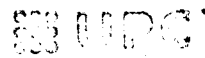


APORTACIÓ A LA IDENTIFICACIÓ PARAMÈTRICA DE SISTEMES DINÀMICS

Memòria presentada al departament
d'Enginyeria de Sistemes, Automàtica i Informàtica Industrial,
per accedir al grau de
Doctor Enginyer Industrial



BIBLIOTECA RECTOR GABRIEL FERRATÉ
Campus Nord

per
Teresa Escobet i Canal
1997

Director
Joseba Quevedo i Casín
Dept. ESAII

6.3.2 Determinació del retard pur del procés a partir de la resposta impuls

Es considera el cas d'un procés de segon ordre representat pel model:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) = b_0 u(t - nk) + b_1 u(t - nk - 1) + v(t) \quad (6.9)$$

on $u(t)$ és un soroll blanc no correlat amb la pertorbació $v(t)$ i nk és el retard pur. Es fàcil demostrar que la covariància creuada entre els senyals $y(t)$ i $u(t)$ val [Isermann, 1974]:

$$\begin{aligned} r_{yu}(\tau) &\approx 0 & 0 \leq \tau < nk \\ r_{yu}(\tau) &\neq 0 & \tau \geq nk \end{aligned} \quad (6.10)$$

ja que la funció de autocovariància, $r_u(\tau)$, sols tindrà un valor significatiu en $\tau = 0$ i la covariància creuada entre l'entrada i el soroll, $r_{yu}(\tau)$, sempre serà menyspreable per valors de $\tau < nk$. Per tant, serà possible en aquest cas determinar de forma correcta el retard pur del sistema.

La dificultat que presenta la utilització d'aquest mètode és el fet de decidir per a quins valors un senyal o un parell de senyals poden considerar-se correlats o no correlats. Per resoldre aquest problema cal recórrer a estudis estadístics.

Es demostra [Scheaffer, 1995] que un senyal genèric $u(t)$, amb un nombre de dades N suficientment gran, pot considerar-se no correlat amb un grau de confiança del $\gamma\%$ si:

$$P \left(\left| \hat{r}_u(\tau) \right| \leq \frac{\eta^* \sqrt{\sum_{\tau=0}^l r_u^2(\tau)}}{\sqrt{N}} \right) = \gamma \quad (6.11)$$

per $l < N$, i que dos senyals, $u(t)$ i $y(t)$, es consideren no correlats amb una probabilitat $\gamma\%$ quan:

$$P \left(\left| \hat{r}_{yu}(\tau) \right| \leq \frac{\eta^* \sqrt{\sum_{\tau=0}^l \hat{r}_y(\tau) * \hat{r}_u(\tau)}}{\sqrt{N}} \right) = \gamma \quad (6.12)$$

Conseqüentment la resposta impuls pot considerar-se nul·la per:

$$|\hat{g}(k)| < \rho \quad \forall k \quad (6.13)$$

definint ρ com:

$$\rho = \frac{\eta^* \sqrt{\sum_{\tau=1}^I \hat{r}_y(\tau) \hat{r}_u(\tau)}}{\sqrt{\sum_{\tau=1}^I \hat{r}_u(\tau) \sqrt{N}}} \quad (6.14)$$

La taula 6.1 mostra els nivells de confiança en funció de η .

Taula 6.1. Intervalls de confiança per l'estudi de la independència dels senyals

Nivell de confiança γ	Valor de η
99 %	2.58
97 %	2.17
95 %	1.96
93 %	1.808

S'han avaluat dos graus de confiança: 99% i el 95% més conservador.

6.3.2.1 Validació del mètode proposat a partir de l'estudi d'un procés concret

Es considera el procés de la figura 6.1, on $u(t)$ és el senyal d'entrada i $v(t)$ és el senyal pertorbació.

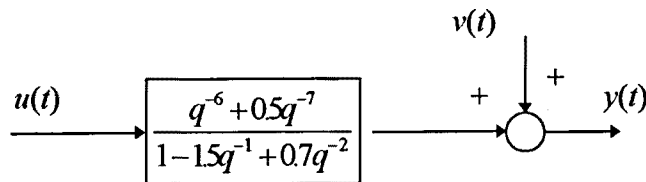


Figura 6.1. Diagrama de blocs del procés discret simulat

S'ha excitat el procés amb un soroll binari pseudo aleatori (PRBS). La seva funció d'autocovariància es visualitza en la figura 6.2.

