

7. MODELO DE TRANSFERENCIA DE CALOR

La transmisión de calor en una suspensión neumática es debida a la convección provocada por el flujo turbulento existente en el cilindro hacia las paredes de la cámara que contiene el gas, dependiendo por lo tanto de las condiciones locales instantáneas térmicas y del flujo en las proximidades de la pared y en ésta.

Una de las características que dificulta la formulación analítica y en consecuencia la solución del caso, radica en el carácter transitorio del proceso semi-estacionario de calentamiento o enfriamiento progresivo de las paredes de la cámara de trabajo por compresión y/o expansión del cilindro. Aparecen unas variaciones periódicas de temperatura superficial motivadas por la evolución del fluido. Por otra parte, la complejidad geométrica, las diferencias locales de espesor e incluso de materiales, la variación de la superficie expuesta al gas como consecuencia del movimiento del émbolo, así como la heterogeneidad del campo de temperaturas y velocidades, hacen que el problema únicamente sea abordable bajo unas hipótesis restrictivas más o menos acusadas. El establecimiento de estas hipótesis vendrá condicionado por la aplicación objeto de estudio.

La mayoría de metodologías que formulan el problema de la transferencia de calor suelen precisar de unas determinaciones experimentales que proporcionarán unos datos o unas condiciones de contorno a partir de las cuales se determinarán los flujos térmicos.

Para plantear el problema cabe distinguir entre tres dominios (ver Fig. 79):

- Gas,
- pared y
- medio refrigerante (ambiente, en el caso que ocupa).

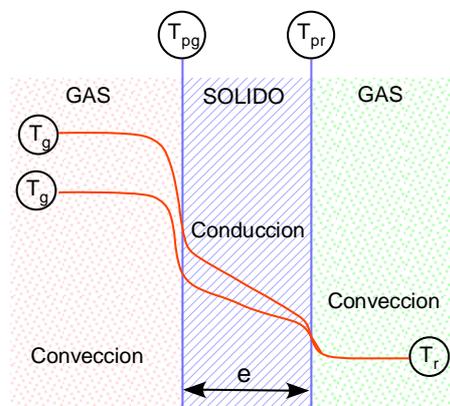


Fig. 79: Dominios de transmisión de calor en la suspensión

En primera instancia, y con el fin de establecer los diferentes dominios y los mecanismos de transmisión de calor, considérense unas situaciones estacionarias extremas.

En estas regiones se analizarán las ecuaciones que rigen especialmente en la zona de gas (interior del cilindro) y en la pared. Con el fin de establecer la nomenclatura en las tres zonas materiales de análisis, para la situación estacionaria es posible establecer que:

$$\dot{Q} = \alpha_g A (T_g - T_{pg}) \quad (7.1)$$

$$\dot{Q} = \lambda_s A (T_{pg} - T_{pr}) / e \quad (7.2)$$

$$\dot{Q} = \alpha_r A (T_{pr} - T_r) \quad (7.3)$$

Como se ha comentado anteriormente, el tratamiento riguroso del problema es prácticamente inabordable dadas las limitaciones existentes en métodos que permitan la resolución espacial y temporal del campo de velocidades y temperaturas del fluido. Hasta que la mecánica de fluidos computacional permita una resolución con suficiente exactitud se requiere estimar el coeficiente de transmisión de calor a partir de correlaciones obtenidas de forma experimental.

Por esta razón, se utiliza el coeficiente α de transferencia global de calor para evaluar el flujo térmico, artificio a través del cuál se traslada el problema a una correcta estimación de α . El flujo térmico q a través de la interfase gas/pared puede ser expresado en función de la temperatura del gas fuera de la capa límite térmica y de la temperatura superficial de la pared mediante:

$$q = \alpha (\bar{T}_g - T_{pg}) \quad (7.4)$$

Siendo \bar{T}_g la temperatura media de la zona en el instante considerado, y T_{pg} la temperatura de la pared en contacto con dicha zona.

El coeficiente α en principio engloba todas las formas de transmisión de calor, y al igual que las temperaturas, variará tanto localmente como temporalmente, sin embargo, en muchas aplicaciones se considera promediado superficialmente.

El salto térmico deberá ser definido. En cuanto a T_{pg} no hay ambigüedad puesto que se trata de la temperatura en una cota bien establecida, la de la superficie del sólido. Sin embargo la del gas variará con la distancia a la superficie. Si bien en la mayoría de aplicaciones se toma como temperatura de referencia del gas (T_g) la que tiene en la zona de flujo desarrollado, en algunas expresiones de tipo local se toma un valor $T_g = T_f$ (de

film), definido como la media aritmética entre la temperatura superficial y la del gas exterior a la capa límite.

La temperatura del gas (T_g) se toma habitualmente como la media másica instantánea, por tanto oscilante pero uniforme en todo el cilindro y obtenida de la aplicación de una ecuación de estado al gas atrapado en el recinto. En algunos procedimientos más refinados se puede operar por zonas, usando una temperatura local del gas, libertad que queda condicionada a la forma mediante la cuál se ha establecido el coeficiente superficial de transmisión de calor α .

La temperatura superficial de pared T_{pg} también varía periódicamente, pero con una amplitud mucho menor. Generalmente, en este tipo de evaluaciones se considera constante e igual a la promediada en el tiempo.

En cuanto a los procedimientos de evaluación del coeficiente α de transmisión de calor gas-pared, existen múltiples propuestas para cilindros, sin embargo la mayoría de ellas se basan en aplicaciones diferentes a la que es objeto de estudio en este trabajo.

Si se considera que el fenómeno de la transmisión de calor entre el gas y la pared del cilindro tiene lugar esencialmente por convección forzada, el análisis fenomenológico del proceso permite pensar que el coeficiente de transferencia de calor dependerá de:

- Presión p , temperatura T , y siendo un gas dependerá de la densidad ρ .
- Características de la corriente: velocidad del fluido ϑ .
- Características geométricas del recinto: Diámetro D en el caso de asimilar el caso al de conducto de sección circular y, relativamente, gran longitud.
- Viscosidad dinámica μ
- Conductividad térmica del gas λ
- Capacidad calorífica c_p

De este modo, el coeficiente de transferencia de calor por convección podrá ser expresado mediante una función:

$$\alpha \approx f(\vartheta, D, \mu, \lambda, \rho, c_p)$$

Siguiendo un análisis dimensional análogo al desarrollado en el apéndice A.3,

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = C \left[\frac{\rho \vartheta D}{\mu} \right]^m \left[\frac{c_p \mu}{\lambda} \right]^n$$

o lo que es lo mismo:

$$Nu = CRe^m Pr^n \quad (7.5)$$

Paralelamente se debe tener presente que las propiedades másicas: ρ , λ , C_p , y μ son a su vez funciones de la presión p y de la temperatura T , debiéndose de establecer un criterio respecto al lugar en donde se evalúan.

Cabe citar que son frecuentes las simplificaciones resultantes de considerar que el número de Prandtl del gas varía poco con la temperatura, al compensarse mutuamente los efectos de $\mu(T)$, $C_p(T)$ y $\lambda(T)$ y ser el exponente $n < 1$, por lo que es lícito considerarlo como constante y englobarlo en la constante C . Lo que conduce a:

$$Nu = CRe^m \quad (7.6)$$

Retomando la ecuación (7.4), la transmisión de calor del gas por convección a la pared también puede ser expresada mediante la ley de Fourier como:

$$\dot{Q}_{conv} = A_{conv} \lambda_{conv} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{conv} \quad (7.7)$$

Donde λ_{conv} es la conductividad térmica efectiva por convección y que puede ser expresada mediante:

$$\lambda_{conv} = \rho c_p a_{conv} \quad (7.8)$$

Siendo a_{conv} la difusividad térmica efectiva. Cuando el transporte de calor es debido únicamente al movimiento molecular del gas, la difusividad térmica efectiva viene dada por $a_{conv} \approx \lambda_m \cdot c$, siendo λ_m el recorrido libre medio de las moléculas y c la velocidad isentrópica del sonido. La transferencia de calor del gas a la pared es, generalmente, en régimen turbulento, eso es transitorio y con un movimiento irregular que da origen a un transporte de calor varias magnitudes de orden superior al que tiene lugar con transporte únicamente molecular. En la figura que sigue (Fig. 80), se ha esquematizado esta situación en la que el flujo está caracterizado por vórtices o torbellinos típicos de tamaño ℓ con un velocidad fluctuante u . La difusividad térmica turbulenta efectiva es aproximadamente igual al producto de las escalas de longitud y velocidad turbulenta, $a_{conv} \approx \ell \cdot u$, responsable del transporte de calor a la pared, con lo que:

$$\lambda_{conv} = \rho c_p a_{conv} \approx \rho c_p \ell u$$

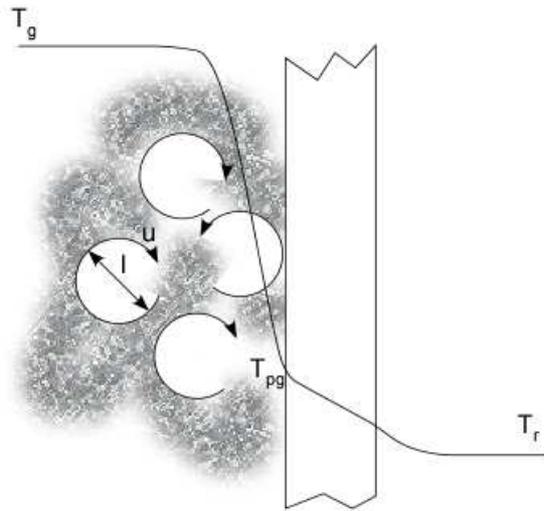


Fig. 80: Mecanismo de transferencia de calor de un fluido a la pared del cilindro en un flujo turbulento.

