

---

## 4. Análisis del comportamiento de líneas aéreas de distribución frente al rayo

---

### 4.1. INTRODUCCIÓN

Las sobretensiones atmosféricas son una de las mayores causas de contorneamientos en líneas aéreas de distribución. Un rayo puede originar una sobretensión que termine provocando un fallo en la línea aérea afectada o que se propague por la línea y pueda provocar una avería en otro equipo. La magnitud de las sobretensiones originadas por el rayo es tan elevada frente al valor de la tensión nominal de la línea aérea de distribución que tanto el nivel de aislamiento de los componentes de una red de distribución, como la selección y coordinación de protecciones, se realiza teniendo en cuenta el efecto de las sobretensiones atmosféricas.

Aunque la mayoría de líneas de distribución no están apantalladas, un pequeño porcentaje de estas líneas han sido construidas con cable de tierra. El objetivo de los cables de tierra en líneas de distribución es reducir las sobretensiones inducidas por rayos a tierra que caen en las cercanías de la línea y por tanto reducir el número de contorneamientos causados por este tipo de descargas, que en algunos casos puede ser mayor que el número de contorneamientos causados por rayos directos a la línea. Si la línea está apantallada entonces también puede aparecer contorneamiento causado por rayos que impacten en el cable de tierra (cebado inverso).

En este capítulo el cálculo de sobretensiones se ha realizado de dos formas diferentes: mediante algoritmo y mediante simulación digital. Por un lado se proporcionan las expresiones para calcular la tensión que se origina en la línea por impacto del rayo en los conductores de fase o en el cable de tierra si la línea se encuentra apantallada, y por descargas que caen a tierra en las cercanías de la línea; en este último caso se han utilizado dos algoritmos diferentes: fórmula de Rusck, y método de Chowdhuri. Por otro lado, el cálculo de sobretensiones se ha realizado mediante simulación digital con el programa EMTP/ATP empleando modelos matemáticos rigurosos para todos los componentes.

A continuación se comenta brevemente el contenido de cada una de las secciones en las que se ha dividido este capítulo

- En la sección 2 se presenta una introducción al modelo electrogeométrico que es empleado en este documento para distinguir entre las descargas que impactan en la línea y las descargas que caen a tierra. Se tienen en cuenta líneas con y sin cable de tierra.
- La sección 3 incluye un resumen del cálculo de sobretensiones originadas en la línea por descargas directas a los conductores de fase, por cebados inversos y por descargas a tierra. En esta sección el cálculo se realiza mediante algoritmo.

- La sección 4 presenta un estudio sobre la influencia en el cálculo de sobretensiones de los parámetros más importantes que definen a la descarga y a la línea. Los cálculos se han realizado a partir de las expresiones obtenidas en la sección anterior.
- Finalmente, la sección 5 está dedicada al cálculo de sobretensiones mediante EMTP/ATP.

## 4.2. MODELO ELECTROGEOMÉTRICO

Este modelo permite calcular la distancia mínima,  $y_{\min}$ , por debajo de la cual un rayo impactará directamente en la línea. La figura 4.1 muestra su aplicación en líneas sin apantallar. En este caso, aplicando este modelo y suponiendo una caída vertical, un rayo de intensidad de pico  $I$  alcanzará el conductor de fase si su trayectoria final cae a la izquierda del punto de intersección A entre el arco de radio  $r_s$ , calculado según la siguiente expresión, con centro en el conductor, y la paralela situada a una altura  $\beta \cdot r_s$  sobre tierra

$$r_s = \alpha \cdot I^\gamma \quad (4.1)$$

El cálculo de la distancia mínima,  $y_{\min}$ , se obtiene a partir de la siguiente expresión

$$y_{\min} = \begin{cases} \sqrt{r_s^2 - (\beta \cdot r_s - h)^2} & \text{para } \beta \cdot r_s > h \\ r_s & \text{para } \beta \cdot r_s \leq h \end{cases} \quad (4.2)$$

En este documento  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 0.9$ ,  $\gamma = 0.65$ .

La figura 4.2 muestra como varía la distancia mínima,  $y_{\min}$ , calculada según la expresión (4.2), con la intensidad de la descarga para una línea con conductores situados a una altura media de 10 m respecto de tierra y distancia horizontal de 3 m entre los conductores más externos. A partir de esta figura se pueden deducir para este caso concreto qué impactos irán a parar a la línea y cuáles irán a parar a tierra dependiendo de la intensidad máxima de la descarga y de la distancia perpendicular entre descarga y línea.

En el caso de líneas apantalladas el modelo es muy similar al descrito anteriormente. No obstante, ahora se debe de tener en cuenta la zona de atracción del cable de tierra, ver figura 4.3 para más detalles. La distancia mínima,  $y_{ct}$ , por debajo de la cual un rayo impactará directamente en el cable de tierra, se obtiene geométricamente a partir de la figura 4.3 y utilizando la expresión (4.1). La distancia mínima,  $y_{\min}$ , por debajo de la cual un rayo impactará directamente en la línea, conductores de fase o cable de tierra, se obtiene a partir de la expresión (4.2) y utilizando la figura 4.3. La anchura expuesta al rayo por un conductor de fase es la diferencia ( $y_{\min} - y_{ct}$ ).

La figura 4.4 muestra como varían las distancias mínimas  $y_{ct}$  e  $y_{\min}$  con la intensidad de la descarga. Este ejemplo se ha realizado nuevamente con una línea horizontal de altura 10 m y distancia exterior de 3 m entre los conductores más externos. Se puede observar que la línea se encuentra completamente apantallada por el cable de tierra para intensidades de la descarga más grandes que 14 kA sea cual sea la posición de impacto del rayo.

El cálculo de la anchura de una línea sin apantallar expuesta a descargas directas también se puede obtener mediante un modelo basado en el radio atractivo de un objeto, según el cual un objeto de altura  $h$  apantalla una zona de radio

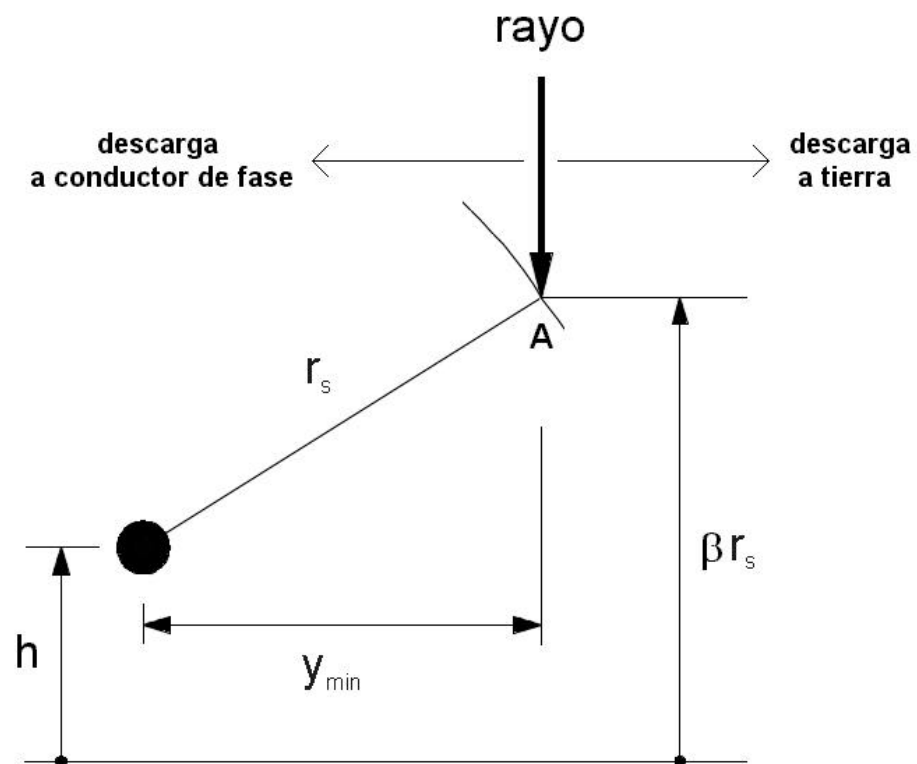


Figura 4.1. Modelo Electrogeométrico (línea sin apantallar).

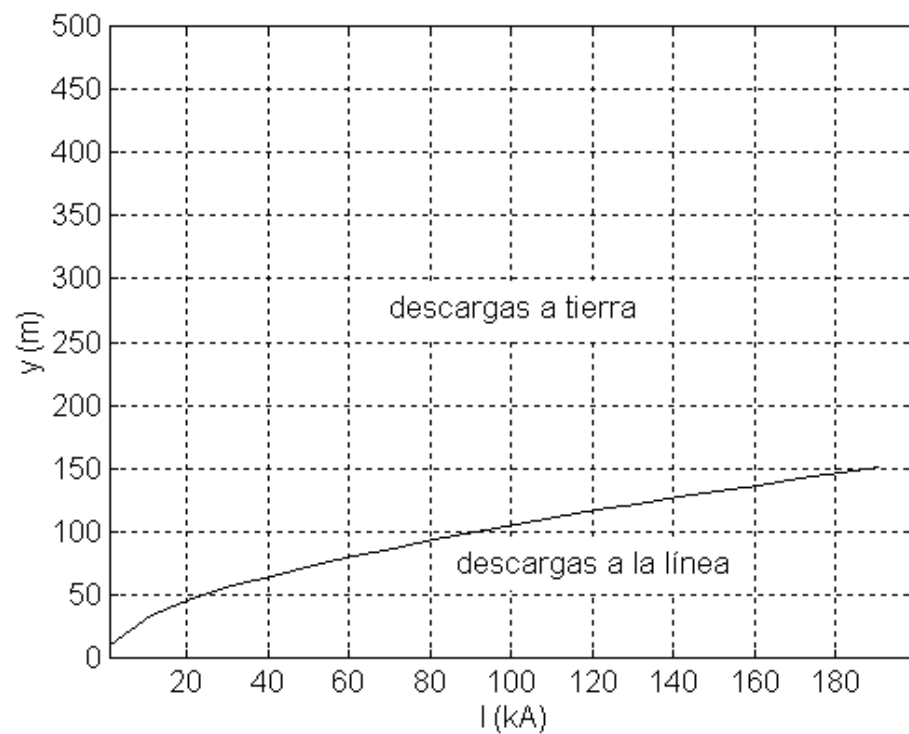


Figura 4.2. Modelo Electrogeométrico (línea sin apantallar).

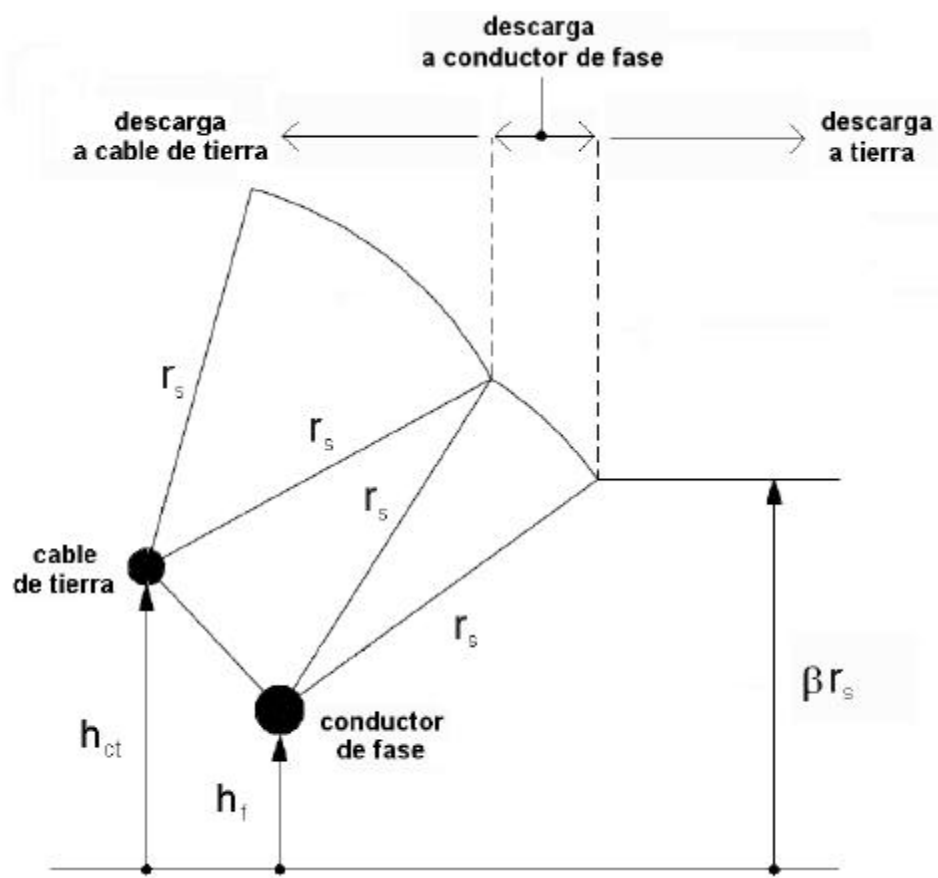


Figura 4.3. Modelo Electrogeométrico (línea apantallada).

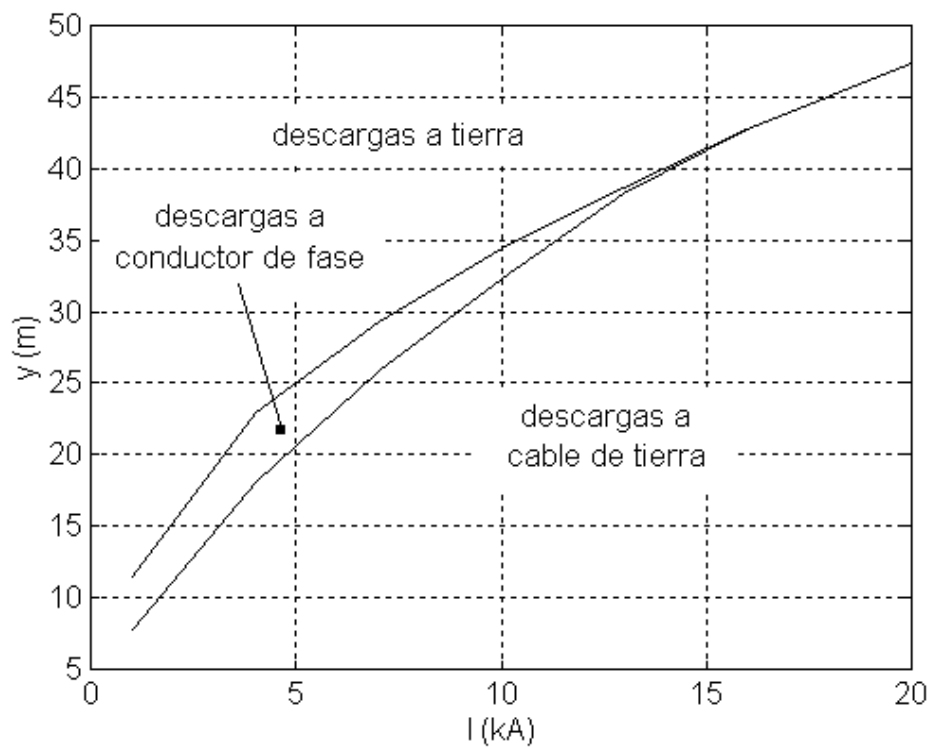


Figura 4.4. Modelo Electrogeométrico (línea apantallada).



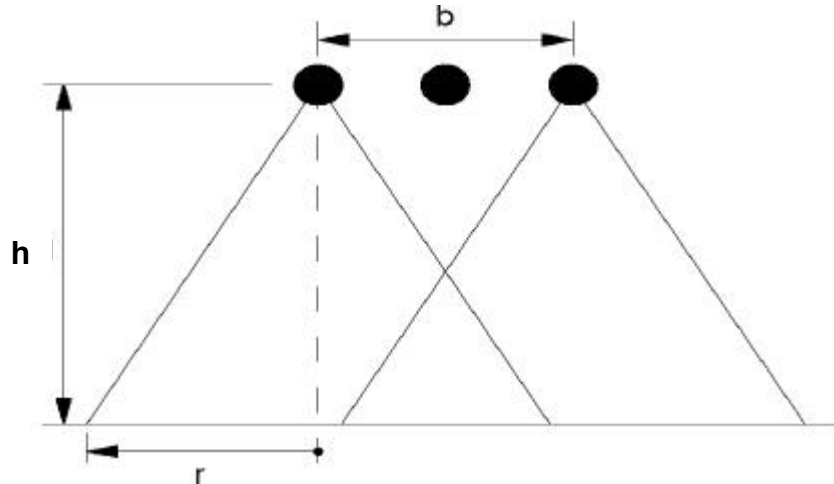


Figura 4.5. Modelo del radio atractivo.

$$r = 14 \cdot h^{0.6} \quad (4.3)$$

de tal forma que si alguna descarga perpendicular cae en esta zona terminará alcanzando este objeto. La figura 4.5 muestra los principios en los que se basa este modelo. A la expresión (4.3) se la conoce como modelo de Eriksson, y ha sido adoptado por el IEEE Working Group on Lightning Performance of Distribution Lines.

En este documento, tanto en las líneas sin apantallar como en las apantalladas, en todos los cálculos la altura de los conductores y la altura del cable de tierra han sido corregidas teniendo en cuenta sus respectivas flechas según las expresiones

$$f_c = 0.0014 \cdot \frac{l^2}{20} \quad (4.4)$$

$$f_{ct} = 0.0009 \cdot \frac{l^2}{20}$$

donde  $f_c$  es la flecha del conductor,  $f_{ct}$  es la flecha del cable de tierra, y  $l$  es la longitud media de un vano de la línea, que en este documento toma por valor 30 m. Teniendo en cuenta la expresión (4.4), las alturas de un conductor y del cable de tierra corregidas se calculan a partir de las siguientes expresiones

$$h_{c, \text{corregida}} = h_c - (2/3) f_c \quad (4.5)$$

$$h_{ct, \text{corregida}} = h_{ct} - (2/3) f_{ct}$$

### 4.3. SOBRETENSIONES ORIGINADAS POR RAYOS

#### 4.3.1. Introducción

La mayoría de líneas aéreas de distribución no se encuentran apantalladas, es decir han sido instaladas sin cable de tierra. Sin embargo, está reconocido que la instalación de este cable puede ser muy útil, especialmente para reducir el número de contorneamientos debidos a sobretensiones inducidas por rayos que caen a tierra cerca de la línea.

Las sobretensiones inducidas en una línea aérea de distribución por descargas a tierra son una causa muy importante de contorneamientos, de aquí la importancia de evaluar el comportamiento de una línea frente a este tipo de sobretensiones. Para realizar estos cálculos se han de tener en cuenta tres aspectos fundamentales

- el modelo de descarga de retorno
- el cálculo de campos originados por esta descarga
- las ecuaciones de acoplamiento entre la línea y los campos originados por la descarga.

En los siguientes apartados se presentará un resumen de las ecuaciones que son necesarias para poder calcular las sobretensiones que aparecen en la línea debido tanto a descargas directas como a tierra. De aquí en adelante se entenderá por rayo directo al impacto bien en un conductor de fase o bien en un conductor de tierra, si la línea ha sido apantallada. En el cálculo sobretensiones inducidas por descargas a tierra se han utilizado dos algoritmos diferentes: la fórmula de Rusck; y el método de Chowdhuri, que es algo más complejo que el anterior porque utiliza más variables. Con ambas metodologías se han considerado únicamente líneas cuya longitud sea mucho más grande que la distancia perpendicular entre el impacto del rayo y la línea.

#### 4.3.2. Sobretensiones originadas por rayos directos

##### 4.3.2.1. Impacto en un conductor de fase

El valor de la tensión originada por el impacto de un rayo directo en una línea de distribución es tan elevado que cualquier rayo que alcance un conductor de la línea terminará produciendo contorneamiento. Por este motivo, en este documento se ha escogido  $I_c = 1 \text{ kA}$  como valor de la corriente crítica del rayo a partir de la cual se originará el contorneamiento en una línea.

La figura 4.6 muestra un diagrama con el impacto de un rayo en un conductor de fase, que generalmente será el conductor situado en una posición más elevada. La corriente del rayo se dividirá en dos partes iguales que darán lugar a dos tensiones que se propagarán en ambos sentidos. La tensión máxima originada en el conductor donde impacta el rayo vendrá dada por

$$V_{cl} = Z_c I / 2 \quad (4.6)$$

siendo  $Z_c$  la impedancia característica del conductor en  $\Omega$ , e  $I$  la intensidad máxima del rayo en A.

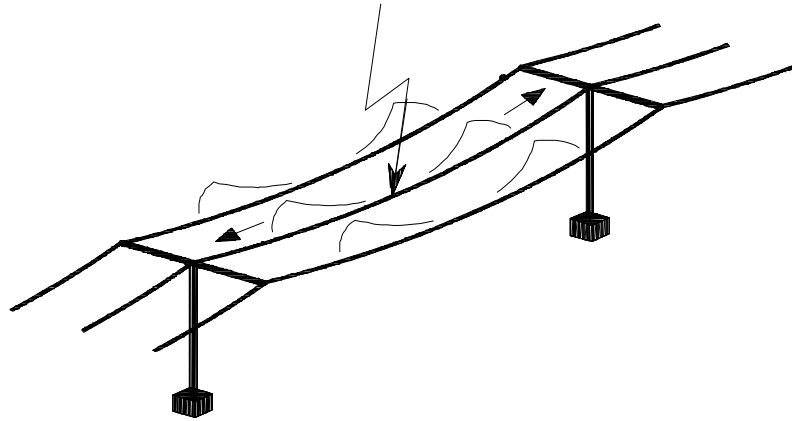


Figura 4.6. Impacto en un conductor de fase.

La impedancia de onda de un conductor se encuentra en función de su altura media  $h$  y de su radio  $r_c$ , y se puede calcular de la siguiente forma

$$Z_c = 60 \cdot \ln \left( \frac{2h}{r_c} \right) \quad (4.7)$$

En las otras fases de la línea también se originarán sobretensiones por acoplamiento. Si  $K$  es el factor de acoplamiento entre dos fases, la tensión máxima inducida en otra fase será

$$V_{c2} = K V_{c1} = K Z_c I / 2 \quad (4.8)$$

El contorneamiento en la línea puede originarse

- entre conductores de fase si la diferencia de tensiones

$$V_{c1} - V_{c2} = (1 - K) Z_c I / 2 \quad (4.9)$$

es superior a la rigidez dieléctrica entre los conductores

- en la cadena de aisladores más próxima al impacto si las tensiones que se propagan desde el punto de impacto superan la tensión crítica de contorneamiento.

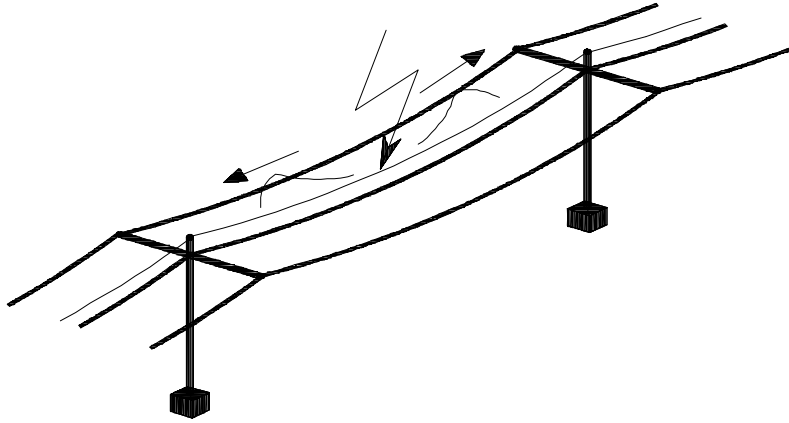
#### 4.3.2.2. Impacto en un conductor de tierra

La figura 4.7 muestra las dos posibilidades que se pueden presentar: el rayo impacta en un conductor de tierra en un punto situado en medio del vano o justo en el poste.

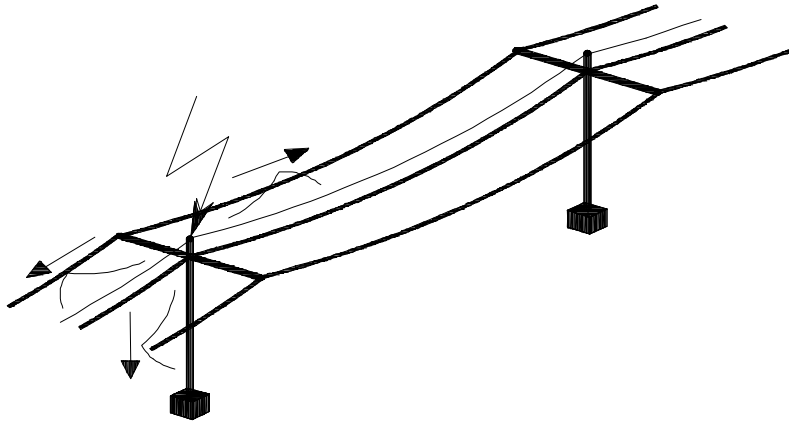
Si el impacto se produce en el conductor de tierra el análisis inicial es similar al anterior. Las tensiones originadas en este conductor y en el conductor de fase serán

$$V_{ct} = Z_{ct} I / 2 \quad (4.10)$$

$$V_c = K V_{ct} \quad (4.11)$$



a) En medio de un vano



b) En un poste

Figura 4.7. Impacto en un conductor de tierra.

siendo  $Z_{ct}$  la impedancia característica del cable de tierra, y  $K$  el factor de acoplamiento entre el cable de tierra y un conductor. Este coeficiente de acoplamiento se puede obtener a partir de la impedancia característica del cable de tierra,  $Z_{ct}$ , y a partir de la impedancia mutua entre cable de tierra y conductor,  $Z_{ct-c}$ , según la siguiente expresión

$$K = \frac{Z_{ct-c}}{Z_{ct}} \quad (4.12)$$

$$Z_{ct} = 60 \ln \left( \frac{2 h_{ct}}{r_{ct}} \right) \quad (4.13)$$

$$Z_{ct-c} = 60 \ln \left( \frac{D_{ct-c}}{d_{ct-c}} \right) \quad (4.14)$$

donde  $h_{ct}$  es la altura del cable de tierra en m,  $r_{ct}$  es el radio del cable de tierra en m,  $D_{ct-c}$  es la distancia entre la imagen del cable de tierra y el conductor en m, y  $d_{ct-c}$  es la distancia entre el cable de tierra y el conductor en m.

Si la diferencia entre las tensiones obtenidas a partir de (4.10) y (4.11) es suficientemente grande

$$V_{ct} - V_c = (1 - K) V_{ct} \quad (4.15)$$

entonces el contorneamiento se producirá entre el cable de tierra y el conductor de fase en el punto de impacto. Si no es así, las ondas de tensión que se produjeron en el punto de impacto alcanzarán los postes más próximos donde se originarán ondas que viajarán a tierra. A partir de este punto el proceso será más complejo.

Si el impacto se produce directamente en el punto de conexión con el poste, la corriente del rayo se dividirá entre una parte que viajará a tierra a través del poste, y otra que se dividirá a su vez en dos partes iguales que se propagarán en ambos sentidos a través del cable de tierra, ver figura 4.7b.

A continuación se describe el procedimiento adoptado por el IEEE Working Group on Lightning Performance of Distribution Lines para calcular la tensión que aparece en los aisladores como consecuencia del impacto de un rayo en el cable de tierra o en un poste, y para calcular la corriente crítica del rayo a partir de la cual se originará el contorneamiento. La figura 4.8 muestra el modelo simplificado utilizado para calcular la tensión,  $V_t$ , que aparece en la parte alta del poste, ver expresión (4.16), obtenida para un tiempo  $t$  de subida del rayo de  $2 \mu s$ . Se tienen en cuenta las reflexiones en el apoyo adyacente.

$$V_t = \frac{t}{2} \left[ Z_I - \frac{Z_w(1 - \phi^N)}{1 - \phi} \right] + \tau Z_w \left[ \frac{(1 - \phi^N)}{(1 - \phi)^2} - \frac{N\phi^N}{1 - \phi} \right] \quad (4.16)$$

$$Z_w = \frac{2R_i^2 Z}{(Z + R_i)^2 (Z + R_n)} \quad Z_I = \frac{R_i Z}{(Z + R_i)} \quad \phi = \frac{(Z - R_i)(Z - R_n)}{(Z + R_i)(Z + R_n)}$$

donde  $V_t$  es la tensión en la parte alta del apoyo en kV/kA,  $Z_{ct}$  es la impedancia característica del cable de tierra en  $\Omega$ ,  $R_i$  es la resistencia de puesta a tierra en  $\Omega$ ,  $R_n$  es la resistencia de puesta a tierra del apoyo adyacente en  $\Omega$ ,  $\tau$  es el tiempo de propagación de la onda de tensión a lo largo del vano, y  $N$  es el número de onda en el que se alcanza el instante  $t/2\tau$ .

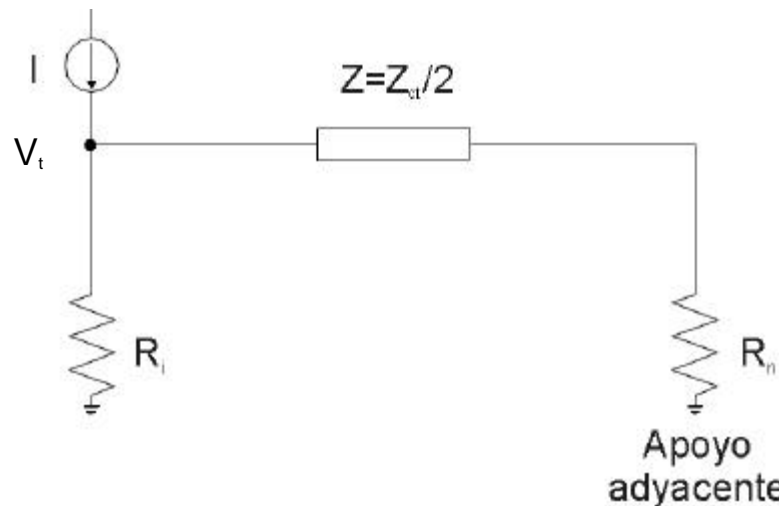


Figura 4.8. Modelo simplificado (cebados inversos).

La tensión que aparece en un conductor se calcula mediante la expresión

$$V_c = V_t \cdot (1 - K) \quad (4.17)$$

donde K es el factor de acoplamiento entre cable de tierra y conductor calculado según (4.12).

La corriente crítica del rayo a partir de la cual se originará el contorneamiento se obtiene de la siguiente expresión

$$I_c = \frac{V_{\max}}{V_c} \quad (4.18)$$

donde  $V_{\max}$  es la tensión máxima de contorneamiento que puede ser calculada a partir de la tensión crítica de contorneamiento (CFO - Critical FlashOver Voltage) según la siguiente expresión

$$V_{\max} = 1.5 \cdot \text{CFO} \quad (4.19)$$

### 4.3.3. Sobretensiones originadas por rayos a tierra

#### 4.3.3.1. Fórmula de Rusck

##### Líneas monofásicas

La expresión adoptada por Rusck para calcular la tensión inducida en una línea por descargas que caen a tierra en sus cercanías es la siguiente

$$V = \frac{Z_0 I h}{y} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{v}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \left( \frac{v}{c} \right)^2}} \right) \quad (4.20)$$

donde y es la distancia perpendicular entre la descarga y la línea en m, I es la intensidad del rayo en A, h es la altura de la línea en m, v es la velocidad de retorno del rayo en m/s, c es la velocidad de la luz en el vacío en m/s, y  $Z_0$  una impedancia que se calcula a partir de la siguiente expresión

$$Z_0 = (1/4\pi) \sqrt{(\mu_0/\epsilon_0)} = 30 \Omega \quad (4.21)$$

##### Líneas monofásicas con cable de tierra

La tensión inducida en un conductor de fase, debido a descargas que caen a tierra en las cercanías de la línea, se ve reducida por la presencia de un cable puesto a tierra a través de los postes. En este caso, el cable de tierra tiene el mismo efecto tanto si se coloca por encima como por debajo del conductor de fase. Analizando el efecto de un cable de tierra, Rusck asume que si un cable es puesto a tierra a través de una resistencia R, la intensidad que circula a través de dicha resistencia vendrá dada por la expresión

$$I = \frac{V_{ct}}{\frac{Z_{ct}}{2} + R} \quad (4.22)$$

donde  $V_{ct}$  es la tensión inducida en kV en el cable de tierra debida a descargas a tierra, y  $Z_{ct}$  es la impedancia característica de dicho cable de tierra en  $\Omega$ .

La tensión inducida en el conductor de fase por esta intensidad será

$$\Delta V_c = - \frac{Z_{ct-c}}{Z_{ct} + 2R} V_{ct} \quad (4.23)$$

donde  $Z_{ct-c}$  es la impedancia mutua entre el cable de tierra y el conductor en  $\Omega$ .

La tensión inducida resultante en el conductor de fase será

$$V'_c = V_c + \Delta V_c = V_c - \frac{Z_{ct-c}}{Z_{ct} + 2R} V_{ct} \quad (4.24)$$

Puesto que la tensión inducida es directamente proporcional a la altura, el factor de protección o de apantallamiento vendrá dado por la expresión

$$pr = 1 - \frac{h_{ct}}{h_c} \cdot \frac{Z_{ct-c}}{Z_{ct} + 2R} \quad (4.25)$$

La tensión inducida en el conductor teniendo en cuenta la presencia de un cable de tierra se calculará según la siguiente expresión

$$V' = pr \cdot V \quad (4.26)$$

donde  $V$  es la tensión inducida cuando no hay cable de tierra, ver expresión (4.20), y  $pr$  el factor de apantallamiento del cable de tierra.

#### **4.3.3.2. Método de Chowdhuri**

##### **4.3.3.2.1. Modelo de Chowdhuri**

##### **Modelo de descarga de retorno y cálculo de campos electromagnéticos**

Para realizar un análisis de las tensiones inducidas por rayos que caen a tierra en las cercanías de una línea, el método de Chowdhuri utiliza como modelo de retorno de la corriente del rayo el llamado modelo de Schonland.

Tal como muestra la figura 4.9, la corriente de retorno progresa hacia arriba con velocidad  $v$  neutralizando la carga negativa acumulada en el canal durante el proceso de caída del rayo. El canal del rayo está formado por una columna vertical, la parte baja contiene la corriente y la parte alta la carga residual. De acuerdo con este modelo, el campo eléctrico total,  $E$ , creado por el canal del rayo viene expresado por

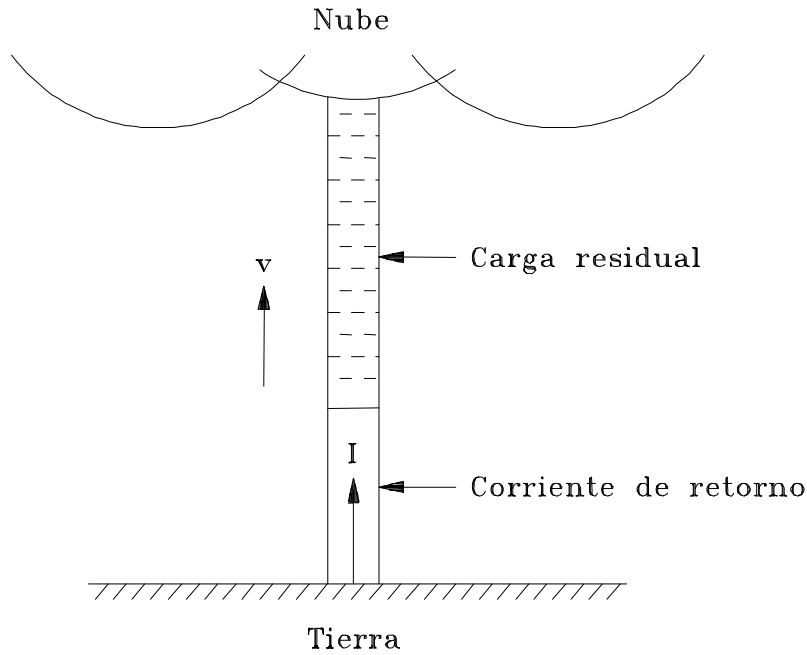


Figura 4.9. Modelo de Schonland.

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{E}_e + \mathbf{E}_m \quad (4.27)$$

donde  $\phi$  es el potencial electrostático creado por la carga residual negativa acumulada en la parte alta del canal, y  $\mathbf{A}$  es el potencial vector creado por la corriente de retorno del rayo. Si se considera la caída del rayo vertical, la componente  $\mathbf{E}_m$  creada por la corriente de retorno es vertical porque el potencial vector,  $\mathbf{A}$ , es vertical.

De acuerdo con este modelo, el campo electromagnético en cualquier punto del espacio producido por el canal del rayo viene dado por dos fuentes: la parte alta de la columna produce la componente electrostática, y la parte baja produce la componente magnética.

Es muy importante tener en cuenta que los efectos durante el proceso de caída se consideran despreciables debido a la baja velocidad con la que se mueve el rayo. No obstante, la carga residual almacenada en la parte alta del canal juega un papel importante en la fase de retorno del rayo, debido a su rápida neutralización por la corriente en su movimiento hacia la nube.

El potencial vector se puede calcular a partir de la siguiente expresión

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{z'} \frac{\mathbf{I}(\mathbf{r}', t - (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \quad (4.28)$$

mientras que el potencial escalar se calcula a partir de la expresión

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{z'}^{h_{\text{nube}}} \frac{q(\mathbf{r}', t - (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \quad (4.29)$$

donde  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{r}'$  son el punto donde se calcula el campo y el punto fuente sobre el canal, respectivamente,  $I$  es la corriente de retorno del rayo,  $q$  es la densidad de descarga por unidad de longitud del canal del rayo,  $h_{\text{nube}}$  es la altura de la nube,  $z'$  es la altura instantánea de la onda de corriente del rayo, y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío, ver figura 4.10 para más detalles.



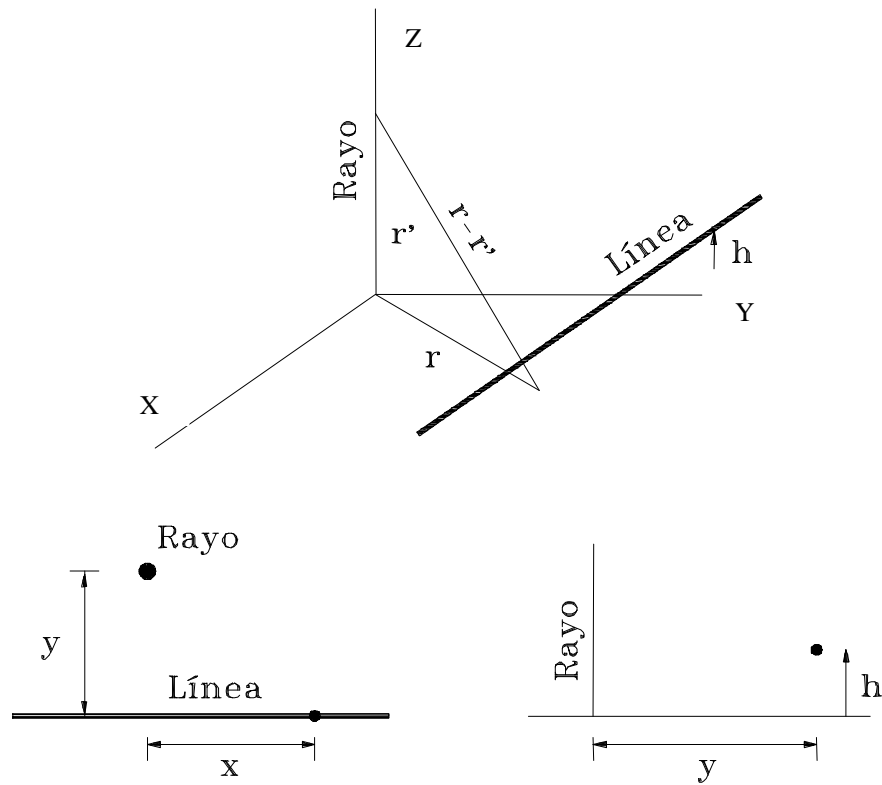


Figura 4.10. Sistema de coordenadas de la línea y de la descarga.

#### Modelo de acoplamiento entre la línea y los campos inducidos por el rayo

Las ecuaciones de una línea aérea monofásica ideal (sin pérdidas) vienen dadas por las expresiones, ver figuras 4.11 y 4.12

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = -L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -C \frac{\partial}{\partial t} \{v(x,t) - v_i(x,t)\}$$

donde  $v(x,t)$  es la tensión inducida en el punto  $x$  de la línea aérea, y  $v_i(x,t)$  es la tensión inducida que habría aparecido en el mismo punto pero sin la presencia de la línea.

Las ecuaciones diferenciales en forma matricial para una línea aérea polifásica ideal formada por  $n$ -conductores son las siguientes, ver figura 4.13

$$\frac{\partial [v(x,t)]}{\partial x} = -[L] \frac{\partial [i(x,t)]}{\partial t} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial [i(x,t)]}{\partial x} = -[C] \frac{\partial [v(x,t)]}{\partial t} + [C_g] \frac{\partial [v_i(x,t)]}{\partial t}$$

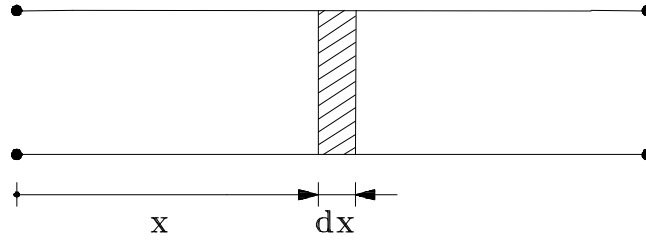
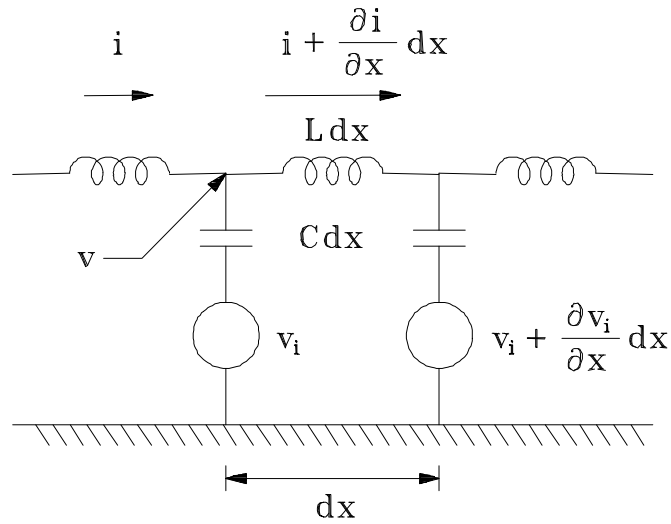
Figura 4.11. Referencia de la coordenada  $x$  sobre la línea.

Figura 4.12. Circuito equivalente. Línea con un conductor.

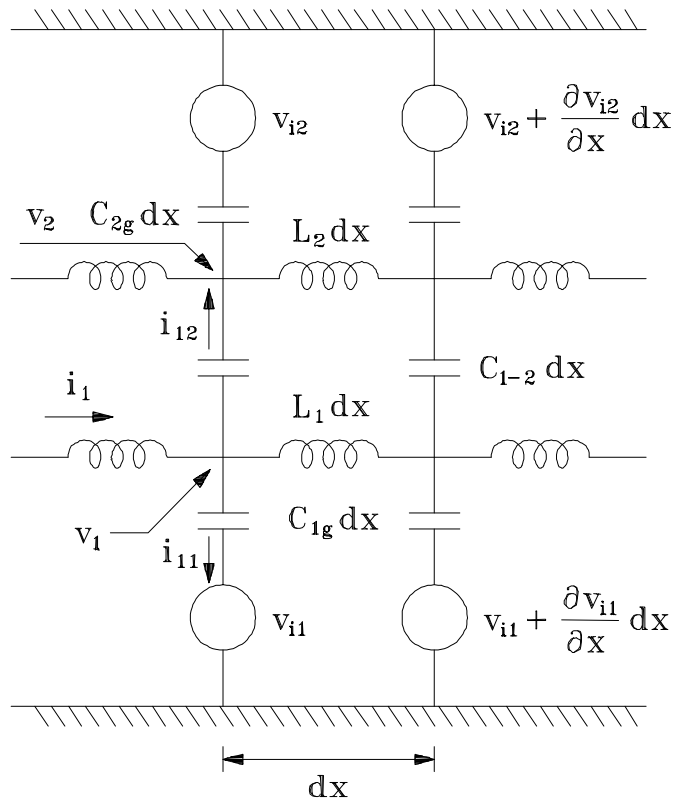


Figura 4.13. Circuito equivalente. Línea con dos conductores.

donde  $[v]$  es el vector que contiene las tensiones que se inducen en cada conductor,  $[v_i]$  es el vector que contiene las tensiones inducidas que habrían aparecido en cada conductor pero sin la presencia de la línea,  $[i]$  es el vector que contiene las intensidades que circulan por cada conductor,  $[L]$  es la matriz de inductancias de la línea,  $[C]$  es la matriz de capacidades, y  $[C_g]$  es una matriz diagonal cuyos elementos son  $C_{ig}=C_{j1}+C_{j2}+\dots+C_{jn}$ , donde  $C_{jr}$  es un elemento de la matriz de capacidades  $[C]$ . Se debe de tener en cuenta que las matrices  $[L]$  y  $[C]$  son simétricas.

Los elementos que componen la matriz de inductancias  $[L]$  se obtienen a partir de las siguientes expresiones

$$L_{ii} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \left( \frac{2 h_i}{r_i} \right) \quad (4.32)$$

$$L_{ij} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \left( \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \right) \quad (4.33)$$

donde  $L_{ii}$  es la autoinductancia del conductor  $i$  en H/m,  $L_{ij}$  es la inductancia mutua entre los conductores  $i$  y  $j$  en H/m,  $h_i$  es la altura del conductor  $i$  en m,  $r_i$  es el radio del conductor  $i$  en m,  $D_{ij}$  es la distancia entre el conductor  $i$  y la imagen del conductor  $j$  en m, y  $d_{ij}$  es la distancia entre los conductores  $i$  y  $j$  en m.

La matriz de capacidades  $[C]$  se obtiene a partir de la matriz de coeficientes de potencial de Maxwell  $[P]$

$$[C] = [P]^{-1}$$

Los elementos de  $[P]$  se pueden obtener a partir de la geometría de los conductores de la línea. Si  $r \ll h$ , siendo  $r$  el radio del conductor, entonces

$$P_{ii} = 18 \cdot 10^9 \ln \left( \frac{2 h_i}{r_i} \right) \quad (4.34)$$

$$P_{ij} = 18 \cdot 10^9 \ln \left( \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \right) \quad (4.35)$$

donde  $P_{ii}$  y  $P_{ij}$  vienen expresados en m/F.

#### 4.3.3.2.2. Cálculo de sobretensiones

##### Líneas monofásicas

Diferenciando la primera ecuación de (4.30) y sustituyendo  $\partial i/\partial x$  en la segunda ecuación de (4.30) se obtiene

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} \quad (4.36)$$

La tensión inducida  $v_i$  se encuentra definida por la expresión

$$v_i = -\int_0^h E_i \cdot dz = \int_0^h \left( \nabla \phi + \frac{\partial A}{\partial t} \right) \cdot dz = \int_0^h (E_{ei} + E_{mi}) \cdot dz = v_{ei} + v_{mi} \quad (4.37)$$

$E_i$  ha sido definido en la ecuación (4.27). Además, se debería de tener en cuenta que  $E_i$  contiene la componente electrostática,  $\nabla \phi$ , debida a la carga acumulada en la parte superior del canal del rayo, y la componente magnética,  $\partial A/\partial t$ , debida a la corriente de retorno del rayo. El campo eléctrico  $E_{ei}$ , causado por la carga acumulada en la parte alta del canal, es conservativo (irrotacional), por lo que, el potencial escalar,  $v_{ei}$ , debido a  $E_{ei}$  será independiente del camino de integración desde el plano de potencial cero hasta el punto donde se calcula el campo; por simplicidad se considerará solo la componente vertical  $E_{ez}$  de  $E_{ei}$ . Además, puesto que la componente magnética,  $E_{mi}$ , es vertical para una descarga vertical, será lógico integrar el campo eléctrico total  $E_i (=E_{ei}+E_{mi})$  en la dirección vertical para obtener  $v_i$ .

La ecuación (4.36) ha sido resuelta analíticamente utilizando la función de Green.

La ecuación (4.37) se puede simplificar suponiendo que tanto  $E_{ei}$  como  $E_{mi}$  son de valor constante para la altura de cualquier línea aérea de distribución. La expresión quedará de la siguiente forma

$$v_i = h \cdot \left( \nabla \phi + \frac{\partial A}{\partial t} \right)_{z=0} \quad (4.38)$$

La resolución de esta ecuación, para una forma de onda de la corriente del rayo en escalón y unitaria, da como expresión

$$v_i(x, t) = \psi(x, t) \cdot u(t - t_0) \quad (4.39)$$

$$\psi(x, t) = -\frac{60h}{\beta} \left[ \frac{1 - \beta^2}{\sqrt{\beta^2 c^2 (t - t_0)^2 + (1 - \beta^2)(x^2 + y^2)}} - \frac{1}{\sqrt{h_{nube}^2 + (x^2 + y^2)}} \right]$$

$$t_0 = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{c}$$

donde

- $u(t-t_0)$  función escalón unidad
- $t$  tiempo de simulación, en s
- $x$  punto de la línea donde se calcula la tensión inducida, en m
- $y$  distancia perpendicular entre descarga y línea, en m
- $h$  altura de la línea, en m
- $h_{nube}$  altura de la nube, en m
- $c$  velocidad de la luz en el vacío, en m/s
- $v$  velocidad de retorno del rayo, en m/s
- $\beta = v/c$ .

En este documento se ha adoptado el valor de  $h_{nube} = 3000$  m. Además, se ha utilizado  $x = 5000$  m cuando se han calculado las tasas de contorneamientos.

La resolución de la ecuación de ondas de la línea, expresión (4.36), para una forma de onda de la corriente del rayo en escalón y unitaria, da como expresión de la tensión inducida

$$v_{escalon}(x, t) = [v_{11}(x, t) + v_{12}(x, t) + v_{21}(x, t) + v_{22}(x, t)] \cdot u(t - t_0) \quad (4.40)$$

$$v_{11}(x, t) = \frac{30 h (1 - \beta^2)}{\beta^2 (ct - x)^2 + y^2} \left[ \beta (ct - x) + \frac{(ct - x)x - y^2}{\sqrt{c^2 t^2 + \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} (x^2 + y^2)}} \right]$$

$$v_{12}(x, t) = \frac{-30 h}{\beta} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{K_1^2 + 1}} - \beta^2 \right] \frac{1}{ct - x}$$

$$v_{21}(x, t) = \frac{30 h (1 - \beta^2)}{\beta^2 (ct + x)^2 + y^2} \left[ \beta (ct + x) - \frac{(ct + x)x + y^2}{\sqrt{c^2 t^2 + \frac{1 - \beta^2}{\beta^2} (x^2 + y^2)}} \right]$$

$$v_{22}(x, t) = \frac{-30 h}{\beta} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{K_2^2 + 1}} - \beta^2 \right] \frac{1}{ct + x}$$

$$K_1 = \frac{2 h_{nube} (ct - x)}{y^2 + (ct - x)^2}$$

$$K_2 = \frac{2 h_{nube} (ct + x)}{y^2 + (ct + x)^2}$$

La tensión inducida en la línea causada por una corriente de retorno del rayo,  $i(t)$ , con forma de onda arbitraria puede ser calculada aplicando la integral de Duhamel

$$v(x, t) = \frac{d}{dt} \int_0^t i(t - \tau) \cdot v_{\text{escalon}}(x, \tau) d\tau \quad (4.41)$$

La tensión inducida en la línea para una corriente de rayo con forma de onda en doble rampa se obtiene aplicando la integral de Duhamel a la expresión (3.1). El resultado obtenido es el siguiente

$$v(x, t) = v_1(x, t) \cdot u(t - t_0) + v_2(x, t) \cdot u(t - t_{0f}) \quad (4.42)$$

$$v_1(x, t) = \frac{30 \alpha_1 h}{\beta c} \cdot \left[ b_0 \cdot \ln\left(\frac{f_{12}}{f_{11}}\right) + 0.5 \cdot \ln(f_{13}) \right]$$

$$v_2(x, t) = -\frac{30 \alpha_2 h}{\beta c} \cdot \left[ b_0 \cdot \ln\left(\frac{f_{12a}}{f_{11a}}\right) + 0.5 \cdot \ln(f_{13a}) \right]$$

$$b_0 = 1 - \beta^2, \quad t_0 = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{c}, \quad t_{0f} = t_0 + t_f, \quad t_{tf} = t - t_f$$

$$m_0 = \sqrt{\left[(c t_0 - x)^2 + y^2\right]^2 + 4 h_{\text{nube}}^2 (c t_0 - x)^2}, \quad m_1 = \sqrt{\left[(c t - x)^2 + y^2\right]^2 + 4 h_{\text{nube}}^2 (c t - x)^2}$$

$$n_0 = \sqrt{\left[(c t_0 + x)^2 + y^2\right]^2 + 4 h_{\text{nube}}^2 (c t_0 + x)^2}, \quad n_1 = \sqrt{\left[(c t + x)^2 + y^2\right]^2 + 4 h_{\text{nube}}^2 (c t + x)^2}$$

$$m_{1a} = \sqrt{\left[(c t_{tf} - x)^2 + y^2\right]^2 + 4 h_{\text{nube}}^2 (c t_{tf} - x)^2}, \quad n_{1a} = \sqrt{\left[(c t_{tf} + x)^2 + y^2\right]^2 + 4 h_{\text{nube}}^2 (c t_{tf} + x)^2}$$

$$f_1 = m_1 + (c t - x)^2 - y^2, \quad f_2 = m_1 - (c t - x)^2 + y^2$$

$$f_3 = m_0 - (c t_0 - x)^2 + y^2, \quad f_4 = m_0 + (c t_0 - x)^2 - y^2$$

$$f_5 = n_1 + (c t + x)^2 - y^2, \quad f_6 = n_1 - (c t + x)^2 + y^2$$

$$f_7 = n_0 - (c t_0 + x)^2 + y^2, \quad f_8 = n_0 + (c t_0 + x)^2 - y^2$$

$$f_9 = b_0 (\beta^2 x^2 + y^2) + \beta^2 c^2 t^2 (1 + \beta^2), \quad f_{10} = 2 \beta^2 c t \sqrt{\beta^2 c^2 t^2 + b_0 (x^2 + y^2)}$$

$$f_{11} = \frac{c^2 t^2 - x^2}{y^2}, \quad f_{12} = \frac{f_9 - f_{10}}{b_0^2 y^2}, \quad f_{13} = \frac{f_1 \cdot f_3 \cdot f_5 \cdot f_7}{f_2 \cdot f_4 \cdot f_6 \cdot f_8}$$

$$f_{1a} = m_{1a} + (c t_{tf} - x)^2 - y^2, \quad f_{2a} = m_{1a} - (c t_{tf} - x)^2 + y^2$$

$$f_{3a} = f_3, \quad f_{4a} = f_4, \quad f_{7a} = f_7, \quad f_{8a} = f_8$$

$$f_{5a} = n_{1a} + (c t_{tf} + x)^2 - y^2, \quad f_{6a} = n_{1a} - (c t_{tf} + x)^2 + y^2$$

$$f_{9a} = b_0 (\beta^2 x^2 + y^2) + \beta^2 c^2 t_{tf}^2 (1 + \beta^2), \quad f_{10a} = 2 \beta^2 c t_{tf} \sqrt{\beta^2 c^2 t_{tf}^2 + b_0 (x^2 + y^2)}$$

$$f_{11a} = \frac{c^2 t_{tf}^2 - x^2}{y^2}, \quad f_{12a} = \frac{f_{9a} - f_{10a}}{b_0^2 y^2}, \quad f_{13a} = \frac{f_{1a} \cdot f_{3a} \cdot f_{5a} \cdot f_{7a}}{f_{2a} \cdot f_{4a} \cdot f_{6a} \cdot f_{8a}}$$

### Líneas polifásicas sin cable de tierra

De forma similar al caso monofásico, si se deriva la primera ecuación de (4.31) y a continuación se sustituye  $\partial[i]/\partial x$  en la segunda ecuación de (4.31) se obtiene

$$\frac{\partial^2[v]}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2[v]}{\partial t^2} = -[L][C_g] \frac{\partial^2[v_i]}{\partial t^2} = -[M] \frac{\partial^2[v_i]}{\partial t^2} \quad (4.43)$$

siendo  $[L]$  la matriz de inductancias de la línea,  $[C_g]$  una matriz diagonal cuyos elementos son  $C_{jg}=C_{j1}+C_{j2}+\dots+C_{jn}$ , donde  $C_{jr}$  es un elemento de la matriz de capacidades  $[C]$ , y  $[M]$  el resultado de multiplicar ambas matrices

$$[M] = [L] \cdot [C_g] \quad (4.44)$$

Los elementos de las matrices  $[L]$  y  $[C]$  se calculan a partir de las expresiones (4.32), (4.33), (4.34) y (4.35).

