\begin{aligned}\pi'_0 &= 1 - \rho \\ \pi'_1 &= (1 - \rho) \cdot (e^\rho - 1) \\ \pi'_n &= (1 - \rho) \cdot \left\{ \sum_{j=1}^n e^{j \cdot \rho} \cdot (-1)^{n-j} \cdot \frac{(j \cdot \rho)^{n-j}}{(n-j)!} + \sum_{j=1}^{n-1} e^{j \cdot \rho} \cdot (-1)^{n-j} \cdot \frac{(j \cdot \rho)^{n-j-1}}{(n-j-1)!} \right\}, \quad n \geq 2\end{aligned}\tag{I-1}$$

Denominamos como π_j a las probabilidades de estado para el sistema $M/D/1/N$ que tiene limitada su capacidad de almacenamiento. Dichas probabilidades son proporcionales a las probabilidades de estado para el sistema de colas $M/D/1$, como se observa en [GRO74, pág. 251] a partir de la inspección de la matriz de transición. Así, aplicando la condición de suma unitaria de todas las probabilidades de estado que existen en el sistema $M/D/1/N$, se obtiene la Ecuación (I-2). Los puntos de observación son los instantes de salida, por eso el índice del sumatorio llega hasta $N-1$ en lugar de hasta N .

$$\begin{aligned}1 &= \sum_{j=0}^{N-1} \pi_j = C \cdot \sum_{j=0}^{N-1} \pi'_j \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\sum_{j=0}^{N-1} \pi'_j} \\ \pi_j &= C \cdot \pi'_j, \quad 0 \leq j \leq N-1\end{aligned}\tag{I-2}$$

I.2 Obtención de \bar{N}_Q , \bar{W}_Q y CLR

Estos valores π_j , representan la probabilidad de que una celda que ingresa en el sistema, lo encuentre con j celdas. La ocupación media de la cola \bar{N}_Q puede calcularse con la Ecuación (I-3). El tiempo medio de espera en la cola \bar{W}_Q puede calcularse aplicando la relación de *Little* en la Ecuación (I-4).

$$\bar{N}_Q = \sum_{j=1}^{N-1} (j-1) \cdot \pi_j \quad (\text{I-3})$$

$$\bar{W}_Q = \frac{\bar{N}_Q}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{j=1}^{N-1} (j-1) \cdot \pi_j \quad (\text{I-4})$$

Para el cálculo de la probabilidad de pérdida de celdas en la cola M/D/1/N, utilizaremos en este caso la aproximación propuesta en [GRO74, pág. 252]. Primero vamos a obtener la probabilidad p'_j de que una celda que llega al sistema (ingrese en él o no) encuentre el sistema con j celdas. Al ser el proceso de llegadas de *Poisson*, la distribución de ocupaciones del sistema justo antes de las llegadas $\{p'_j\}$ coincide con las probabilidades en los instantes de salidas $\{\pi_j\}$ dado que las llegadas ocurren de una en una y los servicios también. La única diferencia es que el espacio de estados es diferente:

$$\pi_j = \frac{p'_j}{1-p'_N} \quad \Rightarrow \quad p'_j = (1-p'_N) \cdot \pi_j, \quad 0 \leq j \leq N-1 \quad (\text{I-5})$$

La tasa efectiva de llegada debe ser igual a la tasa efectiva de partida, de donde se deduce la siguiente ecuación, siendo la carga $\rho = \lambda/\mu$:

$$\lambda \cdot (1-p'_N) = \mu \cdot (1-p'_0) \quad \Rightarrow \quad p'_N = 1 - \frac{1-p'_0}{\rho} \quad (\text{I-6})$$

con ello,

$$p'_j = \frac{1-p'_0}{\rho} \cdot \pi_j, \quad 0 \leq j \leq N-1 \quad (\text{I-7})$$

y finalmente, [GRO74, pág. 252]

$$p'_0 = \frac{\pi_0}{\pi_0 + \rho} \quad (\text{I-8})$$

$$p'_j = \frac{\pi_j}{\pi_0 + \rho}, \quad 0 \leq j \leq N-1$$

por lo tanto, al ser el proceso de llegada de las celdas de *Poisson* y aplicando la propiedad *PASTA* (*Poisson Arrivals See Time Averages*), la probabilidad de pérdida de celdas o *CLR* puede aproximarse con la probabilidad del estado congestionado:

$$CLR \cong p'_N = 1 - \frac{1 - p'_0}{\rho} \quad (I-9)$$

ANEXO II

Tiempo de servicio discreto: Número medio de celdas que ingresan en la cola (\bar{W}_{discr}) y probabilidad de pérdida de celdas adicional (CLR_{discr}) de un sistema de colas durante un intervalo de servicio

II.1 Introducción

En un sistema de colas con tiempo de servicio discreto, el tiempo se divide en intervalos de longitud fija o *slots*. Por ejemplo, en un sistema $M/D/s/B+s$, los servicios sólo ocurren al principio de cada *slot* (cuando como mucho las c primeras celdas de la cola empiezan a ser servidas) y las posibles salidas del sistema ocurren al final del *slot* temporal. Las celdas que llegan al sistema durante un *slot* temporal, ingresan en la cola, si es que hay algún espacio libre. Esto no se produce en una cola con tiempo de servicio continuo, en que las celdas son servidas en cuanto llegan al sistema (si es que hay algún servidor libre). Por lo tanto, en una cola con tiempo de servicio discreto se produce una acumulación de celdas en la cola de entrada del sistema durante el intervalo temporal de servicio, y por lo tanto un incremento en el tiempo medio de espera de las celdas, que denominamos \bar{W}_{discr} . Esta acumulación de celdas, además produce la existencia de un CLR adicional con respecto al CLR de una cola con tiempo de servicio continuo. Por lo tanto, para obtener una aproximación al CLR en un sistema de colas con tiempo de servicio discreto, a la aproximación del CLR para cola continua, hay que añadir otra cantidad que denominamos CLR_{discr} .

II.2 Aproximación para obtener \bar{W}_{discr}

Sea π_k la probabilidad de que lleguen k celdas al sistema (el proceso de llegadas es de *Poisson*) durante el intervalo de servicio, que sin pérdida de generalidad consideramos como la unidad $1/\mu \equiv 1$, siendo λ la tasa media de llegada de celdas al sistema:

$$\pi_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} \quad (\text{II-1})$$

Entonces el número medio de celdas que llegan al sistema durante todo un intervalo de servicio y que ingresan en cola, se puede aproximar así:

$$\bar{N} \cong \sum_{i=1}^L i \cdot \frac{\lambda^i \cdot e^{-\lambda}}{i!} \quad (\text{II-2})$$

aunque fijaremos como punto de observación el punto medio del intervalo de servicio, como suele hacerse en la literatura especializada [CHU70], y así la aproximación final es:

$$\bar{N}_{discr} \cong \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^L i \cdot \frac{\lambda^i \cdot e^{-\lambda}}{i!} \quad (\text{II-3})$$

donde L es el espacio libre que en media hay disponible en la cola para las celdas que llegan al sistema durante un intervalo de servicio, y que puede aproximarse por la capacidad total de la cola menos la ocupación media de la misma (si ésta no se puede computar fácilmente, proponemos utilizar una ocupación media de la cola de un sistema similar que disponga de una expresión cerrada sencilla).

Es adecuado comprobar que para una cola que tuviera capacidad infinita, el número medio de celdas que llegara al sistema durante todo un intervalo de servicio debería ser igual a la tasa media de llegada de celdas al sistema por unidad temporal, tomada como el tiempo medio de servicio:

$$\begin{aligned} \bar{N} &\cong \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot \frac{\lambda^i \cdot e^{-\lambda}}{i!} = e^{-\lambda} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\lambda^i}{(i-1)!} = e^{-\lambda} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^{i+1}}{i!} = e^{-\lambda} \cdot \lambda \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^i}{i!} = \\ &= e^{-\lambda} \cdot \lambda \cdot e^{\lambda} = \lambda \end{aligned} \quad (\text{II-4})$$

Finalmente, el tiempo medio de espera que sufren las celdas que llegan al sistema durante un intervalo de servicio y que ingresan en cola, se obtiene aplicando la relación de *Little* a la Ecuación (II-3) llegando a la siguiente expresión:

$$\bar{W}_{discr} = \frac{\bar{N}_{discr}}{\lambda} \cong \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \sum_{i=1}^L i \cdot \frac{\lambda^i \cdot e^{-\lambda}}{i!} \quad (\text{II-5})$$

A partir de un tamaño de la cola lo suficientemente grande, se puede utilizar $\bar{N}_{discr} \cong \lambda/2$ como indican las Ecuaciones (II-3) y (II-4). En ese caso, el tiempo medio de espera de las celdas en la cola puede aproximarse por:

$$\bar{W}_{discr} \xrightarrow[L \rightarrow \infty]{\uparrow} \frac{1}{2} \quad (\text{II-6})$$

II.3 Aproximación para obtener CLR_{discr}

Sea de *Poisson* el proceso según el cual llegan las celdas al sistema. La probabilidad de que lleguen k celdas al sistema durante un intervalo temporal igual al tiempo de servicio $1/\mu \cong 1$ para

una tasa media de llegada de celdas al sistema igual a λ , se calcula con la Ecuación (II-1).

Sea \bar{A} el número medio de celdas admitidas en la cola durante un intervalo de servicio; es decir, \bar{A} se puede entender como la tasa media de admisión de celdas en la cola durante un intervalo equivalente al tiempo de servicio. Entonces,

$$\bar{A} \cong \sum_{k=1}^L k \cdot \pi_k \quad (\text{II-7})$$

donde L es el espacio libre que en media hay disponible para las celdas que llegan al sistema durante un intervalo de servicio, y que puede aproximarse por la capacidad total de la cola B , menos la ocupación media de la misma computada al inicio del intervalo de servicio (si no se puede computar fácilmente, proponemos utilizar una ocupación media de la cola de un sistema similar que disponga de una expresión cerrada sencilla). Desarrollando las Ecuaciones (II-1) y (II-7) se obtiene:

$$\bar{A} \cong \sum_{k=1}^L k \cdot \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} = \lambda \cdot e^{-\lambda} \cdot \sum_{k=1}^L \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda \cdot e^{-\lambda} \cdot \sum_{k=0}^{L-1} \frac{\lambda^k}{k!} \quad (\text{II-8})$$

Dado que:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{\lambda} \quad (\text{II-9})$$

La Ecuación (II-8) se puede expresar así:

$$\bar{A} \cong \lambda \cdot e^{-\lambda} \cdot \left(e^{\lambda} - \sum_{k=L}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} \right) = \lambda \cdot \left(1 - e^{-\lambda} \cdot \sum_{k=L}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} \right) \quad (\text{II-10})$$

A partir de aquí, se realiza la siguiente aproximación para el CLR_{discr} :

$$CLR_{discr} \cong \frac{\lambda - \bar{A}}{\lambda} = 1 - \frac{\bar{A}}{\lambda} \quad (\text{II-11})$$

Combinando las Ecuaciones (II-10) y (II-11) se llega a la siguiente ecuación:

$$CLR_{discr} \cong e^{-\lambda} \cdot \sum_{k=L}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} \quad (\text{II-12})$$

Si deseamos disponer de una fórmula más sencilla de calcular, podemos seguir desarrollando la Ecuación (II-12):

$$\begin{aligned}
 CLR_{discr} &\cong e^{-\lambda} \cdot \sum_{k=L}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \cdot \left[\frac{\lambda^L}{L!} + \frac{\lambda^{L+1}}{(L+1)!} + \frac{\lambda^{L+2}}{(L+2)!} + \frac{\lambda^{L+3}}{(L+3)!} + \dots \right] = \\
 &= e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^L}{L!} \cdot \left[1 + \frac{\lambda}{(L+1)} + \frac{\lambda^2}{(L+1) \cdot (L+2)} + \frac{\lambda^3}{(L+1) \cdot (L+2) \cdot (L+3)} + \dots \right] \underset{\lambda \ll L+1}{\cong} \quad (II-13) \\
 &\cong e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^L}{L!} \cdot \left[1 + \frac{\lambda}{L+1} \right] = e^{-\lambda} \cdot \lambda^L \cdot \frac{L + \lambda + 1}{(L+1)!}
 \end{aligned}$$

expresión válida para un tamaño de la cola B suficientemente grande para que se cumpla que $\lambda \ll L+1$.

