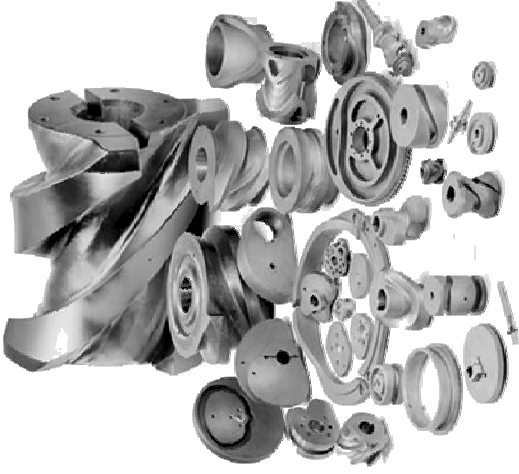


UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA INDUSTRIAL DE BARCELONA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

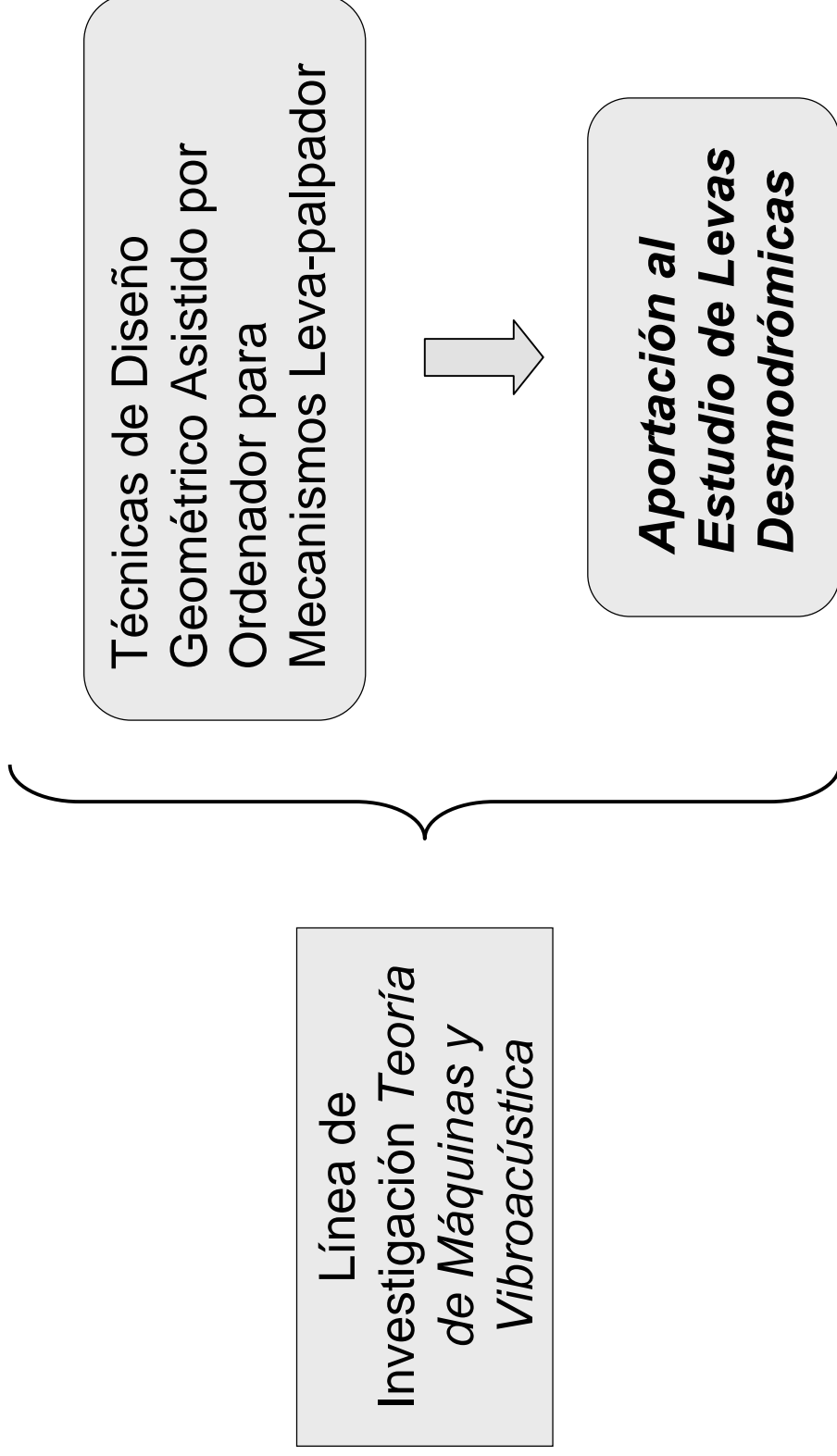
# **APORTACIÓN AL ESTUDIO DE LEVAS DESMODRÓMICAS**

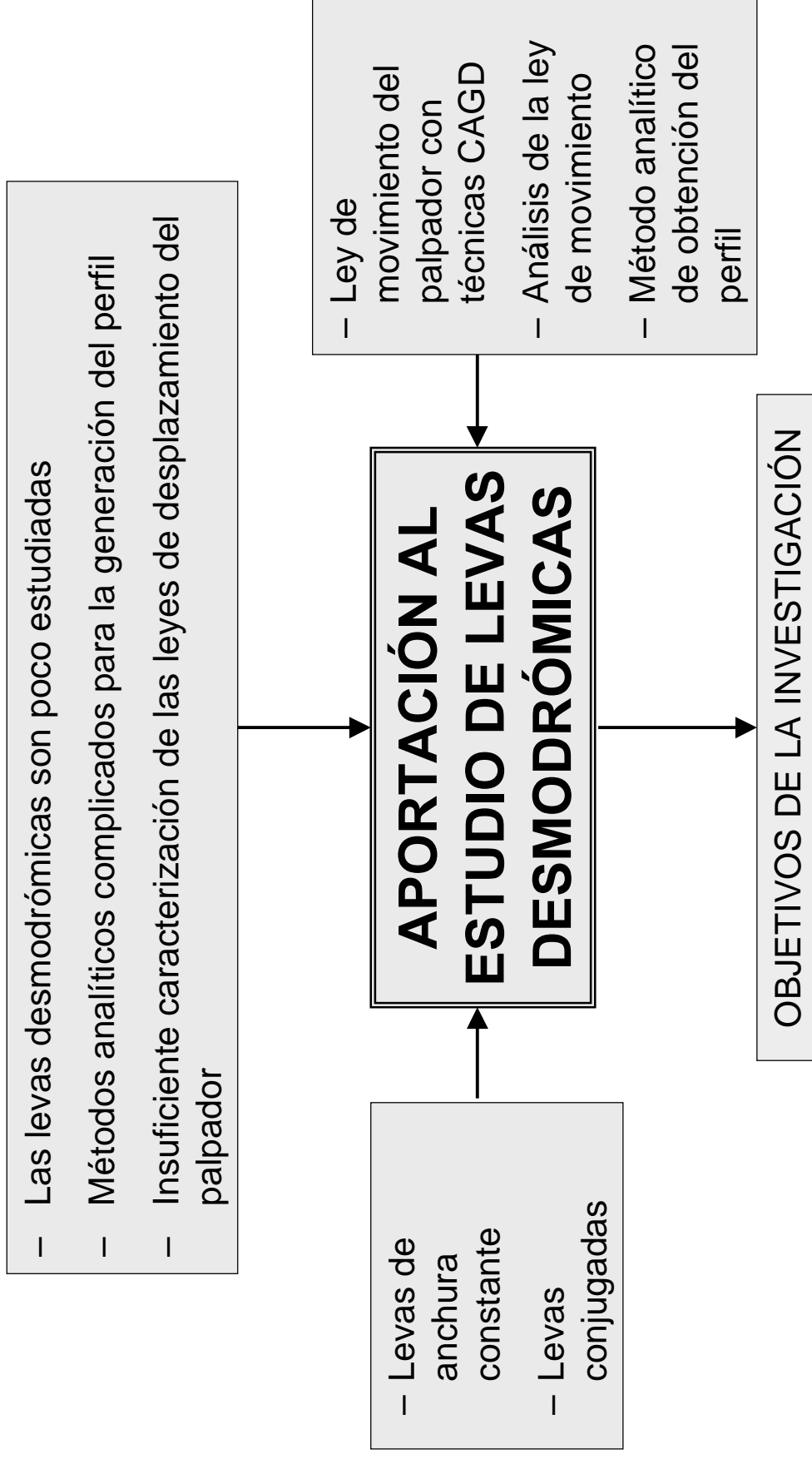


ENRIQUE ERNESTO ZAYAS FIGUERAS



- **Introducción**
- **Diseño de la investigación**
- **Objetivos de la investigación**
- **Generalidades de los mecanismos de levas**
- **Estado actual en el diseño de mecanismo leva-palpador**
- **Método analítico-geométrico de generación del perfil de anchura constante. Síntesis y análisis de la ley de desplazamiento del palpador**
- **Método analítico-vectorial de generación de perfiles de levas conjugadas y de anchura y diámetro constante**
- **Conclusiones y recomendaciones**



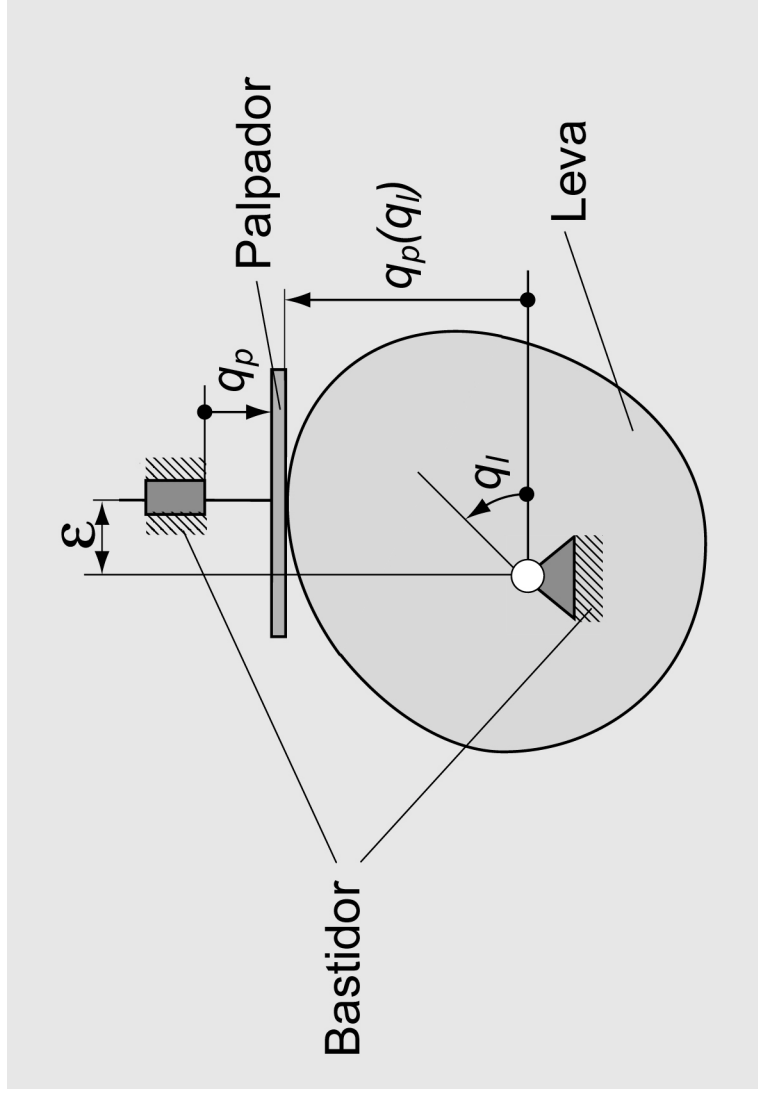




- **Aportar fundamentos teóricos relacionados con el análisis y la síntesis de los mecanismos leva-palpador desmodrómicos planos**
- **Desarrollar un método analítico-geométrico para la generación del perfil de levas de anchura constante. Caracterizar las leyes de desplazamiento del palpador en los mecanismos de anchura constante obtenidos a partir de este método**
- **Desarrollar un método analítico-vectorial, sencillo y conciso, para la obtención del perfil de levas conjugadas y de anchura y diámetro constante dentro de las desmodrómicas planas**



## *El mecanismo Leva-palpador*





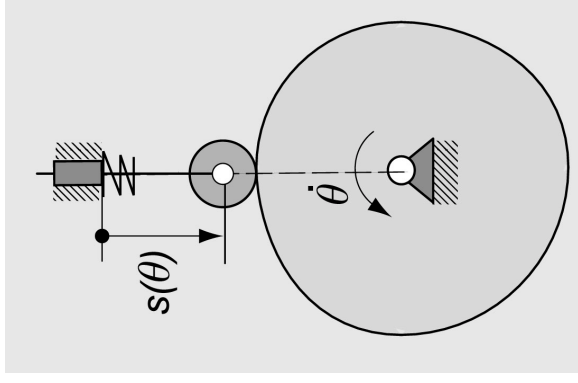
## ***Clasificación de los mecanismos leva-palpador:***

- Según la geometría de la leva
- Según la geometría del extremo del palpador
- Según el tipo de movimiento del palpador
- Según el tipo de cierre del par cinemático superior
- Según el plano de movimiento de la leva y del palpador
- Según las restricciones impuestas al movimiento del palpador
- Según el programa de movimiento que ha de cumplir el palpador



## ***Clasificación del mecanismo leva-palpador según el tipo de cierre del par cinemático superior:***

- 1. Con cierre por fuerza**
- 2. Con cierre por forma (desmodrómico)**



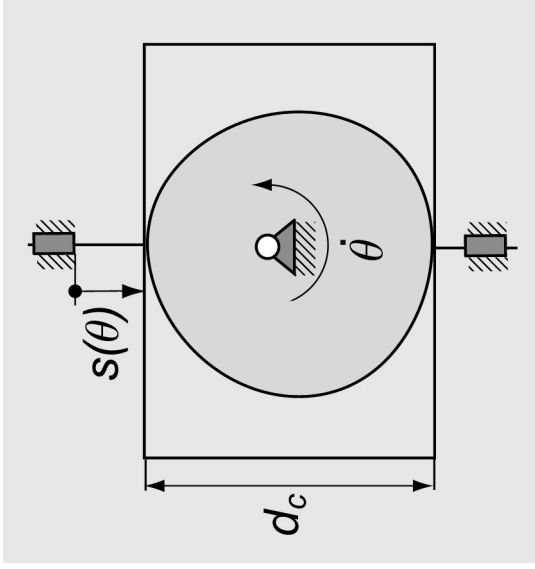
Leva y palpador con muelle de retorno



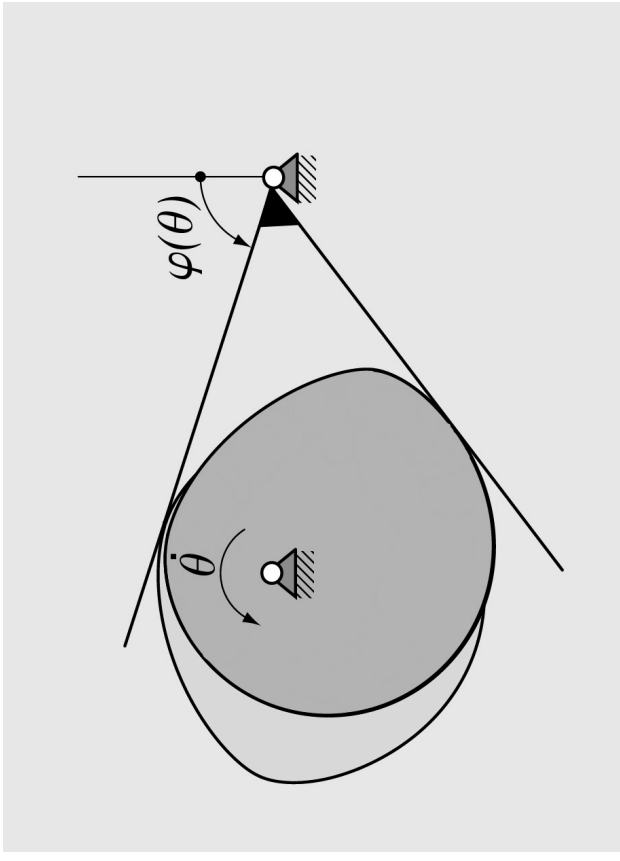


## ***Clasificación del mecanismo leva-palpador según el tipo de cierre del par cinemático superior:***

- 1. Con cierre por fuerza**
- 2. Con cierre por forma (desmodrómico)**



Leva de anchura constante



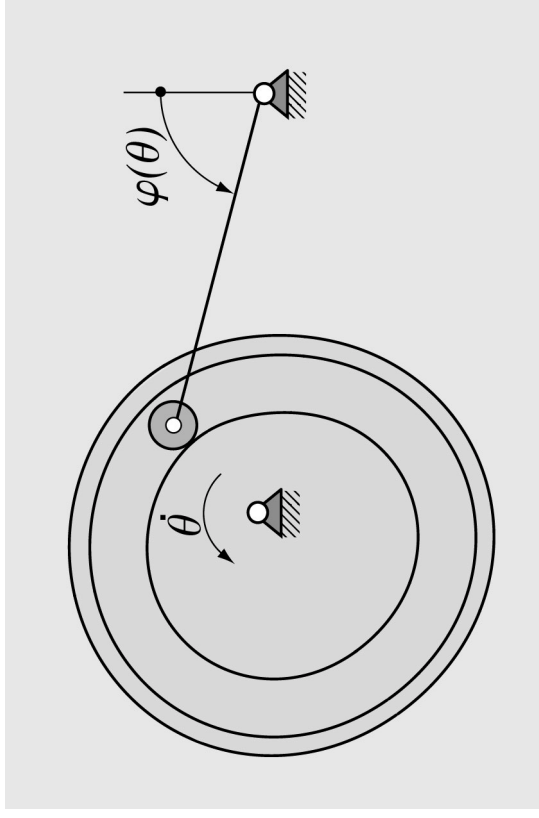
Levas conjugadas



## **Mecanismos leva-palpador desmodrómicos**

**planos con:**

- Leva de cara ranurada
- Leva de anchura y de diámetro constante
- Levas conjugadas