Se definen los coeficientes  $k_{mj}$  como la tasa de la tensión inducida del conductor  $m$  sobre el conductor  $j$ , y se calculan de la siguiente manera

$$k_{mj} = \frac{v_{im}}{v_{ij}} \quad (4.45)$$

donde  $v_{im}$  y  $v_{ij}$  son las tensiones inducidas en cualquier punto de la línea pero sin la presencia de ella.

La tensión inducida en cada conductor  $j$ , teniendo en cuenta la presencia de los otros conductores, se obtiene a partir de la expresión

$$v_j = v_{js} \cdot (M_j c^2) \quad (4.46)$$

donde

- $v_{js}$  es la tensión inducida en el conductor  $j$  si se encuentra en la misma posición pero sin la presencia de los otros conductores, ver expresión (4.42)
- $M_j$  se calcula a partir de la matriz  $[M]$  y de los coeficientes  $k$  de la siguiente forma

$$M_j = M_{j1} \cdot k_{1j} + \dots + M_{jn} \cdot k_{nj}, \quad (4.47)$$

- $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

### Líneas polifásicas con cable de tierra

El proceso es similar al descrito anteriormente, pero ahora se debe incluir la variación de la tensión inducida en los conductores por acoplamiento entre ellos incluido el cable de tierra que es un conductor que se supone a potencial 0 por estar puesto a tierra. Se considera el caso general de una línea con  $n+r$  conductores, de los cuales  $n$  son los conductores de fase y  $r$  los cables de tierra.

La ecuación diferencial para la tensión inducida en los  $n$  conductores de fase viene dada por la expresión

$$\frac{\partial^2 [v_n]}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 [v_n]}{\partial t^2} = -[L'] [C_{gn}] \frac{\partial^2 [v_{in}]}{\partial t^2} = -[M_g] \frac{\partial^2 [v_{in}]}{\partial t^2} \quad (4.48)$$

El procedimiento de cálculo se puede resumir de la siguiente forma. Se calcula la matriz  $[M_g]$  a partir de la expresión

$$[M_g] = [L'] \cdot [C_{gn}] \quad (4.49)$$

La matriz  $[L']$  se obtiene de la expresión

$$[L'] = [L_{nn}] - [L_{nr}] [L_{rr}]^{-1} [L_{rn}] \quad (4.50)$$

donde las matrices  $[L_{nn}]$ ,  $[L_{nr}]$ ,  $[L_{rr}]$ , y  $[L_{rn}]$ , resultan de dividir la matriz de inductancias  $(n+r) \times (n+r)$  de la siguiente forma

$$[L]_{(n+r), (n+r)} = \begin{bmatrix} L_{nn} & L_{nr} \\ L_{rn} & L_{rr} \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

$[C_{gn}]$  es una matriz diagonal  $n \times n$  cuyos elementos son la suma de la fila correspondiente hasta la fila  $n$ -ésima de la matriz de capacidades original  $[C]$  de los  $n+r$  conductores. Los elementos de cada matriz se calculan a partir de las expresiones (4.32), (4.33), (4.34) y (4.35).

Los coeficientes  $k_{mj}$  se calculan a partir de la expresión (4.45).

Finalmente, se calcula la tensión inducida en cada conductor  $j$ , teniendo en cuenta la presencia de los demás conductores, a partir de la expresión

$$v_j = v_{js} \cdot (M_{gj} c^2) \quad (4.52)$$



donde

- $v_{js}$  es la tensión inducida en el conductor  $j$  si se encuentra en la misma posición pero sin la presencia de los otros conductores incluidos los cables de tierra, ver expresión (4.42)
- $M_{gj}$  se calcula a partir de la matriz  $[M_g]$  y de los coeficientes  $k$  de la siguiente forma

$$M_{gj} = M_{gj1} \cdot k_{1j} + \dots + M_{gjn} \cdot k_{nj} \quad (4.53)$$

- $c$  es la velocidad de la luz en el vacío

## 4.4. ANÁLISIS PARAMÉTRICO

### 4.4.1. Introducción

En esta sección se ha incluido un estudio paramétrico en el que se analiza la influencia que pueden tener algunos parámetros del rayo en las sobretensiones que se originan en una línea aérea de distribución.

Las Tablas 4.1 y 4.2 resumen las expresiones que se han utilizado para calcular las sobretensiones. Se han considerado líneas sin y con apantallamiento.

Tabla 4.1. Métodos de cálculo. Líneas sin cable de tierra.

TIPO DE DESCARGAS	MÉTODO DE CÁLCULO	EXPRESIÓN UTILIZADA
Directas al conductor de fase	-----	(4.6)
Directas a tierra	Fórmula de Rusck	(4.20)
	Método de Chowdhuri	(4.46)

Tabla 4.2. Métodos de cálculo. Líneas con cable de tierra.

TIPO DE DESCARGAS	MÉTODO DE CÁLCULO	EXPRESIÓN UTILIZADA
Directas al conductor de fase	-----	(4.6)
Directas al cable de tierra	-----	(4.17)
Directas a tierra	Fórmula de Rusck	(4.26)
	Método de Chowdhuri	(4.52)

#### 4.4.2. Estudio paramétrico en líneas sin cable de tierra

En este apartado se estudiarán los efectos de los parámetros más importantes que intervienen en el cálculo de sobretensiones originadas por rayos, tanto directas a la línea como a tierra. La figura 4.14 muestra la configuración de los conductores de la línea empleada en este estudio.

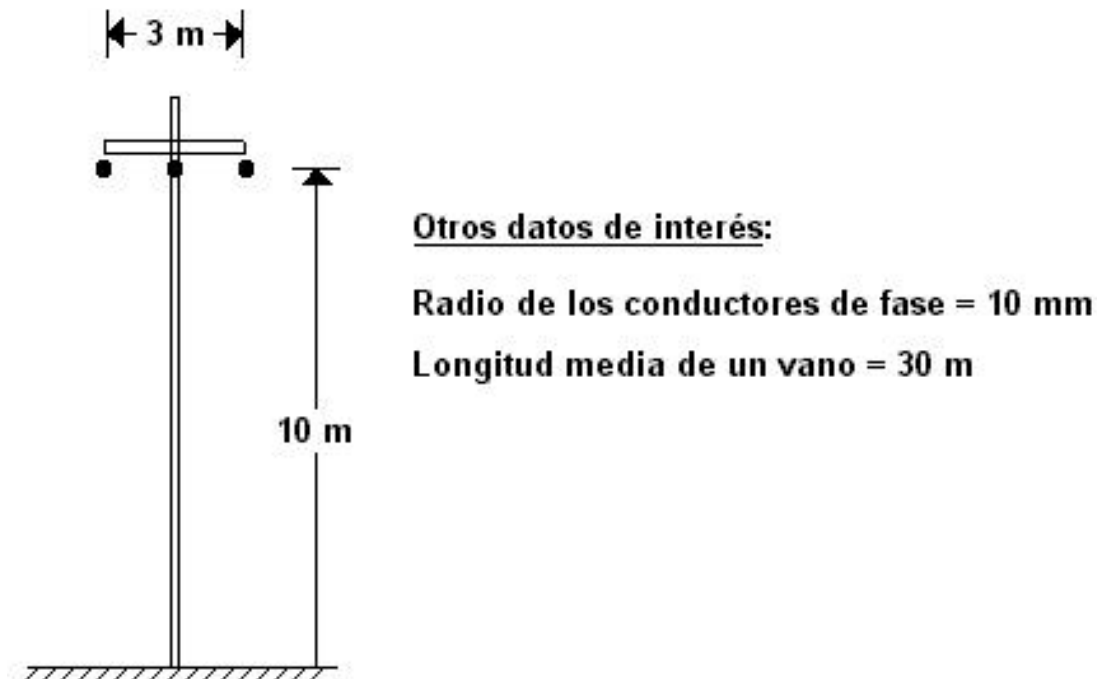


Figura 4.14. Configuración de la línea.

##### 4.4.2.1. Fórmula de Rusck

###### Influencia de la distancia perpendicular entre línea y descarga

En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $I = 10 \text{ kA}$  intensidad de la descarga
- $v = 90000 \text{ km/s}$  velocidad de retorno del rayo

Se ha variado de 0 a 500 m la distancia entre el punto de impacto y la línea. Es importante tener en cuenta que a distancias mayores de 200 m la descarga siempre caerá a tierra sea cual sea el valor de su intensidad, tal como muestra la figura 4.2. Por tanto, se supone que el valor de la sobretensión inducida por una descarga que cae a tierra a una distancia mayor de 500 m es tan pequeño que no se producirá contorneamiento en ninguna línea.

La figura 4.15 muestra como varía la tensión que aparece en la línea en función del punto de impacto de la descarga. El valor de la tensión por descargas directas es constante mientras no se supere la distancia mínima,  $y_{\min}$ , que en este ejemplo es aproximadamente 34 m. A partir de este punto la tensión que aparece en la línea es debida a descargas que caen a tierra. Se puede observar que el valor de la tensión inducida cuando una descarga cae a una distancia superior a 500 m es muy pequeño. Es importante ver la diferencia existente en el valor de la tensión cuando se calcula a partir de la expresión (4.6) (descargas directas) o a partir de la expresión (4.20) (descargas a tierra). La figura 4.16 muestra solamente la parte de gráfico debida a descargas a tierra.

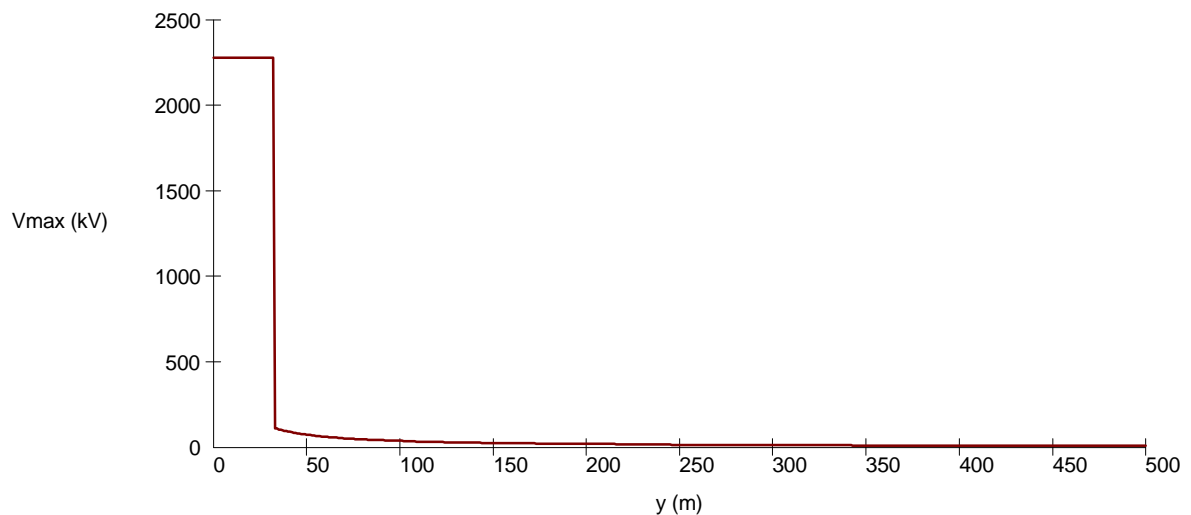


Figura 4.15. Influencia de y (descargas directas / descargas a tierra).

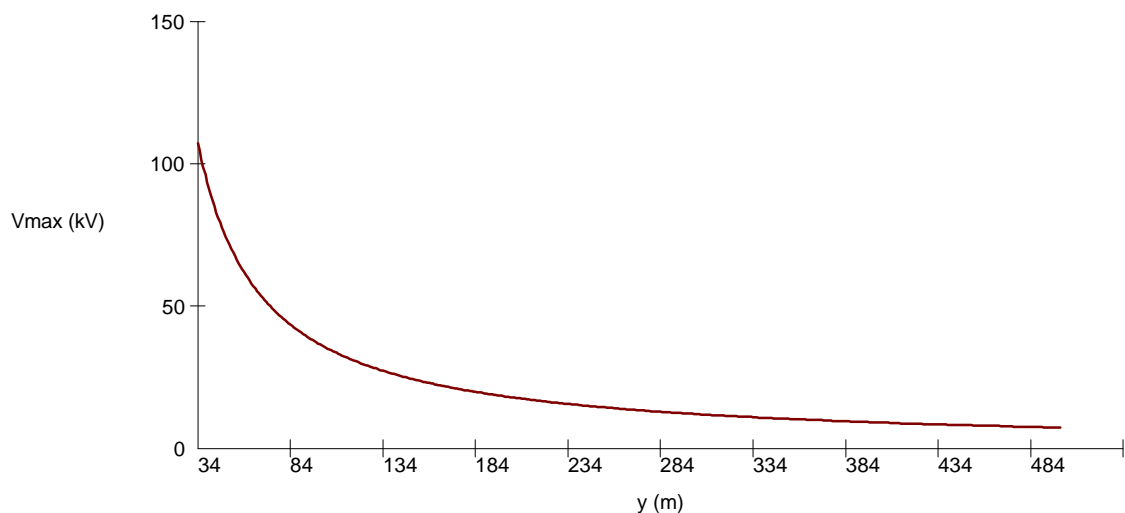


Figura 4.16. Influencia de y (descargas a tierra).

### Influencia de la intensidad de la descarga

En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $y = 100$  m      distancia perpendicular entre la descarga y la línea
- $v = 90000$  km/s      velocidad de retorno del rayo

Se ha variado la intensidad máxima de la descarga entre 1 y 200 kA. La probabilidad de tener rayos con intensidad superior a 200 kA es prácticamente nula.

La figura 4.17 muestra como varía la tensión que aparece en la línea en función de la intensidad del rayo. Es importante visualizar también el gráfico que aparece en la figura 4.2 para entender mejor la influencia de este parámetro. La figura 4.17 se encuentra dividida claramente en dos zonas con un cambio brusco del valor de la tensión al pasar de una a otra. En la primera zona (desde 1 kA hasta unos 90 kA) la tensión que aparece en la línea es debida a descargas que caen

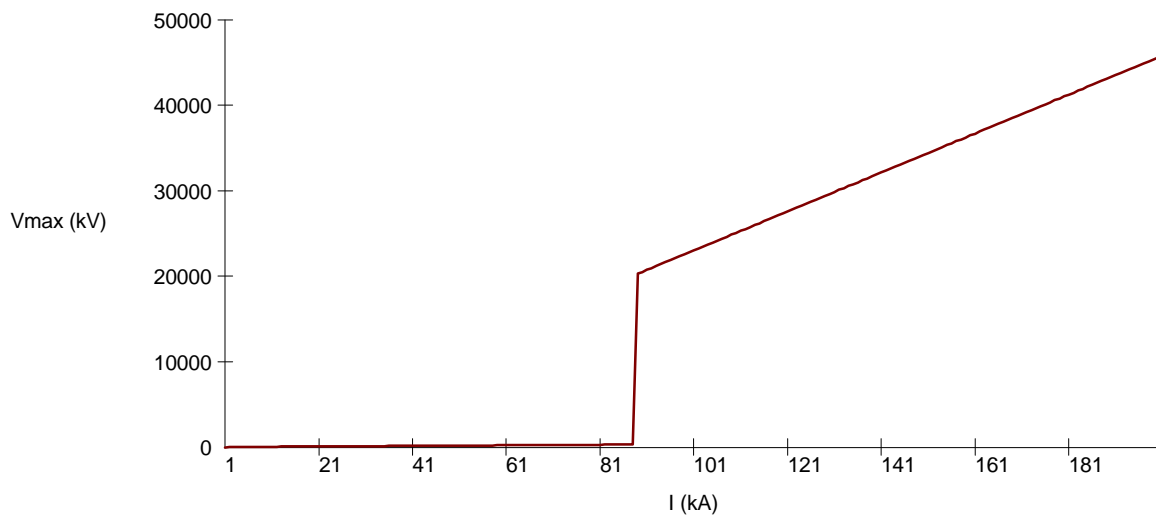


Figura 4.17. Influencia de I (descargas directas / descargas a tierra).

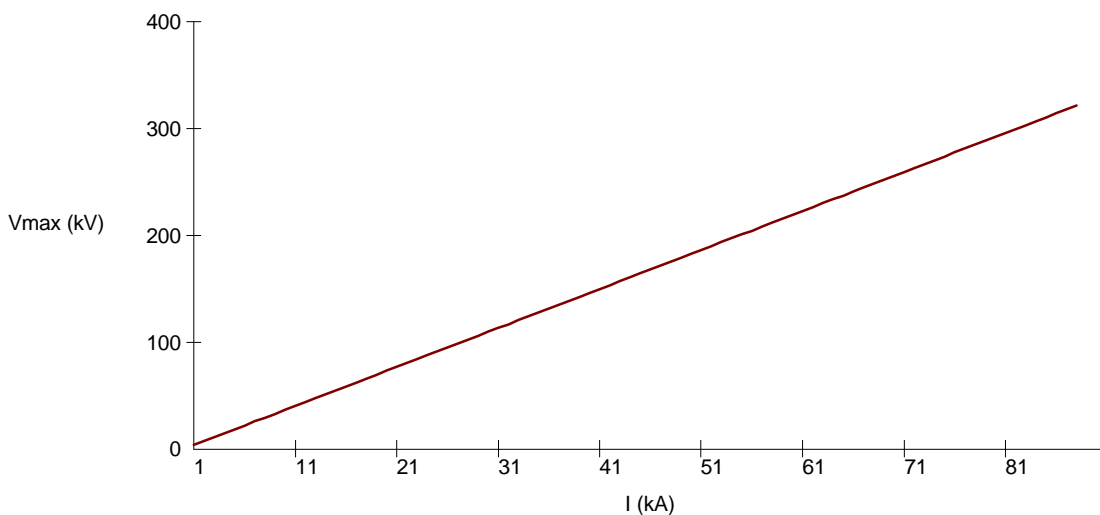


Figura 4.18. Influencia de I (descargas a tierra).

a tierra, mientras que en la segunda zona la tensión aparece en la línea por impacto directo del rayo en alguno de sus conductores. Al igual que se comentó en el estudio anterior, en la primera zona la tensión se calcula utilizando la expresión (4.20) y en la segunda zona a partir de la expresión (4.6). En la figura 4.18 se puede ver más claramente la evolución de la tensión originada por descargas a tierra.

#### Influencia de la velocidad de retorno del rayo

La figura 4.19 muestra la variación de la tensión inducida manteniendo constantes los siguientes valores

- $I = 30 \text{ kA}$  intensidad de la descarga
- $y = 100 \text{ m}$  distancia perpendicular entre la descarga y la línea

y variando la velocidad de retorno del rayo entre 30000 y 150000 km/s. En la figura se aprecia la relación lineal entre tensión inducida y velocidad de retorno. Por otra parte, de la expresión (4.20) se deduce que la tensión inducida también es directamente proporcional a la intensidad máxima de la descarga por lo que mientras solo se originen tensiones inducidas la pendiente de la recta será también proporcional a la intensidad máxima de la descarga.

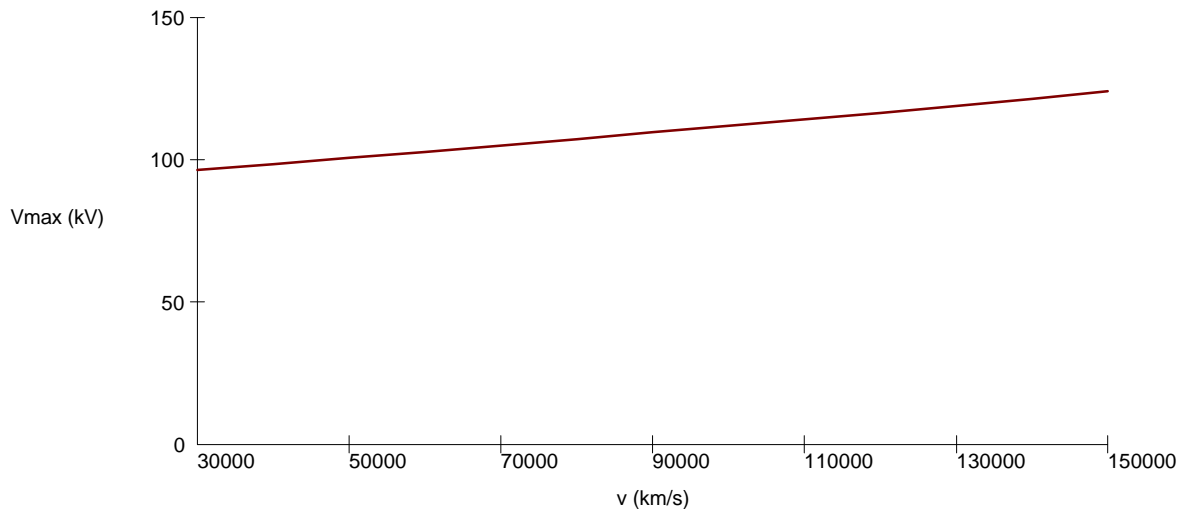


Figura 4.19. Influencia de  $v$  (descargas a tierra).

#### 4.4.2.2. Método de Chowdhuri

##### Influencia de la distancia perpendicular entre línea y descarga

En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $I = 10$  kA                      intensidad de la descarga
- $t_f = 2$   $\mu$ s                      tiempo de frente de la onda de corriente del rayo
- $t_h = 50$   $\mu$ s                      tiempo al valor medio de la corriente máxima del rayo
- $v = 90000$  km/s              velocidad de retorno del rayo

La distancia perpendicular entre descarga y línea se ha variado entre 0 m y 500 m. La figura 4.20 muestra como varía la tensión máxima que aparece en la línea en función de la localización de la descarga. Tal como se vio en el apartado 4.4.2.1, el gráfico se encuentra dividido en dos zonas, las correspondientes a descargas directas y a tierra respectivamente. Los valores de la tensión debida a descargas directas son similares a los mostrados por la figura 4.15. Nuevamente, el valor de la tensión es constante y debido a descargas directas a la línea mientras no se supere la distancia mínima,  $y_{min}$ , que está nuevamente alrededor de 34 m. A partir de este punto la tensión que aparece en la línea es debida exclusivamente a descargas a tierra. La figura 4.21 muestra la parte de gráfico debida a este último tipo de descargas. Se puede observar que es un gráfico similar al obtenido utilizando la fórmula de Rusck, aunque ahora los valores de tensión son más pequeños con distancias cortas entre línea y descarga, y el gráfico es más lineal.

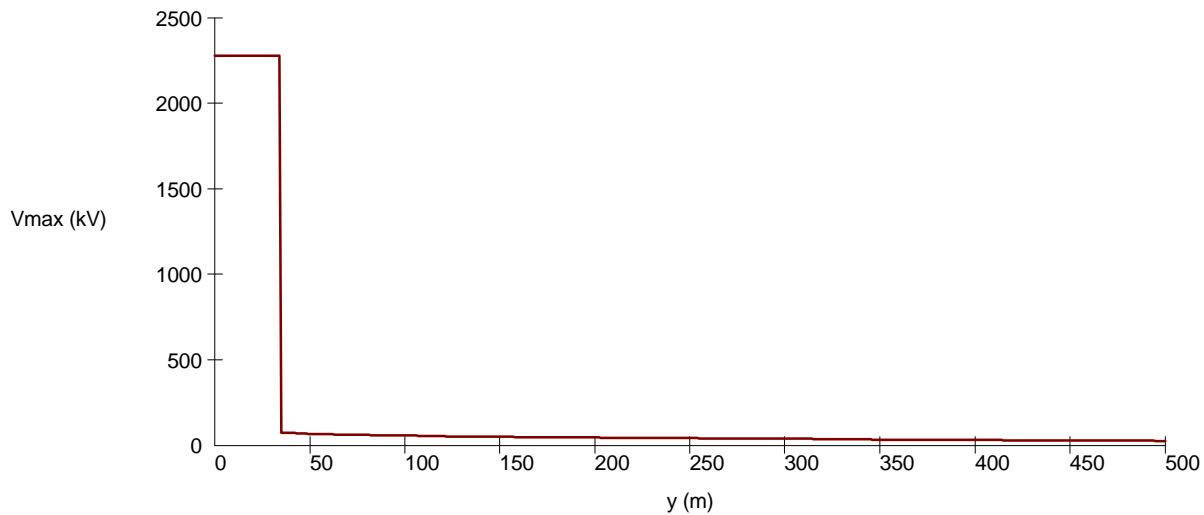


Figura 4.20. Influencia de  $y$  (descargas directas / descargas a tierra).

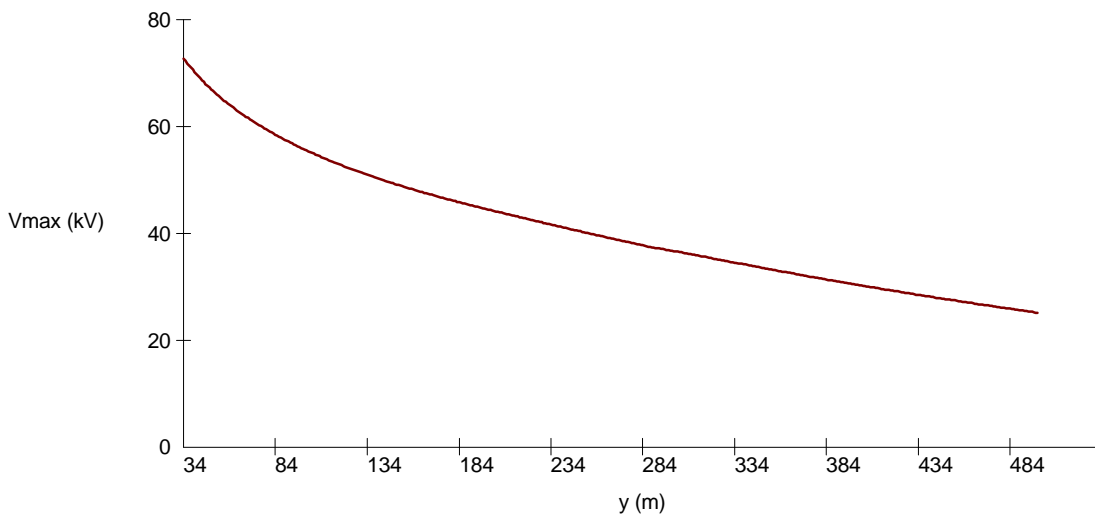


Figura 4.21. Influencia de  $y$  (descargas a tierra).

### Influencia de la intensidad de la descarga

En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $t_f = 2 \mu s$  tiempo de frente de la onda de corriente del rayo
- $t_h = 50 \mu s$  tiempo al valor medio de la corriente máxima del rayo
- $y = 100$  m distancia perpendicular entre la descarga y la línea
- $v = 90000$  km/s velocidad de retorno del rayo

La intensidad de la descarga se ha variado entre 1 kA y 200 kA. La figura 4.22 muestra como varía la tensión que aparece en la línea en todo el rango de intensidades, es decir, sobretensiones debidas a descargas que caen a tierra hasta que se alcanzan aproximadamente los 90 kA, y sobretensiones debidas a descargas directas a los conductores de fase hasta los 200 kA. En la figura 4.23 se puede ver más claramente la evolución de la tensión debida a descargas a tierra. Ambos gráficos son similares a los obtenidos en el apartado 4.4.2.1, figuras 4.17 y 4.18 respectivamente. La única diferencia radica en el valor de las tensiones debidas a descargas a tierra porque el método utilizado es diferente. En igualdad de condiciones, con el método de Chowdhuri el valor de la pendiente es mayor.

### Influencia del tiempo de frente

De las expresiones (4.6) y (4.46) se deduce que el tiempo de frente de la onda de corriente del rayo solo interviene en el cálculo de la tensión inducida en la línea por descargas que caen a tierra. Por tanto, en este estudio solamente se tendrán en cuenta este tipo de descargas.

En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $I = 10 \text{ kA}$  intensidad de la descarga
- $t_h = 50 \text{ }\mu\text{s}$  tiempo al valor medio de la corriente máxima del rayo
- $y = 100 \text{ m}$  distancia perpendicular entre la descarga y la línea
- $v = 90000 \text{ km/s}$  velocidad de retorno del rayo

Se ha variado el tiempo de frente entre  $0.5 \text{ }\mu\text{s}$  y  $10.5 \text{ }\mu\text{s}$  por ser estos valores extremos los más usuales. No obstante, se debe de tener en cuenta que el valor más frecuente está alrededor de  $2 \text{ }\mu\text{s}$ . La figura 4.24 muestra como la tensión máxima disminuye de manera considerable con el aumento del tiempo de frente.

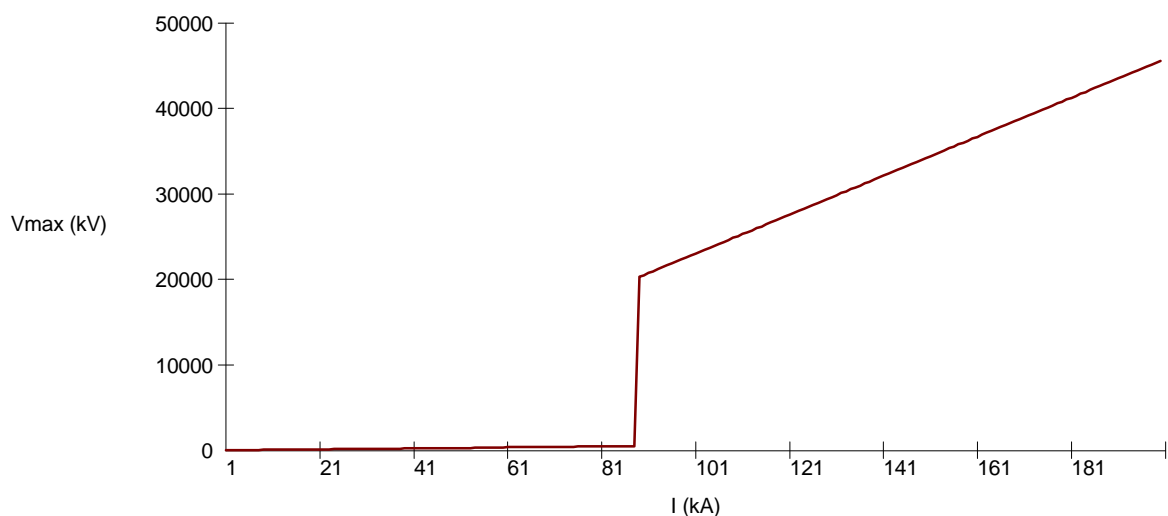


Figura 4.22. Influencia de I (descargas directas / descargas a tierra).

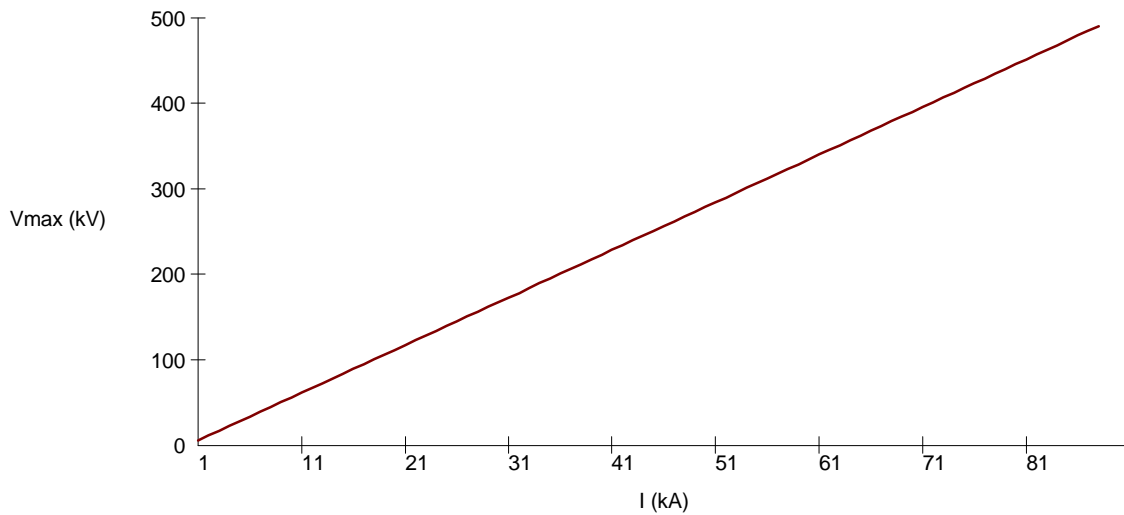


Figura 4.23. Influencia de  $I$  (descargas a tierra).

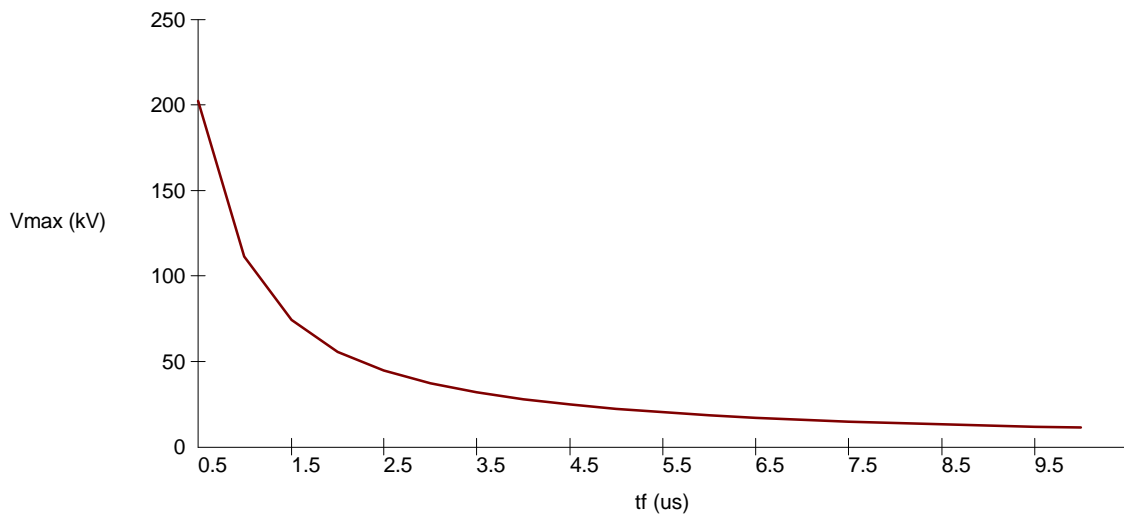


Figura 4.24. Influencia de  $t_f$  (descargas a tierra).

### Influencia de la velocidad de retorno del rayo

Al igual que el tiempo de frente, la velocidad de retorno del rayo solo interviene en el cálculo de la tensión por descargas a tierra.

En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $I = 30$  kA                      intensidad de la descarga
- $t_f = 2$   $\mu s$                       tiempo de frente de la onda de corriente del rayo
- $t_h = 50$   $\mu s$                       tiempo al valor medio de la corriente máxima del rayo
- $y = 100$  m                      distancia perpendicular entre la descarga y la línea



La velocidad de retorno del rayo se ha variado entre 30000 km/s y 150000 km/s. La figura 4.25 muestra como varía la tensión máxima que aparece en la línea en función de este parámetro. Se puede observar que la tensión máxima disminuye de manera considerable con el aumento de la velocidad de retorno del rayo. Si se compara este gráfico con el mostrado por la figura 4.19, se puede ver claramente la diferencia más importante entre la fórmula de Rusck y el método de Chowdhuri: con la fórmula de Rusck la tensión aumenta ligeramente al aumentar la velocidad de retorno, mientras que con el de Chowdhuri la tensión disminuye considerablemente. Además, los valores de tensión solamente son comparables en orden de magnitud a partir de unos 90000 km/s.

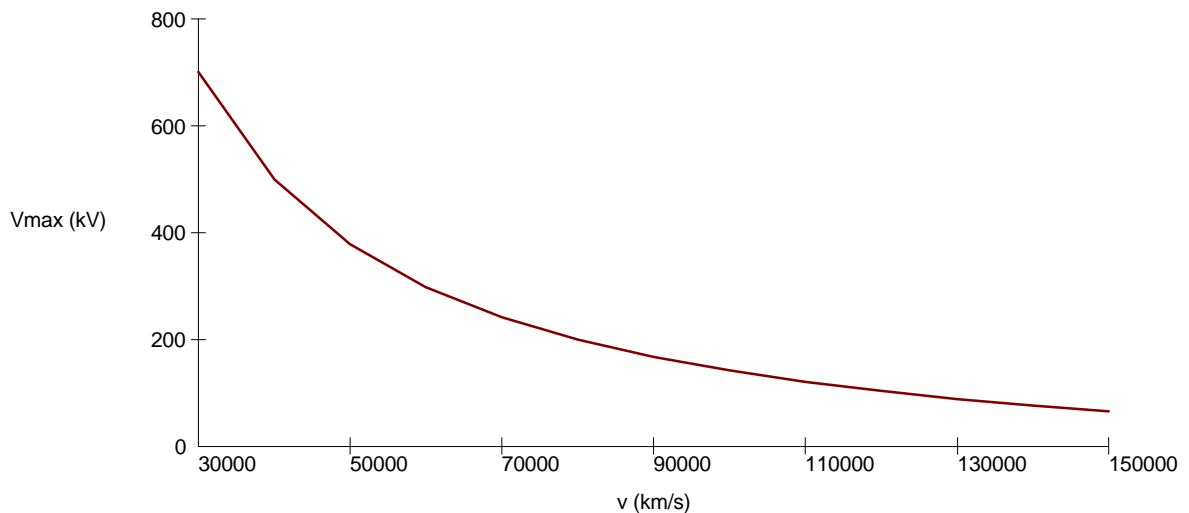


Figura 4.25. Influencia de  $v$  (descargas a tierra).

#### 4.4.3. Estudio paramétrico en líneas con cable de tierra

En este apartado se estudiarán los efectos de los parámetros más importantes que intervienen en el cálculo de sobretensiones originadas por rayos directos a la línea, conductores o cable de tierra, y directos a tierra. La figura 4.26 muestra la configuración de los conductores de la línea empleada en este estudio.

##### 4.4.3.1. Fórmula de Rusck

##### Influencia de la distancia perpendicular entre línea y descarga

En este estudio se han mantenido los siguientes valores constantes

- $I = 10 \text{ kA}$  intensidad de la descarga
- $v = 90000 \text{ km/s}$  velocidad de retorno del rayo

La distancia perpendicular entre descarga y línea se ha variado entre 0 m y 500 m. La figura 4.27 muestra como varía la tensión que aparece en la línea en función de esta distancia. El gráfico se encuentra dividido en tres zonas. La primera zona corresponde a cebados inversos, o sea descargas que impactan en el cable de tierra. En esta zona la tensión permanece constante ya que su valor no depende de este parámetro. En la segunda zona, que se encuentra localizada aproximadamente entre 32 m y 34 m, la línea no se encuentra apantallada por el cable de tierra.

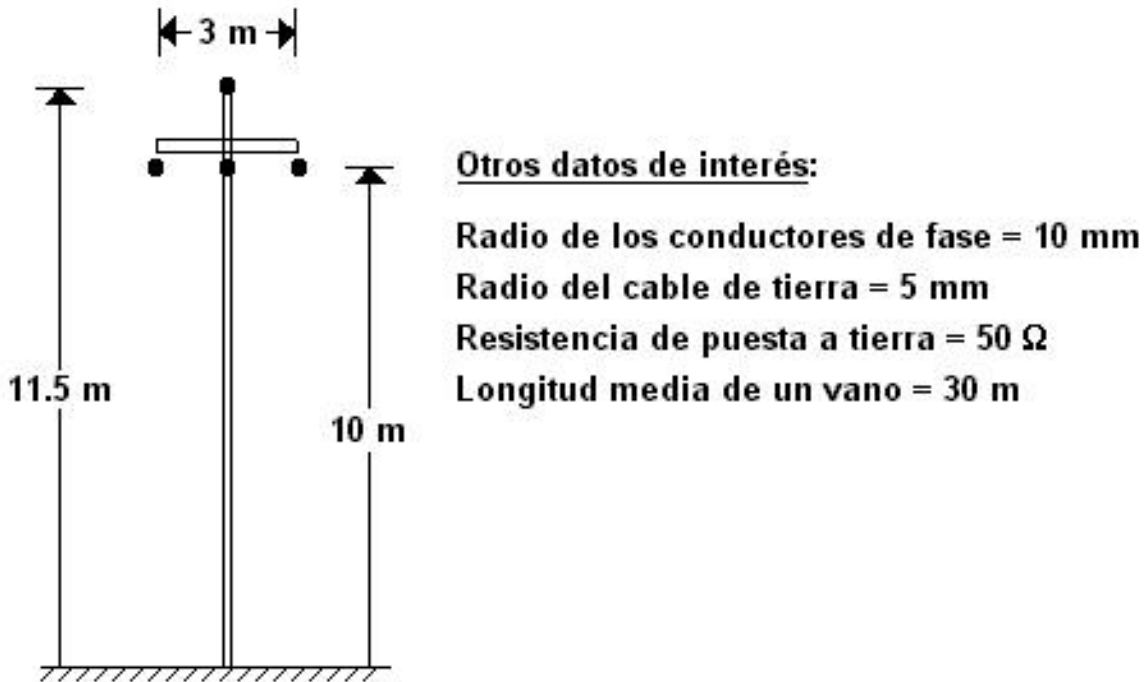


Figura 4.26. Configuración de la línea.

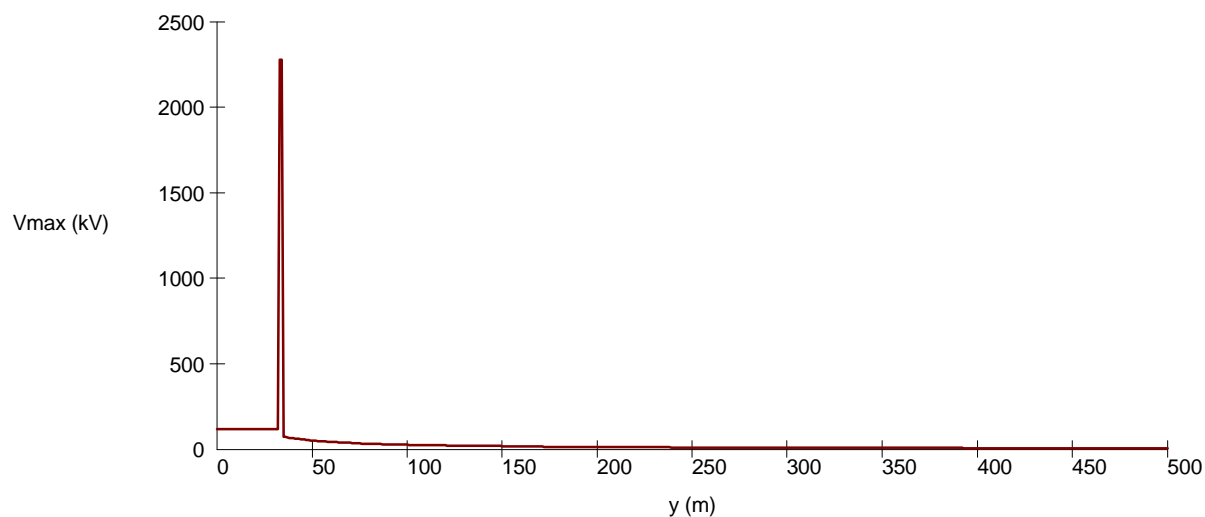
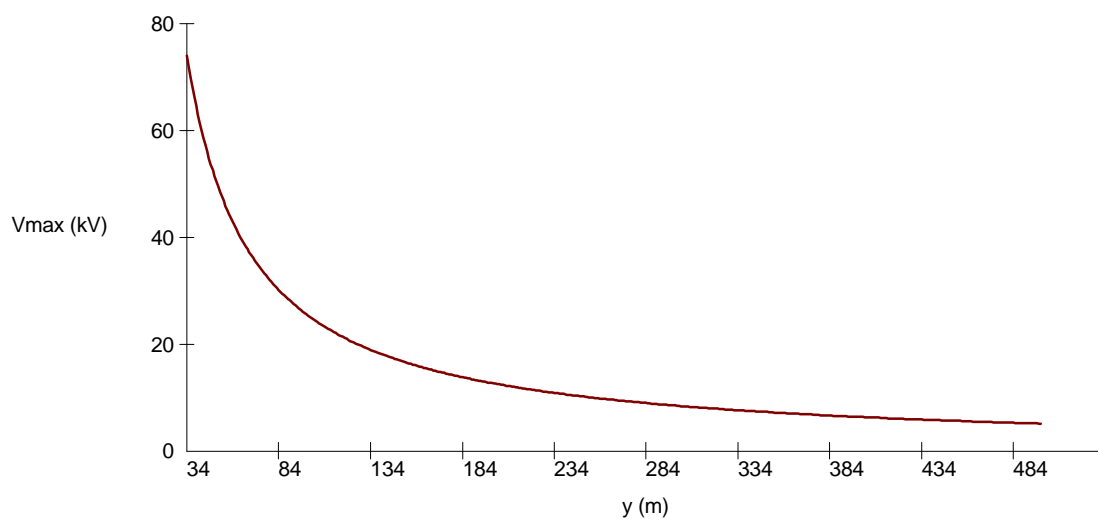
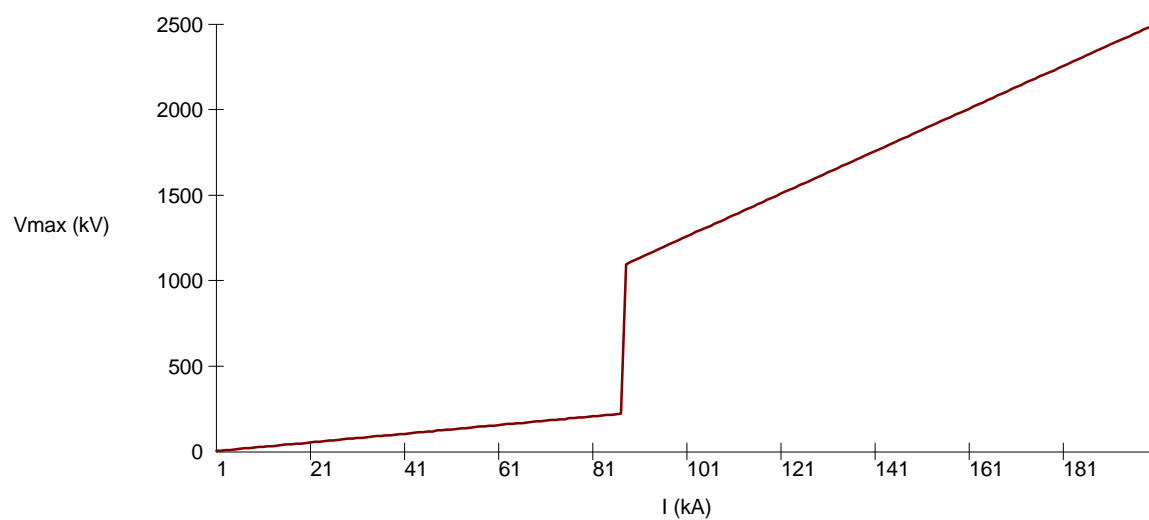
La tensión es debida al impacto del rayo en un conductor de fase, de ahí su elevado valor. A partir de este punto la tensión que aparece en la línea es debida a descargas que caen a tierra. La figura 4.28 muestra solamente la parte de gráfico debido a descargas a tierra.

#### Influencia de la intensidad de la descarga

En este estudio se han mantenido los siguientes valores constantes

- $y = 100$  m                      distancia perpendicular entre la descarga y la línea
- $v = 90000$  km/s              velocidad de retorno del rayo

La intensidad de la descarga se ha variado entre 1 kA y 200 kA. La figura 4.29 muestra como varía la tensión que aparece en la línea en función de la intensidad del rayo. A partir de la figura 4.4 se podrá entender mejor la influencia de este parámetro. Hasta una intensidad de 14 kA la línea no se encuentra apantallada efectivamente por el cable de tierra, es decir, existirá una cierta probabilidad de que caigan descargas en los conductores de fase. A partir de 14 kA los impactos del rayo solamente irán a parar al cable de tierra o a tierra. En este ejemplo la línea se encuentra efectivamente apantallada por el cable de tierra, por tanto, solamente existirán dos zonas, la correspondiente a descargas que caen a tierra (desde 1 kA hasta unos 90 kA), y la zona correspondiente a impactos del rayo sobre el cable de tierra (a partir de 90 kA). La figura 4.30 muestra solamente la parte de gráfico debido a descargas a tierra.

Figura 4.27. Influencia de  $y$  (descargas directas / descargas a tierra).Figura 4.28. Influencia de  $y$  (descargas a tierra).Figura 4.29. Influencia de  $I$  (descargas directas / descargas a tierra).

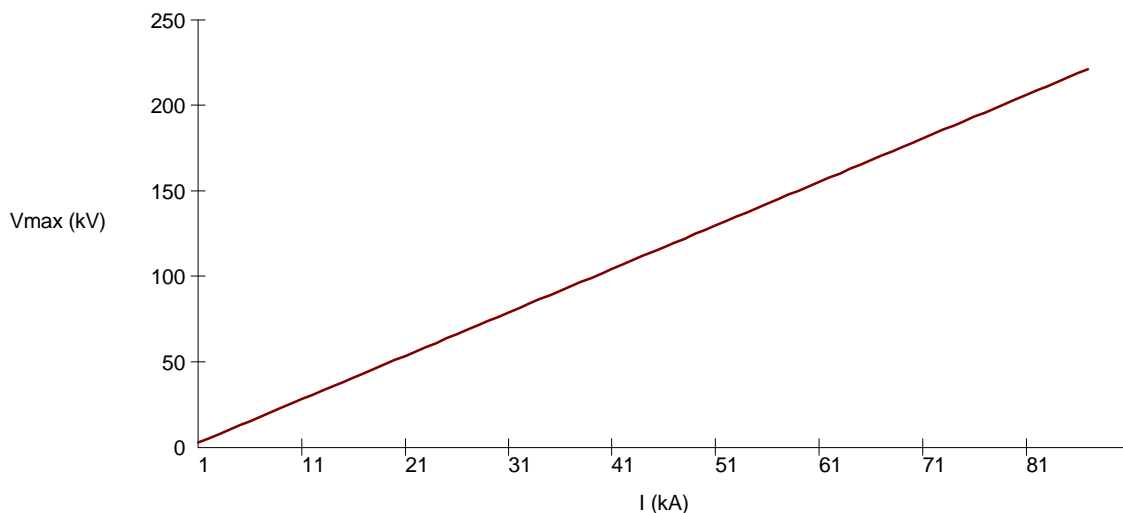


Figura 4.30. Influencia de I (descargas a tierra).