ANEXO III

Entorno de simulación *SIMUX* (Simulador *IMUX*) para evaluar el comportamiento del dispositivo *IMUX*

III.1 Descripción del simulador *SIMUX*

En este anexo describiremos de manera resumida el funcionamiento del simulador de sistemas *IMA* que Marcos Postigo Boix, profesor del Departamento de Matemática Aplicada y Telemática de la Universidad Politécnica de Cataluña, desarrolló durante la realización de su Proyecto Final de Carrera, dirigido por el Dr. Joan García Haro [POS98].

El entorno de simulación implementado es sencillo y presenta una gran flexibilidad debido básicamente al lenguaje de programación utilizado, C++. Se trata de un lenguaje que permite establecer jerarquías de objetos que pueden corresponder a la estructura lógica y las propiedades de los objetos reales. De este modo, cada objeto de simulación está diseñado de forma independiente (código con el que el simulador controla el objeto y los datos asociados) en relación directa con un objeto del sistema real *IMA*. Cada uno de estos objetos presenta así puertos de entrada y salida que sirven de conexión con el resto de objetos. La herramienta de simulación desarrollada está orientada a eventos. Cada uno de los objetos permanece inactivo, y sólo reacciona frente a ciertos eventos. Los eventos son gestionados por la cola de eventos ejecutando una rutina que reactiva de forma apropiada al evento en cuestión. Las simulaciones parten de los datos introducidos por el usuario y en base a ellos se crea e inicializa cada uno de los objetos del sistema. Mientras no se alcance la duración total de la simulación, se extrae un evento de la cola de eventos y se actúa en consecuencia. Al finalizar la simulación, se genera un fichero de resultados estadísticos y se destruyen todos los elementos del sistema.

• **Parámetros de simulación**

Los parámetros de simulación que el usuario debe elegir son:

- Número de fuentes. El sistema permite utilizar n fuentes iguales o distintas a multiplexar, pero en las simulaciones realizadas se ha utilizado únicamente una fuente, correspondiente al enlace de alta velocidad de entrada al *IMUX*.
- Tipo de tráfico generado por las fuentes. Las fuentes permiten generar tres tipos de tráfico: tráfico de *Poisson*, tráfico *On-Off* y tráfico de redes residenciales.

- Tasa de las fuentes. En el caso de fuente de tráfico de *Poisson*, se pide la tasa media de llegada de celdas al sistema, λ .
- Longitud de la trama *IMA*. El usuario elige este valor M , que por defecto es de $M=128$ celdas, como recomienda la especificación *IMA* del *ATM Forum* [ATM99].
- Número de canales *IMA*. La especificación *IMA* [ATM99] aconseja utilizar un número de canales $2 \leq s \leq 32$.
- Capacidad de los canales *IMA*. Por defecto 2.048 Mbps.
- Capacidad de la memoria del multiplexor *IMA*. Es la capacidad de la cola de entrada del sistema, medida en celdas. Por defecto hemos utilizado el rango de valores comprendido entre 8 y 40 celdas.
- Longitud de los enlaces *IMA*, L_{enlace} . Por defecto 100 Km.
- Velocidad de propagación de los enlaces *IMA*, $v_{propagación}$. Por ejemplo, para una fibra óptica, este valor es la velocidad de la luz c dividida por el índice de refracción de la misma n .
- Longitud de las colas del demultiplexor. Las colas del dispositivo *IMUX* en recepción, en el simulador se consideran suficientemente grandes, prácticamente infinitas.
- Duración del periodo transitorio. Por defecto, este valor es el intervalo equivalente a procesar 250.000 celdas.
- Número de intervalos de simulación. Por defecto, este valor es de 5.
- Duración de los intervalos de simulación. Por defecto, este valor equivale a procesar 2.000.000 de celdas.
- Nombre del fichero de resultados finales.

• Cola de Eventos

La cola de eventos viene a ser el organizador del sistema que determina el orden de ejecución del programa. Cada objeto sabe exactamente en qué instantes ha de activarse y se lo comunica al organizador introduciendo eventos en la cola, éstos son ordenados en orden temporal creciente. El organizador extrae el primer evento de la cola, observa a qué objeto corresponde y lo activa, esperando a que éste finalice las operaciones correspondientes. Hay dos tipos de eventos: internos (dan lugar a acciones que se producen sólo en el interior del mismo objeto, como puede ser la generación de una celda o su servicio) y eventos de transferencia de celdas (traspasan las celdas desde el puerto de salida de un objeto al de entrada del objeto siguiente).

• Objetos que forman el sistema *IMA* simulado

El simulador *SIMUX* contiene los siguientes objetos: Fuente, multiplexor *IMA*, red, demultiplexor *IMA*, demultiplexor de conexiones y sumidero. Puede verse un esquema en la Figura (III-1).

- Fuente. Este objeto permite la generación de tres tipos de tráfico: tráfico de *Poisson*, tráfico *On-Off* y tráfico de redes residenciales. Las funciones densidad de probabilidad y de distribución que caracterizan a cada tipo de tráfico, así como una descripción y significado de

sus parámetros, y la elección del valor de los mismos, se halla extensamente expuesto en [POS98].

- Multiplexor *IMA*. Este es el bloque principal del sistema *IMA*. Siguiendo las funciones que realiza el dispositivo *IMUX*, este objeto se encarga de distribuir de forma cíclica las celdas *ATM* que le llegan hacia los distintos enlaces de salida, a tasa constante *IDCR* (*IMA Data Cell Rate*). A fin de mantener un flujo constante de celdas en todos los enlaces, introduce celdas de relleno o *FILLER* en el caso de no disponer de una celda *ATM* a su entrada. En caso contrario en que la tasa de entrada de celdas supere la tasa *IDCR*, las celdas *ATM* se almacenan en la cola *FIFO* situada a la entrada. Este objeto también ha de tener en cuenta la inserción de las celdas *ICP* para mantener el control del protocolo *IMA*, y la inserción de las celdas *SICP* para mantener el sincronismo en el demultiplexor *IMA* del extremo remoto. En el capítulo 4 de esta tesis, se explica con mucho más detalle el funcionamiento del dispositivo *IMUX*. El modelo de multiplexor implementado se muestra en la Figura (III-2).

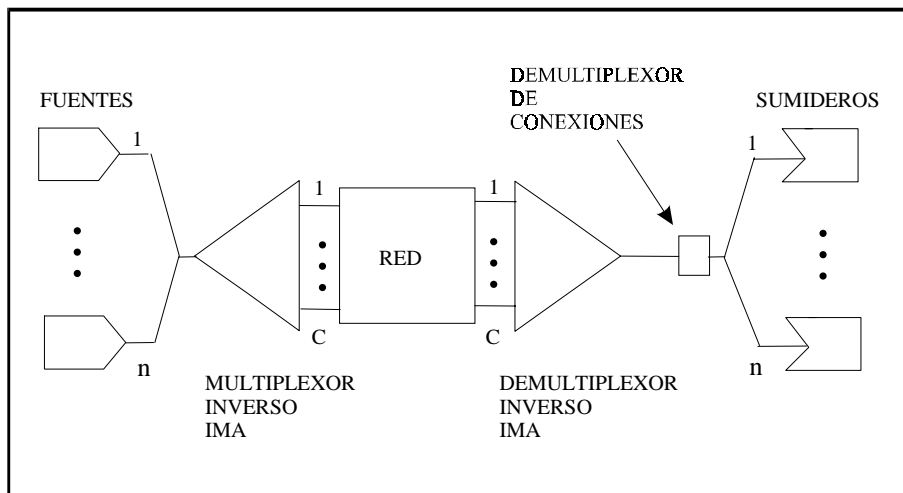


Figura III-1. Esquema general del sistema *IMA* utilizado en el simulador.

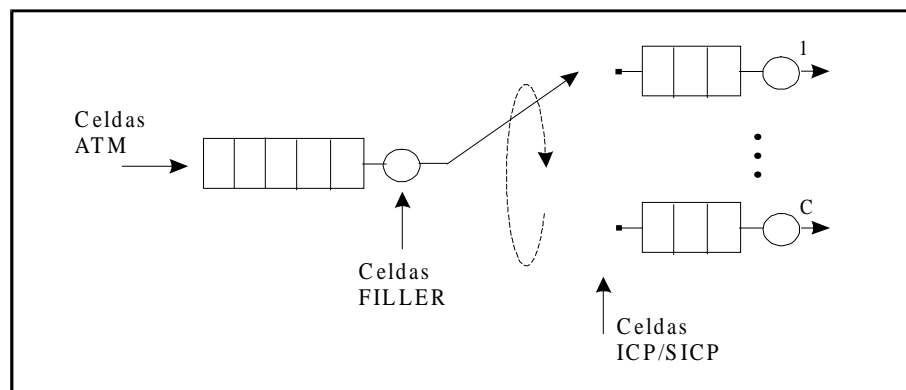


Figura III-2. Modelo del multiplexor *IMA*.

- Red. El objeto Red simula el efecto de las longitudes de los enlaces que conectan el multiplexor *IMA* con el demultiplexor *IMA*, simplemente introduciendo un retardo que

depende de la longitud del enlace que el usuario seleccionó, L_{enlace} y de la velocidad de propagación de los enlaces $v_{propagación}$ (supuestos iguales):

$$\overline{W}_{enlace} = \frac{L_{enlace}}{v_{propagación}} \tag{III-1}$$

- Demultiplexor *IMA*. Este objeto recibe un flujo de celdas *ATM*, *FILLER*, *ICP* y *SICP* por los enlaces de entrada y los almacena en colas (que hemos supuesto infinitas). De manera cíclica y a tasa *IDCR*, va extrayendo las celdas de las colas y según el tipo de celda que haya seleccionado, actúa de un modo u otro. Puede verse un esquema en la Figura (III-3).

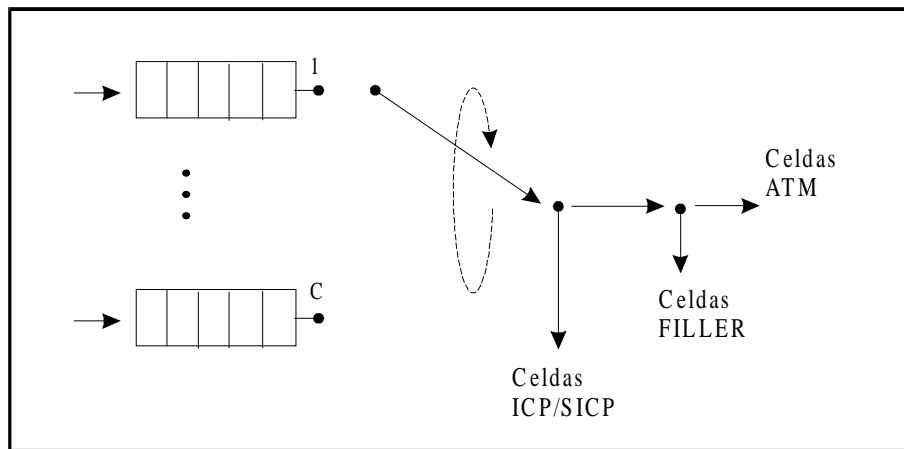


Figura III-3. Modelo del demultiplexor IMA.

