



TESI DOCTORAL

**APORTACIO AL CONTROL AMB
MICROPROCESSADOR DE CONVERTIDORS
CC/CC**

Autor: JOSEP BORDONAU FARRERONS

Director: JOAN PERACAULA ROURA

Barcelona, Febrer de 1990

Arribat ST 23.3.1990

10/

11000089468

Als meus pares

AGRAIMENTS

Vull donar el meu sincer agraïment a totes aquelles persones que m'han animat i ajudat a la realització d'aquesta Tesi.

En especial, vull resaltar l'ajuda del meu Director, Joan Peracaula Roura, que s'ha brindat sempre a discutir i ajudar a aclarir qualsevol aspecte d'aquest treball.

També vull destacar l'ànim que m'han donat els meus companys del Departament d'Enginyeria Electrònica, proporcionant-me amb els seus comentaris una visió més àmplia dels temes tractats.

Cal senyalar, a més a més, la gran ajuda de n'Emília Bordonau i en Jordi Bordonau per a la confecció del volum de la Tesi.

Finalment, destacar que, en diversos aspectes, el treball d'aquesta Tesi ha estat finançat pel Projecte de la Comisión Asesora de Investigación Científica y Técnica (CAICYT) n^o 2708-83, el de la Comisión Interministerial para la Ciencia y la Tecnología (CICYT) n^o 0193-86 -ambdues institucions depenents del Ministeri d'Educació i Ciència- i per un ajut a investigadors joves de la convocatòria de 1987 de la Comissió Interdepartamental per a la Recerca i Innovació Tecnològica (CIRIT), organisme dependent de la Generalitat de Catalunya.

INDEX

1. INTRODUCCIÓ	3
1.1. ELS CONVERTIDORS cc/cc COMMUTATS.....	3
1.2. CARACTERÍSTIQUES DELS CONVERTIDORS cc/cc COMMUTATS	7
1.2.1. Definició dels paràmetres característics.....	7
1.2.2. Modes de funcionament.....	10
1.3. ESTRUCTURES BÀSIQUES DE CONVERTIDORS CC/CC COMMUTATS.....	12
1.3.1. Estructura buck o reductora de tensió	12
1.3.2. Estructura boost o elevadora de tensió.....	20
1.3.3. Estructura buck-boost o reductora- elevadora de tensió	23
1.3.4. Estructures bàsiques amb aïllament galvànic.....	25
1.3.4.1. Estructura forward o directa.....	25
1.3.4.2. Estructura flyback o de retrocés.....	29
1.3.5. Estructures bàsiques amb varis transistors	31
1.3.5.1. Estructura push-pull.....	33
1.3.5.3. Estructura en pont complet.....	36
1.4. ENFOC DE LA PRESENT TESI	38
2. EL CONVERTIDOR DE CUK: ESTRUCTURA I PROPIETATS	41
2.1. TOPOLOGIA DEL CONVERTIDOR DE CUK.....	41
2.2. FUNCIONAMENT DEL CONVERTIDOR DE CUK.....	43
2.2.1. Anàlisi del convertidor de Cuk en condicions generals.....	43
2.2.2. Anàlisi del convertidor de Cuk en règim permanent.....	46
2.2.2.1. El convertidor de Cuk en mode de conducció contínua	47
2.2.2.2. El convertidor de Cuk en mode de conducció discontinua.....	48
2.2.2.3. Formes d'ona en el convertidor de Cuk.....	48
2.3. PROPIETATS DEL CONVERTIDOR DE CUK.....	50
3. MODELACIÓ DELS CONVERTIDORS cc/cc. ESTAT DE L'ART.....	53
3.1. CONCEPTE I UTILITAT DE LA MODELACIÓ.....	53
3.2. MODELS DE PETIT SENYAL.....	54
3.2.1. Mètodes numèrics	57
3.2.1.1. Modelació en els paquets de simulació de propòsit general	57
3.2.1.2. Modelació en els paquets de simulació de propòsit específic	58
3.2.1.3. Modelació en els programes especialitzats.....	59
3.2.2. Mètodes analítics.....	60
3.2.2.1. Mètode del promitjat de circuits.....	61
3.2.2.2. Mètode de les variables d'estat promitjades.....	64
3.2.2.3. Mètode del corrent injectat	73
3.2.2.4. Mètode del circuit equivalent del corrent injectat.....	77
4. MODEL EMPÍRIC DE CONVERTIDORS CC/CC: MODEL DE REGRESSIÓ.....	79
4.1. DEFINICIÓ DE LA METODOLOGIA.....	79
4.1.1. Model discret d'un convertidor cc/cc.....	80
4.1.2. Model continu d'un convertidor cc/cc.....	84
4.1.3. Introducció a la metodologia	85
4.2. DESCRIPCIÓ DE L'EXPERIMENTACIÓ.....	87
4.2.1. Condicions experimentals	87

4.2.2. Metodologia d'adquisició de dades.....	89
4.3. CÀLCUL DEL MODEL	91
4.4. DETERMINACIÓ DEL CAMP DE VALIDESA DEL MODEL. VERIFICACIÓ DELS RESULTATS.....	94
4.4.1. Mètode.....	94
4.4.2. Verificació amb diferents formes d'ona.....	94
4.4.3. Verificació amb diferents amplituts.....	96
4.5. EXTENSIÓ DEL MÈTODE.....	98
4.5.1. Simulació de convertidors cc/cc amb SPICE2.....	101
4.5.2. Simulació de convertidors cc/cc amb MICROCAP-II.....	103
4.5.3. Simulació de convertidors cc/cc amb SACSO.....	104
4.5.4. Simulació de convertidors cc/cc amb PSPICE	105
5. CONTROL DELS CONVERTIDORS CC/CC.....	107
5.1. MODES BÀSICS DE CONTROL.....	107
5.1.1. Mode de la relació de conducció.....	108
5.1.1.1. Modulació de l'amplada del pols	108
5.1.1.2. Modulació de la freqüència del pols.....	112
5.1.1.3. Mode Ton variable - Toff variable.....	118
5.1.2. Mode del corrent programat	122
5.1.2.2. Inestabilitat intrínseca d'un convertidor cc/cc controlat en mode de corrent programat	125
5.1.2.3. Ús d'una rampa addicional per a evitar la inestabilitat intrínseca	129
5.1.3. Diferències entre el mode de la relació de conducció i el mode del corrent programat	140
5.2. METODES GENERALS DE CONTROL.....	142
5.2.1. Mètode clàssic	
funcions de transferència.....	142
5.2.2. Control en l'espai d'estat.....	143
5.3. REALITZACIÓ ELECTRÒNICA DEL CONTROL.....	151
5.3.1. Control analògic de convertidors cc/cc.....	151
5.3.2. Control per microprocessador de convertidors cc/cc.....	155
6. CONTROL DEL CONVERTIDOR DE CUK EN MODE DUAL.....	161
6.1. APROXIMACIÓ AL CONTROL OPTIM DEL CONVERTIDOR DE CUK	161
6.2. CONTROL EN MODE DE LA RELACIÓ DE CONDUCCIÓ I EN MODE DEL CORRENT PROGRAMAT	165
6.3. CONTROL EN MODE DUAL.....	170
7. CONCLUSIONS.....	175
7.1. APORTACIONS DE LA TESI	175
7.2. SUGGERIMENTS I LÍNIES DE TREBALL PER A FUTURS ESTUDIS EN EL MATEIX ÀREA	179
REFERÈNCIES	181

1. INTRODUCCIÓ

1.1. ELS CONVERTIDORS cc/cc COMMUTATS

L'Electrònica de Potència és la disciplina que, mitjançant mètodes electrònics (basats en components d'estat sòlid), manipula les diferents formes de presentació de l'energia elèctrica de manera eficient, és a dir, amb el màxim rendiment possible.

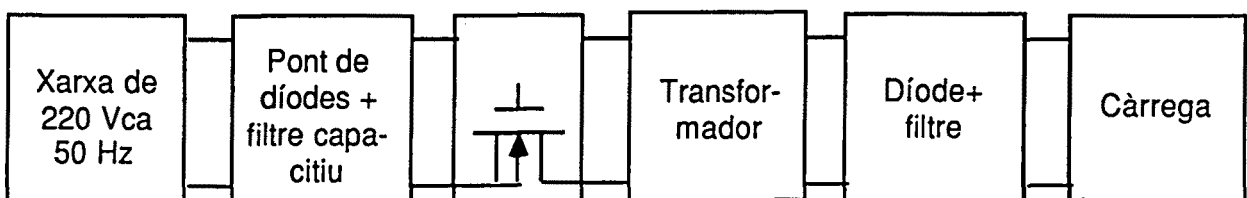
D'aquesta manera, existeixen circuits electrònics de potència que converteixen l'energia elèctrica de ca en cc, o de cc a ca.

També existeixen, però, circuits electrònics de potència (que a partir d'ara s'anomenaran *convertidors*) que canvien el nivell de cc. Aquests són els *convertidors cc/cc*, en que el valor de la tensió d'entrada és diferent al de la sortida i són els que seran tractats en aquesta Tesi, doncs, a més a més, també existeixen convertidors ca/ca, en els que es varia l'amplitud i la freqüència del senyal altern.

Existeixen dos tipus principals de solucions al problema de la conversió cc/cc: els circuits lineals i els convertidors commutats.



(a)



(b)

Figura 1.1. (a) Diagrama de blocs d'una font d'alimentació lineal. (b) Diagrama de blocs d'una font d'alimentació commutada.

A la Figura 1.1 es mostra el diagrama de blocs d'un circuit linial i d'un commutat, considerant el cas -el més corrent- de l'aplicació d'aquests convertidors a l'alimentació d'un equip.

A la Figura 1.1 apareixen els blocs constitutius principals d'una font d'alimentació linial i d'una commutada. Les diferències principals radiquen en el seu diferent volum i rendiment.

El volum d'una font d'alimentació linial és més gran al d'una commutada degut, bàsicament, a la diferència en el volum dels transformadors en cada cas. La raó resideix en que el volum d'un transformador depen en forma inversa de la freqüència a la que treballa. En el cas de la font d'alimentació linial el transformador utilitzat funciona a la freqüència de la xarxa (50 Hz), mentre que en una font d'alimentació commutada, el transformador funciona a una freqüència molt més alta (pot ser de 100 kHz o superior, és a dir, 2000 vegades superior a la de la xarxa). Això és possible ja que el transistor utilitzat converteix la tensió d'entrada (rectificada i filtrada) en una tensió rectangular a la freqüència que es desitgi, tenint presents els límits de velocitat màxima de commutació imposats pels components. Aquesta última la tensió és la que s'aplica al primari del transformador.

Pel que respecta al rendiment, es donen valors molt diferents de l'eficiència per a cada tipus de circuit. És degut a les pèrdues en els transistors.

La diferència fonamental entre els circuits linials i els commutats resideix en la zona de treball dels semiconductors en cada cas. En els circuits linials, els semiconductors operen en la zona linial, és a dir, en la zona activa pel cas dels transistors bipolars i en la de saturació en el dels MOSFETs. En canvi, els convertidors commutats estan dissenyats de tal manera que tots els semiconductors que contenen treballen en règim de commutació; més específicament, passant de la zona de saturació a la de tall i a l'inrevès si es tracta de transistors bipolars o passant de la de comportament òhmic a la de tall i a l'inrevès si es tracta de MOSFETs.

L'anterior característica es tradueix en valors molt diferents de les pèrdues de cada circuit. La Figura 1.2 mostra les trajectòries dels punts de treball dels semiconductors d'una font linial i d'una font commutada.

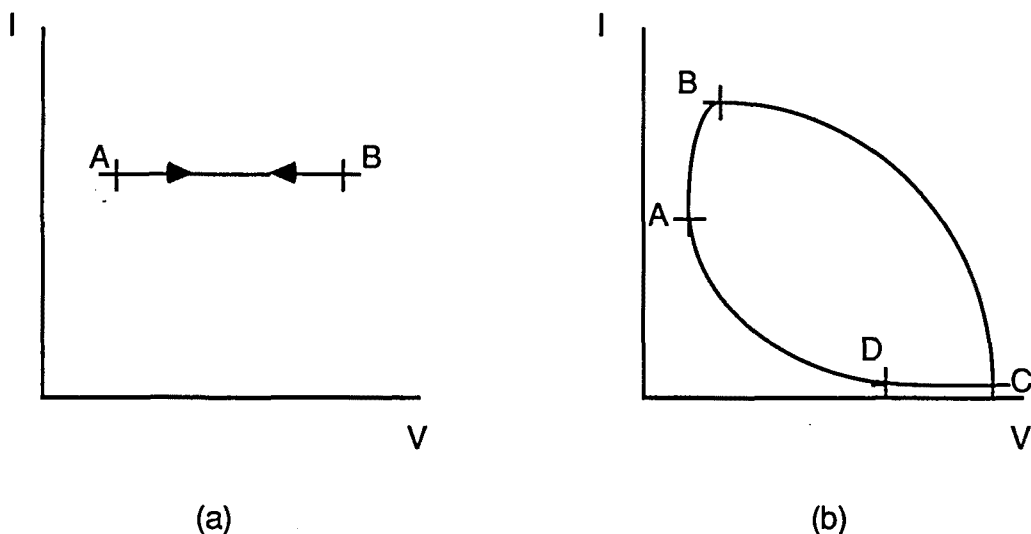


Figura 1.2. Gràfics dels punts de treball de tensió i corrent dels transistors de (a) una font lineal, alimentant una càrrega resistiva i (b) una font d'alimentació commutada.

A la Figura 1.2(a) apareixen els punts de treball del transistor d'una font lineal, considerant la càrrega resistiva. En tots els punts d'aquesta trajectòria el producte $V_S \cdot I_S$, la potència dissipada, té un valor alt, degut al fet de treballar en la zona lineal. En canvi, a la Figura 1.2(b) la situació és prou diferent. Cal notar que la major part del temps, el semiconductor o interruptor es troba a la zona de conducció (entre els punts A i B) o bé a la zona de bloqueig (entre els punts C i D), i aquestes són precisament les regions a on la dissipació és menor. Les trajectòries entre els punts B i C i entre els D i A corresponen al *pas al tall* (*turn-off* a la literatura anglesa) i al *pas a conducció* (*turn-on*), respectivament. La durada de cadascun dels intervals dóna una clara idea de la contribució de cada tram a la dissipació total:

$$\begin{aligned} T_{A-B} &\approx 5 \mu\text{s} \\ T_{B-C} &\approx 10 \text{ ns} \\ T_{C-D} &\approx 5 \mu\text{s} \\ T_{D-A} &\approx 10 \text{ ns} \end{aligned}$$

(els valors donats corresponen a valors típics de funcionament dels convertidors esmentats).

De tot lo anterior es desprenen els avantatges dels convertidors commutats. Els inconvenients es centren més que res en el cost. De la Figura 1.1 s'observa que els transistors en una font lineal estan en el cantó del secundari, de la tensió de sortida. Això implica que les tensions màximes que han de suportar són del mateix ordre de magnitud que les de sortida.

En canvi, en els convertidors commutats destinats a fonts d'alimentació -i, per tant, comparables a les fonts d'alimentació lineals- el o els transistors estan al cantó del primari del transformador. Les tensions màximes que

han de suportar són de l'ordre de la tensió de pic de la xarxa, que, habitualment, són molt més elevades.

Els requeriments de corrent en cada cas són els inversos. És a dir, per a les fonts d'alimentació lineals, el corrent que circula per l'interruptor és el de sortida i, per tant, és més elevat -tant com la relació de transformació- que el que circula pel cantó de 220 V. En canvi, en una font d'alimentació commutada, el corrent pel transistor és el d'entrada.

Els raonaments anteriors es referien als transistors. En el cas dels díodes, cal tenir present que els que s'utilitzen en les fonts d'alimentació lineals treballen a una freqüència de 50 Hz (són els del pont rectificador d'entrada). En una font d'alimentació commutada, però, els díodes de sortida han de commutar a la mateixa freqüència de l'interruptor. Per evitar fenòmens de conducció inversa, que es tradueixen en pics de corrent en els semiconductors, aquests díodes han de ser ràpids, és a dir, han de tenir un *reverse recovery time* (t_{rr}) suficientment baix, el que significa uns díodes de cost més gran.

Globalment i a igualtat de potència, el cost d'una font d'alimentació linial és inferior al d'una commutada. Bàsicament el transformador i els semiconductors són més econòmics en les fonts d'alimentació lineals. De fet, el cost és el criteri que encara pot fer decidir, en igualtat de potència de sortida, el triar una font d'alimentació linial enlloc d'una font d'alimentació commutada.

Històricament, els convertidors commutats de cc es varen començar a utilitzar en aquelles aplicacions a on el cost no era el factor principal, sinò que el que realment interesava era optimitzar la *densitat de potència*, és a dir, la relació entre potència tramesa i volum emprat, així com també el rendiment. Per això el primer camp d'aplicació d'aquests convertidors fou el dels sistemes electrònics per a vehicles aeronaútics, satèlits, etc. En els últims 5 anys s'ha extés l'ús d'aquest tipus de convertidors a l'alimentació de tot tipus d'equips: computadors, fotocopiadores, màquines d'escriure, monitors de TV, ...

1.2. CARACTERÍSTIQUES DELS CONVERTIDORS cc/cc COMMUTATS

1.2.1. Definició dels paràmetres característics

El principi de funcionament d'un convertidor commutat es descriu a la Figura 1.3. En l'esquema presentat es detalla un convertidor commutat d'una forma més general a la de la Figura 1.2, en que es descrivia l'aplicació al cas particular d'una font d'alimentació commutada.

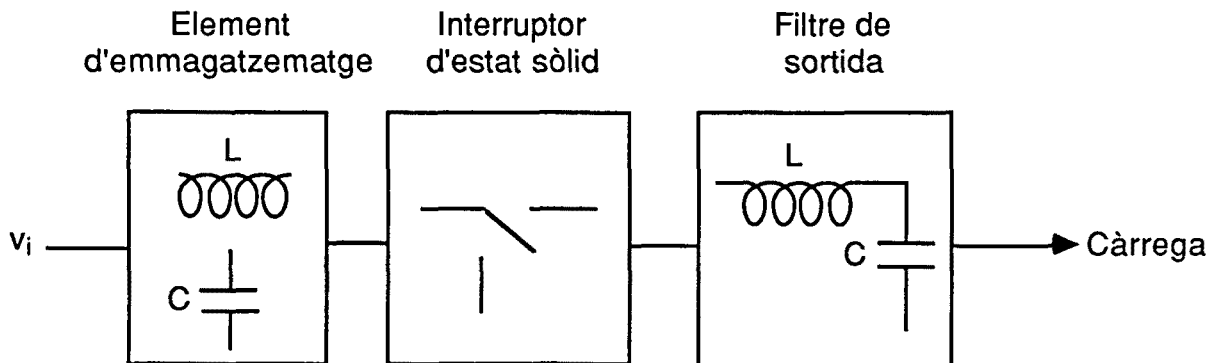


Figura 1.3. Topologia general d'un convertidor cc/cc

L'entrada ve donada per la font de tensió v_i , que és una tensió contínua, en el sentit de ser sempre de la mateixa polaritat; no està, però, regulada (o estabilitzada en altres paraules), presentant un arrissat no nul. L'arrissat es defineix, pel cas de la tensió d'entrada, en termes relatius, com

$$\text{arrissat de } x(t) (\%) = \frac{(\max(x(t)) - \min(x(t)))}{x(t)_{av}} \times 100 \quad (1.1)$$

També es poden considerar convertidors que tenen com a entrada d'energia una font de corrent, en lloc d'una font de tensió, però no és el cas en aquest treball, el que no constitueix cap restricció per als resultats.

La tensió d'entrada proporciona energia a un element d'emmagatzematge, durant el temps en que l'interruptor d'estat sòlid està conduint. Aquest interval de temps s'anomena T_{on} . L'element d'emmagatzematge pot ser una inductància -en el cas més freqüent- o un condensador.

Quan es bloqueja l'interruptor, l'energia emmagatzemada en l'interval T_{on} s'entrega a l'etapa de sortida del convertidor. El bloc de sortida consta

d'un interruptor no controlat (típicament un díode), d'un filtre i de la càrrega.

L'interval de temps en que l'element d'emmagatzematge està entregant energia al bloc de sortida s'anomena T_{off} . La commutació d'una topologia a l'altra és possible pel fet de que al deixar de conduir l'interruptor d'estat sòlid -un transistor en el cas més comú-, inicia el seu interval de conducció el díode situat al bloc de sortida. El mecanisme concret d'aquesta transferència es comprendrà amb més claretat en l'apartat 1.3, a on s'analitzen diferents topologies de convertidors.

Alguns autors identifiquen, de forma conceptual, tant l'interruptor controlat -el transistor-, com el díode. Aquesta integració condueix a la consideració d'un únic interruptor teòric de dues posicions i dues vies, tal com s'indica a la Figura 1.3(b).

En el cas en que l'element d'emmagatzematge sigui una inductància, l'energia emmagatzemada ve donada en cada instant per l'expressió (1.2).

$$W_L = \frac{1}{2} \times L i^2 \quad (1.2)$$

a on i és el corrent instantani que circula per la bobina.

Pot succeir que, si la durada de T_{off} és suficient, s'esgoti l'energia de la bobina. Això implica (expressió (1.2)) que el corrent per la bobina s'anul·larà, produint el bloqueig del dispositiu que estava conduint: concretament, el díode.

L'interval de temps en que no condueix ni l'interruptor controlat ni el díode o, equivalentment, l'interval en que és nul el corrent per l'interruptor de dues posicions i dues vies citat anteriorment, rep el nom de T_{off} .

El funcionament d'un convertidor commutat es basa en la repetició cíclica dels intervals T_{on} - T_{off} - T_{off} ' (aquest últim si existeix). Es defineixen llavors el període de commutació del convertidor T_s i la freqüència de commutació del convertidor f_s :

$$T_s = T_{on} + T_{off} + T_{off}' \quad (1.3)$$
$$f_s = \frac{1}{T_s}$$

A més a més, hi ha un altre paràmetre que intervé, com es veurà a l'apartat 1.3, en la relació entre la tensió d'entrada i la de sortida del convertidor quan està funcionant en règim permanent. És el que s'anomena *relació de conducció* (a la literatura anglesa *duty ratio*). Ve definit per l'equació (1.4) i determina el funcionament del convertidor.

$$d = \frac{T_{on}}{T_s} \quad (1.4)$$

$(0 \leq d \leq 1)$

Es defineix també un paràmetre adimensional, anomenat K que té en compte la càrrega del convertidor. En realitat, es defineix pel cas en que la càrrega es pot considerar resistiva. Resulta útil per l'anàlisi del mode de conducció discontinua, tal com es veurà a l'apartat 1.2.2.

$$K = \frac{2L}{\left(\frac{V_o}{I_o}\right) \times T_s} \quad (1.5)$$

A l'expressió (1.5) V_o és el valor mig de la tensió de sortida, I_o és el corrent mig de sortida -i, per tant, (V_o/I_o) seria el valor de la resistència de càrrega, en el cas en que la càrrega fos resistiva-, T_s és el període de commutació i L és la inductància del convertidor. Pot succeir que la topologia d'un convertidor tingui més d'una inductància. Llavors L depen del valor de les inductàncies presents i de la pròpia estructura del convertidor (per exemple, pot ser igual al seu equivalent en paral·lel).

El funcionament d'un convertidor queda descrit també per les funcions de transferència, que no són altra cosa que la relació entre dues magnituds del convertidor.

Donat que l'objectiu en els convertidors cc/cc que aquí es tracten (amb entrada i sortida de tensió) és mantenir el més constant possible la tensió de sortida, un dels paràmetres que apareix a les funcions de transferència és, precisament, la tensió de sortida.

Les funcions de transferència es plantegen de dues maneres: en cc (o règim permanent) i en ca (o en règim dinàmic).

Les funcions de transferència en cc mostren la relació entre les variables quan s'ha arribat al règim permanent i considerant que hi ha un punt de funcionament estable. Per tant, es considera que les dues variables externes que poden afectar al convertidor són constants: la tensió d'entrada i la relació de conducció.

Les relacions en cc que es prenen són les de (1.6).

$$\frac{V_o}{V_i} = F(D) \quad (1.6)$$

$$\frac{V_o}{D} = G(V_i)$$

Els noms de variables que apareixen en majúscula indiquen que es tracta de valors en règim estacionari. Les funcions F i G depenen de l'estructura del convertidor.

Les funcions de transferència en ca descriuen la dinàmica del convertidor. En el cas ideal, es desitjarien expressions com les de (1.7).

$$\begin{aligned} \frac{V_o}{V_i} &= f(d, L, C, R, T_s) \\ \frac{V_o}{d} &= g(v_i, L, C, R, T_s) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Ara totes les variables apareixen a l'equació (1.7) en minúscules, per indicar que són valors no constants, sinò variables en el temps.

En general, les funcions de transferència f i g dependran de la topologia del circuit, dels seus paràmetres (L i C), del període de commutació (T_s) i de la càrrega (que en aquest cas s'ha considerat resistiva, R).

Cal notar que seria desitjable que les expressions (1.7) fossin lineals, per poder aplicar tècniques conegudes de teoria de sistemes.

1.2.2. Modes de funcionament

En un convertidor electrònic de potència en general, o en un convertidor cc/cc en particular, es poden distingir dues parts principals:

- La corresponent pròpiament al convertidor, que és el circuit pel que es manipulen els valors elevats de tensions i corrents. En el cas dels convertidors cc/cc, aquesta part està formada per l'interruptor d'estat sòlid, el díode, els components d'emmagatzematge (inductàncies i condensadors), la font d'entrada i la càrrega. S'anomena genèricament *circuit de potència*.
- La part que s'encarrega de comanar el o els interruptors d'estat sòlid. És un circuit que manipula senyals febles (valors el més baixos possible de tensions i corrents), decidint en cada moment si els interruptors han de conduir o no i, per tant, com ha de funcionar el circuit de potència. Donat que, de fet, aquest bloc s'encarrega de controlar el funcionament del circuit de potència, rep el nom de *circuit de control*.

Els modes de funcionament que es tractaran en aquest apartat són els relatius al circuit de potència. (els modes de funcionament del circuit de control es veuen somerament descrits a l'apartat 5.1). Es poden considerar els següents:

a) Mode de conducció contínua.

Es caracteritza perquè el convertidor només presenta dues topologies. La corresponent a interruptor/s conduint i díode bloquejat i la complementària

d'aquesta. Analíticament, l'expressió quantitativa de la descripció qualitativa anterior ve donada per (1.8).

$$\begin{aligned} T_{off'} &= 0 \\ T_s &= T_{on} + T_{off} \end{aligned} \quad (1.8)$$

b) Mode de conducció discontinua.

Es caracteritza perquè el convertidor presenta tres topologies. 1) La corresponent a interruptor/s conduint i díode bloquejat; 2) la complementària de l'anterior, amb el/s interruptor/s bloquejats i el díode conduint; 3) una altra topologia en que tots els interruptors estan bloquejats. Les equacions (1.9) descriuen analíticament el mode de conducció discontinua.

$$\begin{aligned} T_{off'} &> 0 \\ T_s &= T_{on} + T_{off} + T_{off'} \end{aligned} \quad (1.9)$$

c) Conducció crítica.

Aquest no és exactament un mode de funcionament del convertidor, sinó un punt de funcionament.

Correspon a aquell estat del convertidor entre el mode de conducció contínua i el mode de conducció discontinua. És a dir, es produeix la conducció crítica quan en alguna inductància del circuit de potència d'un convertidor el corrent s'anul·la per un punt, i només un punt, de l'interval de temps corresponent a un període.

Analíticament ve descrit per (1.10).

$$\begin{aligned} \text{conducció crítica} &\Leftrightarrow \exists! t_c \in (0, T_s] \quad \text{t.q.} \quad i_{L_j}(t_c) = 0 \\ &(1 \leq j \leq n_L) \end{aligned} \quad (1.10)$$

(n_L indica el número de inductàncies del convertidor)

A l'apartat 1.3 es veurà com, a més a més, es poden definir altres relacions que també caracteritzen els modes de conducció contínua i discontinua, però per a cada convertidor en particular.

Concretament, a partir del valor del paràmetre adimensional K definit a (1.5), es pot conèixer si el convertidor es trobe en un mode de conducció o l'altre, doncs existeix per a cada cas un valor crític de K .

1.3. ESTRUCTURES BÀSIQUES DE CONVERTIDORS CC/CC COMMUTATS

En aquest apartat es tractaran diversos exemples de convertidors cc/cc commutats. Es fixarà l'atenció en el circuit de potència i no en el de control, que serà vist al capítol 5.

Les topologies que es presentaran són les més conegudes i ampliament utilitzades. De cadascuna d'elles es descriurà el principi de funcionament, tant en conducció contínua com discontinua.

Analíticament, es trobaran les funcions de transferència en cc, tant en conducció contínua com discontinua. Així mateix, s'explicitaran les condicions que determinen el punt de conducció crítica.