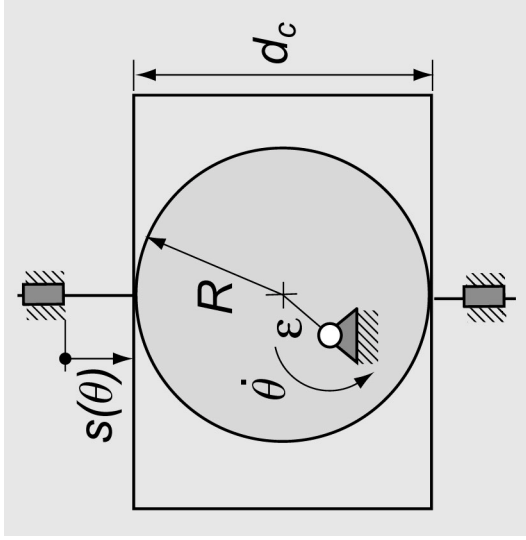


Leva de cara ranurada



## Mecanismos leva-palpador desmodrómicos planos con:

- Leva de cara ranurada
- Leva de anchura y de diámetro constante
- Levas conjugadas



a) Leva de anchura constante



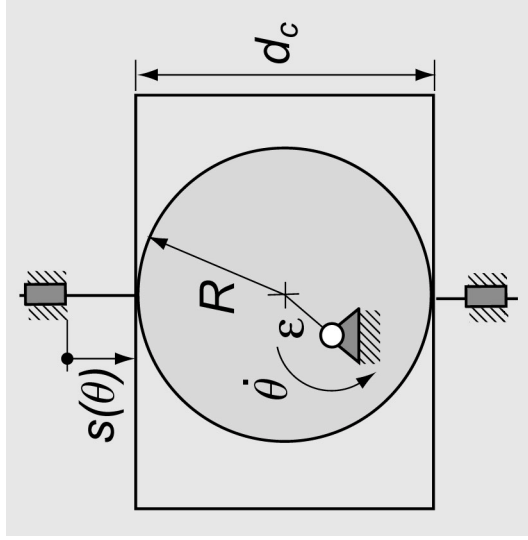
## Mecanismos leva-palpador desmodrómicos

planos con:

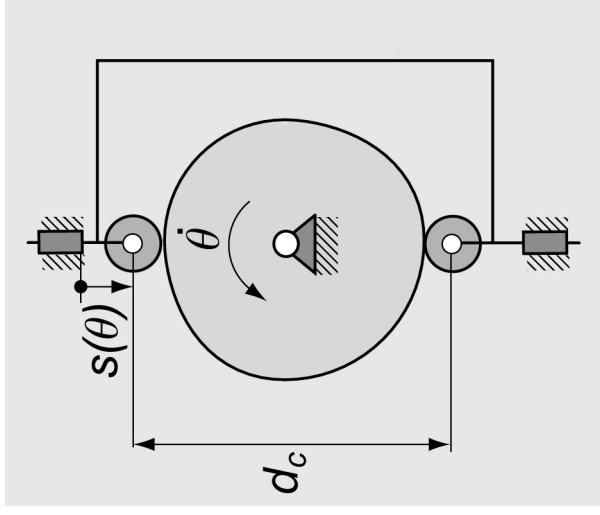
– Leva de cara ranurada

– Leva de anchura y de diámetro constante

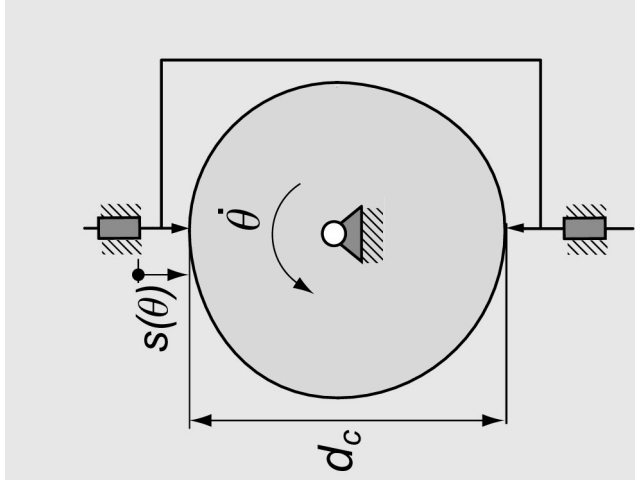
– Levas conjugadas



a) Leva de anchura constante



b) Levas de diámetro constante



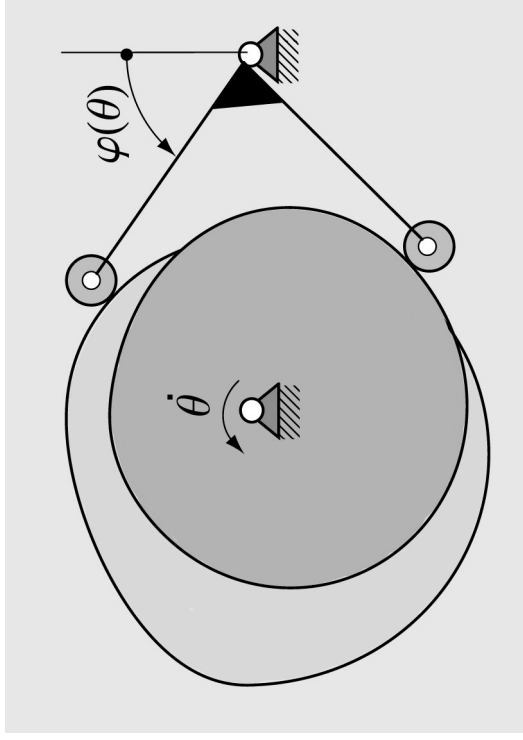


## Mecanismos leva-palpador desmodrómicos

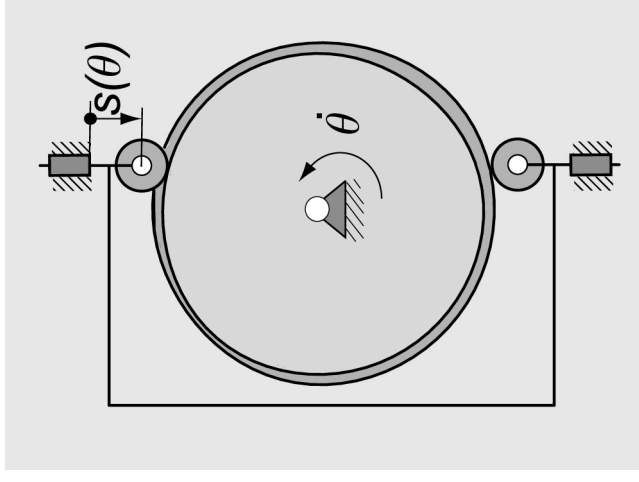
planos con:

- Leva de cara ranurada
- Leva de anchura y de diámetro constante

### – Levas conjugadas



a) Levas conjugadas con palpador rotatorio



b) Levas conjugadas con palpador translatatorio

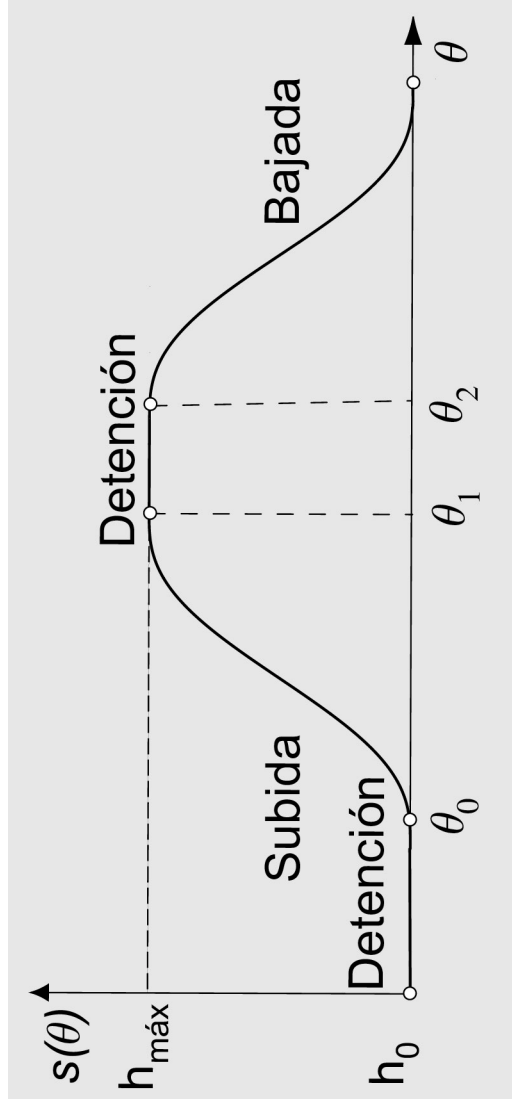


## ***Secuencia de diseño de un mecanismo de leva:***

**1. Especificación de la ley de desplazamiento del palpador**

**2. Obtención del perfil**

**3. Comprobación del perfil obtenido**



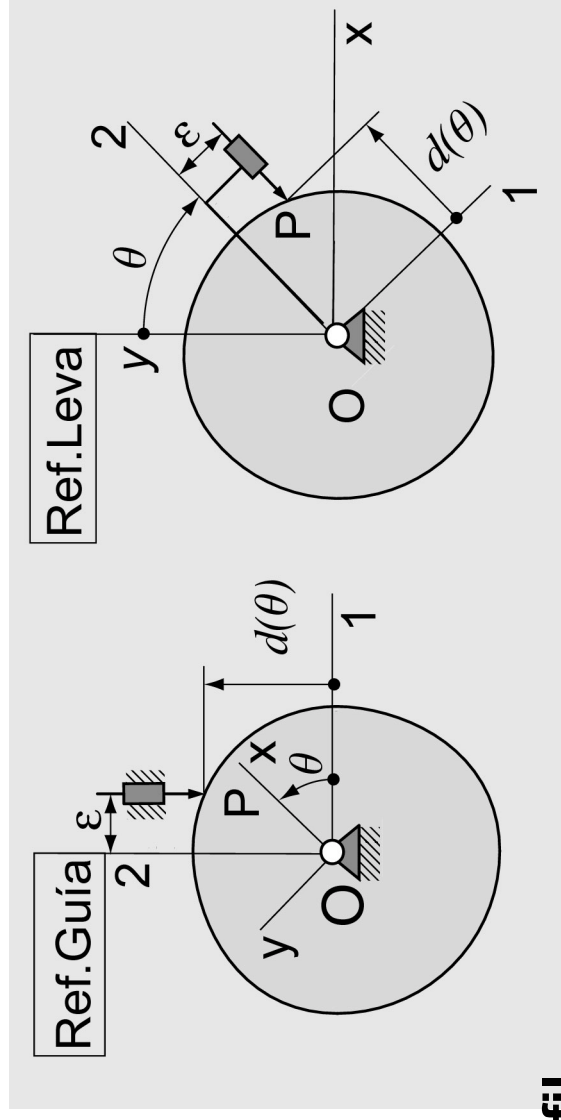


## ***Secuencia de diseño de un mecanismo de leva:***

**1. Especificación de la ley de desplazamiento del palpador**

**2. Obtención del perfil**

**3. Comprobación del perfil obtenido**



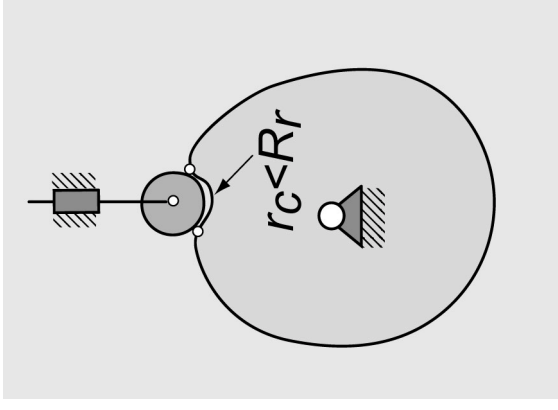


## ***Secuencia de diseño de un mecanismo de leva:***

**1. Especificación de la ley de desplazamiento del palpador**

**2. Obtención del perfil**

**③ Comprobación del perfil obtenido**







## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador:***

### **1. Métodos tradicionales:**

- Polinomios algebraicos en base canónica
- Polinomios trigonométricos en base de Fourier

$$s(\theta) = \sum_{i=1}^n a_i \theta^i = a_0 + a_1 \theta + a_2 \theta^2 + \dots + a_n \theta^n$$

### **2. Métodos propios para el CAGD:**

- Polinomios algebraicos con base de Bernstein
- Polinomios definidos a trozos con base B-spline
- Polinomios trigonométricos con base análoga a la de Bernstein
- Polinomios trigonométricos definidos a trozos con base análoga a la B-spline



## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador:***

### **1. Métodos tradicionales:**

- Polinomios algebraicos en base canónica
- Polinomios trigonométricos en base de Fourier

$$s(\theta) = c_0 + \sum_{i=1}^m [s_i \cdot \sin(i \cdot \theta) + c_i \cdot \cos(i \cdot \theta)]$$

### **2. Métodos propios para el CAGD:**

- Polinomios algebraicos con base de Bernstein
- Polinomios definidos a trozos con base B-spline
- Polinomios trigonométricos con base análoga a la de Bernstein
- Polinomios trigonométricos definidos a trozos con base análoga a la B-spline



## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador:***

### **1. Métodos tradicionales:**

- Polinomios algebraicos en base canónica
- Polinomios trigonométricos en base de Fourier

### **2. Métodos propios para el CAGD:**

- Polinomios algebraicos con base de Bernstein
- Polinomios definidos a trozos con base B-spline
- Polinomios trigonométricos con base análoga a la de Bernstein
- Polinomios trigonométricos definidos a trozos con base análoga a la B-spline



## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador:***

### **1. Métodos tradicionales:**

- Polinomios algebraicos en base canónica
- Polinomios trigonométricos en base de Fourier

### **2. Métodos propios para el CAGD:**

- Polinomios algebraicos con base de Bernstein
- Polinomios definidos a trozos con base B-spline
- Polinomios trigonométricos con base análoga a la de Bernstein
- Polinomios trigonométricos definidos a trozos con base análoga a la B-spline



## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador:***

### **1. Métodos tradicionales:**

- Polinomios algebraicos en base canónica
- Polinomios trigonométricos en base de Fourier

### **2. Métodos propios para el CAGD:**

- Polinomios algebraicos con base de Bernstein
- Polinomios definidos a trozos con base B-spline
- Polinomios trigonométricos con base análoga a la de Bernstein
- Polinomios trigonométricos definidos a trozos con base análoga a la B-spline



## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador:***

### **1. Métodos tradicionales:**

- Polinomios algebraicos en base canónica
- Polinomios trigonométricos en base de Fourier

### **2. Métodos propios para el CAGD:**

- Polinomios algebraicos con base de Bernstein
  - Polinomios definidos a trozos con base B-spline
  - Polinomios trigonométricos con base análoga a la de Bernstein
- Polinomios trigonométricos definidos a trozos con base análoga a la B-spline



## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador***

**Desventajas de los métodos tradicionales:**

- Los coeficientes de la expresiones matemáticas, no tienen significado geométrico. Resulta difícil gobernar la forma de la curva modificando los coeficientes.
- Los coeficientes de los polinomios se obtienen al solucionar un sistema de ecuaciones. Sería engorroso automatizar la definición de la ley porque cada caso requiere un tratamiento particular.
- La base canónica de polinomios algebraicos no garantiza estabilidad numérica, especialmente si el grado del polinomio es elevado.
- La imposición de las condiciones de continuidad en la unión entre los tramos de detención, alejamiento y acercamiento , resulta laborioso.