- Demultiplexor de conexiones. Este objeto simplemente direcciona las celdas que llegan por su puerto de entrada, hacia el puerto correspondiente de salida según sea el indicador destino de la conexión de la fuente que la generó.
- Sumidero. Toma estadísticas del tráfico de celdas entrante y elimina las celdas que recibe. Calcula el retardo extremo a extremo que soportan las celdas. Al finalizar la simulación, anota los resultados en el fichero de salida de datos.

• **Módulos asociados a cada objeto del simulador del sistema IMA**

El simulador controla cada uno de estos cinco objetos mediante cinco módulos básicos: Módulo de iniciación, módulo de gestión de entrada de celdas, módulo de gestión de eventos internos, módulo de estadísticas y módulo de finalización. A continuación se describen las acciones propias que cada módulo efectúa sobre los objetos.

- Módulo de iniciación. Se encarga de la creación del objeto: Todas las estructuras de datos necesarias; objetos de jerarquía inferior que lo componen en su caso; inicializa la cola de eventos.
- Módulo de gestión de entrada de celdas. Los objetos de simulación están unidos entre sí mediante conexiones entre sus puertos. Estas conexiones indican a cada objeto a qué objeto y

a qué puerto están conectados sus puertos de salida. Esta información la utiliza el objeto para transferir una celda a otro objeto. Para ello, genera un evento de transferencia de celdas, en el que se indica la celda que se transfiere y el objeto y puerto de entrada del objeto destino. Cuando la cola de eventos gestiona un evento de transferencia de celdas, el módulo de gestión de entrada de celdas del objeto correspondiente, se encarga de ejecutar las instrucciones correspondientes.

- Módulo de gestión de eventos internos. Los objetos activos generan eventos internos que la cola de eventos encamina al módulo de gestión de eventos internos del objeto que lo ha generado, el cual desencadena la serie de acciones adecuadas, como puede ser el servicio de celdas almacenadas en la cola, la generación de nuevas celdas, etc.
- Módulo de estadísticas parciales. La duración de la simulación se divide en intervalos. Este módulo es el encargado de calcular y guardar los resultados parciales de las estadísticas, con la finalidad de poder calcular medias, varianzas e intervalos de confianza de los parámetros estadísticos de estudio del sistema *IMA*. Al final de cada intervalo, el simulador llama al módulo de estadísticas de cada objeto de simulación que realiza medidas de este tipo. Este módulo realiza los cálculos pertinentes y los almacena para su posterior utilización, a partir de las variables (contadores, acumuladores) que han ido siendo modificadas a lo largo del intervalo de simulación. Una vez hecho esto, reinicializa todas las variables estadísticas preparándolas para el siguiente intervalo. Los resultados obtenidos en el periodo transitorio son ignorados por este módulo en el cálculo de resultados finales, ya que no reflejan el comportamiento normal del sistema y su utilización en las estimaciones finales alteraría los resultados esperados.
- Módulo de finalización. Realiza la escritura de datos en el fichero de resultados estadísticos. Elimina de memoria todas las estructuras de datos que conforman el objeto una vez la simulación total ha finalizado.

Para una descripción más detallada del conjunto de acciones que cada uno de estos cinco módulos efectúa sobre cada uno de los cinco objetos que conforman el simulador de sistemas *IMA*, referirse a [POS98].

III.2 Cálculo de Parámetros Estadísticos en las Simulaciones. Intervalos de Confianza

Generalmente, la precisión de los resultados que proporciona la simulación se expresa mediante intervalos de confianza sobre los valores medios de dichos resultados. El proceso para el cálculo de los intervalos de confianza se describe a continuación [GAR95].

Al realizar la estimación de los parámetros estadísticos con un número de muestras finito, se obtiene un valor aleatorio. Si realizamos n medidas independientes x_1, x_2, \dots, x_n se puede estimar la media m como:

$$\bar{x}_n = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{III-2})$$

Para estimar la varianza, se utiliza la varianza ajustada, S_n^2 :

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (\text{III-3})$$

Para calcular el intervalo de confianza deberemos obtener un intervalo que contenga la media m con una determinada probabilidad:

$$Prob [\bar{x} - k \cdot s \leq m \leq \bar{x} + k \cdot s] = 1 - \alpha \quad (\text{III-4})$$

donde $1-\alpha$ determina el nivel de confianza y k es:

$$k = \frac{t_{1-\alpha/2}(n-1)}{\sqrt{n}} \quad (\text{III-5})$$

siendo n el número de muestras utilizadas en la estimación y $t_{1-\alpha/2}(n-1)$ es la distribución t de Student con $n-1$ grados de libertad que se puede encontrar tabulada [PAL95].

En las simulaciones realizadas se consideró suficiente obtener cinco muestras por simulación (una por intervalo de simulación) para la estimación de los parámetros estadísticos. Para obtener un nivel de confianza del 95%, k tiene un valor de 1.242, por lo que el intervalo de confianza será:

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \pm 1.242 \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{III-6})$$

En las Figuras (III-4) a (III-8) vemos representados los valores de la probabilidad de pérdida de celdas que se obtiene en el simulador SIMUX en función del tamaño del *buffer*, para valores de la carga por enlace $0.5 \leq \rho \leq 0.9$, así como sus intervalos de confianza al 95%. Puede observarse que sólo indicamos los valores para $CLR \geq 10^{-6}$. Para estimar el CLR para valores inferiores a 10^{-6} con una confianza estadística razonable, sería necesario simular más de 10^7 celdas estadísticamente independientes, hecho que empezaría a ser computacionalmente muy costoso. Para alcanzar valores simulados del CLR de orden muy pequeño ($CLR \leq 10^{-12}$), sería necesario introducir técnicas de aceleración del tiempo de ejecución para la simulación de eventos raros, como es por ejemplo, el método de simulación RESTART (*REpetitive Simulation Trials After Reaching Thresholds*) [VIL91].

Finalmente, es necesario indicar que el programa ha sido verificado comprobando y contrastando su operación con la normativa IMA del ATM Forum introduciendo convenientemente trazas en el simulador. Asimismo, se ha validado su funcionamiento a través

de casos triviales y comparando con datos procedentes de información que proporcionan algunos fabricantes.

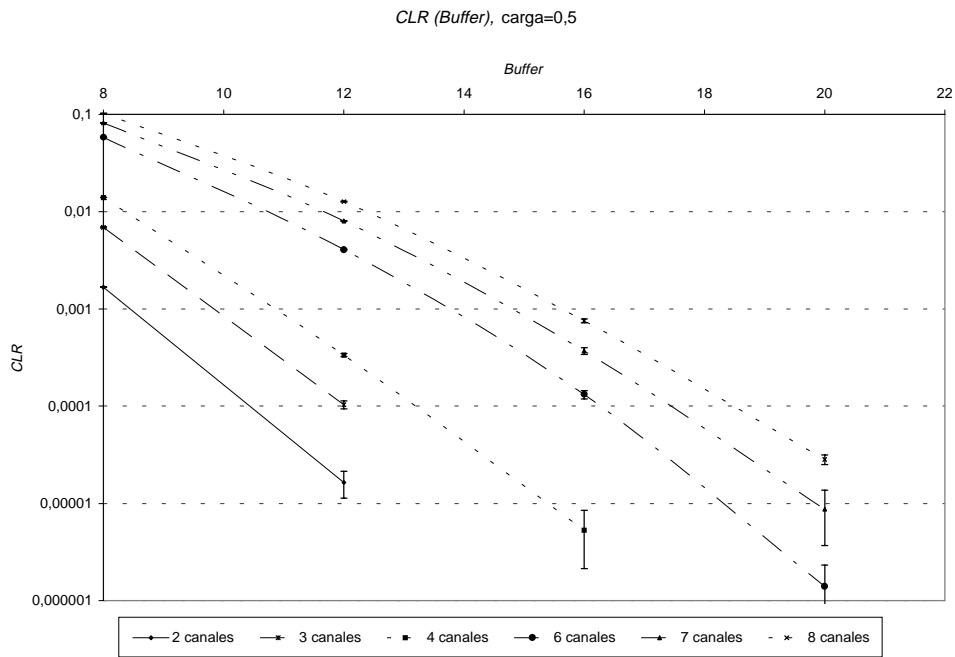


Figura III-4. Intervalos de confianza del 95% para el CLR en función de la cola. Carga=0.5.

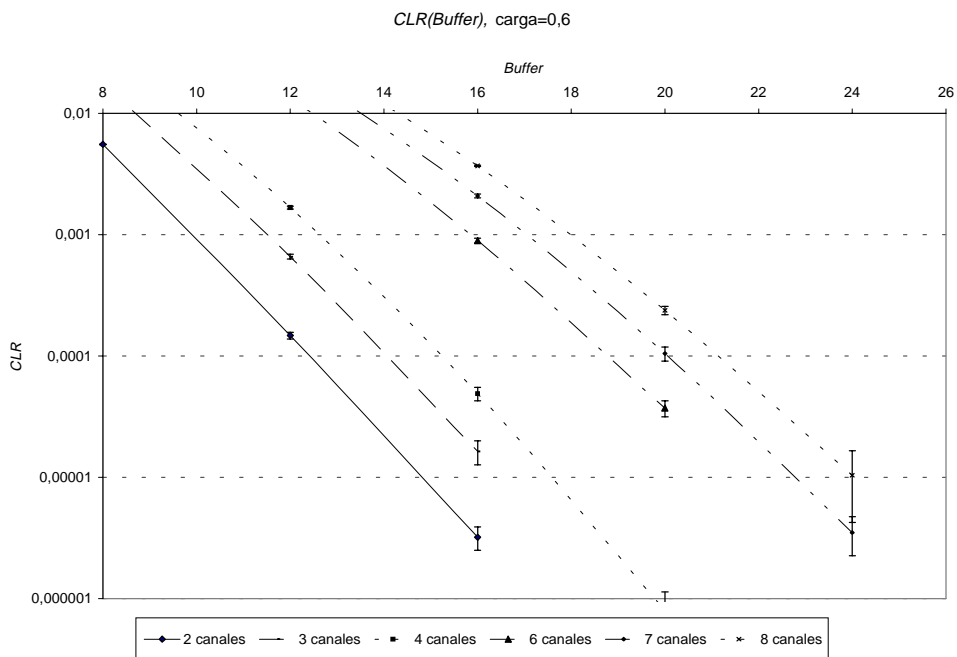


Figura III-5. Intervalos de confianza del 95% para el CLR en función de la cola. Carga=0.6.

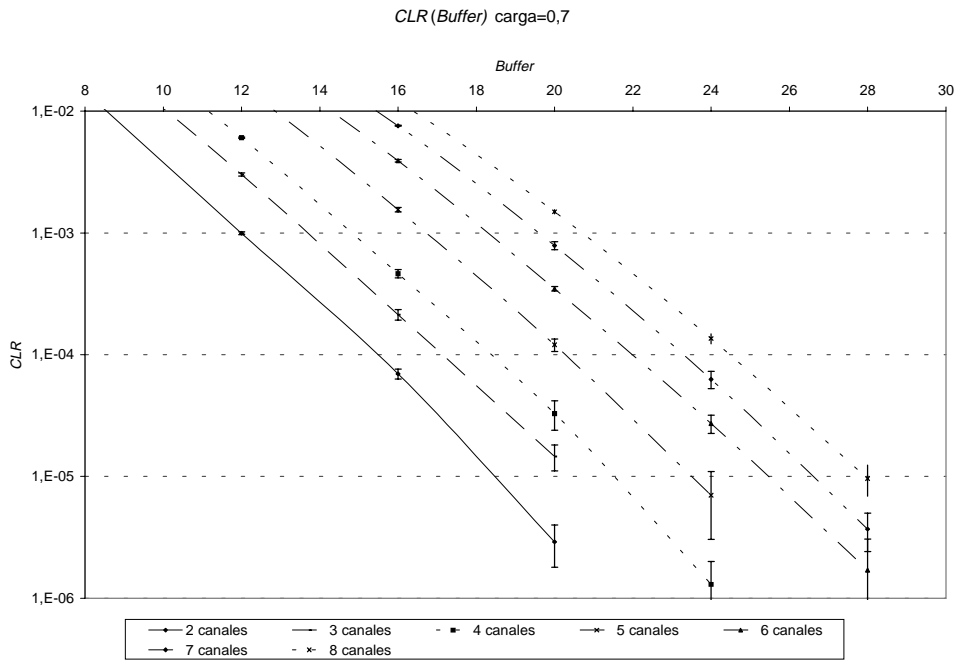


Figura III-6. Intervalos de confianza del 95% para el CLR en función de la cola. Carga=0.7.