1.3.1. Estructura *buck* o reductora de tensió

És la més bàsica i també la que permet obtenir un millor rendiment. La seva topologia apareix a la Figura 1.4.

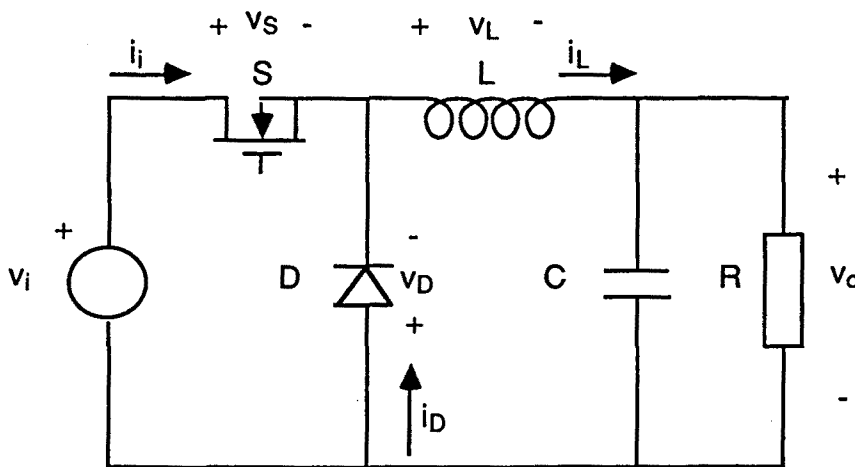


Figura 1.4. Topologia d'un convertidor *buck*.

A la Figura 1.4 s'ha dibuixat la font de tensió d'entrada sense especificar la seva forma. Es considerarà en totes les anàlisis que la tensió d'entrada v_i és, com ja s'ha especificat a l'apartat 1.2.1, una tensió unipolar amb un cert arissat.

L'interruptor S s'ha materialitzat com un MOSFET de potència, donat que és el que més habitualment s'utilitza en aquests convertidors (tant en els de Laboratori com en els industrials).

Aquest cas del convertidor *buck* s'analitzarà amb més detall, per marcar la pauta a seguir amb l'anàlisi de la resta dels convertidors.

A les Figures 1.5, 1.6 i 1.7 es donen les diferents topologies del convertidor reductor pels intervals T_{on} , T_{off} i T_{off} , respectivament.

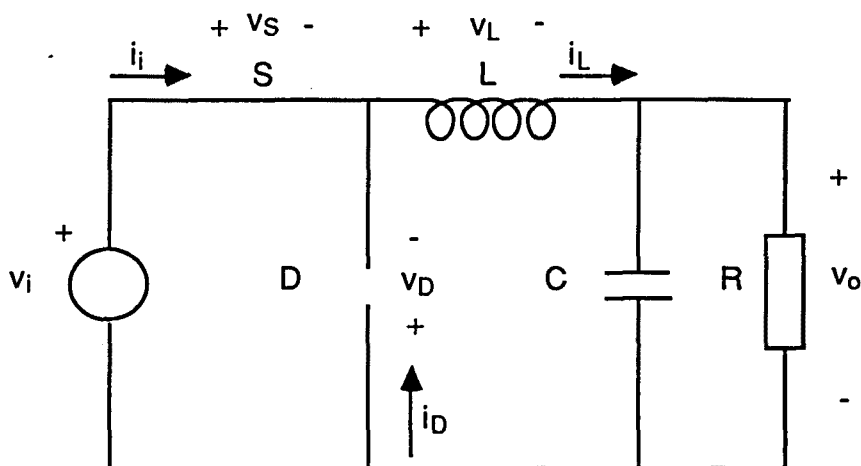


Figura 1.5. Topologia del convertidor *buck* durant l'interval T_{on} .

El circuit equivalent del convertidor quan el transistor està conduït es dona a la Figura 1.5.

CONVENI DE NOTACIÓ

S'indicarà a partir d'ara que un interruptor està conduït substituint-lo simplement per un fil, mentre que es simbolitzarà el seu estat de bloqueig per un circuit obert.

Per a l'anàlisi del circuit es faran les següents

HIPÒTESIS

$$v_i \approx \text{constant}$$

$$v_o \approx \text{constant}$$

$$v_{S_{on}} \approx 0 \tag{1.11}$$

$$v_{D_{on}} \approx 0$$

$$T_s = \text{constant}$$

Es consideren negligibles les variacions de les tensions d'entrada i de sortida, així com les caigudes de tensió en el transistor i el díode quan condueixen. A més a més, es considera en aquest anàlisi que el circuit de control manté constant el període de commutació.

En les condicions de la Figura 1.5 i amb les hipòtesis (1.11) es verifica:

$$V_i - V_o = L \times \frac{d i_L}{d t} \quad (1.12)$$

Integrant (1.12) durant l'interval $(0, T_{on}]$:

$$i_L(t) - i_L(0) = \frac{(V_i - V_o) \times t}{L} \quad (1.13)$$

$t \in (0, T_{on}]$

L'expressió (1.13) mostra una evolució linial del corrent.

Observi's que l'anàlisi s'ha enfocat a la determinació de les variables d'estat, que seran les que millor definiran el comportament del convertidor.

En el cas concret del convertidor *buck*, només hi ha dues variables d'estat, el corrent a la inductància i_L i la tensió al condensador v_D i cal notar que només té sentit plantejar les equacions corresponents al corrent a la inductància, doncs la tensió de sortida s'ha considerat constant a les hipòtesis de treball (1.11).

Per continuar el procés cal seguir el mateix mètode per a la topologia corresponent a T_{off} . a la Figura 1.6 hi ha la topologia present durant aquest interval.

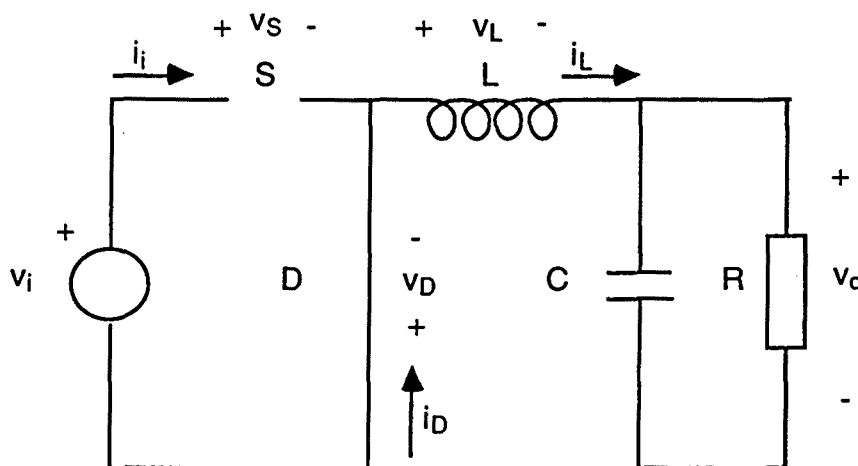


Figura 1.6. Topologia del convertidor *buck* durant l'interval T_{off} .

Seguint la metodologia anterior, plantejant l'equació de la variable d'estat i_L s'arriba a l'expressió (1.14).

$$-V_o = L \times \frac{di_L}{dt} \quad (1.14)$$

Integrant l'equació (1.14) a l'interval $(T_{on}, T_{on} + T_{off})$, s'obté la (1.15).

$$i_L(t) - i_L(T_{on}) = -\frac{V_o \times (t - T_{on})}{L} \quad (1.15)$$

$t \in (T_{on}, T_{on} + T_{off})$

L'evolució del corrent a la inductància torna a ser lineal. A diferència del cas anterior (el de l'interval T_{on}), el pendent de i_L és ara negatiu, el que respon al fenomen físic de que l'energia a la inductància està disminuint (veure expressió (1.2)).

Per tant, durant l'interval T_{on} la inductància rep energia de la font d'entrada, doncs i_L és una funció creixent (expressió (1.13)), mentre que durant T_{off} la inductància entrega energia a la càrrega, al ser i_L una funció decreixent.

En aquestes condicions, es pot trobar la funció de transferència del circuit funcionant en règim permanent i conducció contínua, doncs no existeix l'interval T_{off} .

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ CONTÍNUA

Efectivament, en règim permanent s'ha de complir que l'increment del corrent de la bobina durant T_{on} ha de ser igual al decrement del corrent de la bobina durant T_{off} , donat que

$$i_L(0) = i_L(T_s) \quad (1.16)$$

A la Figura 1.7 s'han representat les formes d'ona del convertidor reductor funcionant en conducció contínua.

Es dedueix llavors la igualtat de l'increment i decrement del corrent a la inductància durant T_{on} i T_{off} , respectivament:

$$\begin{aligned} i_L(T_s) - i_L(T_{on}) &= -(i_L(T_{on}) - i_L(0)) \\ i_L(T_{on} + T_{off}) - i_L(T_{on}) &= -(i_L(T_{on}) - i_L(0)) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Ara es poden utilitzar les equacions (1.13) i (1.15) per deduir de la segona expressió (1.17) l'equació de transferència:

$$-\frac{V_o \times ((T_{on} + T_{off}) - T_{on})}{L} = -\frac{(V_i - V_o) \times T_{on}}{L} \quad (1.18)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = D$$

L'expressió (1.18) dóna idea del perquè s'anomena reductor al convertidor estudiat, doncs la tensió de sortida és sempre menor o igual a l'entrada, ja que la relació de conducció D és un número comprès entre 0 i 1.

De fet, a la realitat no són aconseguibles els valors extrems de la relació de conducció. L'interval habitual de valors de D va, aproximadament, de 0,1 a 0,9, el que indica que no és possible obtenir directament, amb la topologia de la Figura 1.4, valors de la tensió de sortida molt més baixos que la tensió d'entrada o molt propers a la tensió d'entrada.

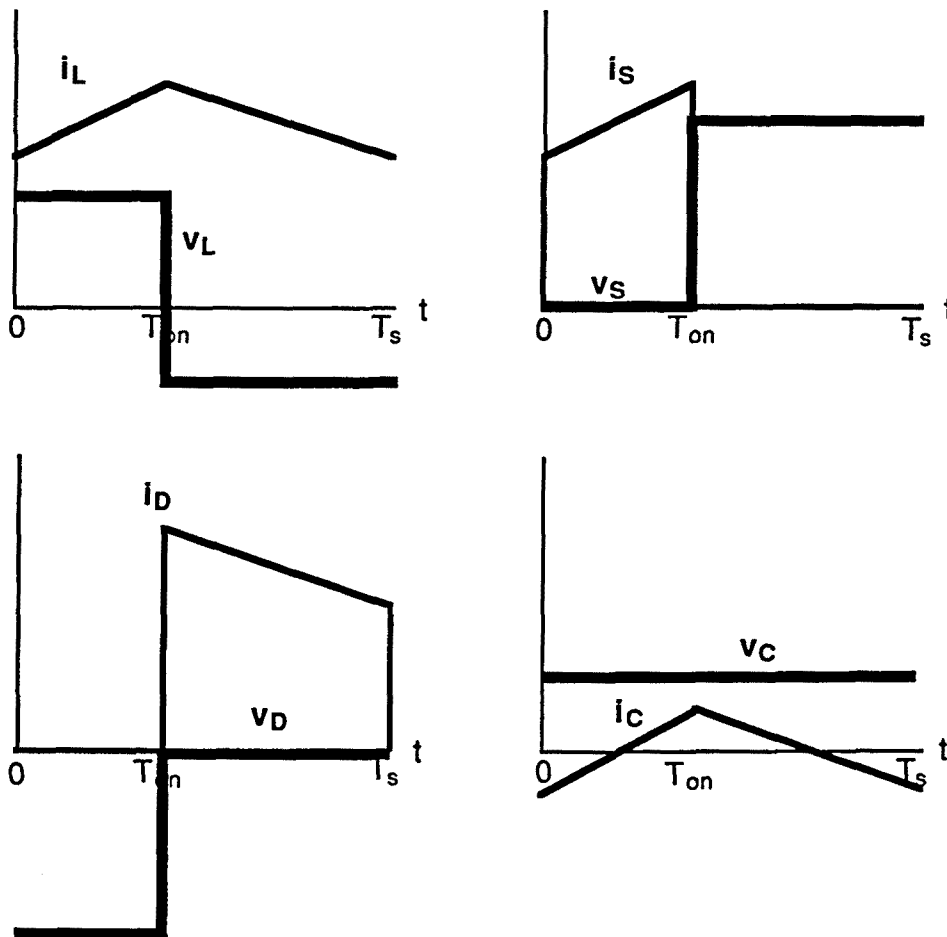


Figura 1.7. Formes d'ona del convertidor reductor en conducció contínua: a la inductància (i_L , v_L), a l'interruptor (i_S , v_S), al díode (i_D , v_D) i al condensador (i_C , v_C).

Una observació sobre les formes d'ona de corrent del convertidor reductor. Cal notar la diferència entre la forma d'ona del corrent per l'interruptor i el del corrent per la inductància.

El corrent per l'interruptor és polsant, en el sentit de que, dins de cada període, hi ha un interval en que és nul i un altre en que és no nul (i normalment elevat). Donat que el corrent per l'interruptor és igual al corrent d'entrada, això es tradueix en que hi ha una generació important de EMI (ElectroMagnetical Interference) o soroll electromagnètic a l'entrada.

En canvi, el corrent per la inductància, a pesar de no ser constant, té una forma d'ona no polsant, amb variacions lineals. Llavors, com el corrent per la inductància està directament relacionat amb el corrent que s'injecta a la sortida, resulta que l'EMI a la sortida és baix per aquest convertidor.

En general, es pot afirmar que la presència d'una inductància fa que el corrent no pugui ser polsant, donat que el camp magnètic (o l'energia magnètica) emmagatzemat en una bobina no pugui variar bruscament, i el camp magnètic (o l'energia magnètica) estan directament relacionats amb el corrent que circula per la inductància.

Com a conclusió, els diferents convertidors podran presentar un valor d'EMI generat gran en aquell cantó a on no hi hagi una bobina. O dit d'una altra manera, per reduir l'EMI generat a valors admissibles, caldrà afegir un filtre addicional (que contindrà una o més inductàncies), que suposa una complicació intrínseca, per l'estructura del convertidor.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ DISCONTÍNUA

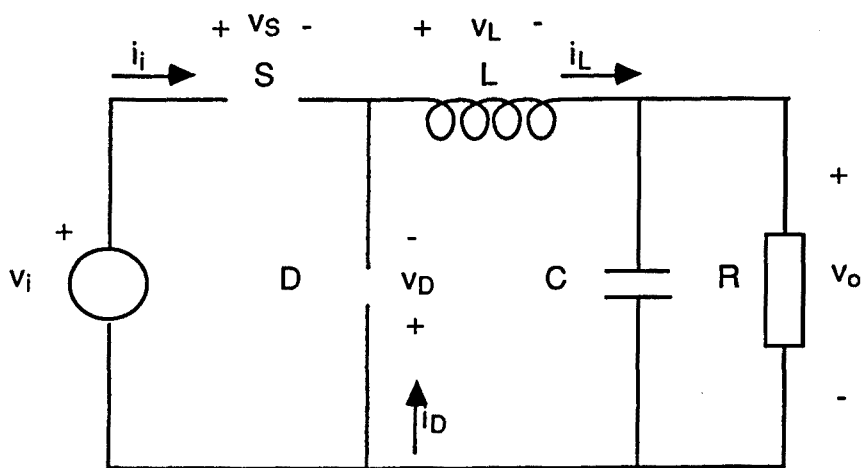


Figura 1.8. Topologia del convertidor *buck* durant l'interval T_{off} .

Les equacions (1.13) i (1.15) continuen essent vàlides en el cas en que s'analitzi el funcionament en conducció discontinua, doncs s'han deduit de manera general. De totes formes, ara cal afegir l'anàlisi de l'interval que abans no s'ha considerat: l'interval T_{off} .

A la Figura 1.8 apareix l'esquema del convertidor durant T_{off} , amb els dos semiconductors bloquejats.

En aquest cas, l'equació d'estat per a la bobina queda:

$$\begin{aligned}
 0 &= L \times \frac{di_L}{dt} \\
 i_L(t) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{1.19}$$

$t \in (T_{on} + T_{off}, T_s]$

A l'equació (1.19) apareix la integració de l'equació d'estat directament, sabent que, en conducció discontinua es parteix de que el corrent a la inductància s'ha anul·lat a l'interval T_{off} .

A la Figura 1.9 s'ha dibuixat la forma d'ona del corrent a la inductància en aquest cas. D'allà es poden deduir les expressions generals del corrent mig a la sortida i de la igualtat entre el creixement del corrent durant T_{on} i el decreixement durant T_{off} :

$$\begin{aligned}
 I_o &= \frac{1}{T_s} \frac{1}{2} \frac{(V_i - V_o) T_{on}}{L} (T_{on} + T_{off}) \\
 (V_i - V_o) T_{on} &= V_o T_{off}
 \end{aligned}
 \tag{1.20}$$

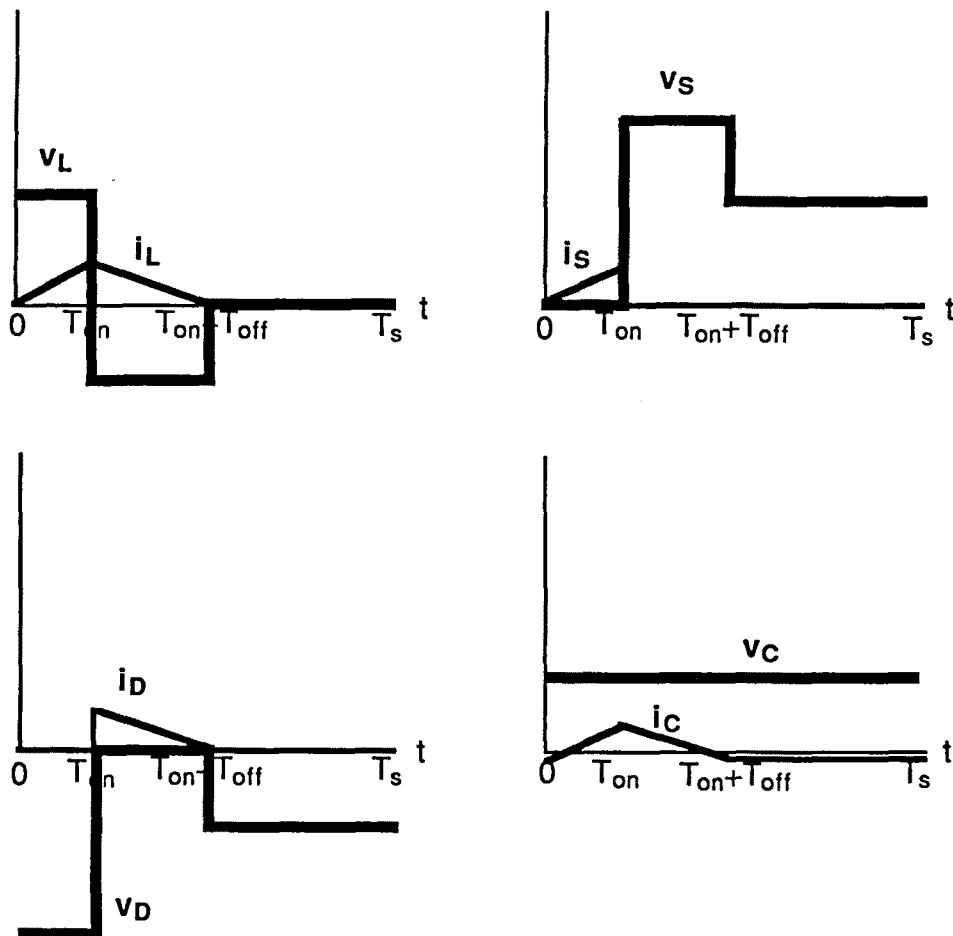


Figura 1.9. Formes d'ona del convertidor reductor en conducció discontinua: a la inductància (i_L , v_L), a l'interruptor (i_S , v_S), al díode (i_D , v_D) i al condensador (i_C , v_C), suposant en aquest últim cas que la càrrega és resistiva.

Combinant les equacions (1.20), es dedueix la relació entre la tensió d'entrada i de sortida, que queda com:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2}}} \quad (1.21)$$

A l'expressió (1.21) cal destacar el fet de que, en conducció discontinua, la funció de transferència de la tensió de sortida no depen únicament de la relació de conducció D , sinò que també apareix el paràmetre K , definit a (1.5), que està relacionat amb paràmetres propis del circuit, el període de commutació del convertidor i, a més a més, amb la relació entre la tensió mitjana de sortida i el corrent mig de sortida -que depenen fortament de la càrrega-.

CONDUCCIÓ CRÍTICA

Ja s'ha definit anteriorment a l'apartat 1.2.2 la conducció crítica, tant de manera qualitativa com analítica mitjançant (1.10).

Donat que, de fet, la conducció crítica no és un mode de funcionament, sinó un punt de funcionament, el que cal és trobar les condicions que el determinen. La igualació de les funcions de transferència (1.18) i (1.21), corresponents als modes de conducció contínua i discontinua, respectivament, permet determinar la condició de conducció crítica. El resultat es dona a (1.22).

$$K_{\text{crít}} = 1 - D \quad (1.22)$$

La interpretació del significat de (1.22) requereix examinar els paràmetres que intervenen a K -recordar (1.5)-, doncs segons $K_{\text{crít}}$ sigui superior o inferior a $1 - D$, el convertidor treballarà en un mode o un altre.

D'una banda hi ha dues variables que són inamovibles a partir del moment en que el convertidor s'ha construït: són la inductància L i el període de commutació T_s .

D'altra banda apareix la relació entre la tensió mitjana de sortida i el corrent mig de sortida, que, de fet, és l'únic paràmetre que pot variar. Dels gràfics de les Figures 1.7 i 1.9 es pot apreciar la forma del corrent a la inductància. Aquesta variable és important, doncs és la que determina el corrent mig que arriba a la càrrega (en règim permanent, el corrent mig per un condensador és nul). Per tant, es dedueix que en mode de conducció contínua el valor del corrent mig és superior, en termes relatius, al corrent mig en règim de conducció discontinua. Per tant, es compleix:

$$K > K_{\text{crít}} \Leftrightarrow \text{conducció contínua}$$

$$K < K_{\text{crít}} \Leftrightarrow \text{conducció discontinua}$$

$$K = K_{\text{crít}} \Leftrightarrow \text{conducció crítica}$$

(1.23)

A partir d'ara, l'anàlisi es simplificarà, doncs la metodologia descrita en aquest apartat és traduïble a la resta dels convertidors. Es donaran, si cal, els aspectes singulars de cada estructura.

1.3.2. Estructura *boost* o elevadora de tensió

El convertidor *boost* té l'estructura descrita a la Figura 1.10.

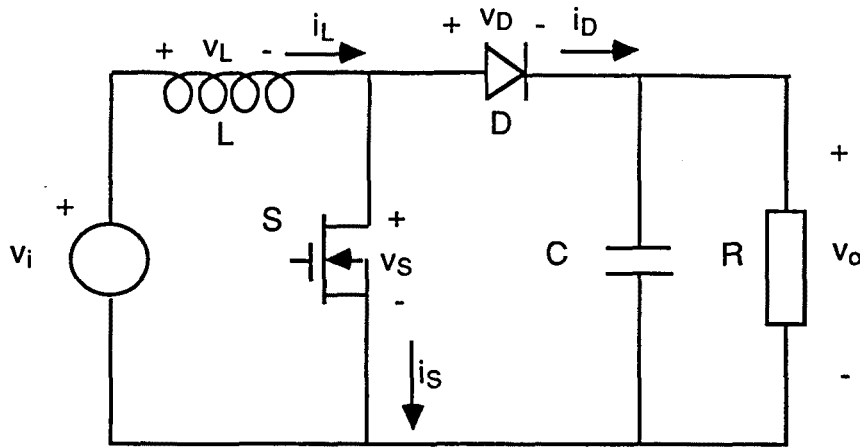


Figura 1.10. Topologia d'un convertidor *boost*

Partint del circuit de la Figura 1.10, es desenvolupa una anàlisi similar a la feta pel convertidor reductor. Successivament es procedirà a trobar la funció de transferència en mode de conducció contínua i en mode de conducció discontinua, així com a caracteritzar el punt de funcionament crític. En cada cas, es faran les observacions relacionades amb l'estructura particular del convertidor elevador.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ CONTÍNUA

Considerant també les hipòtesis (1.11), les equacions que es verifiquen són les següents:

$$V_i = L \frac{di_L}{dt} \quad (1.24)$$

$$t \in (0, T_{on}]$$

L'expressió (1.24) modelitza les variables d'estat del convertidor durant T_{on} . Com en el cas del convertidor reductor, hi ha dues variables d'estat, el corrent a la inductància i la tensió al condensador. També com en aquell cas, la tensió del condensador no intervé en el plantejament, al ser aproximadament constant.

Anàlogament, durant T_{off} es compleix (1.25).

$$V_i - V_o = L \frac{di_L}{dt} \quad (1.25)$$

$$t \in (T_{on}, T_{on} + T_{off}]$$

De les equacions (1.24) i (1.25) es pot deduir la funció de transferència en cc i mode de conducció contínua pel convertidor *buck*:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1-D} \quad (1.26)$$

L'anàlisi teòrica de l'expressió (1.26) indica que la tensió de sortida sempre és major o igual que la d'entrada i sense límit superior, donat que la relació de conducció és sempre un valor entre 0 i 1.

Com ja s'ha comentat previament, els valors que realment es poden aconseguir per a la relació de conducció tenen un límit inferior de 0,1 (aproximadament) i un de superior de 0,9 (aproximadament). Això implica que la tensió de sortida és sempre lleugerament superior a la d'entrada i, com a màxim, pot ser de l'ordre de 10 vegades superiors a la d'entrada. En les realitzacions pràctiques basades en aquest convertidor, és convenient limitar el valor màxim de la relació de conducció, per evitar que es pugui arribar a una conducció continuada del transistor S.

En efecte, es pot apreciar a la Figura 1.10, que si el transistor S condueix sempre, es té un típic circuit RL, a on la resistència ve donada per l'equivalent sèrie de la resistència de la font d'entrada, la del bobinat de la inductància i la del transistor. Donat que el valor de la resistència global pot ser prou petit (de l'ordre de 1 Ω o menor), el que realment succeix és que el transistor veu superat el seu valor màxim admissible de corrent.

Continuant amb la observació feta sobre l'EMI generat pel convertidor de l'apartat 1.3.1, s'observa que l'estructura bàsica del convertidor elevador conté una inductància a l'entrada, però no a la sortida. L'EMI generat serà, llavors, alt a la sortida i baix a l'entrada.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ DISCONTÍNUA

Procedint de forma anàloga, s'obté l'equació (1.27), durant l'interval T_{off} .

$$0 = L \frac{d i_L}{d t} \quad (1.27)$$

$$t \in (T_{on} + T_{off}, T_s]$$

I combinant amb les expressions (1.24) i (1.25), es té la relació buscada:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4 D^2}{K}}}{2} \quad (1.28)$$

S'indica també quina és la condició, respecte del paràmetre K , per definir quina és la zona de treball a l'expressió (1.29). Les condicions (1.23) continuant essent vàlides per a determinar la zona de funcionament del convertidor.

$$K_{crit} = D (1-D)^2 \quad (1.29)$$

1.3.3. Estructura *buck-boost* o reductora- elevadora de tensió

El convertidor *buck-boost* té l'estructura descrita a la Figura 1.11.

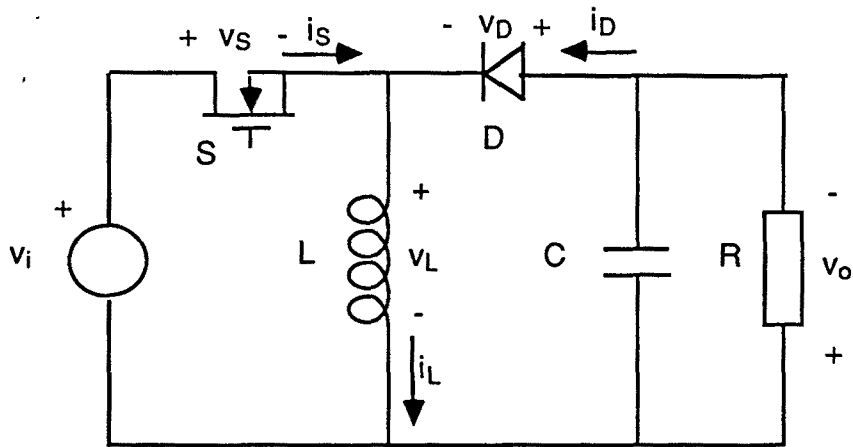


Figura 1.11. Topologia d'un convertidor *buck-boost*

Cal notar a la Figura 1.11 que la tensió de sortida té la polaritat invertida respecte a la de l'entrada (s'han donat els convenis de les dues tensions d'acord amb la polaritat real).