Seguidamente, se hace necesario conocer la forma en la que debe estimarse el gradiente de temperatura. El gas es transportado de su seno a temperatura media T_g a la pared a temperatura T_{pg} mediante vórtices de longitud ℓ por lo que cabe suponer que la longitud de mezclado no diferirá mucho de esta escala y se podrá aproximar que:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{\text{conv}} \approx \frac{\bar{T}_g - T_{pg}}{\ell} \quad (7.9)$$

Con ello, se podrá expresar la ecuación de calor mediante:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = A_{\text{conv}} \lambda_{\text{conv}} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{\text{conv}} \approx A_{\text{conv}} \rho c_p \ell u \frac{\bar{T}_g - T_{pg}}{\ell} \quad (7.10)$$

Esta ecuación es aproximada, no obstante proporciona el efecto de las variables que inciden en el mecanismo del transporte de calor.

Al objeto de obtener valores numéricamente aceptables será preciso introducir alguna constante de ajuste. En este punto es donde entra en juego el llamado número de Stanton (S_t), definido mediante:

$$S_t = \frac{\alpha_e}{\rho c_p u} \quad (7.11)$$

De este modo,

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = A_{\text{conv}} S_t \rho c_p u (\bar{T}_g - T_{pg}) = A_{\text{conv}} \alpha_e (\bar{T}_g - T_{pg}) \quad (7.12)$$

Finalmente, una vez ha sido introducido el problema a resolver, se procederá a la descripción de las técnicas utilizadas por otros autores y las empleadas en este trabajo para lidiar con la problemática expuesta. El objetivo final será obtener un modelo de transferencia de calor válido para la suspensión neumática.

7.1 Método de Otis

La transferencia de calor en suspensiones neumáticas no ha sido estudiada de forma demasiado extensa en la literatura. De las Heras [1] y Els et al. [2] y [3] han sido dos de los únicos y además, coinciden en el método utilizado.

Dicha técnica fue desarrollada por Otis y Pourmovahed [17] basándose en la utilización de la constante de tiempo térmica para evaluar el calor transferido durante la carga y descarga de un acumulador hidráulico. Ambos autores han hecho una analogía de la técnica aplicándola a la suspensión neumática.

Considerando el término de transferencia de calor mediante el artilugio de Newton:

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha A (T_{pg} - T) \quad (7.13)$$

Designando por τ a la constante de tiempo térmica [17]

$$\tau = \frac{mc_v}{\alpha A} \quad (7.14)$$

La constante definida por la expresión anterior, ver ecuación (7.14), debe ser medida para un acumulador en particular y un rango específico de operación; o puede ser estimada utilizando modelos de transferencia de calor. Es importante indicar que τ , en realidad no es una constante, ya que el coeficiente de transferencia de calor por convección, α , y el área efectiva de transferencia de calor, A , son ambas variables con el tiempo. Sin embargo, como demostraron Pourmovahed y Otis [17], una constante ajusta los datos experimentales realmente bien.

La constante de tiempo térmica puede medirse experimentalmente observando la respuesta de la presión a una variación en el volumen del gas en forma de escalón.

Una vez alcanzado el volumen final, el volumen específico se mantiene constante, puesto que tanto la masa de gas como el volumen permanecen invariantes, por lo que la ecuación de la energía se reduce a:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_{pg} - T}{\tau} \quad (7.15)$$

Tomando como instante inicial el punto donde se alcanza la máxima presión (fin de la compresión súbita) e integrando.

$$\int_{T_{max}}^T \frac{dT}{T_{pg} - T} = \int_0^t \frac{dt}{\tau} \quad (7.16)$$

Resolviendo una y otra integral, resulta:

$$\ln \frac{T - T_{pg}}{T_{max} - T_{pg}} = -\frac{t}{\tau} \quad (7.17)$$

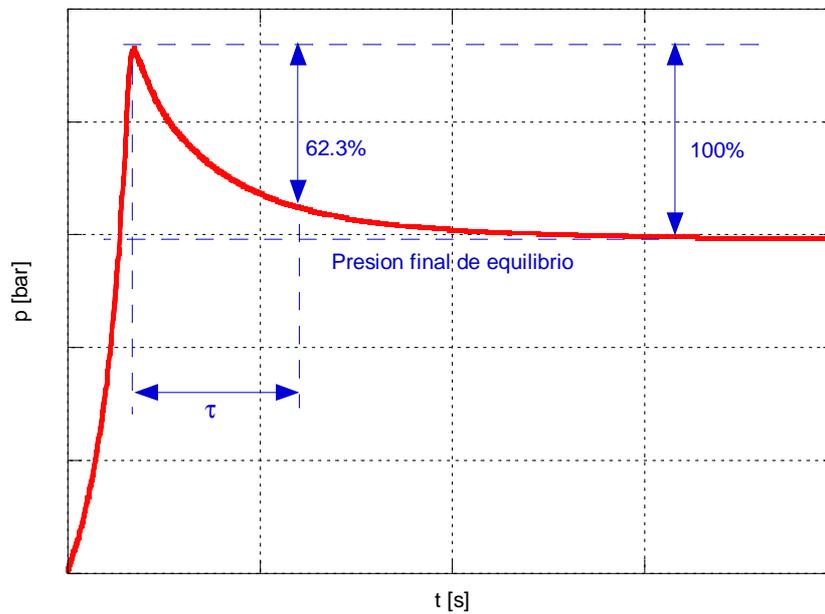


Fig. 81: Evolución de la presión en la suspensión neumática ante una compresión súbita hasta un determinado volumen.

O si se quiere:

$$e^{-t/\tau} = \frac{T - T_{pg}}{T_{max} - T_{pg}} \quad (7.18)$$

Durante el enfriamiento a volumen constante, la temperatura del gas viene determinada por la expresión de la ecuación (7.17), donde τ es el tiempo que tarda la presión a llegar a un 62.3% del valor de reposo, ver Fig. 81.

Para computar la constante de tiempo térmica y el registro de temperaturas para el gas, es necesario analizar la caída de presión después de que el gas se haya comprimido hasta su volumen final (Fig. 81). El proceso se describe como sigue a continuación:

1. El tiempo de muestreo es de 5 o 10 segundos.
2. La masa del gas se obtiene a partir de la presión del gas, la temperatura y el volumen antes de la compresión.
3. El volumen específico (o densidad) del gas se calcula conociendo el volumen final del gas y la masa del nitrógeno. Cabe indicar que esta densidad media se mantendrá constante durante el proceso de enfriamiento.
4. En cualquier instante de tiempo, la temperatura media del gas, T , se computa a partir del volumen específico y la presión utilizando la ecuación de estado para el nitrógeno.
5. La constante de tiempo térmica, τ , se calcula a partir de los datos de temperatura en función del tiempo. La constante de tiempo puede ser medida tanto a partir del registro de la presión como a partir del registro de la temperatura. Matemáticamente es más apropiado utilizar los datos en función de la temperatura. Es importante indicar que a bajas presiones, la ley de los gases ideales es aplicable y el valor de t será el mismo independientemente del método utilizado.

Para correlacionar los datos de la constante de tiempo, es necesario determinar los parámetros adimensionales pertinentes. El número de Rayleigh es un parámetro muy importante, teniendo en cuenta que la convección natural es la responsable de la transferencia de calor en el recinto del gas. Otros parámetros importantes son la relación L/D y la relación temperatura de pared y temperatura del gas (T_{pg}/T). Los parámetros adimensionales se definen a continuación:

$$Ra^* = \frac{\rho^2 g \beta (T - T_{pg}) Z^3 c_v}{\mu k} \quad (7.19)$$

$$T^* = \frac{T_{pg}}{T} \quad (7.20)$$

Z es la longitud característica (L en orientación vertical y D en orientación horizontal). El parámetro L/D debería ser incluido en el análisis para tener en cuenta los efectos en los extremos (transferencia de calor en la tapa y en el pistón).

$$A_w = \pi DL + 2\pi D^2 / 4$$

$$V = \pi \frac{D^2}{4} L$$

Es obvio que a medida que la relación L/D crece, los efectos en los extremos son menos significativos. Parece razonable construir la siguiente relación geométrica:

$$F \equiv \frac{V}{A_w D} = \frac{(L/D)}{2 + 4(L/D)} \quad (7.21)$$

El parámetro F es igual al volumen del gas dividido por el producto del área por el diámetro. La relación de temperaturas, T^* , tiene en cuenta la variación de temperatura en el gas, lo que supone una variación de las propiedades del gas.

Durante el proceso de enfriamiento, la masa y el volumen del gas permanecen constantes, lo cual indica que L , D , ρ , g y Z son constantes. La presión del gas, p , y la temperatura media del gas, T , disminuyen en el tiempo. Esta disminución de T y p suponen una variación en las propiedades del gas. Por lo tanto, T , T_{pg} , β , μ y k variarán durante el proceso.

La constante de tiempo térmica adimensional se define como

$$\tau^* \equiv \frac{k \tau}{\rho c_v Z^2} \quad (7.22)$$

Es de esperar que τ^* sea únicamente función de los parámetros definidos anteriormente,

$$\tau^* = f(Ra^*, L/D, F, T^*)$$

y se asume que

$$\tau^* = C Ra^{*n_1} (L/D)^{n_2} F^{n_3}, T^{*n_4}$$

donde C , n_1 , n_2 , n_3 , y n_4 son constantes y deben determinarse a partir de los datos experimentales.