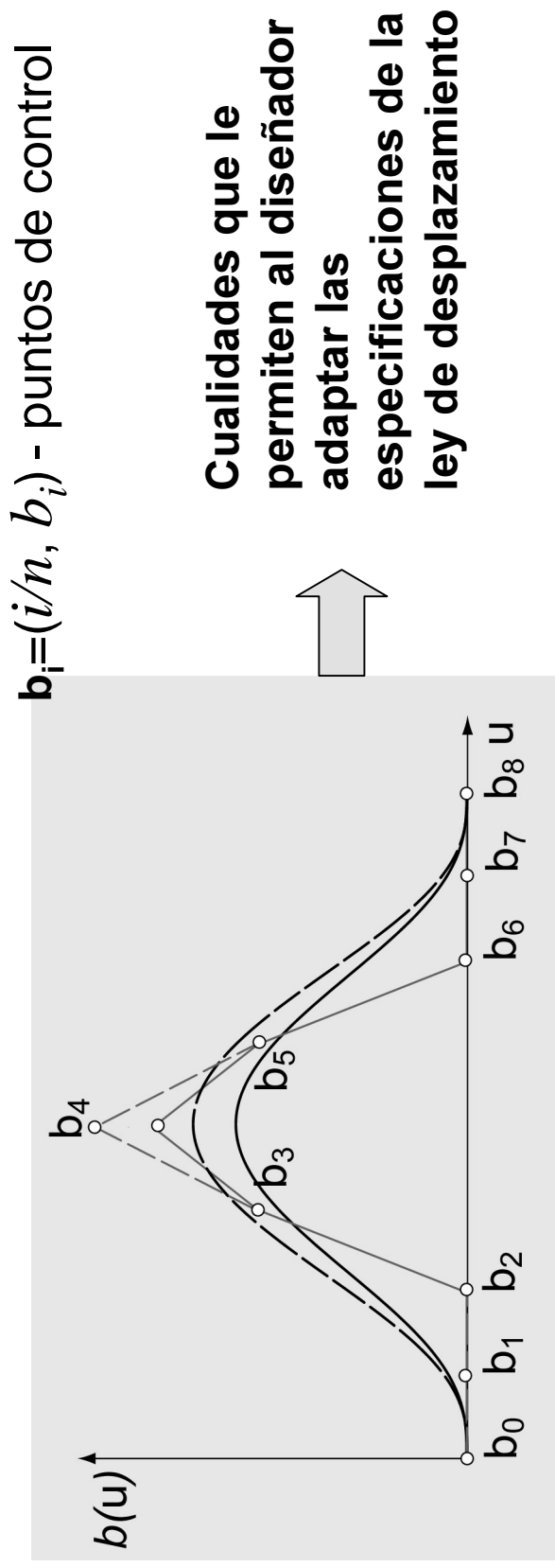
## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador***

### **Métodos propios para el CAGD**

- ⊖ **Polinomios algebraicos con base de Bernstein**

$$b(u) = \sum_{i=0}^n b_i B_i^n(u), \quad B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i}, \quad u \in [0, 1]$$

**Bézier no paramétrico**



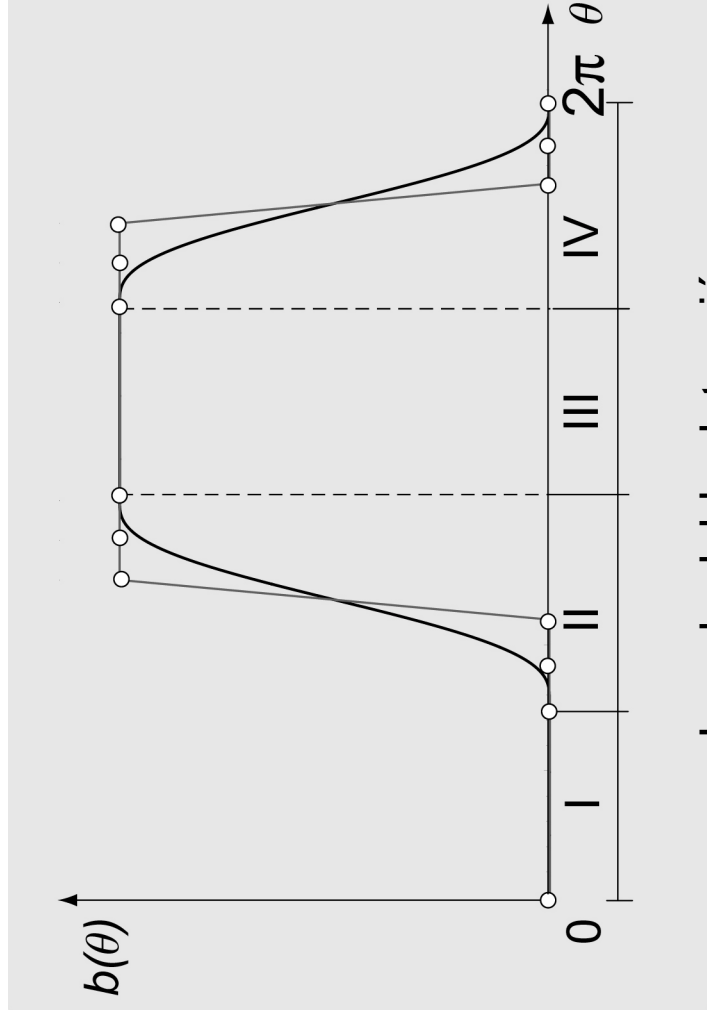




## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador***

### **Métodos propios para el CAGD**

**Ejemplo de ley de desplazamiento definida con curvas de Bézier no paramétricas**





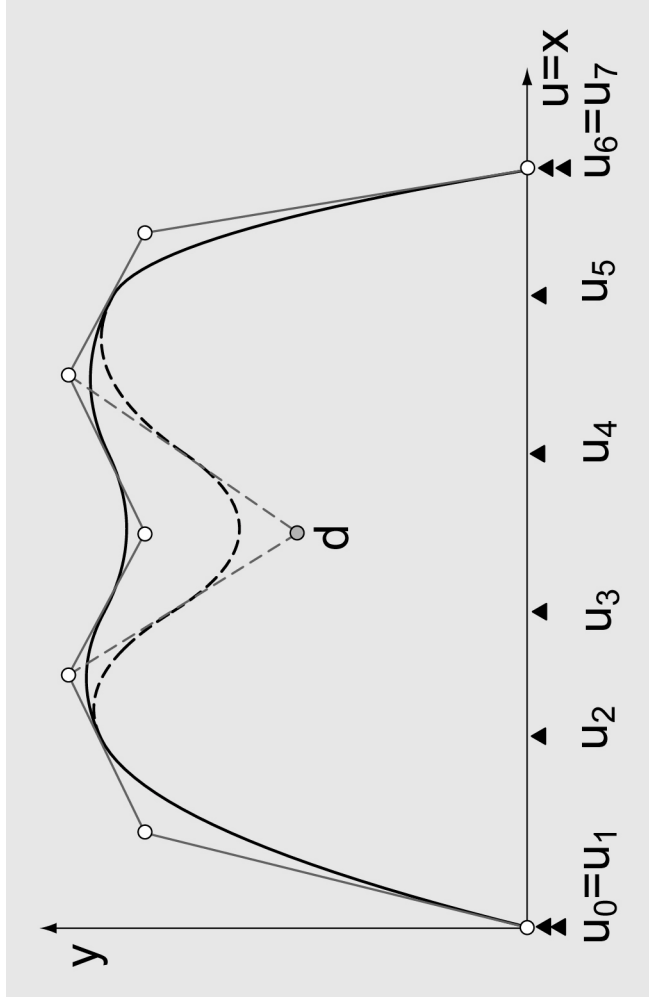
## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador***

**Métodos propios para el CAGD:**

- Polinomios definidos a trozos con base B-spline

**B-spline no paramétrico**

$$y(u) = \sum_{i=0}^{L+n-1} d_i N_i^n(u), \quad x(u) = u$$



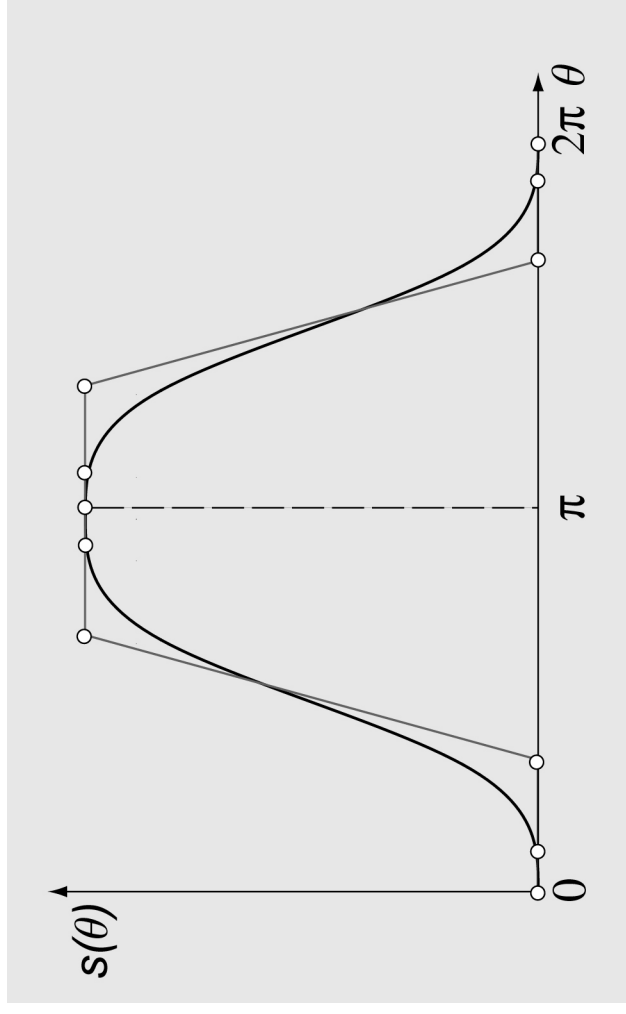
**Cualidades que ayudan en el diseño de la ley de desplazamiento**



## ***Especificación de la ley de desplazamiento del palpador***

**Métodos propios para el CAGD**

**Ejemplo de ley de desplazamiento definida con curvas B-splines no paramétricas**

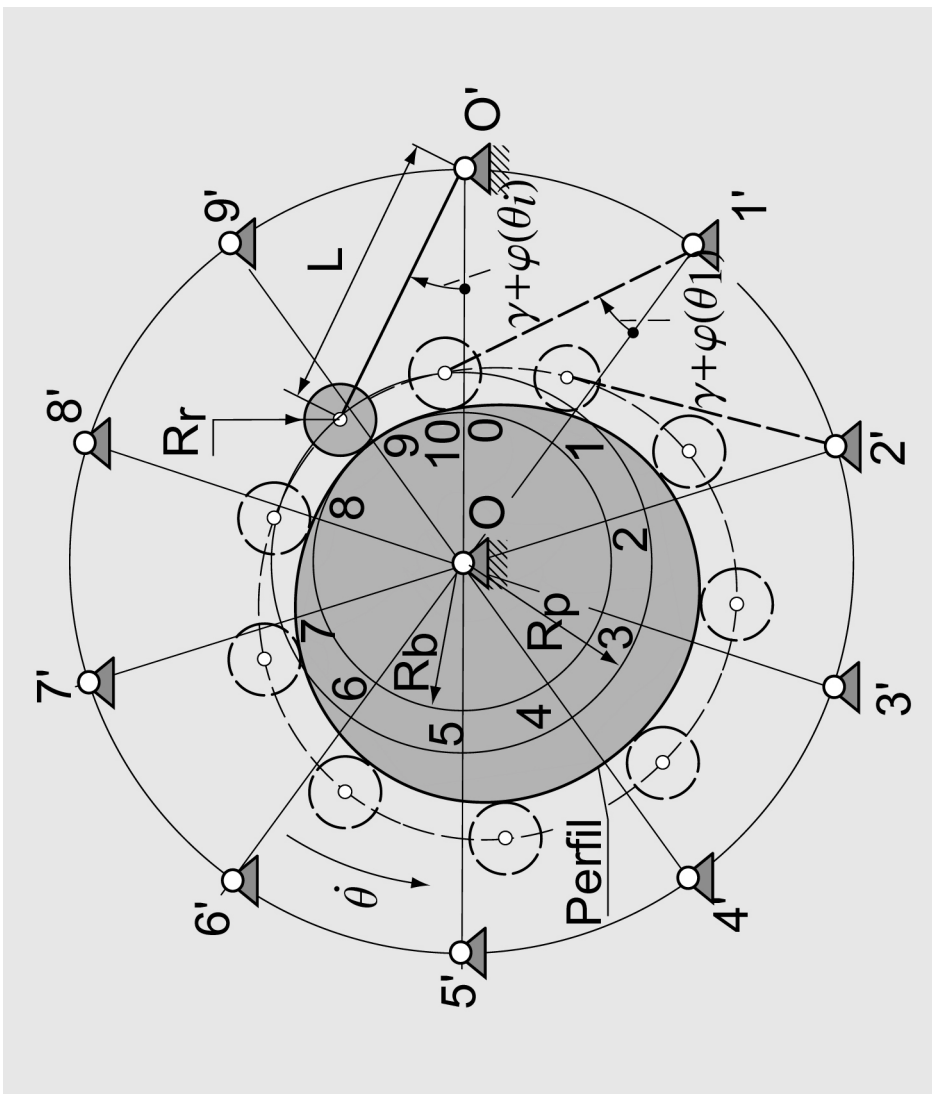


**Ley diseñada con 2 curvas B-splines**



## Obtención del perfil de leva:

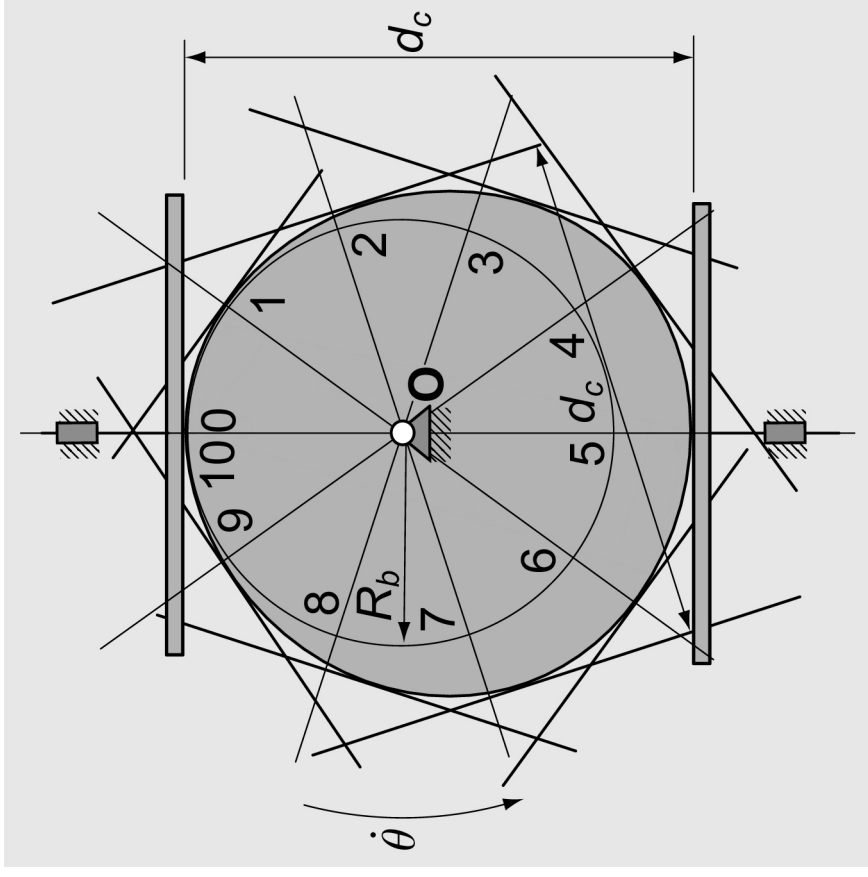
1. Métodos Gráficos
2. Métodos Analíticos