A més a més, és destacable que, des del punt de vista topològic, l'estructura reductora-elevadora resulta de la combinació en cascada d'un convertidor reductor (noti's l'interruptor col.locat a l'entrada) i d'un convertidor elevador (l'estructura de sortida conté el mateix díode), combinant-se amb un emmagatzematge inductiu.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ CONTÍNUA

Considerant també les hipòtesis (1.11), les equacions que es verifiquen són les següents:

$$V_i = L \frac{d i_L}{d t} \quad (1.30)$$

$$t \in (0, T_{on}]$$

Anàlogament, durant T_{off} es compleix (1.31).

$$-V_o = L \frac{d i_L}{d t} \quad (1.31)$$

$$t \in (T_{on}, T_{on} + T_{off}]$$

De les equacions (1.30) i (1.31) es pot deduir la funció de transferència en cc pel convertidor *buck-boost*: en mode de conducció contínua

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{1-D} \quad (1.32)$$

L'anàlisi teòrica de l'expressió (1.32) indica que la tensió de sortida pot ser menor o major que l'entrada -la relació de conducció és sempre un valor entre 0 i 1-. De fet, per valors de la relació de conducció inferiors a 0,5, la tensió de sortida és menor que la d'entrada, mentre que per valors de la relació de conducció superiors a 0,5, la tensió de sortida és més gran que la d'entrada.

Com en qualsevol convertidor, existeixen els límits pràctics dels valors de la relació de conducció. Suposant, doncs, que l'interval possible va de 0,1 a 0,9, les relacions entre la tensió de entrada i la de sortida aconseguibles van de 0,111 a 9,0, respectivament.

Observi's que, també en aquest cas, és necessari assegurar que el transistor no arribi a conduir continuament, el que suposaria un valor igual a la unitat de la relació de conducció, ocasionant un efecte similar al del convertidor elevador. Aquest cas del convertidor reductor-elevador és un altre exemple en que és necessari limitar el valor màxim de la relació de conducció.

Pel que respecta a l'EMI generat pel convertidor, s'observa que l'estructura bàsica del convertidor reductor-elevador (Figura 1.11) conté la inductància com element d'emmagatzematge. Això és degut al fet de que el convertidor reductor-elevador es sintetitza a partir de la connexió en cascada d'un convertidor reductor i un d'elevador. Per tant, el valor de l'EMI a l'entrada en aquest convertidor serà el mateix que pel convertidor reductor, mentre que el de sortida serà el mateix que per un convertidor elevador.

El resultat és que l'EMI generat per aquest convertidor és alt tant a l'entrada com a la sortida, pel fet de que el corrent d'entrada i el de sortida és polsant.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ DISCONTÍNUA

Procedint de forma anàloga, s'obté l'equació (1.32), durant l'interval T_{off} .

$$0 = L \frac{di_L}{dt} \quad (1.32)$$

$$t \in (T_{on} + T_{off}, T_s]$$

I combinant amb les expressions (1.30) i (1.31), es té la relació buscada:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{\sqrt{K}} \quad (1.33)$$

S'indica també quina és la condició, respecte del paràmetre K , per definir quina és la zona de treball:

$$K_{\text{crit}} = (1-D)^2 \quad (1.34)$$

També les expressions de (1.23) serveixen per a determinar el mode de funcionament del convertidor.

1.3.4. Estructures bàsiques amb aïllament galvànic

A qualsevol sistema electrònic de potència, una de les especificacions desitjades és l'aïllament entre el circuit de potència (la part del circuit amb tensions i corrents elevats) i el circuit de control. D'aquesta manera es millora la fiabilitat del sistema global, procurant evitar que qualsevol malfuncionament al circuit de potència es pugui traduir en la destrucció del circuit de control, molt menys robust. A més a més, és convenient que l'entrada d'energia estigui aïllada de la sortida d'energia, doncs així qualsevol curtcircuit en una de les dues etapes, no té perquè reflectir-se en l'altra.

L'aïllament entre el circuit de potència i el de control s'aconsegueix bàsicament mitjançant dos mètodes: aïllament inductiu i aïllament òptic - aquest últim s'utilitza normalment al comanament dels interruptors del convertidor, doncs venen governats per senyals rectangulars, molt adequats per a ser tramesos per un optoaïllador.

En el cas concret dels convertidors commutats, existeixen unes topologies del circuit de potència que són intrínsecament aïllades, és a dir, que ja incorporen l'aïllament entre l'entrada i la sortida. Totes aquestes estructures es basen en un aïllament inductiu, en l'ús d'un transformador.

En aquest apartat es revisaran somerament les estructures més usuals de convertidors commutats amb aïllament inductiu.

1.3.4.1. Estructura *forward* o directa

El convertidor *forward* té l'estructura descrita a la Figura 1.12.

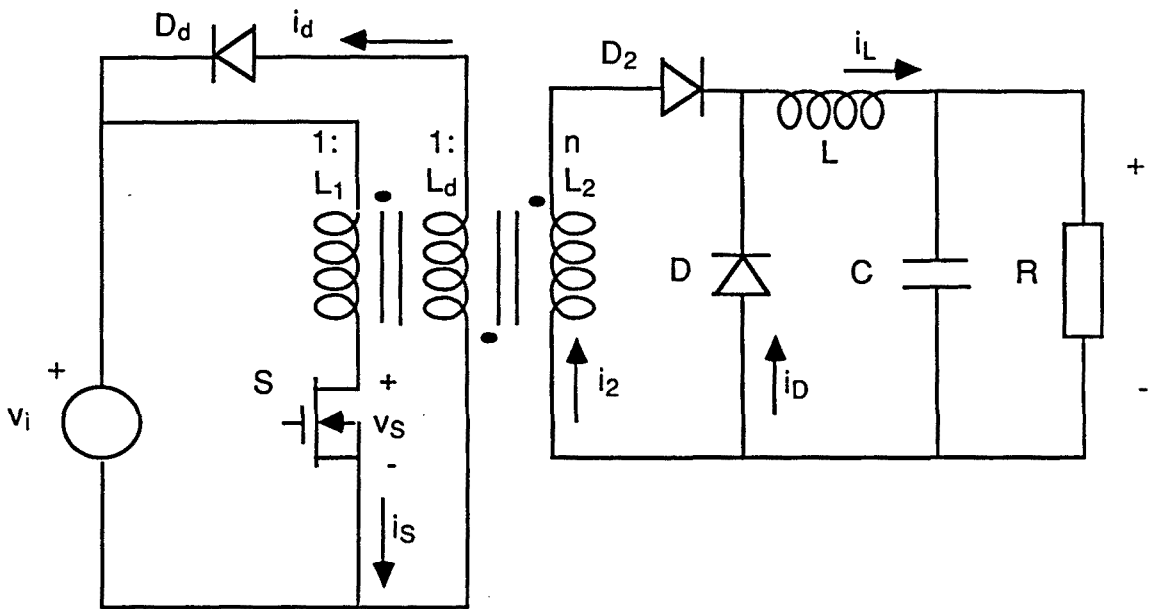


Figura 1.12. Topologia d'un convertidor *forward*

En la topologia del convertidor *forward* o directe apareix un transformador de 3 devanats. De moment, es consideren els devanats L_1 i L_2 .

L'estructura del convertidor directe és, en realitat, derivada del convertidor reductor, afegint-li l'aïllament inductiu.

En efecte, els bobinats L_1 i L_2 actuen com un transformador de la forma d'ona rectangular que s'aplica al primari L_1 . Aquesta forma d'ona rectangular és deguda a la commutació del transistor S . Llavors només cal notar que el secundari té la mateixa estructura que l'etapa de sortida d'un convertidor reductor. Comparant les Figures 1.4 i 1.12, és clara la similitud entre les parts que contenen els components retolats L , D , R i C . Cal veure la resta del circuit com la realització, amb aïllament, de la mateixa forma d'ona rectangular $-v_D$ que apareix a la Figura 1.7.

Donada la presència del díode D_2 , el devanat secundari no es pot desmagnetitzar sobre la sortida durant l'interval T_{off} . D'aquí procedeix la utilitat del devanat auxiliar L_d , que treballa com a devanat desmagnetitzador, conduint corrent durant T_{off} i retornant energia a la font d'entrada. El díode D_d impedeix que el bobinat desmagnetitzador rebí energia de la font d'entrada durant T_{on} .

La Figura 1.13 descriu les formes d'ona del convertidor directe en mode de conducció contínua.

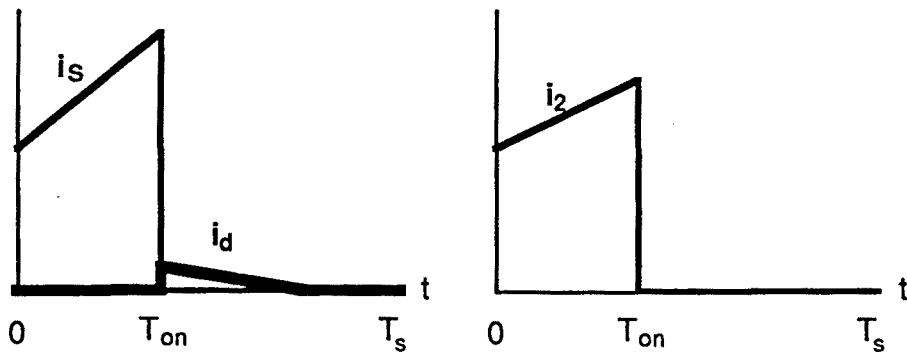


Figura 1.13. Formes d'ona al convertidor *forward* en mode de conducció contínua

De totes les formes d'ona del convertidor directe, només s'han indicat les que són diferents a les del convertidor reductor.

El corrent i_s és la suma del corrent que realment arriba a la càrrega i_2 (tenint present que va multiplicat per n , la relació de transformació i que, per tant, l'escala de representació de i_2 és n vegades superior a la de representació de i_s i i_d) i del de magnetització del transformador.

Donat que el número d'espores del bobinat de desmagnetització és el mateix que el del bobinat primari, el corrent de magnetització circula pel bobinat de desmagnetització durant T_{off} amb el mateix valor i pendent que tenia durant T_{on} .

De la forma d'ona de i_d es dedueix que per aconseguir la completa desmagnetització del transformador, és necessari que es compleixi l'equació (1.35).

$$0 \leq d \leq 0,5 \quad (1.35)$$

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ CONTÍNUA

Considerant també les hipòtesis (1.11), les equacions que es verifiquen són les següents:

$$n V_i = L \frac{d i_L}{d t} \quad (1.36)$$

$$t \in (0, T_{on}]$$

L'expressió (1.36) és formalment idèntica a la (1.12), vàlida en les mateixes condicions pel convertidor reductor. La diferència estriba en l'aparició de la relació de transformació n .

Anàlogament, durant T_{off} es compleix (1.37).

$$n V_i - V_o = L \frac{d i_L}{d t} \quad (1.37)$$

$$t \in (T_{on}, T_{on} + T_{off}]$$

De les equacions (1.36) i (1.37) es pot deduir la funció de transferència en cc i mode de conducció contínua pel convertidor *forward*:

$$\frac{V_o}{V_i} = n D \quad (1.38)$$

L'expressió (1.38) és totalment similar a la (1.18), corregida per la relació de transformació corresponent. En els convertidors directes utilitzats com a fonts d'alimentació commutades -el camp més normal d'utilització d'aquests convertidors- el valor de n és prou inferior a la unitat, el que indica que el transformador utilitzat és reductor.

En efecte, per a l'aplicació indicada, la tensió d'entrada V_i s'obté de la xarxa de ca, mitjançant un pont de díodes i un filtre capacitiu, com ja s'havia indicat a la Figura 1.1(b). Per tant, el valor mig de la tensió d'entrada del convertidor serà una mica inferior al valor de pic de la tensió de ca, aproximadament d'uns 310 V.

Per altra banda, el valor de la relació de conducció més adient és el de 0,25, doncs permet treballar amb un marge de regulació màxima entre els dos valors límits de 0 i 0,5 -recordar l'expressió (1.35)-.

Si es vol obtenir una tensió a la sortida de 5 V, per alimentar un computador, per exemple. El valor de la relació de transformació ha de ser de 1/15,5.

L'EMI generat pel convertidor és qualitativament el mateix que en el cas d'un convertidor reductor.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ DISCONTÍNUA

Procedint de forma anàloga, s'obté l'equació (1.39), durant l'interval T_{off} .

$$0 = L \frac{d i_L}{d t} \quad (1.39)$$

$$t \in (T_{on} + T_{off}, T_s]$$

I combinant amb les expressions (1.36) i (1.37), es té la relació buscada:

$$\frac{V_o}{V_i} = n \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4 K}{D^2}}} \quad (1.40)$$

La condició que defineix el valor crític del paràmetre K és el mateix que pel convertidor reductor, l'expressió (1.22). I l'expressió (1.23) estableix els límits dels diferents modes de funcionament.

1.3.4.2. Estructura *flyback* o de retrocés

El convertidor *flyback* té l'estructura descrita a la Figura 1.14.

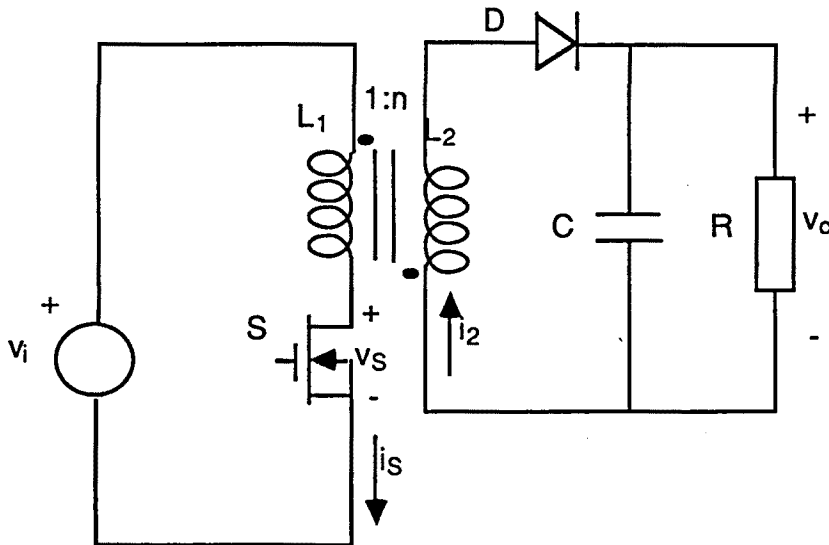


Figura 1.14. Topologia d'un convertidor *flyback*

En la topologia del convertidor *flyback* o de retrocés apareix un transformador de 2 devanats.

L'estructura del convertidor de retrocés és, en realitat, derivada del convertidor reductor-elevador, afegint-li l'aïllament inductiu. S'ha canviat la polaritat dels dos devanats per a obtenir la tensió de sortida amb el conveni habitual (positiu a dalt, negatiu a baix).

Comparant la topologia de la Figura 1.14 amb la de la Figura 1.11, s'observa que és totalment anàloga amb la salvetat de que el transformador de la Figura 1.14 substitueix a la bobina L de la Figura 1.11.

A la Figura 1.15 es donen les formes d'ona bàsiques del convertidor de retrocés en mode de conducció contínua. La variació més important respecte del convertidor directe és l'absència del devanat desmagnetitzador, donat que el devanat primari L_1 rep el corrent durant T_{on} , entregant energia de magnetització. En canvi el devanat secundari L_2 rep energia durant T_{off} , actuant al mateix temps de font d'energia per a la càrrega i de camí de desmagnetització del transformador.

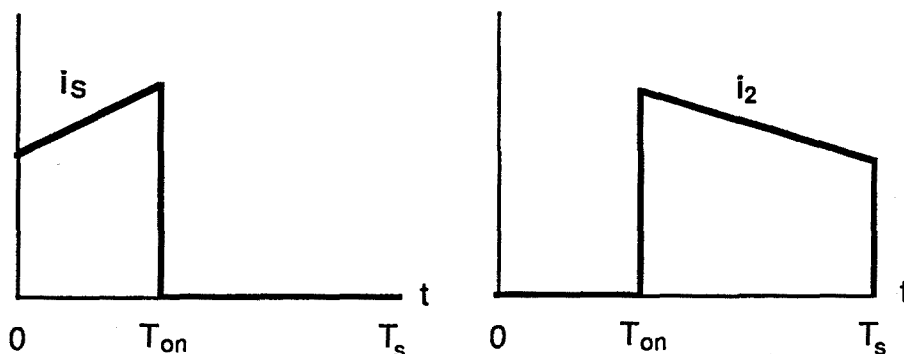


Figura 1.15. Formes d'ona al convertidor *flyback* en mode de conducció contínua

Com es pot veure a la Figura 1.15, la inductància pròpia del transformador és la que juga el paper de L en el convertidor reductor-elevador, doncs la suma de i_s i i_2 és igual al valor de i_L en el convertidor *buck-boost* -fent, com abans pel cas del convertidor directe, la salvetat de que en la Figura 1.15 les escales del corrent no són les mateixes, doncs cal tenir en compte la relació de transformació-

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ CONTÍNUA

Considerant de nou les hipòtesis (1.11), les equacions que es verifiquen són les següents:

$$V_i = L \frac{di}{dt} \quad (1.40)$$

$$t \in (0, T_{on}]$$

L'expressió (1.40) és formalment idèntica a la (1.30), vàlida en les mateixes condicions pel convertidor reductor-elevador. La diferència estriba en que s'indica un corrent sense subíndex, corresponent al que circula per la inductància del transformador, que s'ha suposat reduïda al primari, fet pel qual no apareix la relació de transformació a l'expressió (1.40).

Anàlogament, durant T_{off} es compleix (1.41).

$$-\frac{V_o}{n} = L \frac{di}{dt} \quad (1.41)$$

$$t \in (T_{on}, T_{on} + T_{off}]$$

A l'equació (1.41) torna a aparèixer el corrent i del devanat del transformador. A més a més, la tensió de sortida intervé reduïda al primari. De totes maneres, és formalment igual a la (1.31).

De les equacions (1.40) i (1.41) es pot deduir la funció de transferència en cc i mode de conducció contínua pel convertidor *flyback*

$$\frac{V_o}{V_i} = n \frac{D}{1-D} \quad (1.42)$$

L'expressió (1.42) és totalment similar a la (1.32), corregida per la relació de transformació corresponent.

L'EMI generat pel convertidor és qualitativament el mateix que en el cas d'un convertidor reductor-elevador.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ DISCONTÍNUA

Procedint de forma anàloga, s'obté l'equació (1.43), durant l'interval T_{off} .

$$0 = L \frac{di_L}{dt} \quad (1.43)$$

$$t \in (T_{on} + T_{off}, T_s]$$

I combinant amb les expressions (1.40) i (1.41), es té la relació buscada:

$$\frac{V_o}{V_i} = n \frac{D}{\sqrt{K}} \quad (1.44)$$

La condició que defineix el valor crític del paràmetre K és la mateixa que pel convertidor reductor-elevador, l'expressió (1.34). I l'expressió (1.23) estableix els límits dels diferents modes de funcionament.

1.3.5. Estructures bàsiques amb varis transistors

Si es recorda un cop més l'ús més habitual que es fa dels convertidors commutats, cal esmentar de nou les fonts d'alimentació commutades.

Des del punt de vista de les especificacions dels transistors, cal tenir present que les estructures vistes fins ara comporten que quan el transistor està bloquejat, ha de suportar una tensió doble a la d'entrada V_i . A la pràctica implica una tensió doble a la de pic de la xarxa, és a dir, uns 620 V (es consideren les estructures amb aïllament galvànic, donat que són les més comunament emprades en les fonts d'alimentació commutades).

Per altra banda, l'especificació de corrent vindrà imposada per la potència que es desitja obtenir a la sortida.

En efecte, la relació de transformació és un paràmetre determinat per la relació de tensions entre l'entrada i la sortida. Donat que la potència i la tensió de sortida són conegudes, també ho és el corrent de sortida i , un altre cop mitjançant la relació de transformació, s'obté el valor del corrent

mig d'entrada. Aquest valor està relacionat amb les especificacions del transistor.

Doncs bé, si es vol augmentar la potència de sortida, caldrà augmentar també el corrent que han de suportar els transistors d'entrada. Però cal tenir present que els components disponibles al mercat que suporten una tensió de ruptura donada (marcada pels 620 V esmentats) tindran una limitació màxima de corrent. Mitjançant l'ús d'altres topologies, es poden utilitzar els mateixos transistors per a subministrar potències superiors a la càrrega.

En les estructures que es veuran, la tensió que han de suportar els transistors mentre estan bloquejats és igual a la d'entrada V_i . Per tant, es podran utilitzar transistors amb especificacions de tensió més baixes que en les topologies amb un sol transistor. Això voldrà dir que, sense haver de disposar de diversos transistors en paral·lel, es podran aconseguir uns nivells més grans de potència a la sortida.

El fet de poder posar transistors en paral·lel en els convertidors de l'apartat 1.3.4., induïx a pensar en que, de fet, es pot aconseguir el mateix efecte -l'augment de la potència de sortida- i amb el mateix nombre de transistors -2- que en les estructures que es veuran a partir d'ara.

La diferència estriba en que el cost dels components que suporten menys tensió, però més corrent, és inferior al dels components que suporten més tensió, però menys corrent (com els requerits als convertidors *forward* i *flyback*). A més a més, la connexió en paral·lel de dos transistors sempre suposa un temps de disseny -i, per tant, un cost- més gran.

Es veuran les tres estructures bàsiques amb diversos transistors. Totes elles es poden descriure com estructures d'inversors o onduladors connectades, mitjançant un transformador, a un rectificador a la sortida. La Figura 1.16 representa un diagrama de blocs general.

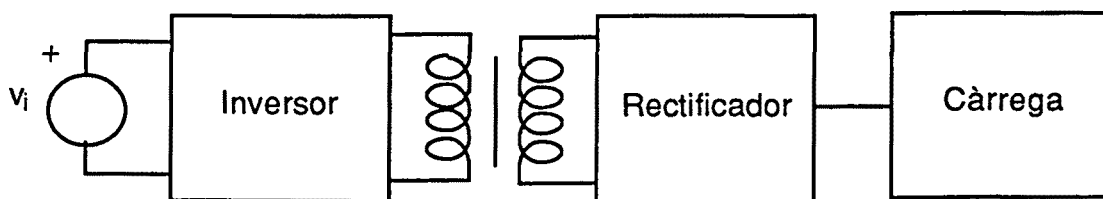


Figura 1.16. Diagrama de blocs dels convertidors cc/cc amb diversos transistors

1.3.5.1. Estructura *push-pull*

Es defineix per la topologia de la Figura 1.17. Comparant amb l'estructura general de la Figura 1.16, aquest cas correspon al d'un inversor i un rectificador amb estructura de bobina amb toma intermitja.

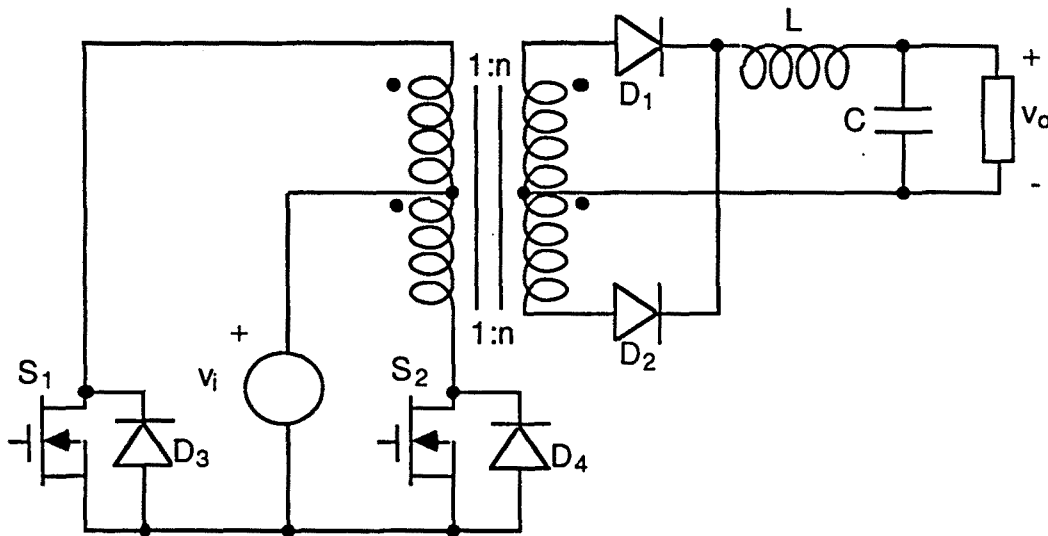


Figura 1.17. Topologia d'un convertidor *push-pull*

A la Figura 1.18 es dóna una descripció del control d'aquest tipus de convertidor, en forma de cronograma. S'ha indicat quan condueix cada semiconductor controlat S_1 i S_2 mitjançant uns polsos similars als que s'envien a la porta d'un MOSFET. A més a més, també s'ha explicat quan condueix cada díode del primari.

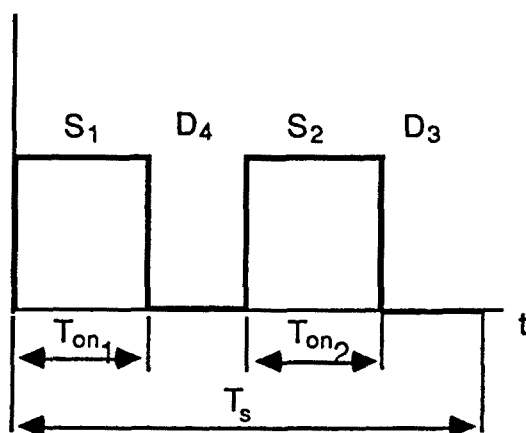


Figura 1.18. Cronograma de funcionament dels semiconductors en un convertidor *push-pull*

Pot apreciar-se que la desmagnetització de cada devanat es produeix quan el díode del cantó contrari condueix.

Cal notar que els dos transistors S_1 i S_2 condueixen simètricament: és a dir, tenen el mateix T_{on} . Per tant, donat que la relació de conducció d es defineix de la mateixa manera que a (1.4), els valors de la relació de conducció han de complir, per a tots els convertidors amb varis transistors l'expressió (1.45).

$$T_{on_1} = T_{on_2} = T_{on}$$

$$d = \frac{T_{on}}{T_s} \quad (1.45)$$

$$0 \leq d \leq 0,5$$

De la Figura 1.17 es dedueix la similitud entre l'etapa de sortida del convertidor en *push-pull* i la del convertidor directe. D'aquí que, formalment, les expressions analítiques que defineixen ambdós convertidors siguin molt similars.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ CONTÍNUA

Es pot seguir un raonament similar al de l'apartat 1.3.4.1 per deduir la funció de transferència del convertidor en *push-pull*. Ara cal tenir present que, de fet, hi ha dos transistors que condueixen cadascun d'ells un temps igual a T_{on} . Per tant, s'obté la (1.46).

$$\frac{V_o}{V_i} = 2 n D \quad (1.46)$$

En realitat, es tracta de substituir a totes les expressions del convertidor directe D per $2 D$.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ DISCONTÍNUA

Seguint les deduccions citades, s'arriba fàcilment a l'expressió (1.47).

$$\frac{V_o}{V_i} = n \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{K}{D^2}}} \quad (1.47)$$

Pel que respecta a la conducció crítica, la igualació de les equacions (1.46) i (1.47) porta a la (1.48):

$$K_{crit} = 1 - 2 D \quad (1.48)$$

Mentre que les desigualtats de (1.23) continuen definint les diferents regions de funcionament del convertidor.

1.3.5.2. Estructura en mig pont

La Figura 1.19 mostra l'estructura d'un convertidor en mig pont.

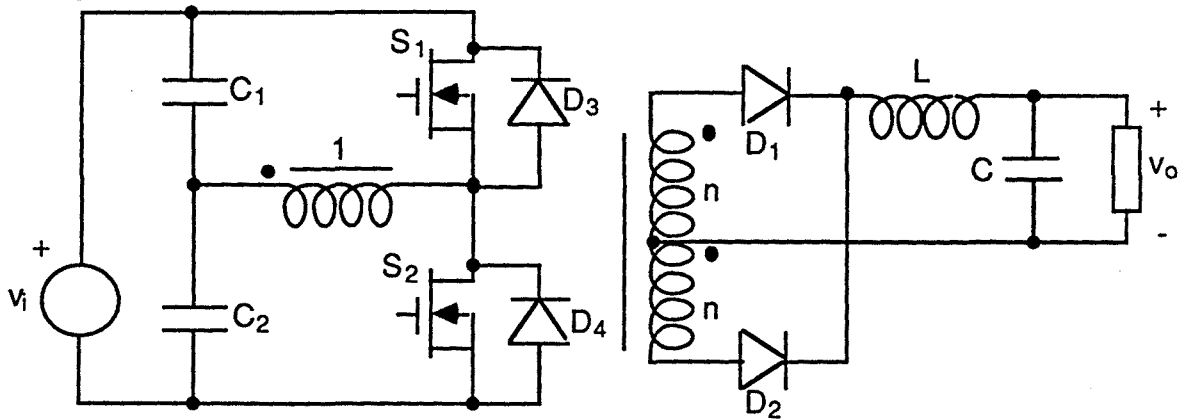


Figura 1.19. Topologia d'un convertidor en mig pont

Conceptualment, l'estructura d'un convertidor en mig pont és anàloga a la d'un convertidor en *push-pull*, amb la diferència de que el devanat del primari no té una toma mitja.