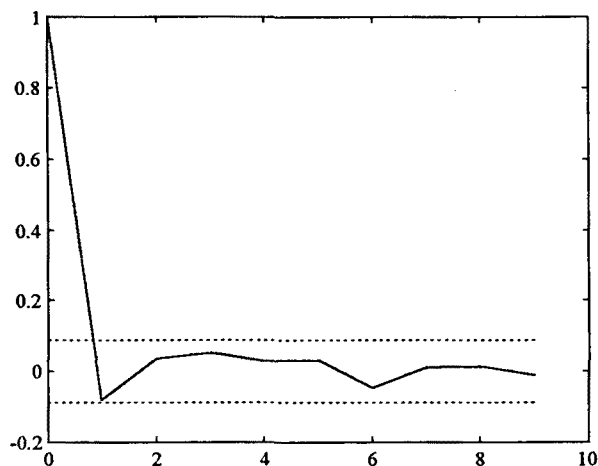


Figura 6.2. Funció d'autocovariància de l'entrada.

El senyal pertorbació és colorat i té per expressió:

$$v(t) = k \frac{1 - q^{-1} + 0.2q^{-2}}{1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}} e(t)$$

on k és una constant. Amb l'objectiu d'estudiar la incidència de la relació senyal útil senyal soroll (SNR) sobre la resposta impuls, s'han testat diferents valors de k :

- A) $k = 0$, SNR = ∞ ;
- B) $k = 0.5$, SNR = 4.873;
- C) $k = 1$, SNR = 1.178;
- D) $k = 4$, SNR = 0.058;

La figura 6.3, mostra la resposta impuls estimada per a cadascun dels quatre escenaris proposats, per un valor de $l = 20$. En tots ells s'observa, amb una confiança del 99%, que la resposta impuls pot considerar-se nul·la per valors de $\tau < 6$. Mentre que, amb un grau de confiança del 95%, $\tau < 6$ si la SNR dels senyals no és molt petita. D'aquests resultats s'estima que el valor del retard pur del procés estudiat és de $n\hat{k} = 6$, fet que concorda amb el valor real. Al disminuir el valor de SNR (major influència del senyal pertorbació) la determinació del retard pur a partir de la resposta impuls pot presentar problemes, és habitual en aquests casos obtenir valors de $n\hat{k} > nk$.