Por simplicidad, todos los parámetros de la ecuación anterior se evalúan al comienzo del proceso de enfriamiento. Para ajustar los datos se utiliza un método de regresión multivariable. Si todas las propiedades del gas se evalúan a la temperatura media del gas se obtiene la siguiente correlación para el cilindro vertical:

$$\tau^* = 0.045 Ra^{*-0.260} (D/L) F^{-1.156} T^{*1.170} \quad (7.23)$$

Pourmovahed et al. [17] demuestran que a medida que la velocidad del pistón aumenta, la constante de tiempo térmica disminuye rápidamente y se mantiene constante. Puesto

que la constante de tiempo es insensible a la velocidad del pistón cuando la compresión es rápida, se puede afirmar que la convección forzada no desarrollará un rol más importante en este proceso. A medida que disminuye la velocidad del pistón la constante de tiempo tiende a infinito, efecto que puede atribuirse a la extinción de la capa límite. En este ensayo la mayoría del calor se ha transferido a la pared y la capa límite se va haciendo cada vez más fina. En conclusión, uno cabe esperar un coeficiente de transferencia de calor pequeño y una gran constante de tiempo. En resumen, lo que Otis deja entrever es que la velocidad del pistón no es importante a la hora de correlacionar los datos de la constante de tiempo, una idea que intentará ponerse en entredicho a lo largo de este trabajo.

Utilizando el modelo de la constante de tiempo térmica es posible predecir el proceso de enfriamiento del gas después de una compresión rápida (o expansión). La variación de temperatura respecto al tiempo durante dicho proceso viene determinada por la ecuación (7.15).

De este modo, el coeficiente de transferencia de calor por convección para un acumulador vertical viene dado por

$$\text{Nu} \equiv \frac{\alpha L}{k} = 1.6151 \text{Ra}^{*0.344} \text{F}^{1.760} \text{T}^{*-2.528} \quad (7.24)$$

ecuación obtenida por Pourmovahed et al. [17] y basada en los datos de transferencia de calor obtenidos durante los experimentos que conducen a la correlación de la constante de tiempo térmica, ver ecuación (7.23). Los parámetros Ra^* y T^* son el número de Rayleigh instantáneo y la relación de temperaturas como se describieron anteriormente. Hay que indicar que estos parámetros varían durante el proceso de enfriamiento del gas y por tanto el coeficiente de transferencia de calor, α , no es constante. Esta afirmación llevaría a la conclusión de que τ varía durante el proceso. Se debe enfatizar sobre el hecho que la constante de tiempo térmica en realidad es variable en el tiempo, y podría evaluarse si se requiriese una gran precisión durante el análisis. No obstante, en la mayoría de los casos se asegura una buena precisión con un único valor de τ para todo el proceso.

Arreglando términos la constante de tiempo térmica quedará definida como

$$\tau = \frac{mL\sigma}{1.6151A_w} \text{F}^{-1.760} \text{T}^{*2.528} \left[\rho^2 g L^3 (\text{T} - \text{T}_{pg}) \right]^{-0.344} \quad (7.25)$$

con

$$\sigma \equiv \left(\frac{C_v}{k} \right)^{0.656} (\beta/\mu)^{-0.344}$$

Es importante indicar que durante el proceso de enfriamiento μ , L , A_w , F , ρ y g permanecen constantes mientras que σ , T^* , T y T_{pg} varían con el tiempo.

Pourmovahed et al. [17] indican que σ no varía de forma apreciable con el tiempo y por esta razón, asumen un valor medio $\sigma = 129.5$.

A continuación se describe el procedimiento para encontrar la temperatura T en función del tiempo:

1. En el instante inicial ($t = 0$ s), T y T_{pg} son conocidas. La constante de tiempo térmica puede encontrarse a partir de la ecuación (7.25).
2. En $\Delta t = 0.01$ s se ha elegido otro valor de T a partir de la ecuación (7.15).
3. La nueva temperatura de pared no varía de manera apreciable y puede considerarse constante.
4. Utilizando el nuevo valor de T , un nuevo valor de τ ha sido calculado a partir de la ecuación (7.25) y el proceso se ha repetido para más intervalos de tiempo.

La utilización de una constante de tiempo variable, incrementaría apreciablemente la precisión sin añadir una gran complejidad al análisis.

Esta correlación para la constante de tiempo térmica, permite estimar τ y elimina la necesidad de una evaluación experimental de esta constante.

Tal y como se ha comentado al inicio del capítulo Els et al. [2], [3] y De las Heras [1] aplican esta técnica a sus respectivas suspensiones hidroneumáticas con una precisión considerable, según sus obras. Parece ser pues, una buena aproximación a la solución del problema.

7.2 Método indirecto de evaluación del flujo térmico global e instantáneo

Recordando las ecuaciones que rigen el comportamiento de una suspensión neumática simple (capítulo 3):

$$\frac{dQ}{dt} = m c_v \frac{dT}{dt} + p \frac{dV}{dt} \quad (7.26)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T}{p} \frac{dp}{dt} + \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} \quad (7.27)$$

Con facilidad, se puede observar que a partir de un registro de la presión en la cámara junto con una monitorización del desplazamiento del pistón, se puede inferir perfectamente en la evaluación de la evolución de la temperatura del gas, así como en el calor evacuado.

Esta técnica es fácilmente extrapolable al caso de la suspensión neumática de doble cámara, siempre y cuando se conozca el flujo de masa.

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dU}{dt} + \frac{dW}{dt} + \sum h_j \frac{dm_j}{dt} - \sum h_i \frac{dm_i}{dt} \quad (7.28)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T}{p} \frac{dp}{dt} + \frac{T}{V} \frac{dV}{dt} - \frac{T}{m} \frac{dm}{dt} \quad (7.29)$$

Evidentemente, la técnica también es válida bajo la hipótesis de gas real, donde

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T}{p} \frac{dp}{dt} + \frac{T}{v} \frac{dv}{dt} - \frac{T}{Z} \frac{dZ}{dt} \quad (7.30)$$

Una vez obtenido el flujo de calor instantáneo, se estará en disposición de conocer el coeficiente de transferencia de calor global instantáneo:

$$\alpha = \frac{dQ}{dt} \frac{1}{A_w (T_{pg} - T)} \quad (7.31)$$

Donde es necesario conocer la temperatura de la pared (T_{pg}) y asumir que es la misma para todo el volumen de control.

7.3 Método de Fourier para la obtención del flujo calorífico local e instantáneo

Una de las técnicas más extendidas en la determinación de flujos térmicos locales e instantáneos gas/pared se basa en utilizar el registro experimental de la temperatura superficial. Dicha técnica, requiere de sondas de temperatura con un tiempo de respuesta extremadamente reducido.

El análisis de la variación periódica de la temperatura superficial del recinto de la suspensión permite obtener la densidad de flujo térmico local e instantáneo.

El método utilizado está basado en la resolución de la ecuación de la conducción del calor en régimen transitorio, bajo hipótesis de flujo unidimensional. La temperatura superficial de la cámara se supone que varía periódicamente y la del lado del refrigerante se supone constante. En el contorno superficial se verificará que

$$\frac{dq}{dt} = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} \quad (7.32)$$

Para proceder a la aplicación de la citada ecuación es necesario determinar una función que describa la variación temporal de la temperatura superficial del punto analizado. Dicha temperatura se supone como oscilación periódica respecto a un valor medio:

$$T(0,t) = T(0) + T_0(t) \quad (7.33)$$

El sistema de adquisición leerá y almacenará los valores locales instantáneos de la temperatura a una frecuencia de muestreo fijada. Para proceder al tratamiento analítico de estos valores discretos de temperatura es necesario describirlos mediante una función.

Recordando que toda función periódica puede ser descrita con el grado de precisión que se desee, por medio de una suma de funciones senoidales (serie de Fourier) bastará efectuar un análisis armónico de los datos experimentales para obtener un ajuste de este tipo.

Analíticamente:

$$T(0,t) = T(0) + \sum [A_k \cos(k\omega t) + B_k \text{sen}(k\omega t)] \quad (7.34)$$

donde el valor local de la temperatura superficial media es

$$T(0) = \frac{1}{(t_n - t_0)} \int T(0,t) dt \approx \frac{1}{N} \sum T_n(0, t_n) \quad (7.35)$$

los coeficientes se obtienen según:

$$A_k = \frac{2}{t} \int_0^{t_n} T(0,t) \cos\left(\frac{t\pi k}{K}\right) dt \approx \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N T_n(0, t_n) \cos\left(\frac{n2\pi k}{K}\right) \quad (7.36)$$

$$B_k = \frac{2}{t} \int_0^{t_n} T(0,t) \text{sen}\left(\frac{t\pi k}{K}\right) dt \approx \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N T_n(0, t_n) \text{sen}\left(\frac{n2\pi k}{K}\right) \quad (7.37)$$

Dado que el flujo térmico a través de una pared sometida a una variación periódica senoidal (o cosenoidal) de temperatura superficial tiene solución analítica, para la serie la solución se podrá hallar aditivamente.

El problema térmico se resuelve hallando analíticamente la temperatura en función de la profundidad x y para un tiempo t [$T(x,t)$]. Para ello se admite que la temperatura viene dada por una componente estacionaria $T_e(x,t)$ y una periódica $T_p(x,t)$, tal que:

$$T(x,t) = T_e(x,t) + T_p(x,t) \quad (7.38)$$

Dado que la amplitud de la oscilación térmica se amortigua exponencialmente hacia el interior del sólido, se puede suponer que a partir de una cierta profundidad se tendrá un comportamiento prácticamente estacionario. En esta situación y en el supuesto de que las propiedades del material no varíen apreciablemente con la temperatura, se podrá hallar la componente estacionaria aplicando la ley de Newton:

$$T_e(x,t) = T(0,t) - [T(0,t) - T(L,t)] \frac{x}{L} \quad (7.39)$$

en donde el origen de coordenadas "0" se toma en la superficie interior de la pared y "L" a una profundidad L de la pared. De esta forma, la componente periódica se calculará según:

$$T_p(x,t) = \sum_{k=1}^K e^{-\xi x} [A_k \cos(k\omega t - \Psi x) + B_k \text{sen}(k\omega t - \Psi x)] \quad (7.40)$$

donde

$$\xi = \Psi = \sqrt{\frac{k\omega}{2a}}$$

siendo a la difusividad térmica de la pared. Por lo tanto,

$$T(x,t) = T(0) - \frac{[T(0) - T(L)]x}{T(L)} + \sum_{k=1}^K e^{-\xi x} [A_k \cos(k\omega t - \Psi x) + B_k \text{sen}(k\omega t - \Psi x)] \quad (7.41)$$

La expresión obtenida satisface las condiciones de contorno en $x = 0$ y en $x = L$.