Una altra diferència resideix en el fet de que el devanat del primari veu, quan condueix algun dels transistors, una tensió d'entrada igual a $V_i/2$. Per tant, les expressions deduides pel convertidor en *push-pull* continuen essent vàlides, però substituint V_i per $V_i/2$.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ CONTÍNUA

Es compleix, amb les hipòtesis proposades en aquest capítol

$$\frac{V_o}{V_i} = n D \quad (1.49)$$

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ DISCONTÍNUA

$$\frac{V_o}{V_i} = n \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2}}} \quad (1.50)$$

Observi's que de les expressions (1.49) i (1.50) es dedueix que, en les mateixes condicions, el convertidor en mig pont permet obtenir unes tensions que són la meitat de les que dóna un convertidor *push-pull*. Es pot considerar aquesta característica com un inconvenient de la topologia en mig pont.

Com avantatge, en canvi, cal tenir present que, quan cap semiconductor està conduint, la tensió que han de bloquejar els transistors és $V_i/2$. Pel contrari, els transistors del convertidor *push-pull* han de bloquejar una tensió V_i .

La conducció crítica del convertidor en mig pont queda caracteritzada per les mateixes expressions que pel convertidor directe, és a dir, la (1.22) per a definir el punt de funcionament crític i la (1.23) per delimitar les zones de treball.

1.3.5.3. Estructura en pont complet

Aquest convertidor és totalment anàleg a la topologia típica dels inversors en pont, afegint-li, com en els casos anteriors del convertidor en *push-pull* i el de mig pont, un rectificador en mig pont a la sortida

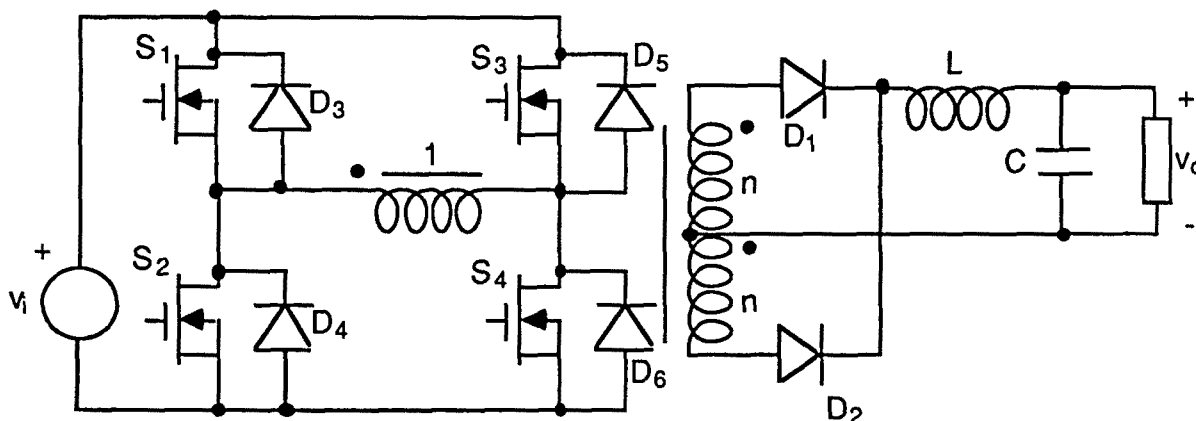


Figura 1.20. Estructura d'un convertidor en pont complet

També en aquest cas es verifica l'equivalència de l'etapa de sortida del convertidor en pont complet, respecte de la del convertidor directe.

L'analogia de l'etapa inversora amb la corresponent al convertidor *push-pull* és total. També es pot veure el convertidor en pont com una extensió del convertidor en mig pont, proporcionant una tensió al devanat igual a V_i en lloc de la de $V_i/2$ com en el cas de l'estructura en mig pont.

La diferència entre el convertidor en pont i les altres estructures amb vari transistors estriba en que cada transistor, durant l'interval en que cap semiconductor condueix, ha de suportar una tensió igual a $V_i/2$, suposant una perfecta repartició de la tensió inversa. En canvi, els transistors del convertidor *push-pull* han de bloquejar una tensió V_i , convertidor que permet aconseguir relacions entre la tensió d'entrada i la de sortida iguals a les del convertidor en pont complet.

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ CONTÍNUA

És la (1.51) i, com ja s'ha raonat, té la mateixa expressió que pel cas del convertidor en *push-pull*.

$$\frac{V_o}{V_i} = 2 n D \quad (1.51)$$

FUNCIÓ DE TRANSFERÈNCIA EN RÈGIM PERMANENT I CONDUCCIÓ DISCONTÍNUA

I també s'obté la (1.52)

$$\frac{V_o}{V_i} = n \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{K}{D^2}}} \quad (1.52)$$

Finalment, la conducció crítica vindrà definida per les mateixes expressions que per al convertidor en *push-pull*, és a dir, la (1.48) per a definir el valor crític de K i la (1.23) per establir els límits dels modes de funcionament.

1.4. ENFOC DE LA PRESENT TESI

La present TESI queda emmarcada en el camp dels convertidors commutats cc/cc, dels quals s'ha donat un breu panoràmica al llarg del capítol 1.

L'objectiu buscat és l'experimentació del control amb microcomputador d'un convertidor commutat. Com és habitual en aquest tipus de sistemes, es desitja mantenir constant la tensió de sortida, independentment de que hi pugui haver variacions de càrrega o de la tensió d'entrada dins d'un cert marge.

A més a més, però, s'introdueix el control amb microcomputador de cara a obtenir una prestació addicional: es desitja investigar la possibilitat d'optimitzar el funcionament del convertidor de manera que es pugui millorar el seu rendiment.

La filosofia utilitzada per aconseguir l'objectiu esmentat es basa en la utilització de dues polítiques diferents per a controlar el convertidor. En el capítol 5 es tractaran en profunditat les peculiaritats dels dos modes de control triats, el mode de la relació de conducció i el mode del corrent programat.

El fet de treballar amb dues polítiques de control diferents, comporta una resposta dinàmica del convertidor diferent per a cada cas. Si en cada instant es podés triar aquell mode de control que fes evolucionar de la manera més favorable possible al convertidor, s'estaria en condicions d'optimitzar l'eficiència del convertidor en règims transitoris.

Per tant, cal estimar d'alguna manera com pot evolucionar el convertidor a partir d'unes condicions donades.

Això es pot aconseguir emprant un control en l'espai d'estat, ja que un observador d'estat permet estimar quina és l'evolució futura del vector d'estat. De fet, Franklin i Powell anomenen a (Fra, 1982) *estimador* al que normalment s'anomena *observador*.

I a partir del vector d'estat es pot deduir la magnitud de les perdues i del rendiment. Una de les raons més importants per la que s'ha triat un convertidor de Cuk per a assajar el mètode proposat és per l'estructura del vector d'estat en aquest convertidor. Al capítol 2 es tracta amb un detall suficient l'estructura del convertidor de Cuk, per a poder entendre tota la metodologia emprada.

Una de les claus per aconseguir l'objectiu proposat resideix en la bondat dels resultats donats per l'observador, és a dir, en la qualitat del model. Per tant, una de les parts principals de la TESI caldrà dedicar-la a la obtenció d'un model d'estat discret del convertidor (discret degut a que es farà un control discret, mitjançant microcomputador). S'ha d'avançar la naturalesa no lineal dels convertidors cc/cc, el que complica la obtenció d'un model prou exacte i, en tot cas, limita el camp de validesa dels resultats. Els aspectes relacionats amb el model del convertidor es tractaran als capítols 3 i 4.

L'algorisme utilitzat per a controlar el convertidor amb l'objectiu d'aconseguir la optimització citada es dona al capítol 6.

Finalment, el capítol 7 serveix per a fer una validació de la metodologia presentada, tant pel que fa als aspectes de modelació, com als relatius al control del convertidor.

2. EL CONVERTIDOR DE CUK: ESTRUCTURA I PROPIETATS

2.1. TOPOLOGIA DEL CONVERTIDOR DE CUK

La Figura 2.1 dóna el circuit corresponent al convertidor de Cuk. Aquest circuit fou desenvolupat al California Institute of Technology per Slobodan Cuk i David Middlebrook, existint una àmplia bibliografia sobre ell. Cal aclarir que els autors el referencien en els seus articles com a *optimum converter*. Les característiques més específiques del convertidor, al comparar-lo amb les altres estructures, es veuran a l'apartat 2.3.

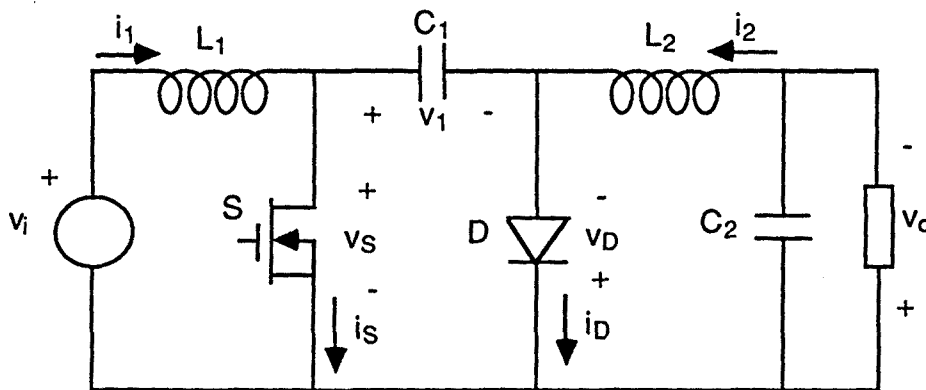


Figura 2.1. Topologia del convertidor de Cuk

En realitat, la Figura 2.1 mostra la topologia bàsica del convertidor de Cuk. En aquesta cal observar abans de res que la polaritat de la tensió de sortida obtinguda és la contrària a la polaritat de la tensió d'entrada. Ja s'ha indicat a la Figura 2.1 mitjançant el conveni de signes assignat a la tensió de sortida.

S'ha seguit el criteri de donar, per a cada variable, la polaritat o el sentit - dependent de que sigui una tensió o un corrent- que realment presenten en el funcionament del convertidor.

La font d'entrada v_i és anàlega a la que s'ha considerat en les anàlisis de l'apartat 1.3, és a dir, és equivalent a una tensió contínua amb un cert arriusat.

La càrrega que s'ha considerat és resistiva, també com a l'apartat 1.3. Per a l'anàlisi que es farà, no constitueix cap restricció i simplifica la realització experimental.

Cal ressaltar també que la topologia completa del circuit de potència corresponent al convertidor de Cuk és més complexe que el representat a la Figura 2.1.

En efecte, cal considerar les *xarxes limitadores de pics* (*snubbers* a la literatura anglosaxona) que estan disposades en paral·lel amb el transistor i el díode. I també s'ha de tenir present el *circuit de comana* del transistor o *driver*, que actua de interfície entre el circuit de control i el de potència.

Els detalls addicionals relatius a la circuiteria del convertidor i els criteris amb que es trien els diversos components, apareixen a l'Apèndix 6.

2.2. FUNCIONAMENT DEL CONVERTIDOR DE CUK

2.2.1. Anàlisi del convertidor de Cuk en condicions generals

Es plantegen ara les diverses equacions que descriuen el comportament del convertidor de Cuk de la manera més àmplia possible. No es faran, de moment, hipòtesis molt restrictives com, per exemple, considerar el règim permanent, o un mode de conducció determinat.

ANÀLISI DURANT T_{on}

La topologia del convertidor durant T_{on} es mostra a la Figura 2.2.

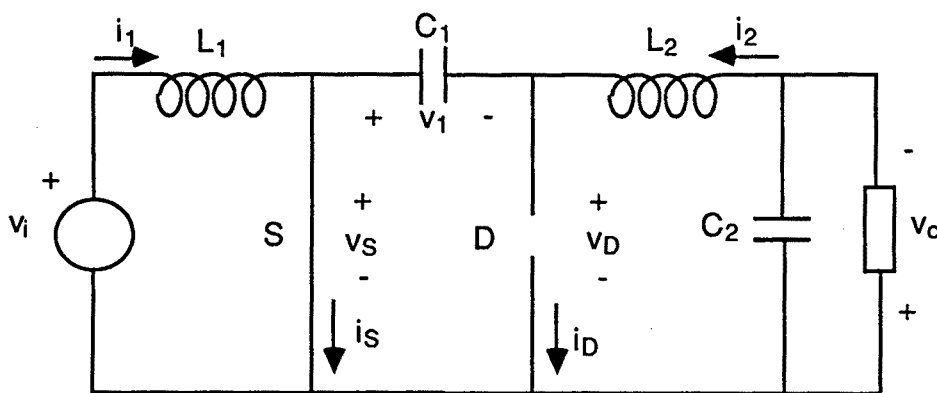


Figura 2.2. Topologia del convertidor de Cuk durant T_{on}

En aquest entorn les equacions que es verifiquen durant l'interval T_{on} són les (2.1).

$$v_i = L_1 \frac{d i_1}{d t}$$

$$v_1 = v_o + L_2 \frac{d i_2}{d t}$$

$$i_2 = -C_1 \frac{d v_1}{d t} \quad (2.1)$$

$$i_2 = C_o \frac{d v_o}{d t} + \frac{v_o}{R}$$

$$t \in (0, T_{on}]$$

Les equacions de (2.1) són les que resulten d'una anàlisi per variables d'estat. Les hipòtesis que s'han considerat apareixen resumides a les condicions (2.2).

HIPÓTESIS

$$v_{S_{on}} \approx 0$$

$$v_{D_{on}} \approx 0 \quad (2.2)$$

L_1, L_2, C_1, C_0, R constants

Per tant, a l'igual que a (1.11) es consideren negligibles les pèrdues en els semiconductors. S'ha indicat que són nul·les quan els semiconductors condueixen, donat que aquest és el paràmetre més important de les pèrdues en els interruptors i el que es considera, en cas de no menysprear les pèrdues. Evidentment, les pèrdues engloben tant les presents en conducció, com en bloqueig, com en les transicions de conducció a bloqueig i de bloqueig a conducció (revisar la Figura 1.2).

A més a més, tots els components es consideren modelitzables mitjançant paràmetres concentrats de valor constant. En canvi, i a diferència de les hipòtesis (1.11), de moment no es fa cap consideració sobre la tensió d'entrada, la tensió de sortida i el període de commutació.

Val la pena notar que només s'ha considerat la càrrega coneguda a l'hora d'explicitar l'equació d'estat relativa a la tensió de sortida, que és una variable d'estat. Mereix citar-se, però, que la tensió de sortida és una variable d'estat atípica, en el sentit de que pot considerar-se com un valor prou constant, degut al fet de que és això precisament el que es desitja en un convertidor commutat. Analíticament, aquesta característica es reflecteix per l'elevat valor del condensador de sortida.

ANÀLISI DURANT T_{off}

La topologia del convertidor al llarg de l'interval de temps T_{off} -s'enten l'interval que va des de l'instant T_{on} fins a l'instant $T_{on} + T_{off}$, es detalla a la Figura 2.3.

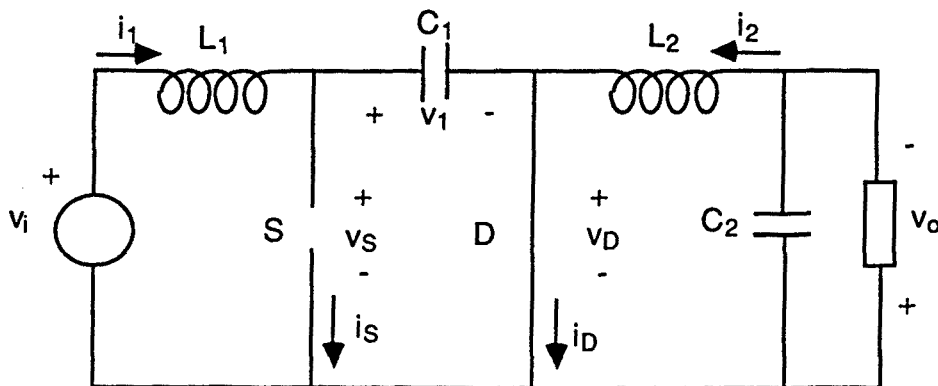


Figura 2.3. Topologia del convertidor de Cuk durant T_{off}

A partir de la Figura 2.3 es poden tornar a plantejar les equacions d'estat del convertidor. Es resumeixen a (2.3).

$$v_i = L_1 \frac{di_1}{dt} + v_1$$

$$0 = v_o + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$i_1 = C_1 \frac{dv_1}{dt} \quad (2.3)$$

$$i_2 = C_o \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R}$$

$$t \in (T_{on}, T_{on} + T_{off}]$$

Les hipòtesis usades per a trobar les equacions de (2.3), han estat les exposades a (2.2).

Les equacions (2.3) tenen la peculiaritat de que si el convertidor funciona en mode de conducció contínua, tal com ja es va establir a (1.8), el final de l'interval T_{off} coincideix amb el final del període de commutació.

ANÀLISI DURANT T_{off}

El mateix procés es pot repetir pel cas de la configuració corresponent a T_{off} . En primer lloc, la Figura 2.4 mostra la configuració del convertidor durant aquest interval de temps (si existeix).

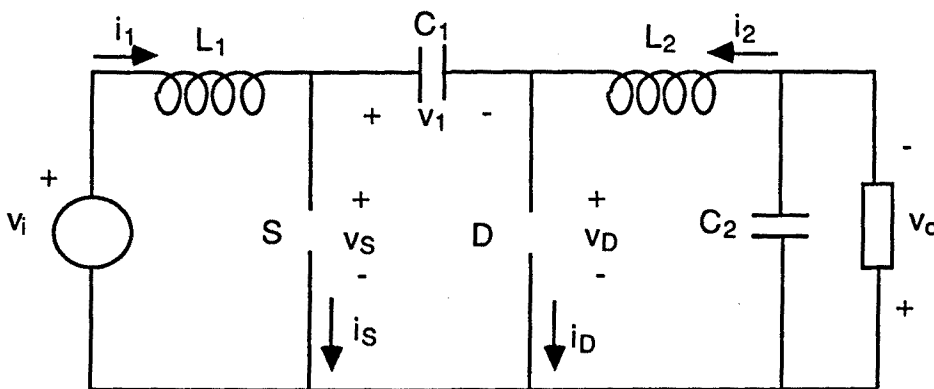


Figura 2.4. Topologia del convertidor de Cuk durant T_{off}

Anàlogament a les equacions establertes per T_{on} i T_{off} es troben les equacions (2.4). Les hipòtesis en que es troben continuen essent les de (2.2).

$$\begin{aligned}
i_1 &= -i_2 = C_1 \frac{dv_1}{dt} \\
v_i + v_o + L_2 \frac{di_2}{dt} &= L_1 \frac{di_1}{dt} + v_1 \\
i_2 &= C_o \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R} \\
t &\in (T_{on} + T_{off}, T_s]
\end{aligned}
\tag{2.4}$$

Les expressions (2.4) corresponen al cas més general del circuit de la Figura 2.4. Cal observar, no obstant, que la situació més normal en els convertidors cc/cc (per exemple, quan funcionen com a font d'alimentació commutada), és que les variacions de la tensió d'entrada o de la tensió de sortida si existeixen, seran molt lentes en front del període de commutació.

Per exemple, en el cas d'una font d'alimentació commutada, si es recorda la Figura 1.1.b) es pot apreciar que la tensió d'entrada presenta una freqüència de variació de 100 Hz. En canvi, la freqüència de treball del convertidor serà, com a mínim, de 20 kHz (el límit superior de la freqüència audible), tal com s'ha dit a l'apartat 1.1. Ja es veu, doncs, la gran diferència en les constants de temps (de l'ordre de 200, com a mínim).

Tenint present aquesta característica, es dedueix que no circularan corrents, degut a que s'han arribat a anul·lar els corrents per les inductàncies i a que les tensions d'entrada i de sortida permaneixen aproximadament constants. Les equacions de (2.5) resumeixen la situació.

$$\begin{aligned}
i_1 &= -i_2 = 0 \\
v_i &\approx \text{constant} \\
v_o &\approx \text{constant} \\
v_i + v_o &= v_1 \\
t &\in (T_{on} + T_{off}, T_s]
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

2.2.2. Anàlisi del convertidor de Cuk en règim permanent

En aquest apartat, es tracta d'aprofitar les expressions de l'apartat 2.2.1. per a obtenir les formes d'ona i les funcions de transferència del convertidor de Cuk en règim permanent.

Això implica que ara es considera el convertidor funcionant en mode de control de la relació de conducció, amb un valor invariable del període de commutació T_s i de la relació de conducció D .

A més amés, la tensió d'entrada i la càrrega es suposaran constants.

En aquestes condicions, donat que el valor mig de la tensió a les inductàncies és nul, es dedueix l'expressió (2.6), que és vàlida en tota l'anàlisi.

$$\begin{aligned}
 v_i + v_o &= v_{L1} + v_1 - v_{L2} \\
 &\Downarrow \\
 V_i + V_o &= V_1
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

De l'expressió (2.6) es dedueix que també la tensió al condensador d'emmagatzematge C_1 varia molt lentament en front del període de commutació del convertidor.

Es distingirà el funcionament en mode de conducció contínua i en mode de conducció discontinua.

2.2.2.1. El convertidor de Cuk en mode de conducció contínua

Les expressions (2.7) s'obtenen a partir de les (2.1) aplicant les hipòtesis citades.

$$\begin{aligned}
 v_i &= L_1 \frac{di_1}{dt} \\
 v_1 &= v_o + L_2 \frac{di_2}{dt} \\
 t &\in (0, T_{on}]
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

Ara falten les equacions corresponents a l'interval T_{off} . Es donen a les expressions (2.8).

$$\begin{aligned}
 v_i &= L_1 \frac{di_1}{dt} + v_1 \\
 0 &= v_o + L_2 \frac{di_2}{dt} \\
 t &\in (T_{on}, T_{on} + T_{off}]
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

Integrant les equacions (2.7) i la (2.8), tenint en compte que es compleix (1.8) en mode de conducció contínua, s'obtenen les funcions de transferència del convertidor de Cuk a (2.9) en règim permanent.

$$\begin{aligned}
 \frac{V_o}{V_i} &= \frac{D}{1-D} \\
 \frac{V_o}{D} &= \frac{V_i}{1-D}
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

En el cas d'aquest convertidor la funció de transferència de la tensió de sortida a la variable de control no és independent de la pròpia variable de control.

2.2.2.2. El convertidor de Cuk en mode de conducció discontinua

El procediment és el mateix que s'ha seguit a l'apartat 1.3.

Les equacions (2.7) i (2.8) ja s'han plantejat de forma general. Per tant, ara només cal afegir les equacions pròpies de l'interval T_{off} .

$$i_1 = -i_2 = 0 \quad (2.10)$$

$$t \in (T_{on} + T_{off}, T_s]$$

De nou, integrant les equacions (2.7), (2.8) i (2.10) i combinant els resultats, s'obté la funció de transferència en mode de conducció discontinua (2.11):

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{\sqrt{K_e}} \quad (2.11)$$

A l'expressió (2.11) apareix un nou paràmetre, derivat del paràmetre K ja definit a (1.5). L'equació que defineix K_e ve donada per (2.12).

$$K_e = \frac{2 L_e}{\left(\frac{V_o}{I_o}\right) T_s} \quad (2.12)$$

$$L_e = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

A les fórmules (2.12) s'observa que el valor de K_e és formalment igual al de K , amb la diferència de que ara apareix com a valor de la inductància, l'equivalent en paral·lel de les dues inductàncies del convertidor.

A més a més, el punt de conducció crítica ve definit, com en els altres convertidors, per (1.23), amb la salvetat de que K ve ara substituït per K_e .

La definició del valor crític de K_e ve a (2.13):

$$K_{e\text{crit}} = (1-D)^2 \quad (2.13)$$

2.2.2.3. Formes d'ona en el convertidor de Cuk

En aquest apartat, es donaran les formes d'ona del convertidor de Cuk en mode de conducció contínua i discontinua.

La Figura 2.5 mostra les formes d'ona dels corrents i les tensions a les inductàncies d'entrada i de sortida, en el cas de funcionament en mode de conducció contínua.

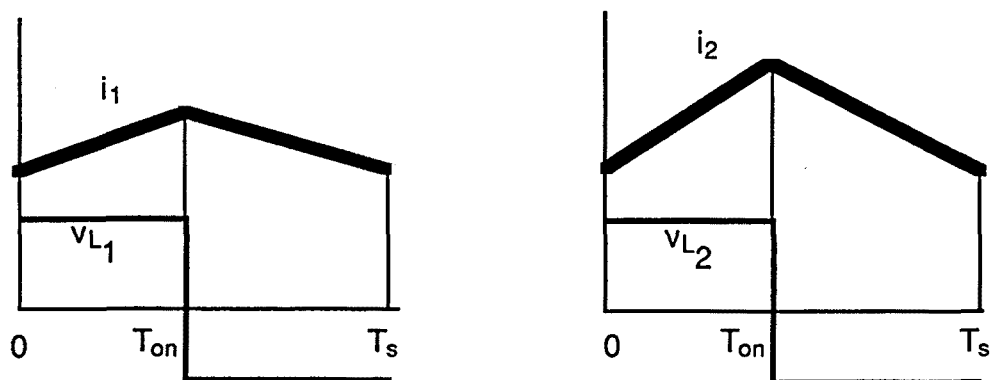


Figura 2.5. Formes d'ona a les inductàncies del convertidor de Cuk en mode de conducció contínua

Per a obtenir les formes d'ona anteriors, només cal particularitzar valors concrets a les expressions (2.7) i (2.8).

Observi's que les formes d'ona de tensió són les mateixes en règim permanent, degut a l'aplicació de la propietat (2.6) a les equacions (2.7) i (2.8).

La resta de les formes d'ona són trivials si s'accepten les hipòtesis sobre la invariabilitat de la tensió d'entrada, de sortida i del condensador d'emmagatzematge.

Finalment, la Figura 2.6 mostra l'evolució de les mateixes variables en mode de conducció discontinua.

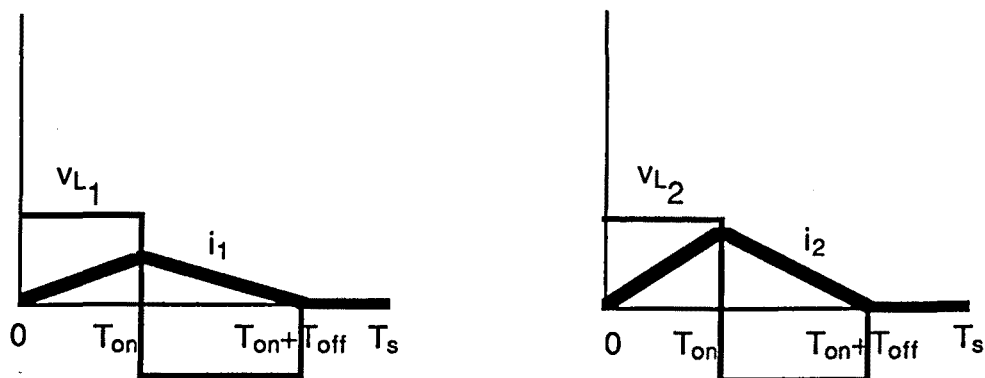


Figura 2.6. Formes d'ona de corrent i tensió a les inductàncies del convertidor de Cuk en mode de conducció discontinua

2.3. PROPIETATS DEL CONVERTIDOR DE CUK

Aquest apartat serveix per a enunciar les propietats més importants del convertidor de Cuk -de fet, relatives als conceptes vistos fins ara- i que el fan interessant per al desenvolupament de la present Tesi.

En primer lloc, es poden distingir una sèrie de propietats generals del convertidor de Cuk.

De la seva topologia (veure Figura 2.1) es dedueix que és un convertidor adequat per a obtenir una bona reducció en volum, donat que la incorporació de inductàncies a l'entrada i a la sortida permet que l'arriestat de corrent a l'entrada i a la sortida sigui mínim, sense haver d'emprar filtres addicionals. Aquesta propietat ja es va raonar a l'apartat 1.3.

També es dedueix de l'expressió (2.9) que és un convertidor que permet obtenir tensions a la sortida menors o més grans que les d'entrada.

A la literatura especialitzada es troben gran quantitat de treballs sobre aquest convertidor, desenvolupant diversos aspectes de la topologia del convertidor.

Un d'immediat és el pas a una topologia del convertidor de Cuk amb aïllament galvànic, que és important en aquest independentment de que es desitgi aïllament, doncs la tensió de sortida té polaritat contrària a la d'entrada.