#### Influencia de la velocidad de retorno del rayo

En este estudio se han mantenido los siguientes valores constantes

- $I = 30 \text{ kA}$  intensidad de la descarga
- $y = 100 \text{ m}$  distancia perpendicular entre la descarga y la línea

La velocidad de retorno del rayo se ha variado entre 30000 km/s y 150000 km/s. Tal como se comentó en el apartado 4.4.2.1, solamente se tendrán en cuenta las descargas a tierra. La figura 4.31 muestra como varía la tensión que aparece en la línea en función de la velocidad de retorno del rayo. Tal como se observó cuando la línea no tenía cable de tierra, el valor de la tensión evoluciona linealmente con la velocidad, es decir, cuanto mayor es la velocidad de retorno de la descarga mayor es la tensión que se induce en la línea, aunque esta variación es pequeña.

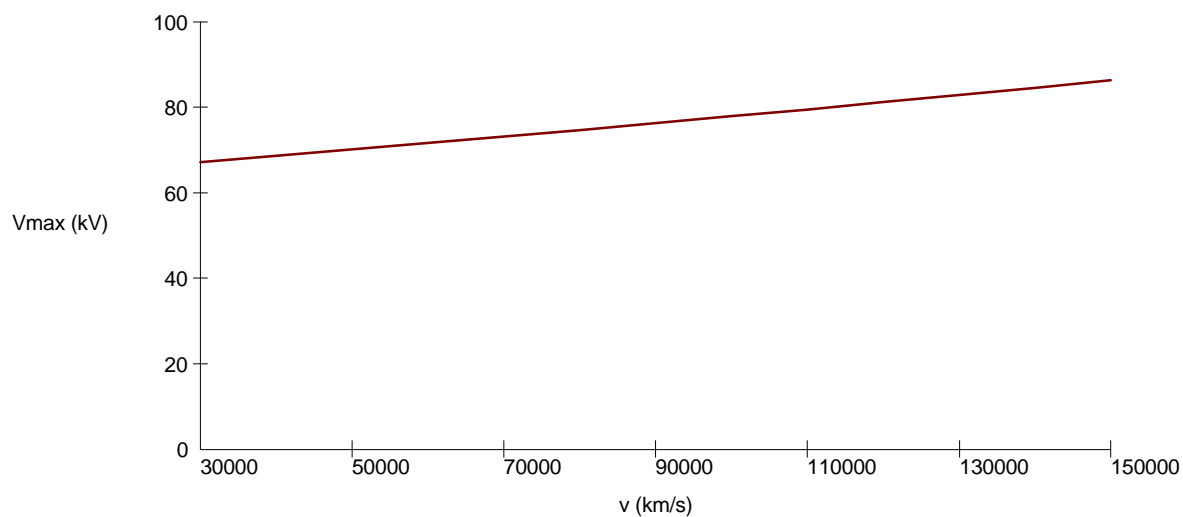
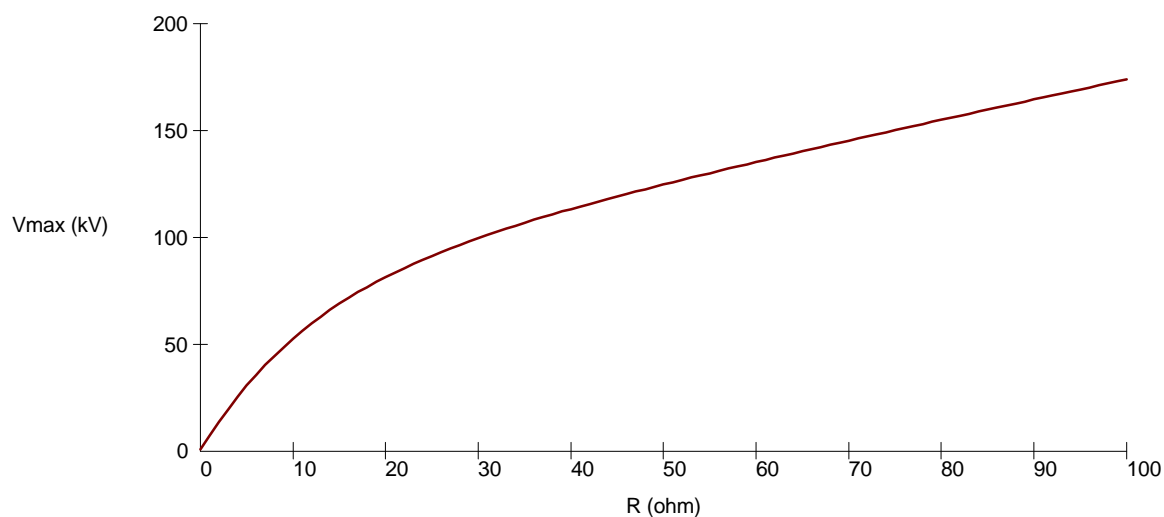
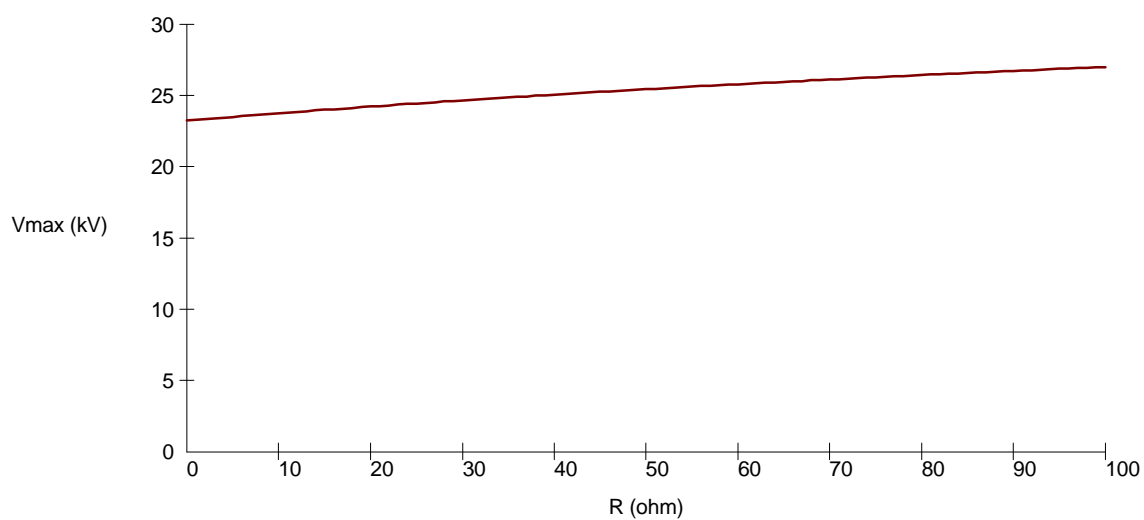
#### Influencia de la resistencia de puesta a tierra

Este estudio se ha dividido en dos partes diferentes

- influencia de la resistencia de puesta a tierra de los postes en el cálculo de la tensión debida a cebados inversos
- influencia de la resistencia de puesta a tierra de los postes en el cálculo de la tensión debida a descargas que caen a tierra en las cercanías de la línea.

En el primer estudio (cebados inversos) se han mantenido los siguientes valores constantes

- $I = 10 \text{ kA}$  intensidad de la descarga
- $y = 20 \text{ m}$  distancia perpendicular entre la descarga y la línea (este distancia indica que el impacto tendrá lugar en el cable de tierra)

Figura 4.31. Influencia de  $v$  (descargas a tierra).Figura 4.32. Influencia de  $R$  (descargas directas al cable de tierra).Figura 4.33. Influencia de  $R$  (descargas a tierra).

La resistencia de puesta a tierra se ha variado entre  $0 \Omega$  y  $100 \Omega$ . La figura 4.32 muestra como varía la tensión que aparece en la línea en función de este parámetro. El valor de la tensión aumenta de manera considerable con el aumento del valor de la resistencia.

En el segundo estudio (descargas a tierra) se han mantenido constantes los mismos valores que se han utilizado en el estudio anterior a excepción de

- $y = 100 \text{ m}$  distancia perpendicular entre la descarga y la línea
- $v = 90000 \text{ km/s}$  velocidad de retorno del rayo

La resistencia de puesta a tierra se ha variado nuevamente entre  $0 \Omega$  y  $100 \Omega$ . La figura 4.33 muestra como varía la tensión que aparece en la línea en función de la resistencia de puesta a tierra. En este estudio, el valor de la tensión evoluciona linealmente con la resistencia, aunque su variación es pequeña.

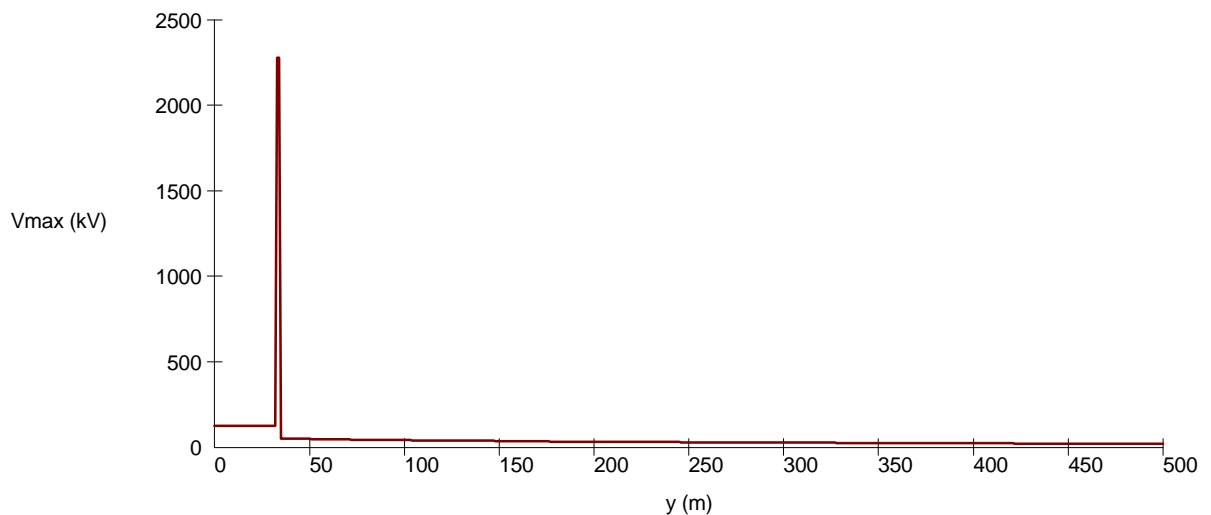
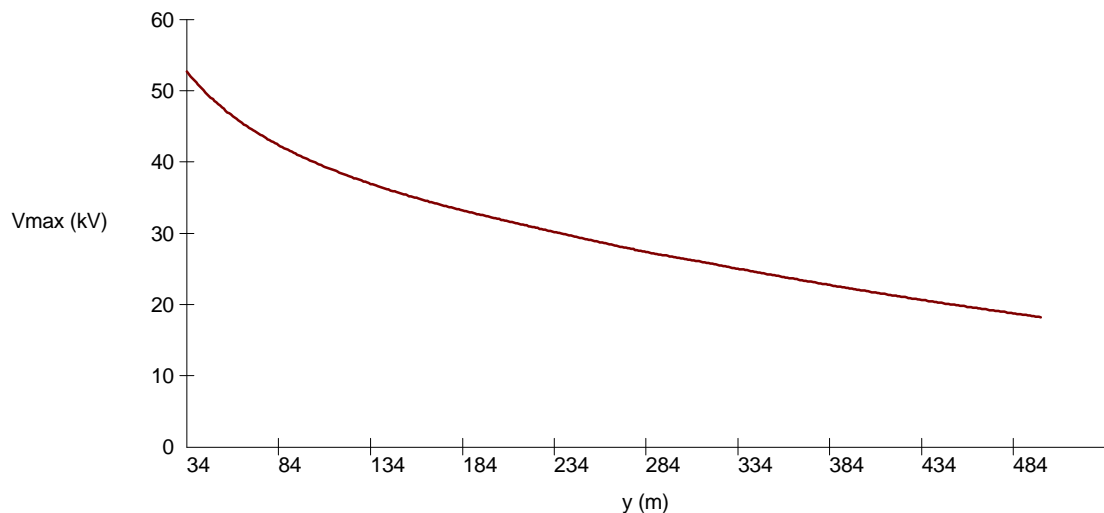
#### **4.4.3.2. Método de Chowdhuri**

##### Influencia de la distancia perpendicular entre línea y descarga

En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $I = 10 \text{ kA}$  intensidad de la descarga
- $t_f = 2 \mu\text{s}$  tiempo de frente de la onda de corriente del rayo
- $t_h = 50 \mu\text{s}$  tiempo al valor medio de la corriente máxima del rayo
- $v = 90000 \text{ km/s}$  velocidad de retorno del rayo

La distancia perpendicular entre descarga y línea se ha variado entre  $0 \text{ m}$  y  $500 \text{ m}$ . La figura 4.34 muestra como varía la tensión que aparece en la línea en función de este parámetro. Esta figura es similar a la obtenida con la fórmula de Rusck, figura 4.27, mostrando tres zonas bien diferenciadas, la debida a cebados inversos, a descargas directas y a descargas a tierra, respectivamente. La figura 4.35 muestra solamente la parte del gráfico anterior debida a descargas a tierra.

Figura 4.34. Influencia de  $y$  (descargas directas / descargas a tierra).Figura 4.35. Influencia de  $y$  (descargas a tierra).

### Influencia de la intensidad de la descarga

En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $t_f = 2 \mu s$  tiempo de frente de la onda de corriente del rayo
- $t_h = 50 \mu s$  tiempo al valor medio de la corriente máxima del rayo
- $y = 100$  m distancia perpendicular entre la descarga y la línea
- $v = 90000$  km/s velocidad de retorno del rayo

La intensidad de la descarga se ha variado entre 1 kA y 200 kA. La figura 4.36 muestra como varía la tensión que se origina en la línea en función de la intensidad de pico del rayo. El gráfico es similar al obtenido con la fórmula de Rusck, figura 4.29. Tal como se comentó entonces, en este ejemplo solo aparecen dos zonas, la debida a descargas a tierra hasta que la intensidad toma por valor aproximadamente 90 kA, y la zona debida a cebados inversos desde 90 kA hasta 200 kA. La figura 4.37 muestra la primera parte del gráfico, las descargas a tierra.

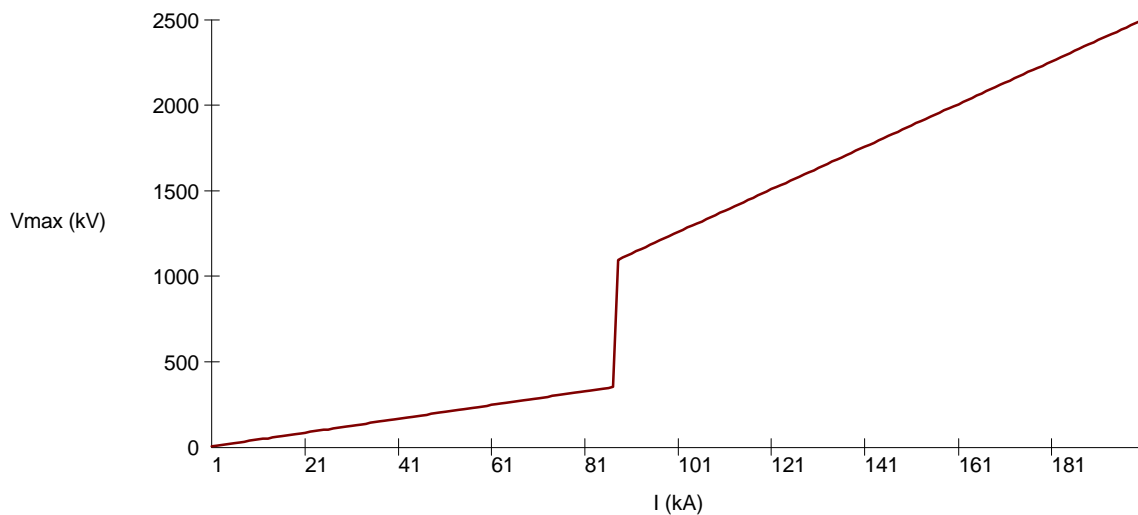


Figura 4.36. Influencia de  $I$  (descargas directas / descargas a tierra).

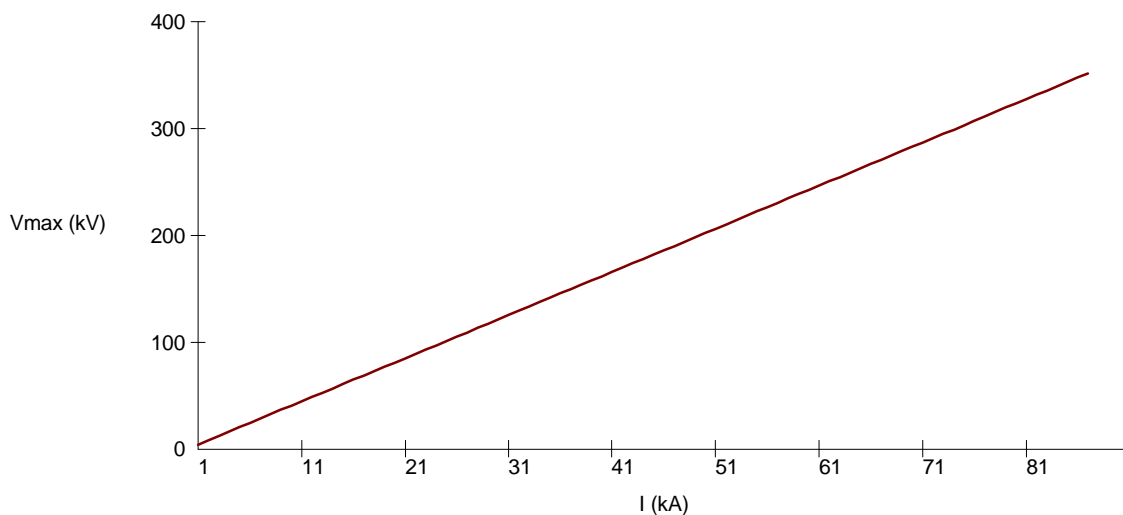


Figura 4.37. Influencia de  $I$  (descargas a tierra).

### Influencia del tiempo de frente

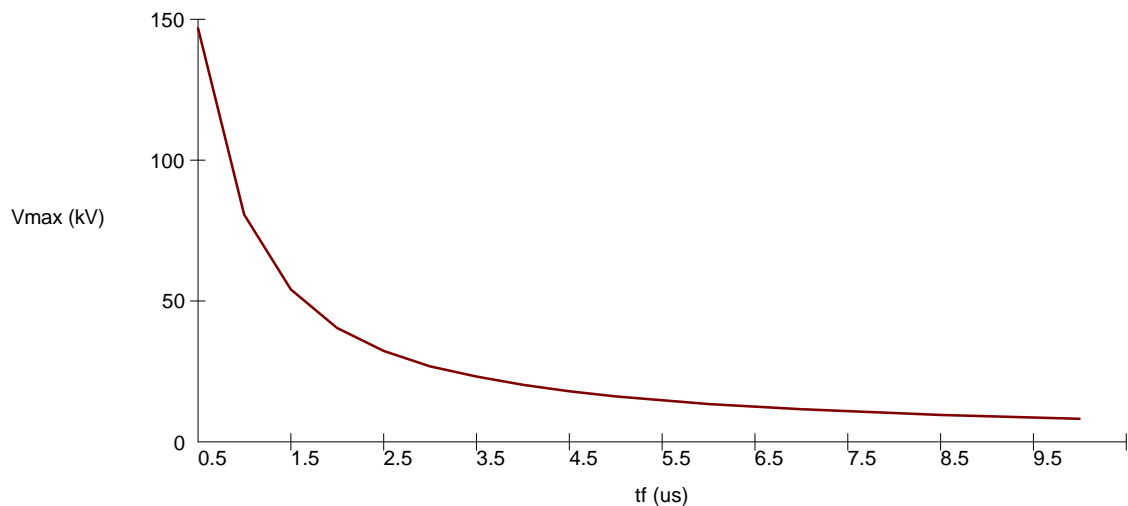
En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $I = 10$  kA                      intensidad de la descarga
- $t_h = 50$   $\mu$ s                      tiempo al valor medio de la corriente máxima del rayo
- $y = 100$  m                      distancia perpendicular entre la descarga y la línea
- $v = 90000$  km/s                      velocidad de retorno del rayo

Tal como se comentó en el apartado 4.4.2.2, el tiempo de frente solo interviene en el cálculo de la tensión inducida en la línea por descargas que caen a tierra en sus cercanías.

Este parámetro se ha variado entre  $0.5$   $\mu$ s y  $10.5$   $\mu$ s. La figura 4.38 muestra como varía la tensión inducida en la línea en función del tiempo de frente. Esta figura es similar a la obtenida con el mismo método pero sin el apantallamiento del cable de tierra, figura 4.24, la única diferencia es que ahora la tensión se ve reducida por el efecto del cable de tierra.



Figura 4.38. Influencia de  $t_f$  (descargas a tierra).

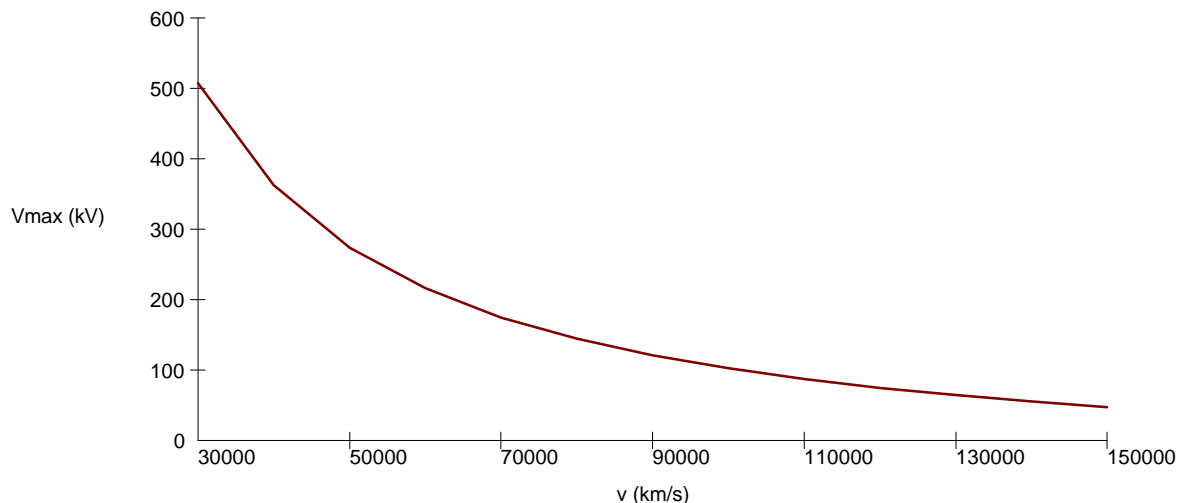
### Influencia de la velocidad de retorno del rayo

En este estudio se han mantenido constantes los siguientes valores

- $I = 10$  kA                      intensidad de la descarga
- $t_f = 2$   $\mu$ s                      tiempo de frente de la onda de corriente del rayo
- $t_h = 50$   $\mu$ s                      tiempo al valor medio de la corriente máxima del rayo
- $y = 100$  m                      distancia perpendicular entre la descarga y la línea

Al igual que en el estudio anterior, este parámetro solo interviene en el cálculo de la tensión inducida en la línea por descargas a tierra.

La velocidad se ha variado entre 30000 km/s y 150000 km/s. La figura 4.39 muestra la variación de la tensión con la velocidad de retorno del rayo. Este gráfico es similar al calculado con el mismo método pero sin cable de tierra, figura 4.25, aunque ahora la tensión se ve afectada por el efecto del cable de tierra.

Figura 4.39. Influencia de  $v$  (descargas a tierra).

## 4.5. CÁLCULO DE SOBRETENSIONES MEDIANTE EMTP/ATP

### 4.5.1. Introducción

El cálculo de sobretensiones de origen atmosférico, y por tanto la evolución del comportamiento de líneas aéreas frente al rayo, puede realizarse con cierta precisión mediante simulación digital y el empleo de modelos matemáticos rigurosos para todos los componentes. El EMTP/ATP no dispone de ningún modelo de línea aérea adecuado para el cálculo de sobretensiones inducidas por rayos; sin embargo, dispone de prestaciones en las que los usuarios se pueden basar para desarrollar sus propios modelos. Tanto el ATP como otros programas tipo EMTP ya han sido empleados en el cálculo de sobretensiones inducidas por rayos. No obstante, el modelo presentado en este documento presenta algunas diferencias respecto a estos modelos y aunque puede ser empleado con líneas de cualquier longitud la aplicación original es el cálculo de sobretensiones inducidas en líneas de longitud indefinida.

En los siguientes apartados se describirán los modelos que van a ser empleados con el programa EMTP/ATP para representar una línea aérea si el cálculo de la tensión se realiza mediante simulación digital. El procedimiento que se ha seguido con descargas a tierra utiliza el modelo de Chowdhuri para representar el acoplamiento entre la línea y los campos inducidos por el rayo; por este motivo también se presenta un estudio de validación del modelo desarrollado en EMTP/ATP, comparándolo con los resultados obtenidos mediante el método de Chowdhuri.

### 4.5.2. Sobretensiones originadas por rayos directos

La figura 4.40 muestra un esquema de línea aérea tal como es representada en el cálculo de sobretensiones originadas por rayos directos a un conductor de fase en una línea sin apantallar.

A continuación se resume la representación empleada para cada componente de la línea

#### a) Conductores de fase

La línea es representada por tramos cuya longitud es la de un vano. La representación de cada vano se realiza mediante un modelo trifásico con parámetros distribuidos, sin tener en cuenta la dependencia con la frecuencia. El cálculo de los parámetros se realiza a una frecuencia de 500 kHz.

Puesto que las tensiones más elevadas se producirán en el punto de impacto, solo será necesario considerar los postes cercanos a este punto. En este estudio la línea se ha representado mediante tres secciones o tramos de longitud igual a la de un vano.

#### b) Terminación de la línea

Para poder reproducir el proceso transitorio como si la línea fuese de longitud infinita, por un lado se ha añadido un tramo de 3 km a cada uno de los vanos más externos de la línea, y por otro, los extremos de la línea se han conectado a tierra a través de una matriz de resistencias, que es igual a la matriz de impedancias características de la línea, con el fin de evitar la reflexión de las ondas de tensión.

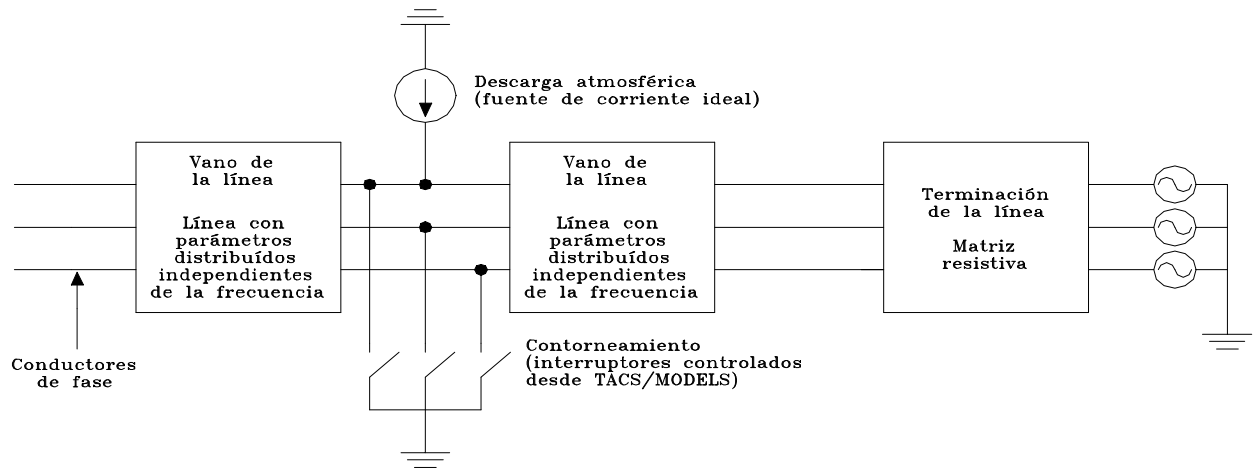


Figura 4.40. Esquema equivalente de línea. Descargas directas a los conductores de fase.

#### c) Tensiones a frecuencia de operación

La sobretensión máxima que se origina en una línea aérea por descargas atmosféricas depende no solo de la sobretensión que origina la corriente del rayo sino también de la tensión de operación en el momento de producirse el impacto. El valor de la tensión en cada fase se calcula de forma aleatoria con una distribución uniforme del ángulo de fase entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ .

En líneas de distribución la aportación de esta tensión en el cálculo de sobretensiones por rayos directos es prácticamente despreciable.

#### d) Corriente del rayo

El rayo se representa mediante una fuente de corriente con forma en doble rampa, cuyos parámetros se calculan de forma aleatoria siguiendo las leyes estadísticas estudiadas en el capítulo 3.

#### e) Contorneamiento

El contorneamiento en la línea se evaluará mediante interruptores controlados desde MODELS. La tensión entre cualquiera de las fases y tierra se pasa a la sección MODELS en donde se compara su valor con el de la tensión crítica de contorneamiento. En caso de que este valor sea sobrepasado se detiene la simulación.

La representación en el caso de que la línea tenga cable de tierra y la descarga impacte directamente en este cable se realiza con directrices muy semejantes a las empleadas con descargas directas a conductores de fase. La figura 4.41 muestra un esquema de esta representación.

Las diferencias entre este caso y el anterior son básicamente dos

- la representación de cada tramo de la línea y de los tramos exteriores de 3 km incluyen el cable o conductor de tierra
- en el modelo se incluye la representación de los postes, que se representan mediante una inductancia (cable de conexión entre el cable de tierra y tierra) y la resistencia de puesta a tierra.

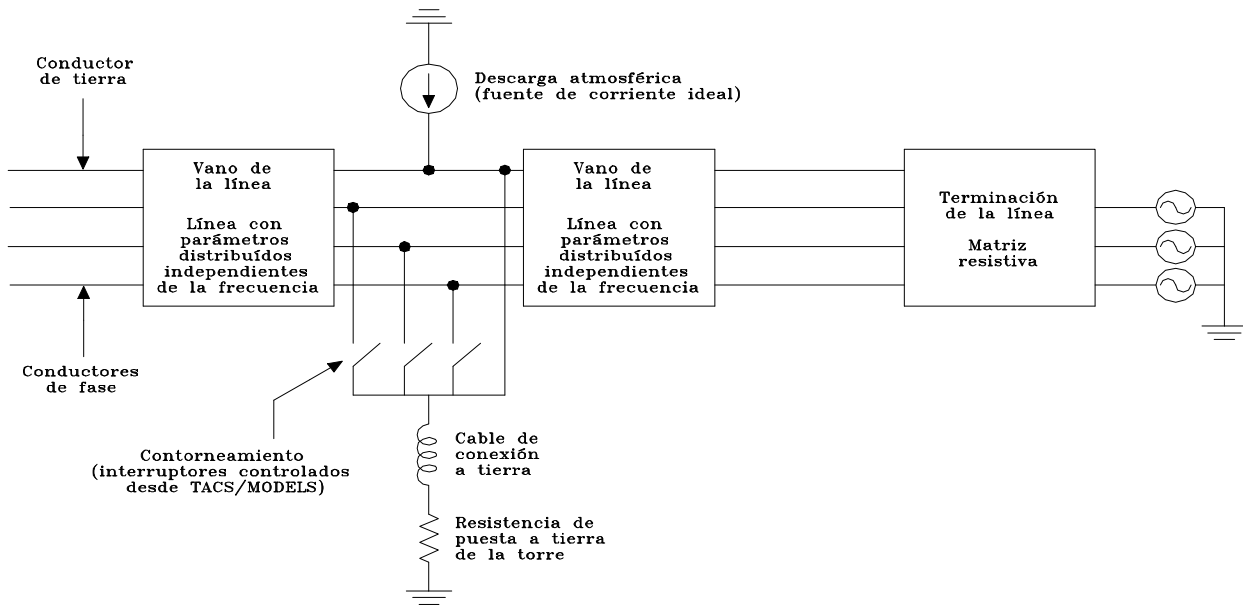


Figura 4.41. Esquema equivalente de línea. Descargas directas a un cable de tierra.

### 4.5.3. Sobretensiones originadas por rayos a tierra

#### 4.5.3.1. Cálculo de sobretensiones

En primer lugar se deducen las ecuaciones de una línea monofásica, y posteriormente las de una línea polifásica.

##### Líneas monofásicas

Las ecuaciones diferenciales de una línea monofásica, ver expresión (4.30), se pueden aproximar por diferencias finitas

$$\frac{v(n+1, j) - v(n, j)}{\Delta x} = -L \frac{i(n, j+1) - i(n, j)}{\Delta t} \quad (4.54)$$

$$\frac{i(n+1, j) - i(n, j)}{\Delta x} = -C \frac{v(n, j+1) - v(n, j)}{\Delta t} + C \frac{v_i(n, j+1) - v_i(n, j)}{\Delta t}$$

Si se eliminan los denominadores de la expresión anterior

$$v(n+1, j) - v(n, j) = -L [i(n, j+1) - i(n, j)] \cdot \Delta x / \Delta t \quad (4.55)$$

$$i(n+1, j) - i(n, j) = -C [v(n, j+1) - v(n, j)] \cdot \Delta x / \Delta t + C [v_i(n, j+1) - v_i(n, j)] \cdot \Delta x / \Delta t$$

La inductancia y la capacidad de una línea aérea ideal se encuentran relacionadas con su impedancia característica de la siguiente forma

$$L \Delta x / \Delta t = Z_c \quad (4.56)$$

$$C \Delta x / \Delta t = 1/Z_c$$

De sustituir (4.56) en (4.55) resulta

$$v(n+1, j) - v(n, j) = -Z_c [i(n, j+1) - i(n, j)] \quad (4.57)$$

$$[v(n, j+1) - v(n, j)] - [v_i(n, j+1) - v_i(n, j)] = -Z_c [i(n+1, j) - i(n, j)]$$

Finalmente, si se reordenan y se restan las dos ecuaciones se obtiene la siguiente expresión

$$v(n, j+1) - Z_c i(n, j+1) = v(n+1, j) - Z_c i(n+1, j) + v_i(n, j+1) - v_i(n, j) \quad (4.58)$$

Si se aplica la expresión (4.58) de forma recursiva se obtiene

$$\begin{aligned} v(n, j+1) - Z_c i(n, j+1) &= \\ &= v(n+1, j) - Z_c i(n+1, j) + v_i(n, j+1) - v_i(n, j) = \\ &= v(n+2, j-1) - Z_c i(n+2, j-1) + \{v_i(n, j+1) - v_i(n, j) + \\ &\quad + v_i(n+1, j) - v_i(n+1, j-1)\} \\ &= v(n+3, j-2) - Z_c i(n+3, j-2) + \{v_i(n, j+1) - v_i(n, j) + \\ &\quad + v_i(n+1, j) - v_i(n+1, j-1) + \\ &\quad + v_i(n+2, j-1) - v_i(n+2, j-2)\} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Si la fórmula anterior se empieza con  $n_x = 0$  y  $n_t = j$

$$v(0, j) - Z_c i(0, j) = v(n, j-n) - Z_c i(n, j-n) + \sum_{q=0, k=j-q}^{q=n} \{v_i(q, k+1) - v_i(q, k)\} \quad (4.60)$$

haciendo

$$\begin{aligned} n \Delta x &= l & q \Delta x &= x \\ n \Delta t &= n \Delta x \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{l}{c} = \tau & j \Delta t &= t \end{aligned} \quad (4.61)$$

se obtiene

$$(j-q) \Delta t = j \Delta t - q \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \Delta x = t - \frac{x}{c} \quad (4.62)$$

donde  $l$  es la longitud de la línea,  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío, y  $\tau$  es el tiempo de propagación de las ondas de tensión a lo largo del vano.

Por otra parte

$$v_i(q, k+1) - v_i(q, k) = \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \frac{v_i(q, k+1) - v_i(q, k)}{\Delta t} \cdot \Delta x = \frac{1}{c} \cdot \left( \frac{d}{dt} v_i(q, k) \right) \cdot \Delta x \quad (4.63)$$

Finalmente se obtiene

$$v(0, t) - Z_c i(0, t) = v(l, t - \tau) - Z_c i(l, t - \tau) + 1/c \cdot \int_0^l \frac{d}{dt} \{v_i(x, t - x/c)\} dx \quad (4.64)$$

La tensión y la intensidad que aparecen en la parte izquierda de la igualdad corresponden al extremo inicial de la línea ( $x=0$ ), la tensión y la intensidad que aparecen en la parte derecha de la igualdad corresponden al extremo final de la línea ( $x=l$ ), y el término de la integral corresponde a la influencia de la tensión inducida  $v_i$  en el extremo inicial de la línea.

Si ambos extremos de la línea se denotan por “k” y “m” respectivamente, ver figura 4.42, queda

$$v_k(t) - Z_c i_k(t) = v_m(t - \tau) - Z_c i_m(t - \tau) + v_{ind,k}(t) \quad (4.65)$$

$$v_{ind,k}(t) = 1/c \cdot \int_0^l \frac{d}{dt} \{v_i(x, t - x/c)\} dx$$

Reordenando la expresión anterior, y realizando el cambio de variables indicado en la figura 4.42, que afecta exclusivamente al signo de la intensidad del extremo “m”, queda la ecuación

$$v_k(t) = Z_c i_k(t) + \{v_{ind,k}(t) + v_m(t - \tau) + Z_c i_m(t - \tau)\} \quad (4.66)$$

Para encontrar la tensión que aparece en el extremo “m” de la línea en el instante de tiempo  $t$  se puede seguir el mismo procedimiento que se ha utilizado anteriormente, obteniéndose

$$v_m(t) = Z_c i_m(t) + \{v_{ind,m}(t) + v_k(t - \tau) + Z_c i_k(t - \tau)\} \quad (4.67)$$

La figura 4.43 muestra el modelo de línea que va a ser utilizado en la simulación digital con EMTP/ATP para el cálculo de sobretensiones inducidas por descargas que caen a tierra. En realidad, se utilizará este modelo para representar cada tramo que compone la línea. Esta representación será estudiada con más detalle en el apartado 4.5.3.2.

En las expresiones (4.66) y (4.67) los dos términos que se encuentran entre paréntesis representan a las dos fuentes de tensión que van a ser controladas desde MODELS dentro del programa EMTP/ATP. Ambas fuentes quedan definidas de la siguiente forma

$$v_{rk}(t) = v_{ind,k}(t) + v_m(t - \tau) + Z_c i_m(t - \tau) \quad (4.68)$$

$$v_{rm}(t) = v_{ind,m}(t) + v_k(t - \tau) + Z_c i_k(t - \tau)$$

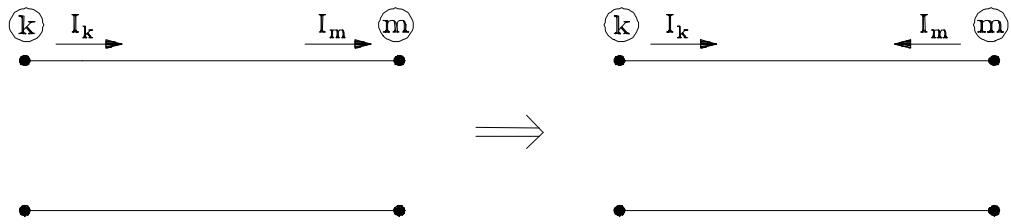


Figura 4.42. Cambio de variables.

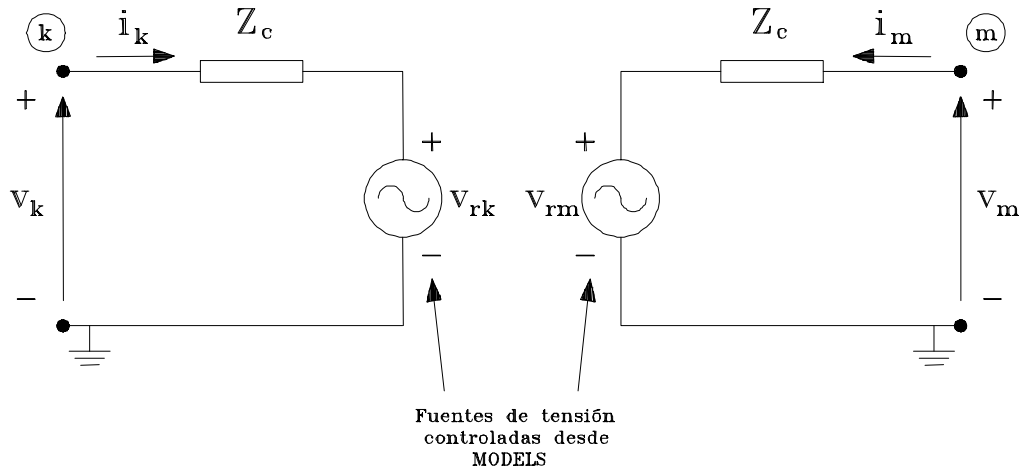


Figura 4.43. Modelo de línea para el cálculo de sobretensiones inducidas por rayos a tierra.

A partir del esquema equivalente de la figura 4.43, las caídas de tensión que aparecen en las dos impedancias  $Z_c$  en el instante  $t - \tau$  se puede relacionar con la tensión existente en el extremo correspondiente y con la tensión inducida de la siguiente forma

$$Z_c i_k(t - \tau) = v_k(t - \tau) - v_{rk}(t - \tau) \quad (4.69)$$

$$Z_c i_m(t - \tau) = v_m(t - \tau) - v_{rm}(t - \tau)$$

Si se sustituye la expresión (4.69) en la (4.68), se obtienen finalmente las dos expresiones que serán utilizadas con el programa EMTP/ATP

$$v_{rk}(t) = v_{ind,k}(t) + 2 \cdot v_m(t - \tau) - v_{rm}(t - \tau) \quad (4.70)$$

$$v_{rm}(t) = v_{ind,m}(t) + 2 \cdot v_k(t - \tau) - v_{rk}(t - \tau)$$

El cálculo de la impedancia característica  $Z_c$  se puede realizar a partir de la expresión (4.56)

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4.71)$$

Se debe de tener en cuenta que en una línea ideal  $Z_c$  es una resistencia.

La tensión inducida  $v_i$  causada por una corriente de retorno del rayo,  $i(t)$ , con forma de onda en doble rampa puede ser calculada numéricamente aplicando la integral de Duhamel, ver expresiones (3.1), (4.39) y (4.41).

### Líneas polifásicas

El procedimiento a seguir con una línea polifásica es similar al que se ha seguido con una línea monofásica. Las ecuaciones de una línea polifásica (4.31) se pueden aproximar de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \frac{[v(n+1, j)] - [v(n, j)]}{\Delta x} &= -[L] \frac{[i(n, j+1)] - [i(n, j)]}{\Delta t} \\ \frac{[i(n+1, j)] - [i(n, j)]}{\Delta x} &= -[C] \frac{[v(n, j+1)] - [v(n, j)]}{\Delta t} + [C_g] \frac{[v_i(n, j+1)] - [v_i(n, j)]}{\Delta t} \end{aligned} \quad (4.72)$$

Si se eliminan los denominadores de la expresión anterior

$$\begin{aligned} [v(n+1, j)] - [v(n, j)] &= -[L] \{ [i(n, j+1)] - [i(n, j)] \} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ [i(n+1, j)] - [i(n, j)] &= -[C] \{ [v(n, j+1)] - [v(n, j)] \} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + [C_g] \{ [v_i(n, j+1)] - [v_i(n, j)] \} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \end{aligned} \quad (4.73)$$

En una línea ideal con parámetros independientes de la frecuencia se tiene

$$\Delta x / \Delta t = c \quad (4.74)$$

$$[L][C] = \text{diag}(1/c^2)$$

Después de sustituir (4.74) en (4.73) y reordenar las ecuaciones resulta

$$\begin{aligned} [v(n+1, j)] - [v(n, j)] &= -c[L] \{ [i(n, j+1)] - [i(n, j)] \} \\ [v(n, j+1)] - [v(n, j)] &= -c[L] \{ [i(n+1, j)] - [i(n, j)] \} + [C]^{-1} [C_g] \{ [v_i(n, j+1)] - [v_i(n, j)] \} \end{aligned} \quad (4.75)$$

Si se restan ambas ecuaciones se obtiene

$$[v(n, j+1)] - c[L][i(n, j+1)] = [v(n+1, j)] - c[L][i(n+1, j)] + [C]^{-1} [C_g] \{ [v_i(n, j+1)] - [v_i(n, j)] \} \quad (4.76)$$

La expresión anterior se puede poner en función de la matriz de potenciales, puesto que  $[P] = [C]^{-1}$

$$[v(n, j+1)] - c[L][i(n, j+1)] = [v(n+1, j)] - c[L][i(n+1, j)] + [P][C_g] \{ [v_i(n, j+1)] - [v_i(n, j)] \} \quad (4.77)$$

La expresión anterior se puede desarrollar siguiendo el mismo proceso utilizado en el caso de líneas monofásicas. Se debe de tener en cuenta que ahora en cada extremo habrá tantas ecuaciones como conductores formen la línea.

Si se tienen en cuenta los sentidos de las intensidades que figuran en el esquema equivalente de la figura 4.44, para cada extremo de la línea se obtienen las siguientes ecuaciones, que son similares a las expresiones (4.66) y (4.67) del caso monofásico



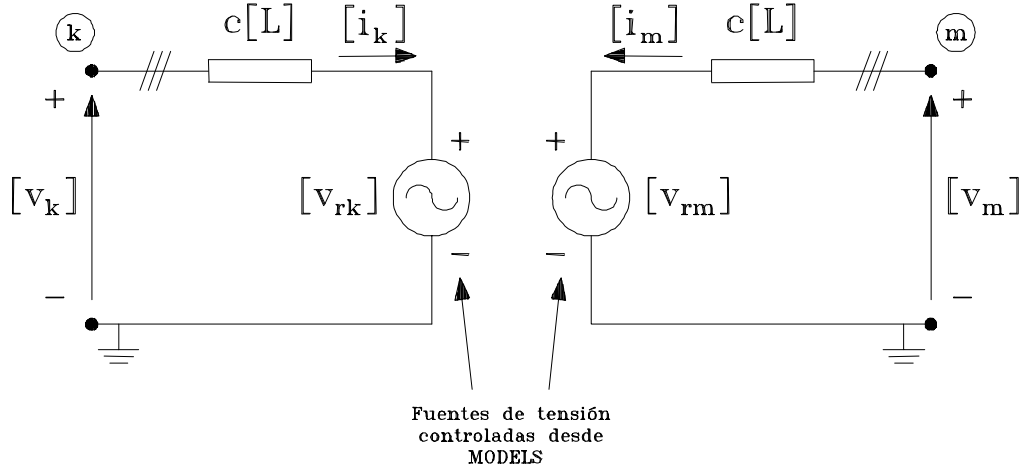


Figura 4.44. Modelo de línea para el cálculo de sobretensiones inducidas por rayos a tierra.

$$\begin{aligned} [v_k(t)] &= c[L][i_k(t)] + [v_m(t - \tau)] + c[L][i_m(t - \tau)] + [v_{ind,k}(t)] \\ [v_m(t)] &= c[L][i_m(t)] + [v_k(t - \tau)] + c[L][i_k(t - \tau)] + [v_{ind,m}(t)] \end{aligned} \quad (4.78)$$

Por simplificación, en la expresión anterior se han renombrado los términos que incluyen la  $v_i$  por los vectores  $[v_{ind,k}(t)]$  y  $[v_{ind,m}(t)]$ . No obstante, en este caso, y a diferencia de una línea monofásica, debido al acoplamiento existente entre los diferentes conductores, las tres componentes de cada vector se encuentran en función de la tensión inducida que aparece en cada conductor.

A continuación se va a calcular cada uno de los componentes de los vectores  $[v_{ind,k}(t)]$  y  $[v_{ind,m}(t)]$ . Siguiendo el mismo procedimiento que se realizó en el caso de una línea monofásica, para una línea trifásica sin cable de tierra la tensión inducida en el extremo “k” de cada conductor viene dada por la siguiente expresión

$$v'_{indp,k}(t) = 1/c \cdot \int_0^l \frac{d}{dt} \{v_{ip}(x, t - x/c)\} dx, \quad \text{con } p = 1, 2, 3 \quad (4.79)$$

La tensión inducida en el extremo “m” de cada conductor adopta la misma expresión anterior pero calculando las respectivas integrales para el extremo “m”.

Los componentes que forman los vectores  $[v_{ind,k}(t)]$  y  $[v_{ind,m}(t)]$  son los siguientes

- Conductor 1

$$v_{ind1,k}(t) = P_{11} C_{1g} v'_{ind1,k}(t) + P_{12} C_{2g} v'_{ind2,k}(t) + P_{13} C_{3g} v'_{ind3,k}(t) \quad (4.80)$$

$$v_{ind1,m}(t) = P_{11} C_{1g} v'_{ind1,m}(t) + P_{12} C_{2g} v'_{ind2,m}(t) + P_{13} C_{3g} v'_{ind3,m}(t)$$

- Conductor 2

$$v_{ind2,k}(t) = P_{12} C_{1g} v'_{ind1,k}(t) + P_{22} C_{2g} v'_{ind2,k}(t) + P_{23} C_{3g} v'_{ind3,k}(t) \quad (4.81)$$

$$v_{ind2,m}(t) = P_{12} C_{1g} v'_{ind1,m}(t) + P_{22} C_{2g} v'_{ind2,m}(t) + P_{23} C_{3g} v'_{ind3,m}(t)$$

- Conductor 3

$$v_{ind3,k}(t) = P_{13} C_{1g} v'_{ind1,k}(t) + P_{23} C_{2g} v'_{ind2,k}(t) + P_{33} C_{3g} v'_{ind3,k}(t) \quad (4.82)$$

$$v_{ind3,m}(t) = P_{13} C_{1g} v'_{ind1,m}(t) + P_{23} C_{2g} v'_{ind2,m}(t) + P_{33} C_{3g} v'_{ind3,m}(t)$$

Reordenando la expresión (4.78) se puede deducir el modelo de línea que se va a utilizar en la simulación digital con EMTP para el cálculo de sobretensiones inducidas por descargas a tierra

$$[v_k(t)] = c[L][i_k(t)] + \{[v_{ind,k}(t)] + [v_m(t - \tau)] + c[L][i_m(t - \tau)]\} \quad (4.83)$$

$$[v_m(t)] = c[L][i_m(t)] + \{[v_{ind,m}(t)] + [v_k(t - \tau)] + c[L][i_k(t - \tau)]\}$$

En la expresión anterior los dos términos que se encuentran entre paréntesis representan a las dos fuentes de tensión que van a ser controladas desde MODELS dentro del programa EMTP/ATP. Ambas fuentes quedan definidas de la siguiente forma

$$[v_{rk}(t)] = [v_{ind,k}(t)] + [v_m(t - \tau)] + c[L][i_m(t - \tau)] \quad (4.84)$$

$$[v_{rm}(t)] = [v_{ind,m}(t)] + [v_k(t - \tau)] + c[L][i_k(t - \tau)]$$

A partir de la figura 4.44, y de manera similar al caso monofásico, la caída de tensión que aparece en  $c[L]$  se puede calcular de la siguiente forma

$$c[L][i_k(t - \tau)] = [v_k(t - \tau)] - [v_{rk}(t - \tau)] \quad (4.85)$$

$$c[L][i_m(t - \tau)] = [v_m(t - \tau)] - [v_{rm}(t - \tau)]$$

Combinando (4.84) y (4.85) se obtienen las dos expresiones finales

$$[v_{rk}(t)] = [v_{ind,k}(t)] + 2[v_m(t - \tau)] - [v_{rm}(t - \tau)] \quad (4.86)$$

$$[v_{rm}(t)] = [v_{ind,m}(t)] + 2[v_k(t - \tau)] - [v_{rk}(t - \tau)]$$

Se debe de tener en cuenta que para una línea ideal el producto  $c[L]$  en EMTP/ATP se representa mediante una matriz de resistencias  $[R'] = c[L]$ .

El procedimiento descrito anteriormente para obtener el modelo de línea es válido para líneas con y sin cable de tierra, la única diferencia será considerar 3 conductores en el caso de líneas trifásicas sin apantallar o 4 conductores si las líneas se encuentran apantalladas.

#### **4.5.3.2. Validación del modelo**

En este apartado se calcularán las sobretensiones que se inducen en una línea de distribución por descargas que caen a tierra en sus cercanías mediante los dos métodos estudiados en apartados anteriores

- método de Chowdhuri
- simulación digital con EMTP/ATP.

Los dos métodos utilizan el modelo de Chowdhuri para representar el acoplamiento entre la línea y los campos inducidos por el rayo.

Previamente se analizará la influencia que los parámetros de integración,  $\Delta t$  y  $\Delta x$ , pueden tener en el cálculo de sobretensiones mediante el EMTP/ATP.