Diferenciando la expresión anterior, véase ecuación (7.41), respecto a x , evaluando el gradiente en la superficie de la pared (en $x = 0$) y sustituyendo en la ecuación (7.32), se obtendrá:

$$q = \lambda \left\{ \frac{T(0) - T(L)}{L} + \sqrt{\frac{\omega}{2a}} \sum_{k=1}^K \sqrt{k} [(B_k - A_k) \text{sen}(k\omega t) + (B_k + A_k) \cos(k\omega t)] \right\} \quad (7.42)$$

El primer término entre llaves de la ecuación anterior, ver ecuación (7.42), es la componente estacionaria y el resto es la componente periódica. Dicha expresión, también permite obtener los correspondientes valores del coeficiente α local e instantáneo, a partir del conocimiento de la evolución de la temperatura del gas en contacto con la pared y el valor de la temperatura de dicha pared a una distancia L suficientemente grande para asegurar el amortiguamiento de la señal.

7.4 Transferencia de calor sobre las paredes externas de la suspensión neumática

Durante las pruebas en el banco de ensayos, la suspensión neumática está inmersa en el seno del fluido ambiental, sin estar expuesta a corriente apreciable de aire, al contrario de lo que sucede cuando está instalada en el vehículo y éste marcha a una determinada velocidad. Por consiguiente la pared exterior del cilindro en estas circunstancias estará expuesta a convección natural o libre y las expresiones para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor entre las paredes y el medio ambiente se han tomado como las correspondientes a la convección natural para cilindros verticales [18].

Las definiciones de los diferentes grupos adimensionales y de los parámetros geométricos para la transferencia de calor en la superficie lateral de un cilindro vertical se muestran a continuación en la Fig. 82. Si el número de Rayleigh es aproximadamente mayor a 10^5 , los efectos de la curvatura longitudinal serán despreciables y el número de Nusselt será diferente que en una placa plana vertical con la misma longitud, debido únicamente a los efectos de curvatura transversales. De este modo la ecuación para la

transferencia de calor laminar se obtendrá modificando la expresión para la placa plana vertical.

$$Nu = \frac{1.8 L/D}{\ln\left\{1 + 1.8 / \left[\bar{C}_1 (Ra^*)^{1/4}\right]\right\}} \quad (7.43)$$

donde $\bar{C}_1 = 0.515$ y $Ra^* = \frac{g\beta\Delta T D^4}{\nu\alpha L}$

De este modo

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} \quad (7.44)$$

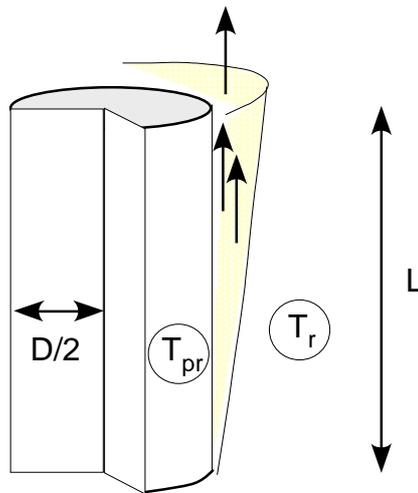


Fig. 82: Transferencia de calor por convección natural en un cilindro vertical.

7.5 Conclusiones

Una vez comentadas las diferentes técnicas de evaluación de la transferencia de calor, parece conveniente sintetizar la metodología seguida durante la realización de este trabajo.

En primer lugar, la idea es realizar el experimento propuesto por Otis [17] para contrastar la constante de tiempo térmica obtenida frente a la expresión generalizada expuesta en el apartado 7.1, ver ecuación (7.25). La intención es utilizar dicha expresión, tal y como realizaron Els et al. [2], [3] y De las Heras [1] en sus respectivas obras, para el futuro modelo de predicción y así contrastar su bondad respecto a las demás técnicas utilizadas y la experimentación.

Paralelamente, en un banco de ensayos de suspensiones se registrarán las respuestas de presión del gas y de la temperatura superficial de la pared, con la intención de disponer de los datos necesarios para evaluar el flujo térmico instantáneo global y local, respectivamente. Tal y como se ha comentado en los apartados 7.2 y 7.3.

Una vez comprobada la bondad de ambos experimentos, pueden calcularse los respectivos coeficientes de transferencia de calor, con el objetivo de encontrar una expresión generalizada, ver ecuación (7.6), a partir de un análisis multivariable como el llevado a cabo en el capítulo 6.

En el diagrama de bloques de la figura siguiente (Fig. 83) se muestra un resumen de la metodología a seguir.

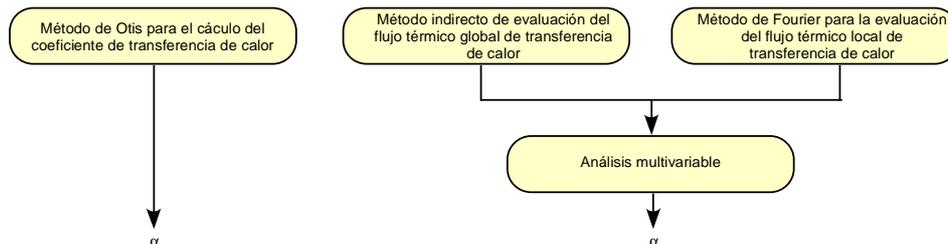


Fig. 83: Esquema de la metodología a seguir para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor (α).

Finalmente quedaría por evaluar el calor generado por fricción. Con la ayuda de una célula de carga sería posible determinar dicha magnitud y construir un modelo capaz de predecir su evolución. No obstante, para la realización de esta Tesis Doctoral se ha considerado que este calor de fricción estará incluido en las pérdidas por transferencia de calor.

7.6 Banco de ensayos para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor

Básicamente el diseño expuesto en el capítulo anterior (capítulo 6) podría considerarse casi idéntico al de este ensayo, tal y como puede observarse en el esquema de la Fig. 84 (a). Por esta razón no se volverán a comentar los detalles técnicos del banco.

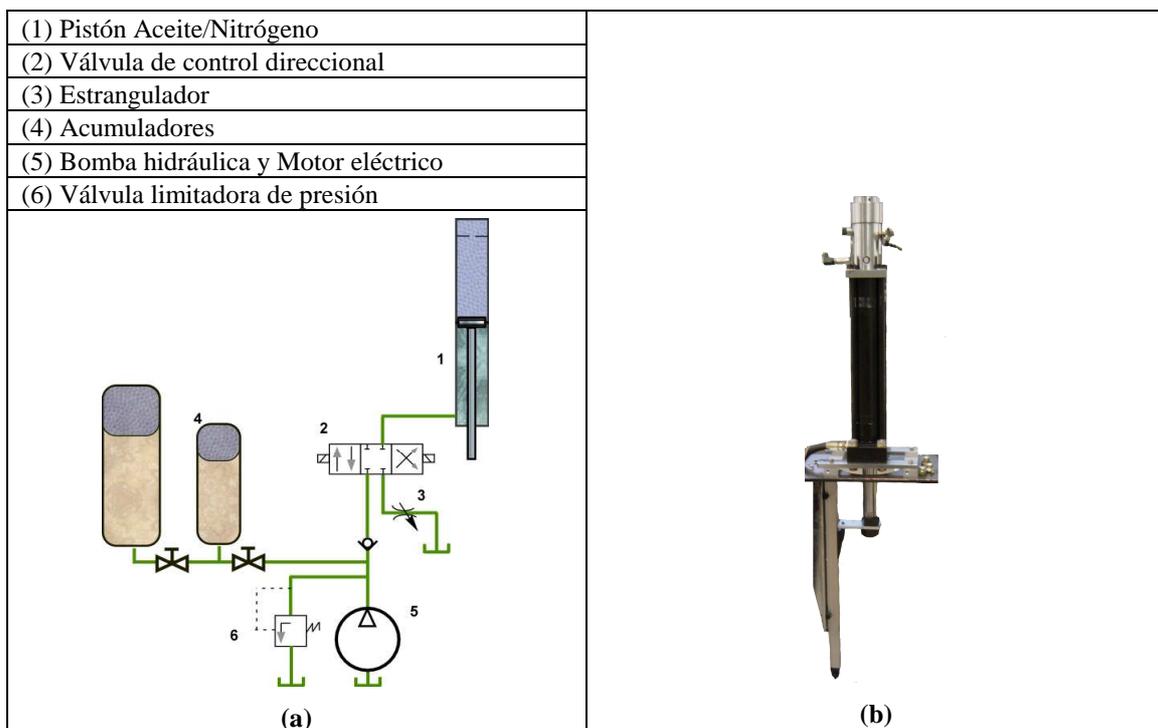


Fig. 84: (a) Esquema del banco de ensayos para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor. (b) Unidad experimental para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor.

Para la realización del experimento, el aceite desplazará el cilindro de la suspensión comprimiendo el volumen comprendido dentro del recinto, tal y como se ha explicado en el apartado 7.1. En este caso y debido a la cantidad de volumen a desplazar serán necesarios ambos acumuladores para conseguir una compresión más rápida.

Aunque en el apartado anterior no se haya comentado, no se ha utilizado directamente la presión de la bomba por culpa de la sensibilidad de los sensores de presión dinámica a sus pulsaciones, las cuales ensucian la señal eléctrica gravemente y sin necesidad.

El cambio más significativo en este ensayo lo sufre la unidad experimental, ya que tal y como se ha comentado en apartados anteriores (véase 6.7) estará compuesta únicamente del cilindro de la suspensión. El pistón de aceite de la prueba del coeficiente de descarga desaparecerá de la unidad a ensayar, tal y como puede observarse en la figura Fig. 84 (b).