Relacionat amb l'arriestat de corrent, el convertidor de Cuk presente propietats addicionals si s'acoplen magnèticament les bobines d'entrada i de sortida (L_1 i L_2 a la Figura 2.1). Depenent de les característiques de l'acoblament magnètic, es pot arribar a fer nul l'arriestat bé a l'entrada, bé a la sortida. També es poden reduir apreciablement, sense arribar a anul·larlos, l'arriestat del corrent d'entrada i el de sortida alhora.

L'acoblament magnètic de les bobines d'entrada i de sortida citat es pot realitzar de manera eficient, en quant a volum, integrant tots els components magnètics en un sol nucli: les dues bobines i el transformador.

Com a propietats més específiques, destaca l'estructura topològica del convertidor de Cuk, amb quatre variables d'estat, que el fa molt adequat com a *benchmark* o banc de proves de les diferents metodologies de control proposades.

Des del punt de vista d'aquesta Tesi, és interessant el fet de que les quatre variables d'estat del convertidor permeten una estimació molt directa de les pèrdues, el que simplifica la implementació de la optimització proposada.

També és destacable, les diferències existents entre la dinàmica del convertidor quan és controlat en mode de control de la relació de conducció o en mode de corrent programat. Ja es discutiran amb més

detall les diferències concretes entre els dos modes a l'apartat 5.1, però sí val la pena citar que cadascun d'ells és més favorable -des del punt de vista de la simplicitat- en un mode de conducció determinat. Concretament, el mode de control de la relació de conducció és més adient quan el convertidor està funcionant en mode de conducció contínua, mentre que el mode de control del corrent programat simplifica el control del convertidor quan opera en mode de conducció discontinua.

3. MODELACIÓ DELS CONVERTIDORS cc/cc. ESTAT DE L'ART

3.1. CONCEPTE I UTILITAT DE LA MODELACIÓ

La possibilitat d'anàlisi d'un sistema, no solament per a conèixer el seu comportament, sinò també per a controlar-lo, requereix disposar d'alguna eina per a poder preveure quina serà la evolució del sistema amb un entorn i un comandament conegut. Aquesta eina és el que s'enten per *model*.

Un model és, doncs, una descripció matemàtica que permet quantificar analíticament el comportament d'un sistema, mentre que la modelació és la tècnica que permet arribar a la obtenció d'un model d'un sistema donat.

De lo anterior, es despren que la modelació té dues aplicacions principals.

Per una banda, és el pas previ necessari per al disseny del control d'un sistema, ja que permet decidir quin és el controlador més adequat, que compleixi les especificacions desitjades, per aquell sistema.

I d'altra banda, el model d'un sistema és el pas previ per a poder procedir a la simulació del seu comportament.

Una característica desitjada del model d'un sistema és que proporcioni una descripció analítica linial (una aplicació linial). En efecte, els mètodes de control habituals i àmpliament realitzats en tot tipus de sistemes d'enginyeria es basen en controladors linials, tal com es descriu al capítol 5.

Cal notar que en lo anterior s'ha entés la modelació exclusivament lligada a un sistema, a un convertidor, per exemple. En canvi, existeix un altre tipus de modelació que ve associada als dispositius semiconductors i que ha donat com a fruit abundants publicacions. Aquest tipus de modelació a nivell de dispositiu no és l'objectiu que es persegueix en aquesta Tesi, per lo qual només es tractarà superficialment.

3.2. MODELS DE PETIT SENYAL

Ja s'ha mencionat a l'apartat anterior la importància de disposar d'un model lineal d'un sistema. En aquest cas, el sistema és un convertidor cc/cc que, com es pot deduir de l'exposició feta fins ara, constitueix un clar exemple de sistema no lineal, doncs es basa en el canvi periòdic de topologia: existeix una topologia diferent durant T_{on} , una altra durant T_{off} i finalment la corresponent a T_{off} . Cadascuna de les topologies presents és lineal, però el sistema global basat en la commutació d'aquests subcircuitos no ho és.

Per tant, es requereix una *linialització* del sistema per a poder treballar amb els teoremes coneguts de teoria de control. Aquesta aproximació del comportament real del sistema implica que el camp de validesa del model serà forçosament restringit.

La Figura 3.1 ajuda a comprendre l'objectiu de la linialització. Es descriu un sistema a on dues de les seves variables característiques estan relacionades per la corba indicada. Per fixar idees, pot ser un sistema d'una sola variable (una entrada i una sortida), representant x i y la variable d'entrada i la de sortida, respectivament.

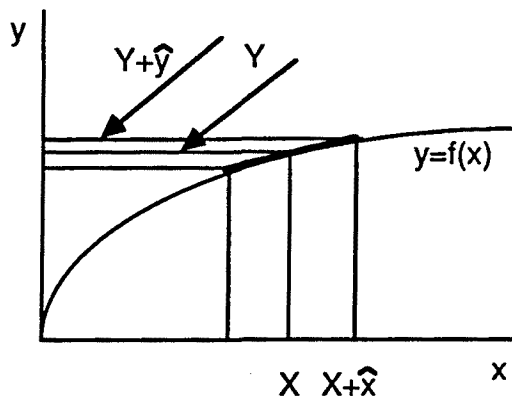


Figura 3.1. Linialització d'un sistema no lineal

És clar que la funció f no és lineal. En canvi, és molt comú que les especificacions del sistema forcin a treballar en un punt de funcionament molt determinat, analíticament definit per les coordenades X i Y . Es desitja llavors que les variables mantinguin sempre valors lo més propers possible als del punt de funcionament especificat. Per exemple, en una font d'alimentació commutada hi haurà un valor especificat de la tensió de sortida que es voldrà mantenir amb un arriat mínim.

La metodologia consisteix en fer una aproximació lineal de la funció f en l'entorn del punt de treball especificat, és a dir, s'aproxima la funció pel valor de la recta tangent en el punt de treball.

A la Figura 3.1 s'observa que la validesa d'aquesta aproximació és limitada. Ara bé si la magnitud de les variacions de les variables entorn del

punt de treball (s'han indicat en minúscula i accent circumflexe) és prou petita, l'aproximació serà vàlida.

Analíticament es tradueix en l'expressió (3.1).

$$\begin{aligned} \hat{x} &\ll X \\ \hat{y} &\ll Y \end{aligned} \quad (3.1)$$

La traducció de la condició (3.1) al cas dels convertidors cc/cc no és directa. En efecte, cal definir quines variables es considera que poden descriure adequadament el convertidor.

Les anàlisis del funcionament de diferents topologies mostrades als capítols 1 i 2 es basaven sistemàticament en la consideració del valor instantani de cada variable. És fàcil comprovar, però, que la banda passant d'aquests circuits és força menor que la freqüència de commutació f_s . Això implica que no és necessari considerar el valor instantani de cada variable dins del període de commutació, tal com s'ha fet a les anàlisis precedents. N'hi ha prou considerant com a variable el promig al llarg d'un període de commutació de cada variable.

Formalment, lo anterior es descriu per l'expressió (3.2).

$$\bar{x} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} x(t) dt \quad (3.2)$$

S'ha comentat des de un punt de vista analític la validesa de considerar un promitjat de les variables (d'estat, per exemple) del convertidor per a la seva anàlisi.

A la Figura 3.2 s'ha inclòs l'evolució real d'un convertidor de Cuk -el fet de triar aquesta topologia no és restrictiu-. Les condicions en que s'ha assajat són les següents:

- El convertidor no està realimentat, sinò en llaç obert.
- La tensió d'entrada és constant.
- La càrrega és resistiva i constant.
- La freqüència de commutació del convertidor és de 50 kHz.
- El control realitza un esglaió en el valor de la relació de conducció.
- Es visualitzen al mateix temps la relació de conducció i la tensió de sortida.
- L'adquisició s'ha fet amb un oscil·loscopi d'emmagatzematge digital.

Figura 3.2. Evolució de la tensió de sortida en un convertidor de Cuk quan es sotmet a un esglaió de la relació de conducció

L'adquisició de les formes d'ona de la Figura 3.2 s'ha fet amb una base de temps de 1 ms/div, el que indica que realment les constants de temps del circuit són molt més elevades que el període de commutació, que en aquest cas és l'invers de 50 kHz, és a dir, de 20 μ s.

De les formes d'ona de la Figura 3.2 es pot deduir la banda passant, per la relació

$$\omega_c t_r \approx \pi \quad (3.3)$$

a on ω_c és la freqüència -de fet, la pulsació- de tall del circuit, mentre que t_r és el temps de pujada de la variable en qüestió (en aquest cas, la tensió de sortida), obtinguda de la seva resposta temporal a un impuls o un esglaió.

Aplicant l'expressió (3.3) als valors de la Figura 3.2, s'obté

$$t_r = 2 \text{ ms}$$

⇓

$$\omega_c \approx 1570 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (3.4)$$

⇓

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \approx 250 \text{ Hz}$$

Els resultats numèrics de (3.4), encara que s'han trobat per a un cas particular són prou significatius, doncs indiquen que realment es pot considerar que l'aproximació donada per (3.2) és prou bona en els convertidors cc/cc.

En realitat, ja pel fet de treballar amb un oscil·loscopi d'emmagatzematge digital, cal notar que en la Figura 3.2 el número d'adquisicions per unitat de temps no és infinit. En concret en el cas de l'oscil·loscopi amb que s'ha treballat -un Tektronix, model 2430-, el número d'adquisicions per cada 20 divisions és de 1024. Per tant, en la base de temps de la Figura 3.2 es té un mostreig cada 19,5 μ s, el que implica que, en realitat, es fa aproximadament un mostreig de la variable per cada període de commutació.

El raonament anterior serveix d'introducció a la idea en que estan basats la majoria dels mètodes que es descriuran a partir d'ara per a la obtenció del model de petit senyal d'un convertidor cc/cc.

Inicialment es començarà tractant els mètodes numèrics, per continuar després amb els analítics, que són els que més comunament s'han emprat pels investigadors del camp de la conversió cc/cc.

3.2.1. Mètodes numèrics

Els mètodes numèrics estan basats, en general, en la resolució de les equacions diferencials que descriuen el comportament d'un convertidor cc/cc, com les equacions (2.1), (2.3) i (2.4) pel cas del convertidor de Cuk, per exemple.

Per tant, constitueixen una metodologia per a **simular** el funcionament del convertidor, més que per a **modelar-lo**. A més a més, en moltes ocasions, les diferències entre aquests mètodes vindran, no per la forma de modelar o simular el sistema, sinò per la solució donada per a la modelació dels dispositius semiconductors involucrats.

En efecte, aquests mètodes parteixen tots ells de models similars, basats en la descripció de cadascuna de les diferents topologies del convertidor mitjançant les equacions d'estat, en la majoria dels casos.

Les diferències acostumen a procedir de la modelació dels dispositius basats en semiconductor que s'utilitzen. La modelació d'aquests components sol ser diferent depenent del mètode de simulació emprat.

El procés de simulació es pot enfocar de tres maneres diferents:

-Resolent les equacions diferencials del sistema mitjançant paquets de simulació anomenats de *propòsit general*.

-Utilitzant un programa de simulació general de circuits electrònics, el que s'en diu un programa de simulació de *propòsit específic*.

-Resolent directament les equacions d'un convertidor electrònic de potència, amb programes especialitzats en aquest tipus de circuits.

3.2.1.1. Modelació en els paquets de simulació de propòsit general

Els paquets de simulació de propòsit general consten essencialment d'un conjunt de programes de resolució d'equacions diferencials. Estan dissenyats de manera que l'usuari treballa amb un llenguatge de simulació dedicat per a descriure el sistema que es tracta de simular.

En realitat, el llenguatge de simulació esmentat dona com a resultat el conjunt d'equacions diferencials, així com les condicions inicials i de contorn que defineixen el sistema.

Un dels paquets més àmpliament utilitzats és el CSMP.

En aquest cas, la modelació del sistema la proporciona l'usuari mitjançant la descripció del conjunt d'equacions diferencials, ja que els paquets esmentats són utilitzables per a qualsevol tipus de sistema, no necessàriament un convertidor electrònic de potència, ni tan sols un circuit electrònic.

Per tant, l'usuari té dues alternatives:

- Simular el convertidor mitjançant sistemes d'equacions com les (2.1), (2.3) i (2.4).
- Simular el convertidor mitjançant models com els que es desenvoluparan a l'apartat 3.2.2.

3.2.1.2. Modelació en els paquets de simulació de propòsit específic

Els paquets de simulació de propòsit específic treballen essencialment de forma molt similar als de propòsit general. De cara a l'usuari, es diferencien en el fet de que estan pensats per a simular sistemes d'un camp determinat. Per exemple, circuits electrònics.

Existeix un ampli ventall de programes de simulació de circuits electrònics. Es troben referenciats, amb una àmplia descripció de prestacions i una comparació entre ells per Jensen i Mc Namee (1976). Alguns dels que més s'han utilitzat són: SPICE2 (aquest programa és la base de la metodologia de càlcul de molts altres), SCEPTRE, ECAP, MARTHA, MICROCAP, Analog Work Bench, ...

Per a treballar amb aquests programes, l'usuari proporciona una descripció de la topologia del circuit. Aquesta pot ser donada de forma gràfica o no, depenent de les prestacions del paquet.

El programa, a partir de la descripció anterior, elabora el conjunt d'equacions diferencials associat al circuit i les resol mitjançant tècniques de càlcul numèric similars a les utilitzades pels programes de simulació de propòsit general tractats a l'apartat anterior.

Des del punt de vista de la modelació, en els programes de simulació de propòsit específic existeixen uns models predefinits dels components, tant dels basats en semiconductor (transistors bipolars, FET, MOSFET, díodes, ...) com dels que no (resistències, condensadors, inductàncies, ...). L'usuari, pot canviar d'aquests models alguns paràmetres característics del component.

A partir d'aquests models predefinits, de la descripció de la topologia i de les condicions de la simulació (entrades al circuit), el programa elabora la resposta demanada.

Cal notar que aquests models predefinits poden arribar a ser de molt diferent complexitat. En SPICE2, els models de transistors MOSFET, per exemple, arriben a incloure paràmetres com la longitud del canal, ja que aquest programa fou pensat inicialment per a disseny de components, a nivell d'estat sòlid. Aquesta gran complexitat dels models fa que no s'hagin desenvolupat en SPICE2 models per a tots els dispositius interessants en Electrònica de Potència. Un cas important és el del tiristor, component molt utilitzat i que no té model específic, el que ha produït que existeixin treballs per a obtenir un model prou acurat d'aquest component partint d'altres dispositius que sí estan modelitzats per SPICE2, tal com ha fet Lee (1980).

En canvi, altres programes, com l'Analog Work Bench permeten definir paràmetres molt més propers als especificats pels fabricants de components en els seus catàlegs, ja que és un paquet molt més pensat per a ser utilitzat en circuits per a ser aplicats. De fet, ja inclou una llibreria de components comercials cridables directament per l'usuari. Cal notar que, a pesar de la diferent naturalesa dels models, vistos des del punt de vista de l'usuari, el procés de càlcul realitzat per l'Analog Work Bench està basat en la mateixa metodologia que el SPICE2.

En resum, pel que respecta a la modelació de convertidors cc/cc, els programes de simulació de propòsit específic no introdueixen cap novetat conceptual, doncs els models dels components seleccionables moltes vegades no són assimilables als utilitzats en els convertidors electrònics de potència.

En tot cas, les topologies pròpies dels convertidors cc/cc no reben cap tractament específic per aquests programes. Inclús, cal notar que la naturalesa de commutació de topologies pròpia dels convertidors, fa que puguin aparèixer problemes de convergència amb facilitat, depenent del tipus d'anàlisi que es triï.

3.2.1.3. Modelació en els programes especialitzats

A més a més dels procediments de simulació esmentats anteriorment, existeix la possibilitat d'utilitzar directament programes pensats per a convertidors electrònics de potència.

També dins d'aquest camp es poden seguir dues línies:

- L'ús de programes generals per a qualsevol tipus de convertidor electrònic de potència.
- Aplicació d'una metodologia de càlcul numèric per a resoldre les equacions d'un convertidor cc/cc concret.

La primera metodologia és la que s'utilitza en el programa de simulació SACSO, desenvolupat per la E.N.S.E.E.I.H.T. (Ecole Nationale Supérieure d'Electrotechnique, Electronique, Informatique et Hydraulique) de Toulouse.

En el programa SACSO es fa una descripció de la topologia del convertidor i els components semiconductors venen modelats d'una forma molt senzilla, però molt útil en Electrònica de Potència, la que es descriu a la Figura 3.3.

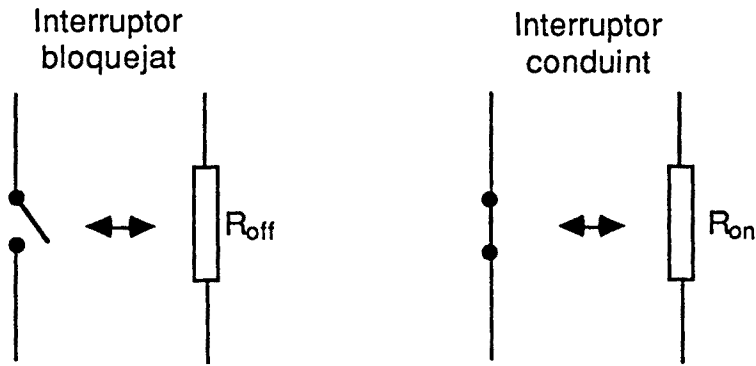


Figura 3.3. Model dels semiconductors en el programa SACSO

És a dir, senzillament es substitueix a la topologia corresponent un semiconductor (sigui díode, transistor, ...) que estigui bloquejat per una resistència de valor seleccionat per l'usuari, normalment un valor prou elevat. En canvi, es substituirà el semiconductor per una altra resistència - de valor prou petit- quan estigui conduïnt.

La única diferència entre el comportament d'un dispositiu i un altre radica en la manera com es posa a conduir i es bloqueja.

3.2.2. Mètodes analítics

Els mètodes analítics de modelació de petit senyal de convertidors cc/cc són els més extesos entre els investigadors, degut a les següents característiques:

- Resulten més intuïtius que els mètodes numèrics per donar una descripció més propera a un circuit electrònic que no pas els numèrics. De fet, alguns d'ells ofereixen com a resultat un circuit equivalent al comportament dinàmic del convertidor en petit senyal.
- Proporcionen una descripció més compacta que la donada pels mètodes numèrics, que inclús pot arribar a ser utilitzable en un procés *on-line*, en temps real. Aquesta informació pot ser un circuit equivalent, una funció de transferència, les equacions d'estat.

Com a contraposició, els mètodes analítics forcen a l'ús d'algunes hipòtesis no necessàries en els mètodes numèrics, per exemple:

- Suposar la freqüència de tall del circuit molt inferior a la freqüència de commutació. Ja s'ha raonat anteriorment en aquest mateix apartat 3.2 que, en els convertidors realment construïts, és una hipòtesi molt realista, degut a la presència en gairebé tots els convertidors d'un filtre L-C o un condensador a la sortida del convertidor cc/cc que fan que les constants de temps del circuit siguin relativament lentes, en comparació amb el període de commutació.
- Suposar una evolució de les variables del convertidor de forma promitjada, anàlogament a la descripció plantejada a (3.2). També s'ha raonat abans la validesa d'aquesta aseveració.
- Valors petits de l'arissat de la tensió de sortida, també força raonable si es treballa amb la hipòtesi de petit senyal i tenint present que el que es

desitja és aconseguir que la tensió de sortida sigui el més constant possible.

De fet, existeix un mètode analític de modelació de petit senyal per a convertidors cc/cc, desenvolupat per Lee, Iwens, Yu i Triner (1977), en el que no es promitgen les variables del convertidor, sinò que es treballa amb valors discrets. Es tracta d'aplicar un model linealitzat discret en el domini temporal, que resulta, no obstant, d'una complexitat notable, raó per la qual no s'ha extès el seu ús.

Es descriuen a partir d'ara els mètodes analítics més populars. De cadascun d'ells es donaran les pautes bàsiques que els caracteritzen, així com les referències a on poden ser trobats.

A més a més, es donarà una breu llista de les avantatges o inconvenients de cada cas, així com el camp d'aplicació més habitual, si s'escau.

Pel cas del mètode de les variables d'estat promitjades, es detallarà l'anàlisi del convertidor de Cuk, doncs aquest mètode és el que més relació té amb la Tesi proposada.

Dues referències a on es pot trobar condensada una informació més àmplia sobre aquest tema són Kislovski (1985) i Sebastián (1985).

3.2.2.1. Mètode del promitjat de circuits

En breus paraules, el mètode proposat consisteix en la cerca d'un circuit únic que sigui el promig de les topologies corresponents als intervals T_{on} , T_{off} i T_{off} (cas d'existir, degut a l'existència de conducció discontinua).

Aquest mètode fou introduït i desenvolupat per Wester i Middlebrook (1972).

A la Figura 3.4 es descriu el primer pas del mètode. S'ha considerat, per fixar idees, un convertidor de segon ordre o, el que és equivalent, un convertidor amb dos elements dinàmics -aquells en que la relació entre tensió i corrent és diferencial, típicament inductàncies i condensadors-

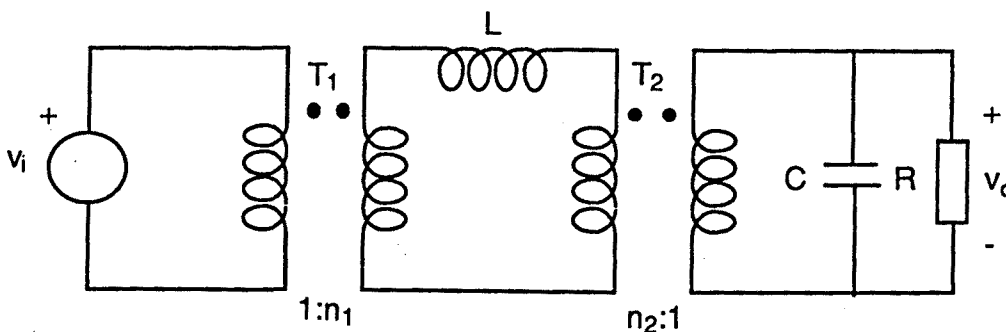


Figura 3.4. Topologia generalitzada d'un convertidor cc/cc de segon ordre

L'estructura mostrada a la Figura 3.4 representa realment la topologia general, en qualsevol estat T_{on} , T_{off} o $T_{off'}$ del convertidor, sempre i quan es considerin els dos transformadors T_1 i T_2 com a transformadors ideals, en el sentit de que permetin transformar una tensió contínua, el que no es pot aconseguir amb un transformador físic.

Per altra banda, de moment no es consideraran perdues als semiconductors, tal com ja s'havia fet a (1.11). El mètode es podria estendre per a tenir-les en compte, suposant els transformadors de la Figura 3.4 amb perdues. L'únic problema residiria en el fet de que les perdues poden ser diferents per a cada interval T_{on} , T_{off} o $T_{off'}$, donat que en cada cas els dispositius que estan conduint són de diferent naturalesa (transistors bipolars, MOSFET o díodes) i, per tant, el model que representa les seves perdues també.

A més a més, també cal suposar que les relacions de transformació n_1 i n_2 no són constants, ja que tindran valors diferents pels diferents intervals T_{on} , T_{off} i $T_{off'}$.

En aquestes condicions, la metodologia consisteix en ponderar les dues o tres (depenent de que hi hagi conducció contínua o discontinua) topologies del convertidor d'acord amb l'interval de temps en que es presenten.

En el cas de conducció contínua, més senzill de formular, s'esquematitzen les operacions a fer a la Taula 3.1.

TAULA 3.1

Interval	Duració de l'interval dins d'un període	Factor de ponderació
$(0, T_{on}]$	$d T_s$	d
$(T_{on}, T_s]$	$(1-d) T_s$	$(1-d)$

El promitjat dels subcircuits donarà com a resultat una altra topologia com la de la Figura 3.4, però amb els valors de n_1 i n_2 definits, podent-los anomenar n_i i n_o , respectivament. En conducció contínua, el seu valor dependrà únicament de la relació de conducció d , mentre que si la conducció és discontinua, llavors també cal involucrar el paràmetre K .

El següent pas és substituir els transformadors T_1 i T_2 de la Figura 3.4 per fonts dependents, tal com s'indica a la Figura 3.5.

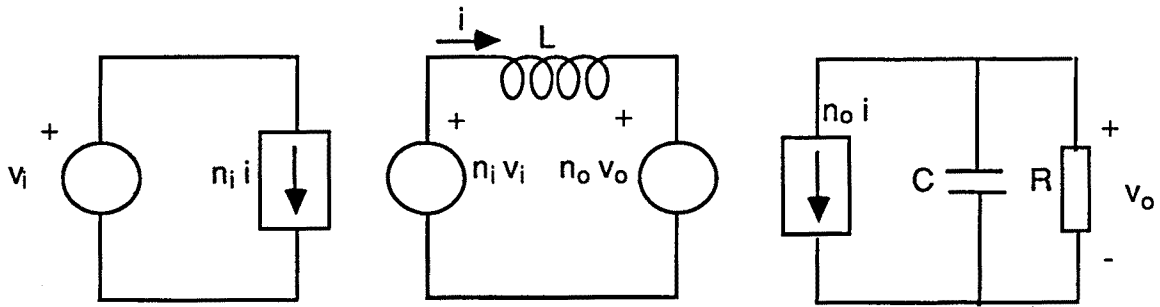


Figura 3.5. Circuit promitjat equivalent a un convertidor cc/cc de 2on ordre

Si es considera el règim permanent, només cal substituir a la Figura 3.5 tots els paràmetres pels seus valors en règim permanent i trobant la relació entre la tensió d'entrada i la de sortida en aquets circuit, es determina la funció de transferència en règim permanent.

En canvi, si es considera un règim no permanent, totes les magnituds són variables en el temps i cal considerar la hipòtesi de petit senyal per a linialitzar el sistema. En aquest cas concret, es desitja linialitzar els valors que determinen cadascuna de les fonts dependents de la Figura 3.5.

El mètode de linialització és el mateix que s'utilitzarà a l'apartat 3.2.2.2, raó per la qual s'obvia momentàniament el desenvolupament.

Un cop linialitzades les expressions que defineixen les fonts dependents, es substitueixen les que depenen de i i v_o per transformadors ideals com els utilitzats a la Figura 3.4. Posteriorment, es trasllada la posició de les fonts dependents restants, transformadors i bobina, per arribar a obtenir el que s'anomena *circuit equivalent canònic*. Aquest circuit apareix a la Figura 3.6.

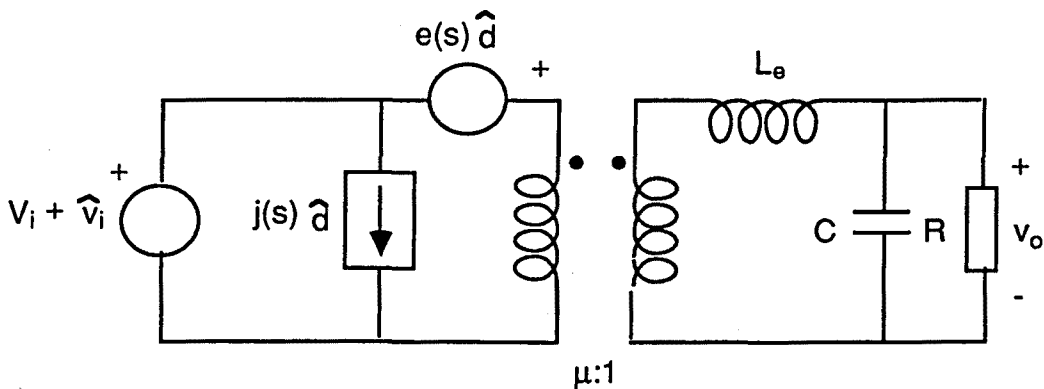


Figura 3.6. Circuit equivalent canònic d'un convertidor cc/cc de 2on ordre

En el circuit equivalent canònic de la Figura 3.6 apareixen una sèrie de paràmetres ($j(s)$, $e(s)$ i L_θ) que depenen de la topologia del convertidor que s'estigui considerant. Observi's que s'han expressat alguns d'aquests paràmetres en funció de la variable de Laplace s , doncs la reducció necessària del circuit per arribar a l'equivalent canònic, fa convenient l'ús d'aquesta transformació, que ja permet donar resultats en forma de funció de transferència.

3.2.2.2. Mètode de les variables d'estat promitjades

En aquest apartat es descriurà un nou mètode de modelació de convertidors cc/cc, el de les variables d'estat promitjades.

L'origen de l'aplicació del mètode es pot trobar en els treballs de Middlebrook (), pel cas del mode de conducció contínua, i en el de Cuk (), pel mode de conducció discontinua.

El desenvolupament s'orientarà cap el cas del mode de conducció contínua únicament. Aquest enfoc no és restrictiu, doncs l'objectiu d'aquest apartat és establir la metodologia general de la modelació de petit senyal a l'espai d'estat, vàlida per a després poder comprendre l'enfoc donat en el mètode de modelació proposat al capítol 4.