#### **Análisis de los parámetros de integración**

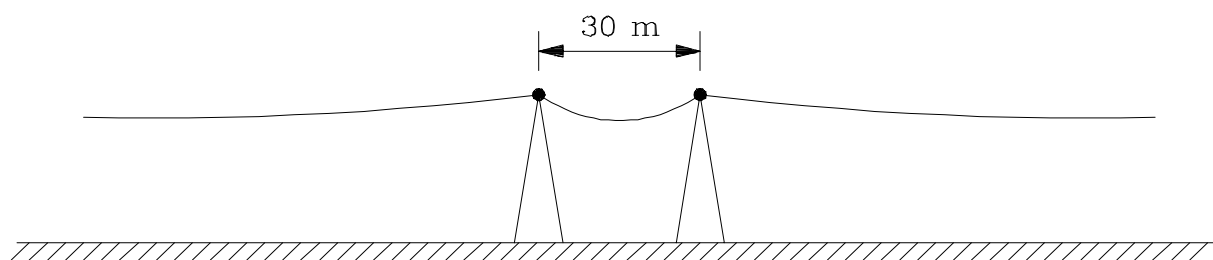
La representación de una línea aérea para calcular sobretensiones inducidas se realizará mediante un modelo simplificado monofásico. La figura 4.45a presenta el ejemplo estudiado. La línea esta compuesta por tres tramos, uno corto que representaría un vano típico de una línea aérea de distribución, y dos tramos largos. La figura 4.45b muestra la implementación de esta línea en EMTP/ATP. Para poder reproducir el proceso transitorio como si la línea fuese de longitud infinita, por un lado se ha añadido un tramo de 3 km a cada uno de los extremos del tramo central, y por otro, los extremos de la línea se han conectado a tierra a través de la impedancia característica de la línea para evitar la reflexión de las ondas de tensión. La figura 4.45c muestra el esquema equivalente completo. La figura 4.45d muestra como se representará la línea estudiada con EMTP/ATP a partir del esquema equivalente, teniendo en cuenta el modelo de línea especificado en la figura 4.43.

Los datos empleados en este ejemplo han sido los siguientes

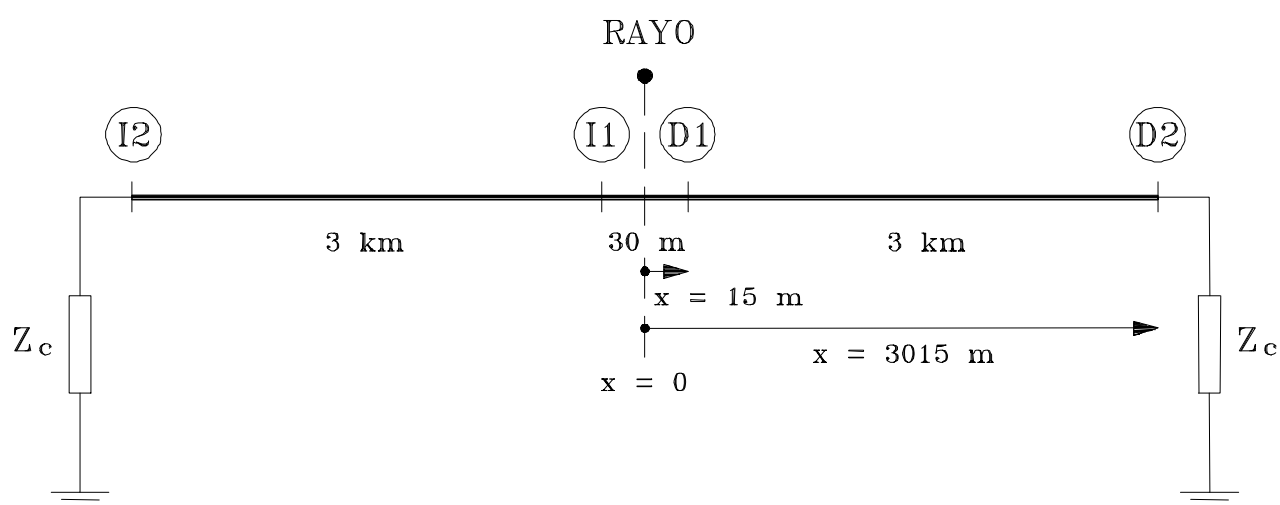
- altura de la línea,  $h = 10$  m
- distancia perpendicular entre descarga y línea,  $y = 100$  m
- intensidad de pico de la onda de la corriente del rayo,  $I = 10$  kA
- tiempo de frente de la onda de la corriente del rayo,  $t_f = 3$   $\mu$ s
- tiempo al valor medio de la intensidad de pico del rayo,  $t_h = 50$   $\mu$ s
- velocidad de retorno del rayo,  $v = 90000$  km/s
- altura de la nube,  $h_{nube} = 3$  km

Las sobretensiones inducidas se han calculado en los extremos de cada tramo, nudos I2, I1, D1 y D2, ver figura 4.45b. Por simetría, solamente serán presentadas las sobretensiones que aparecen en los nudos D1 y D2, ambos colocados a 15 m y 3015 m del punto medio de la línea.

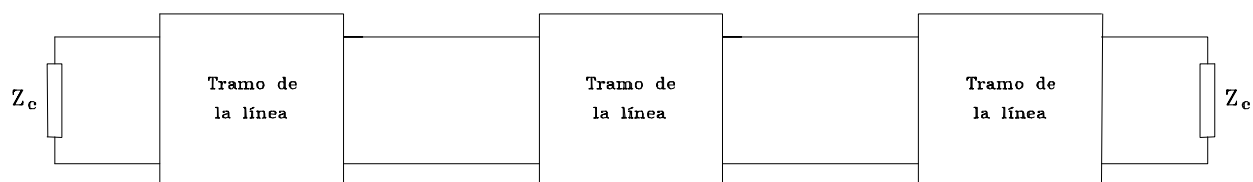
A continuación se resumen los dos estudios realizados.



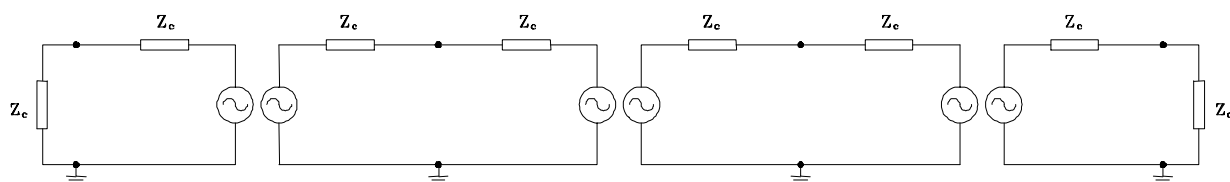
a) Línea real estudiada



b) Línea estudiada en EMTP/ATP



c) Esquema equivalente en EMTP/ATP



d) Representación de la línea en EMTP/ATP

Figura 4.45. Modelo utilizado en EMTP/ATP con una línea compuesta por 3 tramos.

- 1) En el primer estudio se analizará el efecto que tienen los parámetros  $\Delta t$  y  $\Delta x$  sobre la forma de onda de la tensión inducida.

La figura 4.46 muestra uno de los ejemplos estudiados. Se han utilizado cuatro valores diferentes de  $\Delta t$ , 1  $\mu s$ , 0.5  $\mu s$ , 0.1  $\mu s$ , y 0.05  $\mu s$ , respectivamente. De la comparación con los resultados obtenidos mediante el método de Chowdhuri se deduce que un  $\Delta t = 0.1 \mu s$  es suficiente para representar la onda de tensión.

El parámetro  $\Delta x$  interviene en la resolución numérica de la integral que aparece en la expresión (4.65). El valor de este parámetro se debe escoger en función de la longitud de los tramos que aparecen en la línea. Por ejemplo, es suficiente un  $\Delta x = 5$  m para un tramo de línea de 30 m. Valores más pequeños mostraban resultados similares. Sin embargo, el estudio más interesante ha sido determinar el valor del  $\Delta x$  con el tramo de 3000 m. En esta valoración se deberán de tener en cuenta dos factores, ambos sumamente importantes: por un lado la precisión con la que se obtiene la onda de tensión; y por otro el tiempo de simulación necesario para calcular las sobretensiones que aparecen en la línea, este tiempo incluye el tiempo necesario para calcular las integrales que aparecen en la expresión (4.65) para cada tramo, y el tiempo que necesita el EMTP/ATP para realizar la simulación.

La figura 4.47 muestra los resultados finales obtenidos con este estudio para unos valores del  $\Delta x$  de 5 m, 10 m, 25 m, y 50 m, respectivamente, utilizados con los tramos de 3000 m. Se puede observar que apenas existen diferencias en la forma de onda de la tensión inducida en la línea con  $\Delta x$  de 5 m, 10 m y 25 m.

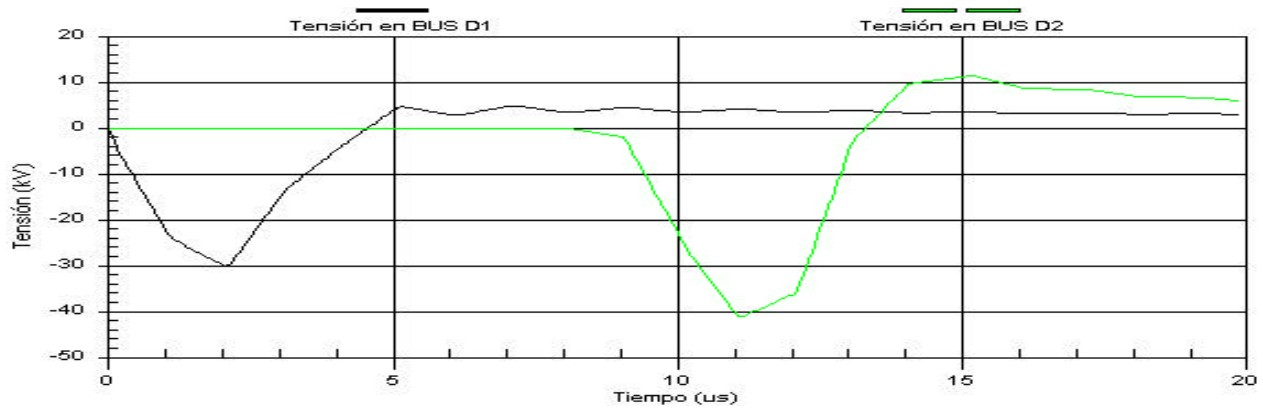
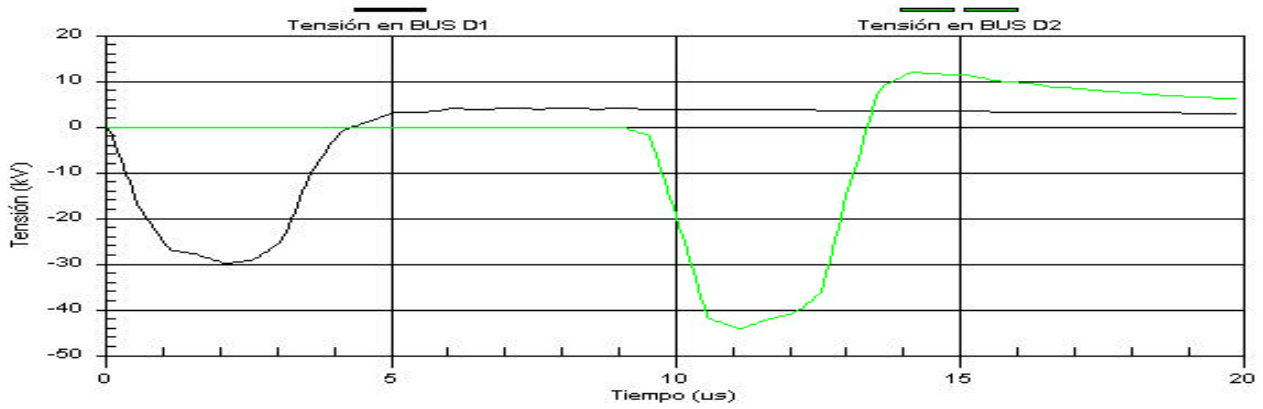
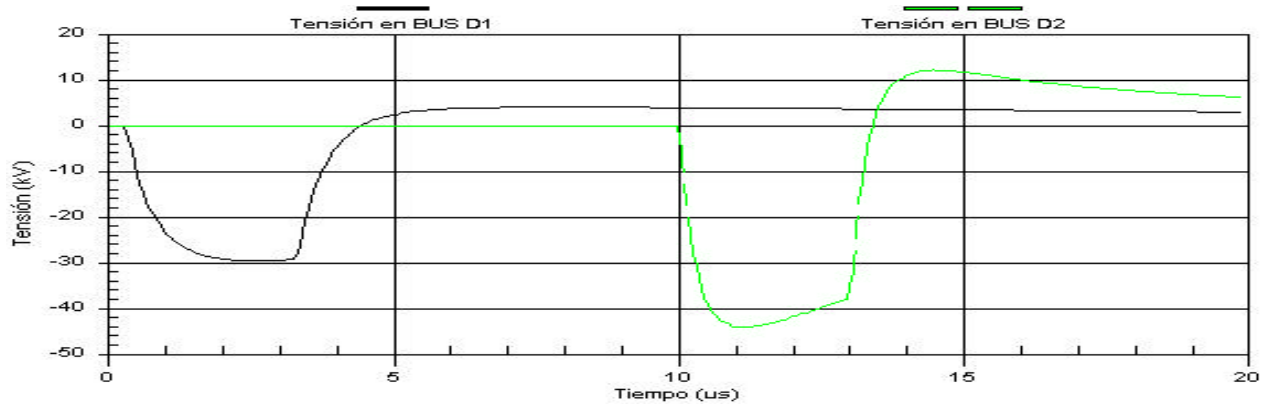
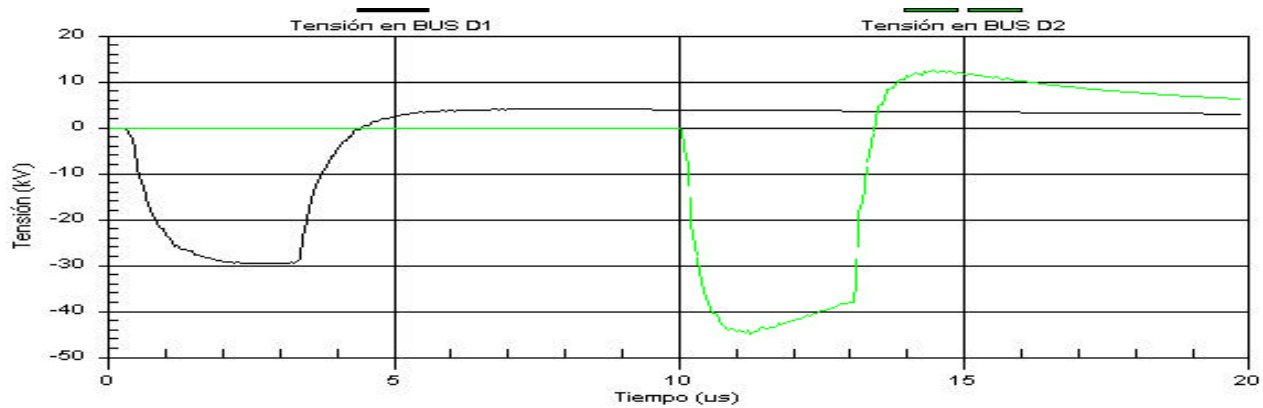
Aunque las diferencias al utilizar un  $\Delta x$  de 50 m tampoco son muy elevadas, se concluye que en general un  $\Delta x = 25$  m podría ser suficiente para representar tramos de unos 3000 m de longitud. Para llegar a esta conclusión se ha tenido en cuenta la importancia del tiempo de simulación que ha sido necesario en cada uno de los cuatro casos. También es muy importante tener en cuenta que dicho tiempo de simulación es muy dependiente de las características del equipo informático utilizado.

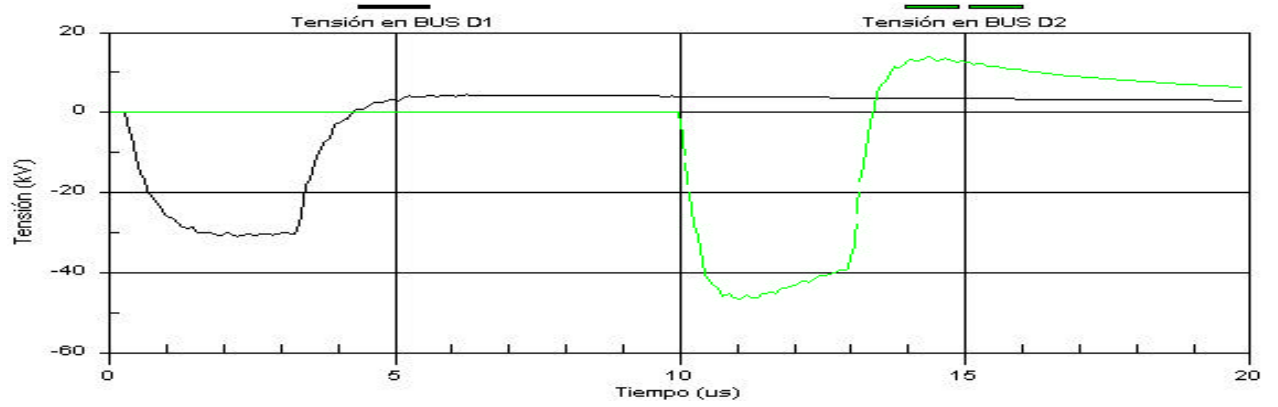
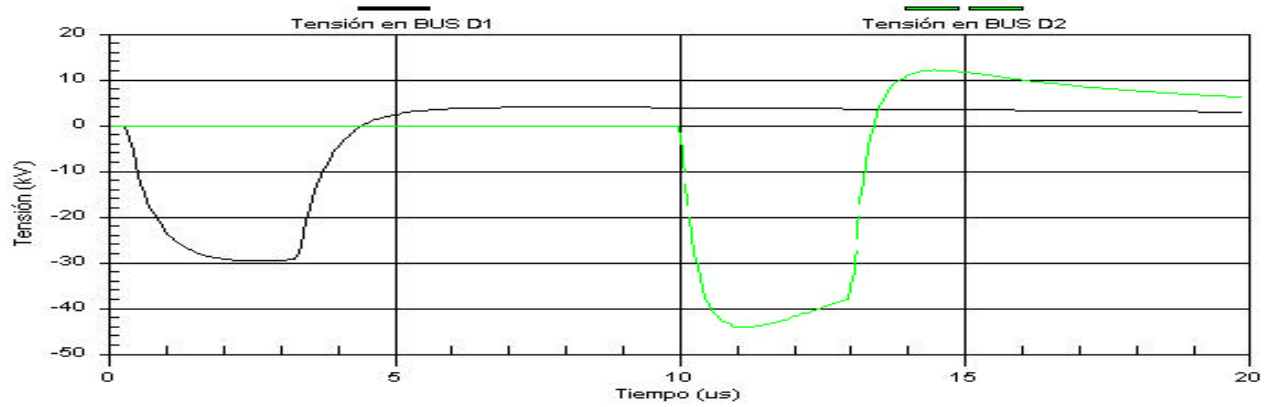
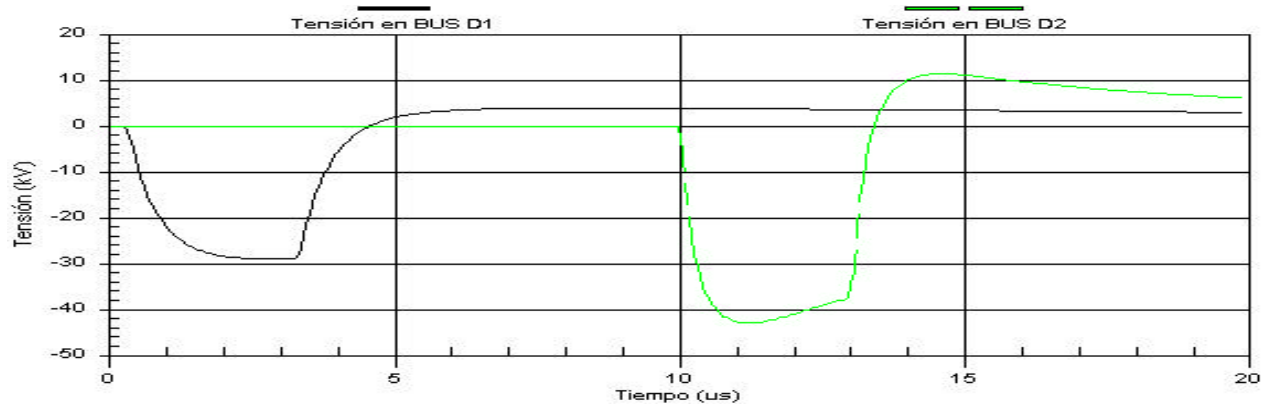
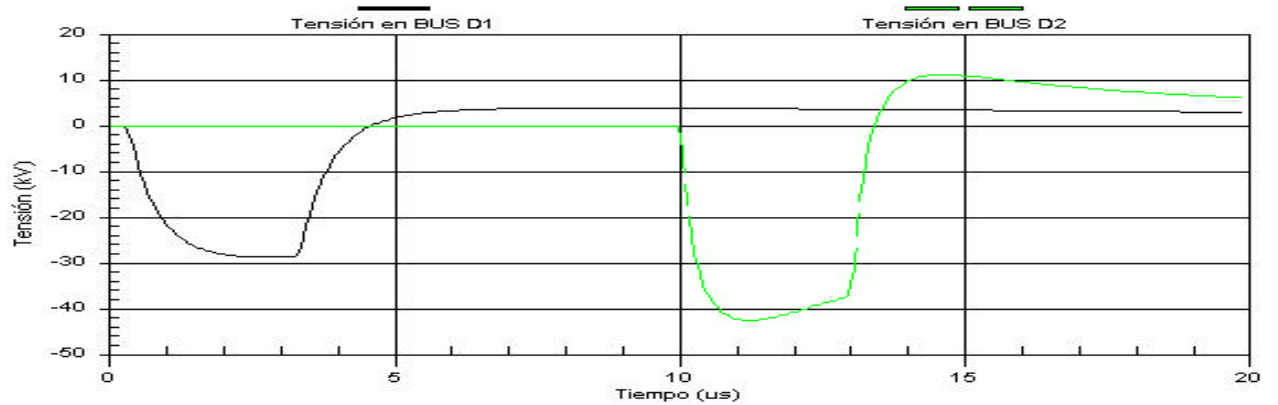
Existen ciertos casos, como por ejemplo el que está reflejado en la figura 4.48, donde la tensión inducida es muy elevada en torno al punto  $x = 0$ . En estos casos, es necesario que el  $\Delta x$  tenga el mismo valor en todos los tramos estudiados para evitar la pérdida de cualquier información importante relativa al valor de la tensión inducida.

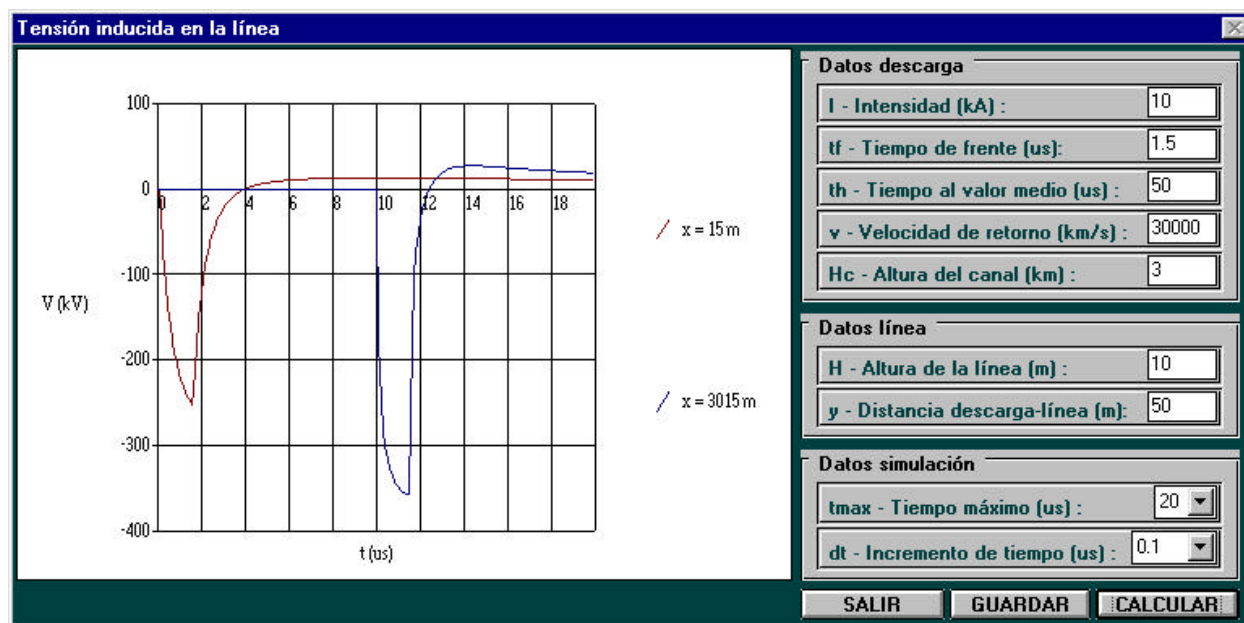
- 2) Este estudio es una introducción a un estudio más amplio que se realizará en el caso de líneas monofásicas. El objetivo es comparar la tensión inducida calculada a partir del método de Chowdhuri, y mediante simulación digital con EMTP/ATP.

Las figuras 4.48 y 4.49 muestran los dos ejemplos estudiados. En cada uno de ellos se ha mantenido la estructura de línea presentada en la figura 4.45. La única diferencia respecto al ejemplo anterior se encuentra en los valores de los datos de la descarga, los cuales están especificados en las figuras 4.48a y 4.49a respectivamente. En este estudio se han utilizado un  $\Delta t = 0.1 \mu s$  y un  $\Delta x = 1$  m para todos los tramos de la línea.

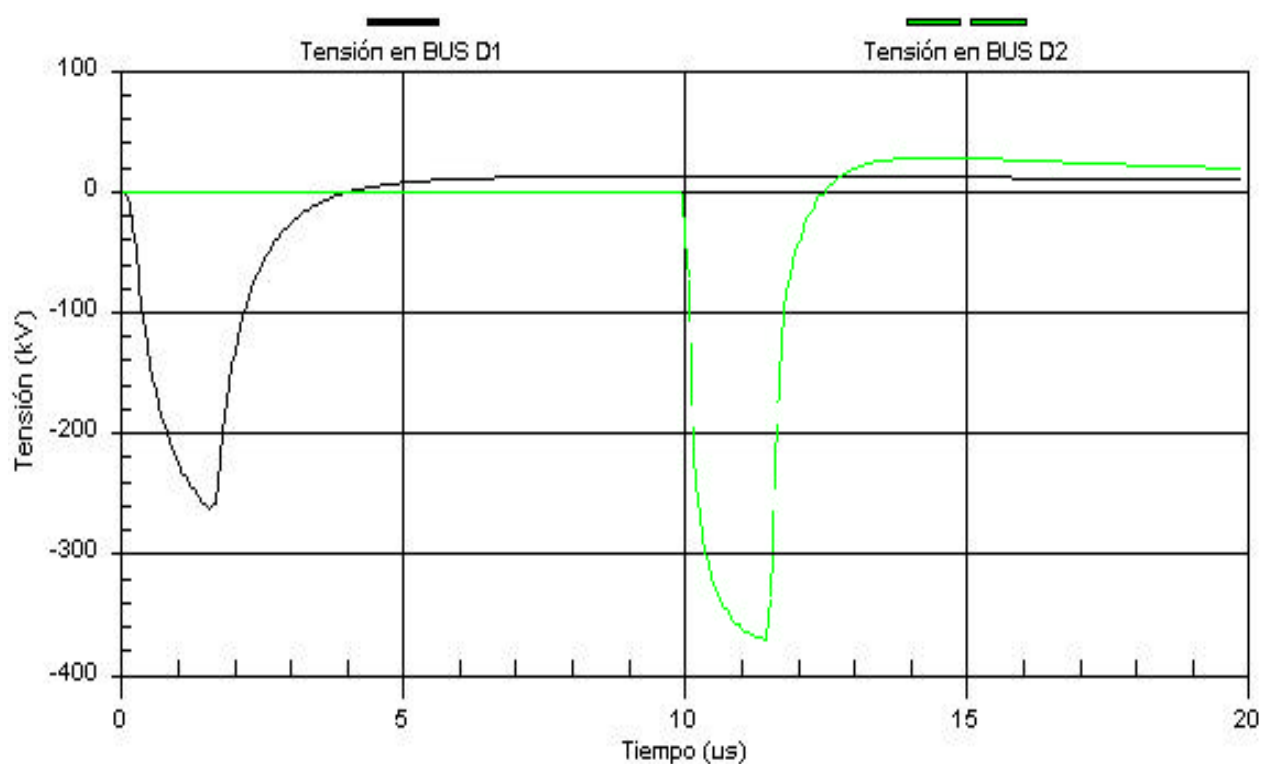
Si se observan las dos figuras, ambas muestran formas de onda similares al comparar los resultados obtenidos del método de Chowdhuri con los obtenidos de la simulación con EMTP/ATP. Sin embargo, no se debe de olvidar que el método de Chowdhuri se ha obtenido para líneas de longitud infinita, y que el modelo de línea utilizado con el EMTP/ATP es diferente al utilizado con el método de Chowdhuri.

a)  $\Delta t = 1 \mu s$ b)  $\Delta t = 0.5 \mu s$ c)  $\Delta t = 0.1 \mu s$ d)  $\Delta t = 0.05 \mu s$ Figura 4.46. Influencia del  $\Delta t$ .  $\Delta x_{\text{tramo}=30m} = 5 \text{ m}$ ,  $\Delta x_{\text{tramo}=3km} = 25 \text{ m}$ .

a)  $\Delta x_{\text{tramo}=3\text{km}} = 50 \text{ m}$ b)  $\Delta x_{\text{tramo}=3\text{km}} = 25 \text{ m}$ c)  $\Delta x_{\text{tramo}=3\text{km}} = 10 \text{ m}$ d)  $\Delta x_{\text{tramo}=3\text{km}} = 5 \text{ m}$ Figura 4.47. Influencia del  $\Delta x$ .  $\Delta t = 0.1 \mu\text{s}$ ,  $\Delta x_{\text{tramo}=30\text{m}} = 5 \text{ m}$ .



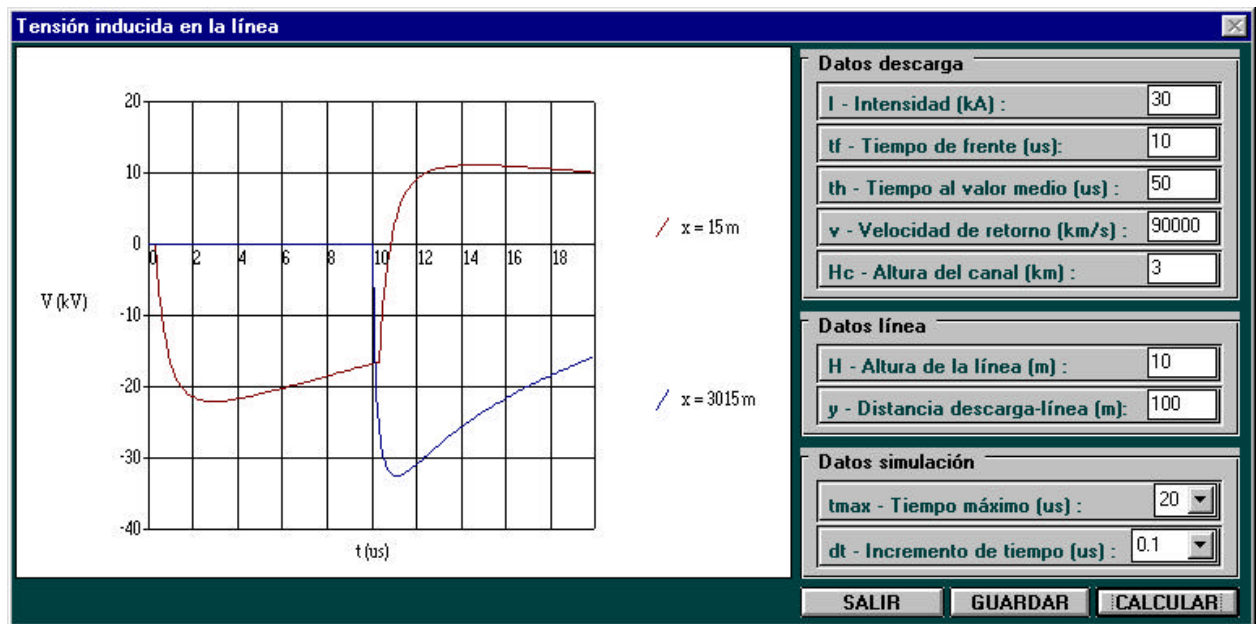
a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri



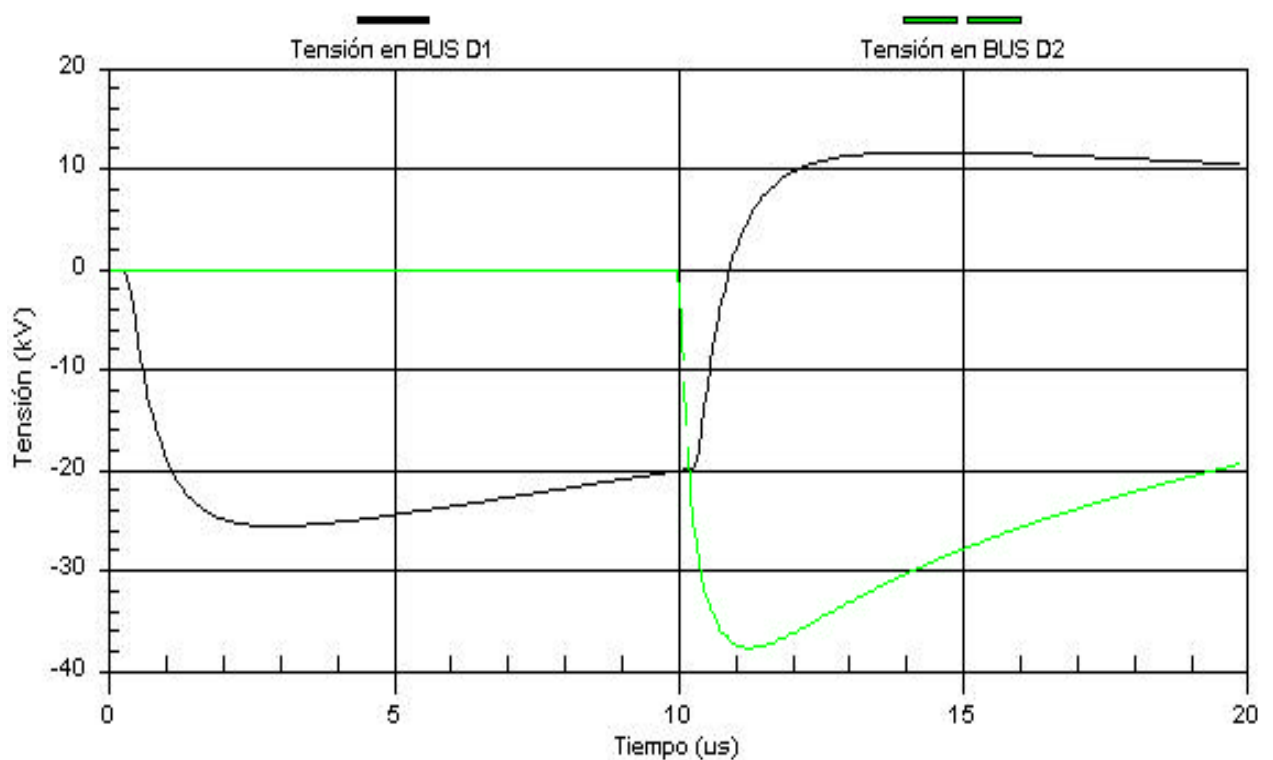
b) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.48. Ejemplo 1.  $\Delta t = 0.1 \mu s$ ,  $\Delta x_{\text{tramo}=30m} = \Delta x_{\text{tramo}=3km} = 1 m$ .





a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri



b) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.49. Ejemplo 2.  $\Delta t = 0.1 \mu s$ ,  $\Delta x_{\text{tramo}=30m} = \Delta x_{\text{tramo}=3km} = 1 m$ .

### Líneas monofásicas

El objetivo de este estudio es comparar la forma de la onda de tensión inducida en líneas monofásicas calculada a partir de los dos métodos presentados en apartados anteriores, método de Chowdhuri, ver apartado 4.3.3.2.2, y simulación con EMTP/ATP, ver apartado 4.5.3.1. Se han variado los datos de la descarga con el fin de proporcionar diferentes formas de la onda de tensión inducida. También, se han utilizado un  $\Delta t = 0.1 \mu s$  y un  $\Delta x = 5 m$  en todos los tramos que forman la línea.

En este estudio, las líneas implementadas están compuestas por cinco o por tres tramos, cuya longitud varía dependiendo del ejemplo estudiado. Se han añadido dos tramos más para tener más nudos donde visualizar la tensión inducida. Además, se ha mantenido la simetría en la línea para que los resultados obtenidos con el EMTP/ATP sean acordes a los obtenidos con el método de Chowdhuri. Por tanto, solamente serán presentadas en los gráficos las sobretensiones que aparecen en los nudos D1, D2 y D3 para líneas con cinco tramos, y en los nudos D1 y D2 para líneas con tres tramos.

Las figuras 4.50 a 4.58 muestran los resultados obtenidos. Además del objetivo principal perseguido, cada uno de los ejemplos implementados intenta mostrar otras características importantes en el cálculo de la tensión inducida utilizando simulación digital con EMTP/ATP. Los ejemplos 1, 2 y 3, figuras 4.50 a 4.55, ponen de manifiesto la influencia de la longitud de los tramos más largos, 3 km o 5 km, en el cálculo de la forma de la onda de las tensiones inducidas en la línea. El ejemplo 4, figuras 4.56 a 4.58, pretende mostrar la influencia del tiempo de frente de la onda de la corriente de la descarga de retorno cuando se comparan la forma de onda de la tensión inducida calculada según el método de Chowdhuri y calculada mediante simulación digital con EMTP/ATP.

A continuación se resumen las conclusiones más importantes de este estudio.

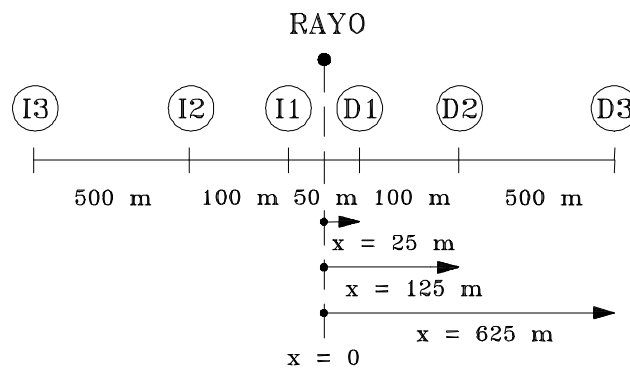
- La forma de onda de la tensión inducida en los nudos extremos de un tramo corto, de longitudes 30, 50 m, o incluso 100 m, es aproximadamente la misma. Esto es independiente del método utilizado, ya que se debe de tener en cuenta que con ambos métodos se ha adoptado el mismo modelo, el modelo de Chowdhuri.
- La tensión inducida permanece constante a partir de una cierta distancia. Esto se puede observar más claramente en los ejemplos 2 y 3, donde la tensión máxima varía muy poco por el hecho de aumentar la longitud de la línea en 2000 m. Además, este incremento apenas hace variar la tensión en el nudo D1, que es el nudo más cercano al centro de la línea.
- La forma de la onda de tensión inducida es similar si se comparan los resultados obtenidos con el método de Chowdhuri con los obtenidos utilizando el EMTP/ATP. Sin embargo, la diferencia entre los valores máximos que alcanza la tensión inducida depende de una serie de parámetros, como por ejemplo los dos que se han estudiado, la longitud de la línea y el tiempo de frente de la onda de la corriente del rayo.

Si se tiene en cuenta la longitud de la línea, la diferencia al comparar los resultados obtenidos es importante solamente en el caso estudiado en el ejemplo 1, donde la línea pasa de tener una longitud de 1250 m a tener una longitud de 6250 m. En este caso, la diferencia al comparar la tensión máxima obtenida con ambos métodos ha pasado aproximadamente de un 16 % a un 13

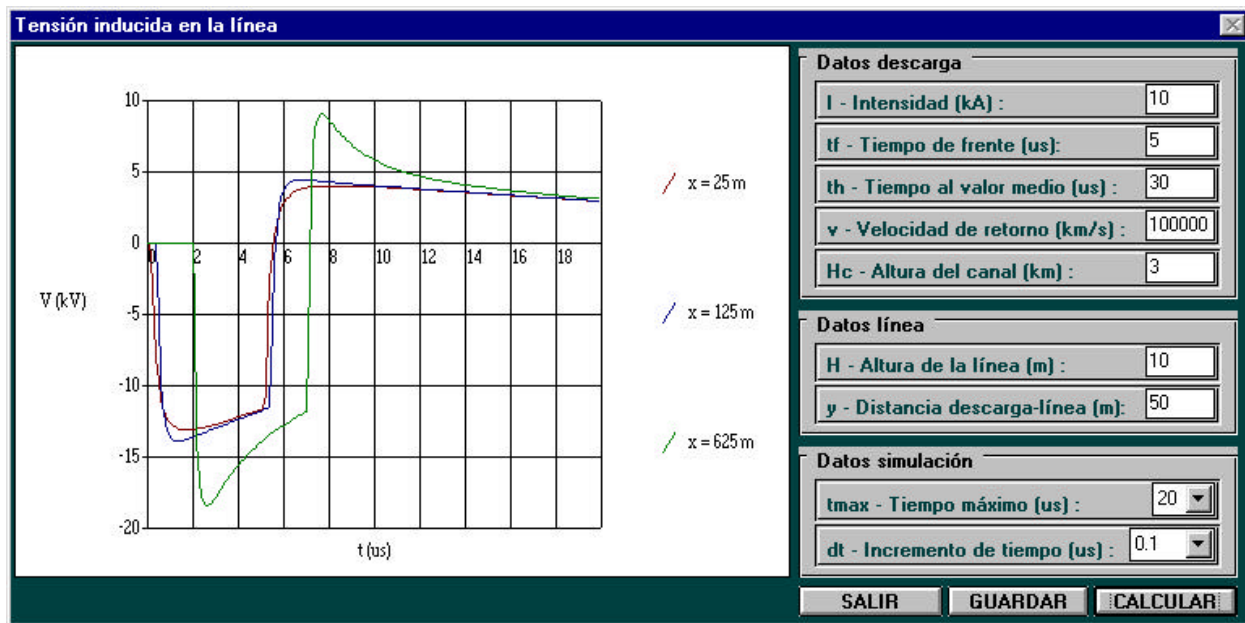
%. Sin embargo, esta diferencia ha permanecido estable cuando la línea ha pasado de tener una longitud de 6090 m a tener 10090 m, ejemplos 2 y 3.

La diferencia al comparar los resultados obtenidos con el método de Chowdhuri y con el EMTP/ATP depende del valor del tiempo de frente, ver ejemplo 4. Si se observa la tensión inducida máxima, la diferencia entre métodos pasa de tener aproximadamente un 18 % con un  $t_f = 2 \mu\text{s}$ , a tener un 13 % con un  $t_f = 5 \mu\text{s}$ . Esta diferencia se mantiene estable si el tiempo de frente aumenta hasta  $t_f = 10 \mu\text{s}$ .

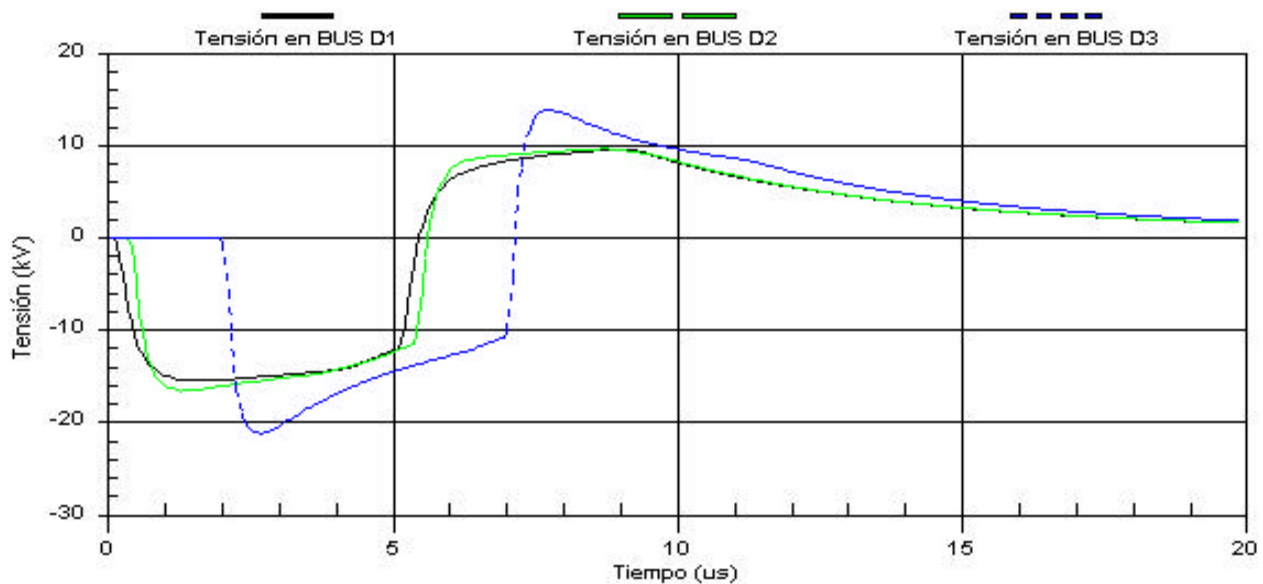
Puesto que el modelo de línea utilizado con ambos métodos es diferente, era lógico de esperar ciertas diferencias entre métodos. Además, recuérdese que el método de Chowdhuri se ha obtenido para líneas de longitud infinita.



a) Esquema de la línea

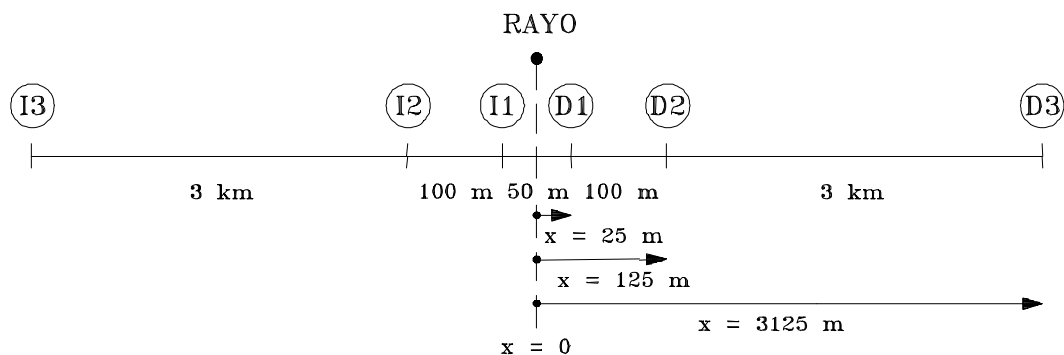


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

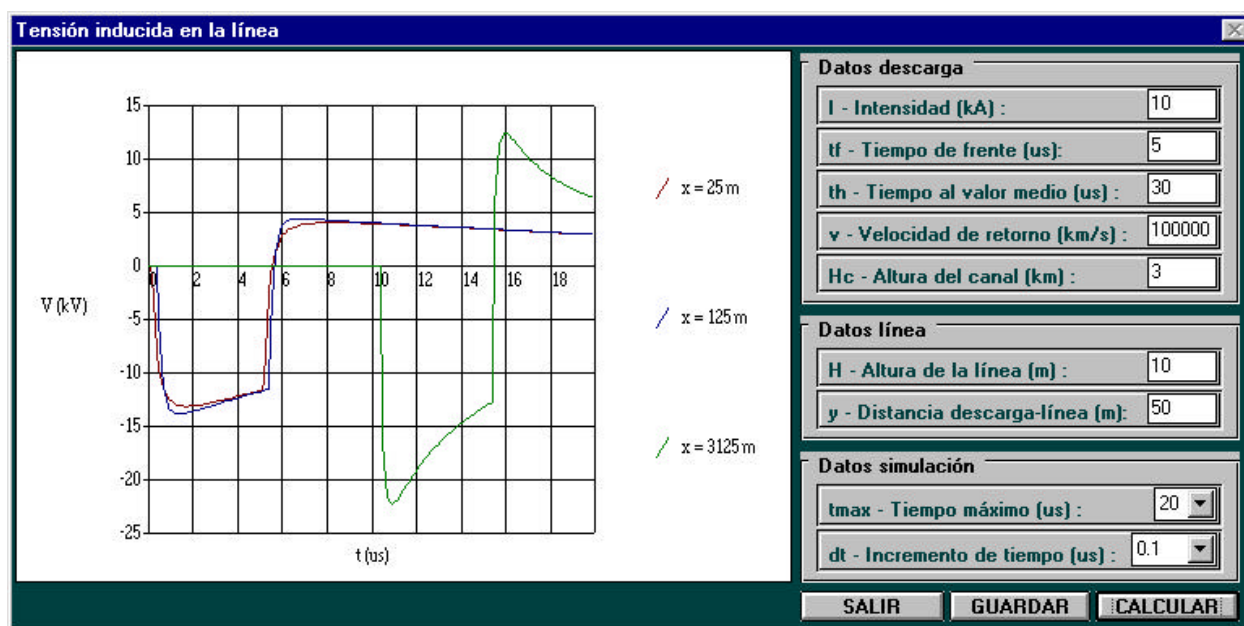


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

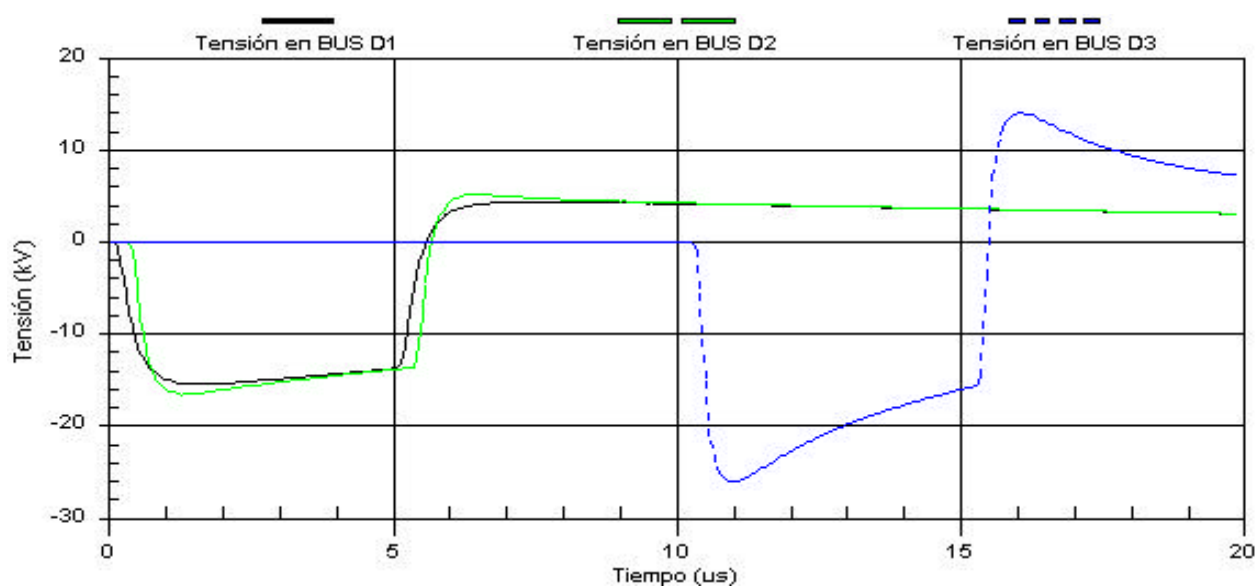
Figura 4.50. Ejemplo 1. Esquema de línea 1.