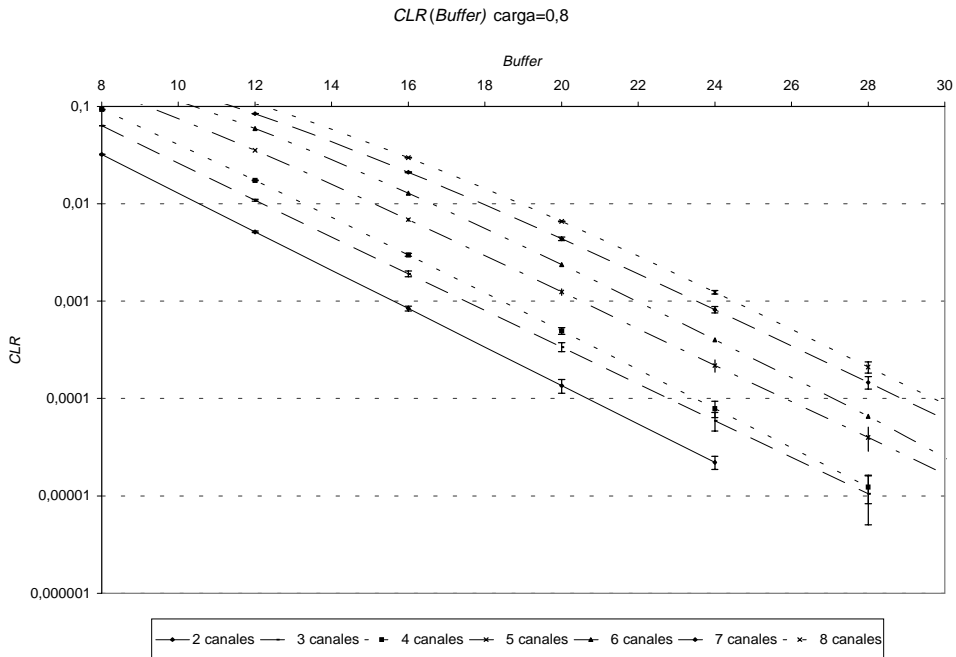


Figura III-7. Intervalos de confianza del 95% para el CLR en función de la cola. Carga=0.8.

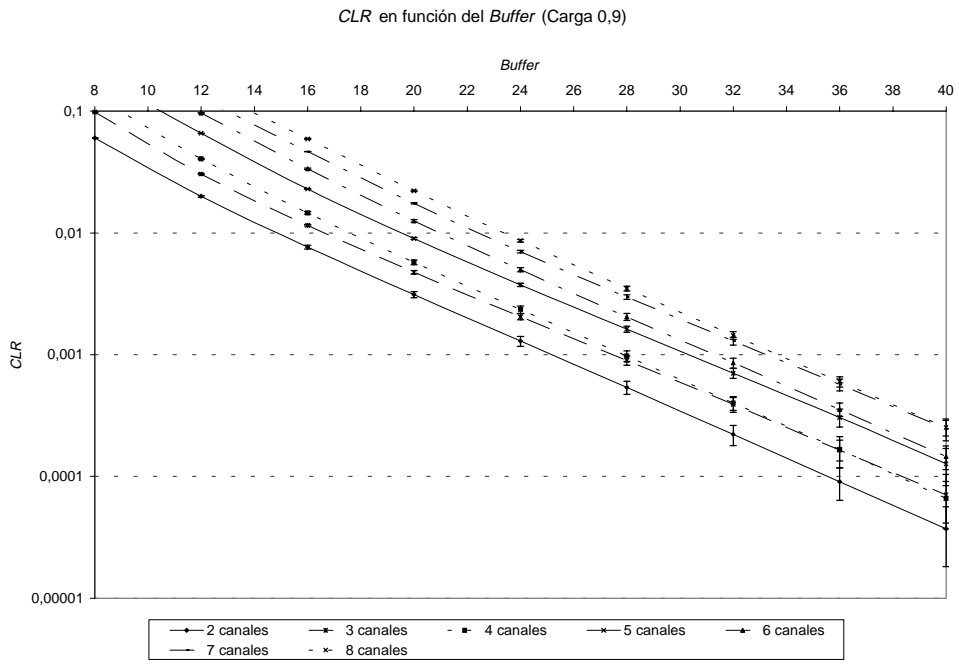


Figura III-8. Intervalos de confianza del 95% para el CLR en función de la cola. Carga=0.9.

ANEXO IV

Entorno de simulación *ADSIM* (*ATM Devices SIMulator*) para el estudio del sistema de colas *M/D/s/s+B* con esquema de prioridades

IV.1 Descripción del simulador *ADSIM*

Veamos de manera simplificada cómo funciona el simulador *ADSIM* (*ATM Devices SiMulator*) que se ha desarrollado durante la realización de esta tesis. La función principal del *ADSIM* es la de modelar el comportamiento de los sistemas de colas *M/D/s* y *M/D/s/s+B* con tiempo de servicio discreto y un sistema de cinco prioridades *HOL* (*Head of the Line*) sin interrupción. Esto significa que una vez que una celda entra al espacio de servidores, no se expulsa del servidor ni se interrumpe su servicio si llega una celda de prioridad superior mientras está siendo servida. Nótese que el simulador caracteriza el comportamiento de los sistemas a simular, no el cálculo de las fórmulas para su resolución. Como se puede ver en el esquema de la Figura (IV-1), se considera que las unidades (celdas *ATM* en nuestro caso) llegan al sistema según un proceso de *Poisson*; el tiempo de servicio es determinista (como corresponde al servicio de celdas *ATM* cuya longitud es fija e igual a 53 octetos) y el dispositivo consta de s servidores iguales a su salida ($s \geq 1$). El sistema dispone de una cola a su entrada de capacidad finita o infinita.

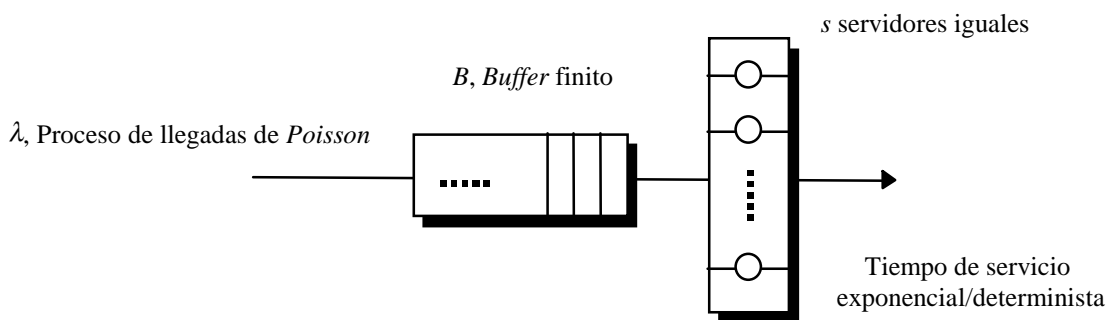


Figura IV-1. Sistema de colas *M/M/s/s+B* y *M/D/s/s+B*.

Se ha tenido en cuenta la posible existencia de prioridades, contemplando que las celdas puedan tener diferentes restricciones en cuanto a los parámetros de Calidad de Servicio (*QoS*), considerando que las celdas puedan proceder tanto de tráficos sensibles al retardo como de tráficos sensibles a las pérdidas. El simulador tiene implementado un esquema de cinco niveles

de prioridad, para las diferentes calidades de servicio que requiere cada uno de los cinco servicios que ofrece ATM: CBR, rt-VBR, nrt-VBR, ABR y UBR.

Hemos simulado algunos sistemas de colas que tienen solución conocida para así validar el funcionamiento del simulador. Para ello, se ha contemplado que el tiempo de servicio pueda ser exponencial (sistemas de colas $M/M/s$ y $M/M/s/s+B$) por ser sistemas de colas con solución sencilla, cerrada y conocida.

Al iniciar su funcionamiento, se pide al usuario la descripción del sistema de colas que desea simular:

- Sistema de colas con o sin prioridades. Si el usuario elige la opción que implica tener cinco niveles de prioridad, se le pide el tanto por uno de cada tipo de tráfico según su prioridad. Se comprueba que las cinco proporciones sumen la unidad.
- Número de unidades que se procesan. De este valor se desprende la tasa de pérdidas mínima que se podrá alcanzar, en caso de perderse una única celda.
- Tipo de servicio: determinista (sistemas $M/D/s/s+B$ y $M/D/s$) o exponencial (sistemas $M/M/s/s+B$ y $M/M/s$). Sin pérdida de generalidad, consideramos el tiempo medio de servicio igual a la unidad, $1/\mu \equiv 1$.
- Número de servidores, s .
- Factor de carga, ρ : el valor del factor de utilización debe estar comprendido entre 0 y 1, para que el sistema sea estable. Los valores que hemos utilizado en las simulaciones son $0.5 \leq \rho \leq 0.9$, es decir considerando que el sistema esté bajo condiciones de carga media o alta.
- Tráfico de llegada de las celdas. El simulador contempla estos tipos de generación de las celdas, aunque en este trabajo sólo se ha utilizado el caso de régimen de llegadas según una distribución de *Poisson*:
 - Proceso de llegadas de *Poisson*. En este caso se halla la tasa media de llegada de celdas como $\lambda = \rho \cdot s \cdot \mu = \rho \cdot s$;
 - Tráfico *ON-OFF*. Durante los períodos *ON*, las celdas se generan de manera determinista a tasa fija o bien según un proceso de *Poisson*. Se solicitan las duraciones medias de los períodos *ON* y *OFF* y el número de fuentes *ON-OFF* que se multiplexan, pudiendo ser este valor la unidad (una sola fuente *ON-OFF*).
- Tamaño de la cola, B y umbrales de descarte de las celdas para cada nivel de prioridad. Hemos seleccionado una arquitectura sencilla para la gestión del espacio de memoria que fuera capaz de soportar diferentes calidades de servicio contemplando los cinco niveles de prioridad pero utilizando una única cola. Puede hallarse una excelente discusión y clasificación de diferentes arquitecturas de colas para múltiples servicios en [SKL98]. La que hemos seleccionado se denomina *Partially Shared Queues* (colas parcialmente compartidas) y se gestiona la cola mediante cinco umbrales de descarte de celdas, tal y como se indica en la

Figura (IV-2). Las celdas de mayor prioridad (*CBR*) sólo podrán ocupar el espacio de cola hasta el primer umbral, $Q[CBR]$, las celdas de la siguiente prioridad (*rt-VBR*) hasta el segundo umbral, colocándose siempre después de las celdas de prioridad superior, y así para todos los demás niveles de prioridad. Hay que notar que el parámetro de *QoS CDV* (*Cell Delay Variation*) que introduce el dispositivo coincide con la capacidad de la cola disponible para cada tipo de tráfico (la unidad de medida es el *slot*, igual al tiempo de servicio de una celda), ya que el máximo retardo que puede sufrir una celda es igual a esa capacidad de la cola y el mínimo retardo que sufre la celda en el nodo es nulo, en caso de que la cola estuviera vacía cuando llega la celda.