Com a cas particular, s'estudiarà la modelació del convertidor de Cuk, ja que aquest és el que s'utilitza en el desenvolupament de la Tesi i servirà per a poder comparar posteriorment els resultats obtinguts amb els dos mètodes.

L'objectiu del mètode consisteix en arribar a obtenir una descripció del convertidor com la indicada a (3.5).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + b v_i \\ v_o &= c x \end{aligned} \tag{3.5}$$

Les expressions de (3.5) estableixen les equacions d'estat que defineixen el sistema. Per a una visió més general i detallada, es pot consultar l'obra de Franklin i Powell (1980), que ja està enfocada a la descripció d'un sistema discret en l'espai d'estat, com es fa en aquesta Tesi.

Les notacions de l'expressió (3.5) corresponen a:

x = vector de variables d'estat, dimensió (m,1)

\dot{x} = derivada temporal del vector x , dimensió (m,1)

v_i = tensió d'entrada del convertidor, és un número real

v_o = tensió de sortida del convertidor (en general, és la variable que es desitja controlar), és un número real

A = matriu d'estat del sistema, dimensió (m,m)

b = vector d'entrada, dimensió $(m,1)$

c = vector de sortides, dimensió $(1,m)$

m = ordre del sistema

Cal notar que les expressions (3.5) només són vàlides per a sistemes lineals, invariables en el temps (és a dir, que es poden descriure per paràmetres que no varien en el temps) i d'una sola variable (no multivariades, amb diverses variables de sortida).

Com ja s'ha comentat prèviament, no es pot arribar a una descripció exacta d'un convertidor commutat com la de (3.5), donat el seu caràcter no lineal.

L'objectiu del mètode de les variables d'estat promitjades és linealitzar un convertidor cc/cc, per arribar a obtenir una descripció com la de (3.5).

Per realitzar aquesta linealització, es parteix del fet de que cadascuna de les topologies del convertidor durant T_{on} , T_{off} i $T_{off'}$ és lineal. Es desitja llavors trobar la descripció d'estat -com la (3.5)- corresponent a cadascuna de les topologies elementals.

Un cop fet això, es segueix una idea similar a la descrita a l'apartat 3.2.2.1: es promitgen les diferents descripcions d'estat, tenint present quin percentatge del període de commutació és present cadascuna d'elles, per a obtenir una única descripció final.

Ja es veurà que aquest promig es pot fer si s'afegeix la hipòtesi de que les variacions de les diferents variables són petites (hipòtesi de petit senyal).

Així doncs, per a presentar el mètode de les variables d'estat promitjades, cal conèixer primer les descripcions en l'espai d'estat de les successives topologies que corresponen al convertidor.

L'expressió (3.6) defineix l'interval de conducció del transistor, en el cas general (és a dir, T_{on}).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + b_1 v_i \\ v_o &= c_1 x \end{aligned} \tag{3.6}$$

Pel cas del convertidor de Cuk, es poden recordar les expressions (2.1), que corresponen a les equacions d'estat.

Les variables d'estat són aquelles que apareixen en una relació tensió-corrent per algun dispositiu de forma diferencial. Concretament, són les tensions dels condensadors i els corrents per les inductàncies. També es poden caracteritzar d'una altra forma, com aquelles variables que determinen l'energia emmagatzemada en forma de camp elèctric o magnètic.

El vector d'estat en el convertidor de Cuk és, doncs, com el de (3.7). Observi's que l'ordre en que apareixen les variables d'estat no queda determinat.

$$x = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \\ v_o \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

El significat de cadascuna de les variables és el mateix que s'ha definit al capítol 2. Es pot trobar a la Figura 2.1.

Reescrivint les equacions (2.1) en forma matricial, es poden identificar els valors de les matrius de (3.6). Així s'ha fet a (3.8).

$$\begin{aligned} \frac{d i_1}{d t} &= \frac{1}{L_1} v_i \\ \frac{d i_2}{d t} &= \frac{1}{L_2} v_o + \frac{1}{L_2} v_1 \\ \frac{d v_1}{d t} &= -\frac{1}{C_1} i_2 \\ \frac{d v_o}{d t} &= \frac{1}{C_o} i_2 - \frac{1}{R C_o} v_o \end{aligned} \quad (3.8)$$

A partir de les equacions (3.8) només cal identificar les relacions entre les variables d'estat amb les (3.6) per a obtenir els valors de les matrius desitjades. El resultat es dóna a (3.9).

$$\frac{d}{d t} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{-1}{L_2} \\ 0 & \frac{-1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & \frac{-1}{R C_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_i \quad (3.9)$$

De les expressions (3.9) és immediat deduir els valors de les matrius de la descripció d'estat del convertidor de Cuk durant T_{on} . El resultat es dóna a l'equació (3.10).

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{-1}{L_2} \\ 0 & \frac{-1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & \frac{-1}{RC_o} \end{bmatrix} \\
 b_1 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 c_1 &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

En el cas del convertidor de Cuk -i, de fet, en tots els convertidors cc/cc- l'expressió del vector c_1 és trivial, donat que la variable de sortida és una de les variables d'estat, per la presència del condensador de filtre de la sortida.

Proseguint amb la descripció del mètode, el que cal definir ara és la topologia del convertidor durant l'interval T_{off} . En general, serà:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= A_2 x + b_2 v_i \\
 v_o &= c_2 x
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Un cop definida l'expressió general del comportament del convertidor durant l'interval de bloqueig del transistor, es pot procedir com abans, ordenant les equacions (2.3), per a poder expressar-les en termes d'equacions d'estat. Així es fa a (3.12).

$$\begin{aligned}
 \frac{d i_1}{d t} &= \frac{1}{L_1} v_1 + \frac{1}{L_1} v_i \\
 \frac{d i_2}{d t} &= \frac{1}{L_2} v_o \\
 \frac{d v_1}{d t} &= \frac{1}{C_1} i_1 \\
 \frac{d v_o}{d t} &= \frac{1}{C_o} i_2 - \frac{1}{RC_o} v_o
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

De les igualtats anteriors, es dedueix l'expressió matricial que determina el funcionament del convertidor durant T_{off} i que apareix a (3.13).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & \frac{-1}{RC_o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \\ v_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_i \quad (3.13)$$

Per tant, les matrius desitjades ja es poden escriure:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_o} & 0 & \frac{-1}{RC_o} \end{bmatrix}$$

$$b_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$c_2 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

En aquestes condicions, ja es pot passar a trobar la formulació general del model de les variables d'estat promitjades, en règim de conducció contínua.

El primer pas consisteix en el promitjat de les expressions (3.6) i (3.), seguint la mateixa idea que la desenvolupada a l'apartat 3.2.2.1. Llavors, cal multiplicar les equacions de l'expressió (3.6) per el valor de la relació de conducció d , donat que són vàlides durant l'interval T_{on} i la relació de conducció equival, per definició, al valor per unitat de l'interval de conducció, respecte al període de commutació sencer. Anàlogament, les equacions (3.) s'han de multiplicar per $(1-d)$, que és el que dura l'interval de bloqueig del transistor T_{off} , per unitat també.

La descripció final buscada és la (3.5), que s'obté sumant les (3.6) i (3.) ja ponderades. Aquest procés condueix a la identificació de matrius explicitada a (3.15).

$$\begin{aligned} A &= A_1 d + A_2 (1-d) \\ b &= b_1 d + b_2 (1-d) \\ c &= c_1 d + c_2 (1-d) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Com ja s'ha dit a l'apartat 3.2.2.1, la validesa d'aquesta ponderació és vàlida donat que les constants de temps del sistema són molt més grans que el període de commutació, degut a l'elevat valor de la capacitat de sortida.

El problema que es presenta en aquest moment, és que la substitució de les equacions (3.15) a l'equació (3.5) comporta unes equacions **no lineals**, ja que apareixen **productes** de les variables d'estat (el vector x) i de la relació de conducció (la variable d), és a dir, apareixen productes de dues variables.

ANÀLISI EN RÈGIM PERMANENT

Hi ha una anàlisi que és possible fer sense fer cap hipòtesi addicional: es tracta de l'anàlisi en règim estàtic, degut a que els diferents valors involucrats són constants i iguals als valors en règim permanent.

Establint de forma exhaustiva les condicions que es presenten en el cas del funcionament en règim permanent, s'arriba a les (3.16).

$$\begin{aligned} d &= D \\ x &= X \Rightarrow \dot{x} = 0 \\ v_o &= V_o \\ v_i &= V_i \end{aligned} \tag{3.16}$$

Substituint les (3.16) a les (3.5) i tenint en compte les (3.15)

$$\begin{aligned} 0 &= AX + bV_i \\ V_o &= cX \end{aligned} \Rightarrow V_o = -cA^{-1}bV_i \tag{3.17}$$

L'expressió (3.17) dóna, juntament amb la (3.15), un mètode generalitzat per a trobar la funció de transferència de la tensió de sortida a la d'entrada per a qualsevol topologia de convertidor cc/cc, treballant en mode de conducció contínua.

Pel cas particular del convertidor de Cuk, amb les matrius trobades a (3.) i (3.), es pot comprovar fàcilment la validesa de la funció de transferència trobada al capítol 2.

Ara bé, és clar que per a obtenir una caracterització dinàmica d'un convertidor cc/cc cal procedir a una linealització del sistema. Per a fer-la, es suposaran totes les variables del sistema descomposades en la suma del valor en règim permanent de la variable en qüestió, més un terme variable que tindrà un valor petit si es fa la hipòtesi de variacions de petit senyal. Es diu llavors, que les variables del sistema es consideren *pertorbades* en torn del punt de treball en règim permanent.

Analíticament, la hipòtesi de petit senyal queda definida per les relacions (3.18).

LINIALITZACIÓ I ANÀLISI DINÀMICA

$$\begin{aligned} d &= D + \hat{d} \\ x &= X + \hat{x} \\ v_o &= V_o + \hat{v}_o \\ v_i &= V_i + \hat{v}_i \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\frac{\hat{d}}{D} \ll 1, \frac{\hat{x}}{X} \ll 1, \frac{\hat{v}_o}{V_o} \ll 1, \frac{\hat{v}_i}{V_i} \ll 1$$

Les variables que apareixen amb accent circumflexe són les que reflecteixen les variacions de petit senyal. Per això precisament, són prou inferiors als valors de règim permanent, que s'han indicat, com és habitual, en majúscules.

La consideració de la hipòtesi de petit senyal, materialitzada per (3.18), en les equacions (3.5) -no oblidant el marc del promitjat definit per (3.15)- comporta una equació com la (3.19), a la que ja s'han menyspreat els termes a on apareixen productes de variables pertorbades, pel fet de que corresponen a infinitèsims de segon ordre. També en la obtenció d'aquesta equació s'han tingut presents les relacions (3.17).

$$\begin{aligned} \hat{\dot{x}} &= A \hat{x} + b \hat{v}_i + ((A_1 - A_2) X + (b_1 - b_2) V_i) \hat{d} \\ \hat{v}_o &= c \hat{x} + (c_1 - c_2) X \hat{d} \end{aligned} \tag{3.19}$$

A l'expressió (3.19) s'observa que la derivada de les variacions del vector d'estat depen de tres variables pertorbades de forma linial. En concret, depen de les variacions del propi vector d'estat, de la variable de control - que en aquest cas és la relació de conducció- i de les variacions de la tensió d'entrada.

Cal notar que, respecte de l'expressió (3.5), ha aparegut un terme amb les variacions de la variable de control en general.

També apareix aquest terme addicional a l'equació que defineix la variable de sortida.

És lògic que així sigui, doncs no s'ha fet cap restricció del número de variables que poden canviar arbitràriament.

En el cas particular del convertidor de Cuk, les expressions (3.19) condueixen a les (3.20), com a resultat de substituir els valors de les (3.10) i (3.14).

Si es desitgen obtenir les funcions de transferència en règim pertorbat d'un convertidor, és fàcil fer-ho a partir de les expressions d'estat (3.19), doncs només cal aplicar la transformada de Laplace a cada terme de la igualtat.

En particular, si els quoficients que acompanyen a les diferents variables pertorbades són constants, es pot deduir la següens expressió (3.21):

$$\begin{aligned} \widehat{v}_o(s) = & \{c(sI - A)^{-1} b\} \widehat{v}_i(s) + \\ + & \{c(sI - A)^{-1} [(A_1 - A_2) X + (b_1 - b_2) V_i] + (c_1 - c_2) X\} \widehat{d}(s) \end{aligned} \quad (3.21)$$

A les equacions (3.21) es pot apreciar que la dinàmica de les pertorbacions de la tensió de sortida depen tant de la dinàmica de les pertorbacions de la tensió d'entrada, com de les de la variable de control (la relació de conducció en aquest cas). D'aquí que es defineixin les funcions de transferència mantenint una de les dues possibles pertorbacions anul.lada, com es fa a la (3.22).

$$\frac{\widehat{v}_o(s)}{\widehat{v}_i(s)_{d=ct}} = c(sI - A)^{-1} b \quad (3.22)$$

$$\frac{\widehat{v}_o(s)}{\widehat{d}(s)_{v_i=ct}} = c(sI - A)^{-1} [(A_1 - A_2) X + (b_1 - b_2) V_i] + (c_1 - c_2) X$$

ANÀLISI EN MODE DE CONDUCCIÓ DISCONTÍNUA

El mètode de les variables d'estat promitjades es pot estendre al cas en que es desitgi analitzar el mode de conducció discontinua. Aquí només es farà una descripció general sobre les peculiaritats del mètode en aquest cas, doncs el camp d'aplicació més directe i útil és el que s'ha presentat fins ara per al mode de conducció contínua.

En efecte, en el cas del mode de conducció discontinua, a més a més de les descripcions durant l'interval T_{on} -veure (3.9), pel cas del convertidor de Cuk- i Toff -veure (3.13), també pel cas del convertidor de Cuk-, cal considerar les corresponents a l'interval Toff', que poden ser escrites com a (3.23):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_3 x + b_3 v_i \\ v_o &= c_3 x \end{aligned} \quad (3.23)$$

Un cop plantejades les equacions de (3.23), sembla que només caldria generalitzar les equacions (3.15), de forma que es tingués present l'interval T_{off}' . Aquesta idea seria la que es presenta a (3.24).

$$\begin{aligned}
 A &= A_1 d + A_2 \frac{T_{off}}{T_s} + A_3 \frac{T_{off}'}{T_s} \\
 b &= b_1 d + b_2 \frac{T_{off}}{T_s} + b_3 \frac{T_{off}'}{T_s} \\
 c &= c_1 d + c_2 \frac{T_{off}}{T_s} + c_3 \frac{T_{off}'}{T_s}
 \end{aligned}
 \tag{3.24}$$

A la vista de les equacions (3.24) sembla que l'extensió del mètode al cas del mode de conducció discontinua és directa, però existeix una complicació pel fet de que ara T_{off} i T_{off}' depenen no solament de la variable de control -la relació de conducció-, sinò també dels paràmetres del circuit, de la freqüència de commutació i de la càrrega, és a dir, de les magnituds que intervenen al paràmetre K , ja mencionat a (1.5). Això equival a que és necessari disposar de condicions addicionals que defineixin la integració de les equacions d'estat en els diferents intervals del període de commutació.

Aquestes condicions són les pròpies del funcionament en conducció discontinua:

$$\begin{aligned}
 i &= 0 \\
 \frac{di}{dt} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

$$t \in (T_{on} + T_{off}, T_s]$$

a on i és el corrent que circula per la inductància per la que s'arriba a anul·lar, provocant, per tant, l'aparició del mode de conducció discontinua.

El procés a seguir es basa en la integració de les diferents equacions d'estat, tenint present la (3.25). El promitjat de les formes d'ona del corrent es pot fer en l'interval $(0, T_{on} + T_{off}]$, donat que té el mateix comportament que en mode de conducció contínua; el promitjat de la forma d'ona de la tensió de sortida, en canvi, es pot fer entre $(0, T_s]$ igualment.

A Sebastián (1985), es descriu amb detall el procés complet de la modelació en mode de conducció discontinua d'un convertidor elevador, mitjançant el mètode de les variables d'estat promitjades.

En canvi, és convenient citar un altre avantatge del mètode de les variables d'estat promitjades. Resideix en la facilitat per a incloure elements addicionals al convertidor com, per exemple, filtres a l'entrada o a la sortida, consideració de pèrdues als semiconductors o als components d'emmagatzematge, etc. En efecte, la metodologia no canvia

en absolut, complicant-se únicament el procés mecànic de càlcul, pel fet de que l'ordre de les matrius que intervenen es fa més gran.

3.2.2.3. Mètode del corrent injectat

Aquest mètode es pot trobar descrit a Fossard, Clique i col.lagues (1977). És un mètode utilitzat per investigadors especialitzats en enginyeria de control i que treballen amb convertidors commutats.

Per a aplicar aquest mètode, cal identificar a la topologia del convertidor quina és la part del circuit que injecta corrent $-i$, per tant, energia- a la càrrega. En les topologies que s'han considerat al capítol 1, la càrrega sempre està constituïda pel condensador de filtratge i la resistència de sortida.

En el cas del convertidor de Cuk, la Figura 3.7 indica quin és el corrent que s'injecta a la càrrega.

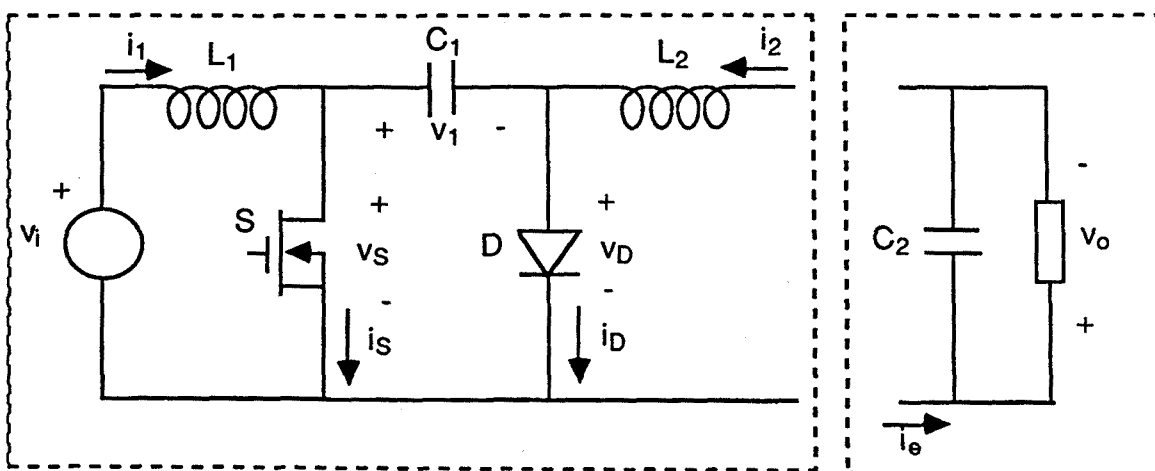


Figura 3.7. Identificació del corrent injectat a la càrrega i_e al convertidor de Cuk

Com s'observa a la Figura 3.7, el corrent injectat a la càrrega en el cas del convertidor de Cuk, és el corrent que circula per la inductància de sortida L_2 .

Un cop identificat el corrent injectat, cal establir, a partir de la seva forma d'ona general les relacions entre els valors del corrent al principi i al final del període de commutació. Per això serà útil definir els diferents valors significatius del corrent injectat. Així s'ha fet a la Figura 3.8. S'ha considerat, el mode de conducció contínua.

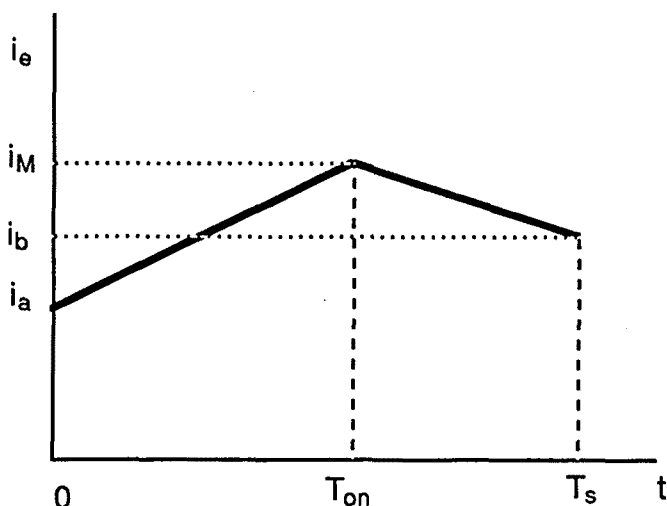


Figura 3.8. Forma d'ona general del corrent injectat en un convertidor de Cuk i en mode de conducció contínua

A partir d'ara interessa caracteritzar els valors de i_M , i_a , i_b en funció de la resta de les variables que defineixen el funcionament del convertidor.

Es considera que el condensador de sortida és lo suficientment gran i les variacions de la tensió d'entrada lo suficientment lentes, com per a considerar la tensió de sortida i la tensió al condensador d'emmagatzematge aproximadament constants durant un període de commutació.

De les equacions generals del convertidor de Cuk durant l'interval T_{on} (2.1) es pot deduir el valor del corrent injectat màxim. Així s'ha fet a la (3.26).

$$i_M = i_a + \frac{V_1 - V_0}{L_2} d T_s = i_a + \frac{V_i}{L_2} d T_s \quad (3.26)$$

Com es pot apreciar, el valor del corrent màxim injectat depèn del corrent injectat al principi del període de commutació actual, de paràmetres del convertidor (la inductància de sortida) i de valors de funcionament del convertidor (el període de commutació, la tensió d'entrada, la relació de conducció).

Anàlogament es pot establir una nova relació entre els diferents valors característics del corrent injectat durant l'interval T_{off} , partint de les equacions (2.3). D'aquesta manera s'obté l'equació (3.27).

$$i_b = i_M - \frac{V_0}{L_2} (1 - d) T_s \quad (3.27)$$

L'expressió (3.27) mostra una dependència del corrent injectat de paràmetres anàlegs als que ja apareixien a la (3.26).

Ara es poden combinar les (3.26) i (3.27) per a disposar d'una expressió a la que no apareixi el valor màxim del corrent injectat:

$$i_b = i_a + \frac{V_i}{L_2} d T_s - \frac{V_o}{L_2} (1 - d) T_s \quad (3.28)$$

L'equació (3.28) és útil per a trobar la funció de transferència en règim permanent, doncs només cal imposar la igualtat del corrent injectat a l'inici i al final del període de commutació:

$$i_a = i_b \quad (3.29)$$

Es comprova que aplicant (3.29) a la (3.28), es torna a obtenir l'equació (2.9).

Per a continuar aplicant el mètode i obtenir la caracterització dinàmica d'un convertidor cc/cc, el que cal ara és plantejar l'expressió general del corrent injectat promig, tal com es fa a (3.30):

$$\begin{aligned} \bar{i}_e &= \frac{1}{T_s} \left[\frac{i_a + i_M}{2} d T_s + \frac{i_M + i_b}{2} (1 - d) T_s \right] = \\ &= \frac{i_a + i_M}{2} d + \frac{i_M + i_b}{2} (1 - d) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Observi's que el paràmetre donat a l'expressió (3.30) és el valor promig del corrent injectat dins de cada període de commutació i que a l'expressió (3.30) s'ha donat en funció de i_M , i_a , i_b . Ara bé, interessa que el valor promig del corrent injectat vingui donat en funció d'un sol dels paràmetres i_M , i_a , i_b , raó per la qual s'han d'utilitzar les equacions (3.26) i (3.27). El resultat d'aquesta manipulació es dona a l'expressió (3.31):

$$\bar{i}_e = 2 i_a + \frac{T_s}{2 L_2} [v_i d (3-d) - v_o (1-d)^2] \quad (3.31)$$

Realitzada la transformació proposada al paràgraf anterior ja es pot procedir a la linealització del sistema que es basa en trobar els diferents termes de l'equació (3.32):

$$\hat{i}_e = \frac{\partial \bar{i}_e}{\partial i_a} \hat{i}_a + \frac{\partial \bar{i}_e}{\partial d} \hat{d} + \frac{\partial \bar{i}_e}{\partial v_i} \hat{v}_i + \frac{\partial \bar{i}_e}{\partial v_o} \hat{v}_o \quad (3.32)$$

La única dificultat resideix llavors en la determinació de les pertorbacions de i_a , que cal posar en funció de les pertorbacions de la resta de les variables que determinen el funcionament del sistema (la relació de conducció, la tensió d'entrada i la tensió de sortida).

Per fer-ho es pot utilitzar l'expressió (3.28) i suposant que les variacions del corrent injectat són suficientment lentes en front del període de commutació, és lícit escriure l'equació (3.33).

$$\frac{d i_a}{d t} \approx \frac{i_b - i_a}{T_s} = \frac{V_i}{L_2} d - \frac{V_o}{L_2} (1 - d) \quad (3.33)$$

Llavors ja només cal prendre increments -o, el que és equivalent, a linialitzar l'expressió- a l'equació (3.33), és a dir, substituint cada variable pels valors de (3.18) i menyspreant després els termes d'ordre superior al primer. S'ha seguit aquest procediment a l'equació (3.34), en la que, a més a més, s'ha pres la transformada de Laplace per aïllar el valor de l'increment desitjat.

$$\hat{i}_a(s) \approx \frac{1}{s L_2} [V_i \hat{d} + \hat{v}_i D - \hat{v}_o (1-D) + V_o \hat{d}] \quad (3.34)$$

A partir del que s'ha fet fins ara, els passos a seguir són:

- Derivar l'expressió (3.31), d'acord amb (3.32).
- Substituir els resultats a (3.32).
- Aplicar la transformada de Laplace a (3.32).
- Incloure (3.34) a (3.32).

Fet tot lo anterior, es tindrà ja una descripció linialitzada de petit senyal del convertidor tal com la (3.35).

$$\hat{i}_e(s) = A(s) \hat{d}(s) + B(s) \hat{v}_i(s) + C(s) \hat{v}_o(s) \quad (3.35)$$

Evidentment, les expressions $A(s)$, $B(s)$ i $C(s)$ dependran del convertidor considerat. Però el que no depèn del convertidor, sinò de l'estructura de la càrrega és la relació entre la tensió de sortida i el corrent injectat. Pel cas que s'ha considerat aquí, de càrrega resistiva amb un condensador de filtratge en paral·lel, l'expressió corresponent és la (3.36).

$$i_e = C_o \frac{d v_o}{d t} + \frac{v_o}{R} \quad (3.36)$$

↓

$$i_e(s) = \frac{s R C_o + 1}{R} v_o(s)$$

La substitució de la segona expressió de (3.36) a la (3.35) proporciona la dependència dinàmica de la tensió de sortida en front de la tensió d'entrada i de la relació de conducció.

La descripció feta fins ara proporciona una introducció a les possibilitats del mètode. L'extensió al cas del mode de conducció discontinua és també possible i, en realitat, és força més senzilla i directa que en el cas del mètode de les variables d'estat promitjades. De nou, es pot trobar l'aplicació a un cas particular, el del convertidor elevador, a Sebastià (1985).

Cal notar, però, que l'aplicació del mètode del corrent injectat complica l'anàlisi en el cas de que s'inclouguin filtres a l'entrada o a la sortida del convertidor, doncs caldrà buscar altres relacions addicionals a les ja trobades. Això constitueix un inconvenient en front del mètode de les variables d'estat promitjades.

3.2.2.4. Mètode del circuit equivalent del corrent injectat

El mètode proposat en aquest apartat el desenvolupà P.R.K. Chetty (1982). Intenta evitar al màxim els inconvenients detectats en els mètodes de les variables d'estat promitjades i del corrent injectat, aprofitant els seus avantatges respectius.

Es fonamenta en el mètode del corrent injectat per a arribar a plantejar les equacions corresponents al corrent injectat a la sortida. Però no solament considera el corrent injectat a la sortida, sinò que també es té en compta l'expressió general del corrent proporcionat per l'entrada.

Per tant, l'aplicació d'aquest mètode implica una petita modificació de la identificació que es feia en el cas del mètode del corrent injectat. La Figura 3.9 mostra com cal distingir, pel cas del convertidor de Cuk quins són els corrents subministrat per l'entrada i injectat a la sortida.