a) Esquema de la línea

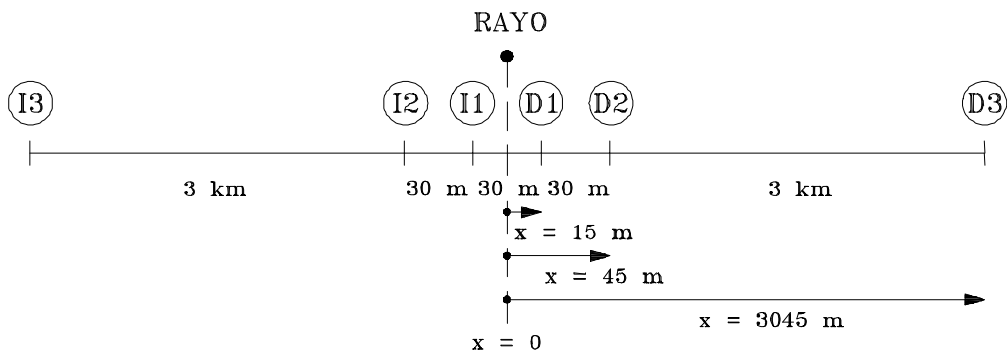


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

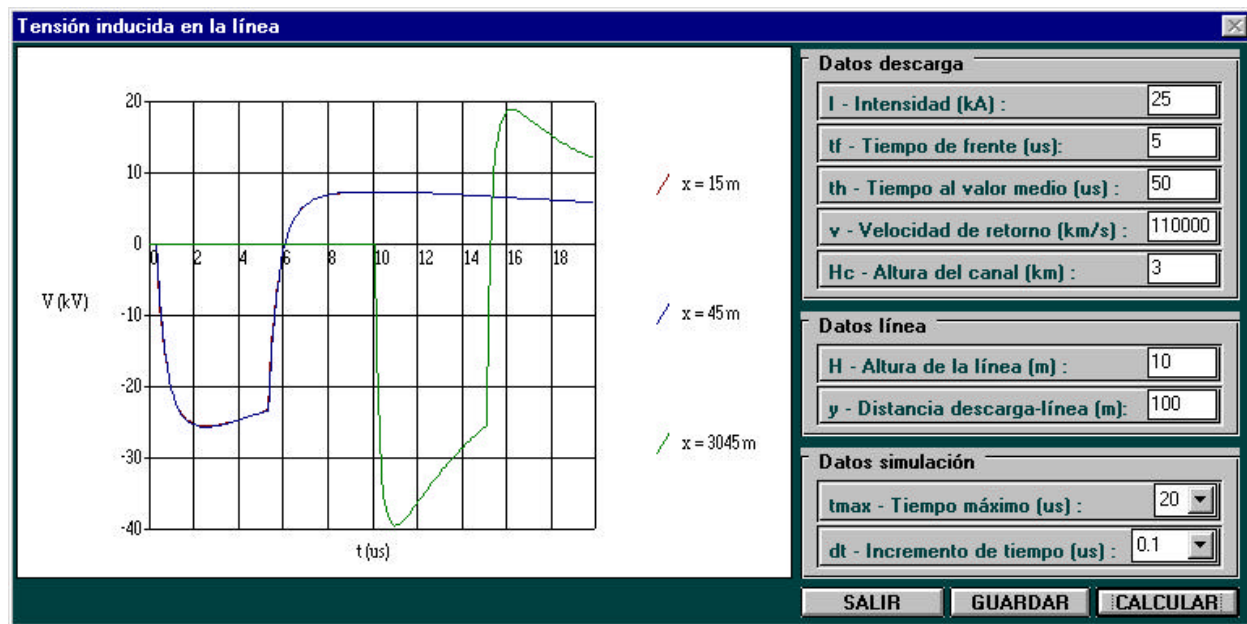


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

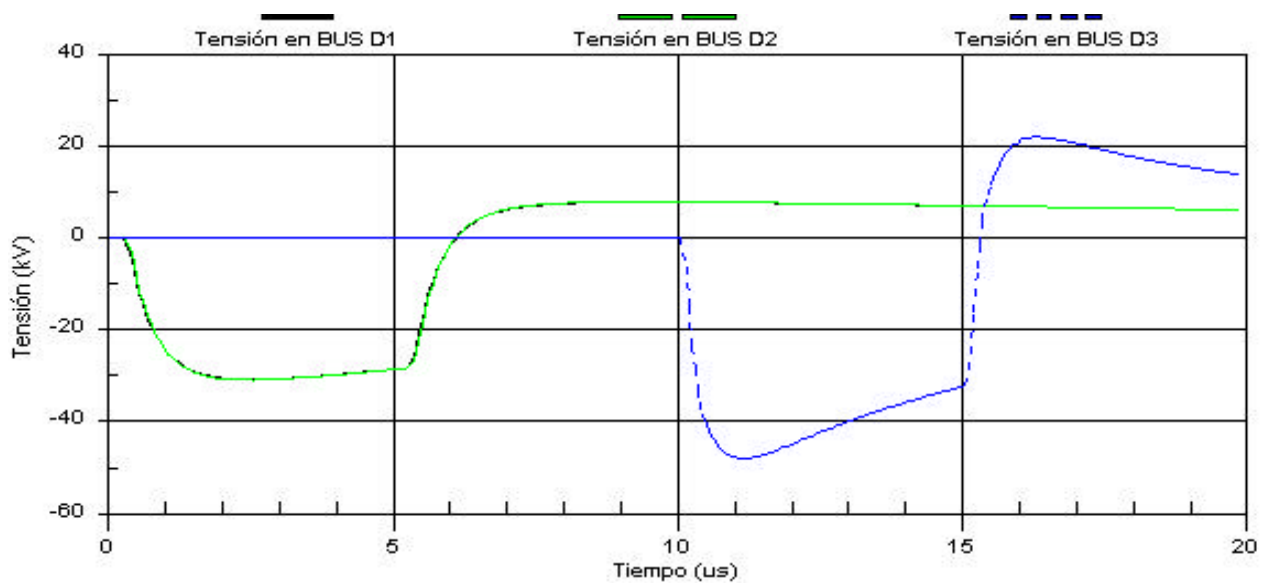
Figura 4.51. Ejemplo 1. Esquema de línea 2.



a) Esquema de la línea

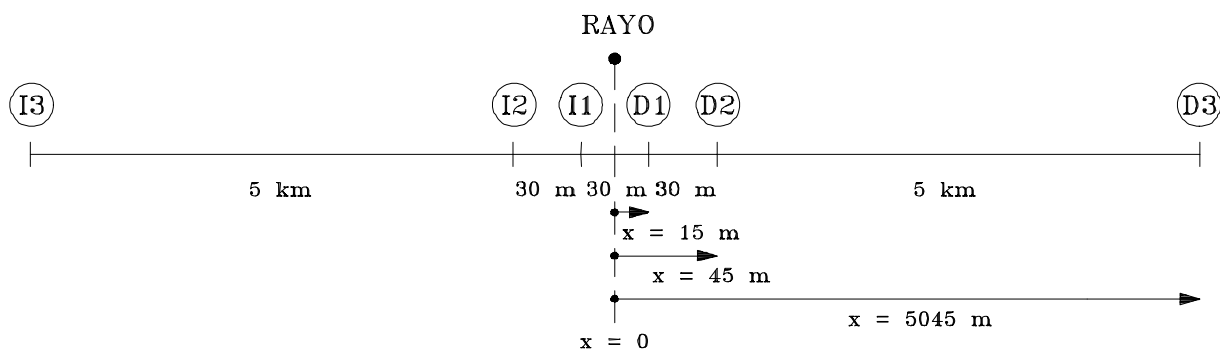


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

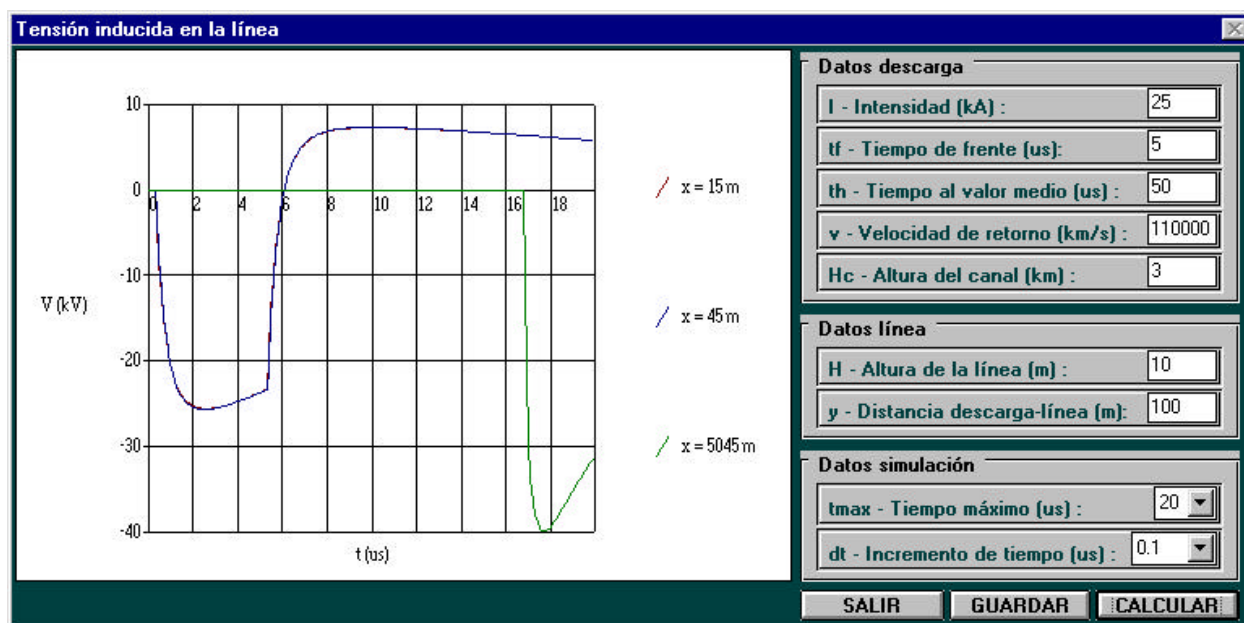


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

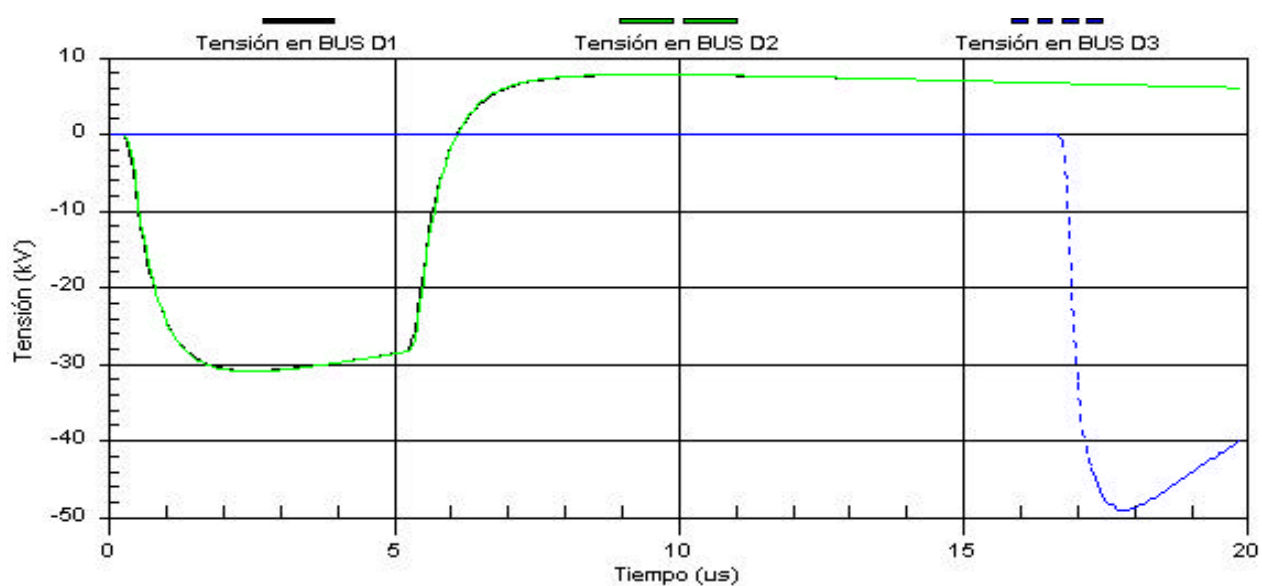
Figura 4.52. Ejemplo 2. Esquema de línea 1.



a) Esquema de la línea

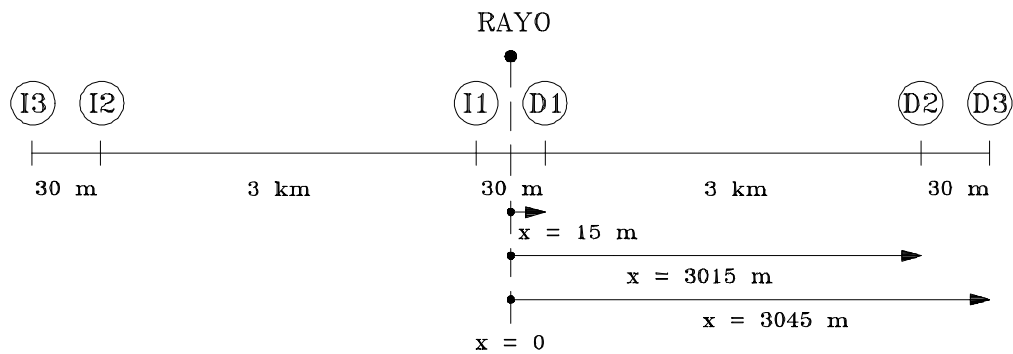


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

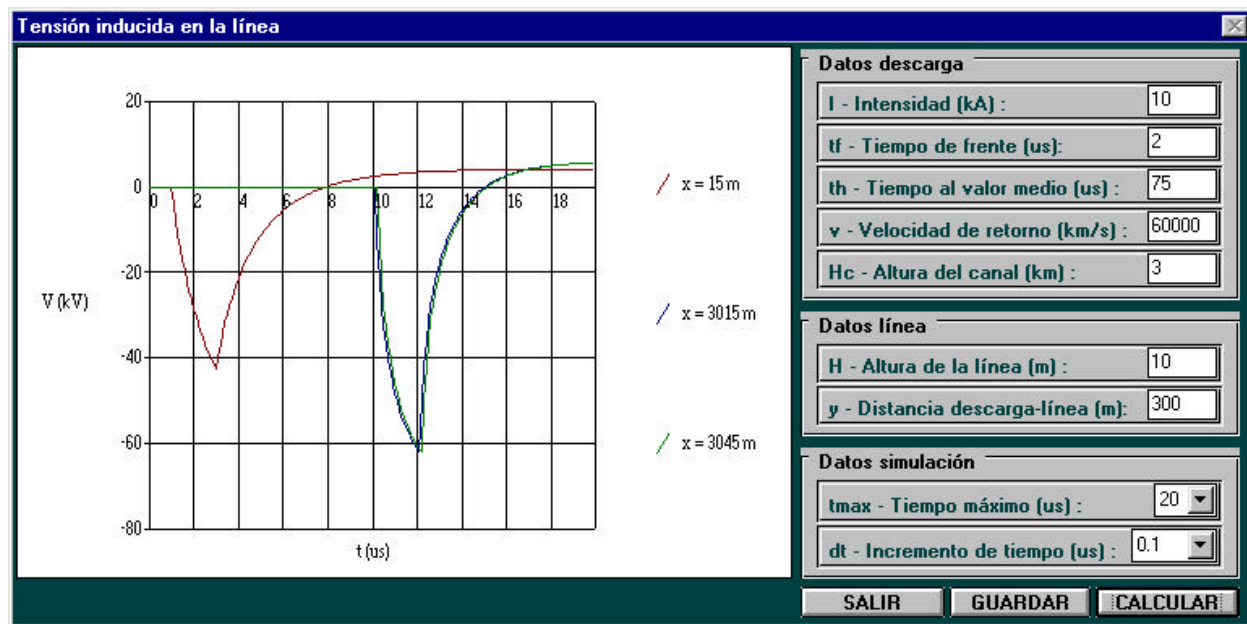


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

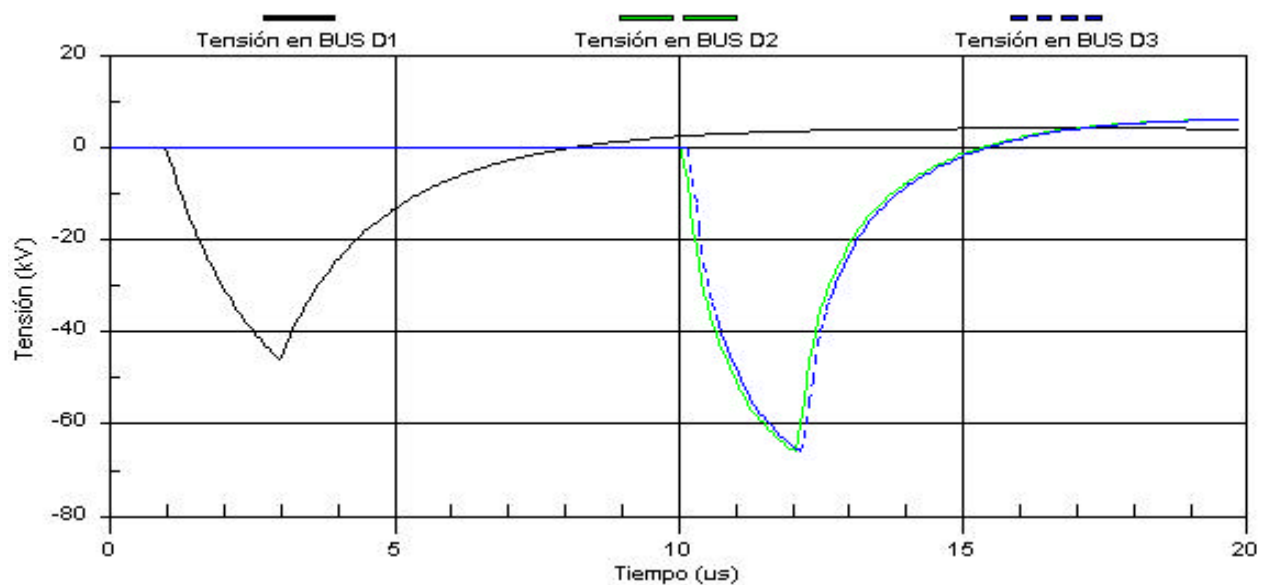
Figura 4.53. Ejemplo 2. Esquema de línea 2.



a) Esquema de la línea



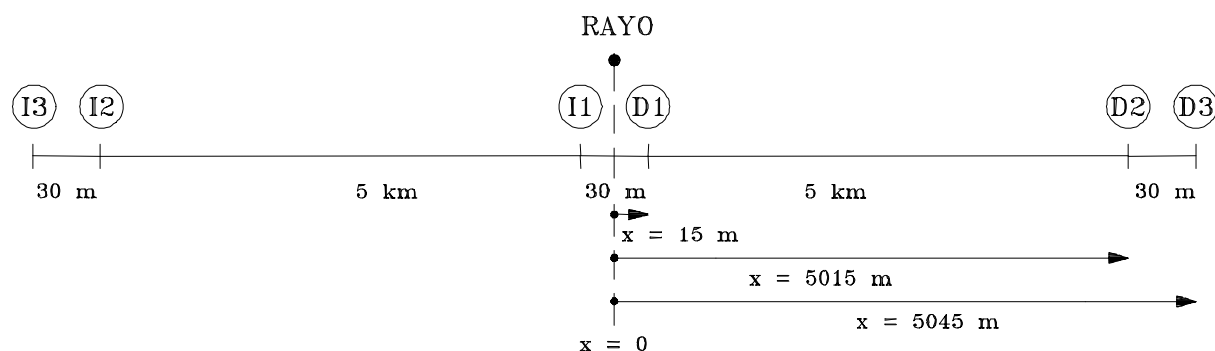
b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri



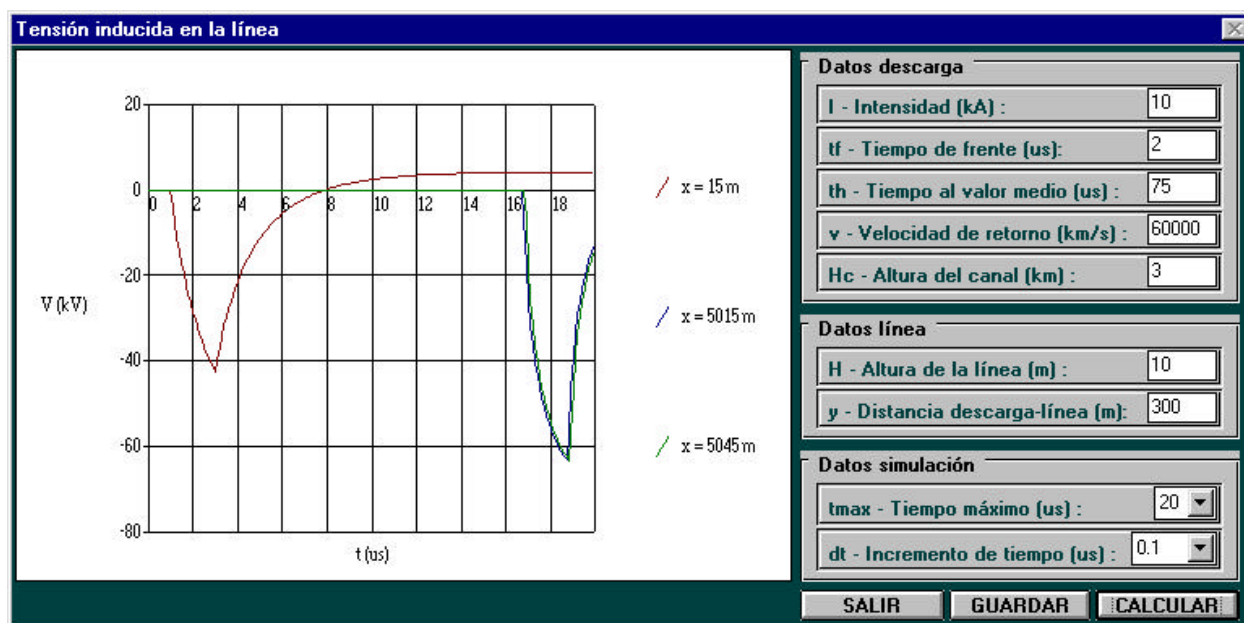
c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.54. Ejemplo 3. Esquema de línea 1.

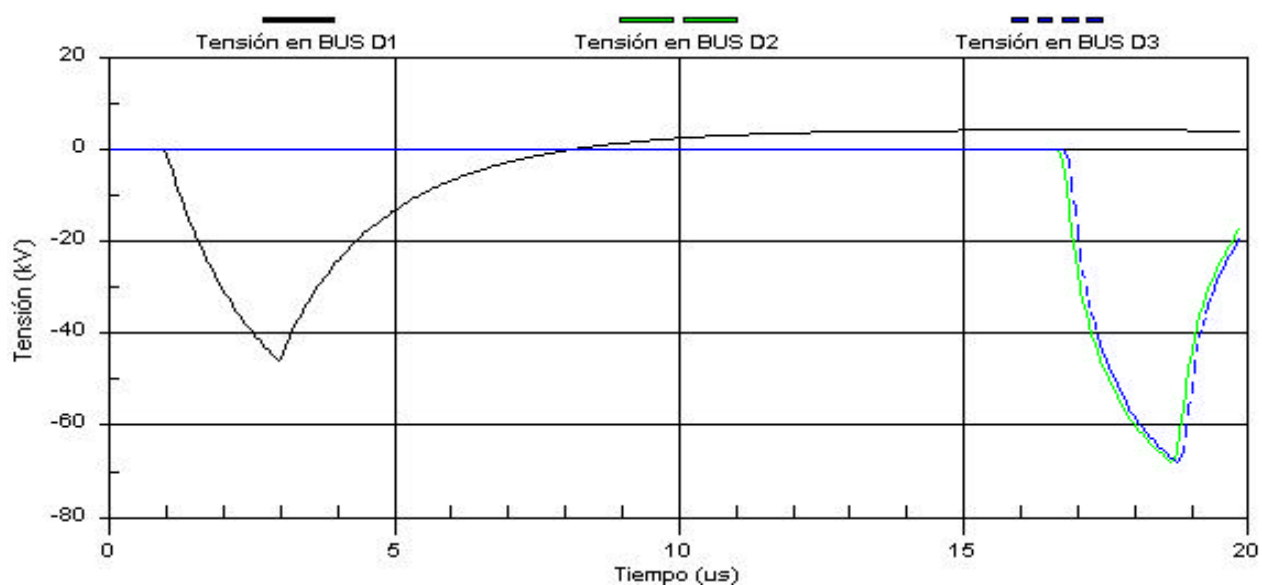




a) Esquema de la línea

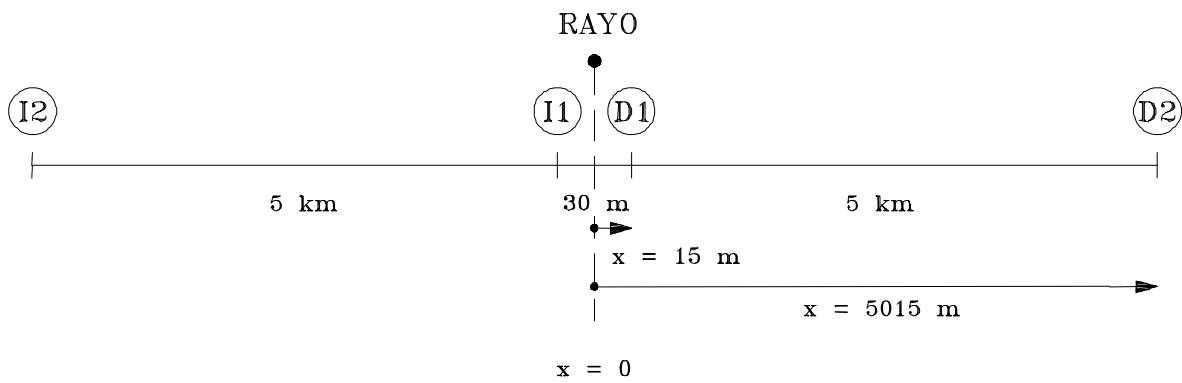


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

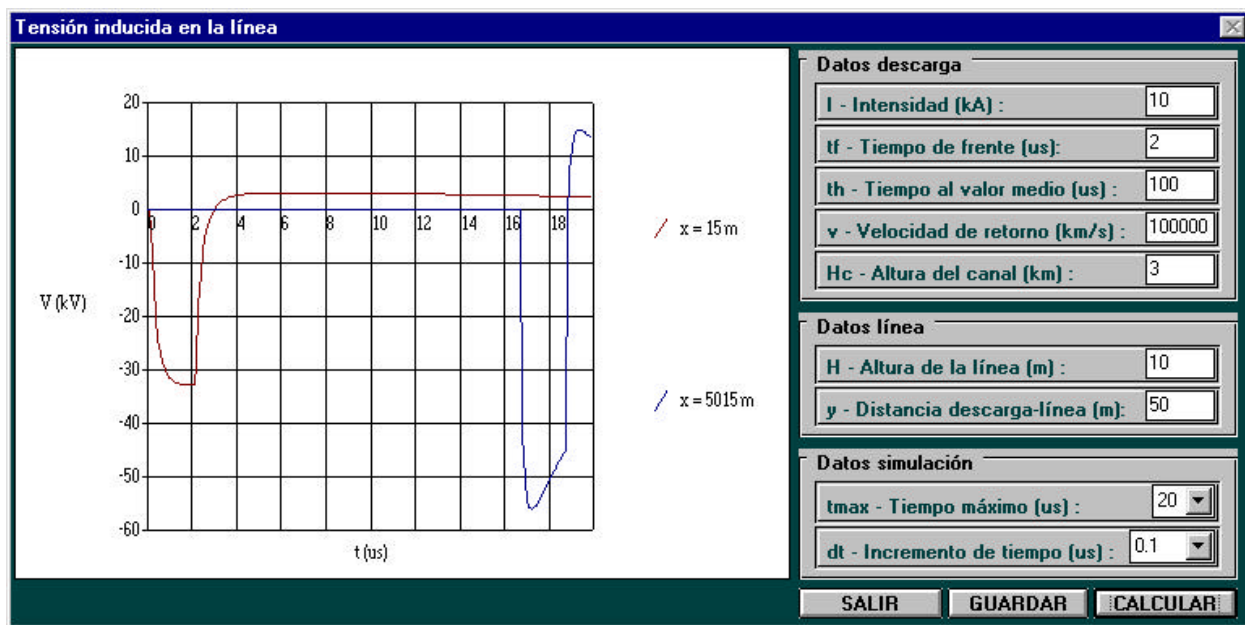


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

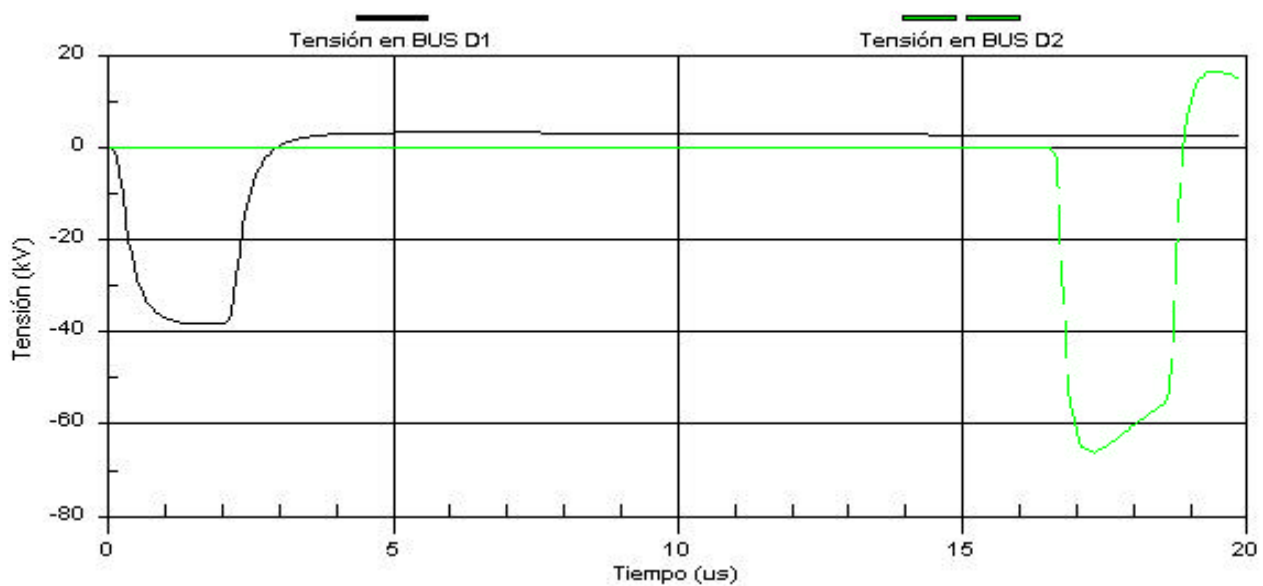
Figura 4.55. Ejemplo 3. Esquema de línea 2.



a) Esquema de la línea

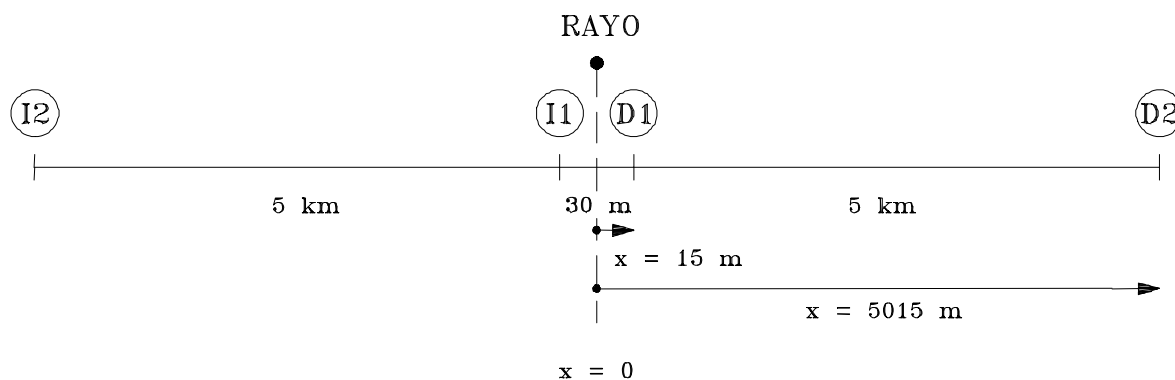


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

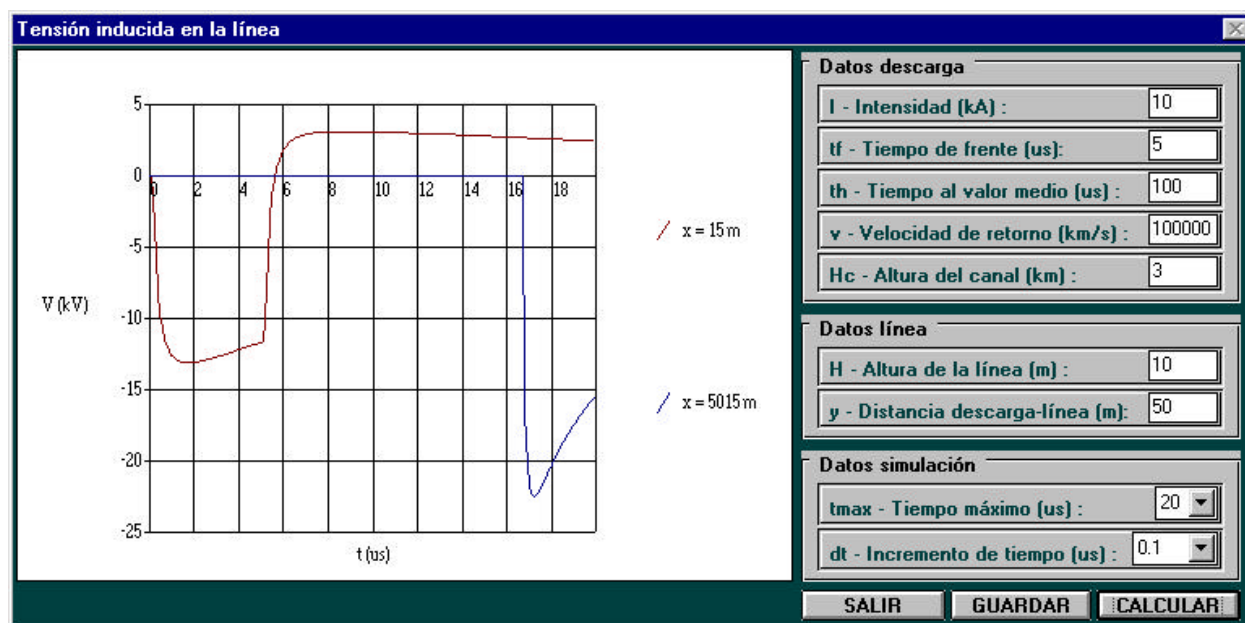


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

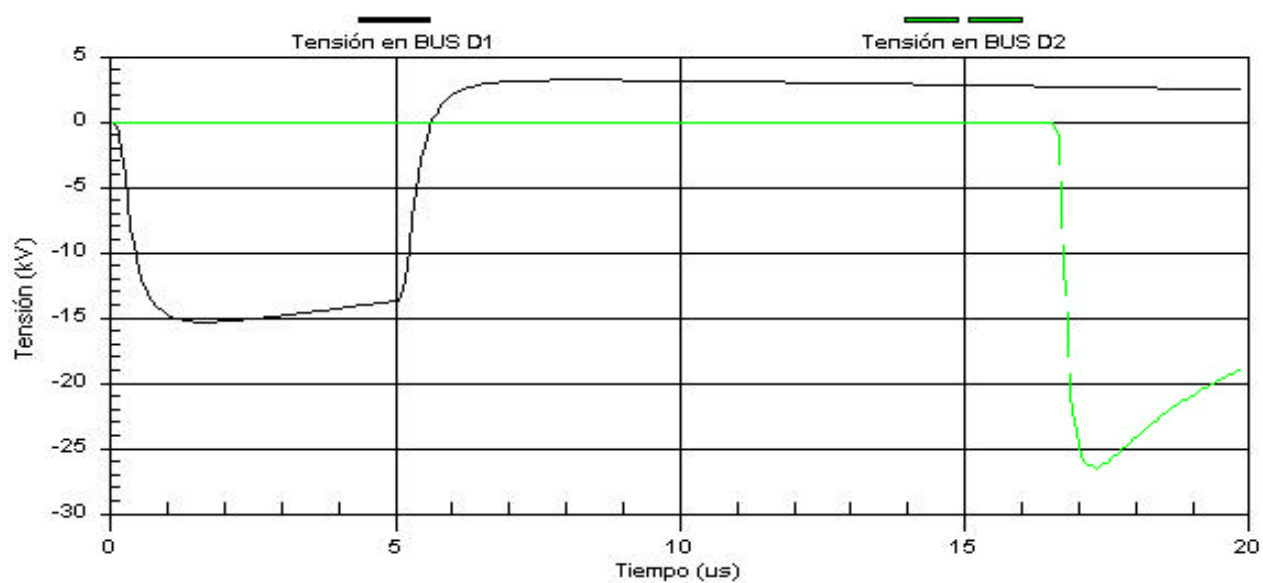
Figura 4.56. Ejemplo 4. Tiempo de frente  $t_f = 2 \mu s$ .



a) Esquema de la línea

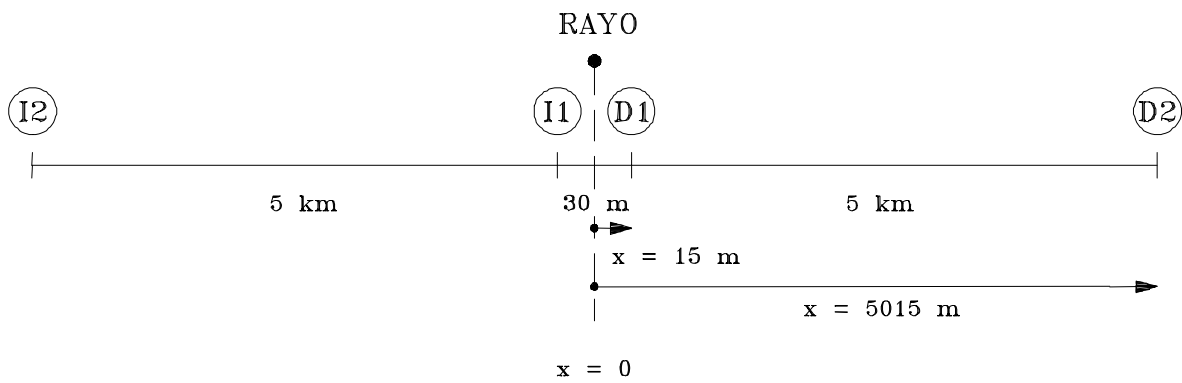


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

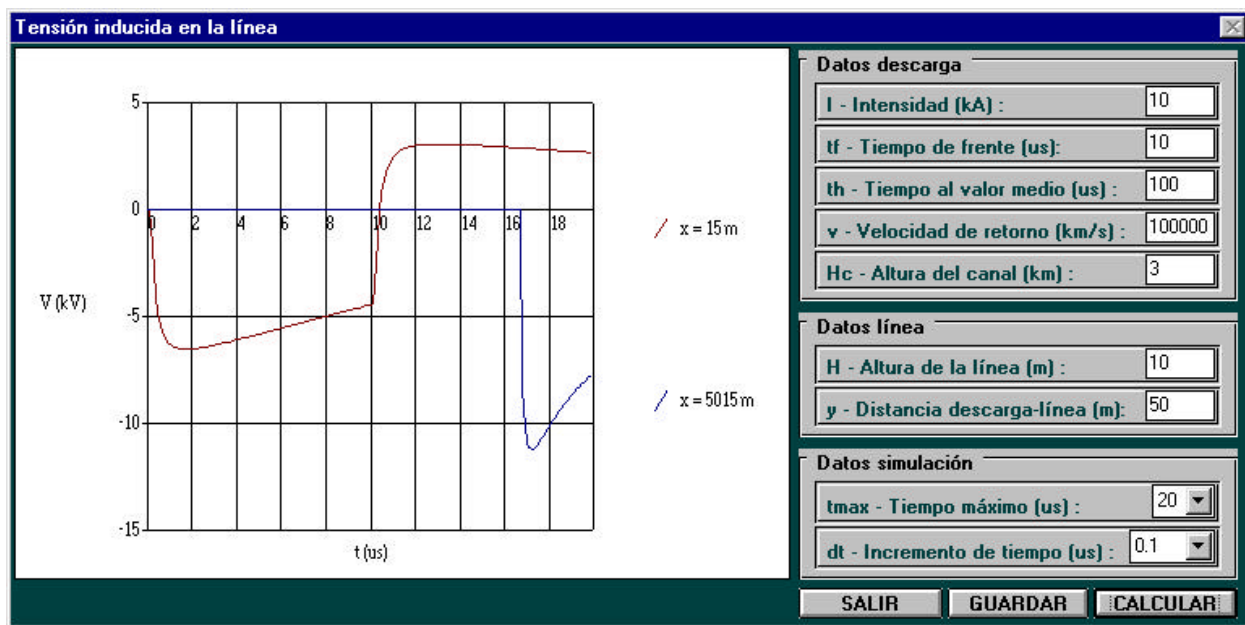


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

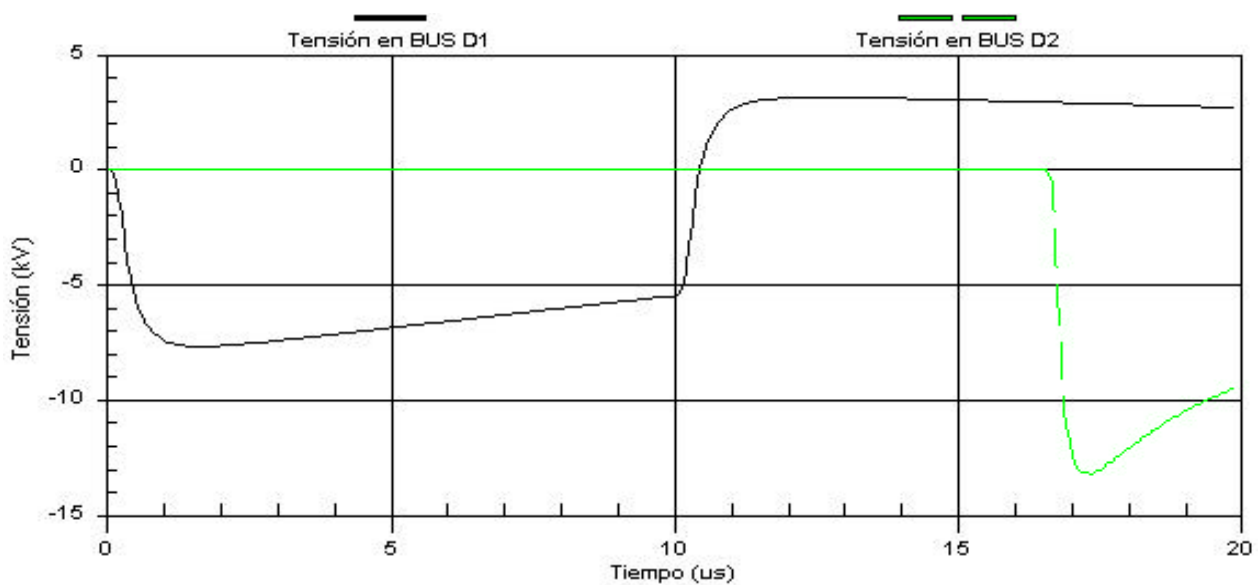
Figura 4.57. Ejemplo 4. Tiempo de frente  $t_f = 5 \mu\text{s}$ .



a) Esquema de la línea



b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri



c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.58. Ejemplo 4. Tiempo de frente  $t_f = 10 \mu\text{s}$ .

### Líneas trifásicas

Los diferentes estudios que se van a realizar son similares a los realizados para líneas monofásicas, pero ahora se tendrán en cuenta líneas trifásicas sin y con cable de tierra. El objetivo es comparar nuevamente la tensión inducida calculada por un lado con el método de Chowdhuri, ver apartado 4.3.3.2.2, y por otro lado mediante simulación con EMTP/ATP, ver apartado 4.5.3.1. Al igual que con líneas monofásicas, se han utilizado un  $\Delta t = 0.1 \mu s$  y un  $\Delta x = 5 m$ .

Este estudio se ha dividido en dos partes. Por un lado, se utilizarán dos geometrías de línea trifásica sin cable de tierra y con un solo tramo con el fin de comparar de manera sencilla los resultados obtenidos con los dos métodos. Por otro lado, se utilizarán varias geometrías de línea trifásica con y sin cable de tierra con el objetivo añadido de comparar el efecto sobre la tensión inducida del cable de tierra. En este segundo estudio se utilizarán líneas de tres tramos para tener más puntos donde comprobar el efecto del cable de tierra.

A continuación se resumen los dos estudios realizados.

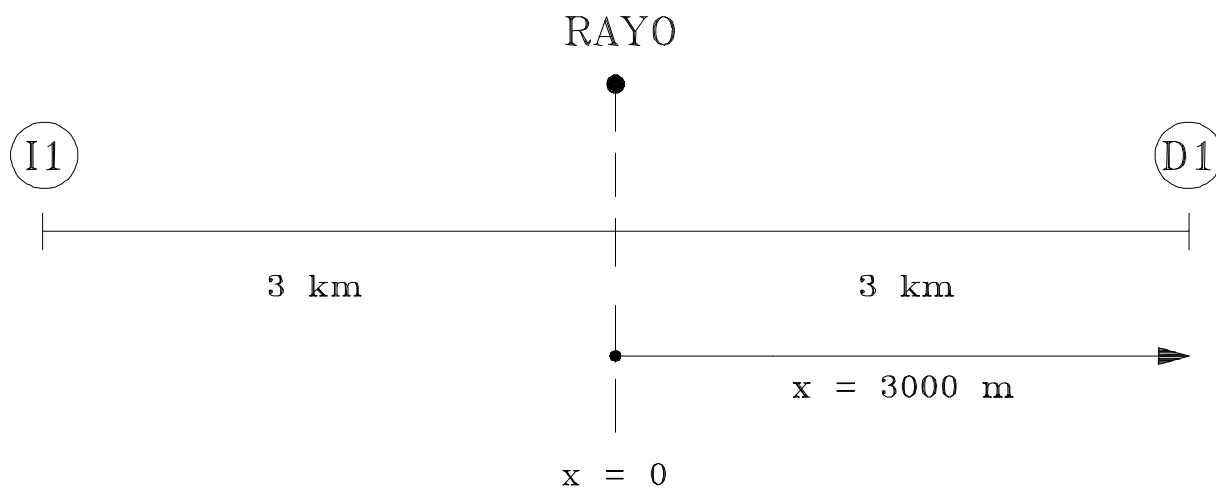
- 1) Como ya se ha comentado, en este estudio se va a utilizar una línea trifásica sin cable de tierra de un solo tramo cuya longitud es de 6 km. La figura 4.59a presenta el ejemplo estudiado. Las figuras 4.59b y 4.59c muestran el esquema equivalente y la representación de la línea estudiada con EMTP/ATP. Las sobretensiones inducidas se han calculado en los extremos de la línea, nudos I1 y D1, ver figura 4.59a. Por simetría, solamente serán presentadas las sobretensiones que aparecen en el nudo D1.

En este estudio se han considerado dos geometrías de línea diferentes, una para líneas horizontales y otra para líneas verticales. Con cada ejemplo aparece la configuración de línea adoptada. En todos los ejemplos se ha utilizado un diámetro de los conductores de  $\phi_c = 10 mm$ .

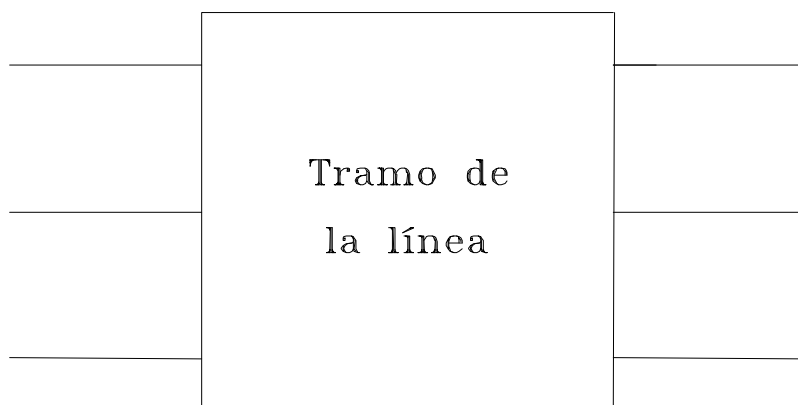
A continuación se comentan las conclusiones más importantes que se han obtenido. Ver figuras 4.60 a 4.67.

- Sea cual sea el método utilizado, en las líneas verticales ha sido más fácil distinguir las ondas de tensión que se han inducido en cada conductor. Esto es lógico, puesto que en una línea vertical los tres conductores se encuentran a una altura diferente y la tensión inducida es muy dependiente de la altura de la línea. Sin embargo, en una línea horizontal todos los conductores se encuentran a la misma altura, y además, la distancia entre conductores es despreciable frente a la distancia entre descarga y línea, con lo cual la tensión inducida es prácticamente la misma en cada conductor.
- Al igual que para líneas monofásicas, si se observan todas las figuras, sea cual sea la geometría de línea utilizada, todas ellas muestran formas de onda similares al comparar los resultados obtenidos utilizando el método de Chowdhuri con los obtenidos mediante simulación con EMTP/ATP. No obstante, de nuevo la diferencia entre valores máximos puede llegar a ser considerable. Para estudiar este efecto se ha variado el valor de la velocidad de retorno del rayo.