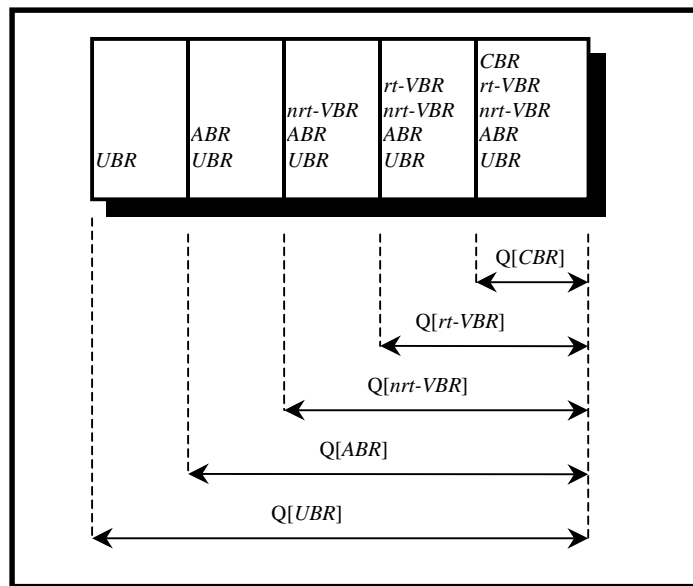


Figura IV-2. Cola compartida con un umbral para cada uno de los cinco niveles de prioridad.

- Nombre del fichero de resultados.

Veamos cómo funciona el programa implementado. Dependiendo de si el servicio es determinista o exponencial, hará unas acciones u otras, aunque la estructura básica es la misma. El programa reconoce dos eventos que denominamos *llegada* y *servicio*, y que respectivamente significan la llegada de una celda al sistema y la finalización del servicio de una celda (o de todas las celdas que se estuvieran sirviendo en el caso de tener servicio determinista).

Como se ilustra en la Figura (IV-3), la variable *reloj* toma el valor mínimo entre las variables *llegada* y *servicio*[0], puesto que *reloj* marca el avance temporal de la simulación y decide qué evento ha ocurrido antes: o la llegada de una celda o la finalización de un servicio. Las diferentes variables *servicio*[*n*] guardan el instante en que finalizará el servicio de la celda del servidor *n*ésimo. Estos instantes temporales se ordenan por orden creciente, de tal manera que *servicio*[0] siempre contiene el instante del primer servidor que finalizará su servicio. La variable *llegada* contiene el instante de la próxima llegada de una celda al sistema.

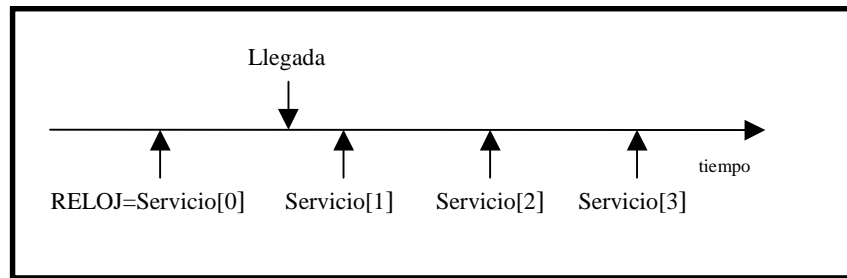


Figura IV-3. Eventos llegada y servicio.

• Evento llegada

Si el evento es una llegada, se incrementa el número de celdas que han llegado al sistema y (en el caso de que se consideren prioridades) se le concede el nivel de prioridad a esa celda de manera aleatoria pero proporcional al tanto por ciento establecido para cada prioridad. Se incrementa el número de celdas que han llegado de esa determinada prioridad. Una vez que la simulación ha superado el régimen transitorio, podremos ya tener en cuenta los valores de las diferentes variables para el cálculo correcto de los parámetros de interés (*CLR*, número medio de unidades en la cola y tiempo medio de espera en la cola). Esto se hace consultando la longitud de la cola de entrada y cuando supere al valor medio teórico (del sistema de colas que se simula o del más parecido que tenga solución cerrada) por primera vez, decidimos que se ha alcanzado el régimen permanente. En un sistema real, las medidas se efectúan sobre un sistema que se halla funcionando desde hace un tiempo, por lo que en nuestro simulador hay que esperar un tiempo hasta que el sistema se estabiliza.

La variable *llegada* toma el valor del instante en que se producirá la siguiente llegada, sumando al instante actual el intervalo entre llegadas consecutivas calculado según una función exponencial decreciente como corresponde al proceso de llegadas de *Poisson* que se ha supuesto que sigan las celdas que llegan al sistema. La nueva celda que ha llegado al sistema, ingresa o no en los servidores bajo condiciones diferentes según sea el tiempo de servicio determinista o exponencial:

- Servicio determinista. La celda ingresa en la cola, si hay suficiente espacio. Al finalizar el actual *slot* temporal, las *s* primeras celdas de la cabeza de la cola (o menos si es que hay un número menor de celdas) entrarán a los servidores iniciando su servicio. Hasta que no finaliza el *slot* actual, ninguna celda que llegue al sistema o que se encuentre en la cola podrá iniciar su servicio, debido a que el tiempo está ranurado en intervalos de longitud fija o *slots*.
- Servicio exponencial. Si hay algún servidor libre, la celda entra al servidor directamente. Si todos los servidores están ocupados, la celda ingresa en la cola (si hay algún lugar libre).

Se comprueba si la nueva celda entrante tiene sitio en la cola o no, dependiendo de si el número de celdas de su prioridad en la cola supera el umbral de descarte que tiene asignado. Si se supera, la celda será descartada, incrementándose el número de celdas perdidas de esa prioridad.

Si por el contrario esta celda ingresa en la cola, se incrementa el número de celdas total en la cola y el número de celdas en la cola de esa prioridad.

- **Evento servicio**

Si el instante temporal en el cual un servicio finaliza es menor que el instante en que se produce la llegada de una nueva celda ($reloj=servicio[0]<llegada$), el evento que sucede es un servicio.

Se calcula el instante de tiempo en que finalizará cada servicio, sumando al instante actual de cada servidor ($servicio[n]$) el tiempo de servicio correspondiente (según una distribución exponencial o determinista). También se ordena los servidores en orden creciente según el valor del instante de finalización del servicio, de tal manera que cuando finaliza un servicio, se libera el primer servidor que finaliza su servicio, es decir $servicio[0]$. Nótese que esta ordenación temporal no tiene sentido para tiempo de servicio discreto, pues todos los servidores inician y finalizan sus servicios a la vez. En la Figura (IV-4) puede verse un ejemplo de un sistema con $s=7$ servidores, y 4 celdas que están siendo servidas. Los servidores se ordenan de tal manera que $servicio[0]<servicio[1]<...<servicio[ocupados-1]$. Al resto de servidores vacíos, se le asignó el valor “infinito” (10^{20}) al principio del programa con tal de que se sitúen siempre al final de la lista. Después de ingresar una celda en un servidor, se incrementa el número de servidores ocupados y se guarda qué nivel de prioridad tiene la celda que inicia su servicio.

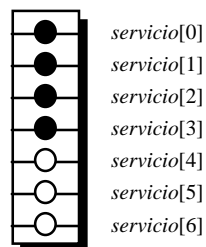


Figura IV-4. Los servidores se ordenan según un orden creciente del instante de finalización de su servicio.

- Servicio exponencial. Se libera el servidor cuyo instante de finalización sea el menor (es decir, $servicio[0]$) y se incrementa el número de celdas servidas de la prioridad correspondiente. Esto puede verse esquematizado en la Figura (IV-5). A continuación, se comprueba si hay alguna celda en la cola. Si es así, se sirve aquella que tenga mayor prioridad, y así iniciar el próximo servicio. Se vuelven a ordenar los servidores según orden creciente de finalización de sus servicios, se incrementa el número de servidores ocupados, se guarda en la variable correspondiente de qué prioridad es esa celda y se decrementa en uno el número de celdas de esa prioridad en la cola.

Servicio determinista. En caso de ser el tiempo de servicio determinista, todos los servidores finalizan a la vez su servicio, ya que el tiempo de servicio es constante. Por lo tanto, todos los servidores que estuvieran ocupados, son liberados a la vez. En el ejemplo de la Figura (IV-5), se liberarían los 4 servidores a la vez. Una vez hecho esto, se observa si hay alguna celda en la cola. Si hay un número de celdas menor o igual que s (el sistema dispone de s

servidores) se pasan todas a los servidores. Si hay más celdas en la cola que número de servidores, se sirven tantas celdas como servidores haya (s), pero teniendo preferencia las celdas de la cola con mayor prioridad. Como en el caso exponencial, se incrementa el número de servidores ocupados las veces oportunas, se guarda de qué prioridad es cada una de las celdas servidas y se va decrementando en uno las veces que sea necesario, el número de celdas en la cola de cada prioridad.

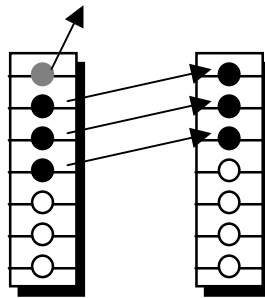


Figura IV-5. El primer servidor finaliza su servicio. Los demás servidores se ordenan por orden de finalización de sus servicios.

• **Cálculo de estadísticas.**

Después de cada evento que sucede, ya sea para servicio exponencial o determinista, se realizan los cálculos parciales a partir de los cuales al finalizar la simulación se hallan los valores de las estadísticas de interés (CLR , tiempo medio de espera en cola, número medio de unidades en la cola). Para ello, una vez que se supera el intervalo transitorio, se inicializan a cero aquellas variables que intervienen en la medida de los parámetros a medir. De esta manera, los resultados parciales obtenidos durante el transitorio, no influirán en el resultado final. Los resultados parciales hallados al finalizar cada evento son:

- El tiempo medio de espera parcial en la cola:
 $sum_TQ[i]=sum_TQ[i]+intervalo*L[i];$
- El tiempo medio de espera parcial en el sistema:
 $sum_TS[i]=sum_TS[i]+intervalo*(L[i]+ocupados);$
- El tiempo medio de espera parcial en los servidores:
 $sum_TC[i]=sum_TC[i]+intervalo*ocupados;$
- Varianza del número medio de celdas en la cola:
 $sumvarianza[i]=sumvarianza[i]+intervalo*(L[i]-Qm[i])^2;$

La variable *intervalo* es el intervalo temporal transcurrido durante la realización del evento actual. La variable $L[i]$ contiene el número de celdas de prioridad i presentes en la cola. Y $Qm[i]$ es la longitud media de la cola (hasta el instante de finalización del evento en cuestión).

Al finalizar la simulación (es decir cuando se han procesado todas las celdas que se había establecido al principio), para cada prioridad se calculan los siguientes parámetros:

- El tiempo medio de espera en la cola: $TQ[i]=sum_TQ[i]/celdas[i]$;
- El tiempo medio de espera en el sistema: $TS[i]=sum_TS[i]/celdas[i]$;
- El tiempo medio de espera en los servidores: $TC[i]=sum_TC[i]/celdas[i]$;
- El número medio de celdas en la cola: $TQ[i]=sum_TQ[i]/(reloj-transitorio)$;
- El número medio de celdas en el sistema: $TS[i]=sum_TS[i]/(reloj-transitorio)$;
- El número medio de celdas en los servidores: $TC[i]=sum_TC[i]/(reloj-transitorio)$;
- Varianza del número medio de celdas en la cola:
 $varianza[i]=sumvarianza[i]/(reloj-transitorio)$;
- Tasa de pérdida de celdas, *CLR*: $CLR[i]=Nt_Nr[i]/Nt[i]$;

La variable *celdas*[i] contiene el número de celdas que se han procesado de la prioridad *i*. Al final del programa, la variable *reloj* señala el instante final de la simulación, al cual se le resta el período correspondiente hasta llegar al régimen permanente, variable *transitorio*. Para el cálculo del *CLR*, durante la ejecución del programa se computan el número de celdas descartadas (*Nt_Nr*[i]) y el número total de celdas generadas (*Nt*[i]) de cada prioridad *i*.