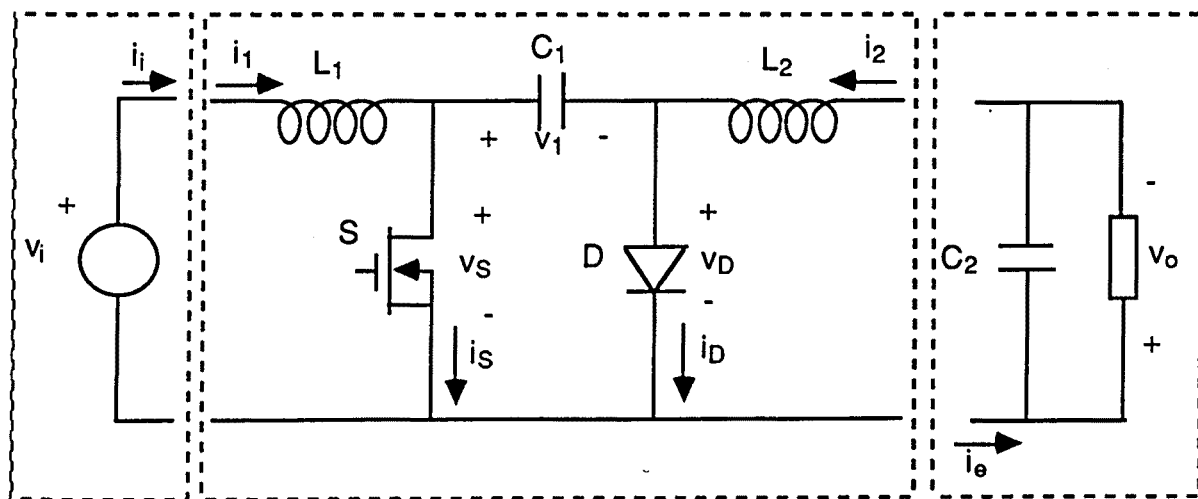


Figura 3.9. Identificació del corrent subministrat i_i i del corrent injectat i_e al convertidor de Cuk

Un cop identificats el corrent subministrat per la font d'entrada i el corrent injectat a la sortida, es segueix una metodologia similar a la del mètode del corrent injectat. L'objectiu és arribar a una descripció linealitzada - aplicant la hipòtesi de petit senyal, com és habitual- dinàmica com la que ja es va trobar pel corrent injectat, a l'apartat anterior. Ara bé, convé reescriure la descripció de la manera presentada a les equacions (3.37):

$$\begin{aligned}\hat{i}_i &= j_1 \hat{d} + \frac{1}{r_1} \hat{v}_i - g_1 \hat{v}_o \\ \hat{i}_e &= j_2 \hat{d} + g_2 \hat{v}_i - \frac{1}{r_2} \hat{v}_o\end{aligned}\tag{3.37}$$

De fet, les equacions (3.37) mostren la dependència del paràmetre considerat, respecte de les variacions de la relació de conducció, de la tensió d'entrada i de la tensió de sortida, de la mateixa manera com es feia a l'equació (3.35) pel cas del mètode del corrent injectat. La diferència és que ara s'han indicat els coeficients que acompanyen a cada variable perturbada de la forma més propera possible per a la identificació del circuit canònic descrit a la Figura 3.10.

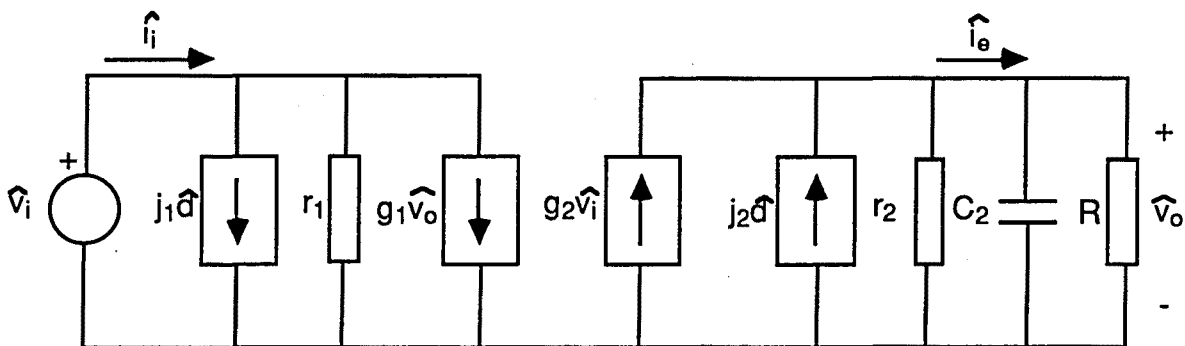


Figura 3.10. Diagrama canònic obtingut mitjançant el mètode del corrent injectat

A la Figura 3.10 apareix un circuit canònic que dona l'equivalència del convertidor en règim dinàmic linealitzat. Cal notar que s'arriben als mateixos resultats que en el cas del mètode de promitjat dels circuits o del mètode de les variables d'estat promitjades, però partint de la metodologia del corrent injectat, que permet un tractament més senzill del cas de la conducció discontinua. És convenient esmentar, però, que el fet d'incloure filtres a l'entrada o a la sortida del convertidor continua essent un inconvenient d'aquest mètode, que no és tant sistemàtic com el de les variables d'estat promitjades.

4. MODEL EMPÍRIC DE CONVERTIDORS CC/CC: MODEL DE REGRESSIÓ

4.1. DEFINICIÓ DE LA METODOLOGIA

Des del punt de vista de la modelació, ja s'ha esmentat al capítol anterior que els convertidors cc/cc es caracteritzen per un comportament no lineal. Aquest comportament és intrínsec d'aquest tipus de sistemes, degut al fet de que els dispositius semiconductors del circuit funcionen en règim de commutació, per aconseguir que les pèrdues siguin mínimes, tal com es raonà al capítol 1. El resultat és que el convertidor funciona amb diferents topologies, cadascuna d'elles lineal, però que al alternar-se de forma cíclica provoquen un comportament no lineal.

Per a obtenir un model lineal d'un sistema com aquest, és necessari procedir a una linealització prèvia. Al capítol 3 ja es varen tractar els mètodes més emprats per aconseguir-ho: el del promitjat de circuits, el del promitjat de les variables d'estat, el del corrent injectat i el del circuit equivalent del corrent injectat.

Tots ells són mètodes prou analítics, orientats específicament a l'anàlisi de convertidors cc/cc i que es basen en la hipòtesi de variacions de petit senyal, considerant, per tant, que hi ha un punt de funcionament desitjat i que es determina la dinàmica del convertidor quan funciona amb petites pertorbacions al voltant d'aquest punt de funcionament.

En aquest capítol es presenta un nou mètode per a trobar el model d'un convertidor cc/cc -ja es comentarà que es pot realitzar una extensió a qualsevol tipus de sistema-. Es desitja un mètode que sigui el màxim universal possible, és a dir, que reuneixi les següents característiques:

- Que pugui ser utilitzat per a qualsevol estructura de convertidor.
- Que sigui d'aplicació simple.
- Capaç de tractar igualment la conducció contínua i la discontinua.
- Independència del mètode de control del convertidor triat (mode de la relació de conducció o mode de corrent, freqüència fixa o variable, etc.).
- Que pugui admetre fàcilment l'estudi de l'aplicació de filtres a l'entrada o a la sortida.
- Que permeti incloure fàcilment l'estudi de les pèrdues en el convertidor.
- Sistematitzable mitjançant computador.
- Que proporcioni un model del funcionament en gran senyal del convertidor.

- Que la metodologia sigui vàlida tant per a trobar el model dinàmic continu com discret del convertidor (cal notar que, mitjançant els mètodes presentats en el capítol 3, no sempre és senzill trobar el model dinàmic discret; un exemple que s'utilitza en aquesta tesi és el del model del convertidor de Cuk funcionant en mode de corrent, en que no és senzill trobar el model discret).

Cal notar que interessa trobar el model tant en forma contínua -en el pla s -, com discreta -en el pla z -. De fet, s'enfocarà la sistemàtica trobant primer el model discret del convertidor, degut a que és el que realment s'utilitzarà per a després controlar el convertidor cc/cc mitjançant microcomputador, en l'estudi proposat als capítols 5 i 6. A més a més, la pròpia naturalesa del mètode fa més natural la obtenció del model discret, doncs s'utilitza un element discretitzador, com és un oscil·loscopi d'emmagatzematge digital.

També es desitja que la descripció analítica del model siguin les equacions d'estat, doncs resulta més favorable per a l'aplicació posterior que es farà del model en els capítols 5 i 6.

4.1.1. Model discret d'un convertidor cc/cc

En aquest apartat es definirà quin tipus de model es desitja trobar. Quan sigui necessari especificar-ho per a fixar idees, es prendrà com a referència de convertidor cc/cc el convertidor de Cuk, ja descrit àmpliament al capítol 2.

També cal aclarir que, no essent restrictiu, es prendrà com a variable de control la relació de conducció, quan sigui necessari especificar-ho.

En primer lloc, el model d'estat d'un sistema en llaç obert ve donat per les equacions (4.1).

$$\begin{aligned} x(n+1) &= \Phi x(n) + \Gamma u(n) \\ y(n) &= H x(n) \end{aligned} \tag{4.1}$$

Les notacions que s'han seguit a les equacions (4.1) són les mateixes de l'obra de Franklin i Powell (1980). Els significats respectius són:

- n: període de mostreig enèsim
- m: ordre del sistema, equivalent al número de variables d'estat
- x: vector de variables d'estat, de dimensió (m,1)
- Φ : matriu d'estat del sistema, de dimensió (m,m)
- Γ : vector de control, de dimensió (m,1)
- u: variable de control, és un escalar; en el cas en que s'utilitzés el mode de control de la relació de conducció, seria $u = d$,

mentre que si el mode de control fos el del corrent programat, seria $u = i_c$, seguint les notacions del capítol 5.

H: matriu de sortida, de dimensió (1,m)

y: variable de sortida, és un escalar, ja que aquí no es considera un control multivariable; en el cas dels convertidors cc/cc, la variable de sortida que es desitja controlar és la tensió de sortida.

Es desitja treballar amb valors fixes de tots els paràmetres que defineixen el convertidor: la matriu d'estat, el vector de control i la matriu de sortida. En realitat, cal suposar que es treballa amb un sistema linial i invariant en el temps per a prendre les equacions (4.1) com a vàlides. Com és lògic, un cop conegut el caràcter no linial d'un convertidor cc/cc, el model que es trobi tindrà un camp de validesa determinat, que es considera per aquest cas a l'apartat 4.4.

En canvi, les variables del sistema són les components del vector d'estat, la variable de control i la variable de sortida.

En el cas en que el sistema considerat ja sigui linial, les equacions (4.1) descriuran el valor instantani de totes les variables. Pel contrari, si el sistema que s'està estudiant no és linial, llavors les equacions (4.1) continuaran essent vàlides si totes les variables que es consideren són pertorbades. És a dir, caldria substituir a (4.1) els valors absoluts de cada variable per la variació de petit senyal corresponent, com s'indica a (4.2).

$$\begin{aligned}\hat{x}(n+1) &= \Phi \hat{x}(n) + \Gamma \hat{u}(n) \\ \hat{y}(n) &= H \hat{x}(n)\end{aligned}\tag{4.2}$$

El model proposat no inclou l'efecte de pertorbacions, tal com ho faria un model més general com el proposat a (4.3). Ara s'enten com a pertorbacions no les variacions respecte del punt de funcionament en règim permanent d'una variable, tal com es feia al capítol 3, sinò l'efecte d'una variable addicional, no considerada inicialment a l'anàlisi del sistema. Pel contexte es pot deduir si s'estan referenciant un tipus o un altre de pertorbacions, depenent de que es faci referència a la *pertorbació d'una variable* o a la *pertorbació d'un sistema* (com és ara el cas).

$$\begin{aligned}x(n+1) &= \Phi x(n) + \Gamma u(n) + \Gamma_1 w(n) \\ y(n) &= H x(n)\end{aligned}\tag{4.3}$$

A l'equació (4.3), s'han indicat:

Γ_1 : vector de pertorbacions, de dimensió (m,1)

w: pertorbació, és un escalar

Per interpretar el significat de l'expressió (4.3), es compararà amb equacions ja conegudes. En particular, es pot fer tenint presents les equacions (3.19), que consideren un sistema continu, no discret, però que, conceptualment, són equivalents. En concret, l'equació (4.4) defineix quines són les variables equivalents a cada cas.

$$\begin{aligned} \hat{x} &\equiv x \\ \hat{d} &\equiv u \\ \hat{v}_i &\equiv w \\ \hat{v}_o &\equiv y \end{aligned} \tag{4.4}$$

Per tant, doncs, l'efecte de la variable de control és desenvolupat per la relació de conducció (suposant, és clar que es treballi en un control en mode de la relació de conducció), mentre que la variable que pertorba el funcionament del sistema és la tensió d'entrada (en realitat, les variacions de la tensió d'entrada).

Cal notar que a la segona de les expressions (3.19) apareix un terme addicional que no hi és a les (4.1). En efecte, en el model més general, les variacions de la variable de sortida dependran de les variacions del vector d'estat i de les variacions de la variable de control.

El que succeix en el cas particular dels convertidors cc/cc és que la variable de sortida coincideix sempre amb una de les variables de control, degut a la presència del condensador de filtratge a la sortida, perdent-se, per tant, qualsevol dependència respecte de la variable de control. Analíticament aquest fet es posa en evidència pel fet de que les matrius c_1 i c_2 són sempre iguals, anul·lant, doncs, aquest terme addicional de la segona expressió de (3.19).

En aquest capítol s'han escrit les equacions (4.1) i (4.3) directament considerant que la variable de sortida només depèn del vector d'estat.

Tornant a la consideració de les pertorbacions, és clar que en una font commutada existiran les dues pertorbacions possibles: les degudes a les variacions de la variable de control i les degudes a les variacions de la tensió d'entrada. En efecte, les variacions de la càrrega i de la tensió de línia forçaran a la presència de pertorbacions de la variable de control (en els dos casos) i de la tensió d'entrada (en el segon cas).

Pel desenvolupament que es farà en aquest capítol, es considerarà que només existeix una pertorbació, la de la variable de control. Això es fa per dues raons. Per una banda, el plantejament analític es fa més simple i, en canvi, ja es comprovarà en aquest mateix capítol que la descripció del mètode no perd generalitat. Per altra banda, el convertidor cc/cc que s'ha utilitzat per a materialitzar els assaigs, és un convertidor de Cuk amb l'estructura bàsica de la Figura 2.1, degut a que és un convertidor dissenyat per a l'aprofitament d'energia solar, utilitzant com a font d'energia d'entrada, una cèl.lula solar. Llavors, es té que les variacions de la tensió d'entrada són gairebé inexistents o molt lentes. De fet, el que sí

es pot considerar, més que les pertorbacions de la tensió d'entrada, és un canvi en el punt de funcionament al llarg del dia, pels diferents valors de la irradiació solar.

En realitat, en una font d'alimentació commutada, també es podrien descartar les variacions de la tensió d'entrada, doncs la presència del condensador de filtratge indicat a la Figura 1.1, que és d'un valor prou elevat, fa que aquestes variacions siguin lleus.

Per tant, es considera a partir d'ara la hipòtesi (4.5).

HIPÒTESI

$$v_i \approx \text{constant} \quad (4.5)$$

Amb la hipòtesi (4.5), el model en l'espai d'estat que es considerarà és el de (4.1).

Ja s'ha comentat que el model donat per l'equació (4.1) respon al funcionament en llaç obert, sense realimentar el convertidor. En realitat, el model en llaç obert del sistema ja determina el seu funcionament també en anell tancat, doncs en aquest cas, el convertidor ve descrit per les equacions (4.6).

$$\begin{aligned} x(n+1) &= \Phi x(n) + \Gamma u(n) + L [y_{mes}(n) - H x(n)] \\ y(n) &= H x(n) \\ u(n) &= -K x(n) \end{aligned} \quad (4.6)$$

A l'expressió (4.6) apareix el valor y_{mes} , que no és més que el valor mesurat realment de la variable de sortida, el valor realimentat.

A més a més, apareixen dues matrius addicionals L i K , corresponents a l'estimador (o observador) i el controlador d'estat, respectivament. El seu significat precís s'exposarà al capítol 5.

Per a caracteritzar el sistema completament ja es veurà també al capítol 5 que, de fet, les matrius de l'observador d'estat i del controlador d'estat queden determinades per les matrius d'estat Φ i per la de control Γ , així com per les especificacions d'estabilitat i rapidesa de resposta que es desitja que tingui el sistema.

La conclusió és, per tant, que per a obtenir una caracterització completa del sistema, n'hi ha prou amb fer una anàlisi en llaç obert del convertidor, determinant les matrius d'estat i de control.

Cal resaltar també que en el model donat per (4.1), els valors numèrics de les matrius que apareixen estan determinats pel període de mostreig amb

que treballa el sistema. A l'apartat 4.1.3. es descriurà com afecta exactament aquest paràmetre a la determinació de les matrius d'estat.

4.1.2. Model continu d'un convertidor cc/cc

Fins ara s'ha considerat únicament un model d'estat discret per a descriure el convertidor cc/cc. Ja s'ha indicat que es feia així per aproximar-se a l'ús posterior del model.

De fet, la metodologia es plantejarà considerant que el model és discret, però es pot aplicar igualment a un model continu si es tenen presents les observacions que segueixen.

El model continu en l'espai d'estat d'un sistema linial ve determinat per les equacions (4.7).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Fx + Gu + G_1w \\ y &= Hx\end{aligned}\tag{4.7}$$

Com en el cas del model discret, s'han seguit les mateixes notacions de Franklin i Powell (1980). El significat de cada terme és el següent:

- m: ordre del sistema, equivalent al número de variables d'estat
- x: vector de variables d'estat, de dimensió (m,1)
- F: matriu d'estat del sistema, de dimensió (m,m)
- G: vector de control, de dimensió (m,1)
- u: variable de control, és un escalar
- G₁: vector de pertorbacions, de dimensió (m,1)
- w: pertorbació, és un escalar
- H: matriu de sortida, de dimensió (1,m)
- y: variable de sortida, és un escalar

S'observa a l'expressió (4.7) que és formalment igual a la (4.3), exceptuant el fet de que en el model discret apareix el valor del vector d'estat en el següent període de mostreig, mentre que en el model continu es té la derivada temporal del vector d'estat.

Per tant, si es pot determinar la derivada del vector d'estat, és possible aplicar la metodologia que es descriurà a partir d'ara.

Una manera de determinar de forma numèrica la derivada del vector d'estat, és a partir dels valors coneguts de les variables del vector d'estat, aprofitant valors consecutius adquirits amb l'oscil·loscopi de les variables del vector d'estat. L'equació que permet fer aquest càlcul és la definició de la derivada temporal:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \approx \frac{x(t+h) - x(t)}{h} \quad (4.8)$$

A l'expressió (4.8) h és el valor de l'interval d'adquisició de l'oscil·loscopi. És clar que quan menor sigui aquest interval, millor serà l'estimació de la derivada.

Cal esmentar també un paràmetre que pot donar errors importants en l'estimació desitjada de la derivada. Aquest paràmetre és la resolució vertical de l'oscil·loscopi, que ve determinada pel convertidor A/D que utilitzi. Lo més habitual és disposar d'una resolució vertical de 8 bits, tal com també succeeix en l'oscil·loscopi utilitzat. Per tant, l'error de truncament pot ser significatiu en l'anàlisi d'un sistema continu mitjançant el mètode proposat. Els efectes de l'error de truncament es tracten amb més detall per Kuo (198_).

4.1.3. Introducció a la metodologia

Conceptualment, el mètode és directe. L'objectiu és determinar els diferents coeficients de les matrius d'estat, de control i de sortida (de fet, aquesta última és trivial, degut a que, com ja s'ha comentat, la variable de sortida coincideix amb una variable d'estat). Per tant, es desitjaren trobar equacions a on tot sigui conegut excepte els coeficients buscats. Si tot ha de ser conegut excepte els coeficients desitjats, cal partir de valors determinats de la resta de les variables.

La idea del mètode es resumeix dient que es desitgen resoldre les equacions (4.1), considerant:

<u>valors coneguts</u>	<u>valors a determinar</u>
$x(n)$	Φ
$u(n)$	Γ
$y(n)$	

El mètode proposat consisteix essencialment, doncs, en la obtenció de valors reals de funcionament de les diferents variables involucrades a les equacions (4.1): les variables d'estat, la tensió d'entrada, la variable de control i la variable de sortida. Un cop es disposi del número suficient de jocs de valors reals, corresponents a diferents punts de funcionament del convertidor, es poden plantejar les equacions (4.1) per a determinar els coeficients desitjats.

En principi es pot pensar en que el número de jocs de valors de funcionament del sistema necessaris per a trobar els coeficients desitjats vindrà molt determinat pel número de coeficients a trobar. Més concretament, donat que cal trobar $m \times m + m$ valors diferents, corresponents als $m \times m$ coeficients de la matriu d'estat Φ i als m corresponents al vector de control Γ , sembla que és suficient amb plantejar $m \times m + m$ equacions.

En realitat, el problema és més complexe, degut a que el sistema no és lineal i, per tant, les equacions (4.1) suposen una aproximació al seu comportament. Per tant, el planteig d'un número d'equacions igual al número d'incògnites portaria a un sistema incompatible.

La solució adoptada consisteix en el plantejament d'un nombre superior d'equacions al d'incògnites, resolent-les no per mètodes algebraics, sinò estadístics. El que es farà, és trobar els valors dels coeficients desitjats mitjançant els resultats d'una regressió multivariable. En els propers apartats es detallarà quantitativament com es fa aquesta regressió multivariable.

4.2.DESCRIPCIÓ DE L'EXPERIMENTACIÓ

4.2.1.Condicions experimentals

A l'apartat 4.1.3 es citava com es desitja partir d'uns valors coneguts de les variables d'estat, de la variable de control i de la variable de sortida, per a després determinar els diferents coeficients de les matrius d'estat i de sortida.

Els diferents valors de les variables es coneixeran a partir d'una experimentació en llaç obert del convertidor. Mitjançant aquesta experimentació es disposarà d'una informació real sobre el funcionament del convertidor. Per a un punt de funcionament donat del convertidor, es coneix el valor de totes les variables: d'estat, de control i de sortida.

Aquest mètode presenta l'inconvenient de que és necessari tenir construït el circuit de potència del convertidor. Al capítol 8 es donaran alternatives per a obviar aquesta dificultat.

La fase de recollida de dades es caracteritza per la necessitat de que els assaigs siguin el més significatius possible, des del punt de vista estadístic, per a poder proporcionar una regressió prou acurada.

Una primera especificació que cal imposar, és que els diferents valors de totes les variables involucrades tinguin un rang de variació gran. En efecte, raonant per reducció a l'absurd, si alguna de les variables involucrades es manténís constant, llavors els resultats no reflexarien la influència d'aquesta variable a la tensió de sortida, que és el que es desitja.

Donat que es considera que la tensió d'entrada és pràcticament constant i que el convertidor es fa funcionar en llaç obert, per a forçar una evolució coneguda del convertidor, s'actuarà per la variable de control u (que en un cas serà la relació de conducció i en un altre el corrent programat).

S'ha triat una evolució senoidal de la variable de control, perquè força que tota la resta de les variables del convertidor evolucionin de forma continua entre dos valors extrems, definits pel valor màxim i mínim, respectivament, de la variable de control. La forma d'ona senoidal presenta la particularitat de que és molt fàcil d'obtenir en el Laboratori, mitjançant un generador de funcions. A més a més, des del punt de vista analític, és una funció infinitament derivable amb derivades contínues; per tant, una funció que evoluciona amb molta "suavitat".

El valor mig de la senoide de la variable de control dependrà del punt de funcionament del convertidor cc/cc pel qual es desitja trobar el model.

L'amplitud de la senoide de la variable de control serà funció de l'interval de funcionament en que el convertidor es pugui considerar que funciona linealment. En general, serà un valor relativament poc elevat.

La freqüència de la senoide de la variable de control no pot ser qualsevol. Ja es va veure a l'apartat 3.2 que les constants de temps d'un convertidor cc/cc són molt més grans que el període de commutació del convertidor. Si la freqüència de la senoide de la variable de control és molt més alta que la freqüència de tall del convertidor, llavors les diferents magnituds del convertidor no arribaran a variar, es veurà sempre un valor constant equivalent al valor que han de presentar pel valor mig de la variable de control. Això és degut a l'efecte de filtre del condensador de sortida dels convertidors cc/cc; aquest efecte es veurà intensificat en el cas en que l'etapa de sortida del convertidor contingui un filtre L-C passa-baixa, que pràcticament és qui defineix la freqüència de tall del circuit (veure el treball de Cuk (197_)).

En canvi, si la freqüència de la senoide de la variable de control és més baixa que la freqüència de tall del convertidor, l'evolució de les diferents magnituds "seguirà" fidelment, amb transitoris lo suficientment curts, l'evolució manada per la variable de control.

En cada cas, s'indicarà quina és la freqüència de la senoide de control que s'ha triat, però s'han elegit freqüències de l'ordre dels 100 Hz, suficientment menors que les freqüències de tall típiques dels convertidors cc/cc.

La Figura 4.1 descriu gràficament quina és la configuració que s'utilitza per assajar el convertidor.

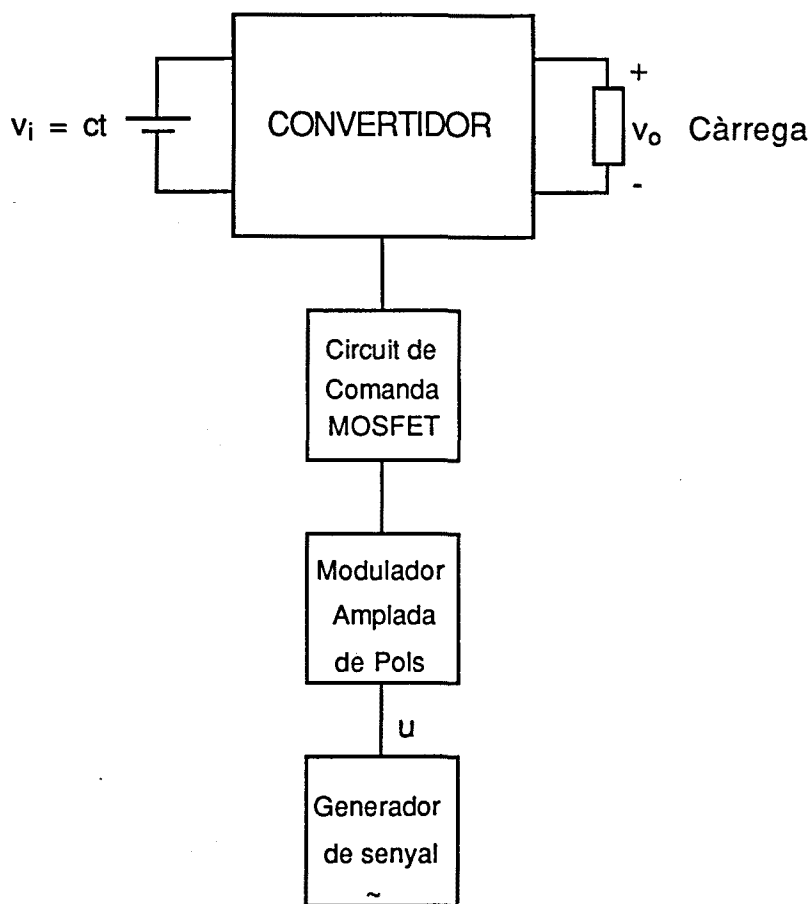


Figura 4.1. Diagrama de blocs de l'assaig del convertidor

A la Figura 4.1 ja s'ha indicat que la tensió d'entrada és constant, la càrrega és resistiva (evidentment, el model depèn de la càrrega) i s'utilitza un circuit analògic per a traduir el senyal sinusoidal de la variable de control en el comandament adequat de la porta del MOSFET de potència.

El circuit de Modulació de l'Amplada del Pols té com a entrada un senyal analògic amb l'evolució desitjada de la variable de control u i com a sortida un senyal rectangular, de la freqüència de commutació del convertidor, amb una relació de conducció igual al valor indicat per la variable de control. Sembla, en primera instància, que aquesta configuració només és útil pel cas en que es faci un control en mode de la relació de conducció i no en el cas en que es faci un control pel mode del corrent programat. De fet, es pot aprofitar la mateixa circuiteria, tal com es veurà a l'apartat 5.1.2, al parlar del control en mode de corrent programat.

4.2.2. Metodologia d'adquisició de dades

Per a l'adquisició dels diferents jocs de valors de les variables d'estat, variable de control i variable de sortida, es disposa d'un oscil·loscopi

d'emmagatzematge digital amb una connexió del tipus IEEE-488 amb un computador personal.

Ja s'ha indicat a l'apartat anterior (Figura 4.1) que es fa evolucionar la variable de control de forma coneguda (senoidal) mitjançant un generador de senyal. L'evolució de les diferents variables (incloent la variable de control) es fa calculant primer el valor mig corresponent i posteriorment fent l'adquisició acoblant l'oscil·loscopi en ca. D'aquesta manera s'aconsegueix que la precisió sigui òptima, donat que s'aprofita al màxim la resolució vertical de l'oscil·loscopi.

Un cop es van adquirint cadascuna de les formes d'ona (mantenint sempre el mateix senyal per a sincronitzar), es van transferint al computador personal a través del bus d'instrumentació IEEE-488.