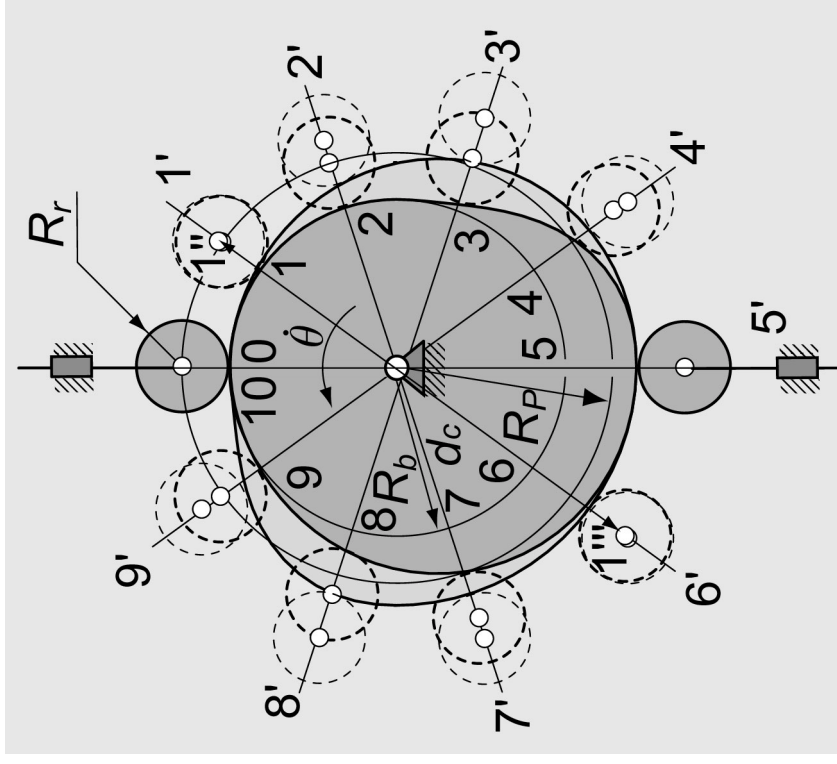
Inversión cinemática del mecanismo



## ***Método gráfico de obtención del perfil de leva en mecanismos desmodrómicos (Rothbart, 1956)***



Doble Palpador Plano



Doble Palpador Circular

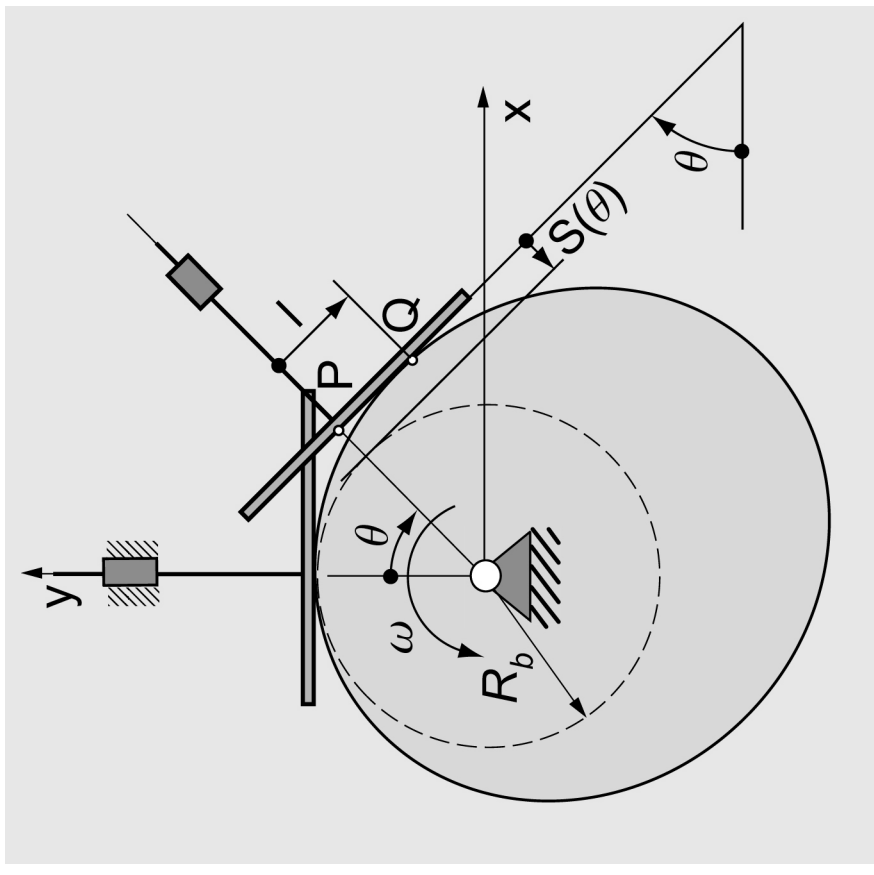


## Obtención del perfil de leva:

### 1. Métodos Gráficos

### ② Métodos Analíticos:

- Analítico-geométrico
- Analítico-vectorial



Inversión cinemática del mecanismo

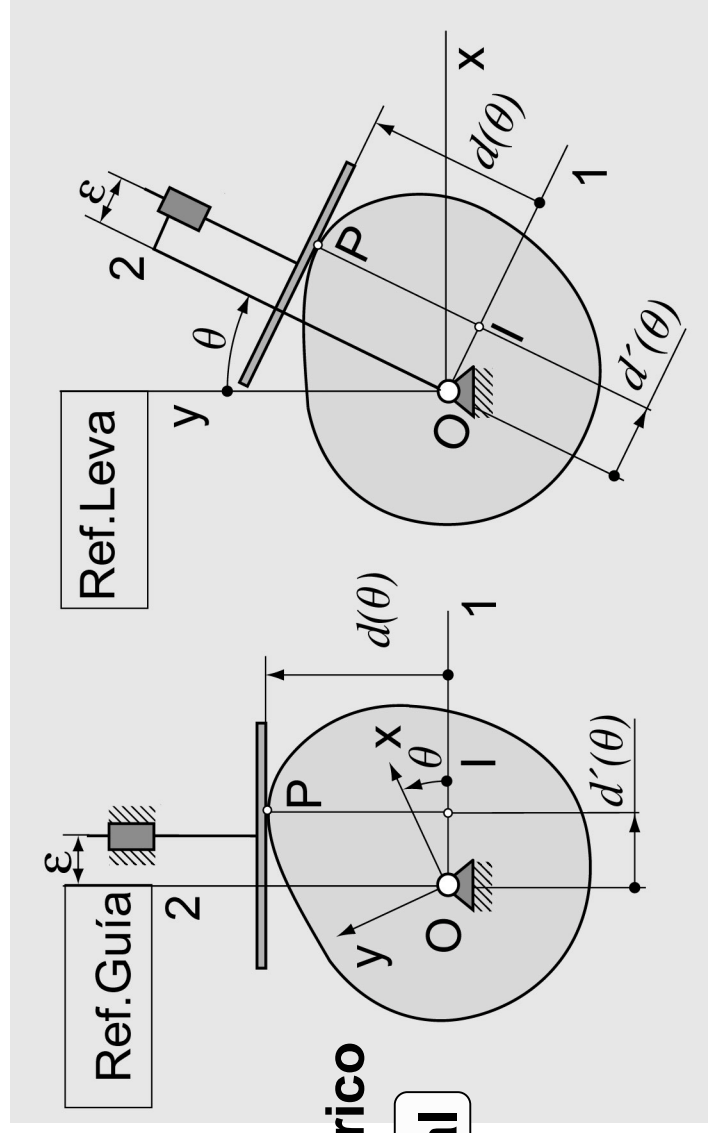


## Obtención del perfil de leva:

### 1. Métodos Gráficos

### ② Métodos Analíticos:

- Analítico-geométrico
- Analítico-vectorial



Inversión cinemática del mecanismo

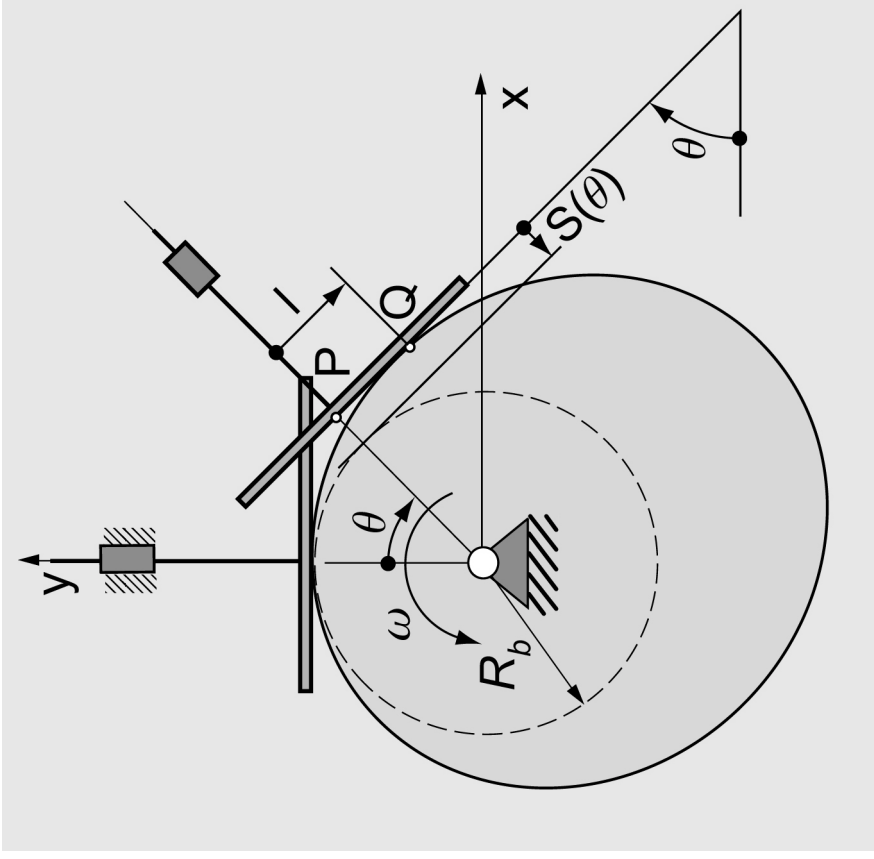


## Método analítico-geométrico (Chen, 1982; Wilson y Sadler, 1993)

$$y = mx + b$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F(x, y, \theta) = y \cos \theta - x \sin \theta - R_b - S(\theta) \\ \frac{\partial F}{\partial \theta} = -y \sin \theta - x \cos \theta - \frac{dS(\theta)}{d\theta} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -(R_b + S(\theta)) \sin \theta - \frac{dS(\theta)}{d\theta} \cos \theta \\ y = (R_b + S(\theta)) \cos \theta - \frac{dS(\theta)}{d\theta} \sin \theta \end{array} \right.$$



Coordenadas del Perfil





## Método analítico-vectorial (Shigley, 1988; Norton, 1995)

Ecuaciones de lazo vectorial

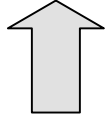
$$\begin{cases} R_A = x + j(R_b + S(\theta)) \\ R_A = re^{j\theta} + qe^{j\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} \end{cases}$$

$$re^{j\theta} + qe^{j\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} = x + j(R_b + S(\theta))$$

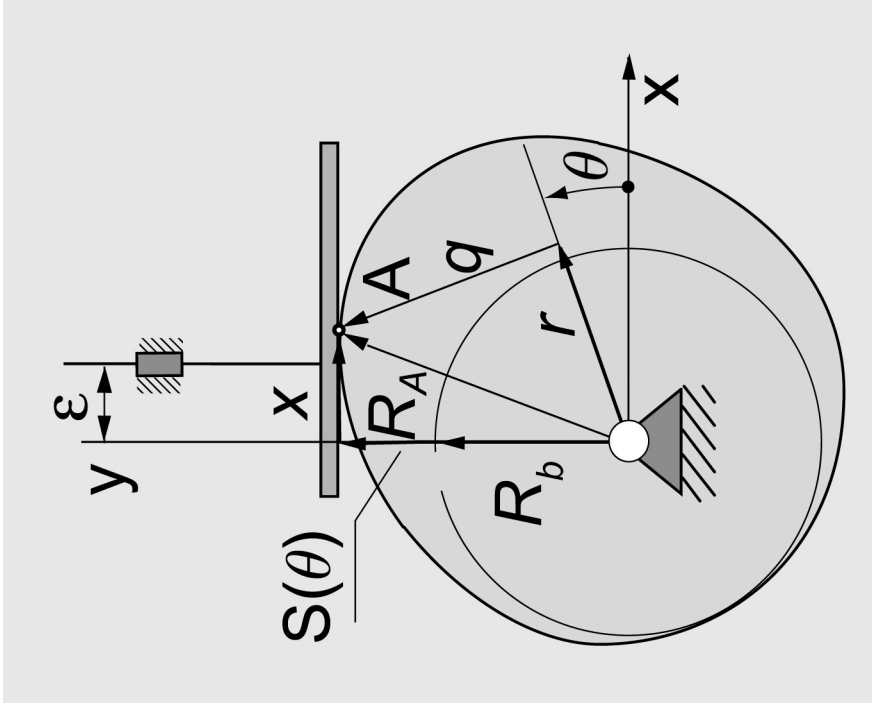
$$r + jq = xe^{-j\theta} + j(R_b + S(\theta))e^{-j\theta}$$

$$x = \frac{dS(\theta)}{d\theta}$$

$$\begin{cases} r = (R_b + S(\theta))\sin\theta + \frac{dS(\theta)}{d\theta}\cos\theta \\ q = (R_b + S(\theta))\cos\theta - \frac{dS(\theta)}{d\theta}\sin\theta \end{cases}$$



Coordenadas del Perfil





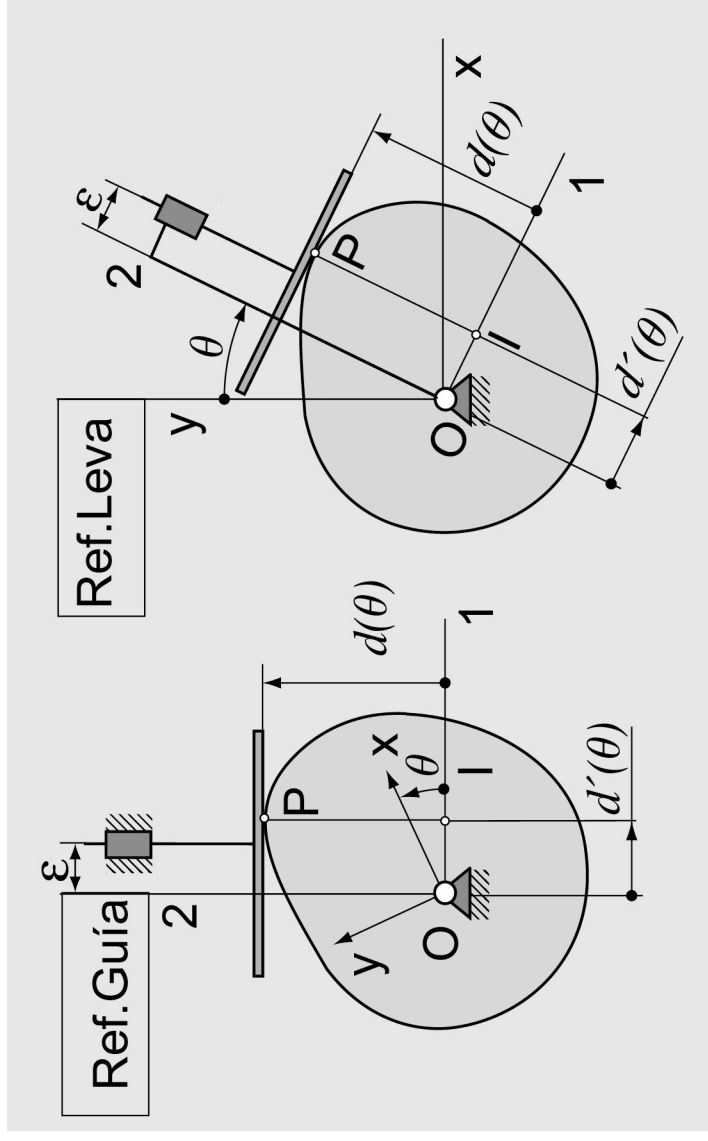
## Método analítico-vectorial (Cardona, Clos y Sánchez-Reyes; 2001)

- Método Analítico General
- Basado en el análisis cinemático
- Bases vectoriales (fija y móvil)
- Palpadores: puntual, circular y plano

$$\{\overline{\mathbf{OP}}(\theta)\}_{1,2} = \begin{Bmatrix} d'(\theta) \\ d(\theta) \end{Bmatrix}_{1,2}$$

$$\{\overline{\mathbf{OP}}(\theta)\}_{x,y} = [S_\theta] \{\overline{\mathbf{OP}}(\theta)\}_{1,2}$$

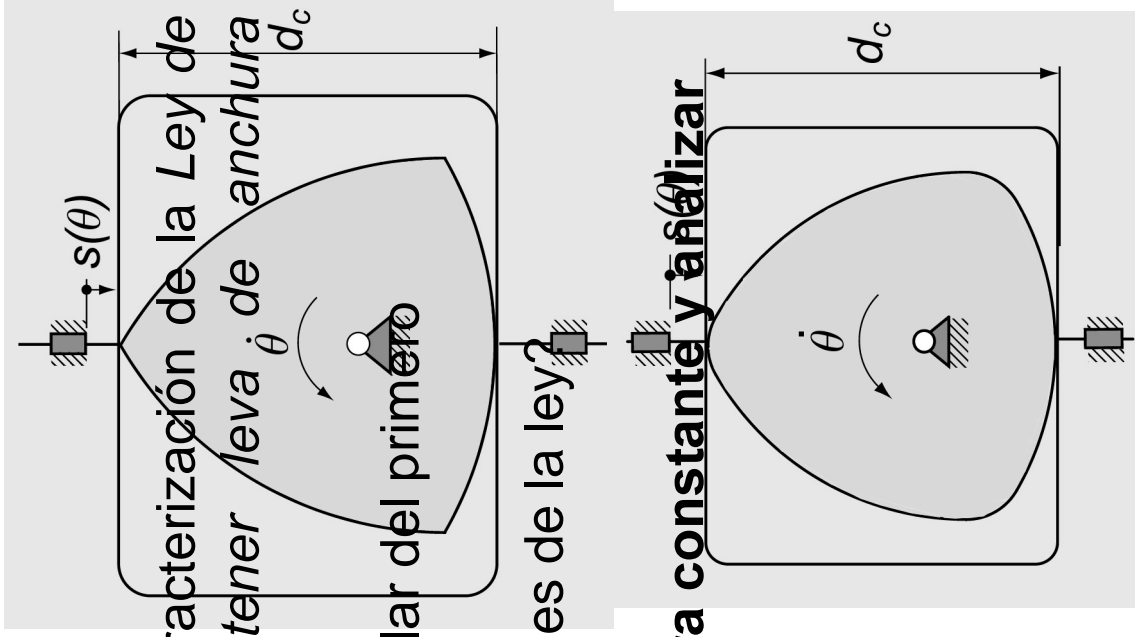
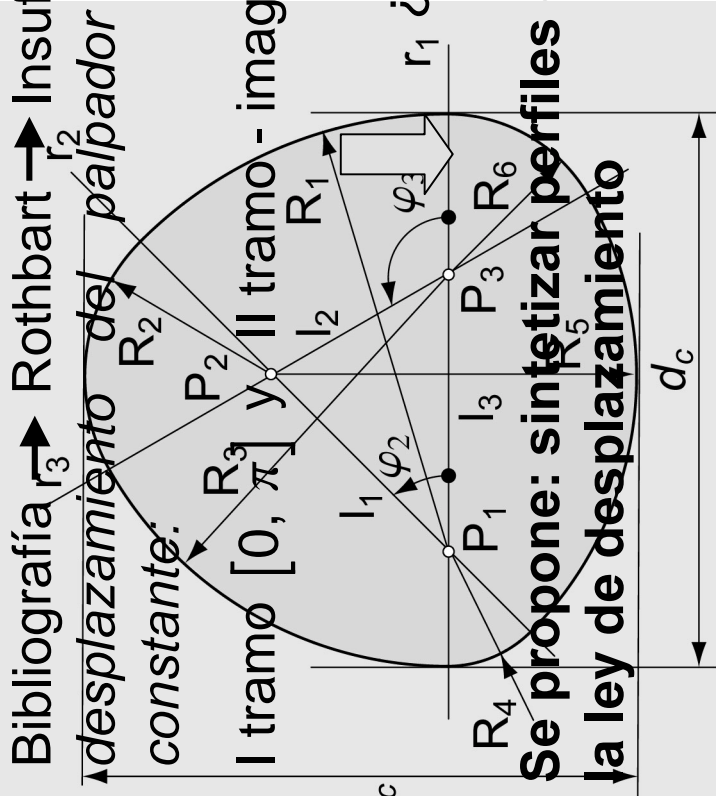