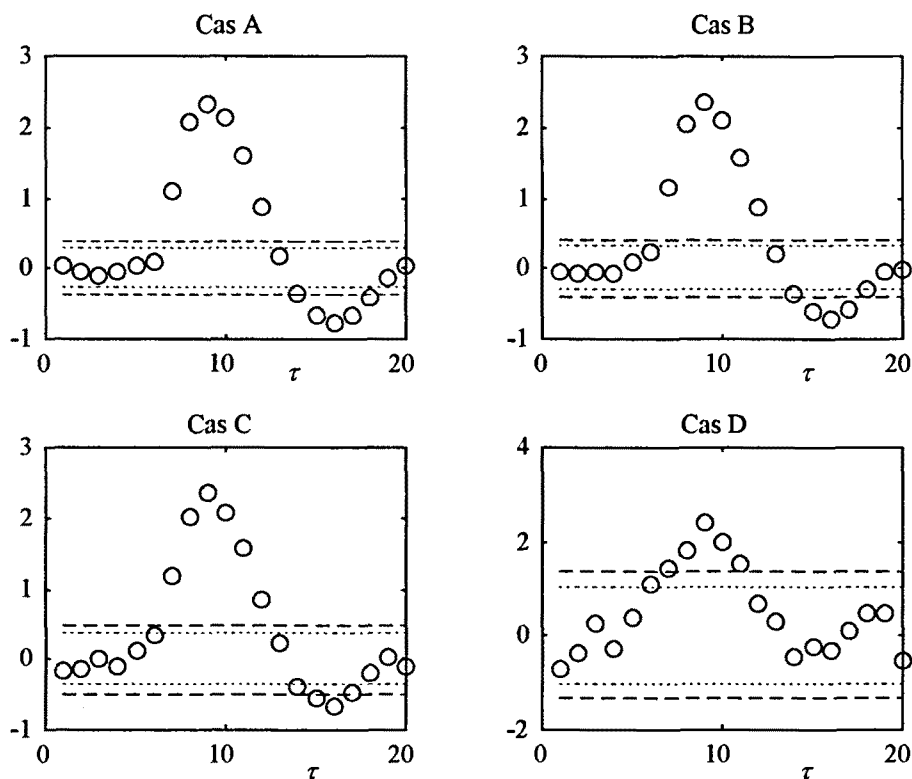


Figura 6.3. Resposta impuls estimada segons el valor de SNR, (---) indica l'interval de confiança del 99% i (···) mostra l'interval de confiança del 95 %.

6.3.3 Relació entre el model FIR i la funció de transferència

El procés de $2n$ ordre (6.9) pot descriure's per la funció de transferència:

$$G(q^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 q^{-1}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}} q^{-nk} \quad (6.15)$$

Com a resultat de dividir el numerador pel denominador s'obté:

$$G(q^{-1}) = b_0 q^{-nk} + \frac{(b_1 - b_0 a_1) q^{-1} - b_0 a_2 q^{-2}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}} q^{-nk} \quad (6.16)$$

El model FIR, segons l'equació 6.13, tindrà com a primer valor significatiu:

$$g(k) = b_0 > \rho$$

En el procés estudiat, figura 6.1, s'observa que l'interval de confiança és en tots els casos, figura 6.3, inferior a la unitat. Conseqüentment l'estudi de la resposta impuls pot ser útil per avaluar si el paràmetre b_0 del polinomi $B(q^{-1})$ és o no significatiu.

Cal destacar que:

- Una correcta estimació de la resposta impuls permet determinar el retard pur del procés;
- La qualitat del model FIR és funció de la relació SNR, a major SNR major qualitat.
- Es possible determinar un valor a partir del qual el paràmetre b_0 pot considerar-se significatiu.

6.4 Determinació de l'estructura a partir de la funció residu

Els mètodes d'estimació paramètrics descrits en el capítol tercer tenen com a objectiu estimar els valors dels paràmetres d'un model matemàtic minimitzant la funció residu, descrita per l'equació 3.22. El valor d'aquesta funció pot permetre també quantificar la semblança entre el procés estudiat i el model estimat.

Aquest apartat té per objectiu estudiar la informació aportada per la funció residu quan es consideren, per un mateix conjunt de senyals d'entrada i sortida, estructures diferents. El conjunt de models estudiats es caracteritzaren per tenir el mateix nombre de paràmetres en el numerador i el denominador de la funció de transferència.

6.4.1 Evolució de la funció residu estimada amb el mètode mínims quadrats, V_{LS} .

Com s'ha vist en l'apartat 3.3, el valor de la funció residu, V_{LS} , es calcula a partir de l'expressió:

$$V_{LS}(\hat{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\hat{A}(q^{-1})y(t) - \hat{B}(q^{-1})u(t - n\hat{k}) \right)^2 \quad (6.17)$$

El valor real de $y(t)$ val:

$$y(t) = G_0(q^{-1})u(t) + v(t) \quad (6.18)$$

on $G_0(q^{-1})$ correspon a la funció de transferència real de la part determinista del procés.

Substituint l'equació 6.18 en 6.17, s'obté:

$$\begin{aligned}
 V_{LS}(\hat{\theta}) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\hat{A}(q^{-1})(G_0(q^{-1})u(t) + v(t)) - \hat{B}(q^{-1})u(t - n\hat{k}) \right)^2 \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\hat{A}^2(q^{-1}) \left(G_0(q^{-1}) - \frac{\hat{B}(q^{-1})}{\hat{A}(q^{-1})} q^{-n\hat{k}} \right)^2 u^2(t) \right) + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{A}^2(q^{-1}) v^2(t)
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

En l'equació 6.19 es percep que el valor mínim de $V_{LS}(\hat{\theta})$ dependrà tant de l'ordre dels polinomis, n , com del retard pur del procés, $n\hat{k}$.