Para finalizar, indicar que el desplazamiento del pistón será monitorizado mediante un sensor de posición totalmente diferente al utilizado en la prueba del coeficiente de descarga, puesto que el rango de posición no tiene que ver en absoluto con el experimento expuesto en el capítulo 6.

7.7 Banco de ensayos para suspensiones

El modelo de transferencia de calor de la suspensión neumática, o el modelo de predicción, el cuál se expondrá en capítulos futuros, y su posterior validación mediante la experimentación, comprende una serie de conceptos que relacionan la perturbación a la que es sometida la suspensión con las variables que afectan a la respuesta termodinámica del fluido, como son el área de transferencia de calor y el volumen.

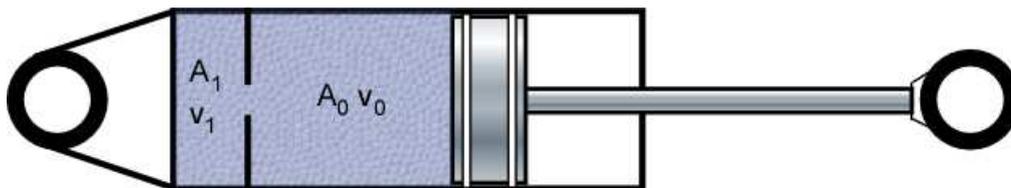


Fig. 85: Unidad experimental a ensayar

Observando la figura anterior (Fig. 85), se deduce que el volumen del recinto "1" es constante, como también lo es el área de las paredes en contacto con el gas que lo ocupa. En el caso de ser un depósito cilíndrico, se tendrá:

$$A_1 = \pi d_1^2/4 + \pi d_1 s_1$$

$$V_1 = \pi d_1^2/4 \cdot s_1$$

Por otra parte, tanto el volumen como el área expuesta al gas en el recinto "0" (véase Fig. 85) variarán dependiendo del recorrido del émbolo. Es habitual, al ensayar la suspensión utilizar una prueba cíclica, de manera que el movimiento del émbolo, siga una ley senoidal con una determinada amplitud A y frecuencia angular ω [rad/s].

Para modelizar el recorrido del émbolo según una ley senoidal, existen mecanismos equivalentes, como por ejemplo, el "yunque o yugo escocés" esquematizado en la Fig. 86 que tienen idéntico comportamiento.

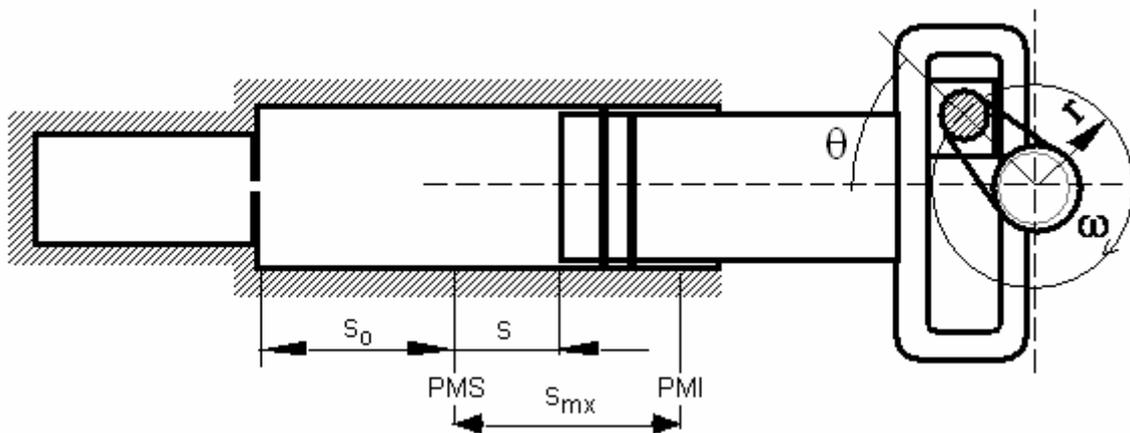


Fig. 86: Mecanismo de yugo escocés

Para este caso particular, las expresiones adimensionales de carrera, velocidad y aceleración del émbolo se reducen a:

$$x = \frac{s}{r} = 1 - \cos \theta$$

$$\dot{x} = \frac{v}{r \omega} = \text{sen } \theta$$

$$\ddot{x} = \frac{a}{r \omega^2} = \cos \theta$$

El radio de la manivela, será precisamente la mitad de la carrera máxima seguida por el émbolo.

$$r = s_{mx}/2$$

$$\theta = \omega t$$

$$\theta = 0^\circ \text{ en el PMS cuando } s = 0$$

En la siguiente figura (Fig. 87) se representan gráficamente las citadas funciones adimensionalizadas de posición, velocidad, y aceleración:

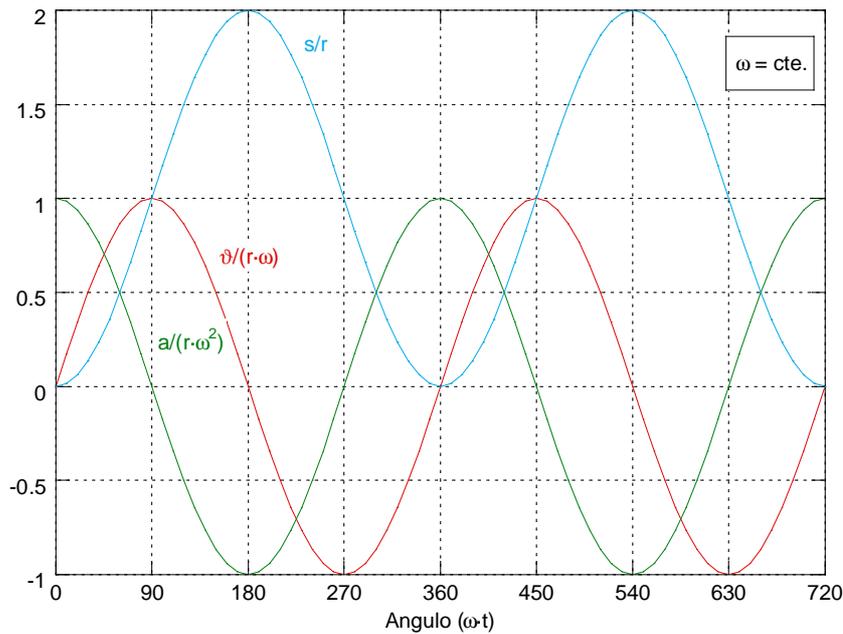


Fig. 87: Representación gráfica de la posición, velocidad y aceleración del émbolo para una excitación senoidal.

Los diversos modelos de predicción y diagnóstico de la evolución de las variables de interés en la suspensión neumática estudiada, requieren evaluar en cada instante el volumen ocupado por el nitrógeno en cada cámara así como su tasa de variación con respecto al tiempo (o a la posición del émbolo). Por otra parte, el submodelo de transferencia de calor, requiere conocer el área de las paredes de los volúmenes de control en contacto con el gas.

El volumen ocupado por el gas en el recinto "0" (véase Fig. 85) y el área de la superficie de confinamiento correspondiente, dependen de la posición del émbolo y vendrá dado respectivamente por:

$$A_0(\omega t) = A_{PMS} + \pi d_0 s$$

$$V_0(\omega t) = V_{PMS} + \frac{1}{4} \pi d_0^2 s$$

Sustituyendo el valor de la carrera instantánea (s),

$$A_0(\omega t) = A_{PMS} + \pi d_0 \left\{ \frac{1}{2} s_{0, \text{mx}} [1 - \cos(\omega t)] \right\}$$

$$V_0(\omega t) = V_{PMS} + \frac{1}{4} \pi d_0^2 \left\{ \frac{1}{2} s_{2, \text{mx}} [1 - \cos(\omega t)] \right\}$$

Siendo

$$A_{PMS} = \pi d_0^2/4 + \pi d_0 s_0 \quad \text{y}$$

$$V_{PMS} = \pi d_2^2/4 \cdot s_0$$

quedará:

$$A_0(\omega t) = \pi d_0^2/4 + \pi d_0 (s_0 + s)$$

$$V_0(\omega t) = \pi d_0^2/4 \cdot (s_0 + s)$$

A partir de este punto será interesante deducir otras expresiones de interés. Por ejemplo la potencia instantánea desarrollada por el émbolo en un instante cualquiera del ciclo

$$W = F \frac{ds}{dt} = \frac{\pi d_0^2}{4} p_0 \frac{s_{mx}}{2} \omega \text{sen}(\omega t)$$

o la energía consumida en la primera mitad del ciclo,

$$E = \int_0^{s_{mx}} F ds = \frac{\pi d_0^2 s_{mx} \omega}{8} \int_0^{\pi} p_0 \text{sen} \theta d\theta$$

En la Fig. 88 se muestra una vista del banco de ensayos y su correspondiente esquema neumático:

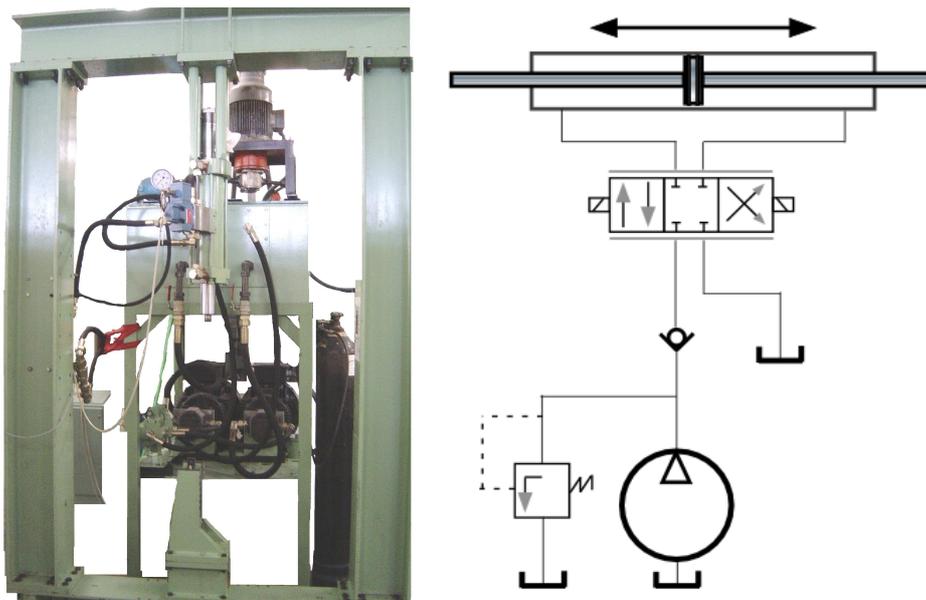


Fig. 88: Banco de pruebas de suspensiones neumáticas

Tabla 9: Datos técnicos iniciales del banco de ensayos de suspensiones

2 Motores trifásicos 37 kW y 1475 rpm
2 Bombas Roquet (1PLC100DH09MB) ($C_v = 66 \text{ cm}^3/\text{vuelta}$)

Según estos datos y siguiendo los cálculos descritos en el apartado 6.8, la presión máxima que aguantarían los motores sería de 215 bar aproximadamente. Si se supone que no hay pérdidas de presión a través de las válvulas y conductos del circuito la máxima fuerza que el actuador del banco puede ejercer sobre la suspensión con un diámetro de 8 centímetros será de 109 kN aproximadamente.

7.8 Síntesis de resultados

Llegados a este punto, el objetivo es mostrar los resultados de las pruebas experimentales llevadas a cabo según lo expuesto en los apartados anteriores. En primer lugar se mostrarán los resultados del experimento para el método de Otis. Finalmente se mostrarán los registros experimentales obtenidos mediante el banco de suspensiones y que servirán para obtener una expresión generalizada para el coeficiente de transferencia de calor.

Mediante el experimento propuesto por Otis [17] y gracias al banco experimental descrito en el apartado 7.6, se ha podido reconstruir el coeficiente de transferencia de calor mediante el registro de la presión del gas y del desplazamiento del pistón. A partir de la integración de la ecuación de los gases y de la energía se han obtenido las evoluciones de la temperatura y del calor transferido por el gas durante el ensayo, ver Fig. 89 (a) y Fig. 89 (b). Finalmente se muestra una comparación entre la evolución de la constante de tiempo térmica obtenida de forma experimental y la obtenida mediante la fórmula generalizada del método propuesto por Otis [17], véase ecuación (7.25). También se ha incluido una constante térmica media, ya que según Els [3] ajusta perfectamente para el caso de la suspensión neumática. Como puede observarse en la Fig. 90, la correlación es buena.

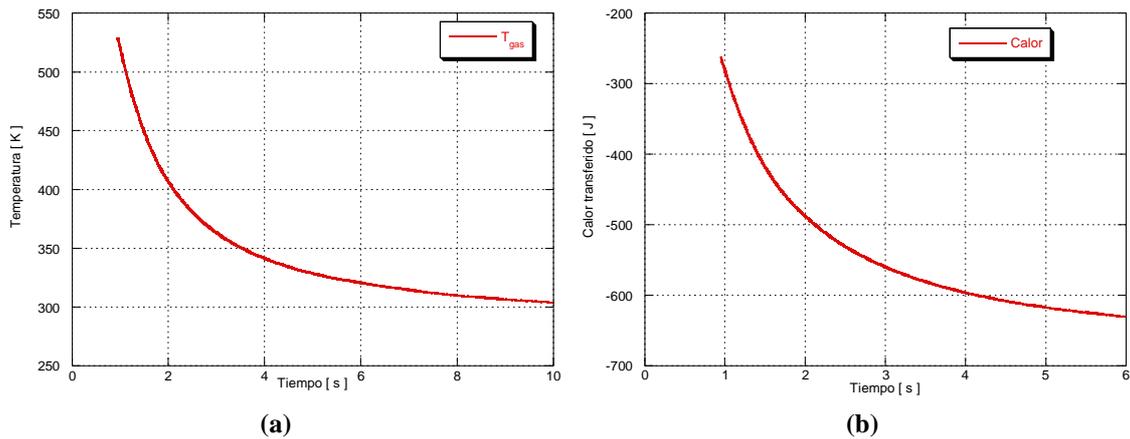


Fig. 89: (a) Temperatura integrada en función del tiempo. (b) Calor integrado en función del tiempo.

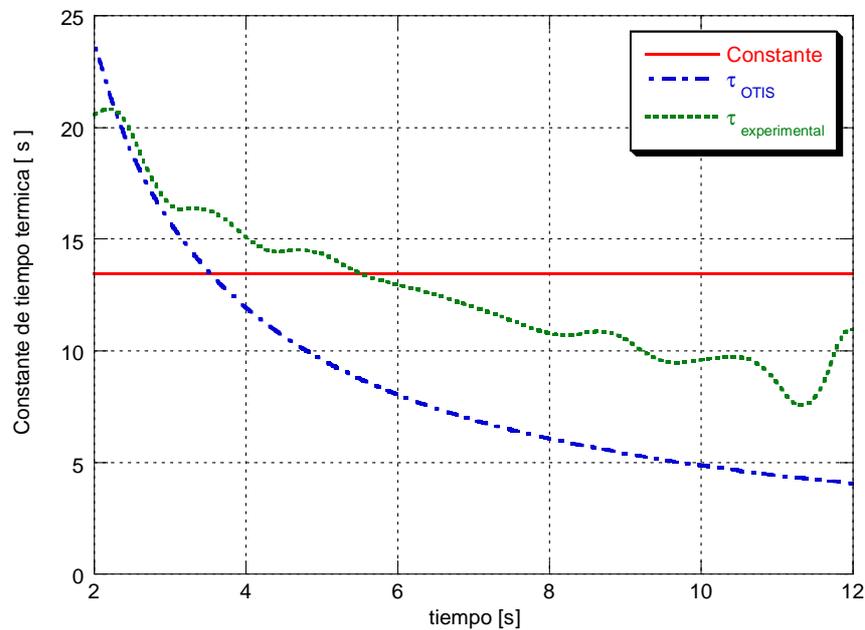


Fig. 90: Evolución de la constante de tiempo térmica experimental frente a la fórmula de Otis [17] en función del tiempo.

Una vez comprobada la bondad de la fórmula de Otis para una compresión súbita, la representación de resultados se centrará en la exposición de las evoluciones obtenidas para el estudio del coeficiente de transferencia de calor, mediante el método indirecto de evaluación del flujo térmico instantáneo global, tal y como se ha comentado en el apartado 7.2.

Cómo en el caso del experimento anterior, se han registrado las evoluciones de la presión en el interior de las cámaras y del desplazamiento del pistón. Siguiendo las explicaciones del apartado 7.2, se han obtenido las evoluciones de temperatura y del flujo térmico global. Las gráficas que se muestran a continuación (Fig. 91 a Fig. 93) son para la suspensión de una sola cámara y para dos ensayos realizados en el banco de

pruebas para suspensiones descrito en el apartado 7.7, a una frecuencia de excitación de 0.1 Hz y 1 Hz respectivamente y amplitudes diferentes. Es importante indicar que para ambos ensayos se ha representado el cuarto ciclo de excitación y que la presión de carga en el punto muerto inferior para ambos casos era de 43 bar.

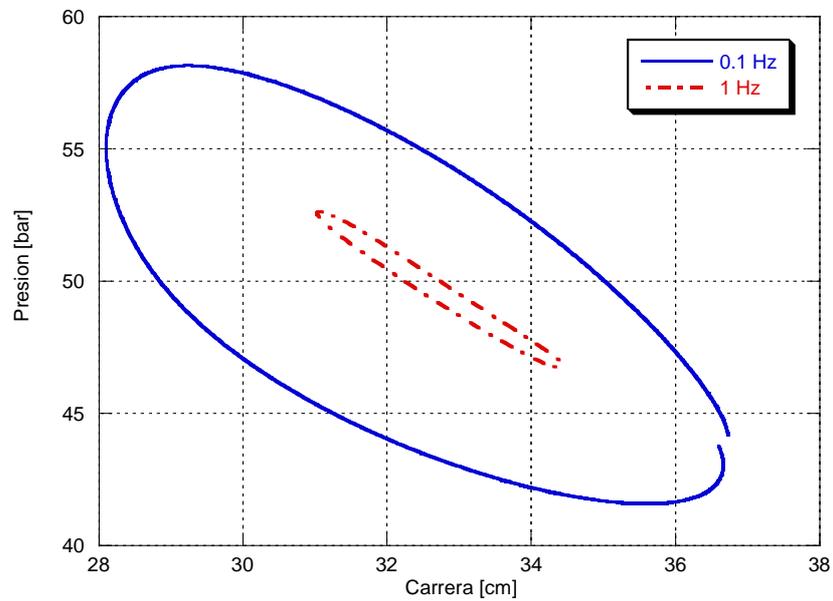


Fig. 91: Registro de presión en función de la carrera a diferentes frecuencias de excitación.