**Expresión  
explícita del  
Perfil**



**Método utilizado  
en la investigación**

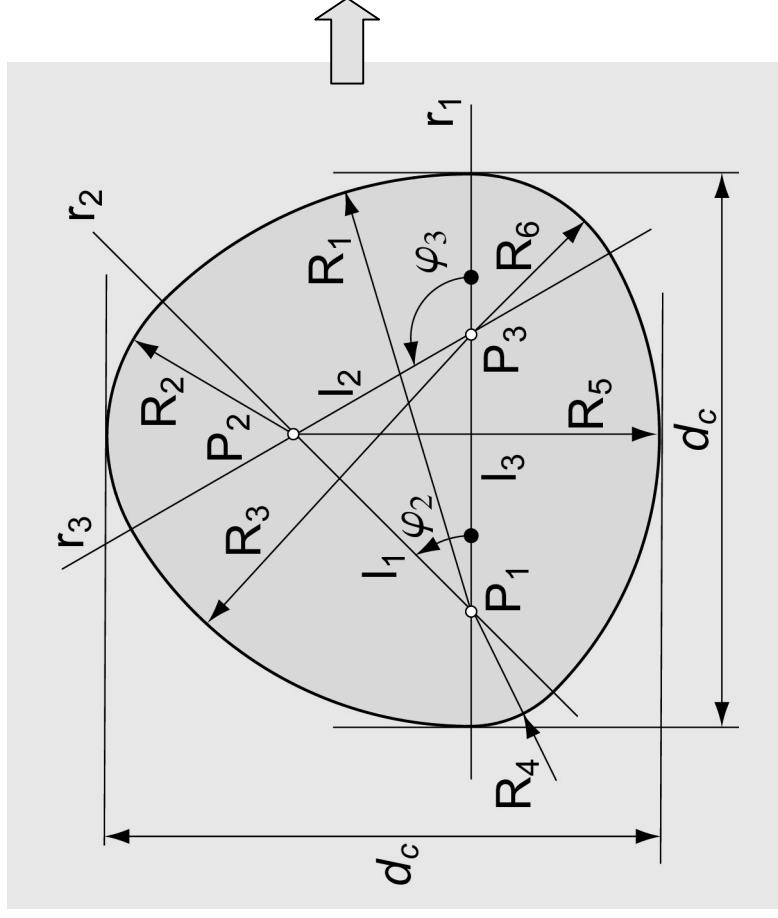


## Método de generación de levas de anchura constante de arco circular





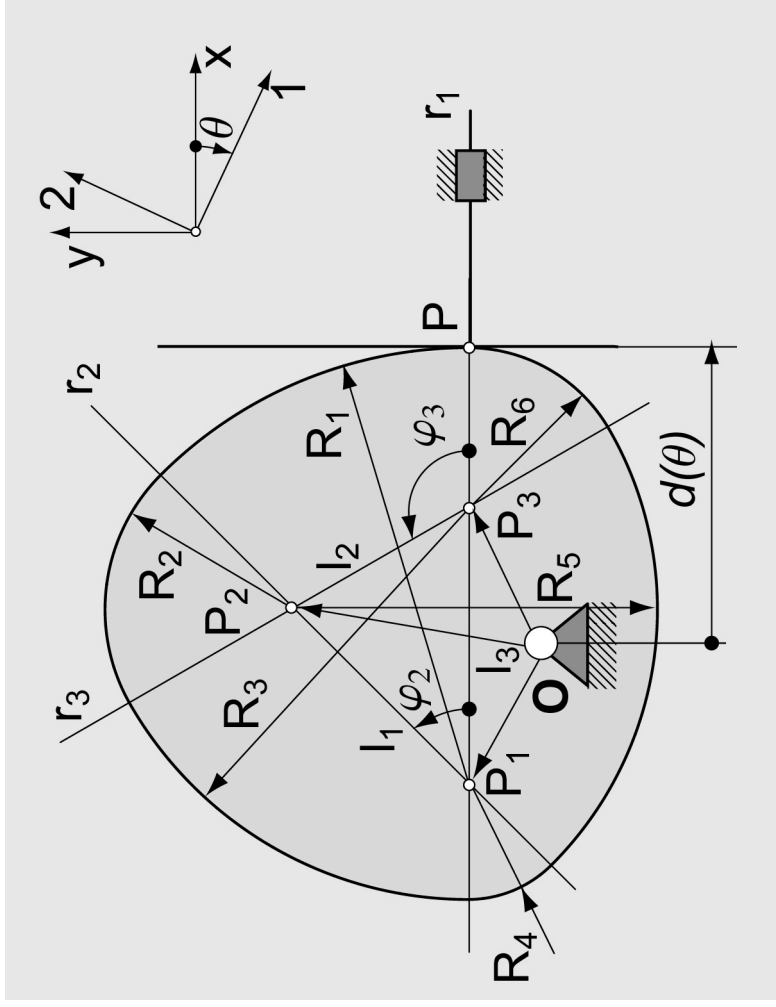
## ***Ejemplo de leva de anchura constante de arco circular***



Maqueta de leva de anchura constante



# Ley de desplazamiento de un palpador *translatorio* accionado por leva de anchura constante

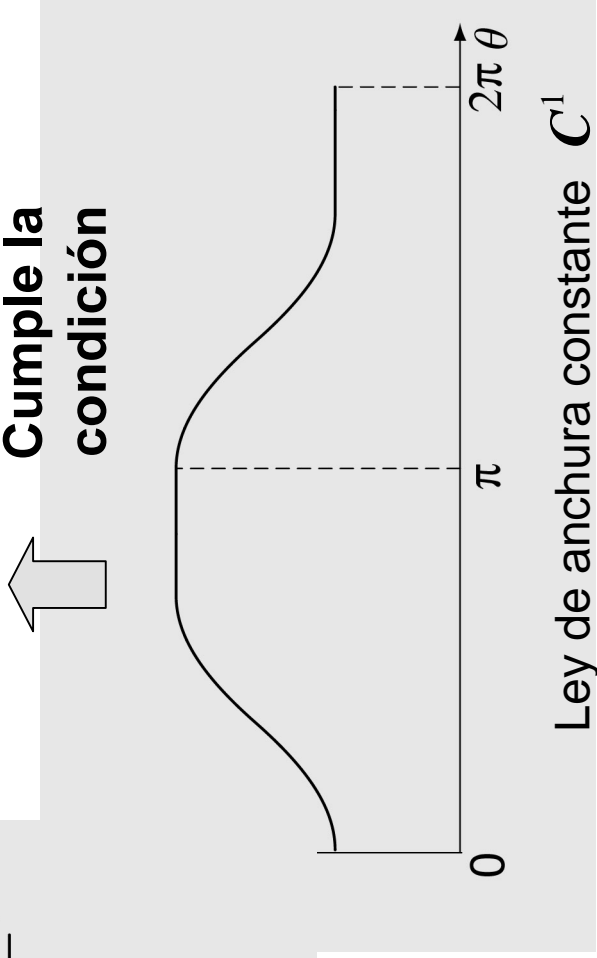
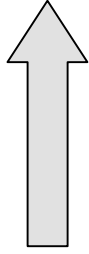


$$d(\theta) + d(\theta + \pi) = cte$$

Cumple la condición

$$\{\overline{OP}\}_{x,y} = [S_\theta] \cdot \{\overline{OP}_1\}_{1,2} + \{\overline{PP}\}_{x,y}$$

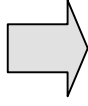
$$d(\theta) = \overline{OP}|_x$$





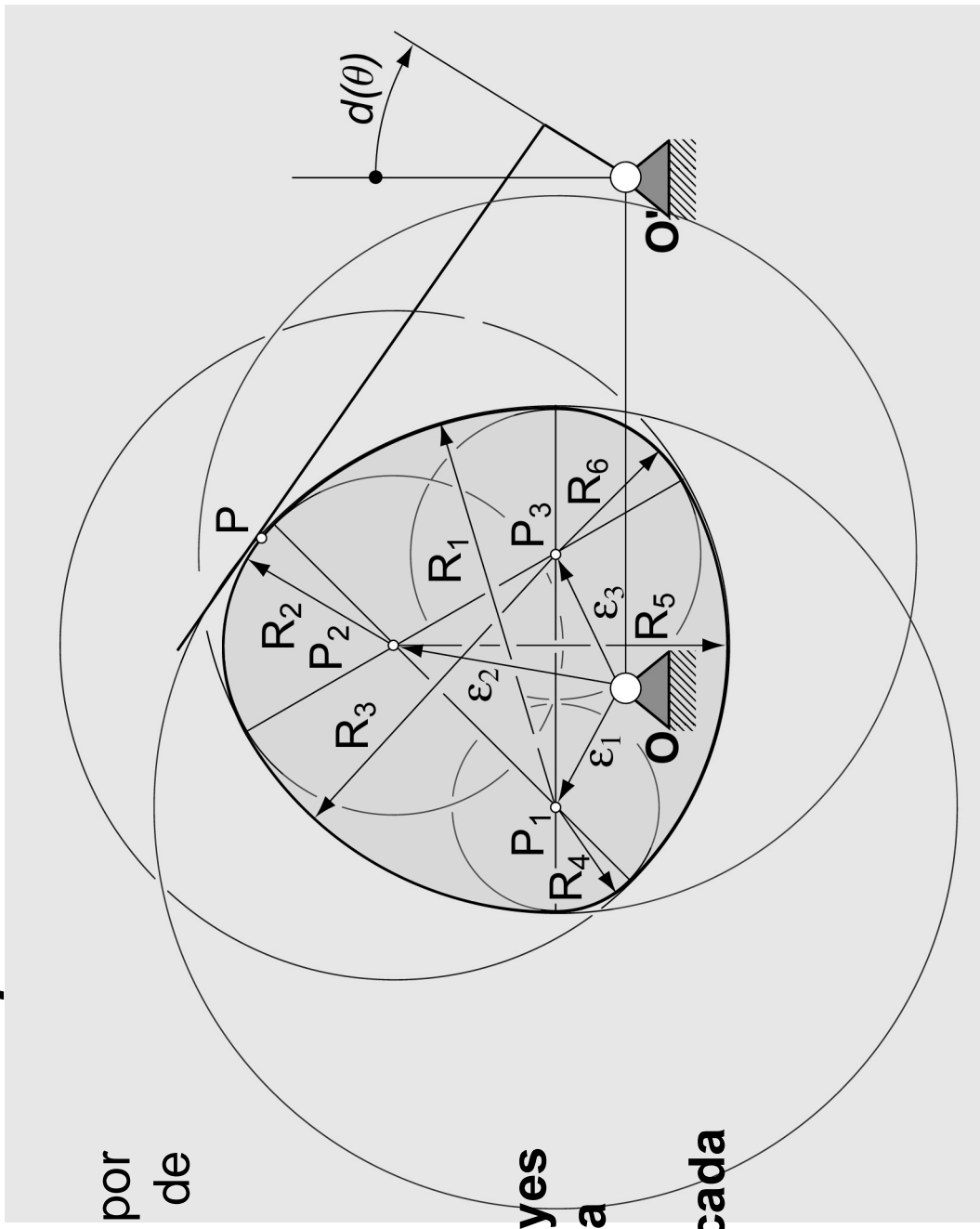
## ***Obtención de la ley desplazamiento de un palpador rotatorio accionado por leva de anchura constante***

Leva formada por seis tramos de excéntricas



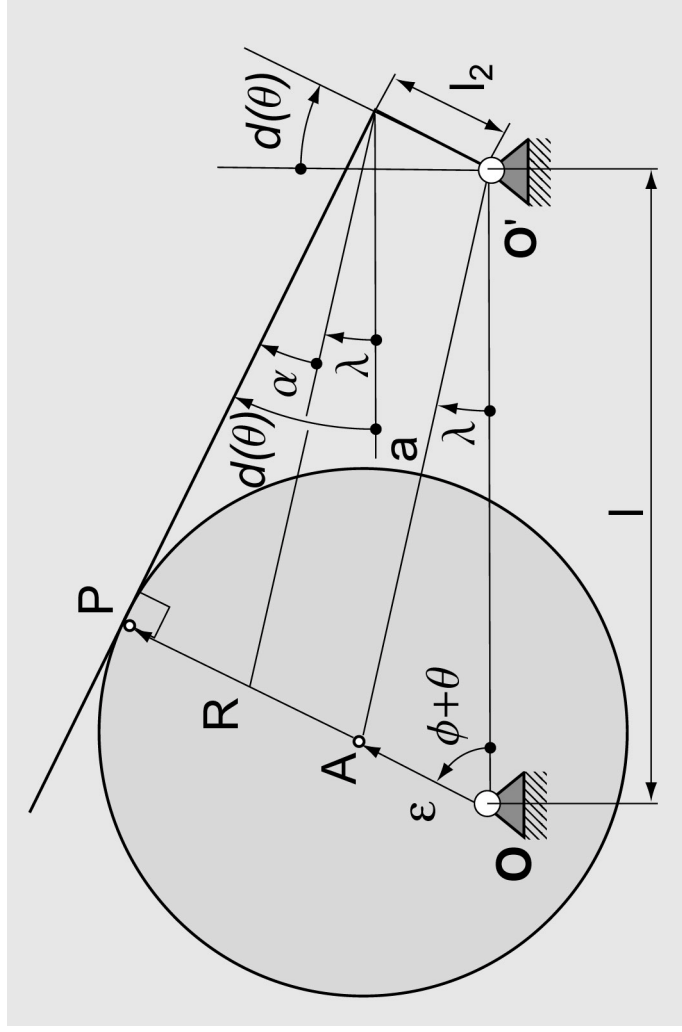
**Método:**

**Superponer las leyes de cada excéntrica para obtener por tramos la ley buscada**



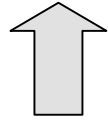


## ***Obtención de la ley desplazamiento de un palpador rotatorio accionado por leva de anchura constante***

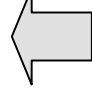


**Leva de excéntrica**

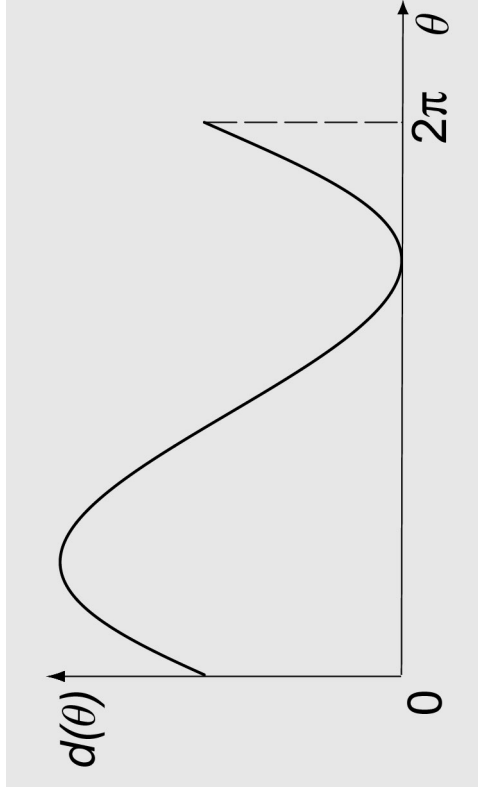
**Expresión de la ley de desplazamiento**



$$d(\theta) = \arcsin \left[ \frac{R - l_2}{a} \right] + \arcsin \left[ \frac{\varepsilon \cdot \sin(\phi + \theta)}{a} \right]$$