IV.2 Validación del simulador implementado cotejando con resultados conocidos

Hemos realizado simulaciones para los sistemas *M/M/s*, *M/D/s*, *M/M/s/s+B* cubriendo un amplio rango valores para la carga ($0.5 \leq \rho \leq 0.9$), número de canales ($2 \leq s \leq 16$) y tamaño de la cola ($4 \leq B \leq 52$). A continuación, veremos algunos resultados gráficos que demuestran que el simulador ha sido diseñado correctamente y sirve entonces para el estudio de sistemas de colas más complejos que no tienen solución exacta o que obtenerla es muy costoso en dificultad. En particular, hemos obtenido del simulador los parámetros de calidad de servicio típicos (*CLR*, tiempo medio de espera en la cola, número medio de celdas en la cola) para el sistema *M/D/s/s+B* con tiempo de servicio discreto y cinco niveles de prioridad. Estos resultados nos han servido en el capítulo 3 para evaluar el nivel de exactitud del modelo analítico que proponemos para la obtención de estos mismos parámetros.

A continuación, y a modo de resumen, mostramos dos tablas con las principales fórmulas analíticas ampliamente conocidas en sistemas de colas con solución sencilla y cerrada [GRO74, KLE75].

Nota: $A = \lambda / \mu$

Tabla IV-1 Principales fórmulas analíticas de los sistemas de colas con capacidad finita.

	M/M/1/B+1	M/M/s/B+s
$P_0 =$	$= \frac{1 - A}{1 - A^{B+2}}$	$= \frac{1}{\sum_{k=0}^{s-1} \frac{1}{k!} A^k + \frac{s^s}{s!} \frac{A^s - A^{B+s+1}}{1 - A}}$
CLR =	$= A^{B+1} P_0$	$= \frac{A^{B+s}}{s! s^B} P_0$

Tabla IV-1 Principales fórmulas analíticas de los sistemas de colas con capacidad infinita.

	M/M/1	M/M/s	M/D/1
$\rho =$	$= A$	$= \frac{A}{s}$	$= A$
$\bar{N}_Q =$	$= \frac{\rho^2}{1 - \rho}$	$= \frac{\rho}{1 - \rho} E_C(s, A)$	$= \frac{\rho^2}{2(1 - \rho)}$
$\bar{N}_C =$	$= \frac{\lambda}{\mu}$	$= \frac{\lambda}{\mu}$	$= \frac{\lambda}{\mu}$
$\bar{N}_S =$	$= \frac{\rho}{1 - \rho}$	$= \frac{\rho}{1 - \rho} E_C(s, A) + A$	$= \frac{\rho^2}{2(1 - \rho)} + \rho$
$\bar{T}_Q =$	$= \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}$	$= \frac{1}{s\mu(1 - \rho)} E_C(s, A)$	$= \frac{\rho}{2\mu(1 - \rho)}$
$\bar{T}_C =$	$= \frac{1}{\mu}$	$= \frac{1}{\mu}$	$= \frac{1}{\mu}$
$\bar{T}_S =$	$= \frac{1}{\mu(1 - \rho)}$	$= \frac{1}{\mu(1 - \rho)} E_C(s, A) + \frac{1}{\mu}$	$= \left(1 + \frac{\rho}{2(1 - \rho)}\right) \frac{1}{\mu}$
$\sigma_{N_Q}^2 =$	$= \frac{\rho^2(1 + \rho - \rho^2)}{(1 - \rho)^2}$	$= \frac{\rho[1 + \rho - \rho E_C(s, A)]}{(1 - \rho)^2} E_C(s, A)$	$= \frac{\rho^3}{3(1 - \rho)} + \left(\frac{\rho^2}{2(1 - \rho)}\right)^2 + \frac{\rho^2(3 - 2\rho)}{2(1 - \rho)}$

Nota: N_q = Número medio de celdas en la cola, N_c = Número medio de celdas en los servidores, N_s = Número medio de celdas en el sistema, T_q = Tiempo medio de espera en la cola, T_c = Tiempo medio de espera en los servidores, T_s = Tiempo medio de espera en el sistema.

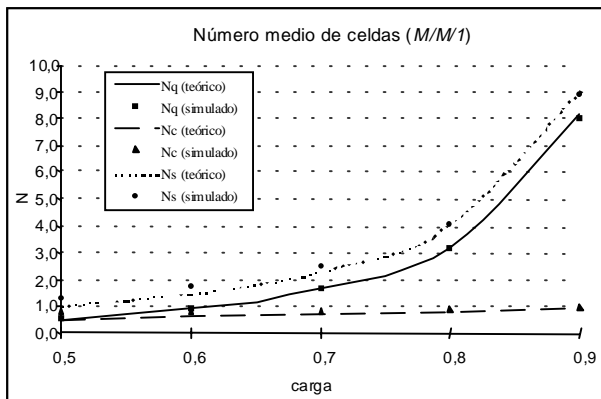


Figura IV-6. Número medio de celdas del sistema M/M/1.

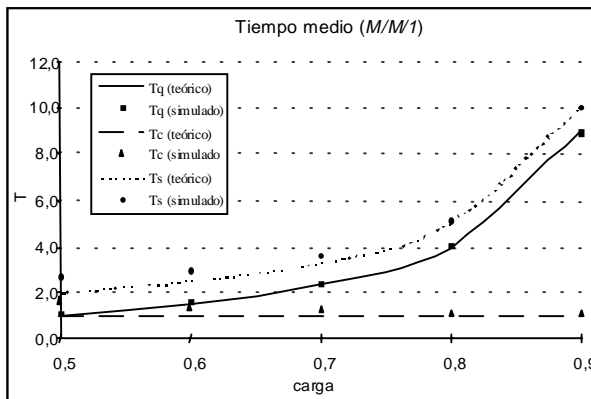


Figura IV-7. Tiempos medios de espera del sistema M/M/1.

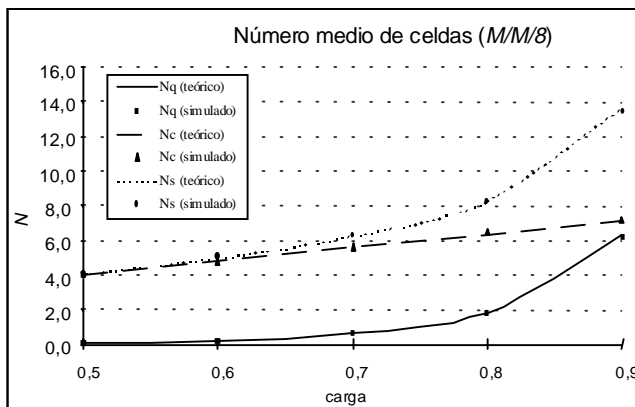


Figura IV-8. Número medio de celdas del sistema M/M/8.

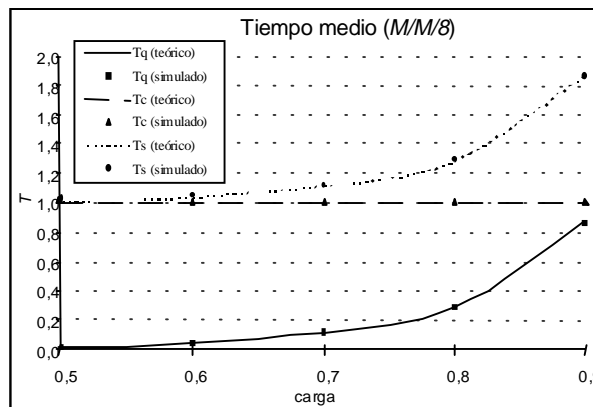


Figura IV-9. Tiempos medios de espera del sistema M/M/8.

Tabla IV-1. Valores de la varianza del número medio de celdas en la cola para el sistema M/M/s. El error relativo máximo en que se incurre es del 4.35%.

eficiencia	VARIANZA									
	M/M/1		M/M/2		M/M/4		M/M/8		M/M/16	
	Teórico	Simulado	Teórico	Simulado	Teórico	Simulado	Teórico	Simulado	Teórico	Simulado
0.5	1.2500	1.2351	0.8889	0.8800	0.4915	0.4869	0.1736	0.1698	0.0270	0.0260
0.6	2.7900	2.7691	2.2444	2.2534	1.5369	1.5363	0.7934	0.8091	0.2473	0.2446
0.7	6.5878	6.5277	5.8129	5.7376	4.6674	4.6964	3.1793	3.1441	1.6230	1.5778
0.8	18.5600	18.1430	17.5091	17.1391	15.7799	15.8084	13.1242	13.5120	9.4886	9.5791
0.9	88.2900	88.5037	86.9146	85.3378	84.4408	81.9764	80.0981	76.8436	72.7951	76.1083

Nota: Las probabilidades de estado para los sistemas M/D/s (tiempo de servicio discreto) se hallan resolviendo el sistema de (B+1) ecuaciones y (B+1) incógnitas para la obtención exacta de las probabilidades de estado en un sistema M/D/s/s+B, con un valor suficientemente grande de B. Ver Anexo 5.

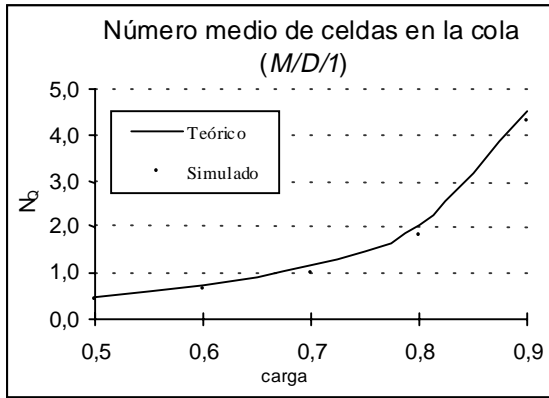


Figura IV-10. Número medio de celdas en la cola M/D/1. (tiempo de servicio discreto).

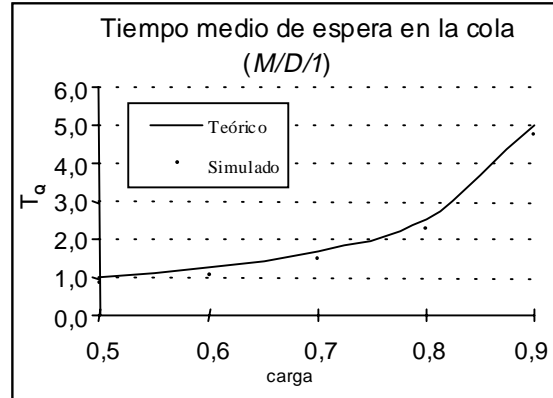


Figura IV-11. Tiempo medio de espera en la cola M/D/1. (tiempo de servicio discreto).

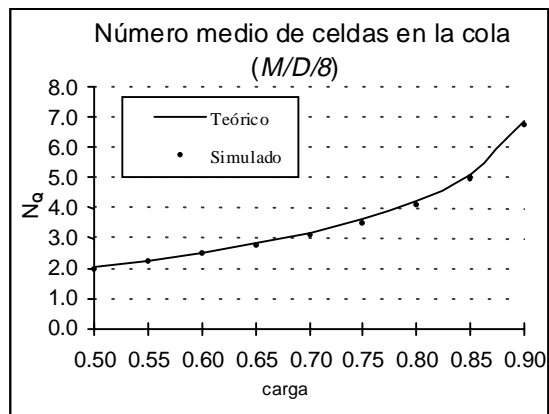


Figura IV-12. Número medio de celdas en la cola M/D/8. (tiempo de servicio discreto).