En el disc del computador personal es memoritzen les formes d'ona en format ASCII. Aquest pas requereix que es torni a sumar a cada número memoritzat el valor mig de la variable en qüestió, que s'havia mesurat anteriorment. A més a més també caldrà multiplicar pel factor d'escala adequat si l'adquisició que s'ha fet és d'un corrent, doncs l'oscil·loscopi transfereix pel bus IEEE-488 els valors de tensió que rep, independentment de que la mesura s'hagi fet amb una sonda de tensió o de corrent.

Finalment, els arxius ASCII amb els valors numèrics de cada forma d'ona es memoritzen en un format ja adequat per a ser utilitzat com arxiu d'entrada pel paquet de programes estadístics BMDP (BioMedical Data Package).

La Figura 4.2 mostra, en un diagrama de blocs, quins elements intervenen en el procés d'adquisició de les formes d'ona.

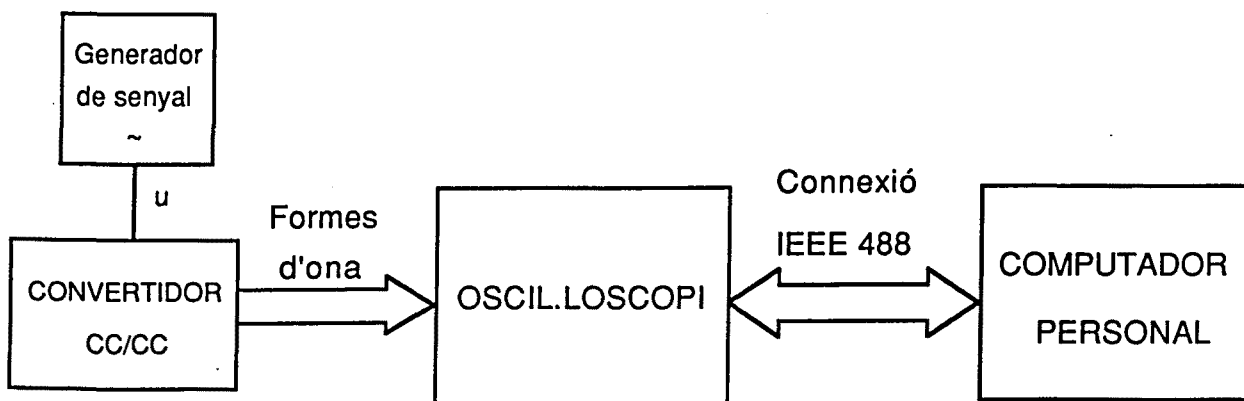


Figura 4.2. Diagrama de blocs del muntatge per a l'adquisició de les formes d'ona.

Resumint, el procés complet segueix les etapes següents:

- Determinació del valor mig de cada variable.
- Adquisició de totes les variables (cuidant la correcta sincronització) acoblant l'oscil·loscopi en ca.
- Transferència de les formes d'ona de l'oscil·loscopi al computador personal, mitjançant la connexió IEEE-488. Cal disposar d'un programa en el computador personal que controli el procés.
- Execució d'un programa de formateig de les formes d'ona. Aquest programa multiplica els valors transferits pel factor d'escala de corrent/escala de tensió adequat, en cas de que la mesura fós d'un corrent; suma els valors migs ja mesurats, disposa les dades en el format que espera rebre el BMDP.

4.3. CÀLCUL DEL MODEL

El que es desitja és obtenir un model del convertidor com el descrit a (4.), partint de les dades adquirides del sistema mitjançant el mètode detallat a 4.2.2.

Per tant, es parteix d'una informació que consisteix en diferents jocs de valors de les variables desitjades, cadascun d'aquests jocs de valors corresponent a un estat diferent del convertidor.

El model que es trobarà és discret, tal com es va comentar a 4.1.1 i corresponent a un període de mostreig del sistema de control determinat. Per tant, el que es farà és triar jocs de valors de les variables d'estat i de control separades en el temps en intervals iguals al període de mostreig.

En primer lloc convé especificar el model donat a (4.1) una mica més, per al plantejament posterior que es farà. Així es fa a l'equació (4.9), a on l'equació matricial d'estat es descomposa en m equacions escalars (tantes com l'ordre del sistema).

$$x_i(n+1) = \sum_{j=1}^m x_j(n) \Phi_j^i + u(n) \Gamma_i + ind_i \quad (4.9)$$

$(i=1, \dots, m)$

L'equació (4.9) s'ha plantejat canviant l'ordre d'escriptura de les variables. A cada producte, el primer factor es dona el paràmetre que ara és conegut, mentre que el segon factor especifica el paràmetre que es desitja trobar. És a dir, les variables conegudes són el vector d'estat x i la variable de control u , mentre que les incògnites són la matriu d'estat Φ i el vector de control Γ .

Cal notar que n indica el període de mostreig que s'està considerant. Per a una variable d'estat, cal plantejar un mínim d'equacions com la (4.9) perquè la regressió sigui significativa. En regressions multivariable, com aquesta, i com a primera aproximació, és convenient que hi hagi més de 20 equacions. Aquesta regla determina la longitud mínima que ha de tenir l'interval d'adquisició de valors del convertidor. Es podran plantejar tantes equacions (4.9) com número d'adquisicions separades pel període de mostreig menys 1 s'hagin fet.

Com és usual en una regressió, cal considerar un terme independent. Aquest terme s'ha inclòs a l'equació (4.9) amb el nom *ind*. En realitat, aquest terme independent no és un escalar, sinò un vector de dimensió $(m,1)$. El vector *ind* té un clar significat estadístic, però en el cas concret que s'està considerant, les consideracions físiques que defineixen el sistema forcen a que el vector *ind* hauria de ser idènticament nul.

Els valors numèrics finals que s'han trobat després de tot el procés mostren una característica molt interessant: els components del vector de termes

independents són números de l'ordre de 10^{-4} , mentre que els components de qualsevol altre dels sumands que apareixen a l'equació (4.9) -com, per exemple, Γu - tenen ordres de magnitud de 10^{-1} . Per tant, el vector de termes independents no té significat físic, com ja s'ha comentat, ni tampoc analític, doncs els seus valors són 3 ordres de magnitud menors que la resta dels sumands.

Un cop plantejada la forma general de l'equació (4.9), ja només cal substituir els valors adquirits de les diferents variables i procedir a la regressió.

Abans, però, cal fer unes manipulacions amb les dades numèriques.

Una d'elles és obvia. Cal preparar els arxius de dades d'entrada del paquet BMDP adequadament. És a dir, s'han de indicar quins són els valors coneguts dels termes independents (les variables d'estat i la variable de control en l'enèsim període de mostreig), així com del terme dependent (la variable d'estat considerada en el període de mostreig $n+1$).

En realitat, es fan tantes regressions diferents com variables d'estat, és a dir, com l'ordre del sistema. Per tant, es plantegen m equacions de regressió com la (4.9), una per a cada valor de i .

Com ja s'ha comentat, una qüestió important quan es consideren sistemes discrets és la consideració del valor del període de mostreig. Aquest paràmetre està definit implícitament en aquest plantejament per la distància en temps des de l'adquisició en el període n i la corresponent al període $n+1$.

Hi ha un altre pre-procés interessant. El càlcul estadístic es fa més significatiu si la variabilitat relativa dels diferents paràmetres és alta. És a dir, convé que la diferència entre el valor màxim i el mínim de cada paràmetre considerat sigui gran en front del valor mig del paràmetre en qüestió.

Es pot aconseguir que la variabilitat sigui gran si els valors que s'introdueixen a l'equació de regressió (4.9) es modifiquen lleugerament de la manera proposada a l'equació (4.10):

$$x_i(n+1) - x_{i\text{av}} = \sum_{j=1}^m (x_j(n) - x_{j\text{av}}) \Phi_j^i + (u(n) - u_{\text{av}}) \Gamma_i + \text{ind}_i \quad (4.10)$$

($i=1, \dots, m$)

L'equació de regressió (4.10) és la mateixa que la (4.9), però restant els valors promig a cadascuna de les variables d'estat i a la variable de control del convertidor.

El procés dels valors adquirits i sotmesos a una regressió descrita per l'equació (4.10) mitjançant el paquet BMDP, dona bons resultats: bons

coeficients de correlació, valors baixos dels components del vector de termes independents.

Ara bé, és normal que els resultats siguin estadísticament correctes, si s'ha considerat una magnitud raonable de les pertorbacions entorn del punt de funcionament en règim permanent, tal que faci vàlida la linealització del sistema.

El que es pretén és verificar el model trobat comprovant els resultats que proporciona al fer treballar el convertidor en altres condicions. Així es fa a l'apartat 4.4.

4.4. DETERMINACIÓ DEL CAMP DE VALIDESA DEL MODEL. VERIFICACIÓ DELS RESULTATS

4.4.1. Mètode

La comprovació de la validesa del model s'estableix a partir de la bondat dels resultats que proporciona. Per tant, el que es farà és simular el sistema utilitzant el model trobat. La simulació es farà de manera que sigui possible comprovar els resultats mitjançant la comparació amb una evolució coneguda -experimentalment, si és possible- del convertidor.

De l'equació (4.1) és fàcil deduir com es pot simular el comportament del sistema, sempre i quan sigui coneguda l'evolució de la variable de control u en tots els diferents períodes de mostreig, a més del valor inicial del vector d'estat.

Cal notar que els valors obtinguts a partir de la regressió (la matriu d'estat i el vector de control) són vàlids en les condicions de l'equació de regressió que s'ha triat, la (4.10). Això implica que la simulació cal fer-la restant a cada variable el corresponent valor de règim estacionari.

S'ha assajat el convertidor cc/cc amb una evolució coneguda de la variable de control. Els resultats obtinguts s'emmagatzemen de la forma que s'ha indicat a la Figura 4.2 i serviran com a referència del comportament real del convertidor.

4.4.2. Verificació amb diferents formes d'ona

Un dels objectius principals quan s'està desenvolupant un model és aconseguir resultats el més generals possible, independents de les condicions de funcionament. En la metodologia de modelació presentada en aquest capítol, s'ha utilitzat una evolució molt específica del convertidor per a calcular el model. S'ha triat una evolució senoidal de la variable de control. Per suposat, és desitjable que el model sigui vàlid per a diferents formes d'ona de la variable de control.

Les formes d'ona alternatives que s'han triat per a definir l'evolució de la variable de control són senzilles d'obtenir al laboratori, i significatives des del punt de vista analític:

- Funció esglaió: és una funció discontinua.
- Funció triangular: és una funció contínua, però no derivable.

Observi's el contrast entre aquestes funcions i la senoidal que s'ha utilitzat per a determinar el model, que és contínua, infinitament derivable i amb derivades contínues.

En tots els casos, s'ha seguit com a criteri mostrar la comparació entre les formes d'ona reals i simulades en els casos en que es presenta més divergència.

En tots els casos, els assaigs s'han realitzat en un convertidor de Cuk.

La Figura 4.3 mostra una comparació del corrent d'entrada del convertidor (i_l a la Figura 2.1) simulat i experimental, quan s'aplica una forma d'ona en esglaó a la variable de control. S'ha considerat que el convertidor està controlat pel mode de la relació de conducció.

Figura 4.3. Corrent d'entrada per una evolució de la relació de conducció en esglaó (de 0,75 a 0,70). Línia contínua: forma d'ona experimental; línia discontinua: forma d'ona simulada. $erm = 35\%$.

Com a mesura quantitativa de l'error, es dona l'error relatiu màxim que hi ha entre les dues formes d'ona, definit com a l'equació (4.11).

$$erm = \max_{t \in [0, T_f]} \left(\left| \frac{x_{sim}(t) - x_{exp}(t)}{x_{exp}(t)} \right| \right) \quad (4.11)$$

erm : error relatiu màxim

T_f : final del període d'adquisició

La Figura 4.4 mostra els resultats en el cas en que s'ha trobat el model del convertidor en mode de la relació de conducció i suposant que la variable de control evoluciona segons una forma d'ona triangular.

Figura 4.4. Corrent d'entrada per una evolució de la relació de conducció segons una funció triangular (de 0,75 a 0,70). Línia contínua: forma d'ona experimental; línia discontinua: forma d'ona simulada. $erm = 28\%$.

És interessant destacar que els valors màxims de l'error relatiu (*erm*) són elevats pel cas dels corrents al convertidor (tant el de la bobina d'entrada com el de la bobina de sortida). La raó és que aquestes variables són sempre números relativament petits (comparats amb la resta dels paràmetres estudiats), el que causa que, tenint errors absoluts similars o menors, els errors relatius siguin molt més importants. Comparar amb els errors relatius que es donen a la Figura 4.5, per exemple.

Figura 4.5. Tensió de sortida per una evolució de la relació de conducció segons una funció triangular (de 0,70 a 0,75 i freqüència 100 Hz). Línia contínua: forma d'ona experimental; línia discontinua: forma d'ona simulada. $erm = 3,0 \%$.

4.4.3. Verificació amb diferents amplituts

A l'apartat anterior s'ha fet una comparació entre resultats simulats i experimentals, en el cas en que es canviava la forma d'ona de la variable de control que s'aplicava al convertidor, respecte de la utilitzada en el càlcul del model. Aquí es faran comparacions del comportament del model quan es canvia l'amplitud de la forma d'ona senoidal que es fa servir com a variable de control. L'amplitud de la forma d'ona de la variable de control és una mesura directe del mode de funcionament del convertidor - suposant que la càrrega és constant, el que fa que el paràmetre K_{crit} sigui constant- i indica també si pot ser vàlida la hipòtesi de petit senyal o no.

La Figura 4.6 mostra la comparació de les formes d'ona del corrent d'entrada en les condicions que han servit de base pel càlcul del model: control en mode de la relació de conducció, evolució senoidal de la relació de conducció, amb una freqüència de 100 Hz i una amplitud entre 0,70 i 0,75. El valor de l'error relatiu màxim no és gaire diferent de l'obtingut amb d'altres formes d'ona de la variable de control, com s'ha vist a l'apartat 4.4.2.

Figura 4.6. Corrent d'entrada per una evolució de la relació de conducció segons una funció senoidal (de 0,70 a 0,75, freqüència 100 Hz). Línia contínua: forma d'ona experimental; línia discontinua: forma d'ona simulada. $erm = 25 \%$.

La Figura 4.7 dóna els resultats corresponents a una evolució similar de la relació de conducció, és a dir, senoidal de la mateixa freqüència i amb una amplitut menor que en el cas anterior. Noti's que ara l'error relatiu màxim és només del 7,7 %, a pesar de que es tracta d'una forma d'ona de corrent, que normalment presenta errors relatius molt superiors.

Figura 4.7. Corrent d'entrada per una evolució de la relació de conducció segons una funció senoidal (de 0,7125 a 0,7375, freqüència 100 Hz). Línia contínua: forma d'ona experimental; línia discontinua: forma d'ona simulada. $erm = 7,7 \%$.

Les Figures 4.8 i 4.9 ofereixen el límit de la validesa per a transitoris que ja no es poden considerar de petit senyal. Les formes d'ona del corrent a l'entrada que es troben a la Figura 4.8 arriben a prendre valors negatius, una situació que és físicament impossible en condicions de funcionament real, degut a que s'estan utilitzant interruptors unipolars en el convertidor. L'error relatiu màxim no té sentit en aquest cas, doncs el valor mínim experimental de la variable és nul. De fet, l'error relatiu seria infinit en aquest cas. Val la pena notar, però, que l'error relatiu màxim pel cas de la tensió de sortida -que és la variable que més interessa al dissenyador- és força petit a pesar de tot: 6,9 % (es pot comprovar a la Figura 4.9).

Figura 4.8. Corrent d'entrada per una evolució de la relació de conducció segons una funció senoidal (de 0,675 a 0,775, freqüència 100 Hz). Línia contínua: forma d'ona experimental; línia discontinua: forma d'ona simulada.

Figura 4.9. Tensió de sortida per una evolució de la relació de conducció segons una funció senoidal (de 0,675 a 0,775, freqüència 100 Hz). Línia contínua: forma d'ona experimental; línia discontinua: forma d'ona simulada. $erm = 6,9 \%$.

La Figura 4.10 proporciona una indicació gràfica de la dependència de l'error entre els resultats simulats i els experimentals, quan és confrontat amb l'amplitud de la senoide de la relació de conducció. L'error es defineix com a (4.12).

$$\text{error} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{(\text{màx}(x_{i \text{ sim}}) - \text{màx}(x_{i \text{ exp}}))^2}{x_{i \text{ av}}^2} + \frac{(\text{mín}(x_{i \text{ sim}}) - \text{mín}(x_{i \text{ exp}}))^2}{x_{i \text{ av}}^2} \right) \quad (4.12)$$

L'expressió (4.12) defineix un error quadràtic que conté tots els màxims i mínims de les formes d'ona de les variables d'estat. El valor de $x_{i \text{ av}}$ fa adimensional el resultat, normalitzant les expressions que tenen variables amb diferents unitats. Aquest valor és el valor mig de cada variable.

Figura 4.10. Gràfic de l'error (definit segons l'expressió (4.12)) en front de l'amplitud de la senoide de la forma d'ona de la relació de conducció. Línia contínua: *spline* d'interpolació; línia discontinua: interpolació linial.

Els resultats de la Figura 4.10 mostren que l'error és raonable per a amplituds menors que la utilitzada per a trobar el model, però que per a amplituds superiors, ràpidament tendeix a créixer.

4.5.EXTENSIÓ DEL MÈTODE

El mètode proposat per a trobar el model de petit senyal en l'espai d'estat d'un convertidor cc/cc es basa en el càlcul de la regressió, segons l'equació (4.) a partir dels valors de funcionament obtinguts experimentalment, en les condicions adequades, que s'han descrit a l'apartat 4.2.1. L'objectiu és ajustar lo millor possible el funcionament del convertidor, dins d'una certa regió, als coeficients desitjats del model en l'espai d'estat (4.1).

L'inconvenient de procedir d'aquesta forma és el fet de que el convertidor que cal modelar ha d'estar construït físicament.

Una manera d'evitar la realització del circuit és treballar amb un programa de simulació. S'utilitzarà aquest programa per a obtenir els valors de funcionament del convertidor en les mateixes condicions experimentals esmentades a l'apartat 4.2.1. A partir d'aquests valors es pot procedir amb la mateixa operativa descrita a 4.3.

La Figura 4.11 descriu quines diferències hi ha quan s'aplica el mètode proposat partint d'un convertidor construït físicament, o calculant els valors de funcionament utilitzant els resultats donats per un programa de simulació.

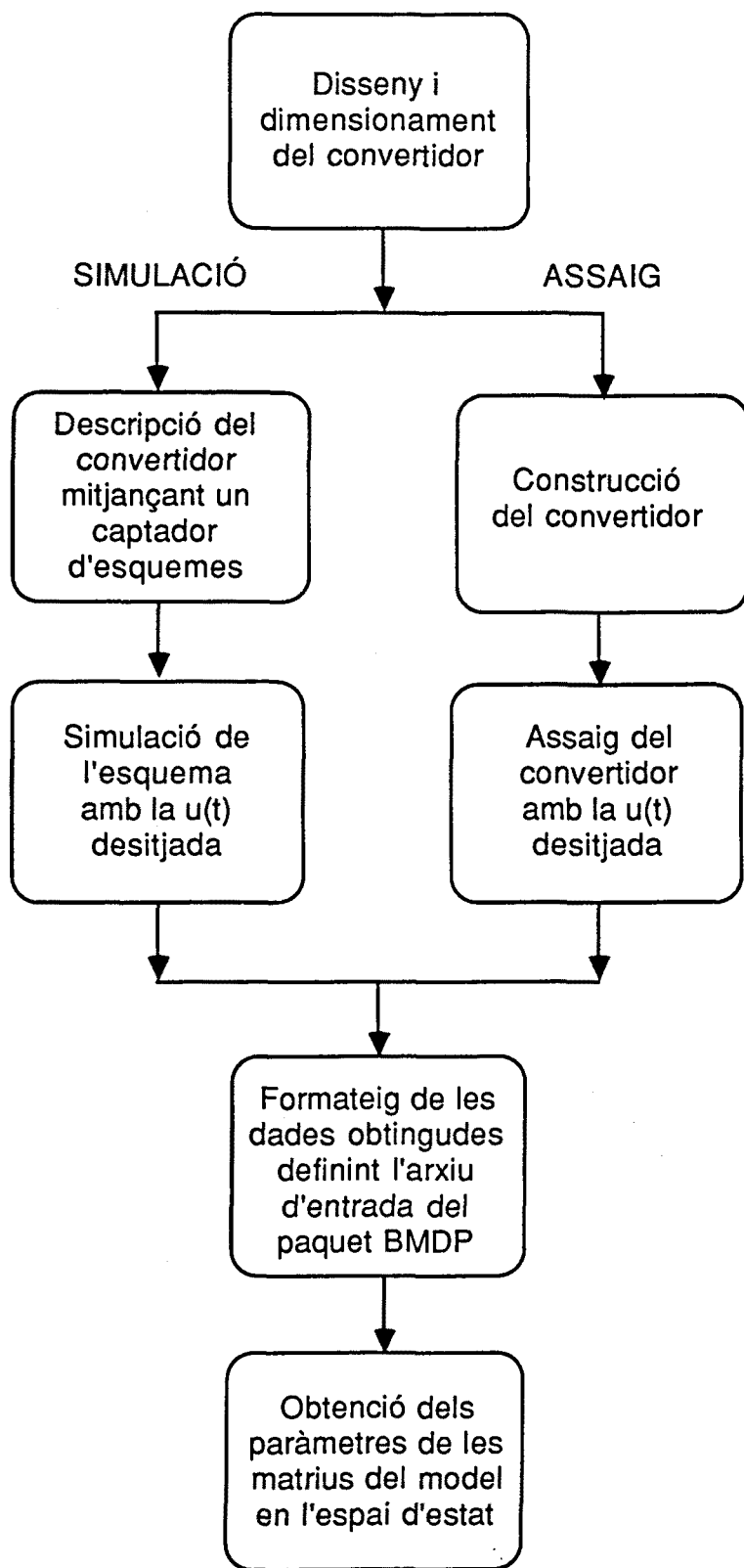


Figura 4.11. Comparació de l'aplicació del mètode de modelació per regressió segons la obtenció de les dades es faci assajant un prototipus o simulant el convertidor cc/cc.

La qüestió per a l'ús d'un programa de simulació és que aquest pugui proporcionar uns resultats suficientment bons del comportament del convertidor cc/cc durant un número molt considerable de períodes de commutació.

Cal recordar, com s'ha dit a 4... , que la resposta dinàmica del convertidor queda adequadament caracteritzada quan se li aplica una excitació apropiada a la variable de control d'una freqüència d'uns 100 Hz.

Per tant, cal simular el comportament del convertidor amb una forma d'ona de baixa freqüència (en front de la de commutació) per a la variable de control, mentre que el funcionament intern del circuit es basa en una freqüència de commutació molt més elevada.

En termes quantitius es poden considerar, per a fixar idees, els valors següents:

$$f_u = 100 \text{ Hz} \quad (\text{cal simular un període complet})$$

$$f_s = 100 \text{ kHz}$$

$$\text{número de períodes de commutació per a simular} = \frac{1}{\frac{f_u}{1}} = 1000$$

(f_u : freqüència de la variable de control u)

Les prestacions dels simuladors habituals no sempre permeten fer un càlcul tant llarg, doncs cal tenir present que, per a simular un període de commutació sencer, cal realitzar un mínim de càlculs per a cada període.

En concret, s'han fet anàlisis amb els següents programes de simulació disponibles actualment al Departament d'Enginyeria Electrònica de la U.P.C.: SPICE2, MICROCAP-II, SACSO, PSPICE. Els resultats obtinguts es comenten als següents apartats.

Cal citar que totes les simulacions s'han fet controlant el convertidor cc/cc en el mode de la relació de conducció, doncs el circuit a simular és molt més senzill i els resultats són igualment vàlids, de cara a determinar les possibilitats del programa de simulació en qüestió per a treballar amb convertidors cc/cc.

4.5.1. Simulació de convertidors cc/cc amb SPICE2

El programa SPICE2, desenvolupat a la Universitat de Berkeley -veure...(1978?)-, està concebut com un programa de disseny, podent especificar els components inclús a nivell d'estat sòlid. Per a definir totalment un component, cal donar dimensions del tamany de les zones dopades.

Presenta, per tant, la dificultat d'obtenir de forma senzilla un model que s'aproximi el màxim possible al comportament definit pels paràmetres donats pel fabricant del component.

Ara bé, un cop aconseguida una modelació adequada del component, s'ha detectat que la convergència del programa quan s'aplica a convertidors cc/cc és molt lenta. Com exemple, es mostra a la Figura 4.12 l'evolució d'un convertidor de Cuk com el que s'ha utilitzat a la part experimental de la Tesi. Partint d'un estat molt proper al règim permanent teòric i treballant amb un valor constant de la relació de conducció, es detecta que el comportament del convertidor no arriba a establir-se, fent-se la tensió de sortida cada cop més gran (en valor absolut).

Figura 4.12. Evolució de la tensió de sortida en un convertidor de Cuk, simulant amb SPICE2 i treballant amb un valor constant de la relació de conducció.

A part, cal notar que el programa SPICE2 no disposa d'utilitats que permetin realitzar fàcilment una evolució de la relació de conducció, com l'especificada a l'apartat 4... Cal utilitzar un generador de tensió PWL - *Piece Wise Linear*- que permet donar una tensió arbitrària formada per trams lineals. L'inconvenient és que el número de línies a l'arxiu de descripció de la simulació per a descriure un únic generador està limitada, no permetent arribar a descriure, ni molt menys, de l'ordre de 1000 períodes de commutació, que és el número de períodes que cal simular per arribar a trobar l'evolució del convertidor en un sol període de la forma d'ona de la variable de control, tal com s'ha estimat a l'apartat 4.5.

4.5.2. Simulació de convertidors cc/cc amb MICROCAP-II

El programa de simulació MICROCAP-II proporciona uns models dels dispositius molt menys acurats que els de SPICE2. En cap cas s'arriben a requerir dades geomètriques sobre l'estructura en silici del component. La descripció del comportament dels components es basa en uns pocs paràmetres directament relacionats amb la descripció analítica del comportament del dispositiu, no amb les dades característiques donades pel fabricant.

Així doncs, tampoc és directe definir els valors dels paràmetres dels components de manera que el funcionament del dispositiu modelat d'aquesta forma, sigui prou similar al dispositiu físic real. De totes maneres, el procés es simplifica notablement, respecte de la modelació dels dispositius amb SPICE2.

Per a plantejar una simulació com la proposada a la Figura 4.11?, cal incloure una font de tensió que torni a definir la conducció del transistor MOSFET. Com abans, el problema radica en poder definir de l'ordre de 1000 períodes de mostreig diferents.

La Figura 4.13 mostra el resultat de la simulació d'un convertidor de Cuk mitjançant el programa MICROCAP-II. S'ha fet en les mateixes condicions que la simulació plantejada a la Figura 4.12, treballant en el mode de la relació de conducció. Modulament senoidalment la relació de conducció amb un període de 100 Hz, amb un mínim de 0,70 i un màxim de 0,75.

Figura 4.13. Evolució de la tensió de sortida en un convertidor de Cuk, simulant amb MICROCAP-II i treballant amb un valor modulament senoidalment de la relació de conducció.

4.5.3. Simulació de convertidors cc/cc amb SACSO

Com ja s'ha dit a l'apartat 3.1?, el programa de simulació SACSO caracteritza el funcionament dels dispositius semiconductors amb dos únics estats: conducció (modelnat el dispositiu amb una resistència prou baixa) i bloqueig (fent el mateix amb una resistència prou alta). Llavors, el modelat dels interruptors és directe.

La descripció de com s'activen els interruptors controlats -transistors i tiristors- sempre es basa en la definició dels intervals de conducció i els de no conducció, quan s'escau. Per tant, el problema que es planteja aquí es tradueix en la capacitat del programa per a manipular una evolució tant extensa de la variable de control.

La Figura 4.14 mostra els resultats de la simulació d'un convertidor de Cuk amb el programa SACSO, en les mateixes condicions que s'han definit a la Figura 4.13.

Figura 4.14. Evolució de la tensió de sortida en un convertidor de Cuk, simulant amb SACSO i treballant amb un valor modulad senoidalment de la relació de conducció.

4.5.4. Simulació de convertidors cc/cc amb PSPICE

El programa PSPICE és la versió executable en un computador personal del programa SPICE2. Per tant, té unes característiques similars.

Una diferència radica en que la modelació dels dispositius es pot apropar més fàcilment al comportament descrit pel fabricant mitjançant l'especificació de les corbes característiques. La versió que es disposa al Departament d'Enginyeria Electrònica de la U.P.C. és de demostració i no permet utilitzar aquesta possibilitat.

Igual que en el cas del SPICE2, tampoc es disposa d'utilitats que permetin definir de manera senzilla la forma d'ona de la variable de control per a la simulació requerida. Per tant, els resultats són molt similars als obtinguts amb SPICE2, incloent la restricció del número de períodes de commutació que es poden estudiar, degut a la limitació en el número màxim de línies font que pot definir una font PWL.