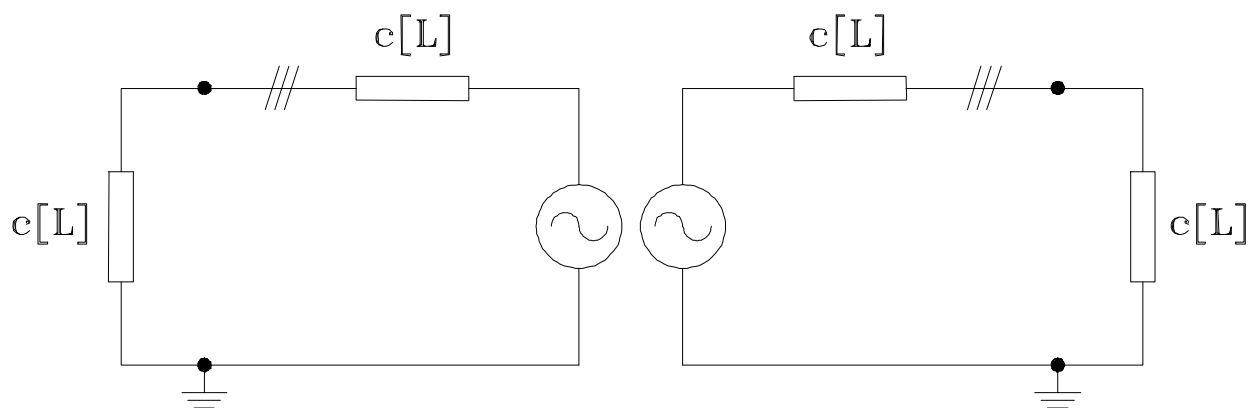
La diferencia al comparar los valores de pico de la tensión inducida con ambos métodos depende fuertemente del valor de la velocidad de retorno del rayo. Esta diferencia pasa de tener aproximadamente un 2 % con una velocidad de retorno  $v = 30000 km/s$ , a tener más de un 30 % con una velocidad  $v = 150000 km/s$ . Además, estos resultados son independientes de la geometría de línea utilizada.



a) Línea estudiada

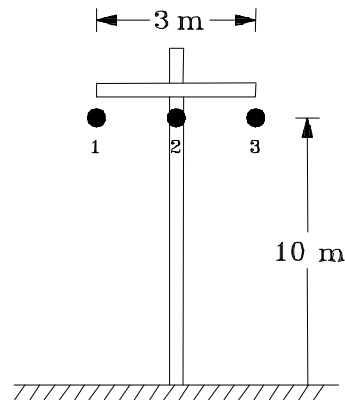


b) Esquema equivalente

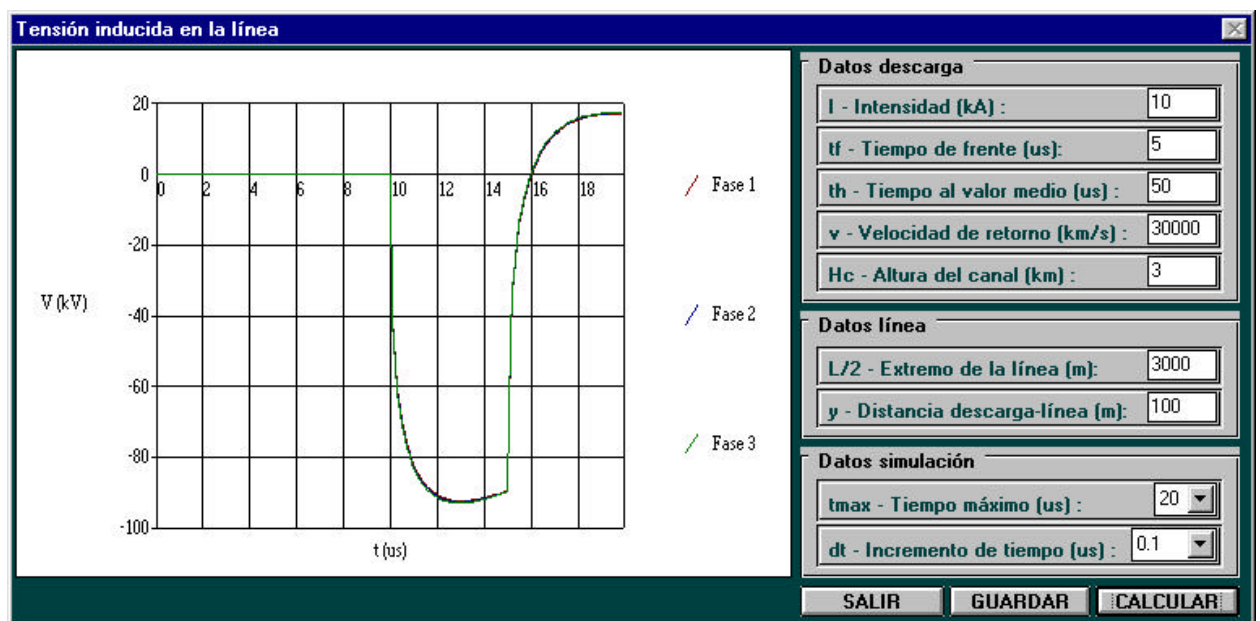


c) Representación de la línea en EMTP/ATP

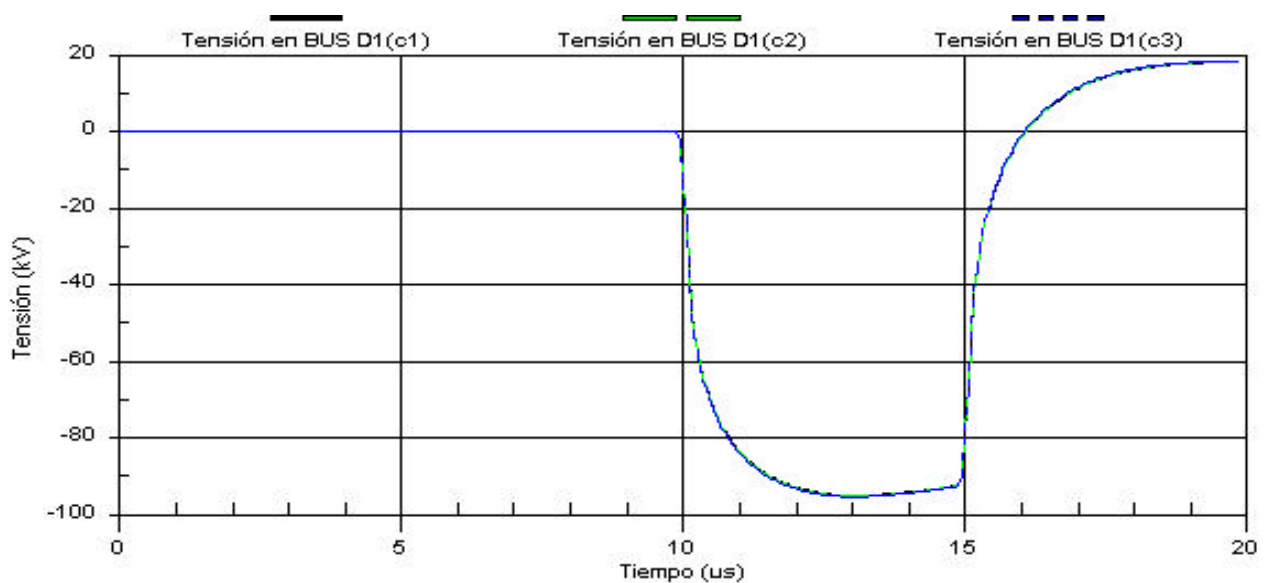
Figura 4.59. Modelo utilizado en EMTP/ATP con una línea trifásica sin cable de tierra compuesta por 1 tramo.



a) Geometría de la línea

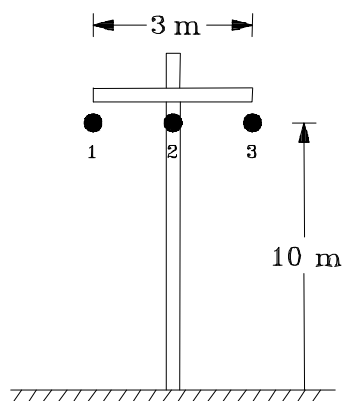


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

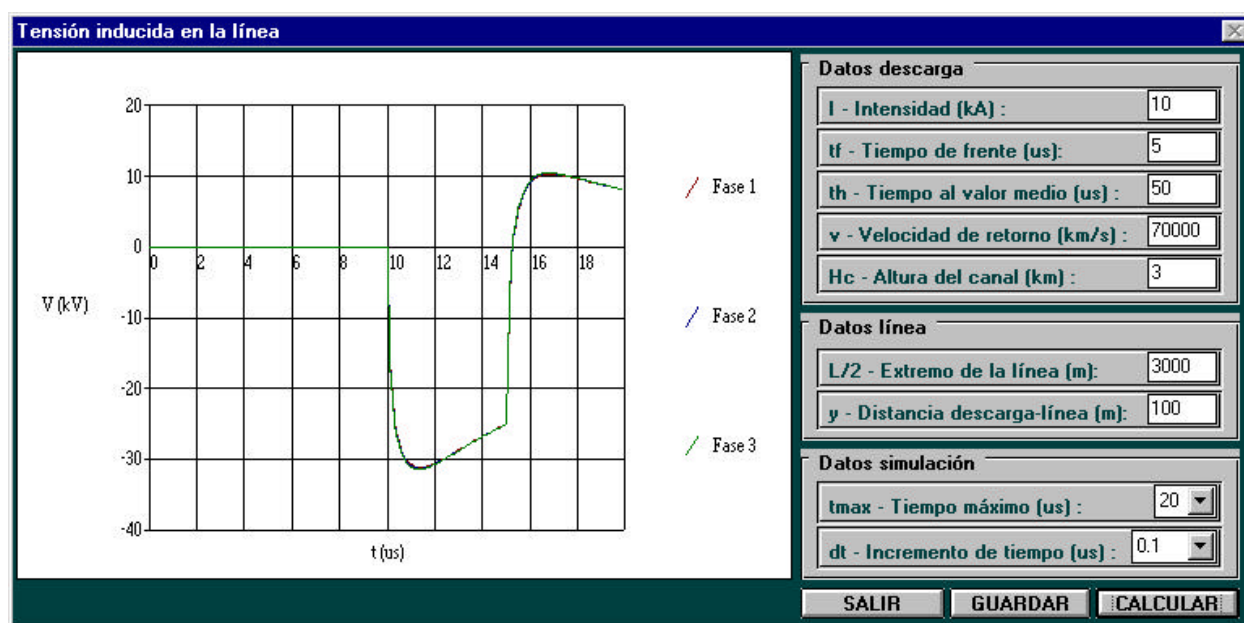


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

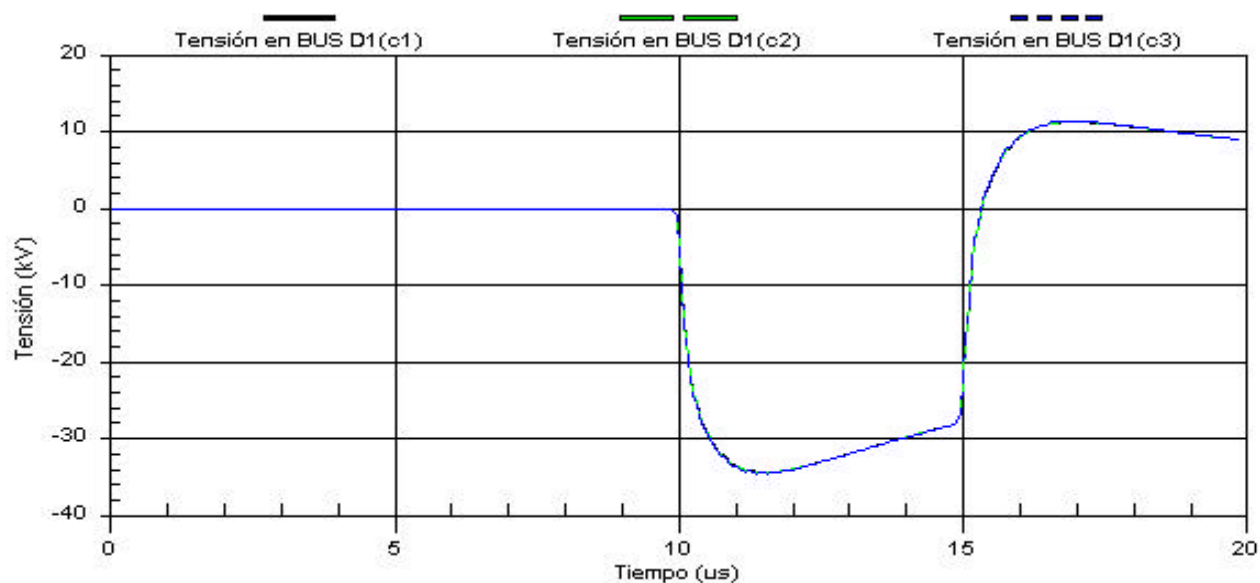
Figura 4.60. Línea horizontal. Velocidad de retorno del rayo  $v = 30000$  km/s.



a) Geometría de la línea



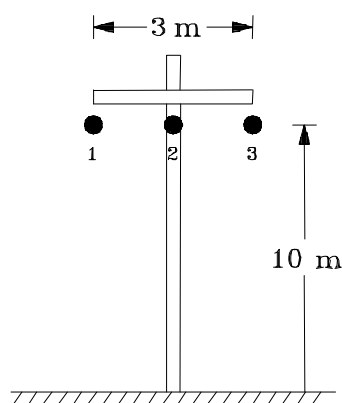
b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri



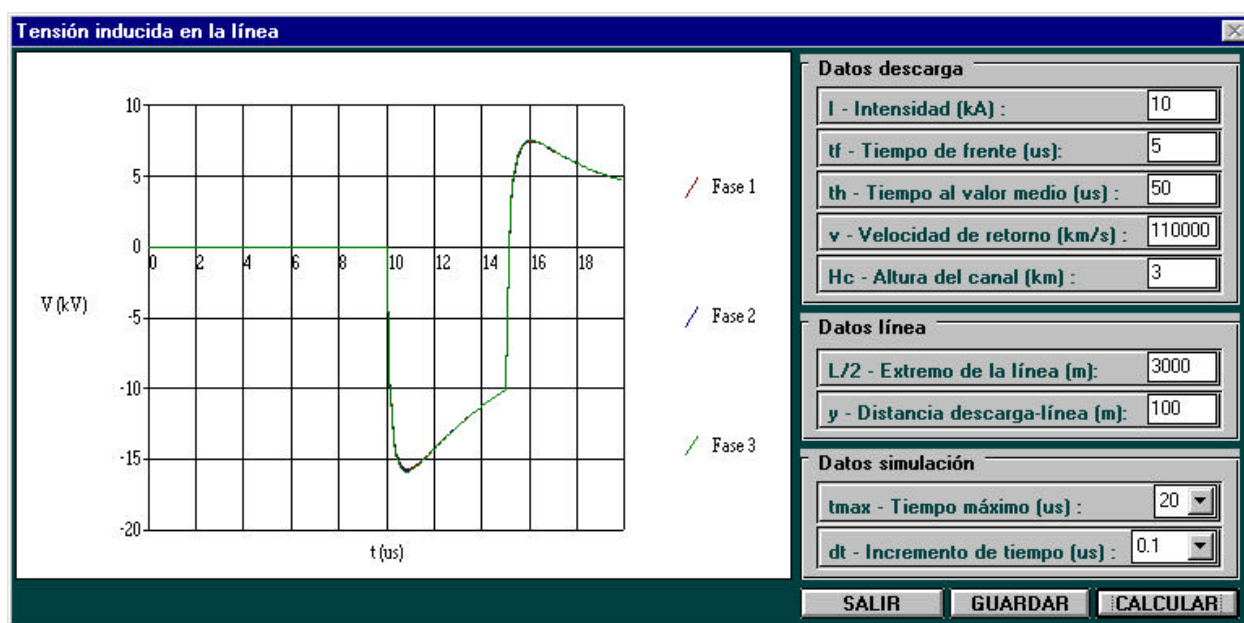
c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.61. Línea horizontal. Velocidad de retorno del rayo  $v = 70000$  km/s.

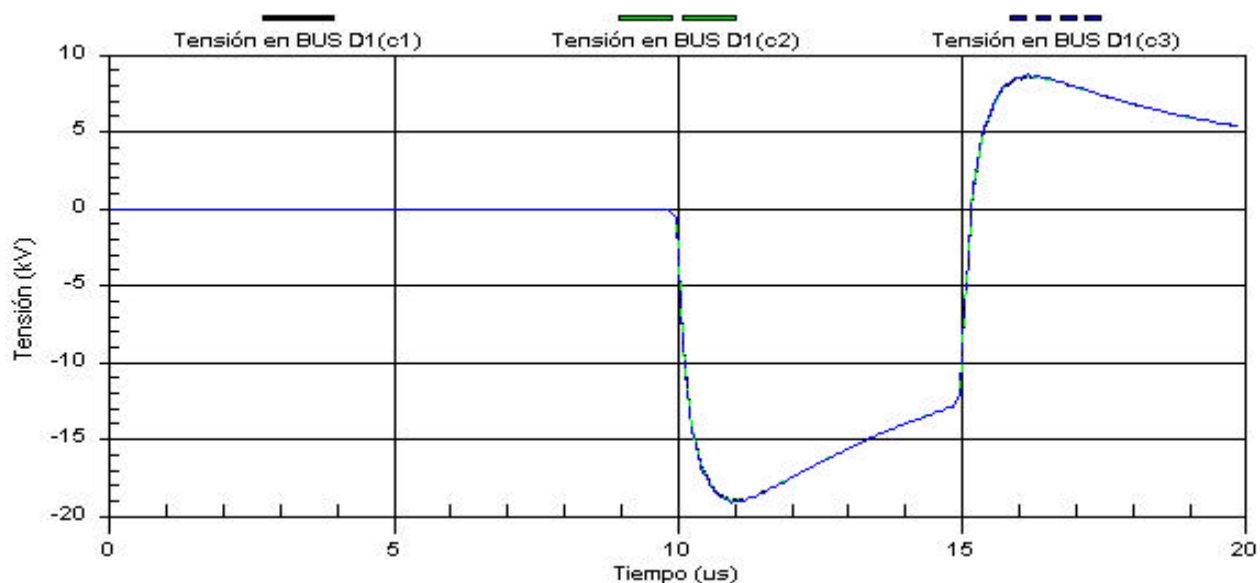




a) Geometría de la línea

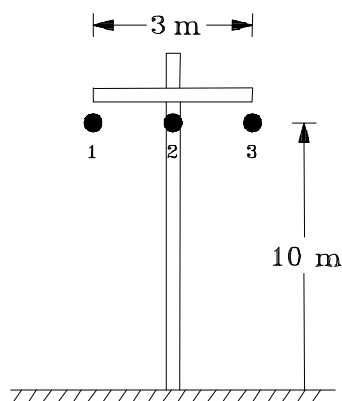


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

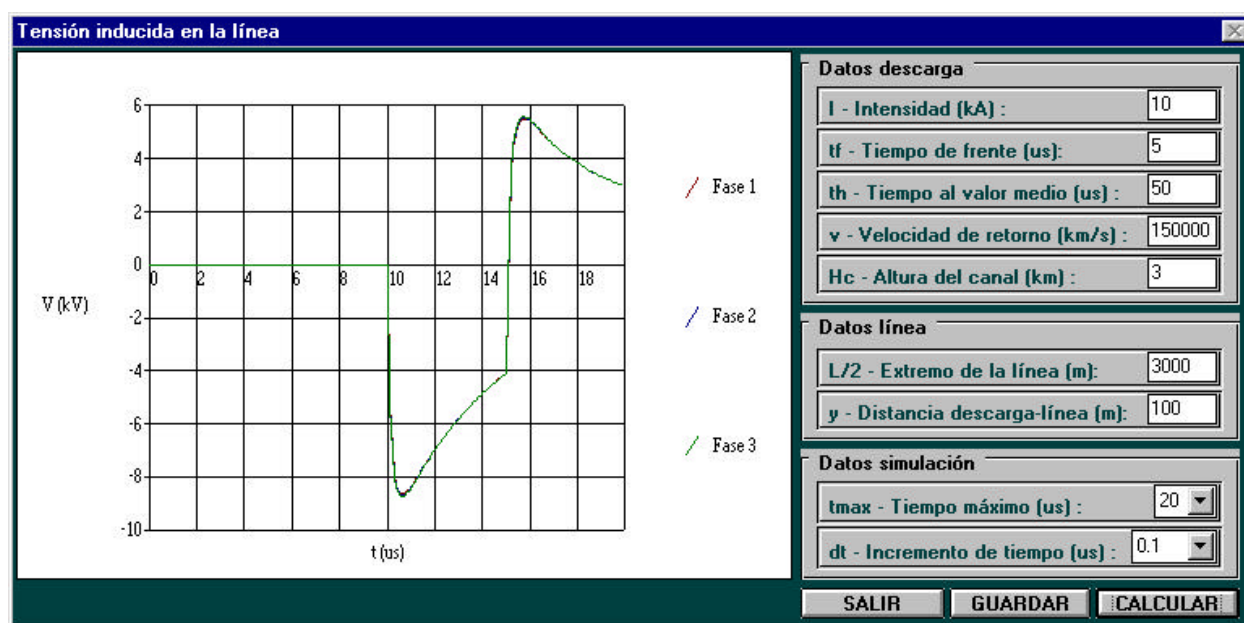


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

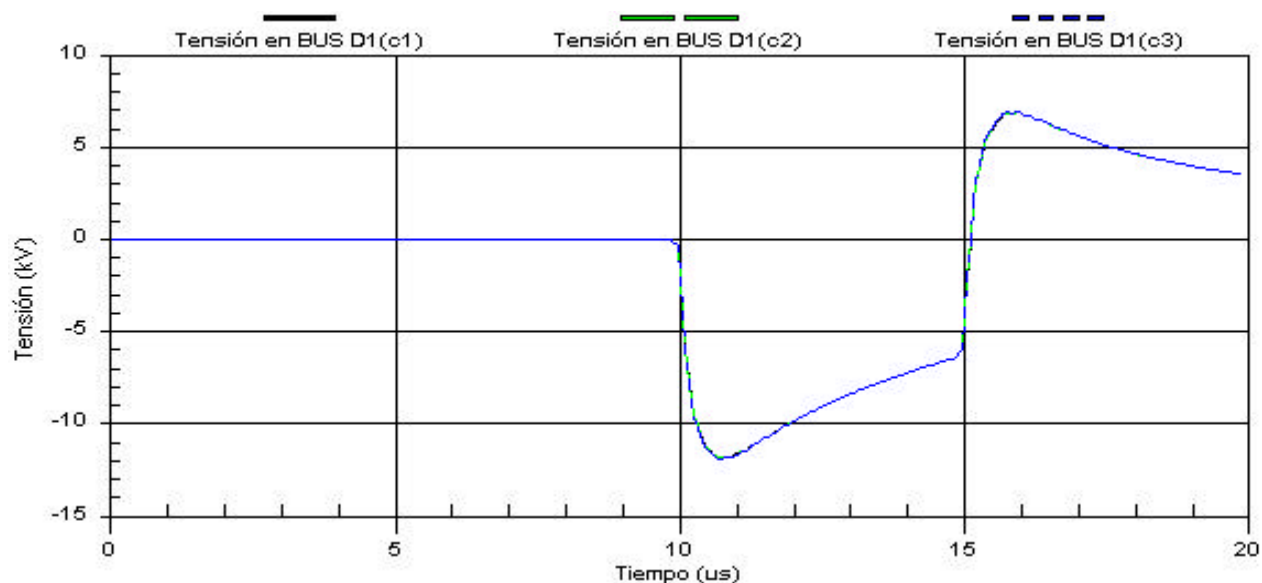
Figura 4.62. Línea horizontal. Velocidad de retorno del rayo  $v = 110000$  km/s.



a) Geometría de la línea

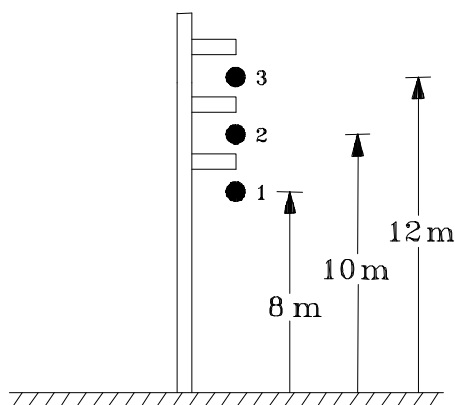


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

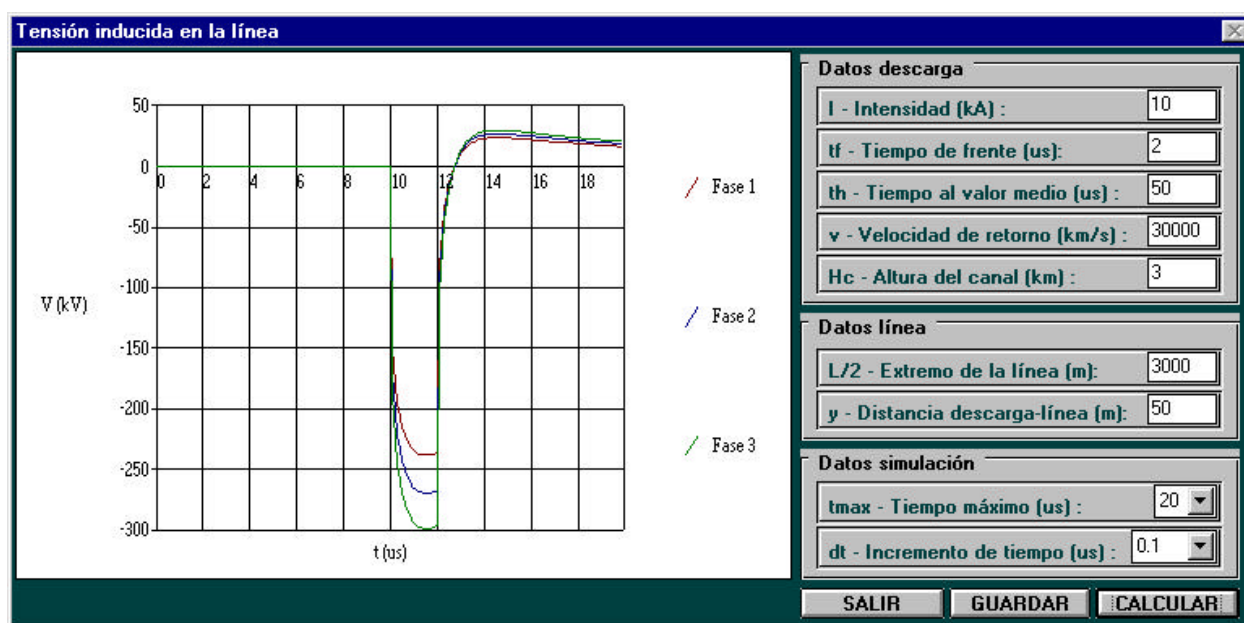


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

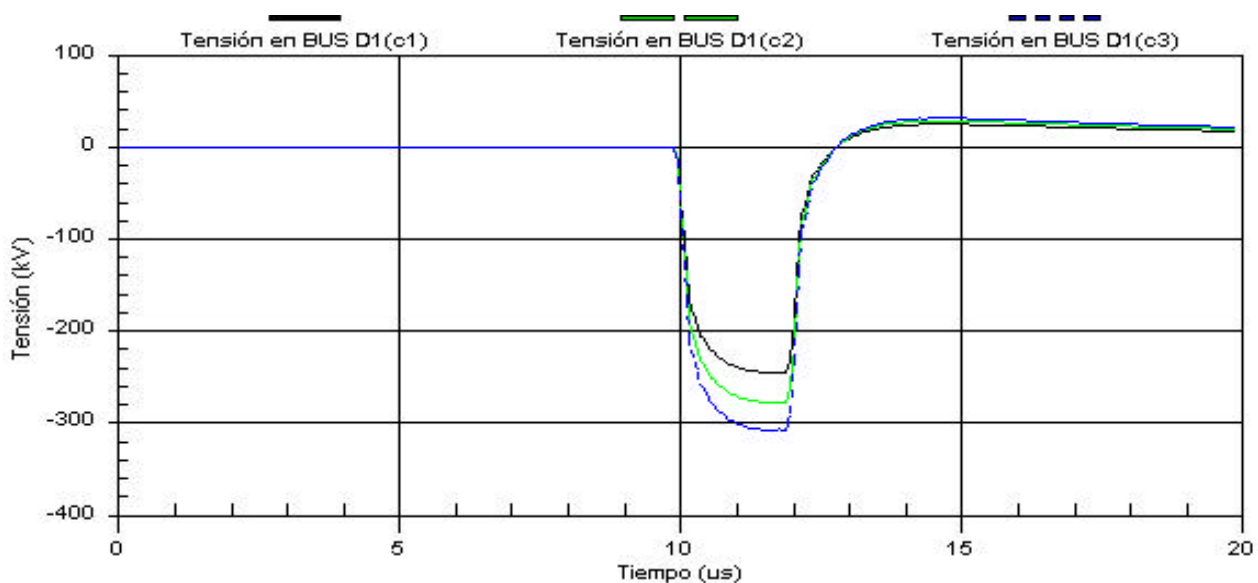
Figura 4.63. Línea horizontal. Velocidad de retorno del rayo  $v = 150000$  km/s.



a) Geometría de la línea

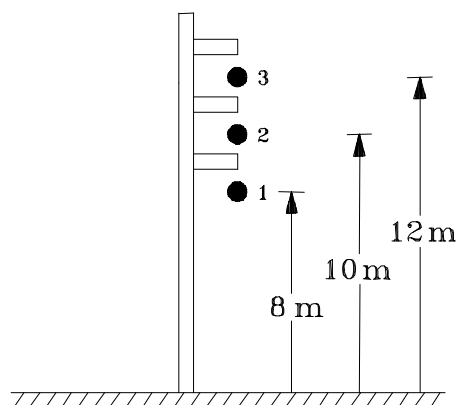


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

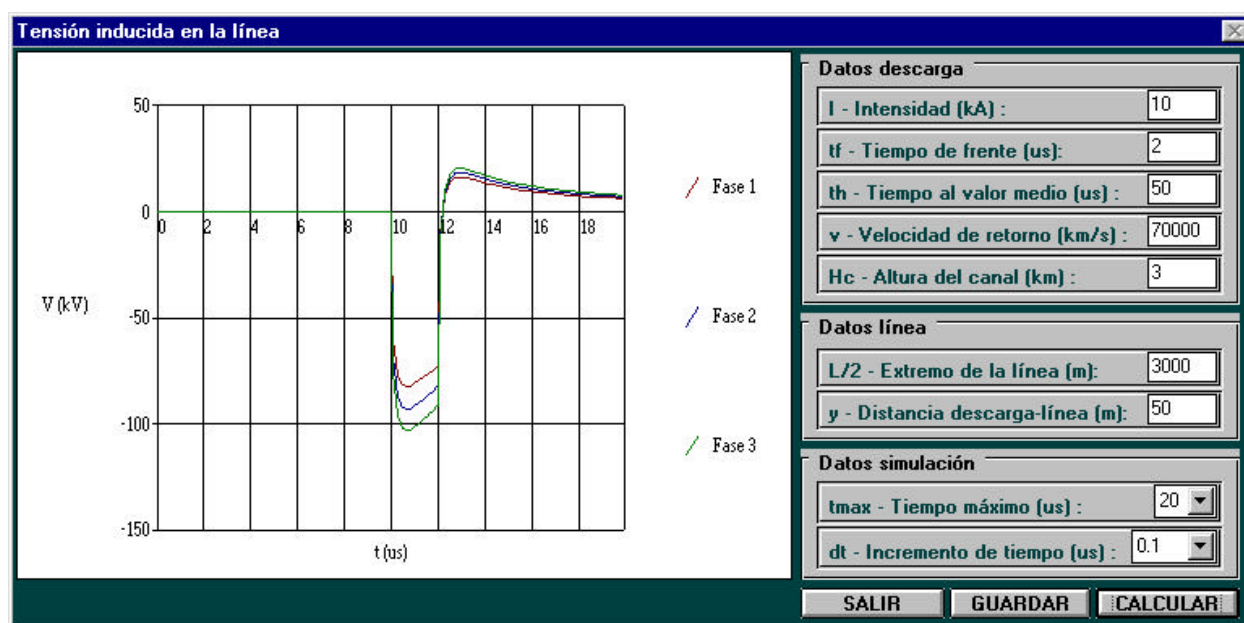


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

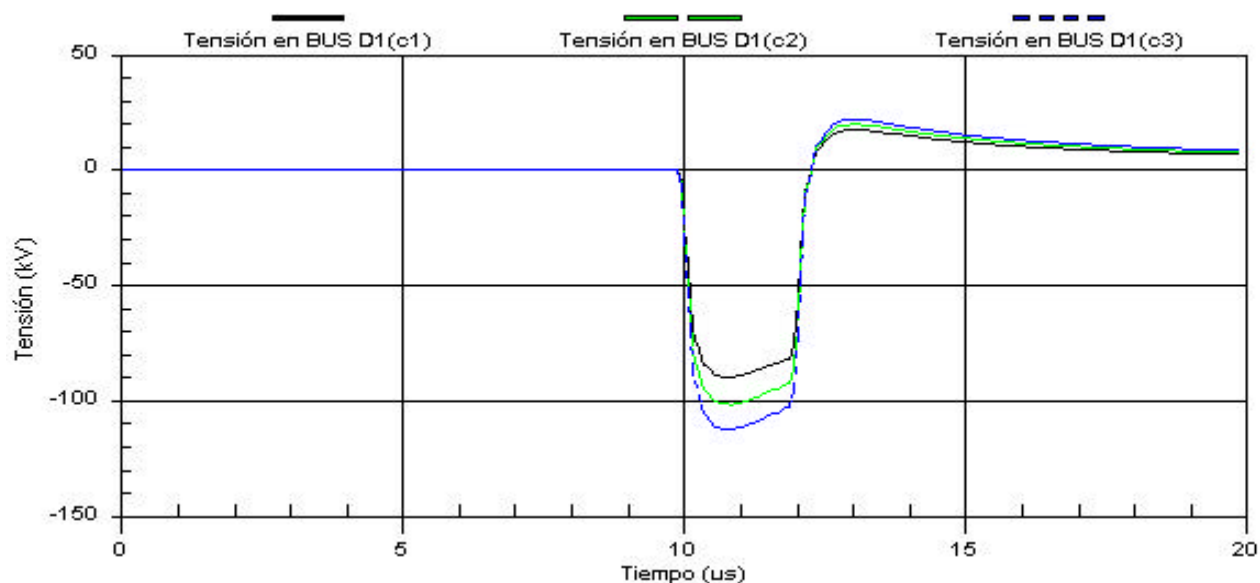
Figura 4.64. Línea vertical. Velocidad de retorno del rayo  $v = 30000$  km/s.



a) Geometría de la línea

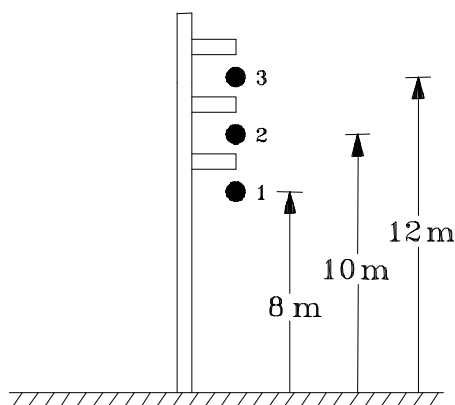


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

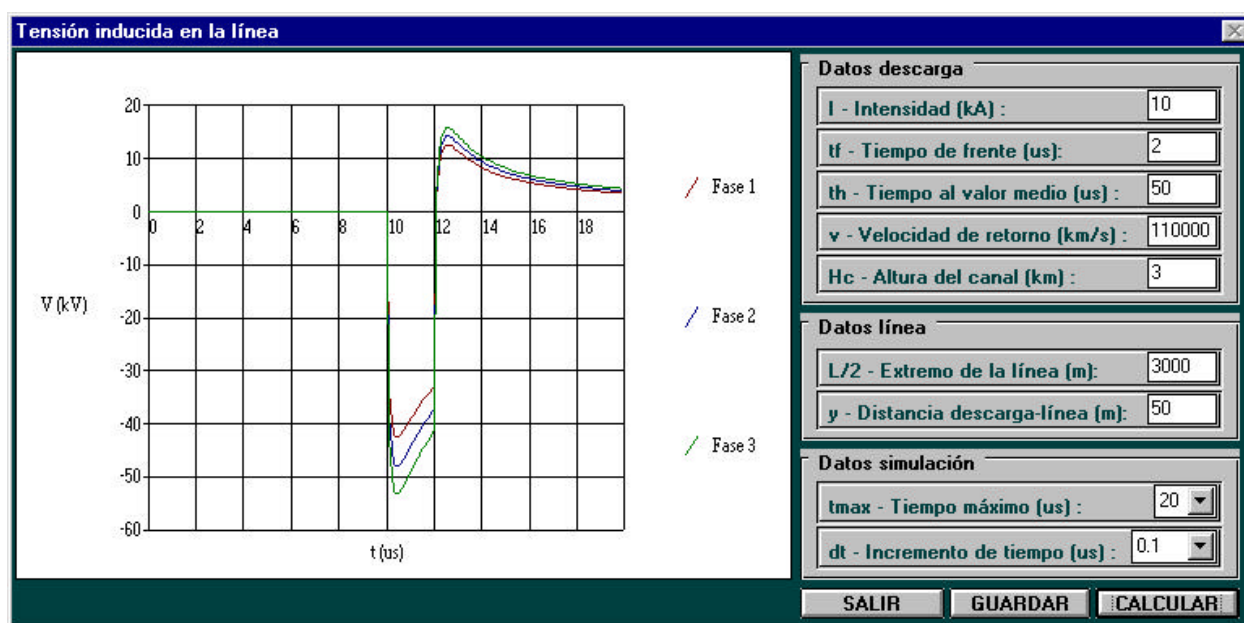


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

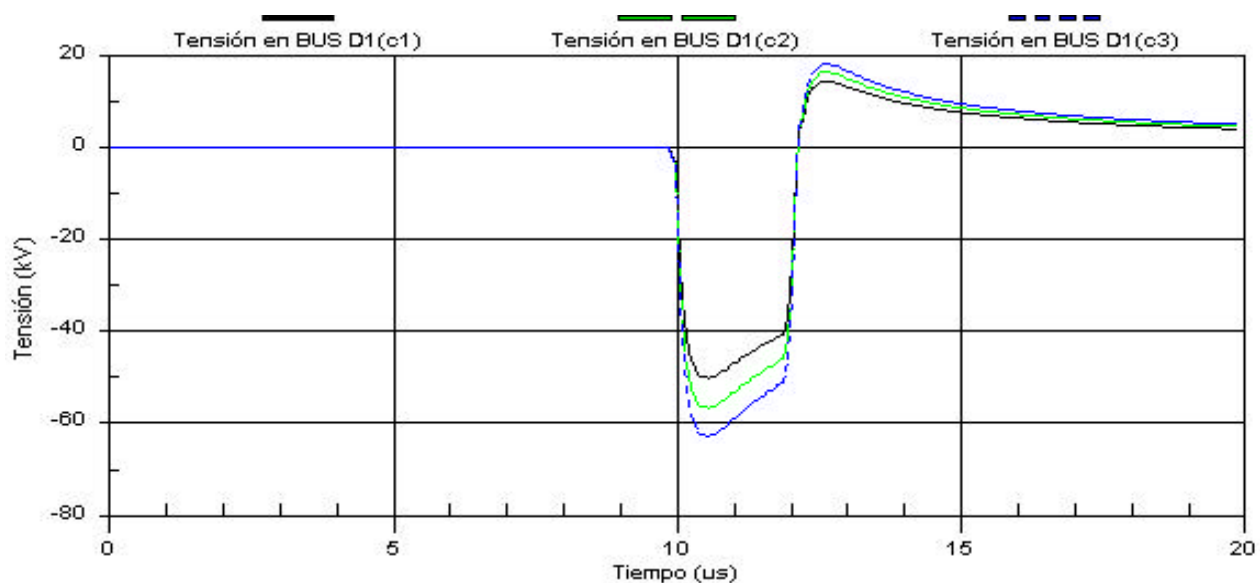
Figura 4.65. Línea vertical. Velocidad de retorno del rayo  $v = 70000$  km/s.



a) Geometría de la línea

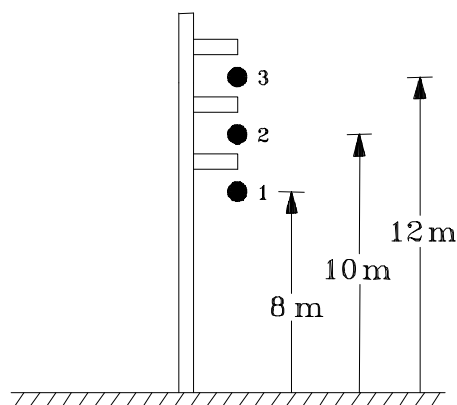


b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri

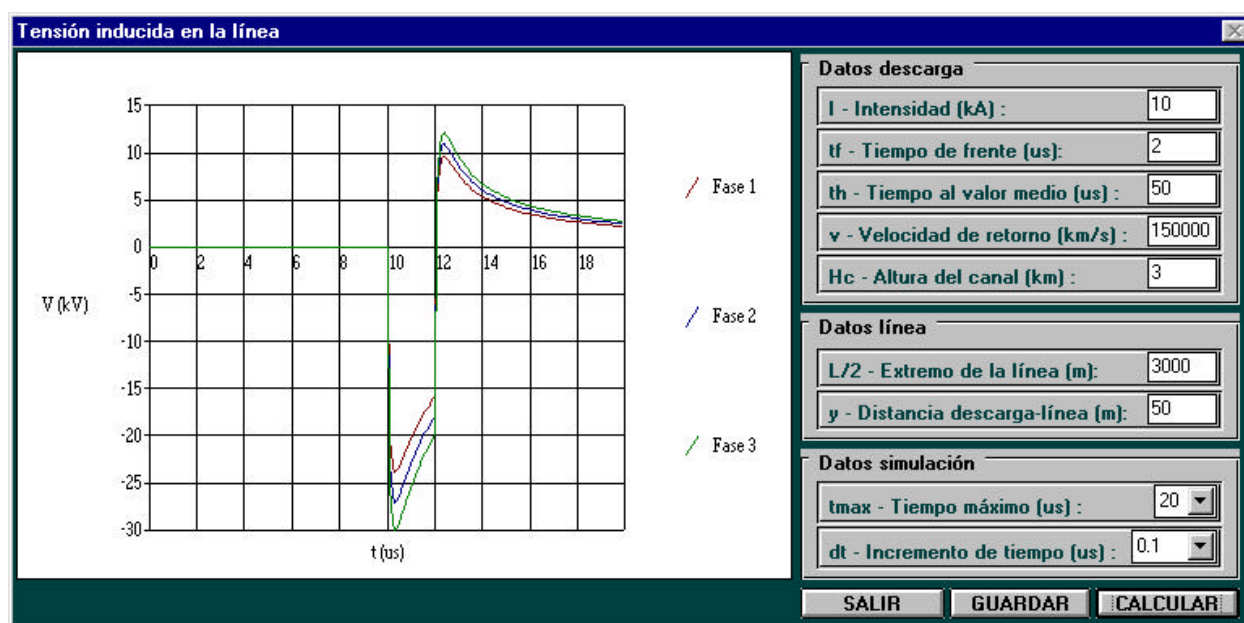


c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

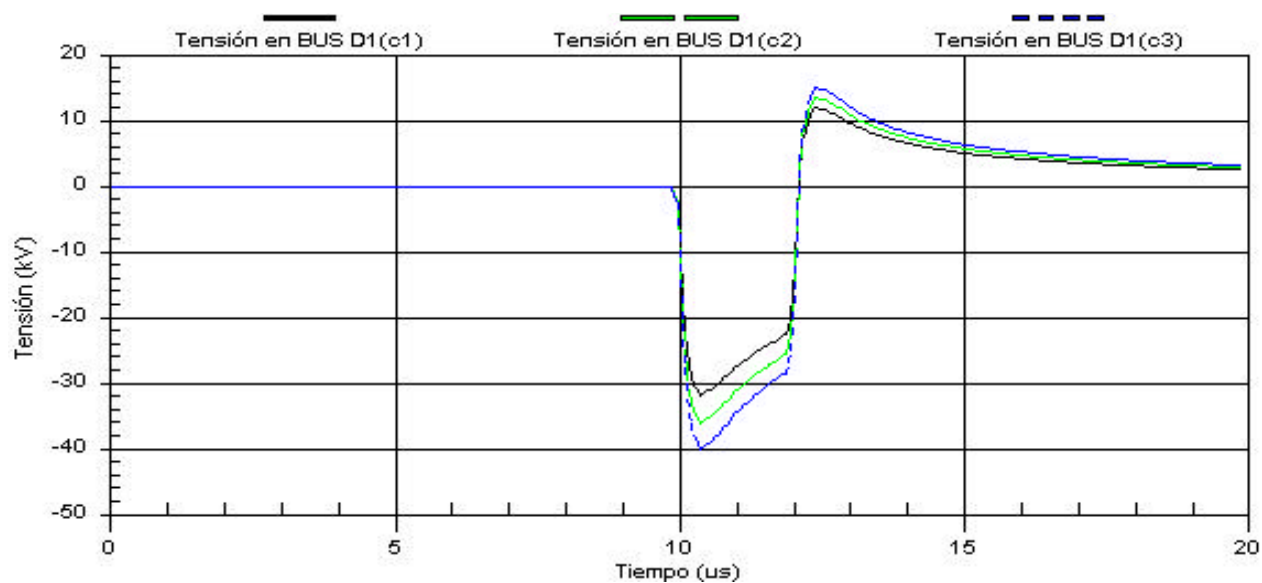
Figura 4.66. Línea vertical. Velocidad de retorno del rayo  $v = 110000$  km/s.



a) Geometría de la línea



b) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri



c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.67. Línea vertical. Velocidad de retorno del rayo  $v = 150000$  km/s.

- 2) A diferencia del estudio anterior, ahora se va a utilizar una línea trifásica sin y con cable de tierra. Además, la línea estará compuesta por tres tramos con la finalidad de tener más puntos donde medir la tensión inducida. Por simetría, solamente se presentarán las sobretensiones que aparecen en los nudos D1 y D2.

La figura 4.68a muestra la línea que se ha estudiado. La figura 4.68b presenta el esquema completo que se utilizará con el EMTP/ATP en el caso de una línea sin apantallar. La figura 4.68c presenta el mismo esquema pero en el caso de una línea apantallada. En este último caso, el cable de tierra será considerado como un conductor más con la única diferencia de que es un conductor que se encuentra conectado a tierra. En todos los casos, cada tramo de la línea se encuentra representado por el modelo de línea que aparece en la figura 4.44.

Se han considerado líneas horizontales y líneas verticales, con y sin cable de tierra. Las figuras 4.69 y 4.78 muestran las diferentes geometrías estudiadas. En todos los ejemplos se ha utilizado un diámetro de los conductores de  $\phi_c = 10$  mm, y cuando la línea se encuentre apantallada un diámetro del cable de tierra de  $\phi_{ct} = 5$  mm.

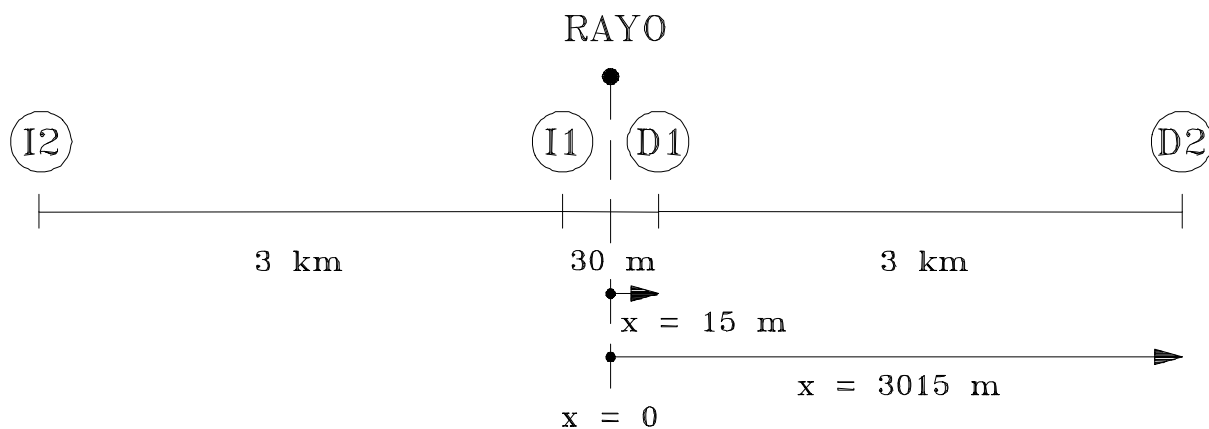
Las figuras 4.70 a 4.77 muestran los resultados que se han obtenido con las líneas horizontales, y las figuras 4.79 a 4.86 los obtenidos con las líneas verticales. A continuación se resumen las conclusiones más importantes del estudio realizado.

- El efecto del cable de tierra sobre las líneas estudiadas es similar sea cual sea el método utilizado. En las líneas horizontales, el conductor central se encuentra más apantallado por el cable de tierra que los conductores más externos. En las líneas verticales, el conductor más elevado es el que se encuentra más apantallado por el cable de tierra, aunque su altura sigue siendo el factor predominante y su tensión inducida continúa siendo la mayor.
- Sea cual sea la geometría de línea utilizada, con y sin apantallamiento, todas las figuras muestran formas de onda similares si se comparan los resultados obtenidos utilizando el método de Chowdhuri con los obtenidos mediante simulación con EMTP/ATP. Sin embargo, nuevamente la diferencia entre las tensiones máximas alcanzadas puede llegar a ser considerable. Para estudiar este efecto se han variado los siguientes parámetros: el tiempo de frente de la onda de corriente del rayo, la velocidad de retorno del rayo, la distancia perpendicular entre descarga y línea, y el valor de pico de la corriente de del rayo.

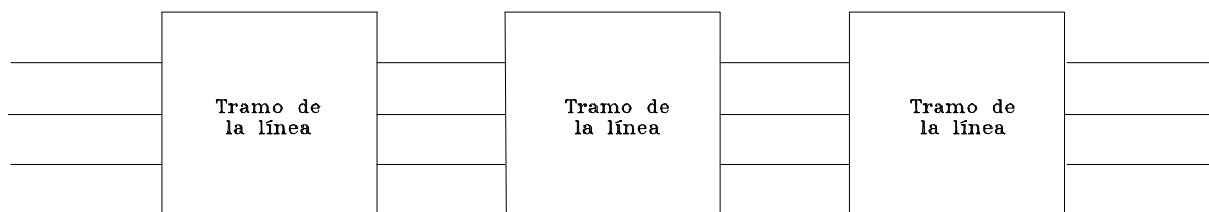
Como ya se ha comentado anteriormente, la diferencia al comparar los resultados obtenidos con el método de Chowdhuri y con el EMTP/ATP depende del valor del tiempo de frente, ver figuras 4.70 a 4.73. Esta diferencia entre tensiones máximas tiende a disminuir con el aumento del valor del tiempo de frente. Este efecto se ha notado sobretodo en la tensión máxima que se alcanza en el nudo D1.

La velocidad de retorno del rayo influye de manera importante sobre el valor de pico de la tensión inducida. Por ejemplo, con una velocidad de  $v = 60000$  km/s, ver figura 4.74, se alcanza una diferencia entre tensiones máximas cercana al 10 %. Sin embargo, con una velocidad de  $v = 150000$  km/s, ver figura 4.76, se puede llegar a tener más de un 30 %. Esta tendencia se repite cuando la línea está apantallada, ver figuras 4.75 y 4.77.

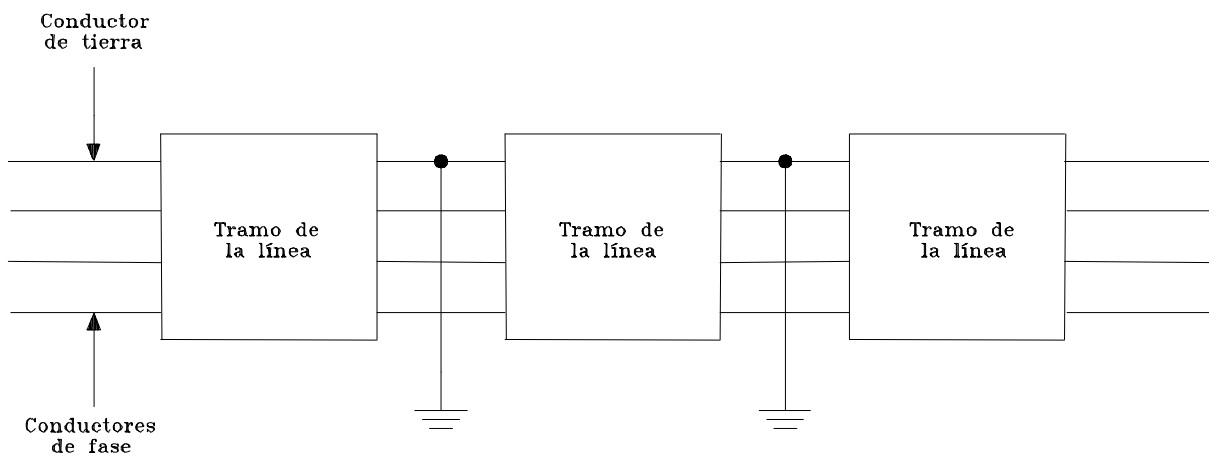
Las variaciones del valor de la distancia perpendicular entre descarga y línea, ver figuras 4.79 a 4.82, y de la intensidad máxima de la descarga de retorno, ver figuras 4.83 a 4.86, apenas han mostrado influencia sobre la diferencia entre tensiones máximas, calculadas según el método de Chowdhuri y mediante el EMTP/ATP.



a) Línea estudiada



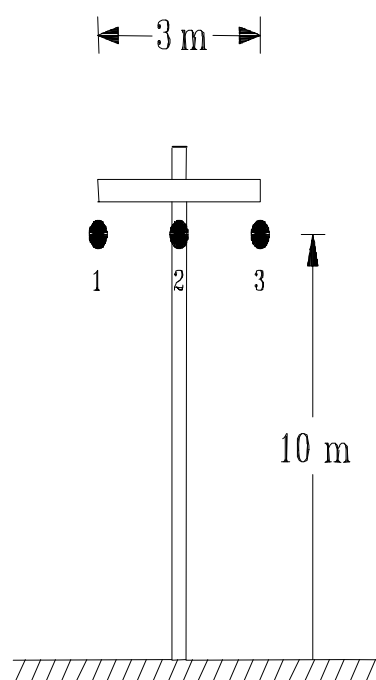
b) Esquema equivalente. Línea sin cable de tierra.



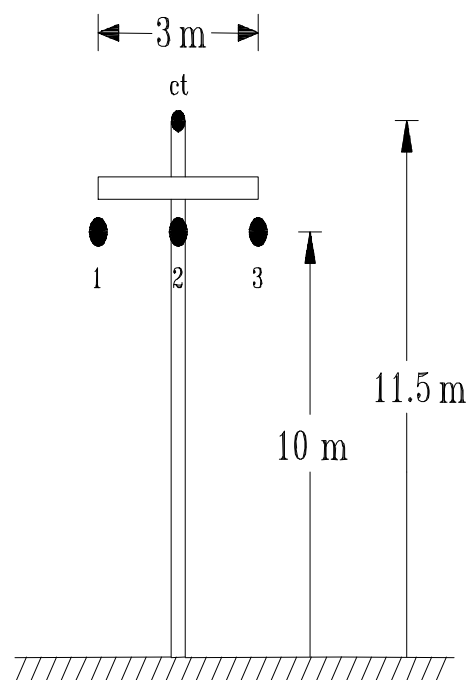
c) Esquema equivalente. Línea con cable de tierra.

Figura 4.68. Modelo utilizado en EMTP/ATP con una línea trifásica compuesta por 3 tramos.

