A.4. APÉNDICE 4. Regresión multivariable

A menudo en ingeniería y en particular en este trabajo, el ingeniero se plantea la idea de efectuar experimentos para poder determinar, al menos de forma suficientemente aproximada, algunas variables de difícil medición directa, a partir de otras de más fácil obtención. Por otra parte, es necesario estudiar el experimento y analizar las variables de mayor incidencia para obtener una expresión empírica que proporcione de forma sintetizada la información proporcionada por dicho experimento. Esta expresión se deduce, habitualmente, a partir del análisis dimensional del problema, llegándose a expresiones, como las deducidas anteriormente del tipo:

$$\alpha = K \prod_{j=1}^{k} N_i^{n_i}$$

Tomando logaritmos en ambos miembros de la anterior ecuación y efectuando los correspondientes cambios de variable, resulta:

$$y = \beta_o + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k$$

Si durante un experimento se realizan i = 1,2,.., n mediciones para las variables dependientes (x_1, x_2,.., x_m), determinando sus correspondientes observaciones, se expresa:

$$y_i = (\beta_o + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \ldots + \beta_k x_{ki}) + \varepsilon_i$$

Donde ε_i es la desviación de la respuesta observada y_i respecto a la respuesta del ajuste buscado.

La estimación de los coeficientes de los ajustes puede realizarse en base a minimizar la suma de los cuadrados de las desviaciones. Para minimizar “el error al cuadrado”, es condición necesaria que las derivadas parciales respecto de los coeficientes β_j sean nulas. Igualando a cero dichas parciales y considerando a b_i como estimación de β_i, resultan las k+1 ecuaciones normales:

$$\sum y_i = nb_o + b_1\sum x_{1i} + b_2\sum x_{2i} + \ldots + b_k\sum x_{ki}$$

$$\sum x_{1i}y_i = b_o\sum x_{1i} + b_1\sum x_{1i}^2 + b_2\sum x_{1i}x_{2i} + \ldots + b_k\sum x_{1i}x_{ki}$$

…… …… …… …… ……

$$\sum x_{ki}y_i = b_o\sum x_{ki} + b_1\sum x_{ki}x_{1i} + b_2\sum x_{ki}x_{2i} + \ldots + b_m\sum x_{ki}^2$$

Una vez se disponen los valores β_j solo cabe deshacer el cambio de variable anteriormente realizado para obtener los exponentes n_i del ajuste: $y = \ln \alpha$, $\beta_o = \ln K$, $\beta_i = \ln N_i$.