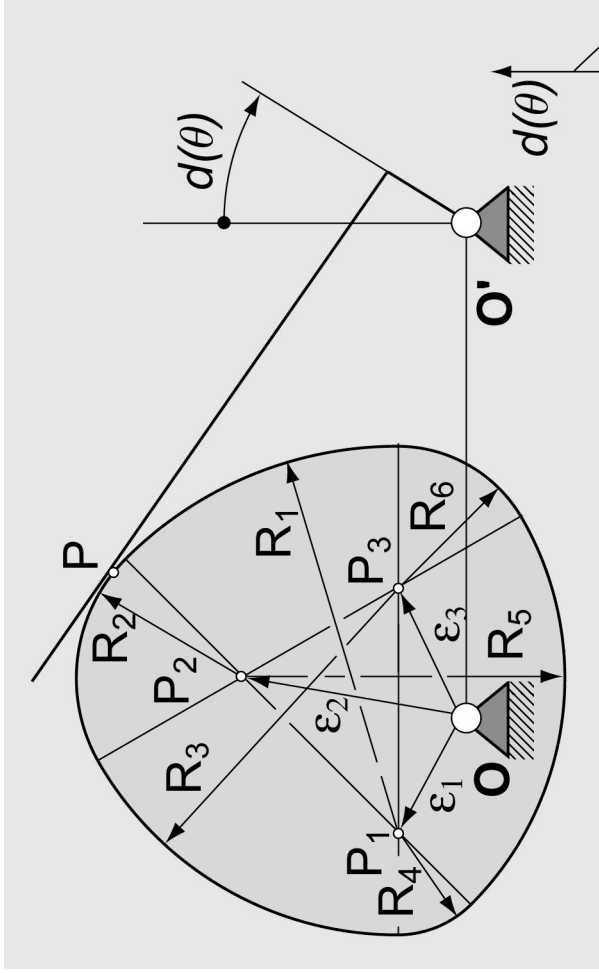


**Gráfico de la ley**

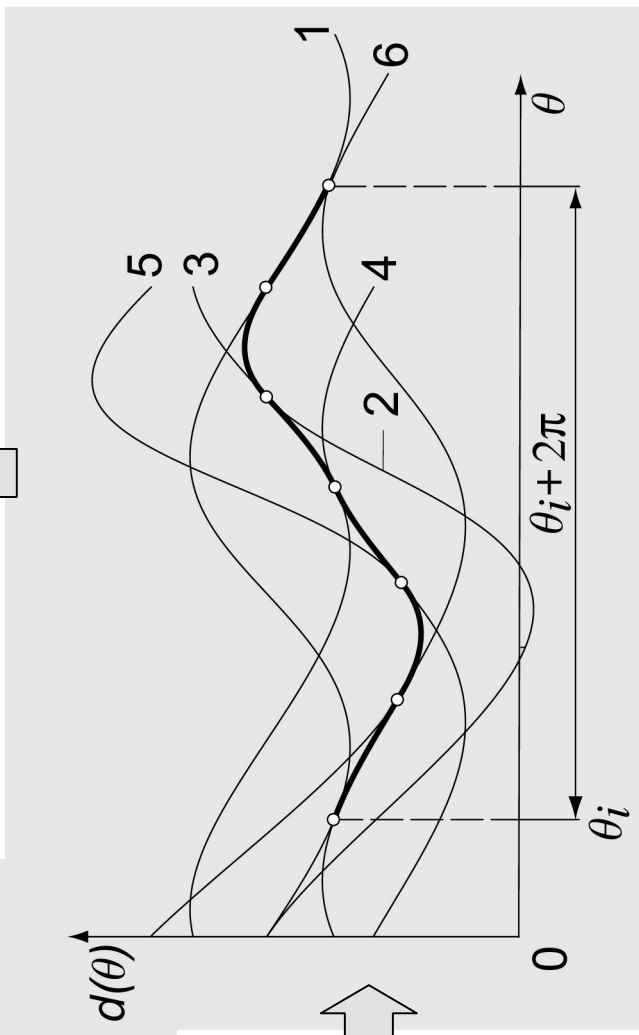
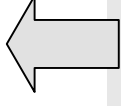




## ***Obtención de la ley desplazamiento de un palpador rotatorio accionado por leva de anchura constante***



**Ley de desplazamiento  
obtenida por tramos**

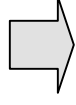
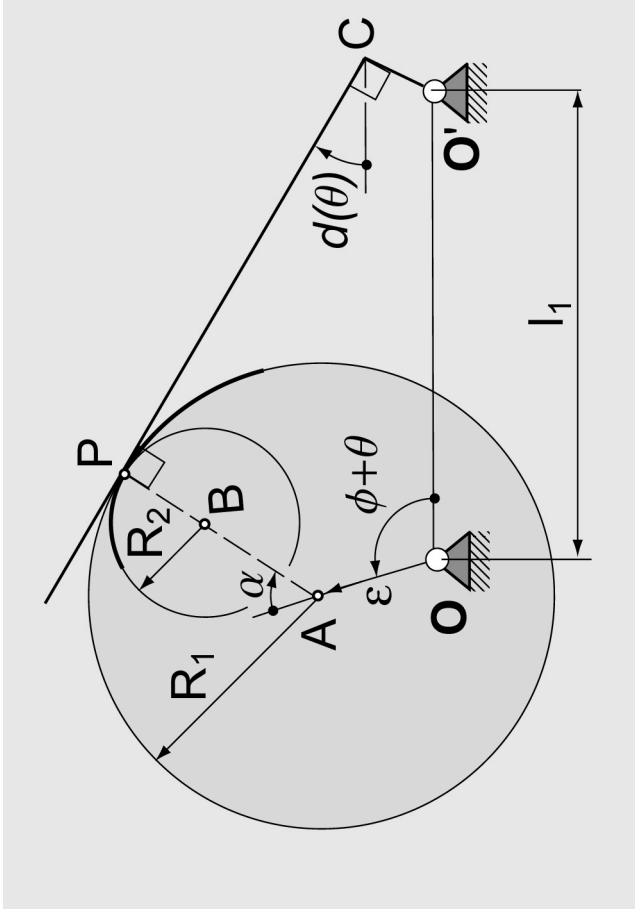


**Leyes correspondientes  
a las excéntricas que  
forman la leva de  
anchura constante**





## ***Obtención de la ley desplazamiento de un palpador rotatorio accionado por leva de anchura constante***



$$d(\theta) = 90^\circ - (\phi + \theta) + \alpha$$

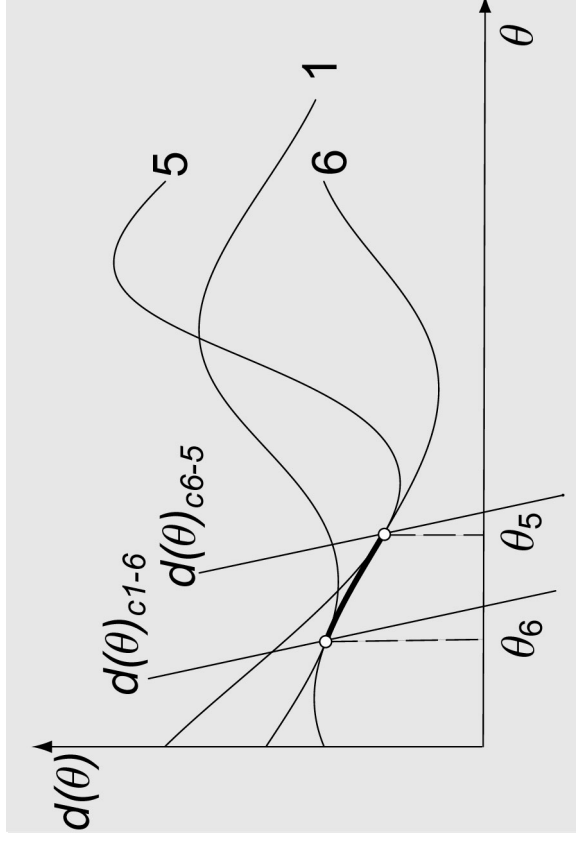
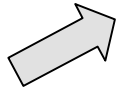
**Condición de cambio de tramo del perfil**



## ***Obtención de la ley desplazamiento de un palpador rotatorio accionado por leva de anchura constante***

$$d(\theta) = \arcsin\left[\frac{R-l_2}{a}\right] + \arcsin\left[\frac{\varepsilon \cdot \sin(\phi + \theta)}{a}\right]$$

$$d(\theta) = 90^\circ - (\phi + \theta) + \alpha$$

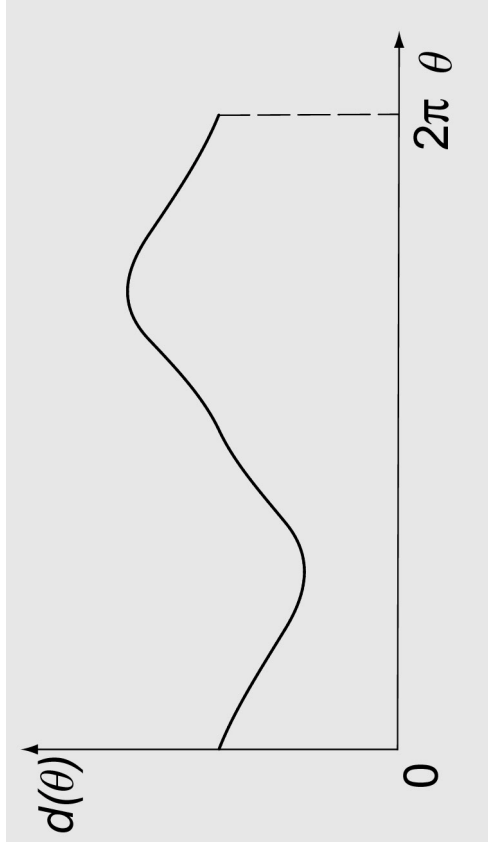
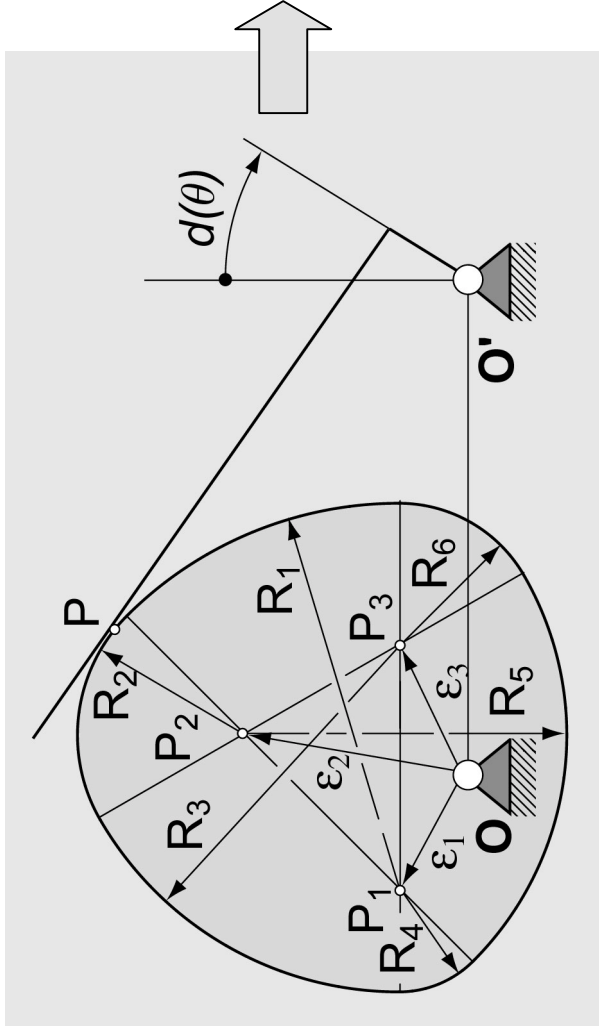


**Intervalos angulares**  $[\theta_i, \theta_{i-1}]$



## ***Obtención de la ley desplazamiento de un palpador rotatorio accionado por leva de anchura contante***

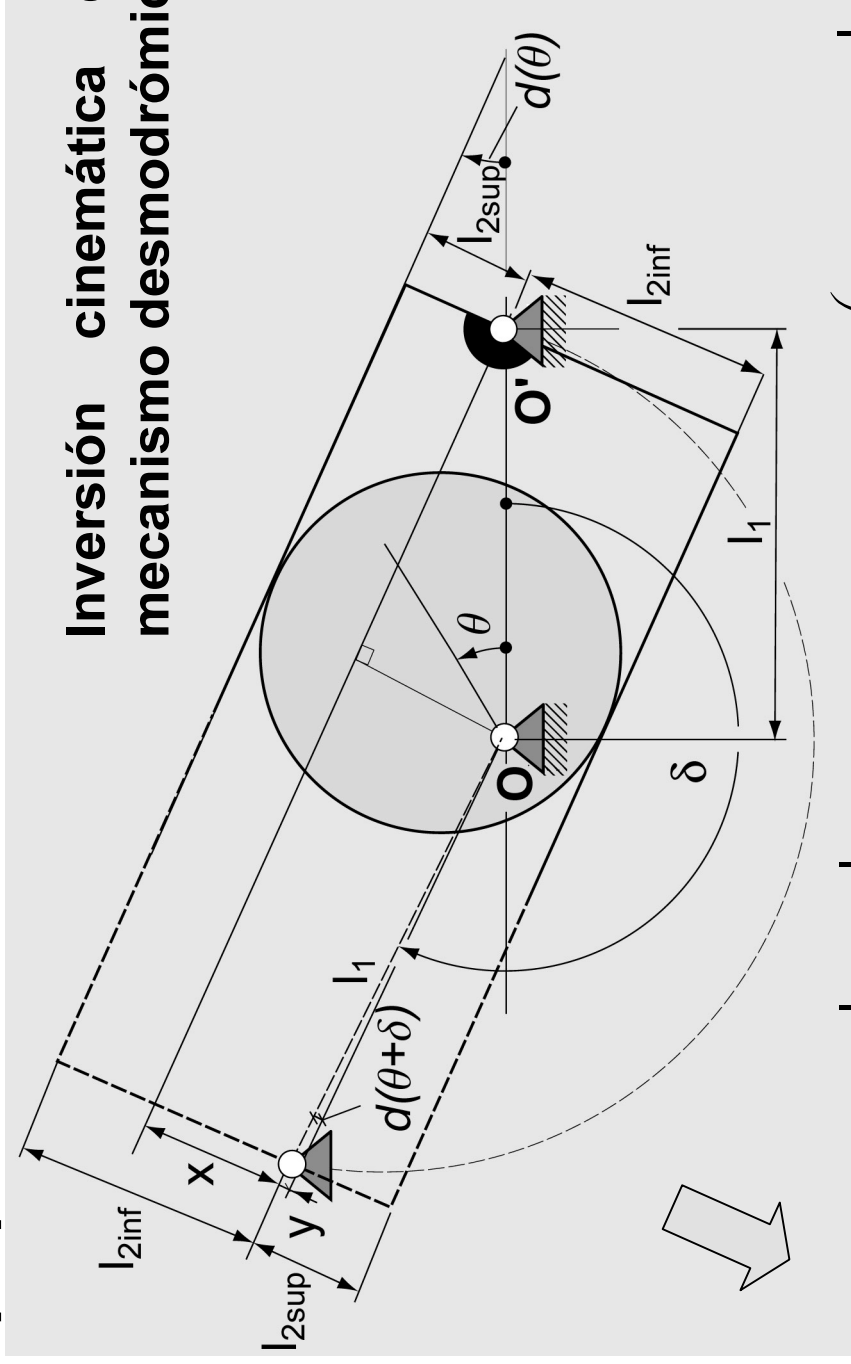
$$d(\theta) = \arcsin\left[\frac{R-l_2}{a}\right] + \arcsin\left[\frac{\varepsilon \cdot \sin(\phi + \theta)}{a}\right] \quad \text{a cada } [\theta_i, \theta_{i-1}]$$