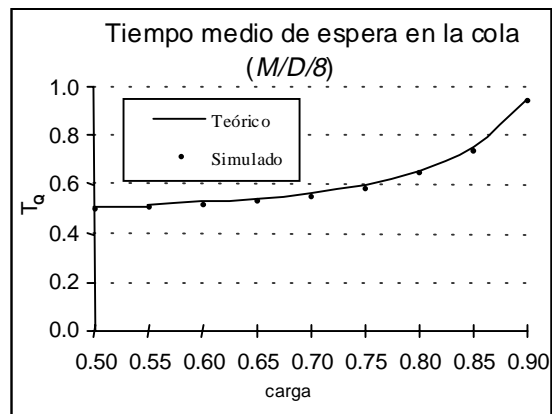


Figura IV-13. Tiempo medio de espera en la cola M/D/8. (tiempo de servicio discreto).

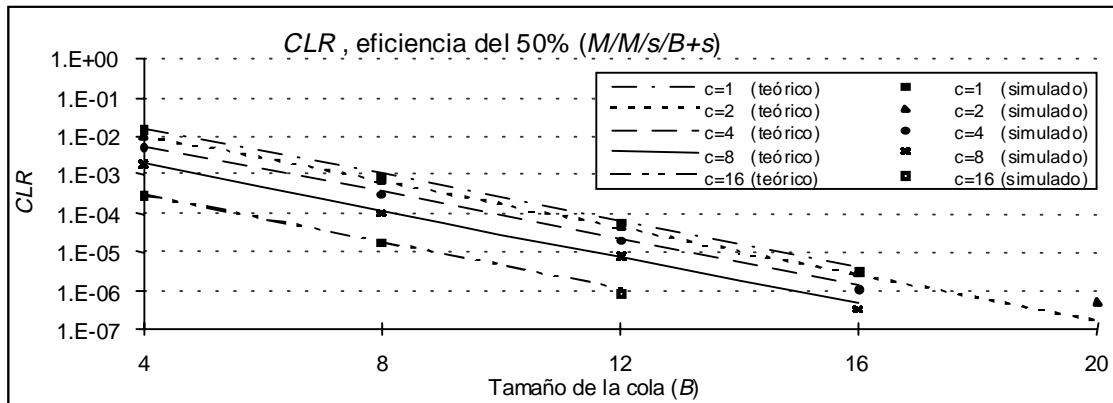


Figura IV-14. Valores del CLR en función del tamaño de la cola para sistemas M/M/s/s+B. Eficiencia=50%.

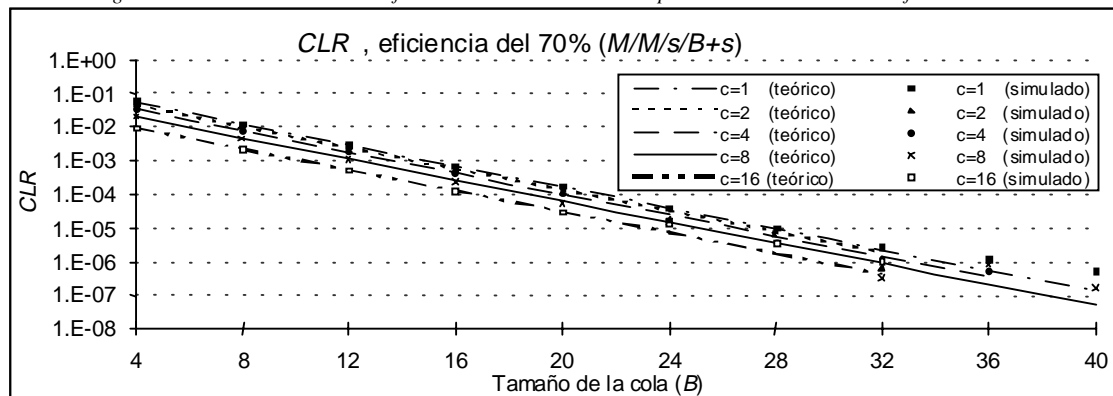


Figura IV-15. Valores del CLR en función del tamaño de la cola para sistemas M/M/s/s+B. Eficiencia=70%.

ANEXO V

Obtención exacta de las probabilidades de estado en un sistema $M/D/s/s+B$

V.1 Probabilidades de estado

El sistema de colas $M/D/s/s+B$ se caracteriza por tener un tráfico de llegada de unidades (celdas en nuestro caso) con distribución de *Poisson* con tasa media de llegada de λ [celdas/u.d.t.], (u.d.t. = unidad de tiempo) dispone de c servidores iguales a su salida y de una cola a su entrada de capacidad B posiciones o celdas. El tiempo de servicio es determinista (la celda *ATM* tiene longitud fija igual a 53 bytes), por lo que el tiempo medio de servicio es igual a $\bar{T}_C = 1/\mu = cte$, siendo μ la tasa media de servicio.

Aunque el desarrollo matemático para la obtención de las probabilidades de estado de este sistema, es relativamente largo y complejo, en este caso, por el especial interés que nos ocupa, realizaremos un pequeño análisis del funcionamiento de este modelo y de su resolución exacta. Por el hecho de tener una cola finita de capacidad B posiciones, tendremos que resolver un conjunto de $B+1$ ecuaciones con $B+1$ incógnitas. Los pasos a seguir se desarrollan en [CHU70] y son los siguientes:

Definimos p_k como la probabilidad de tener exactamente k celdas en el sistema justo al principio del intervalo de tiempo de servicio o *slot*. Dicho de otra forma, p_k es la probabilidad de tener k celdas en la cola justo antes del instante de apertura de un *slot* en los servidores.

Definimos a_s como la probabilidad de que no haya más de s celdas en el sistema en el instante de apertura de un *slot* de servicio. El número de celdas en el sistema en dicho instante es N_s .

$$a_s = \text{Prob}(N_s \leq s) = \sum_{k=0}^s p_k \quad (\text{V-1})$$

Definimos π_k como la probabilidad de que lleguen k celdas durante el *slot* de servicio. Como se suele hacer, para facilitar los cálculos consideramos este *slot* de servicio normalizado a la unidad. Al ser el régimen de llegada de celdas al sistema *Poissoniano*, esta probabilidad es:

$$\pi_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} \quad (V-2)$$

El siguiente paso es expresar la probabilidad de tener un cierto número de celdas en la cola al final de una ranura temporal o *slot* de servicio (parte izquierda del sistema de ecuaciones (V-3)) en términos de la probabilidad de tener un cierto número de celdas en el sistema al principio del *slot* de servicio y del número de celdas que lleguen durante el *slot* de servicio (parte derecha del sistema de ecuaciones (V.3)).

En la parte derecha del sistema de ecuaciones tenemos sumadas todas las posibles situaciones que provocan tener un cierto número de celdas al final del *slot* de servicio. El sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$\begin{aligned} p_0 &= a_s \cdot \pi_0 \\ p_1 &= a_s \cdot \pi_1 + p_{s+1} \cdot \pi_0 \\ p_2 &= a_s \cdot \pi_2 + p_{s+1} \cdot \pi_1 + p_{s+2} \cdot \pi_0 \\ &\vdots \\ p_k &= a_s \cdot \pi_k + p_{s+1} \cdot \pi_{k-1} + \dots + p_{s+k} \cdot \pi_0 \quad \text{para } k \leq B - s \\ &\vdots \\ p_k &= a_s \cdot \pi_k + p_{s+1} \cdot \pi_{k-1} + \dots + p_{B-1} \cdot \pi_{k+1-(B-s)} + \\ &\quad + p_B \cdot \pi_{k-(B-s)} \quad \text{para } B - s < k \leq B - 1 \end{aligned} \quad (V-3)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^B p_k &= 1 \\ p_{k>B} &= 0 \end{aligned}$$

En el sistema de ecuaciones anterior podemos observar que la primera ecuación describe el caso en el que la cola está vacía (p_0), pues no había más de c celdas en el sistema al principio del *slot* de servicio (a_s) y no ha llegado ninguna celda más durante el *slot* de servicio (π_0). La segunda ecuación describe el caso en que tenemos una celda en la cola al final del *slot* de servicio (p_1) porque, o bien no teníamos más de s celdas al principio del *slot* y sólo ha llegado una celda durante este *slot* ($a_s \cdot \pi_1$), o bien teníamos $s+1$ celdas al principio del *slot* y no ha llegado ninguna celda durante este *slot* ($p_{s+1} \cdot \pi_0$). El resto de ecuaciones se razonan de forma idéntica. Como la cola es finita de B posiciones, entonces $p_{k>B} = 0$.

V.2 Obtención de \bar{N}_q , \bar{W}_q y CLR

A partir de las probabilidades de estado p_k podemos calcular los parámetros de interés del modelo. En primer lugar calculamos la tasa real o efectiva de llegadas, dado que el sistema tiene pérdidas:

$$\lambda_A = \sum_{k=0}^{s-1} k \cdot p_k + s \cdot \sum_{k=s}^B p_k \quad (\text{V-4})$$

donde λ_A es la tasa real de llegadas, menor que la tasa ofrecida al sistema, λ .

La probabilidad de pérdida de celdas o *CLR* se calcula como:

$$CLR = \frac{\lambda - \lambda_A}{\lambda} = 1 - \frac{\lambda_A}{\lambda} \quad (\text{V-5})$$

La utilización efectiva de un servidor se calcula a partir de la expresión anterior como:

$$\rho = \frac{\lambda}{s \cdot \mu} \cdot (1 - CLR) = \frac{\lambda_A}{s \cdot \mu} \leq \frac{A}{s} \quad (\text{V-6})$$

El número medio de celdas en la cola se calcula como:

$$\bar{N}_Q = \sum_{k=s}^{B+s} (k - s) \cdot p_k + \frac{\lambda}{2} \quad \text{para } B > s \quad (\text{V-7})$$

donde el primer término es el número medio de celdas en el sistema al principio del *slot* de servicio, mientras que el segundo término muestra el número medio aproximado de celdas que llegan durante el slot de servicio, que se puede aproximar por $\lambda/2$, ver Anexo 2, Ecuaciones (II-3) y (II-4).

El tiempo medio de espera en cola se puede calcular a partir de la Ecuación (V-7) aplicando la relación de *Little*, utilizando la tasa efectiva de entrada de celdas al sistema:

$$\bar{W}_Q = \frac{\bar{N}_Q}{\lambda_A} = \frac{\bar{N}_Q}{\lambda \cdot (1 - CLR)} \quad (\text{V-8})$$

Con el proceso anterior, se hallan los parámetros del sistema de forma exacta. Pero resolver el sistema de la expresión (V-3) requiere un coste computacional muy elevado especialmente para valores grandes de la cola, por lo que es útil usar fórmulas aproximadas. En el capítulo 3 se ha desarrollado un método analítico para su resolución aproximada, que se coteja con los resultados exactos que se obtienen como se muestra en este Anexo (para el caso sin prioridades), para así evaluar el nivel de bondad de las aproximaciones propuestas.

Para la resolución del sistema de ecuaciones (V-3) y para automatizar los cálculos con resultados satisfactorios en cuanto a tiempo de ejecución, hemos elaborado un programa sobre *matlab* y también otro sobre *maple* en función de los valores para la carga (ρ), número de canales (s) y tamaño de la cola (B).