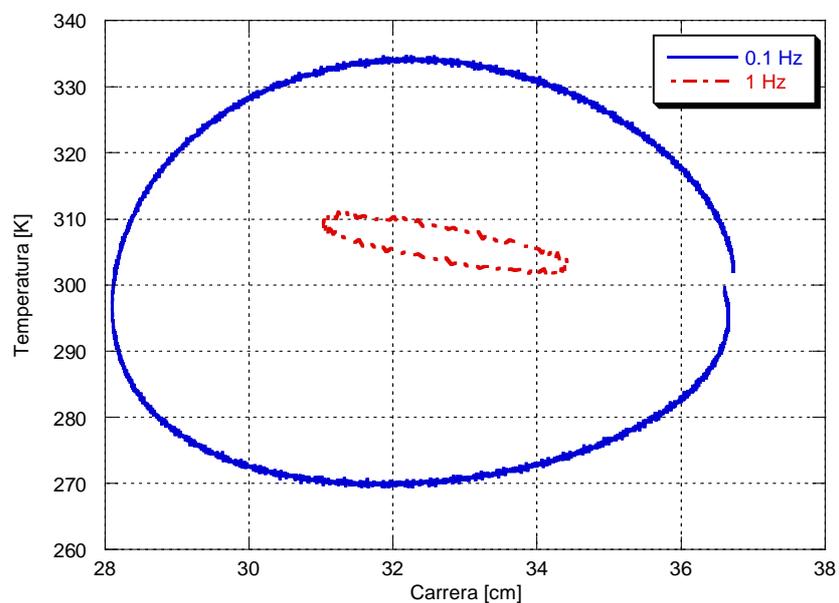


Fig. 92: Evolución de la temperatura en función de la carrera a diferentes frecuencias de excitación.

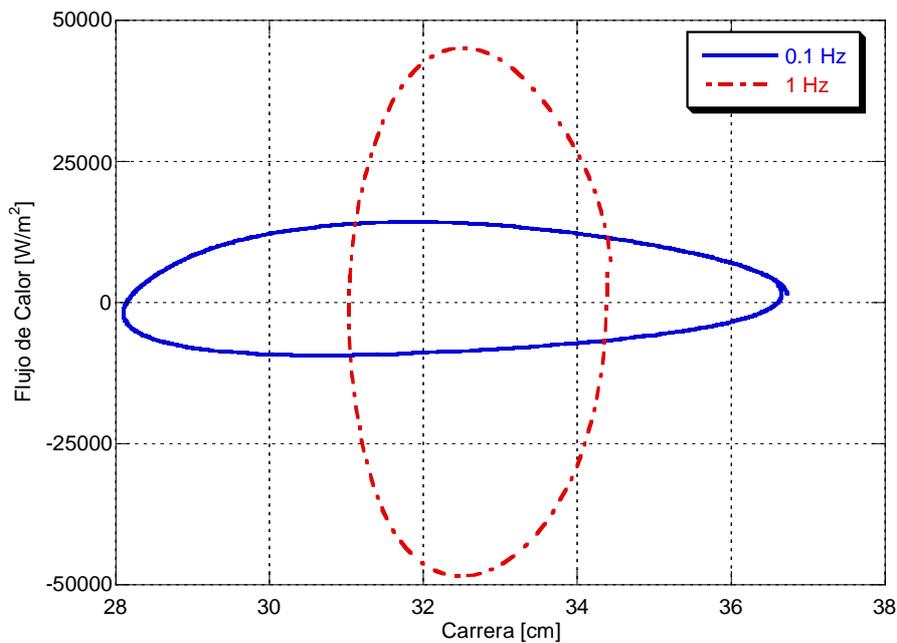


Fig. 93: Evolución del flujo de transferencia de calor global instantáneo en función de la carrera a diferentes frecuencias de excitación.

Finalmente, resta por mostrar el procesado de los resultados experimentales según el método de Fourier expuesto en el apartado 7.3. La unidad experimental se ha dotado de diferentes sondas de temperatura como se muestra en la figura Fig. 94. (a), en el gráfico adjunto, véase Fig. 94 (b), se muestran las evoluciones de la temperatura de la pared registrada por dos sondas.

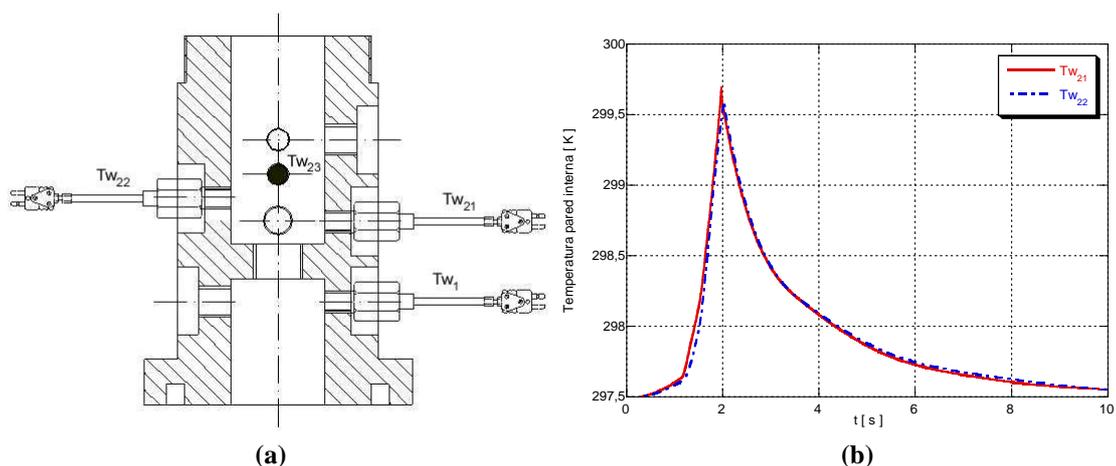


Fig. 94: (a) Plano de la situación de las sondas de temperatura superficial en la unidad experimental. (b) Detalle de la temperatura de pared interna registrada por las sondas T_{w21} y T_{w22} según figura (a), para una compresión súbita a $p_{carga} = 1$ bar.

A continuación se muestra la evolución de la temperatura de la pared, véase Fig. 95, la cuál ha sido registrada por una sonda de temperatura superficial sometida a una perturbación senoidal en el banco de pruebas para suspensiones, véase apartado 7.7,

dicha señal se compara con el ajuste mediante el método de Fourier expuesto en el apartado 7.3. También se ha incluido en la Fig. 96 la evolución de la temperatura del gas, para poder observar el desfase existente entre ambas, debido a la inercia térmica de la pared. En los gráficos siguientes se muestra el flujo local de calor transferido, véase Fig. 97, y el calor global transferido en la Fig. 98, obtenido a partir de la señal promediada de las sondas restantes y bajo la hipótesis que el calor se transfiere equitativamente por toda la superficie de la unidad experimental.

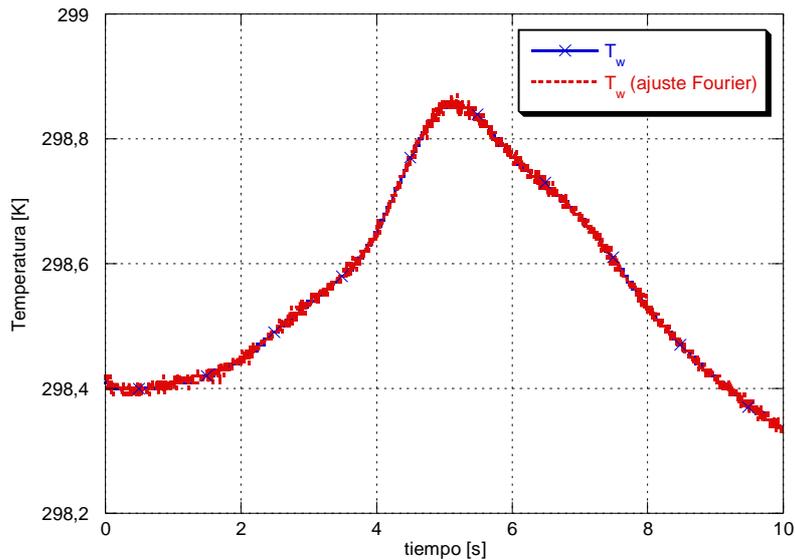


Fig. 95: Evolución de la temperatura de la pared frente al ajuste mediante el método de Fourier en función del tiempo para una frecuencia de excitación de 0.1 Hz.

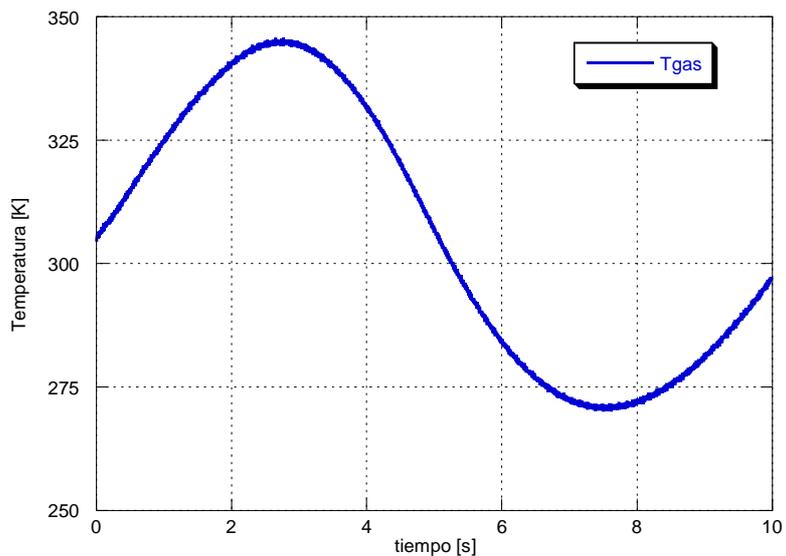


Fig. 96: Evolución de la temperatura del gas en función del tiempo para una frecuencia de excitación de 0.1 Hz.