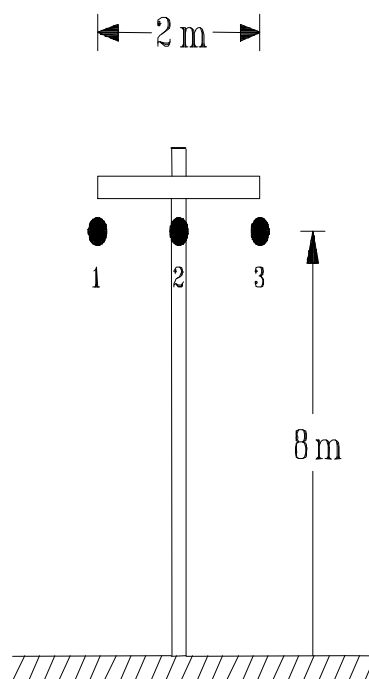




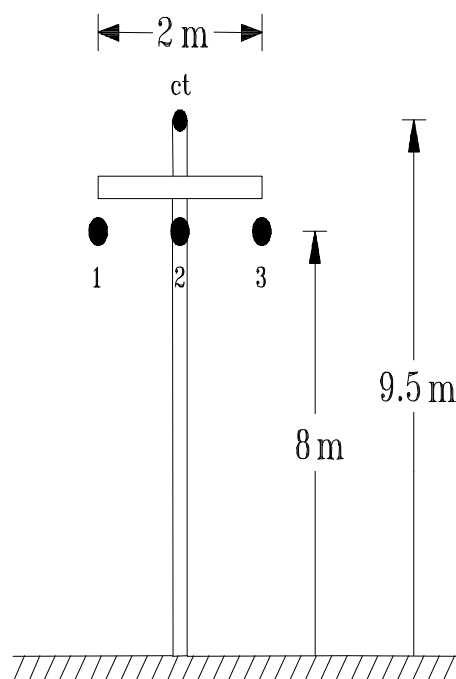
a) Geometría 1. Línea sin cable de tierra



b) Geometría 1. Línea con cable de tierra

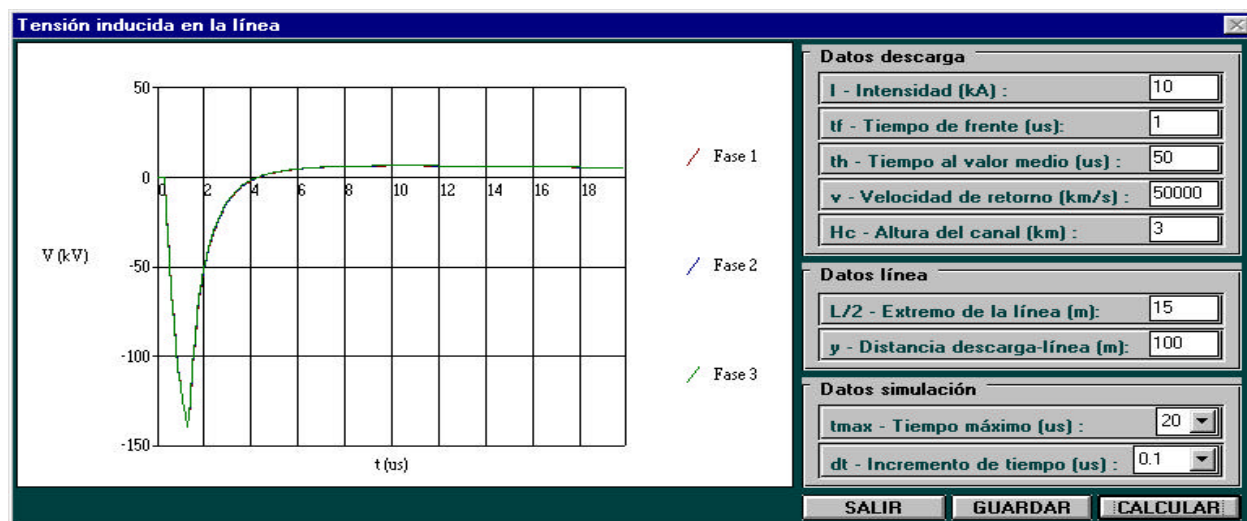
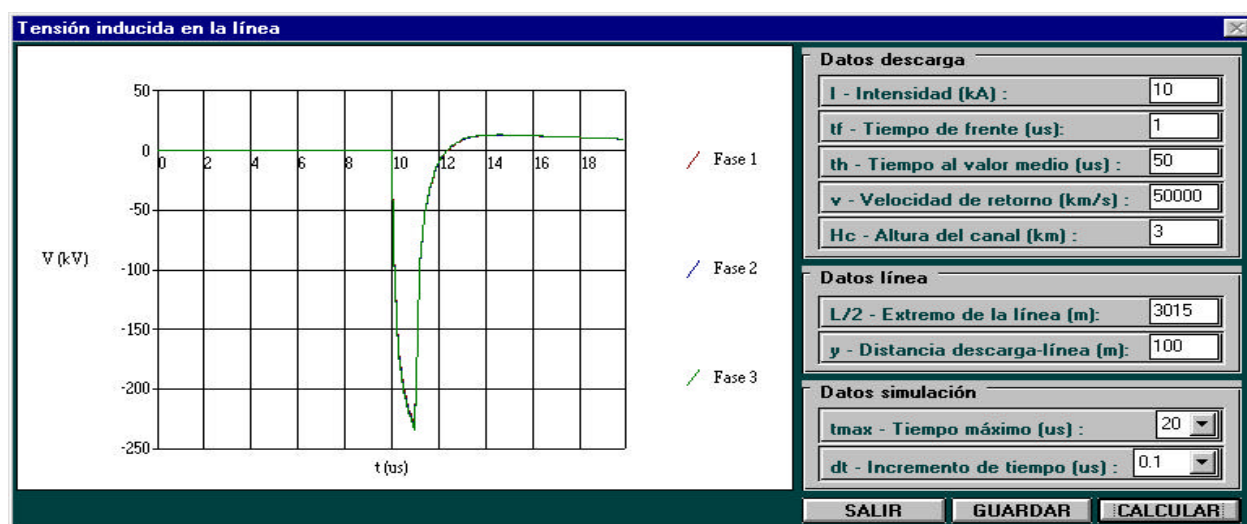
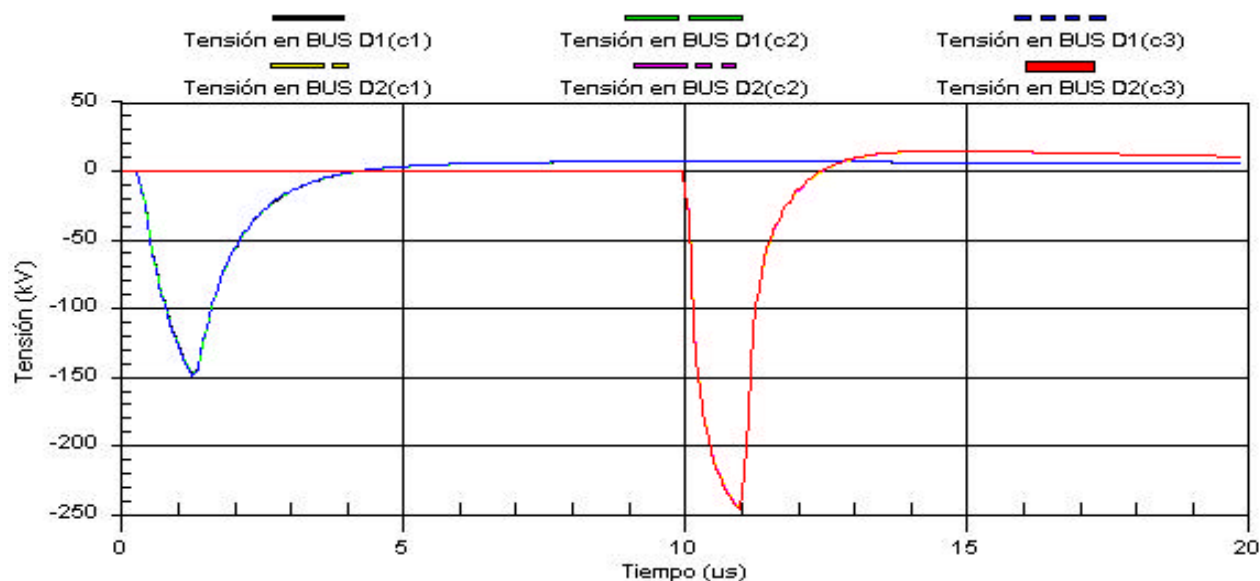


c) Geometría 2. Línea sin cable de tierra



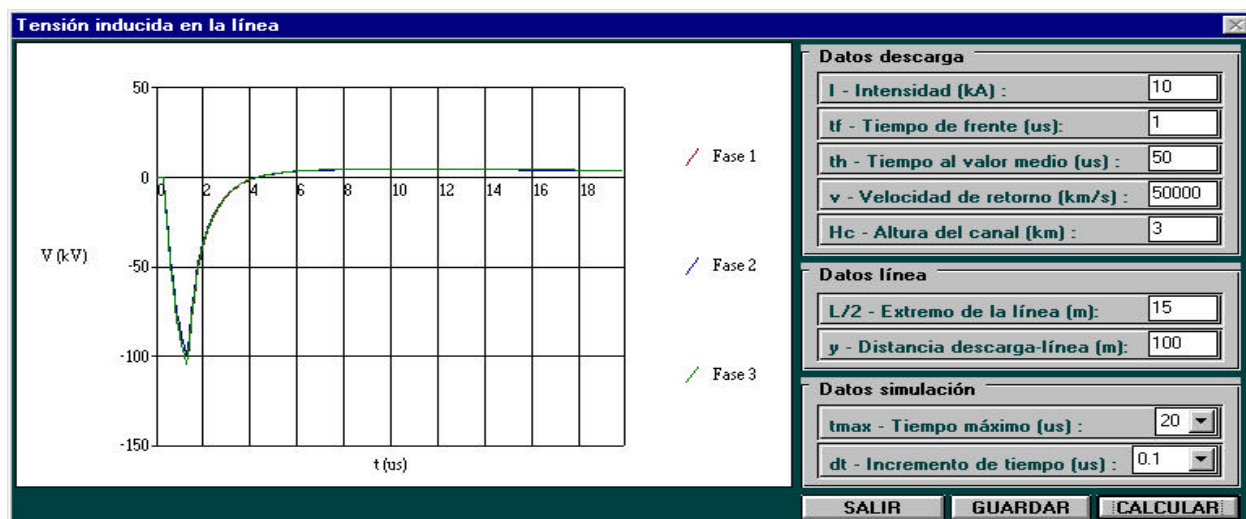
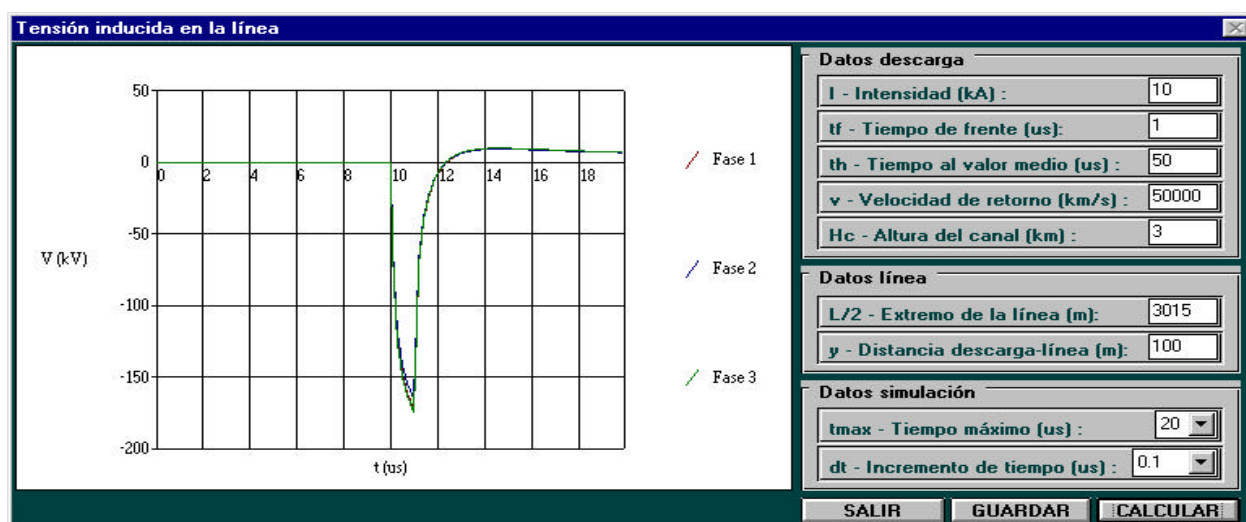
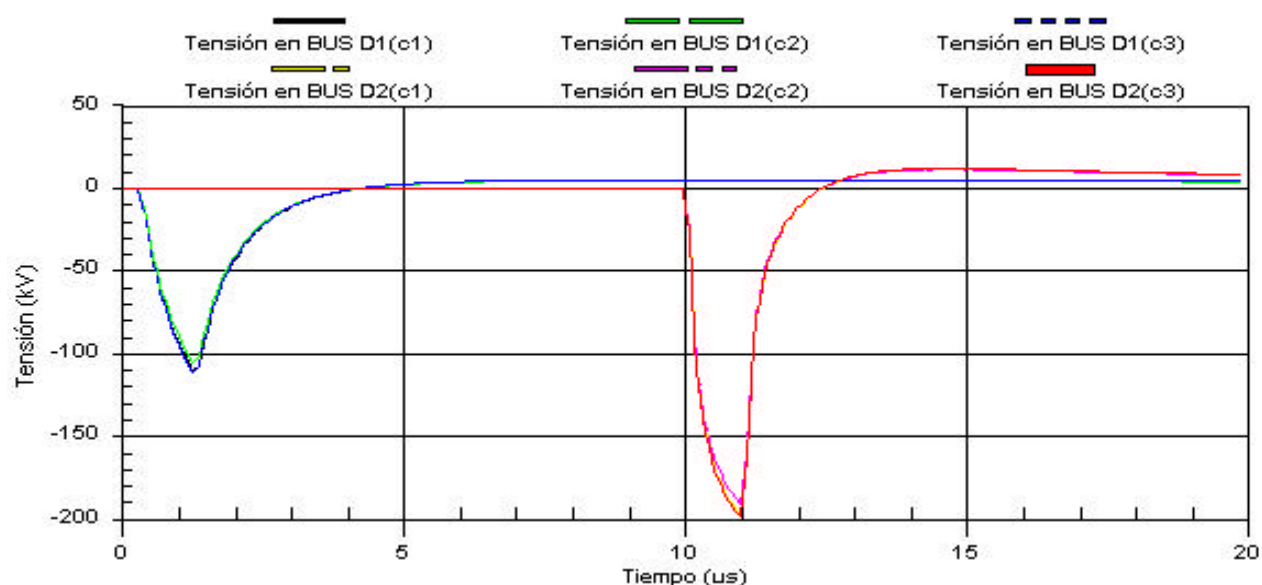
d) Geometría 2. Línea con cable de tierra

Figura 4.69. Línea horizontal.

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

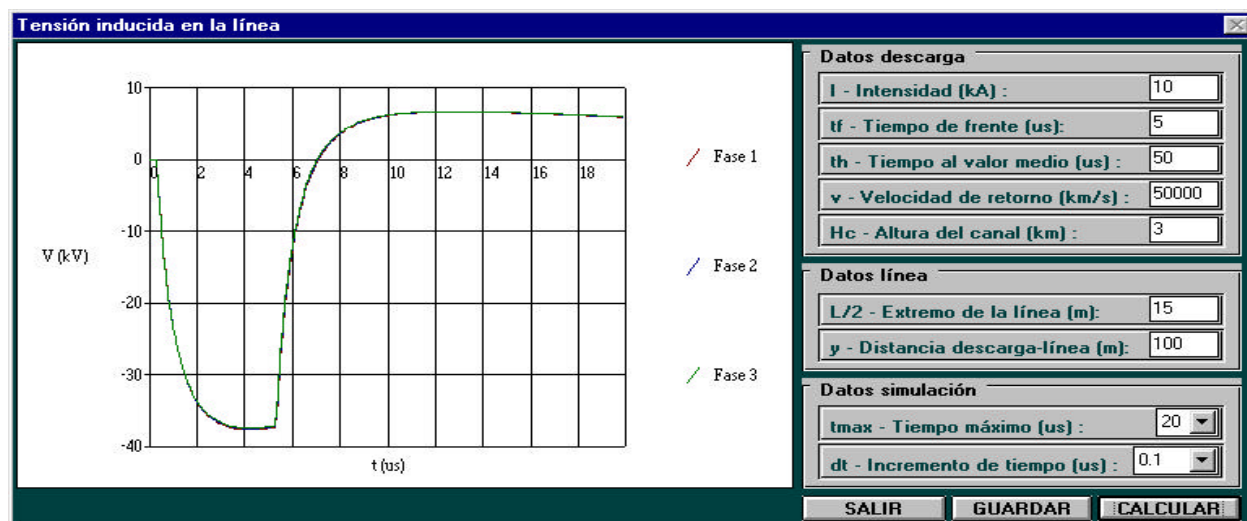
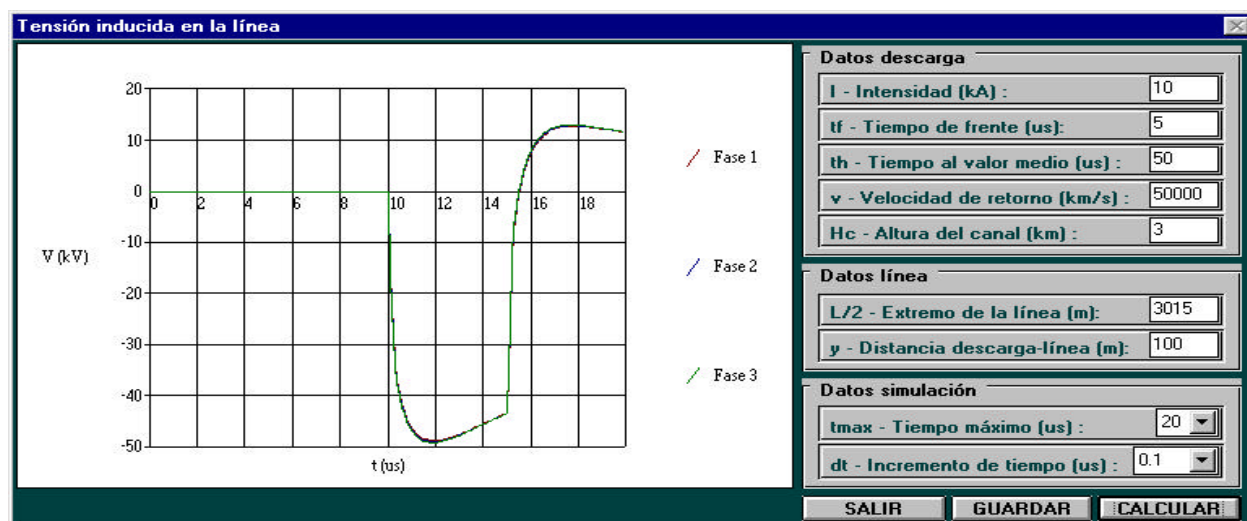
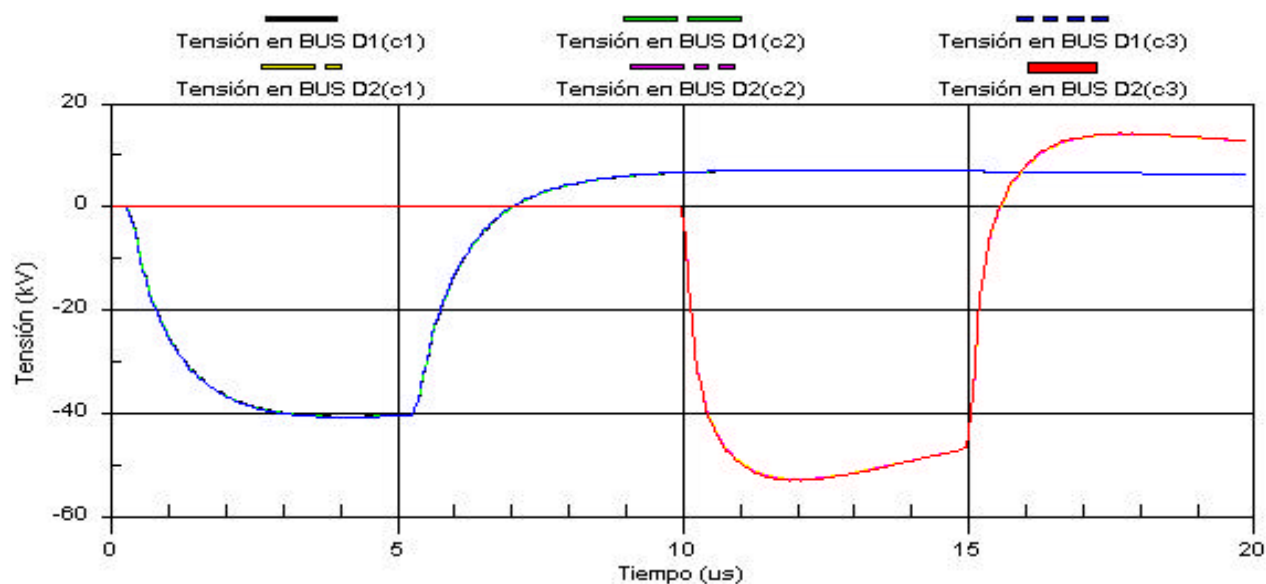
c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.70. Línea horizontal sin cable de tierra. Geometría 1. Tiempo de frente  $t_f = 1 \mu s$ .

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

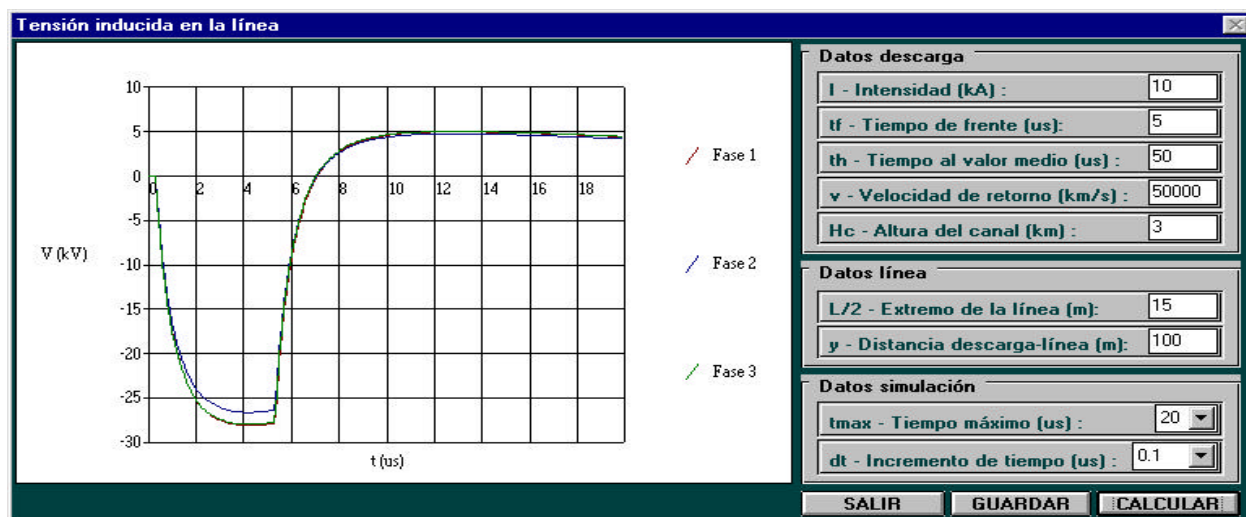
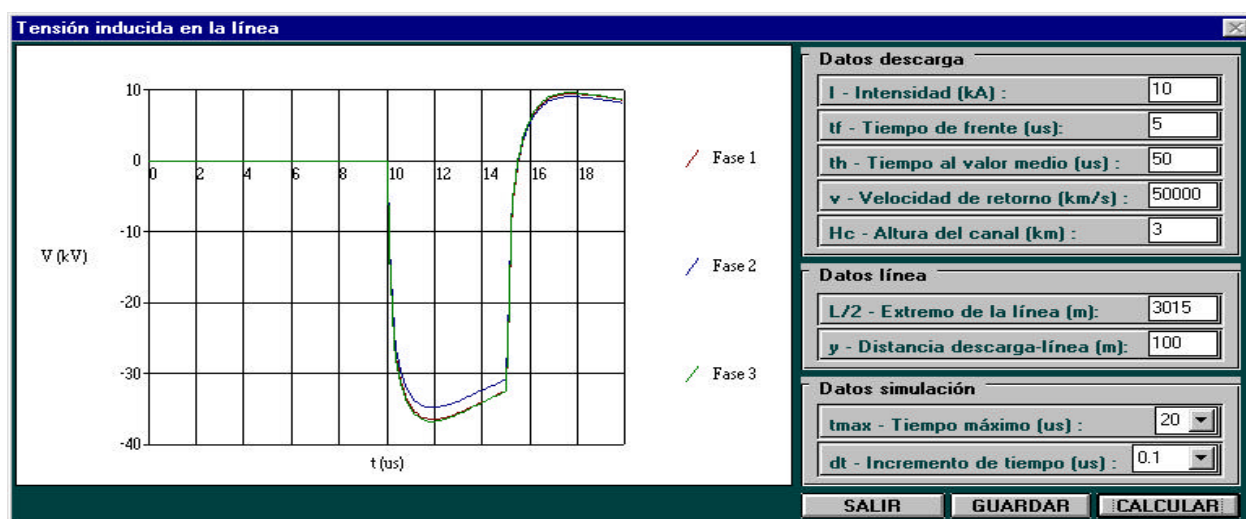
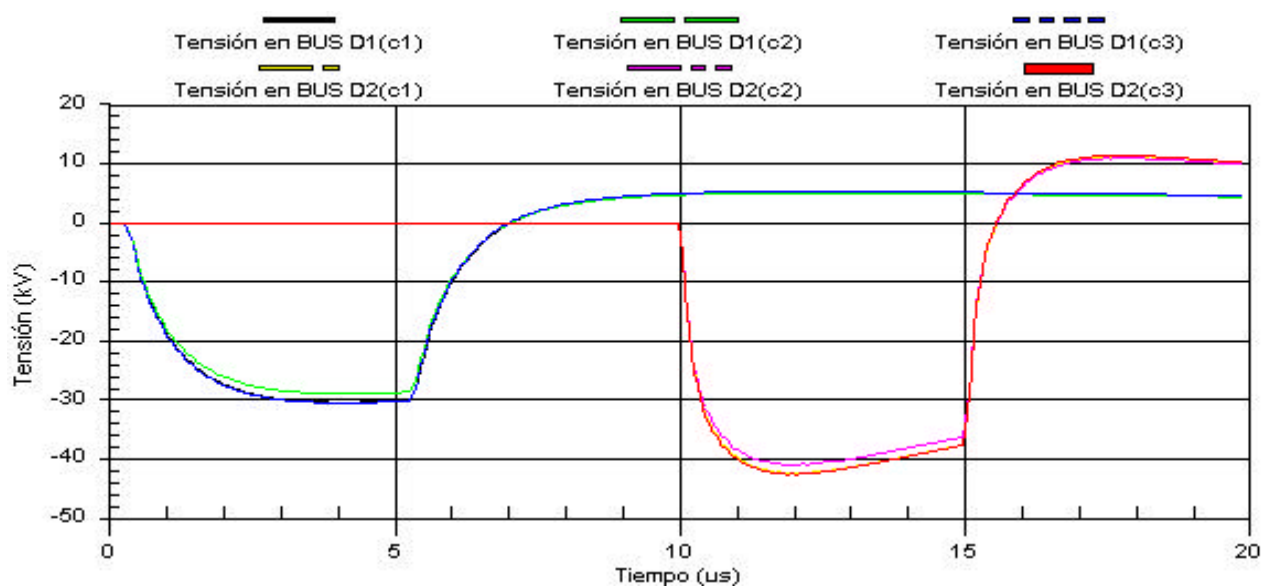
c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.71. Línea horizontal con cable de tierra. Geometría 1. Tiempo de frente  $t_f = 1 \mu s$ .

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

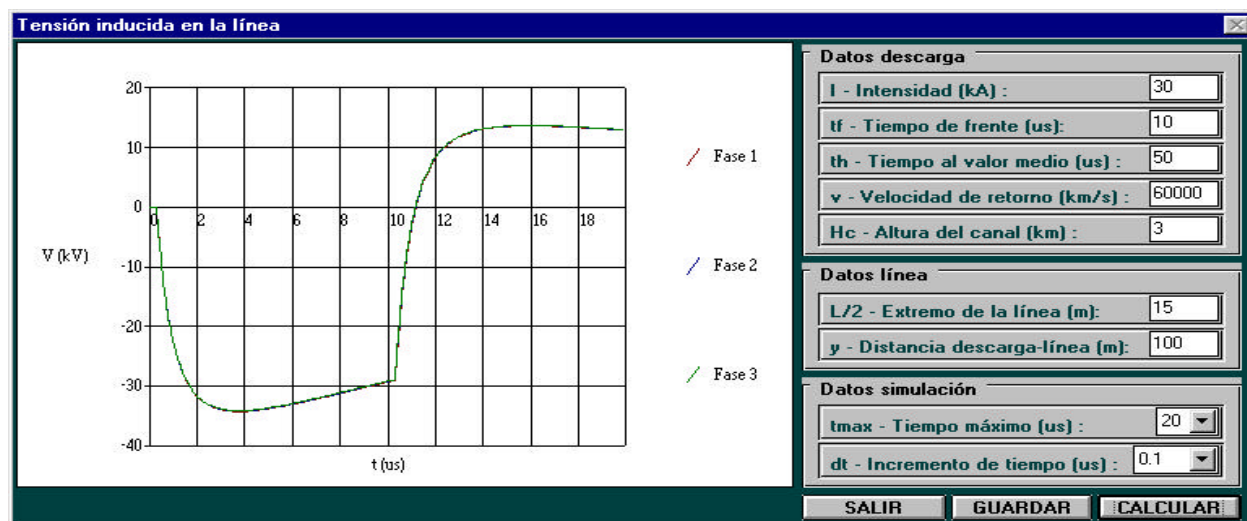
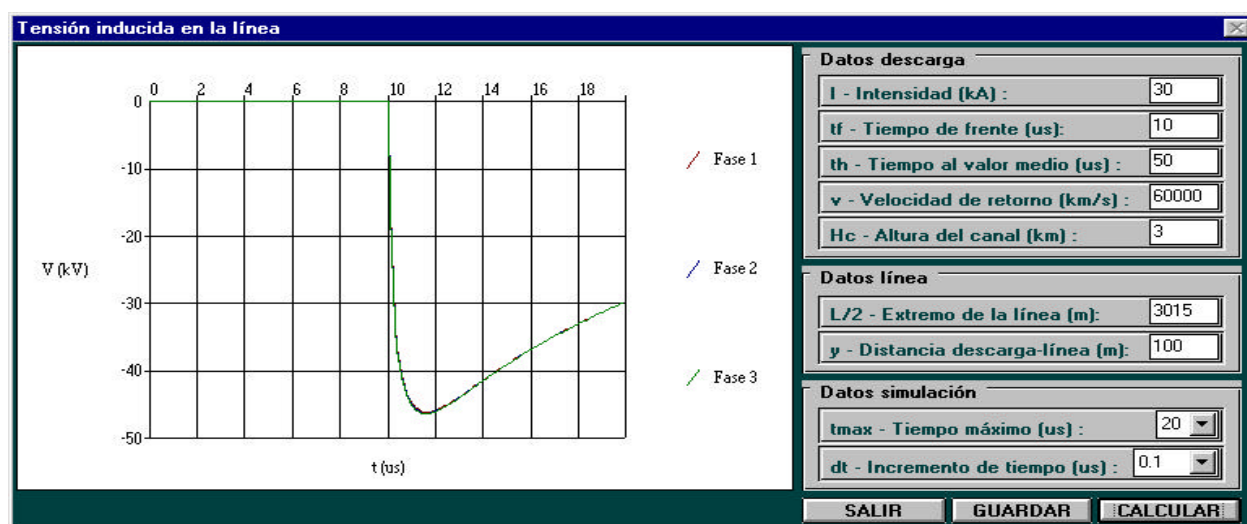
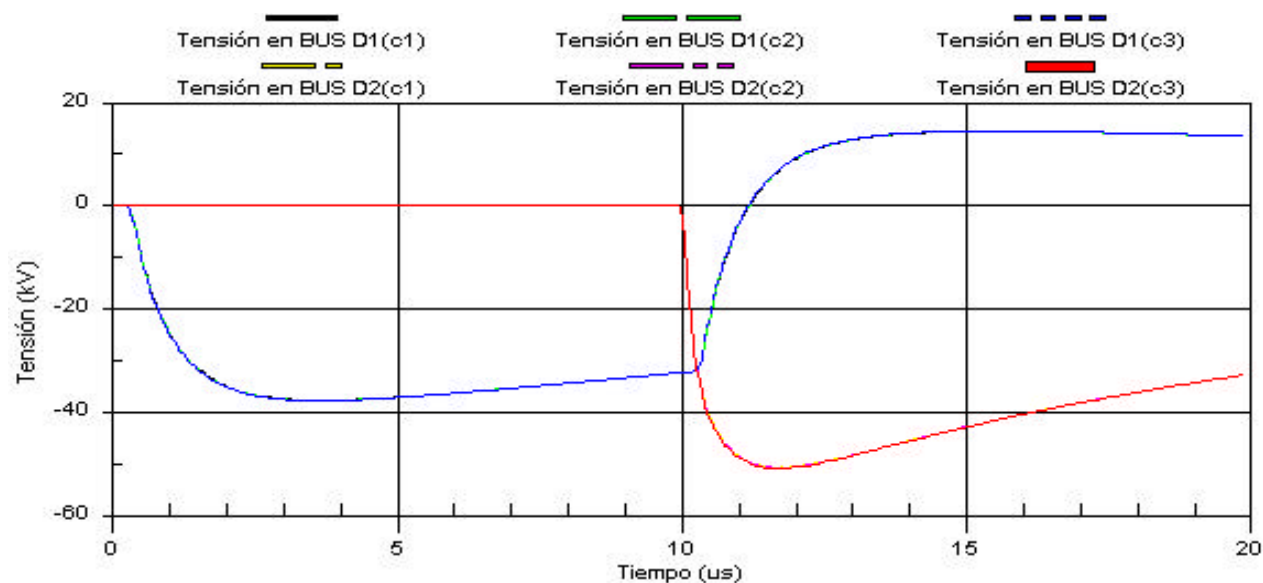
c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.72. Línea horizontal sin cable de tierra. Geometría 1. Tiempo de frente  $t_f = 5 \mu s$ .

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

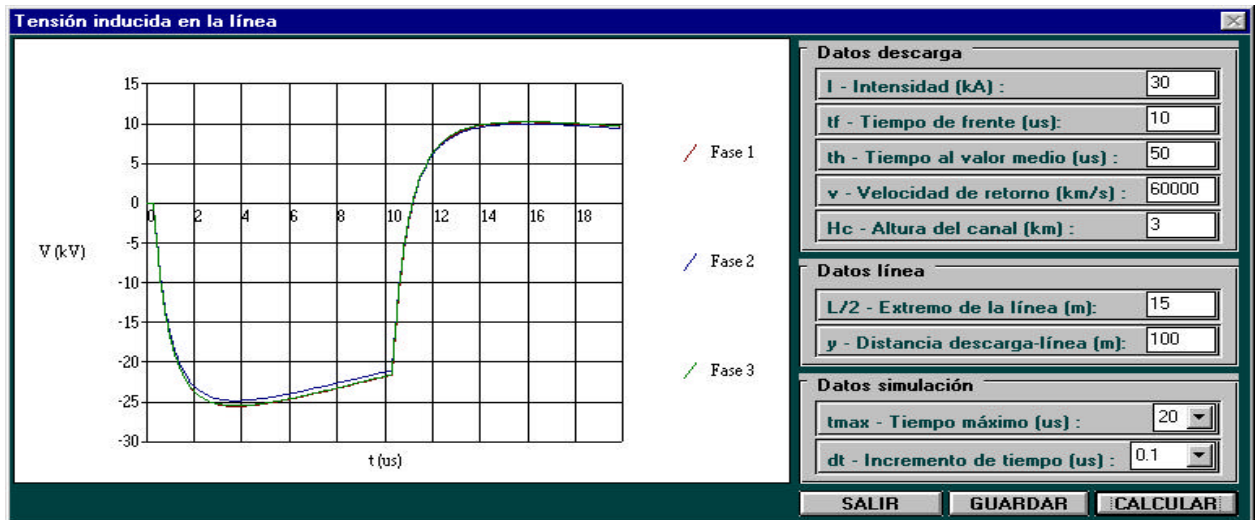
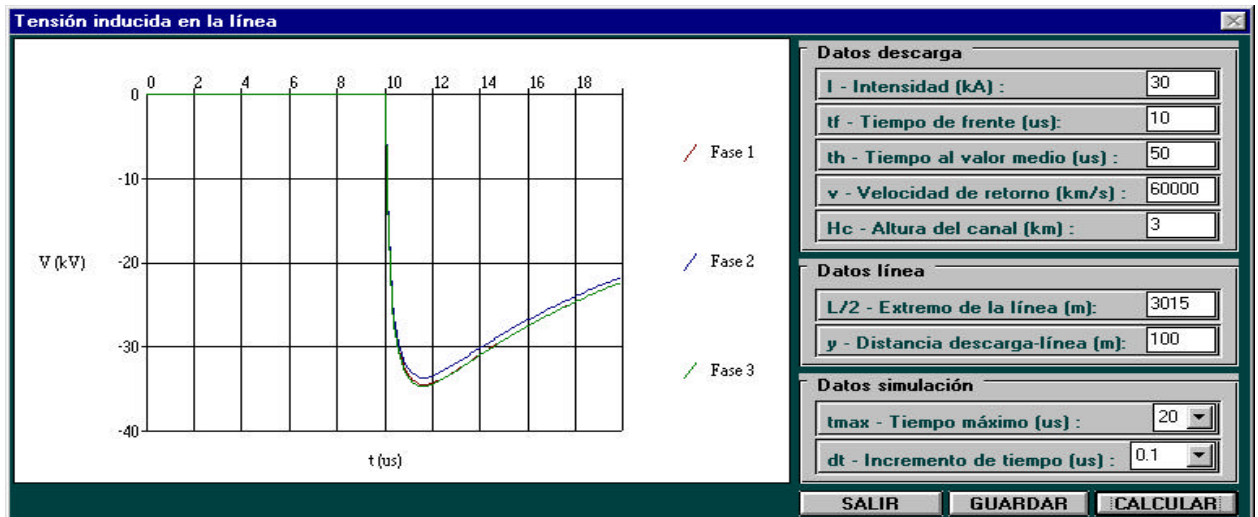
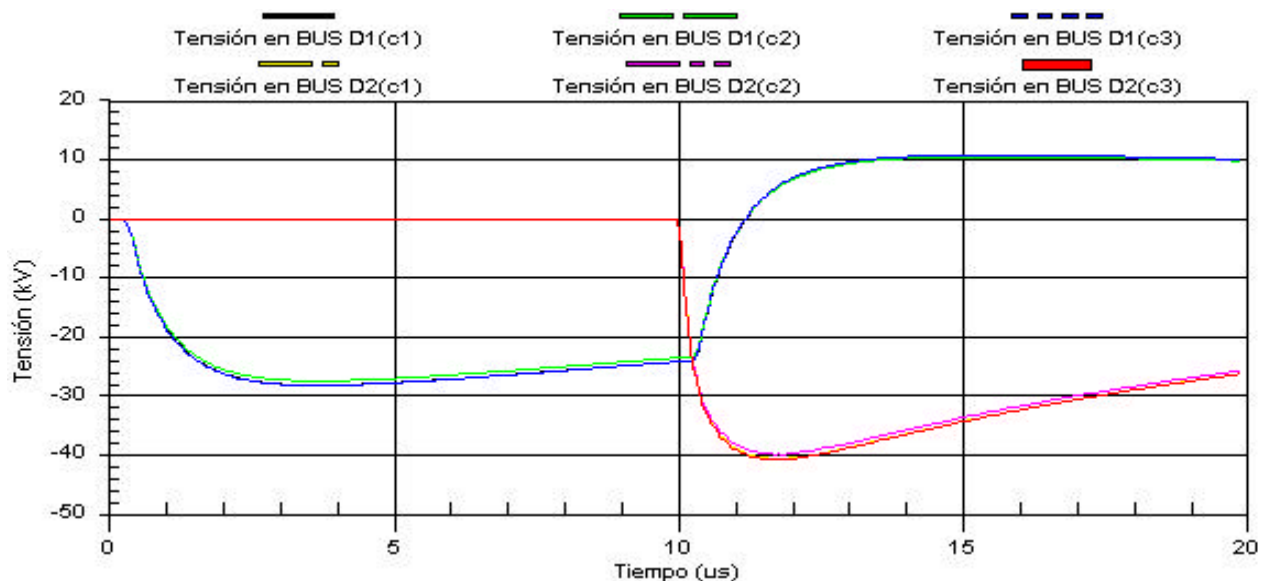
Figura 4.73. Línea horizontal con cable de tierra. Geometría 1. Tiempo de frente  $t_f = 5$   $\mu$ s.

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

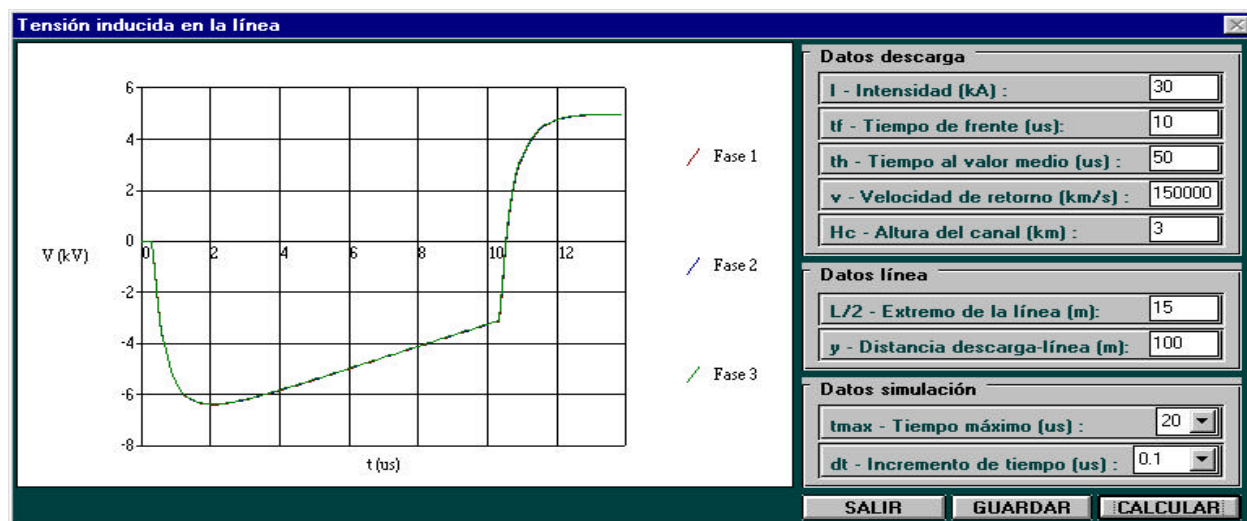
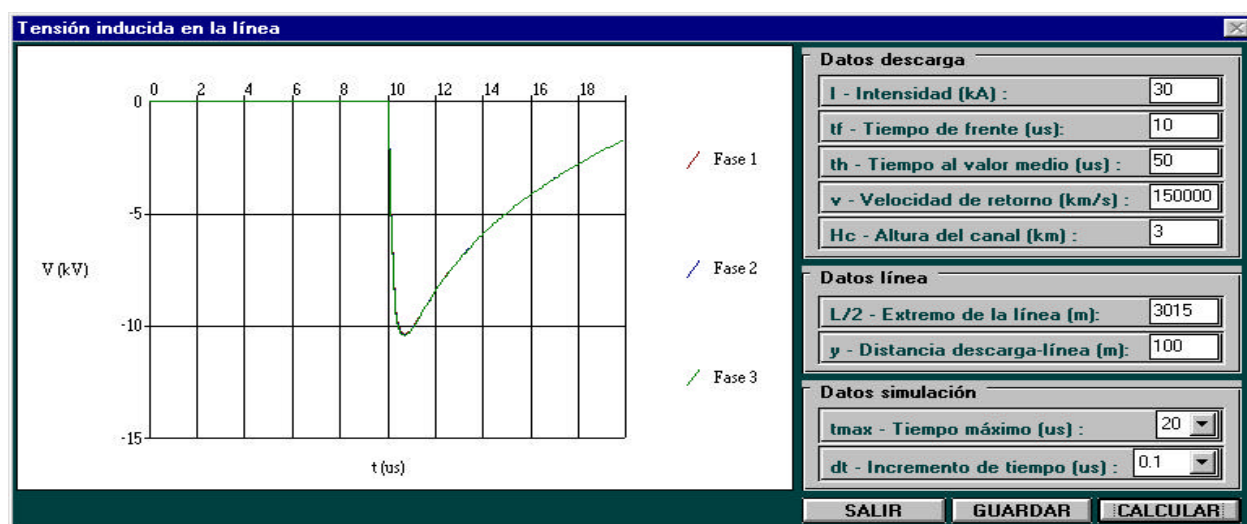
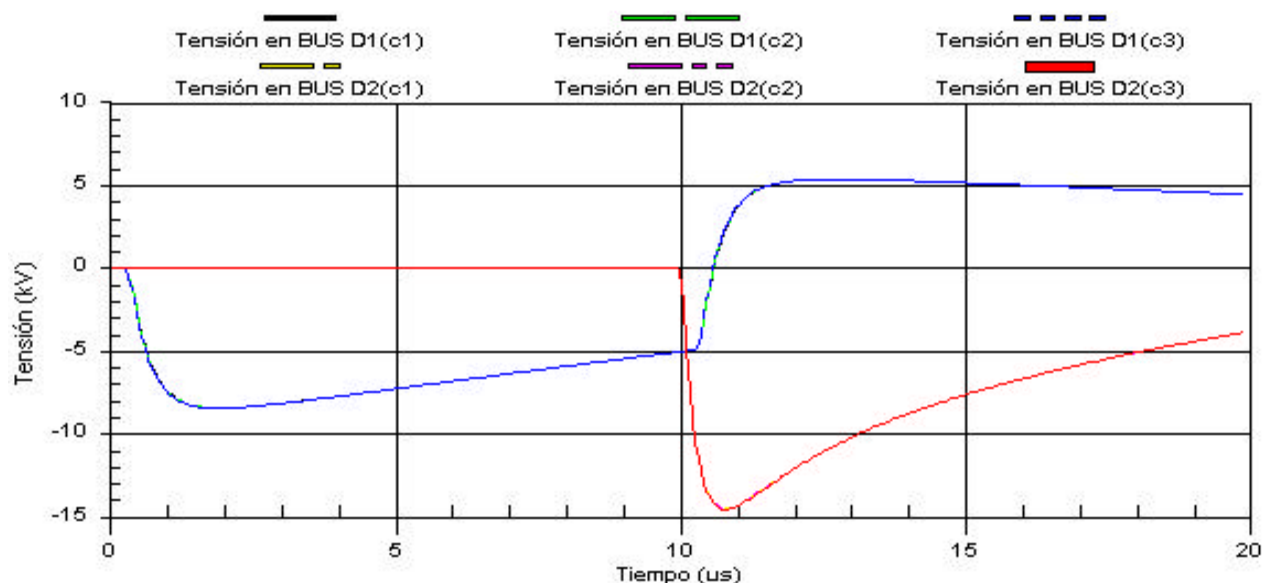
Figura 4.74. Línea horizontal sin cable de tierra. Geometría 2. Velocidad de retorno  $v = 60000$  km/s.



a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

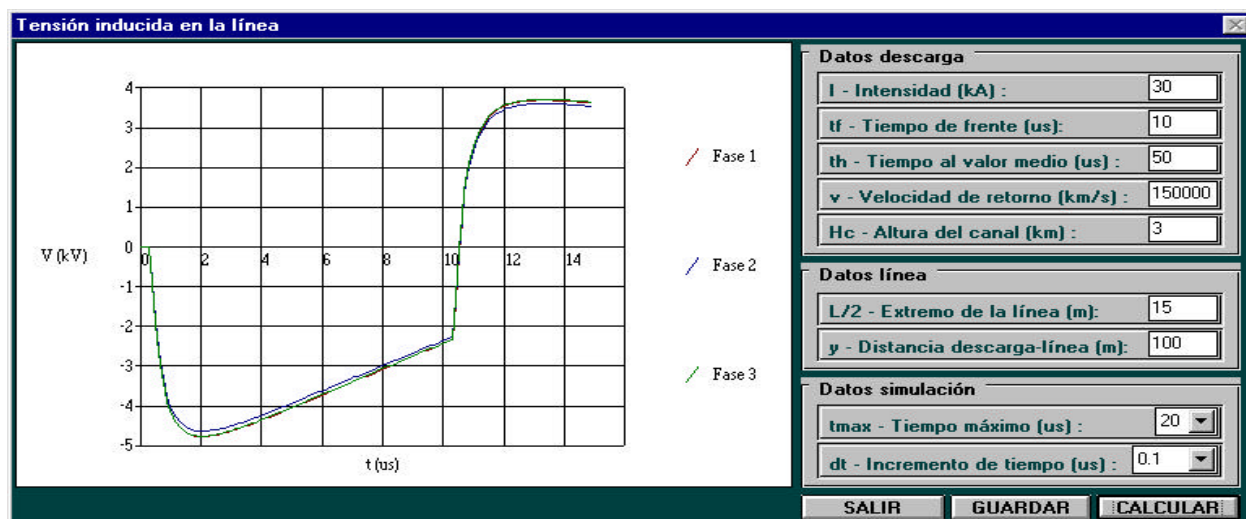
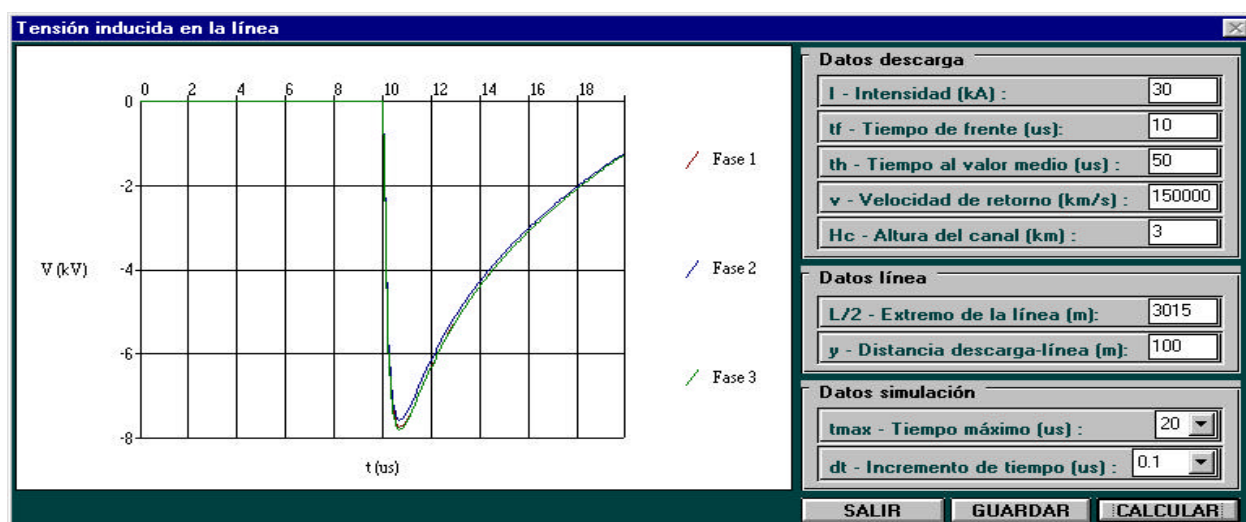
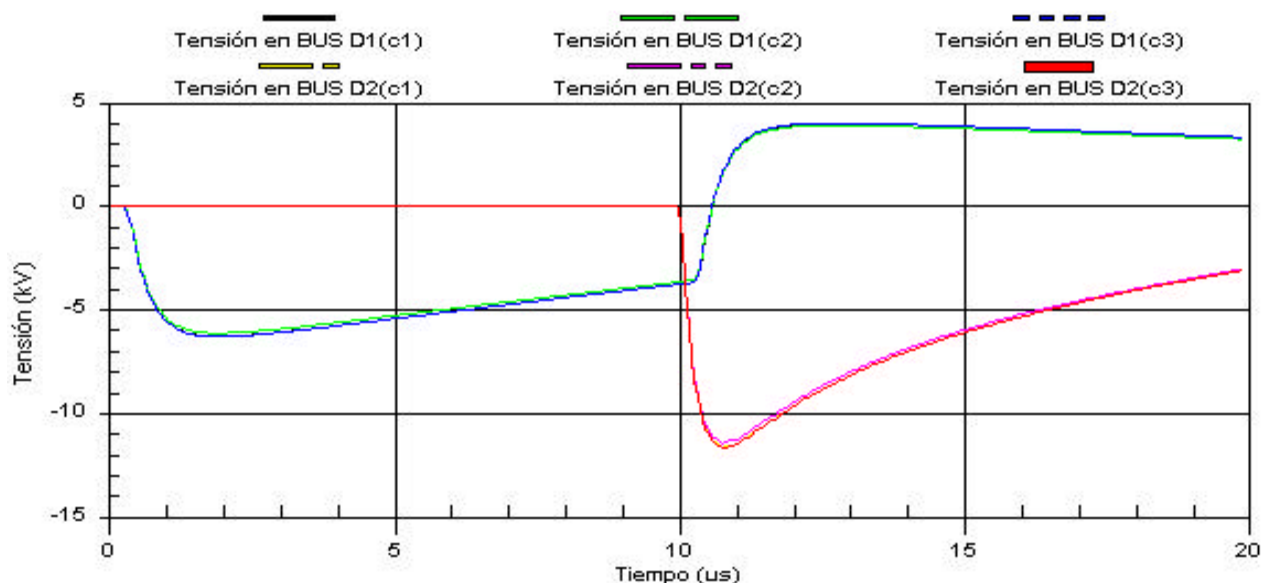
Figura 4.75. Línea horizontal con cable de tierra. Geometría 2. Velocidad de retorno  $v = 60000$  km/s.

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

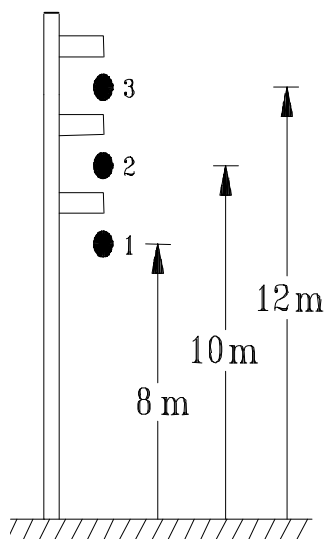
Figura 4.76. Línea horizontal sin cable de tierra. Geometría 2. Velocidad de retorno  $v = 150000$  km/s.



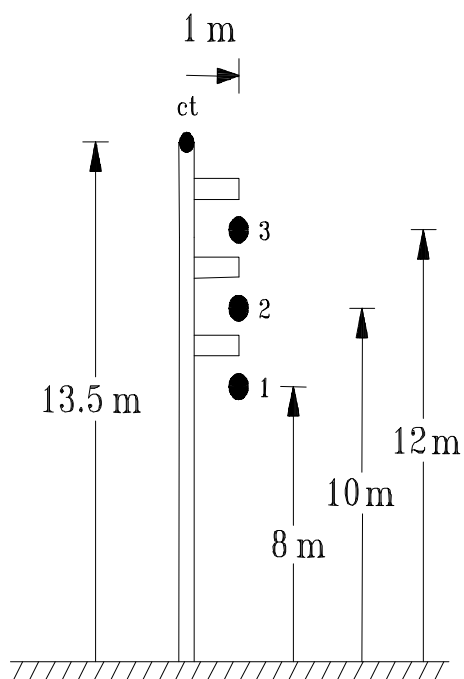
a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

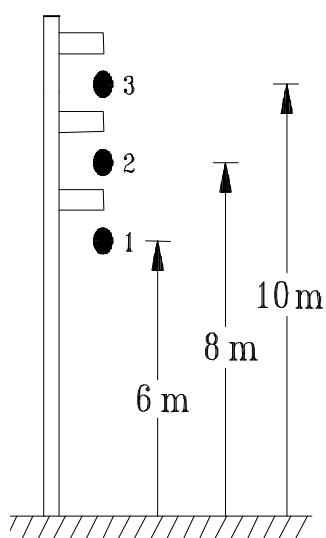
Figura 4.77. Línea horizontal con cable de tierra. Geometría 2. Velocidad de retorno  $v = 150000$  km/s.