Glosario de Acrónimos

ABR	Available Bit Rate
ADSIM	ATM Devices Simulator
ATM	Asynchronous Transfer Mode
CAC	Connection Admission Control
CBR	Constant Bit Rate
CCITT	Comité Consultatif International Télégraphique et Téléphonique
CDV	Cell Delay Variation
CDVT	Cell Delay Variation Tolerance
CLP	Cell Loss Priority
CLR	Cell Loss Ratio
CTD	Cell Transfer Delay
DCB	Delay Compensation Buffer
FIFO	First In First Out
GCRA	Generic Cell Rate Algorithm
GFC	Generic Flow Control
HEC	Header Error Control
HOL	Head Of Line
ICP	IMA Control Protocol
IDCR	IMA Data Cell Rate
IMA	Inverse Multiplexing for ATM
IMUX	Inverse Multiplexer
IP	Internet Protocol
ITU-T	International Telecommunications Union-Telecommunication
MBS	Maximum Burst Size
MCR	Minimum Cell Rate
MIB	Management Information Base

NNI	Network-Node Interface
nrt-VBR	Non-real-time Variable Bit Rate
OAM	Operation and Maintenance
PCR	Peak Cell Rate
PTI	Payload Type Identifier
QoS	Quality of Service
RDSI-BA	Red Digital de Servicios Integrados de Banda Ancha
RESTART	Repetitive Simulation Trials After Reaching Thresholds
RM	Resource Management
rt-VBR	Real-time Variable Bit Rate
SCR	Sustained Cell Rate
SICP	Stuff ICP
SIMUX	Simulador IMUX
SNMP	Simple Network Management Protocol
TCP	Transport Control Protocol
TRL	Timing Reference Link
TRLCR	Timing Reference Link Cell Rate
UBR	Unspecified Bit Rate
UIT	Unión Internacional de Telecomunicaciones
UNI	User-Network Interface
VBR	Variable Bit Rate
VCI	Virtual Connection Identifier
VLSI	Very Large Scale Integration
VPI	Virtual Path Identifier

Referencias Bibliográficas

- [AGU97] M. Aguilar, F. Barceló, J. García Haro, “*Estimación de los parámetros de calidad para distintos tráficos en nodos MTA con enlaces múltiples*”, Jornadas de Ingeniería Telemática, Jitel’97, pp. 233-240, 15-17 Septiembre 1997, Bilbao.
- [AGU98a] M. Aguilar, F. Barceló, P. Iserte, “*Approximation to the CLR in ATM switches with multiserver output discrete queues and priority*”, IFIP Workshop TC6, ATM’98, pp. 63/1-63/10, 20-22 Julio 1998, Ilkley, U.K..
- [AGU98b] M. Aguilar, M. Postigo, J. García Haro, “*Estudio sobre parámetros de calidad en Multiplexores Inversos ATM*”, URSI’98, pp. 647-648, 16-18 Septiembre 1998, Pamplona.
- [AGU98c] M. Aguilar, M. Postigo, J. García Haro, “*Multiplexores Inversos ATM: Operación, Aplicaciones y Aspectos de Planificación y Evaluación de Prestaciones*”, VIII Jornadas de I+D en Telecomunicaciones, TELECOM I+D’98, pp. 249-258, 28-29 Octubre 1998, Barcelona.
- [AGU98d] M. Aguilar Igartua, J. García Haro, M. Postigo Boix, “*Multiplexores Inversos ATM: Operación, Aplicaciones y Modelo de Prestaciones para la estimación del CLR*”, Report Interno nº 01/33/98 en el Departamento de Matemática Aplicada y Telemática de la Universidad Politécnica de Cataluña, Noviembre 1998, Barcelona.
- [AGU99a] M. Aguilar-Igartua, J. García-Haro, M. Postigo-Boix, “*Inverse Multiplexing for ATM. Operation, Applications and performance Evaluation for the Cell Loss Ratio*”, 2nd International Conference on ATM, ICATM’99, pp. 472-481, 21-23 June 1999, Colmar, France.
- [AGU99b] M. Aguilar Igartua, J. García Haro, M. Postigo Boix, “*Multiplexores Inversos ATM: Funcionamiento, Configuraciones de Red y Modelo de Prestaciones para la Estimación de la Probabilidad de Pérdida*”, II Jornadas de Ingeniería Telemática, JITEL’99, pp. 3-10, 15-17 Septiembre 1999, Madrid.
- [AGU99c] M. Aguilar Igartua, J. García Haro, M. Postigo Boix, “*Modelo analítico para la evaluación de prestaciones de un Multiplexor Inverso ATM con tráfico*

- Poissonian*”, Report Interno n° 08/33/99 en el Departamento de Matemática Aplicada y Telemática de la Universidad Politécnica de Cataluña, Noviembre 1999, Barcelona.
- [ATM96] The ATM Forum Technical Committee, “*Traffic Management Specification Version 4.0*”, AF-TM-0056.000, Traffic Management Working Group, April 1996.
- [ATM97] The ATM Forum Technical Committee, “*Inverse Multiplexing for ATM (IMA) Specification Version 1.0*”, AF-PHY-0086.000, Physical Layer Working Group, July 1997.
- [ATM99] The ATM Forum Technical Committee, “*Inverse Multiplexing for ATM (IMA) Specification Version 1.1*”, AF-PHY-0086.001, Physical Layer Working Group, April 1999.
- [BAR96] F. Barceló, V. Casares, J. Paradells, “*The M/D/C Queue with Priority: Application to trunked Mobile Radio Systems*” IEE Electronics Letters, Vol 32, No. 18, pp. 1644-1645, August 1996.
- [BAR97a] F. Barceló, J. Paradells, M. Aguilar, “*Mean Waiting Time in the M/H₂/s Queue: Application to Mobile Communications Systems*”, 15th IMACS World Congress, Berlin, 24-29 August 1997.
- [BAR97b] Francisco Barceló Arroyo, “*Tráfico de telefonía móvil: caracterización e implicaciones del tiempo de ocupación del canal*”, Tesis Doctoral, UPC, 1997.
- [BAR98] F. Barceló, M. Aguilar, “*Approximation to the M/D/s queue with finite buffer: Application to the CLR in ATM nodes*”, *International Teletraffic Seminar (ITC)*, St.Petersburg, pp. 401-409, Junio 1998.
- [BRU93] H. Bruneel, B. G. Kim, “*Discrete-Time Models for Communication Systems Including ATM*”, Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [CHO95] C.-H. Chou, E. Geraniotis, “*Efficient Computation of End-to-End Performance Measures for Multi-Link ATM Networks with Multi-Media Traffic*”, IEEE INFOCOM’95, April 1995.
- [CHO97] Kathleen Cholenka, “*ATM Inverse Muxing: Budgeted Bandwidth*”, *Data Communications*, September 1997.
- [CHU70] W. W. Chu, “*Buffer Behaviour for Poisson Arrivals and Multiple Synchronous Constant Outputs*”. *IEEE Trans. On Computers.*, Vol. **C-19**, No 6, June 1970.

- [CON98] James W. Conard, Editor, "*Handbook of Communications Systems Management*", Fourth Edition, Auerbach Publications, 1998.
- [COS76] G. P. Cosmetatos, "*Some Approximate Equilibrium Results for the MultiServer Queue (M/G/r)*", Operational Research Quarterly, Vol 27 N° 3, pp. 615-620, 1976.
- [DEN96] Deng et al., "*Design and Evaluation of an Ethernet-Based residential Network*", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 14, N° 6, August 1996.
- [DES91] E. Desmet, B. Steyaert, H. Bruneel, "*Tail Distributions of Queue Length and Delay in Discrete-Time Multiserver Queueing Models, Applicable in ATM Networks*", ITC'13 International Teletraffic Congress, pp. 1-6, 1991.
- [FRE94] J. A. Freebersyser, M. Devetsikiotis, J. K. Townsend, "*Efficient Simulation of high-Speed networks Using importance Sampling and Stochastic Gradient Techniques*", Proc. IEEE GLOBECOM'94, San Francisco, CA, Nov. 1994, pp 1095-99.
- [GAR95] Joan García-Haro, "*Contribución a la Evaluación y Diseño de Conmutadores Rápidos de Paquetes Basados en el Modo de Transferencia Asíncrono (MTA)*", Tesis Doctoral, UPC, 1995.
- [GOR98] C. Görg, O. Fuß, "*Comparison and Optimization of RESTART Run Times Strategies*", International Journal of Electronics and Communications, Vol. 52, N° 3, Gustav Fischer Verlag Ed., p. 197-204, 1998.
- [GRO74] D. Gross and C. Harris "*Fundamentals of Queueing Theory*", John Wiley and Sons, 1974.
- [GU95] Xuedao Gu, Kazem Sohraby, Dhadesugoor R. Vaman, "*Control and Performance in Packet, Circuit and ATM Networks*", Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [ITU92] BROADBAND ASPECTS OF ISDN, Recommendation I.121, CCITT & ITU, Geneva, 1992.
- [KIM93] T. Kimura, "*Approximating the Queue-Length Distribution in the Finite Capacity M/G/s Queue*". Discussion Paper Series A, No. 18, Faculty of Economics, Hokkaido University, Japan, Junio 1993.
- [KIM94] T. Kimura, "*Approximations for multi-server queues: system interpolation*". *Queueing Systems 17*, pp. 347-382, 1994.
- [KLE75] L. Kleinrock, "*Queueing Systems*", Vol I, John Wiley & Sons, 1975.
- [KYA95] Othmar Kyas, "*ATM Networks*", International Thomson Publishing, 1995.

- [LAN97] Robin D. Langdon, “*ATM Inverse Muxing for Easier Acces*”, *Data Communications*, June 1997.
- [NOR97] Passport. “*Inverse Multiplexing for ATM*”. *User Guide*. Nortel Magellan. Northern Telecom, November 1997.
- [PAL95] R. Pallàs, “*Teoria bàsica d’Errors*”, Dep. Eng. Electrònica, UPC, 1995.
- [PIT97] J. M. Pitts, J. A. Schormans, “*Introduction to ATM Design and Performance*”, John Wiley & Sons, February 1997.
- [POS98] Marcos Postigo Boix, “*Multiplexores Inversos ATM. Simulaci3n y Anàlisis de Prestaciones*” Proyecto Final de Carrera. ETSETB. UPC. Director: Juan Garcìa Haro. 1998.
- [POS99a] M. Postigo-Boix, J. Garcìa-Haro, M. Aguilar-Igartua, “*Inverse Multiplexing for ATM. Performance Evaluation under different Traffic Patterns*”, submitted to the IEEE ICC’2000. (En proceso de revisi3n).
- [POS99b] M. Postigo-Boix, J. Garcìa-Haro, M. Aguilar-Igartua, “*Inverse Multiplexing for ATM. Technical Operation, Applications and Performance Evaluation Study*”, submitted to the Telecommunication Systems. (En proceso de revisi3n).
- [POS99c] M. Postigo-Boix, J. Garcìa-Haro, M. Aguilar-Igartua, “*IMA. Technical Foundations, Application and Performance Analysis*”, submitted to the Computer Networks. (En proceso de revisi3n).
- [POS99d] M. Postigo-Boix, J. Garcìa-Haro, M. Aguilar-Igartua, “*Inverse Multiplexing for ATM. Technical Operation, Applications and Performance Evaluation Study*”, submitted to the Fifth IEEE Symposium on Computers and Communications, ISCC’2000, Antibes-Juan les Pins, France, 4-6 July, 2000. (En proceso de revisi3n).
- [PRY95] Martin de Prycker, “*Asynchronous Transfer Mode. Solution for Broadband ISDN*”, Third Edition, Prentice Hall, 1995.
- [SKL98] A. Skliros, “*Significance of Buffering Architecture & CAC for the QoS*”, *International Teletraffic Seminar (ITC)*, St.Petersburg, pp. 225-235, June 1998.
- [TIJ94] *Stochastic Models, an algorithm Approach*, Henk C. Tijms, John Wiley and Sons, 1994.

- [VIL91] M. Villén-Altamirano, J. Villén Altamirano, “*RESTART: A Method for Accelerating Rare Event Simulations*” Queueing, Performance and Control in ATM (ITC13), J.W. Cohen and C.D. Pack, Elsevier Science Publishers B.V., North-Holland, 1991.