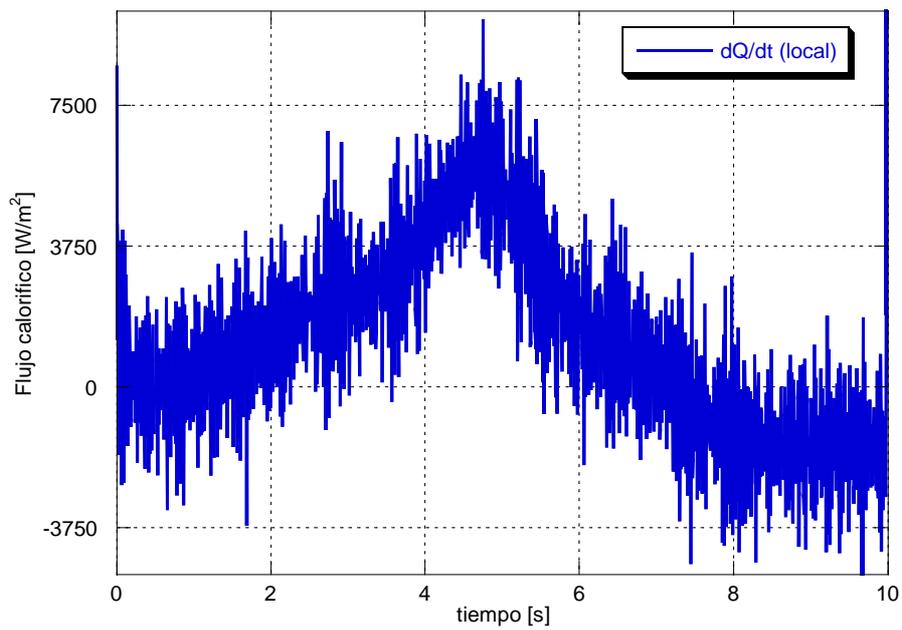


Fig. 97: Evolución del flujo de calor local transferido entre el gas y la pared en función del tiempo para una frecuencia de excitación de 0.1 Hz.

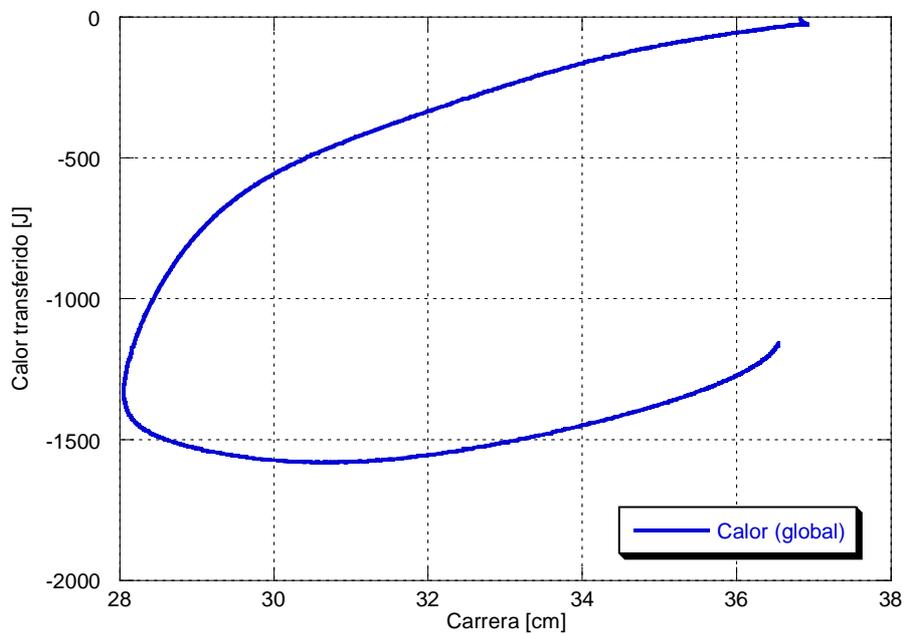


Fig. 98: Evolución del calor global transferido entre el gas y la pared en función de la carrera para una frecuencia de excitación de 0.1 Hz.

Mediante la aplicación de estos últimos dos métodos, se ha demostrado que es posible obtener el flujo instantáneo de transferencia de calor a partir de los registros experimentales de presión y de temperatura superficial de la pared interna. En consecuencia, será factible la obtención del coeficiente de transferencia de calor global e instantáneo a partir de la ecuación (7.1). En la figura siguiente (Fig. 99), se muestra una comparación de los dos coeficientes de convección obtenidos. Las discrepancias entre uno y otro son debidas sobretodo a que el calor no se transfiere estrictamente de forma equitativa a través de la superficie de la unidad experimental, además de que únicamente se dispone de cuatro sondas de temperatura superficial. Es evidente que cuantas más sondas se colocasen, más precisión se podría obtener.

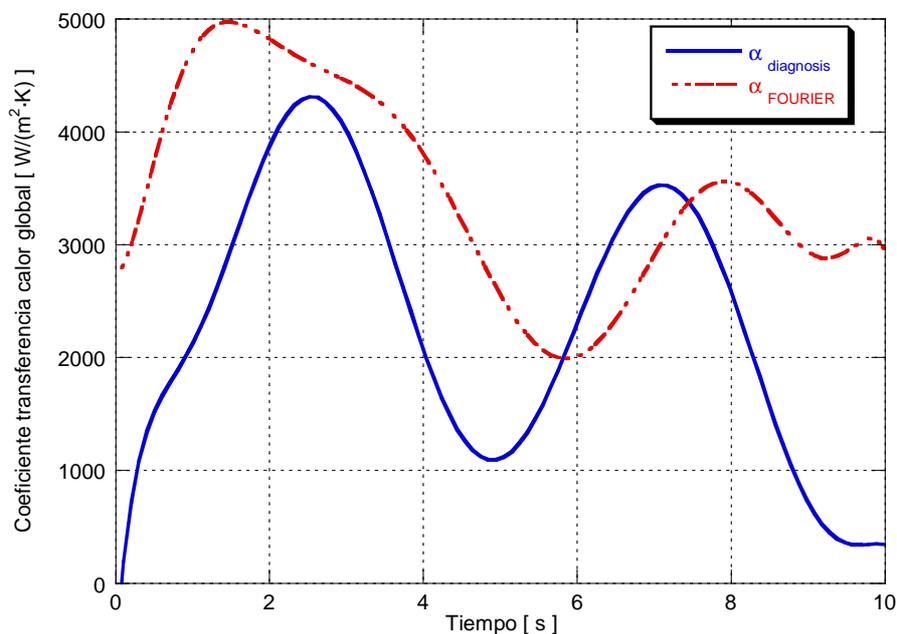


Fig. 99: Evolución del coeficiente de transferencia de calor global en función del tiempo para el método indirecto (diagnosis) y para el método de Fourier.

Como ya se ha visto en el capítulo 6, para el caso del coeficiente de descarga, y siguiendo el diagrama de bloques de la Fig. 83, se ha realizado una regresión multivariable con los datos experimentales procesados para ambos métodos, véase Fig. 101. Para obtener el coeficiente de transferencia de calor, es necesario conocer con anterioridad el número de Reynolds y el de Nusselt, ver Fig. 100 (a) y Fig. 100 (b), respectivamente.

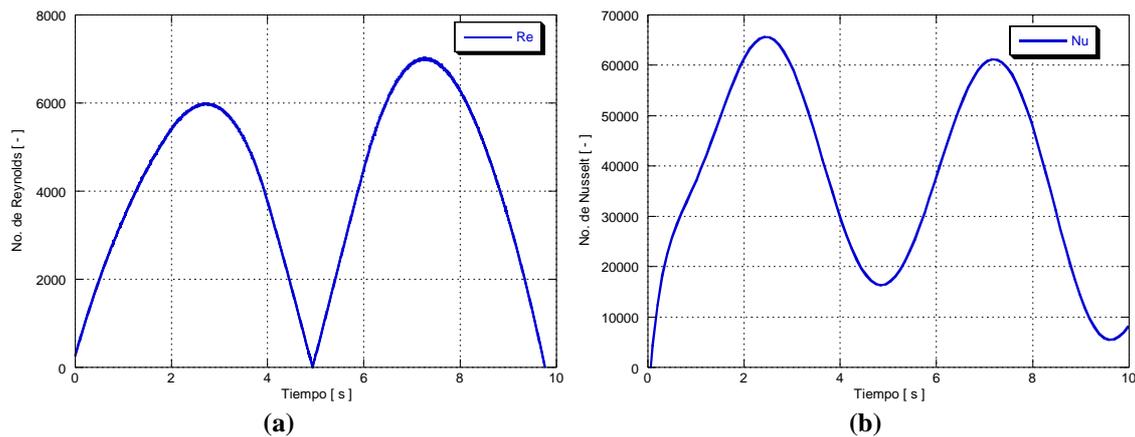


Fig. 100: (a) Evolución del número de Reynolds en función del tiempo para una frecuencia de excitación de 0.1 Hz. (b) Evolución del número de número de Nusselt en función del tiempo para una frecuencia de excitación de 0.1 Hz.

Las frecuencias de excitación ensayadas están comprendidas entre los 0.05 Hz y los 2 Hz, para diferentes amplitudes, obteniéndose un número de Nusselt para el caso de una sola cámara como el que sigue,

$$Nu = 27.373 Re^{0.851} \tag{7.45}$$

En el caso de la suspensión de doble cámara se ha mantenido la misma expresión anterior, véase (7.45), para la cámara de volumen variable, puesto que es la misma. Sin embargo para la cámara de volumen fijo el resultado obtenido ha sido el siguiente:

$$Nu = 68.783 Re^{0.49} \tag{7.46}$$

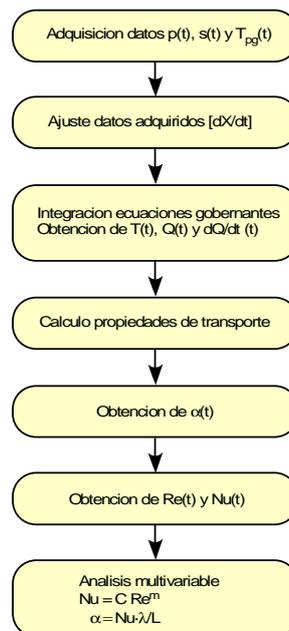


Fig. 101: Esquema del modelo de diagnóstico desarrollado para la obtención del coeficiente de transferencia de calor.