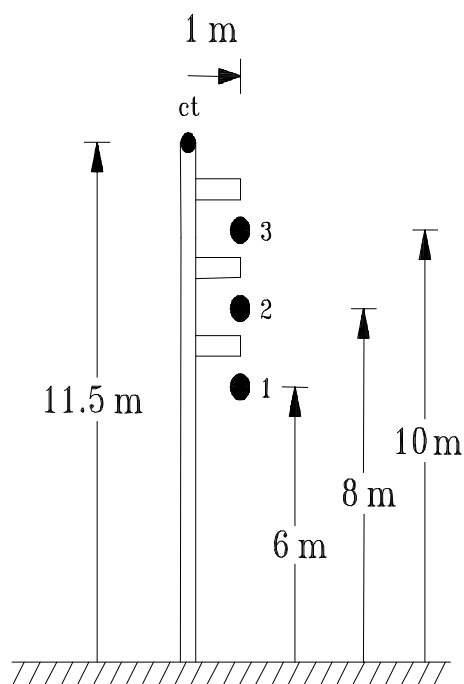
a) Geometría 1. Línea sin cable de tierra



b) Geometría 1. Línea con cable de tierra

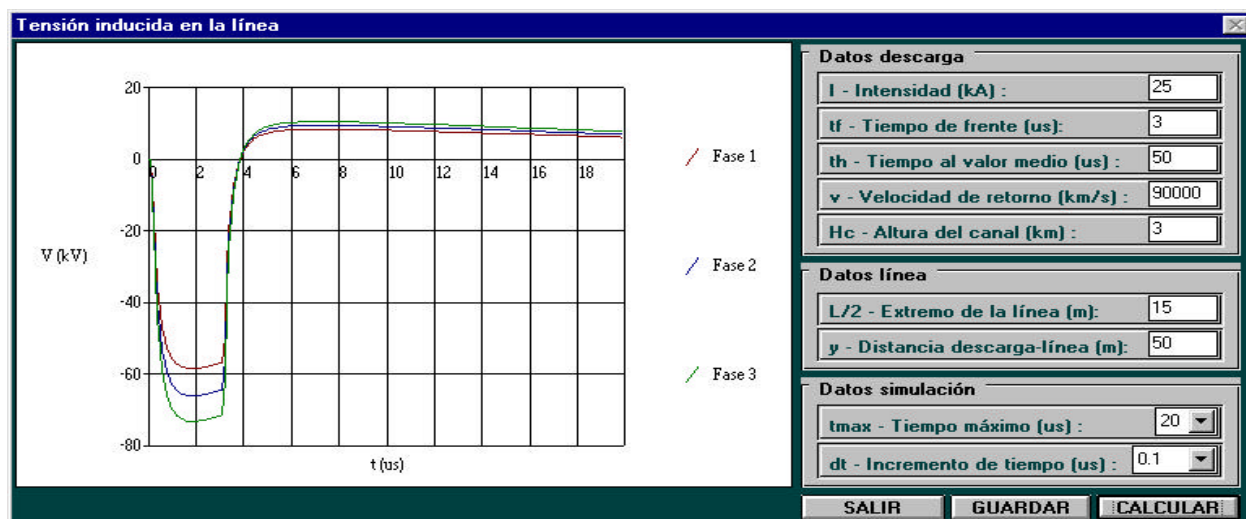
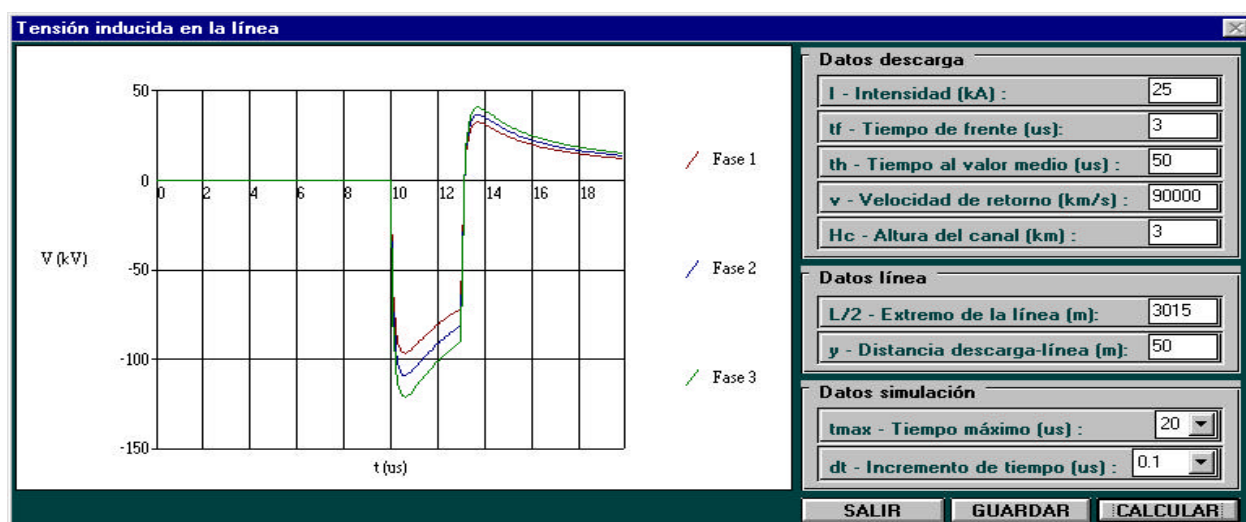
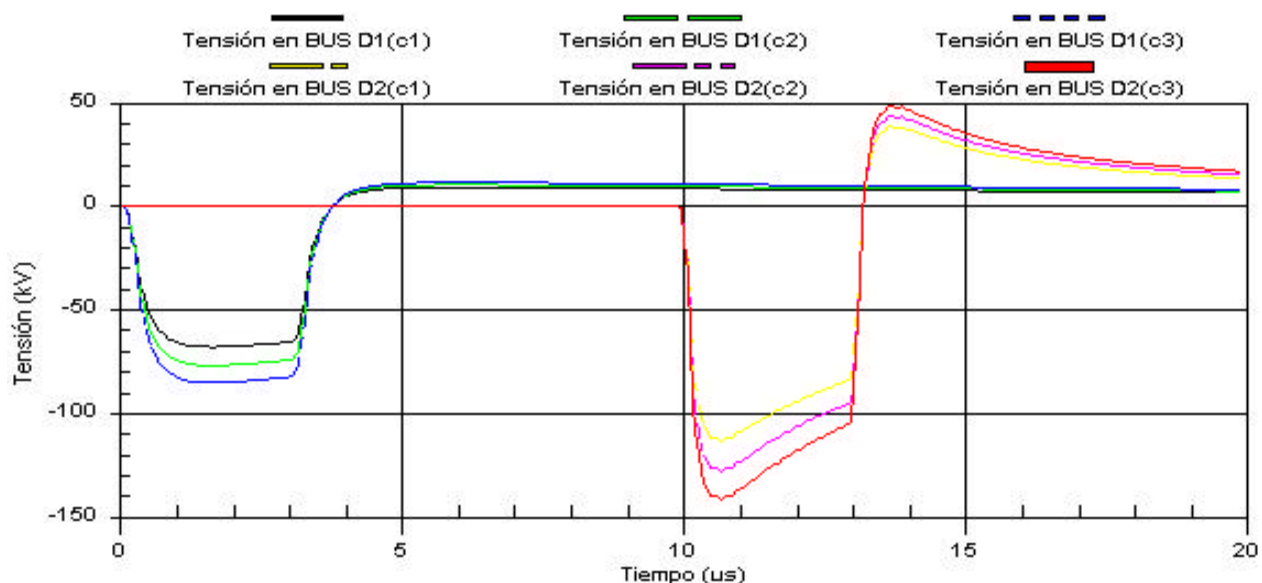


c) Geometría 2. Línea sin cable de tierra



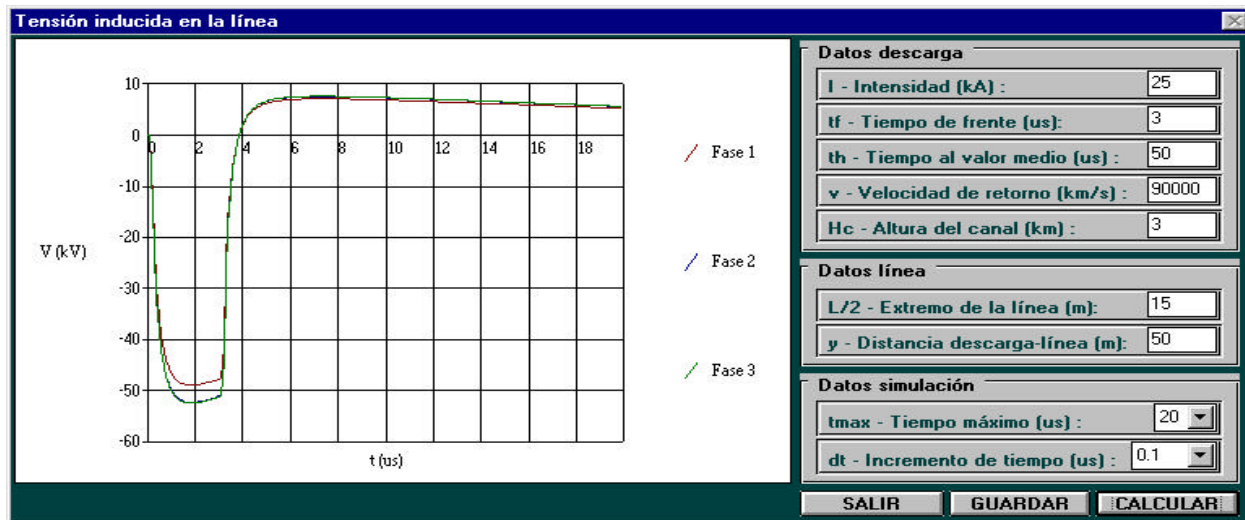
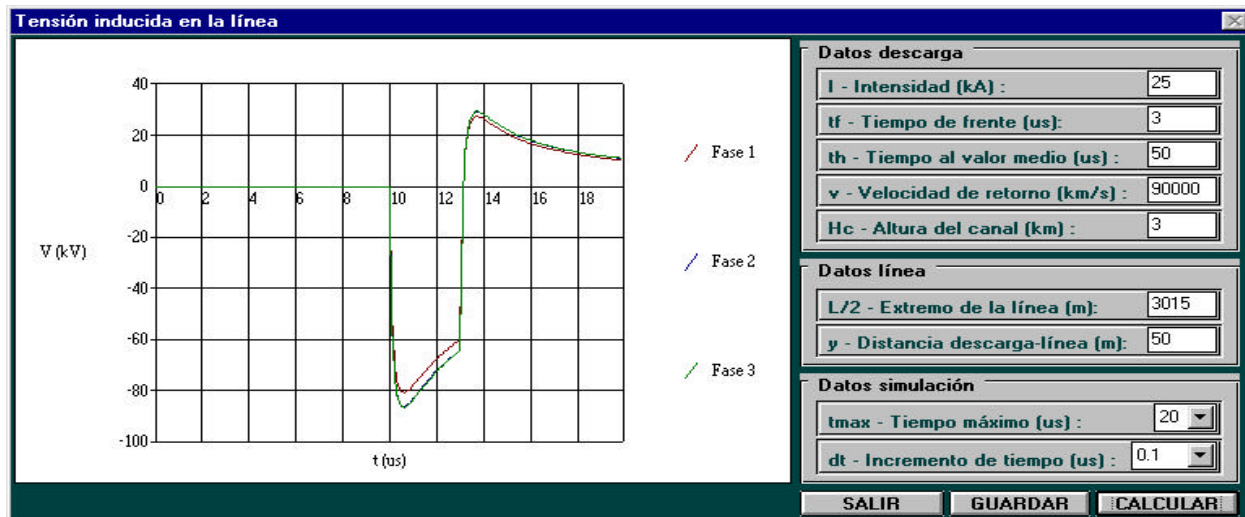
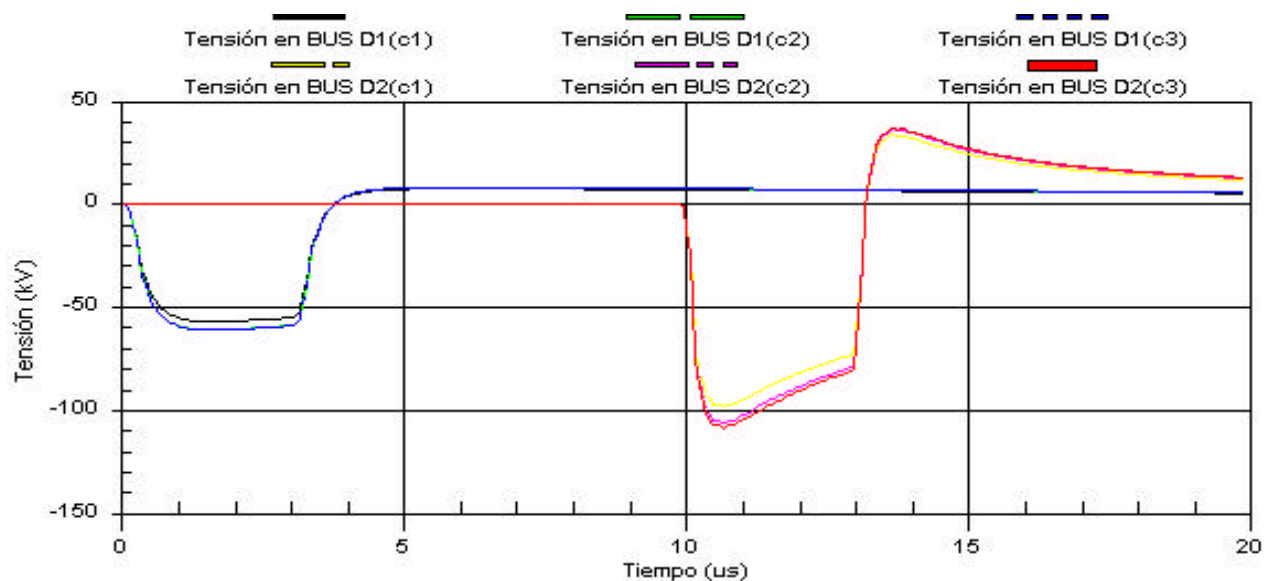
d) Geometría 2. Línea con cable de tierra

Figura 4.78. Línea vertical.

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

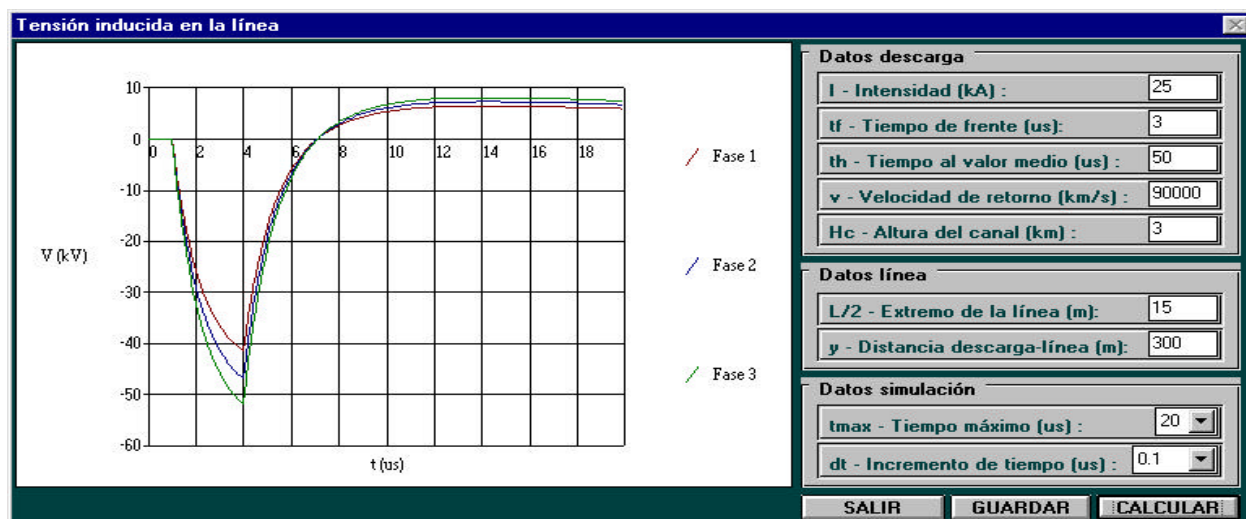
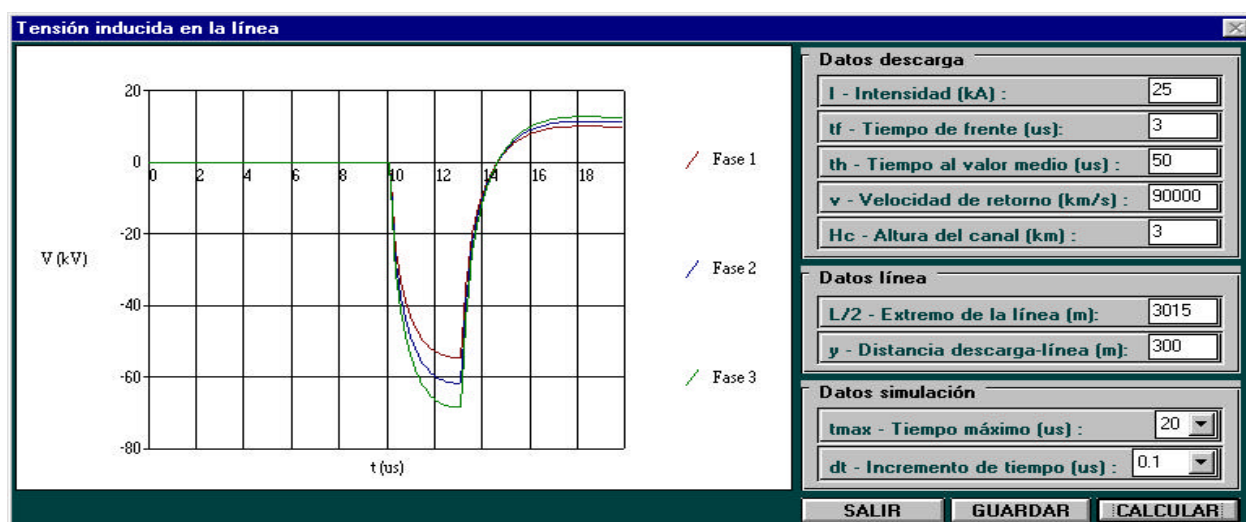
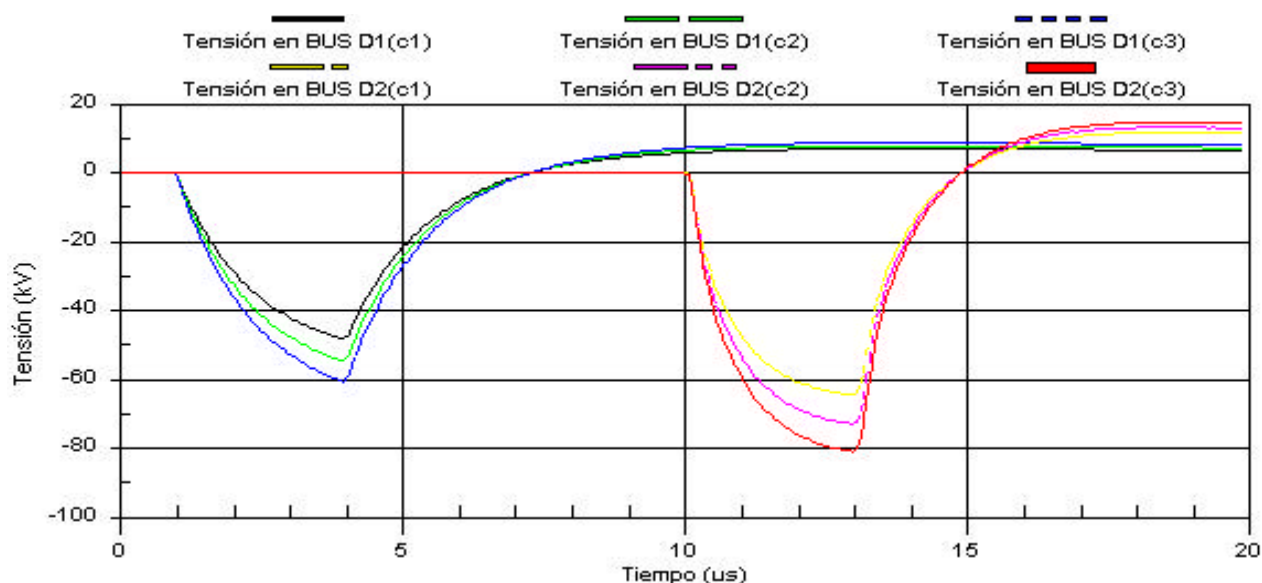
c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.79. Línea vertical sin cable de tierra. Geometría 1. Distancia descarga - línea  $y = 50$  m.

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

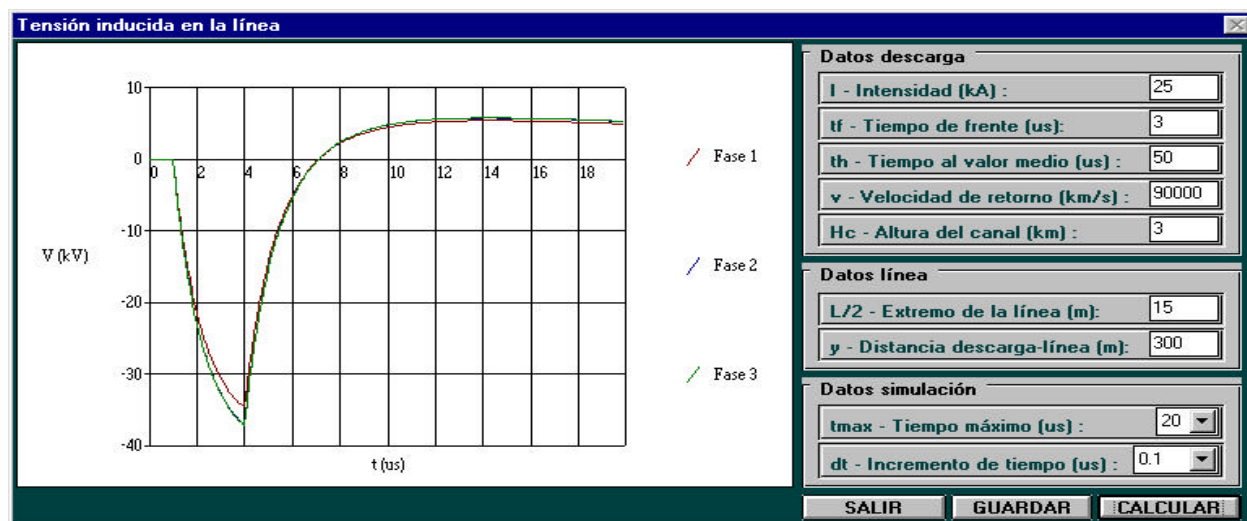
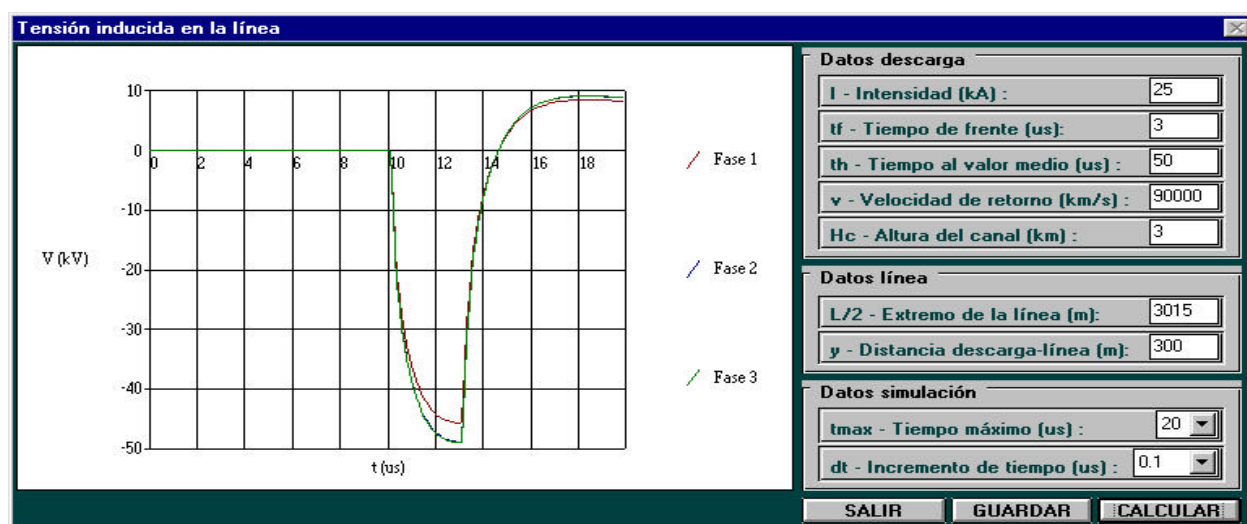
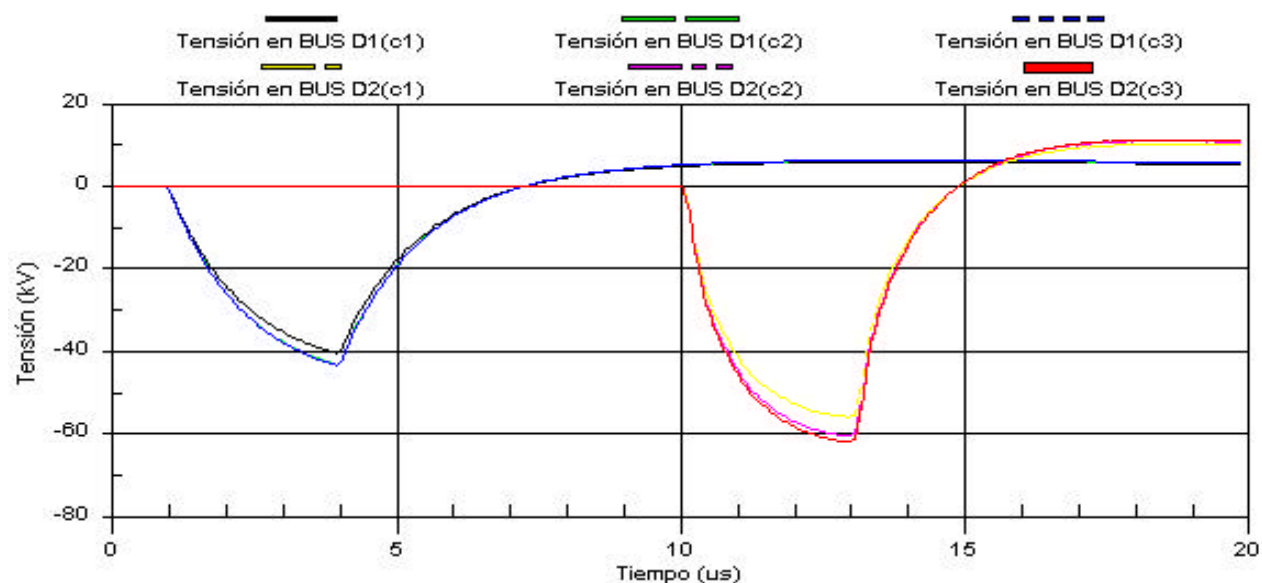
Figura 4.80. Línea vertical con cable de tierra. Geometría 1. Distancia descarga - línea  $y = 50$  m.

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

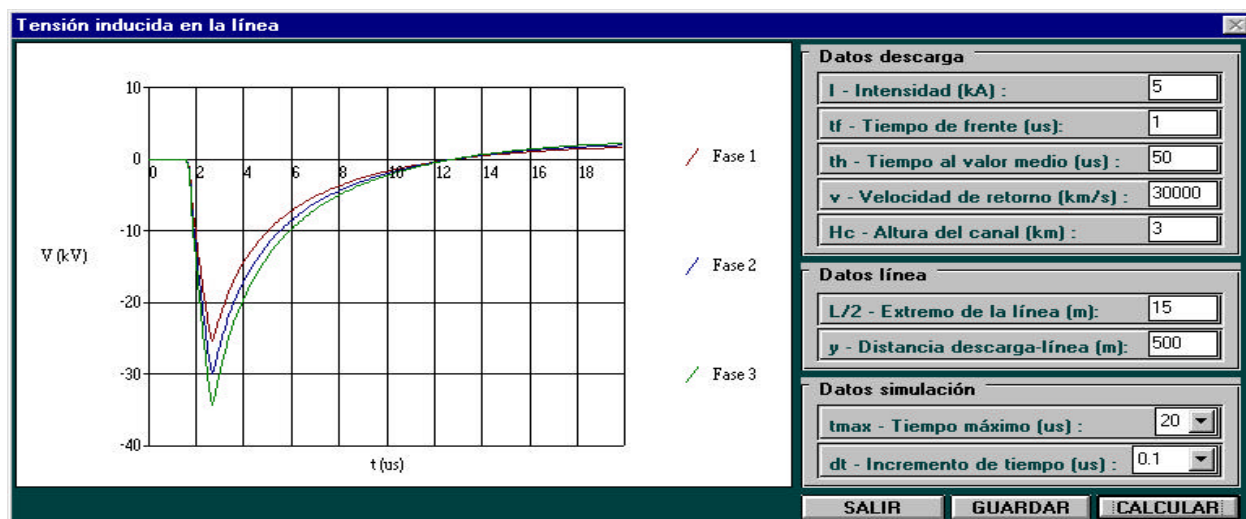
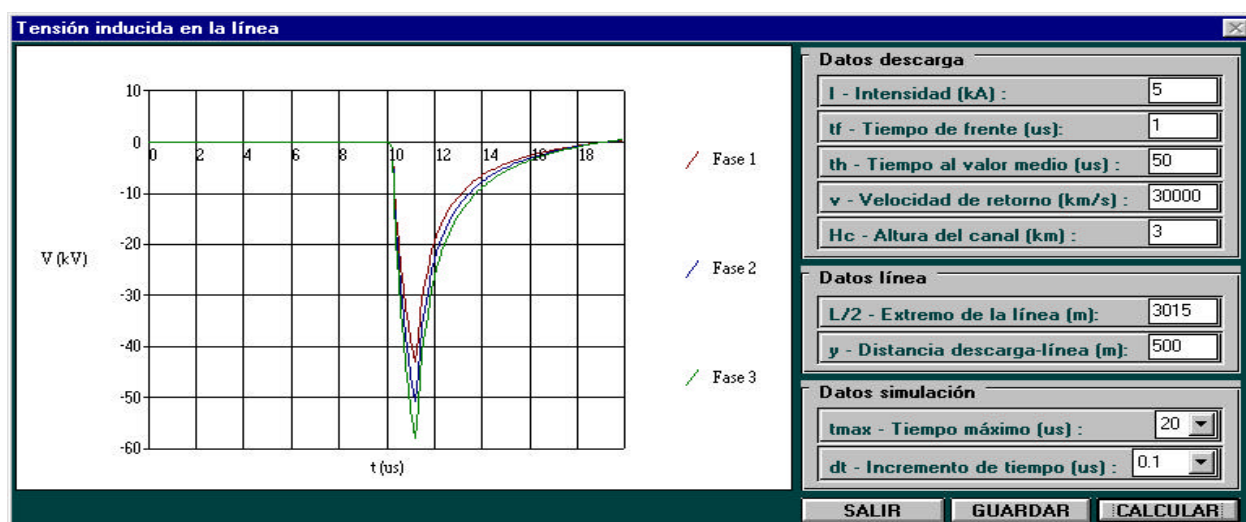
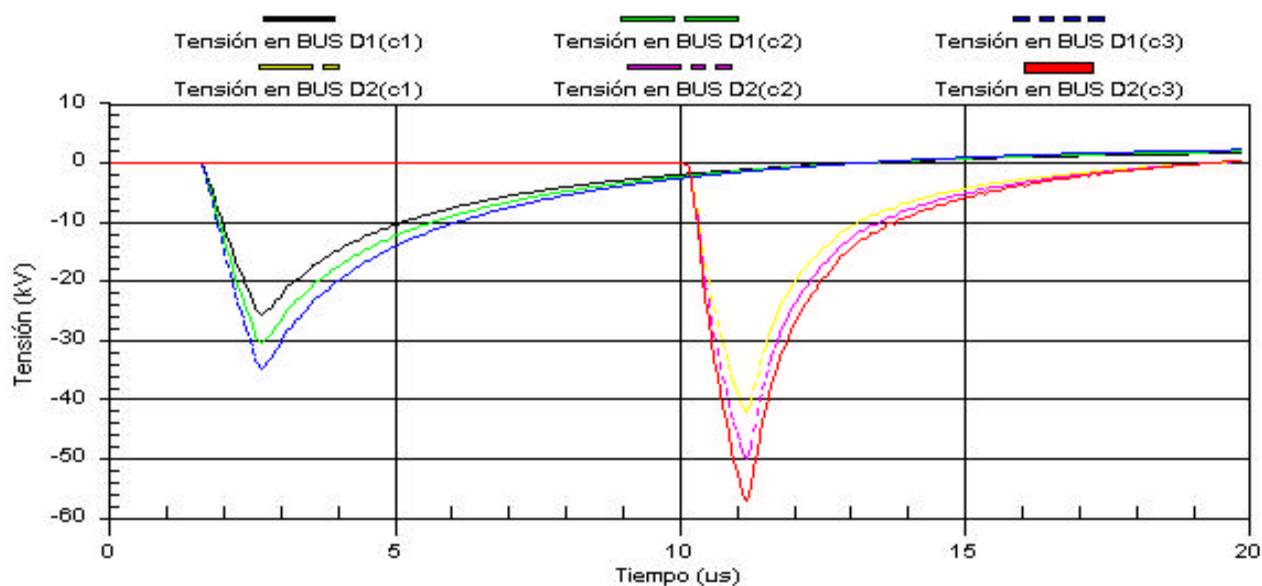
Figura 4.81. Línea vertical sin cable de tierra. Geometría 1. Distancia descarga - línea  $y = 300$  m.



a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

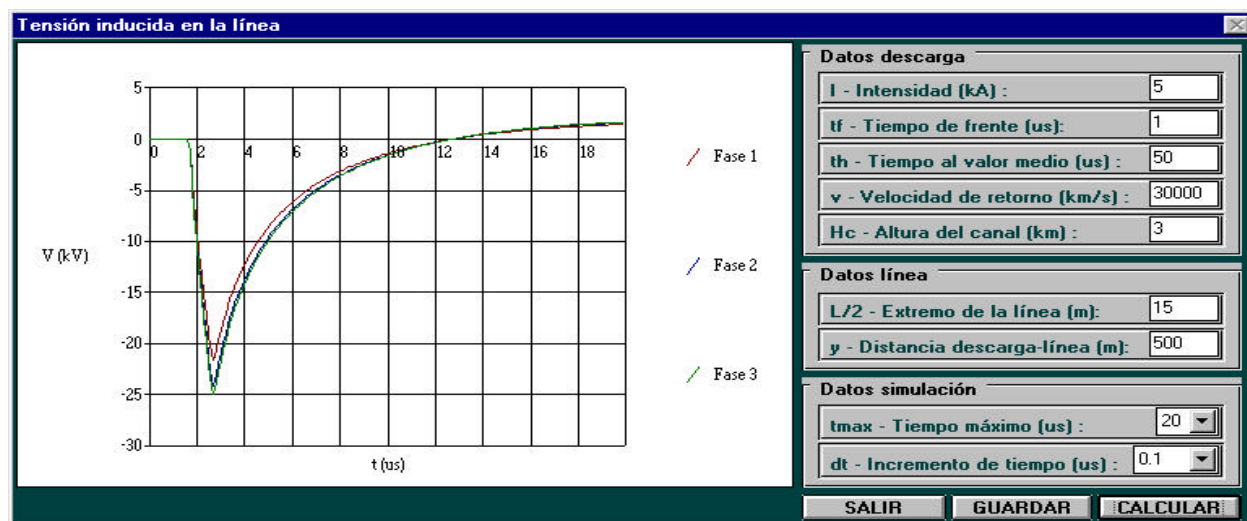
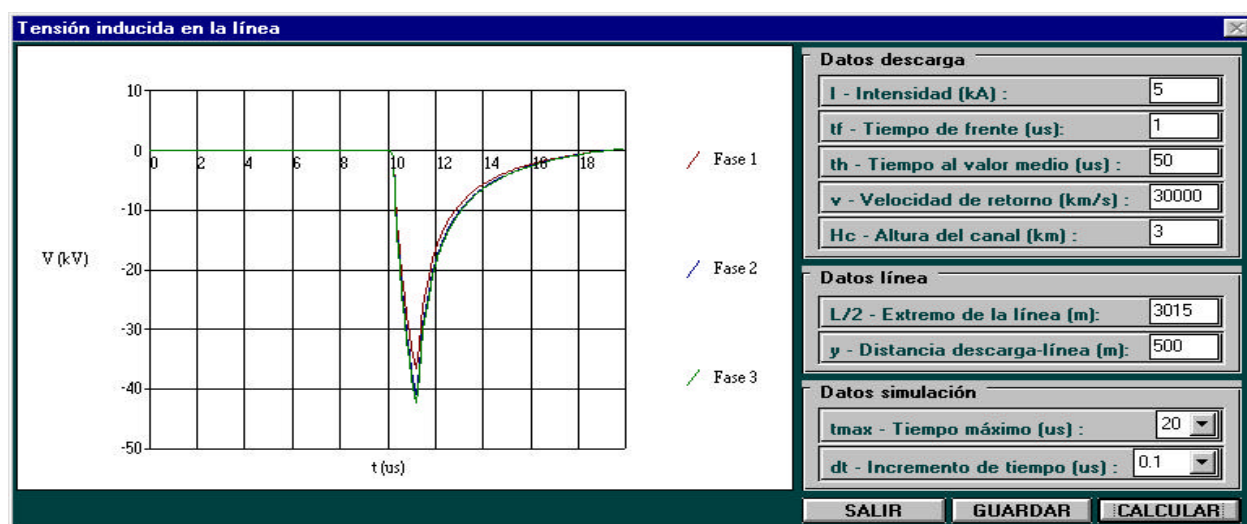
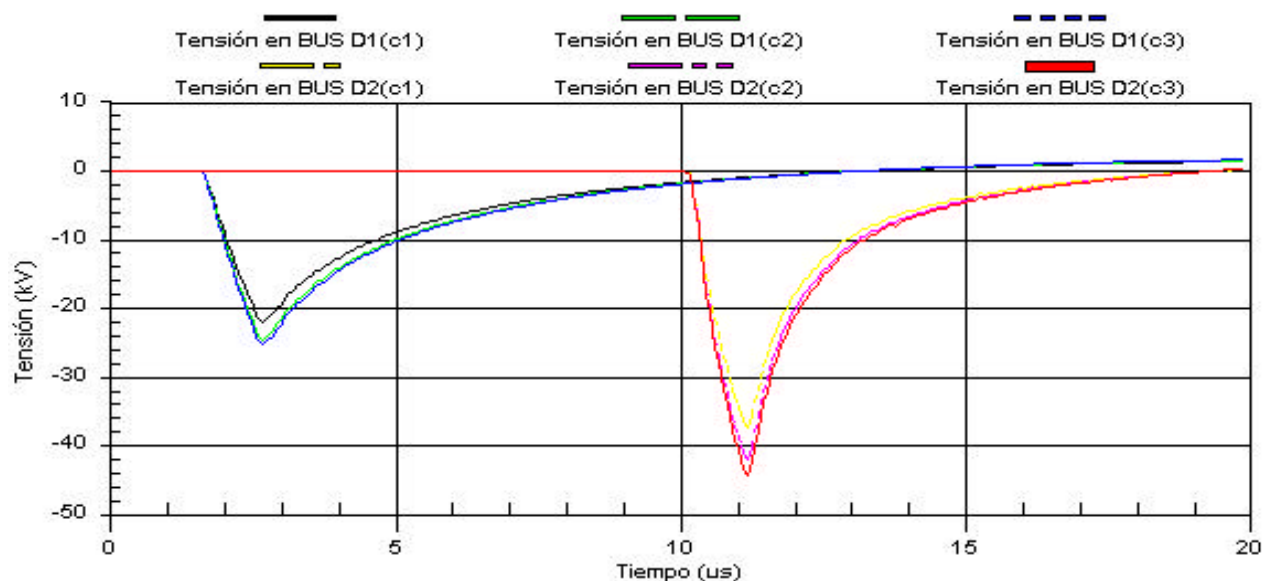
c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.82. Línea vertical con cable de tierra. Geometría 1. Distancia descarga - línea  $y = 300$  m.

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

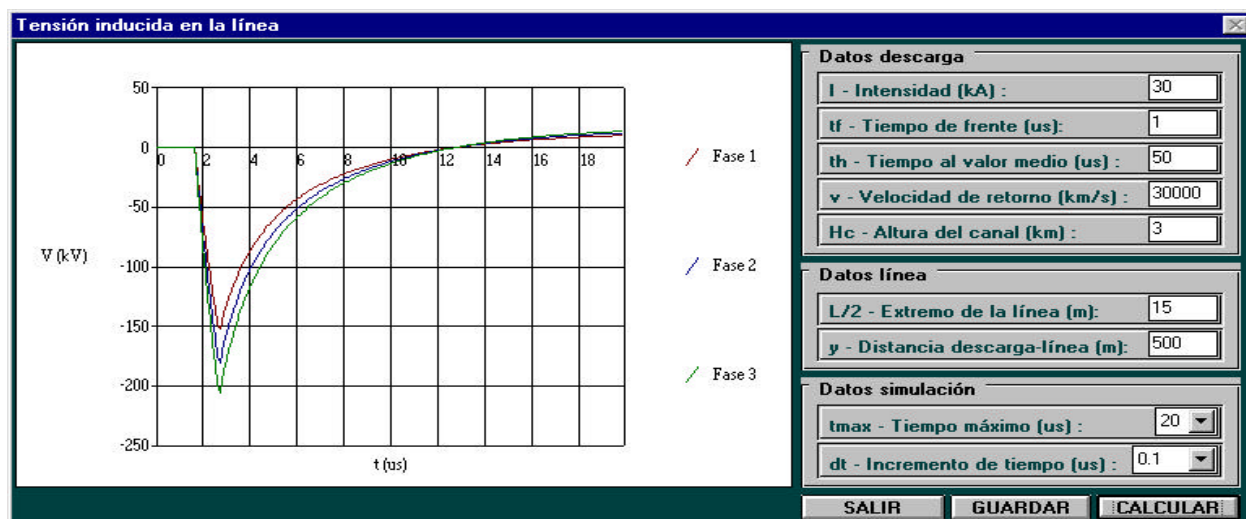
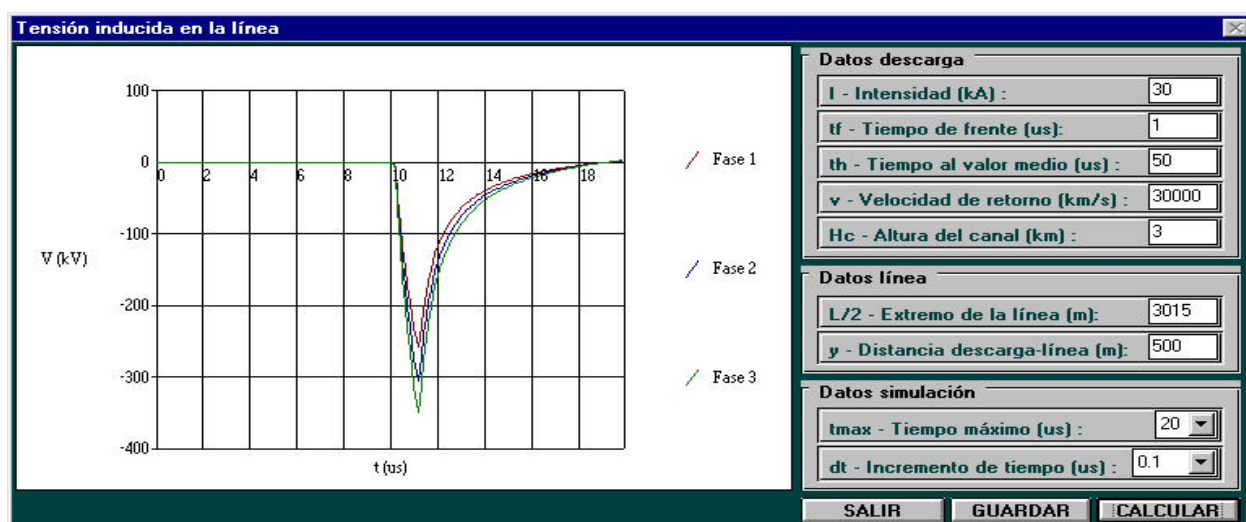
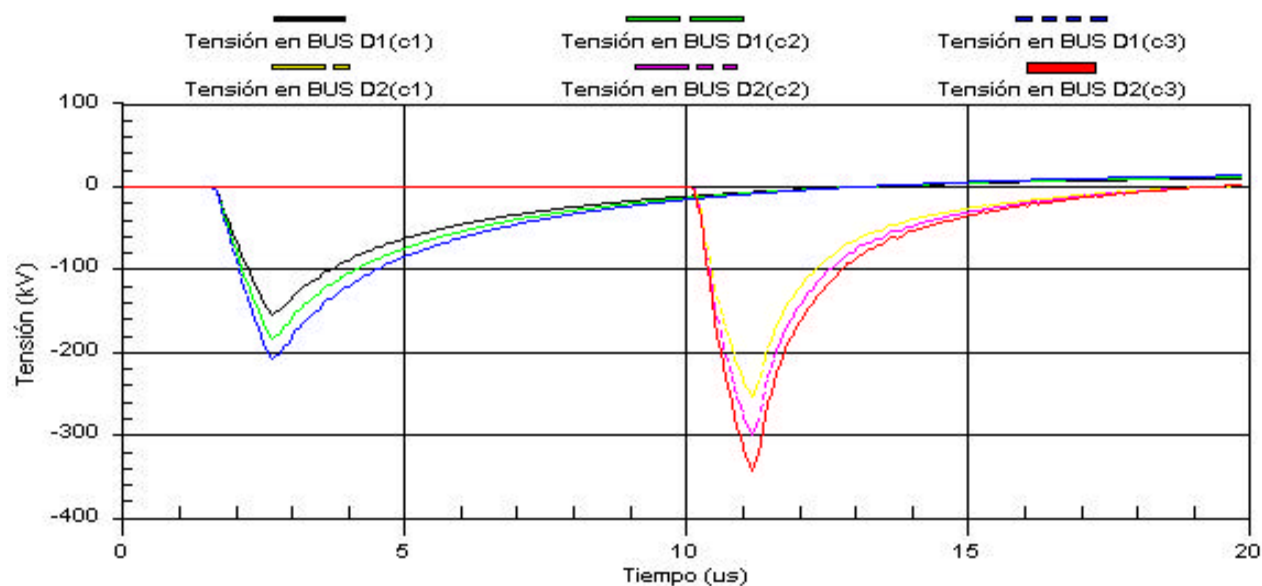
Figura 4.83. Línea vertical sin cable de tierra. Geometría 2. Intensidad  $I = 5$  kA.

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

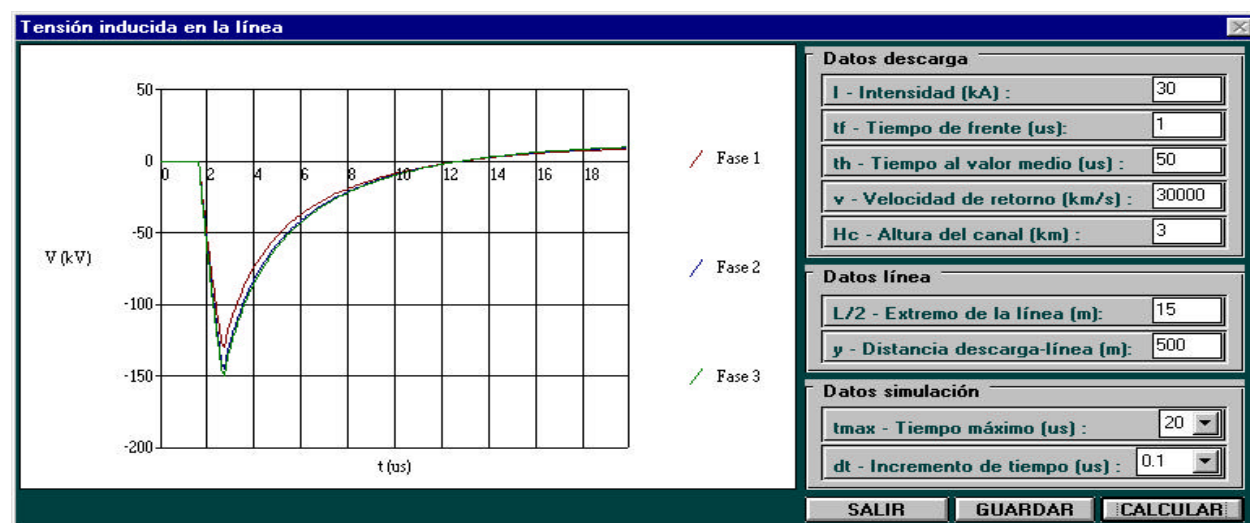
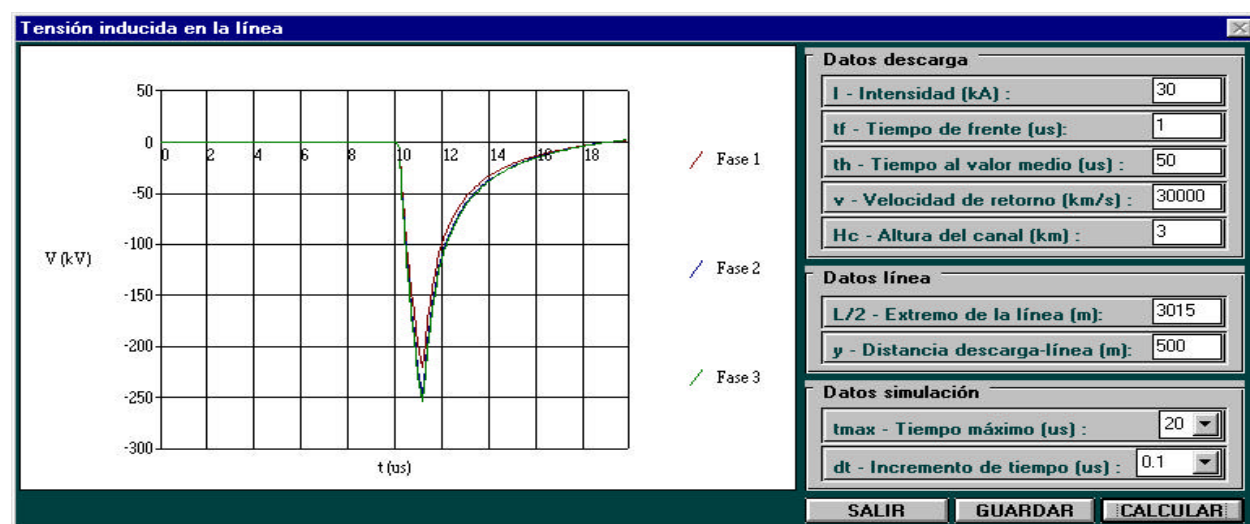
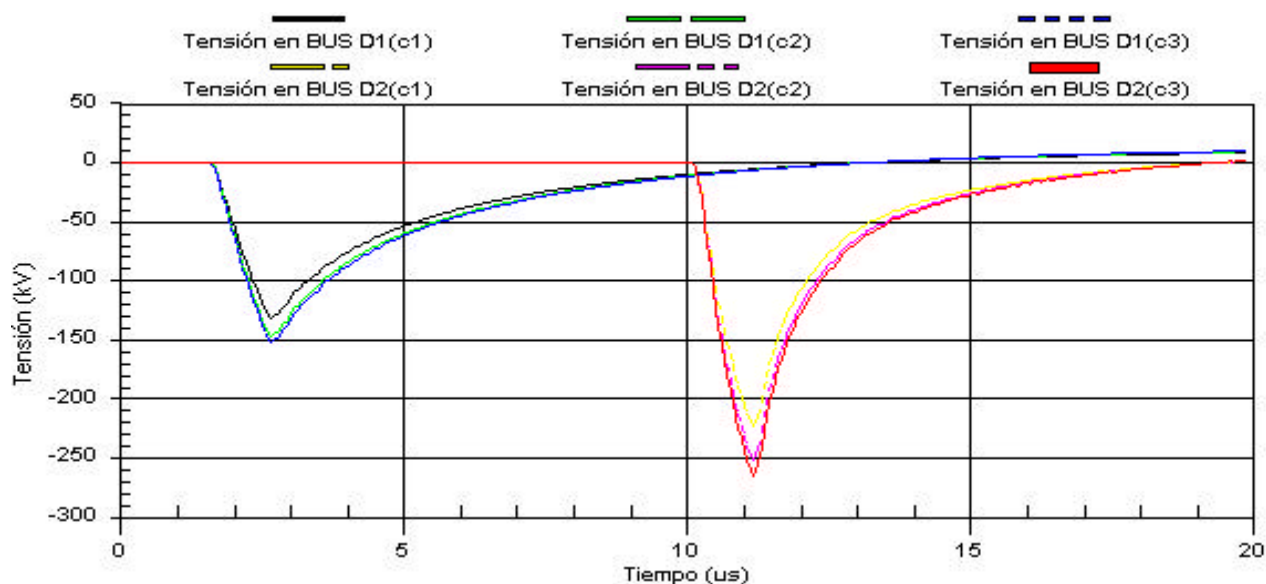
Figura 4.84. Línea vertical con cable de tierra. Geometría 2. Intensidad  $I = 5$  kA.



a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.85. Línea vertical sin cable de tierra. Geometría 2. Intensidad  $I = 30$  kA.

a) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 15$  mb) Cálculo de la tensión inducida mediante el método de Chowdhuri.  $x = 3015$  m

c) Cálculo de la tensión inducida mediante el EMTP/ATP

Figura 4.86. Línea vertical con cable de tierra. Geometría 2. Intensidad  $I = 30$  kA.