**Ley de desplazamiento**



## Caracterización de la ley de desplazamiento de un palpador rotatorio



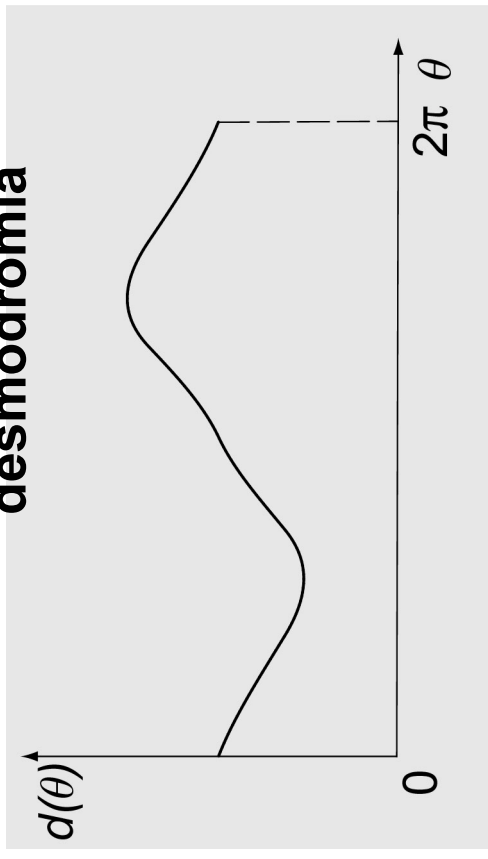
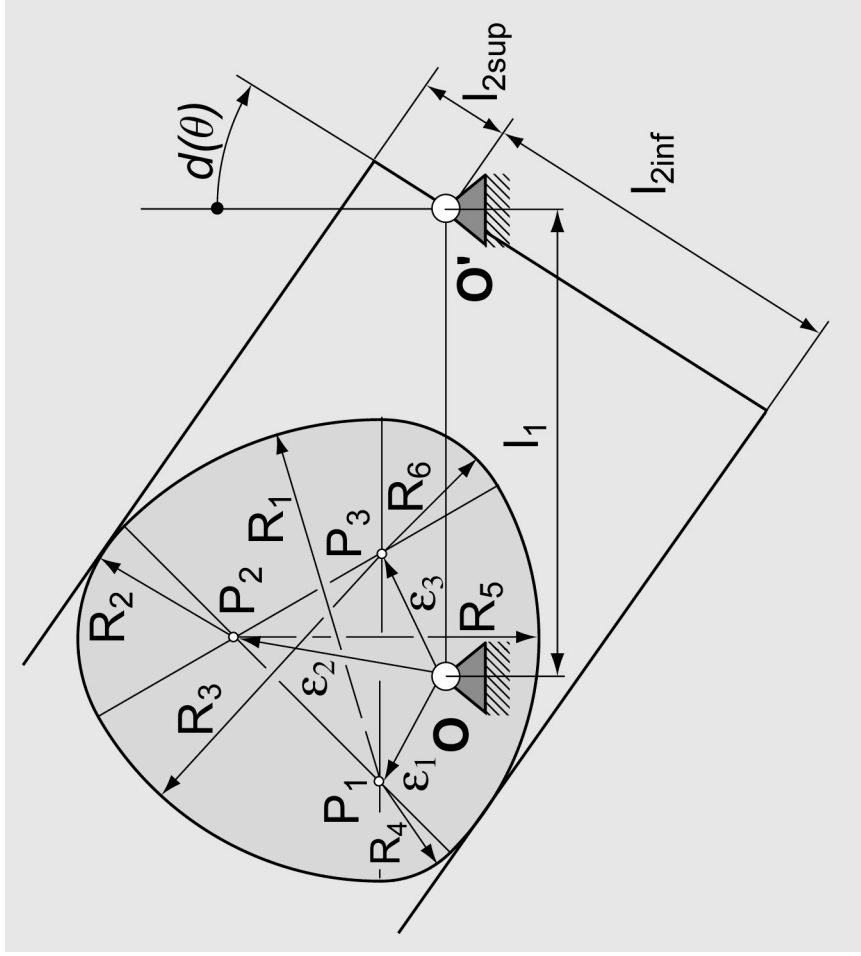
$$\sin d(\theta) + \sin d(\theta + \delta) = \frac{l_{2inf} - l_{2sup}}{l_1}; \quad d(\theta + \delta) = \arcsin\left(-\sin d(\theta) + \frac{l_{2inf} - l_{2sup}}{l_1}\right)$$
$$\delta = d(\theta) - d(\theta + \delta) + \pi$$



## Caracterización de la ley de desplazamiento de un palpador rotatorio

$$\sin d(\theta) + \sin d(\theta + \delta) = \frac{l_{2\text{inf}} - l_{2\text{sup}}}{l_1}$$

Cumple la condición de desmodromía



Ley de desplazamiento



## **Síntesis de la ley de anchura constante para doble palpador plano rotatorio de caras paralelas**

Se parte de:  $\theta \longrightarrow d(\theta)$  y de  $l_{2inf}$  ;  $l_{2sup}$  ;  $l_1$

$$1) \quad d(\theta + \delta) = \arcsin \left( -\sin d(\theta) + \frac{l_{2inf} - l_{2sup}}{l_1} \right)$$

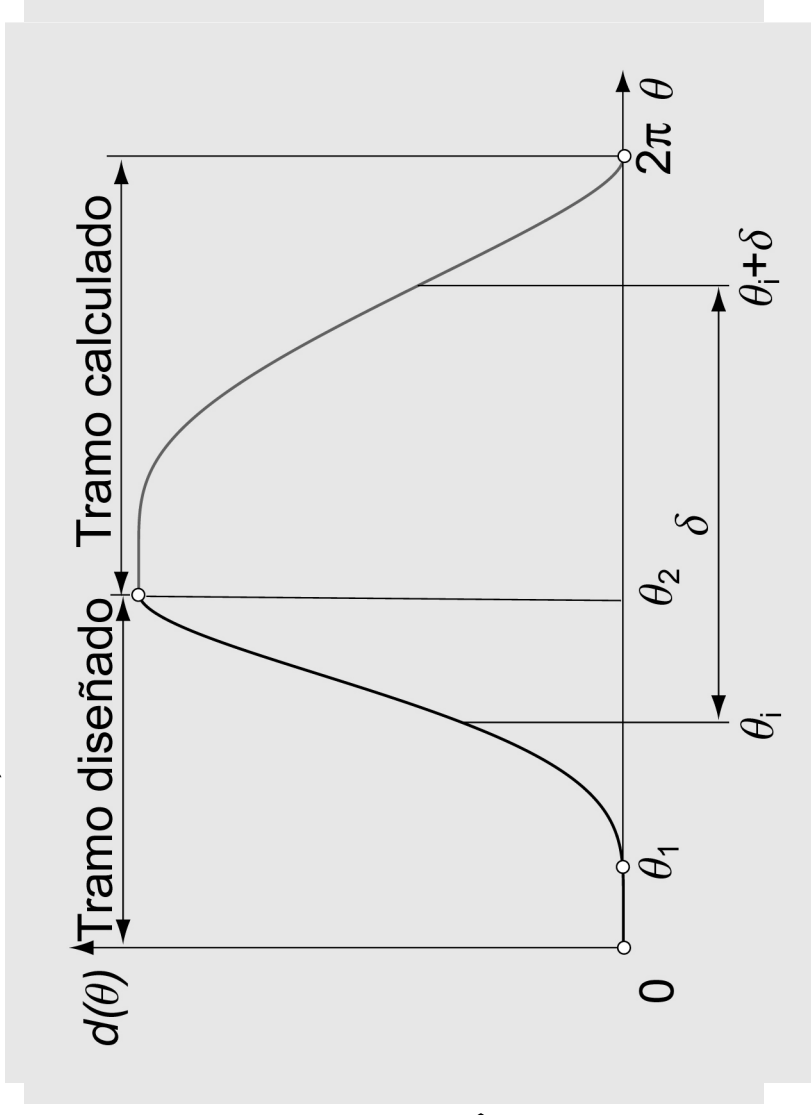
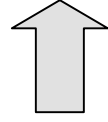
$$2) \quad \delta = d(\theta) - d(\theta + \delta) + \pi$$

$$3) \quad \theta_{i2tr.} = (\theta_{i1tr.} + \delta)$$



$$d(\theta + \delta)$$

**Ley de anchura constante para palpador rotatorio**

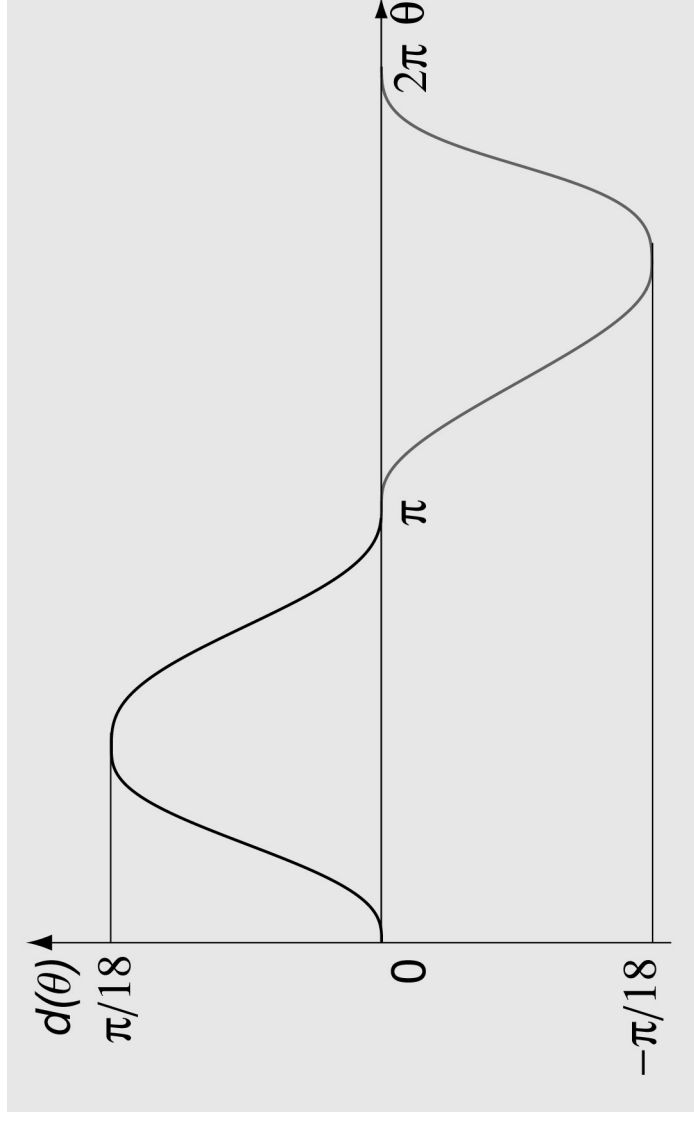




## ***Síntesis de la ley de anchura constante para doble palpador plano rotatorio de caras paralelas***

**Caso Particular:**  $l_{2inf} = l_{2sup}$

Tramo diseñado  $\longrightarrow [0, \pi]$



**Ley de anchura constante para palpador rotatorio**



## Generación de perfiles de levas conjugadas y de anchura y diámetro constante

### Levas conjugadas con doble palpador translatorio

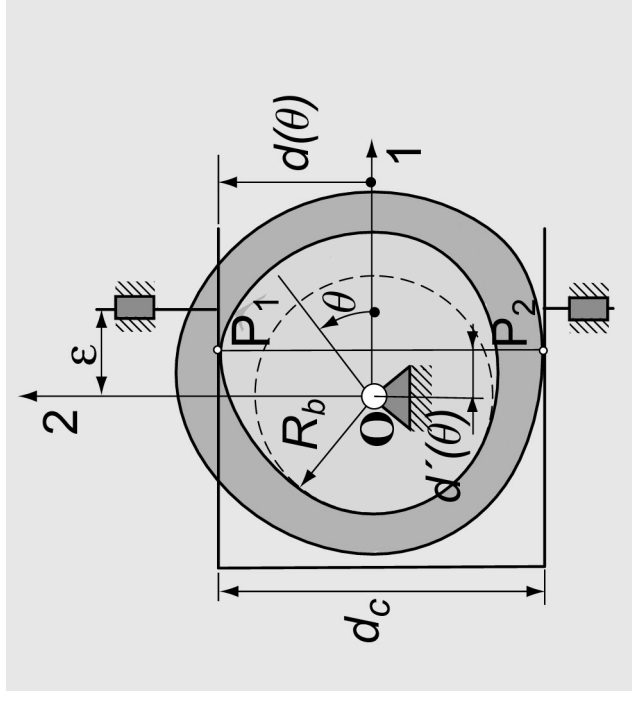
Datos:  $s(\theta)$  - Ley de desplazamiento,  $d_o$  - Parámetro de diseño,  $d_c$  - distancia entre palpadores,  $R_r$  - radio del rodillo,  $\varepsilon$  - excentricidad

### Ejemplo de expresiones para doble palpador plano

$$\{\overline{\mathbf{OP}_i(\theta)}\}_{1,2} = \begin{Bmatrix} d'_i(\theta) \\ d_i(\theta) \end{Bmatrix}$$

$$\{\overline{\mathbf{OP}_i(\theta)}\}_{x,y} = [S_\theta] \{\overline{\mathbf{OP}_i(\theta)}\}_{1,2}$$

$$\begin{cases} d_1(\theta) = d_o + s(\theta) \\ d_2(\theta) = (d_o - d_c) + s(\theta) \end{cases}$$



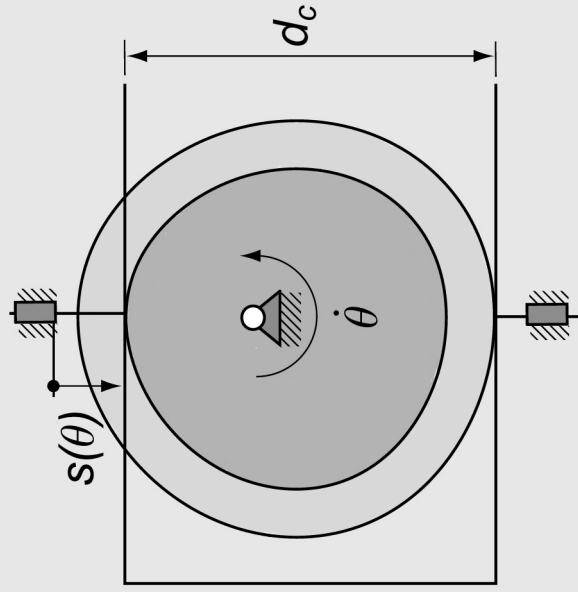




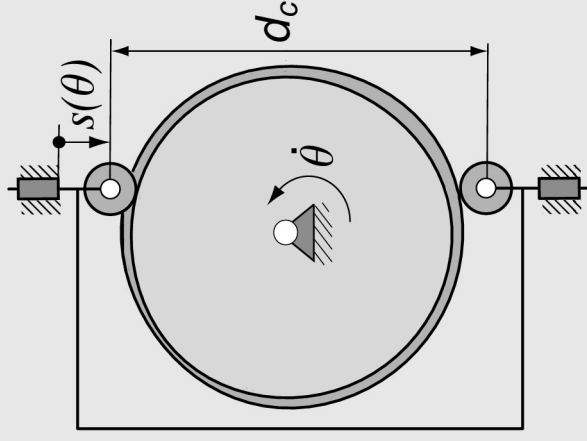
## ***Generación de perfiles de levas conjugadas y de anchura y diámetro constante***

### **Levas conjugadas con doble palpador translatorio**

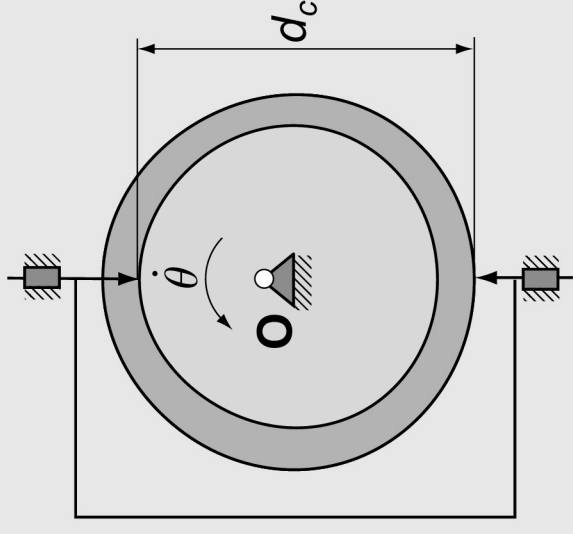
Palpador plano



Palpador circular



Palpador puntual





## ***Generación de perfiles de levas conjugadas y de anchura y diámetro constante***

Levas de anchura y diámetro constante como caso particular de conjugadas. Palpador translatorio

### • Restricciones:

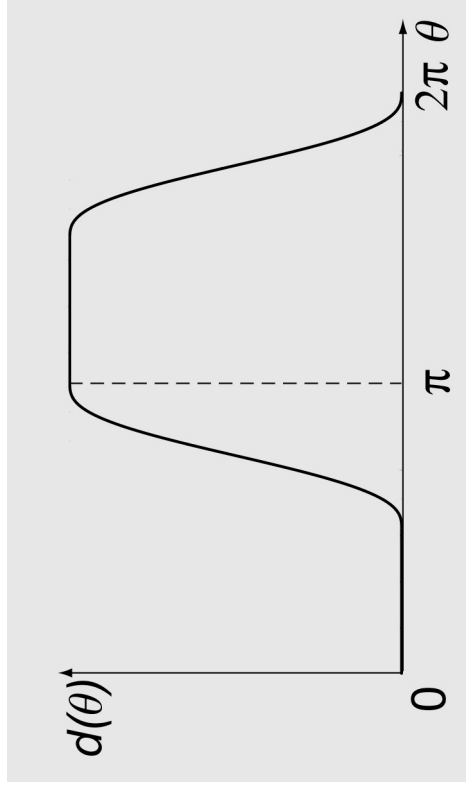
– Ley de anchura constante  $\Rightarrow$

$$d(\theta) + d(\theta + \pi) = cte$$

Diseñada con técnicas CAGD, continuidad  $C^2$  o mayor

– Distancia  $d_c$  entre palpadores  $\Rightarrow d_c = 2R_b + s(\theta)_{\text{máx}}$

– Excentricidad  $\varepsilon=0 \Rightarrow$  Palpador circular y puntual

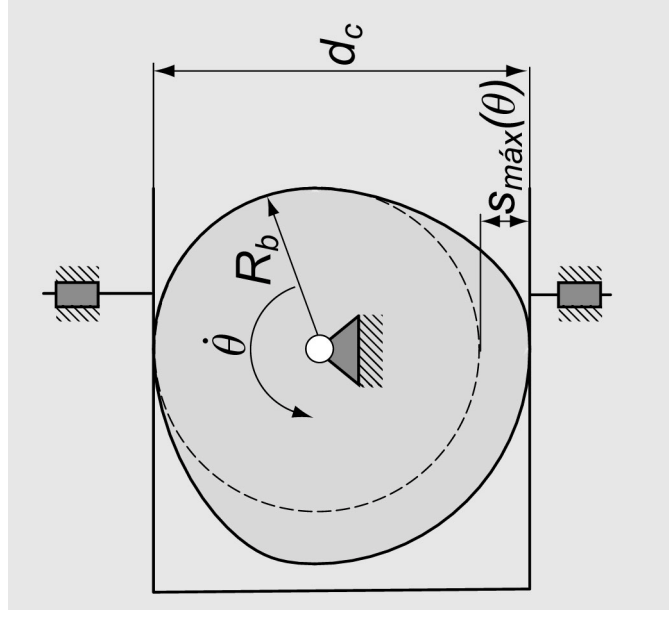




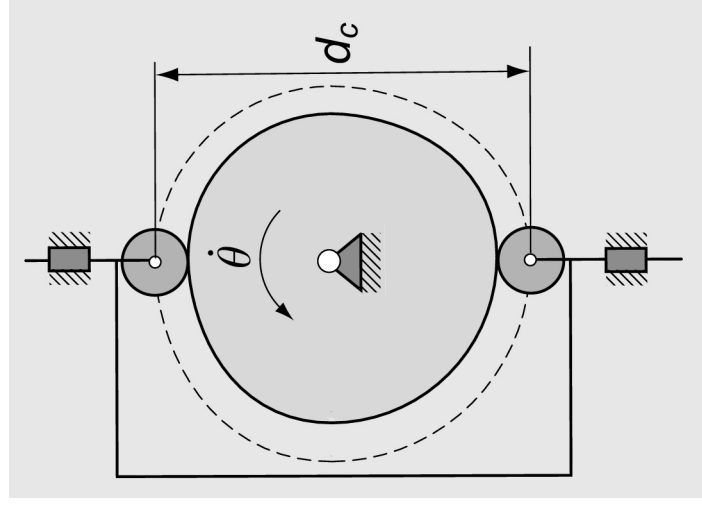
## ***Generación de perfiles de levas conjugadas y de anchura y diámetro constante***

**Levas de anchura y diámetro constante como caso particular de conjugadas. Palpador translatorio**

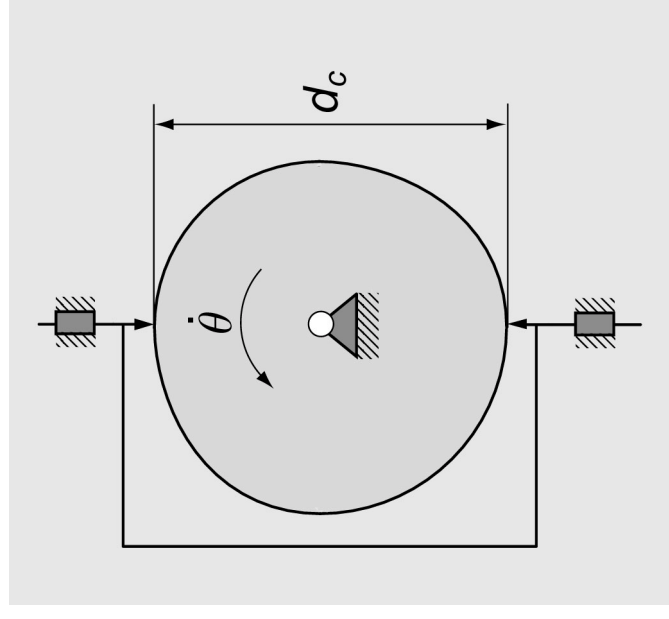
Palpador plano



Palpador rodillo



Palpador puntual





## Generación de perfiles de levas conjugadas y de anchura constante

### Levas conjugadas con doble palpador rotatorio

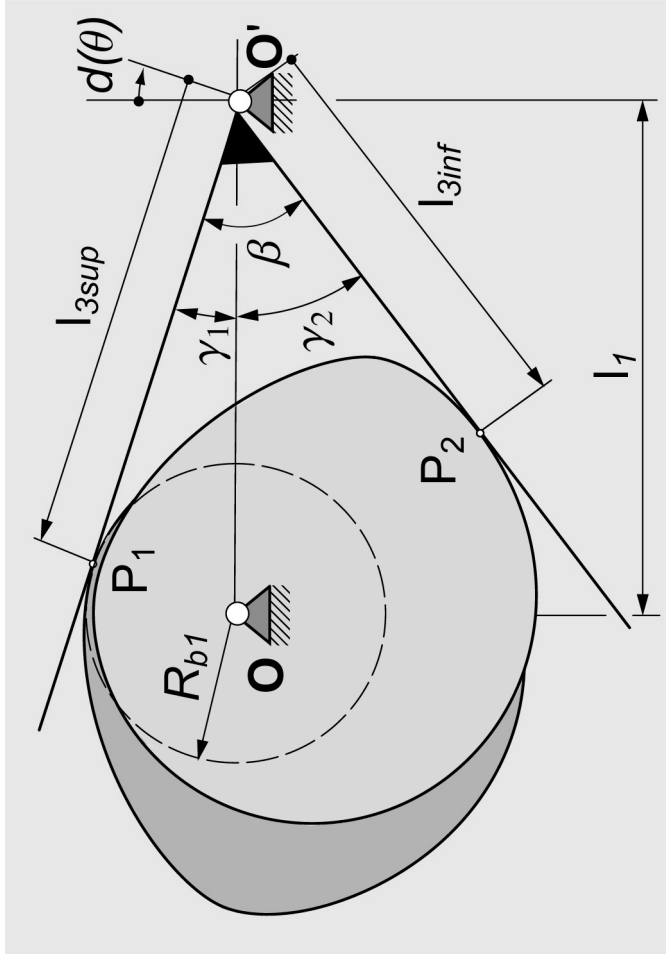
Datos:  $\varphi(\theta)$ ,  $R_{b1}$ ,  $R_r$ ,  $\beta$ ,  $l_1$ ,  $l_{3sup}$  y  $l_{3inf}$

Ejemplo: doble palpador plano

$$\{\overline{\mathbf{OP}}_i(\theta)\}_{1,2} = \left\{ \begin{array}{l} l_1 - l_{3sup} \cos[d_i(\theta)] \\ + l_{3sup} \sin[d_i(\theta)] \end{array} \right\}_{1,2}$$

$$\{\overline{\mathbf{OP}}_i(\theta)\}_{x,y} = [S_\theta] \{\overline{\mathbf{OP}}_i(\theta)\}_{1,2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1(\theta) = \gamma_1 + \varphi(\theta) \\ d_2(\theta) = (\gamma_1 - \beta) + \varphi(\theta) \end{array} \right.$$

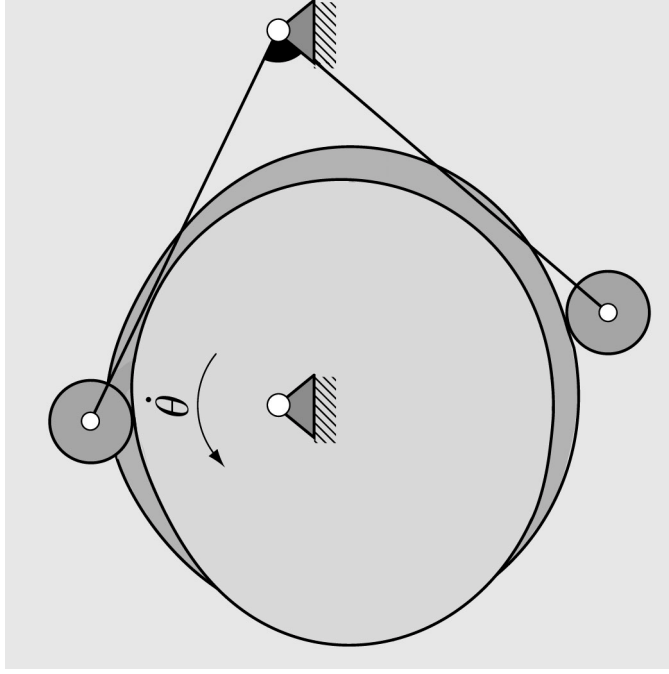




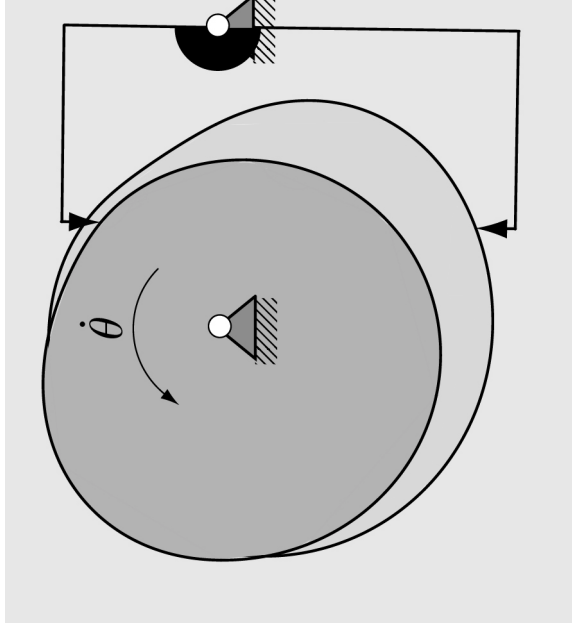
## ***Generación de perfiles de levas conjugadas y de anchura constante***

### **Levas conjugadas con doble palpador rotatorio**

Palpador circular



Palpador puntual





## ***Generación de perfiles de levas conjugadas y de anchura constante***

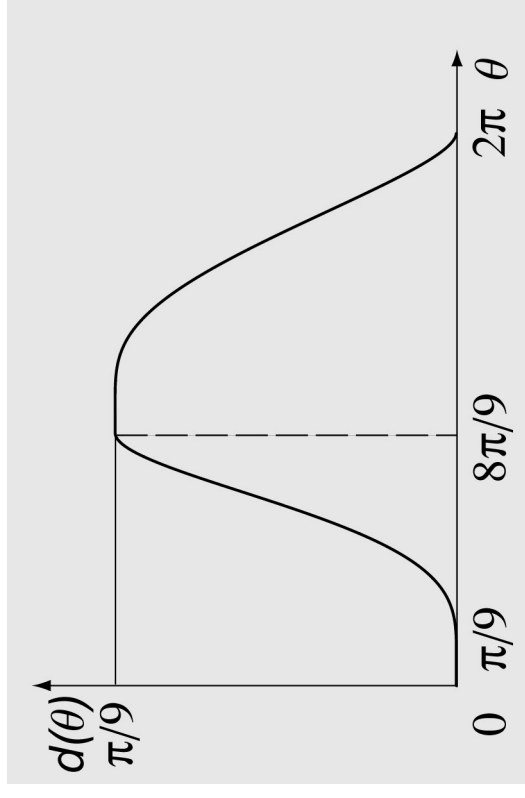
**Levas de anchura constante como caso particular de conjugadas. Palpador plano rotatorio**

**• Restricción:**

– **Ley de anchura constante** 

$$\sin d(\theta) + \sin d(\theta + \delta) = \frac{l_{2\text{inf}} - l_{2\text{sup}}}{l_1};$$

Diseñada con técnicas CAGD, continuidad  $C^2$  o mayor

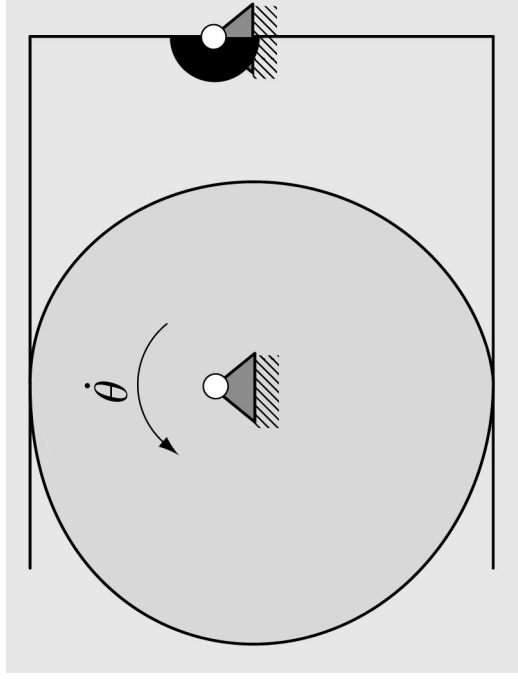




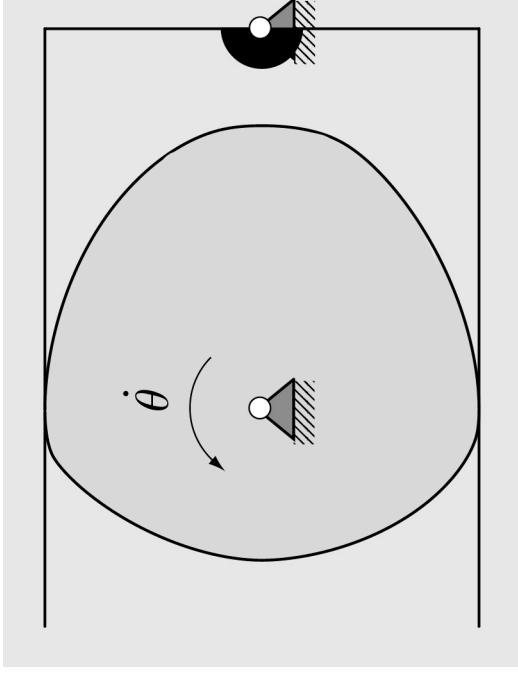
## ***Generación de perfiles de levas conjugadas y de anchura constante***

**Levas de anchura constante como caso particular de conjugadas. Palpador plano rotatorio**

Palpador asimétrico



Palpador simétrico





## ***Conclusiones***

- Los mecanismos de levas conjugadas y de anchura y diámetro constante son poco estudiados en la bibliografía consultada.
- Se han definido nuevos conceptos que esclarecen el tema de levas desmodrómicas planas, como son: mecanismo de leva desmodrómico, leva de anchura constante y leva de diámetro constante.
- Se presenta un método analítico-geométrico que permite obtener perfiles de levas de anchura constante de arco circular.





## ***Conclusiones***

- **Se han sintetizado y caracterizado las leyes de movimiento del palpador en el caso de levas de anchura y diámetro constante, deduciéndose las condiciones -de desmodromía- que deben cumplir dichas leyes. Para la síntesis se han utilizado curvas de Bézier y curvas B-splines no paramétricas.**
- **Se presenta un método analítico-vectorial, sencillo y conciso, que permite obtener perfiles de levas conjugadas y de anchura y diámetro constante.**
- **Se establecen condiciones de diseño que permiten obtener levas de anchura y diámetro constante como caso particular de las conjugadas.**



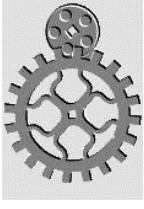
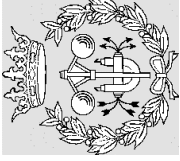
## ***Recomendaciones***

- **Que se trabaje en la etapa de comprobación del perfil de la leva, verificando los perfiles obtenidos por los métodos analíticos propuestos, a través de la determinación del radio de curvatura del perfil y del ángulo de presión en el mecanismo.**
- **Hacer un estudio de los esfuerzos de contacto en el punto de contacto leva-palpador. Así, poder establecer un radio de base de la leva durante el proceso de diseño, que garantice que el perfil a obtener no presentará características geométricas no deseadas.**



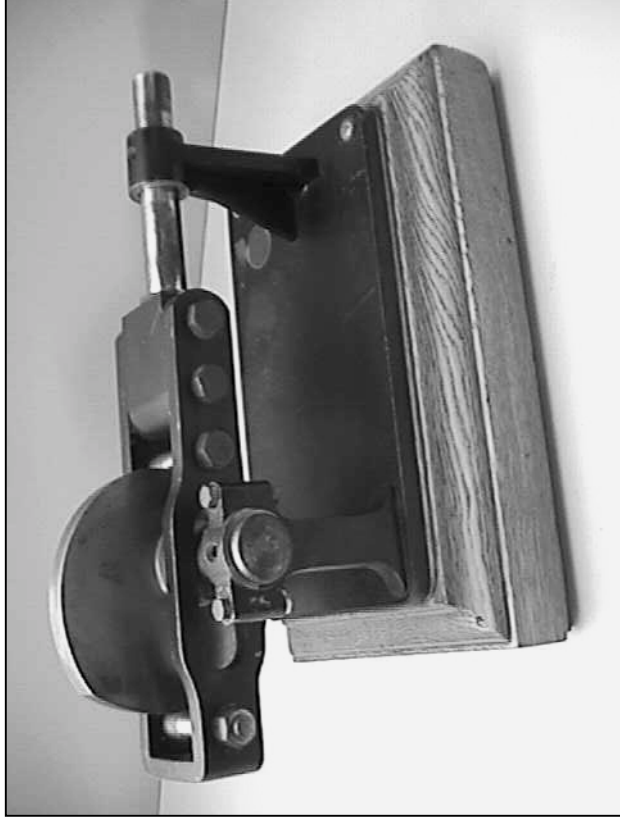
## ***Recomendaciones***

- **Se propone hacer un estudio del comportamiento dinámico en los mecanismos de levas conjugadas y de anchura y diámetro constante, utilizando leyes de desplazamiento del palpador diseñadas con curvas de Bézier y B-spline.**
- **Que se cree un programa informático para el diseño de levas –tradicionales y desmodrómicas– que permita definir las leyes de desplazamiento del palpador, tanto con las técnicas tradicionales como las curvas de Bézier y B-splines no paramétricas. Se sugiere que se utilice el enfoque analítico-vectorial utilizado en la tesis.**



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA INDUSTRIAL DE BARCELONA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

# **APORTACIÓN AL ESTUDIO DE LEVAS DESMODRÓMICAS**



ENRIQUE ERNESTO ZAYAS FIGUERAS