Amb l'objectiu d'analitzar quina és la relació entre l'estructura del model i la funció residu, s'ha procedit a estimar el procés simulat (figura 6.1) variant els valors de l'estructura del model segons els intervals: $\hat{n} = [1, 12]$ i $n\hat{k} = [1, 10]$.

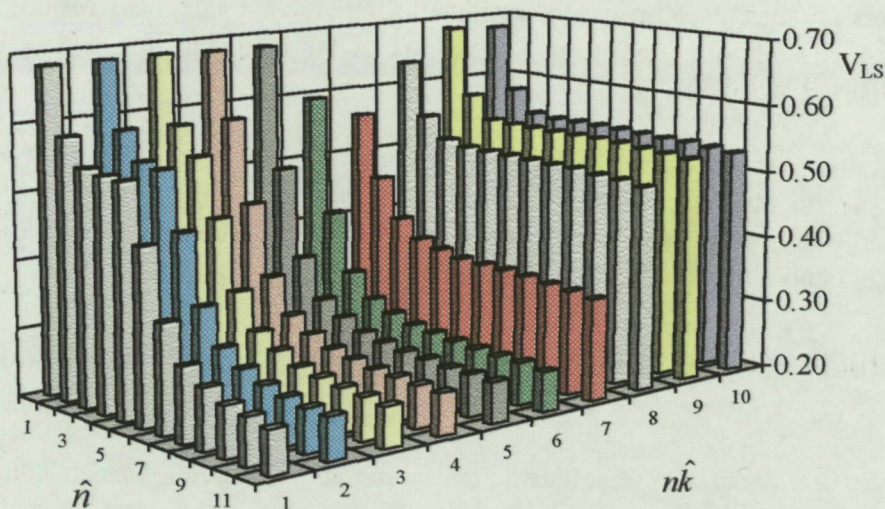


Figura 6.4. Valors de la funció residu, V_{LS} , per diferents valors de \hat{n} i $n\hat{k}$, cas B.

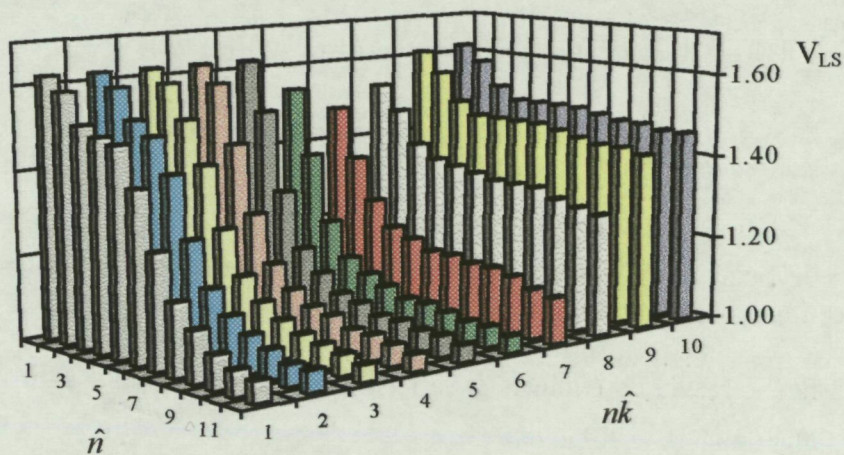


Figura 6.5. Valors de la funció residu, V_{LS} , per diferents valors de \hat{n} i \hat{nk} , cas C.

En ambdós gràfics s'observa que:

- els valors de la funció residu són monòton decreixent per tots els valors del retard pur considerats
- el valor mínim de l'error de predicció es troba quan:

	\hat{n}	\hat{nk}
Cas B	> 12	5
Cas C	> 12	5
Cas D	> 12	5

- al considerar $\hat{nk} = 6$, el valor mínim de V_{LS} és dona en $\hat{n} > 12$.

A partir dels resultats obtinguts podem concloure que:

- *l'estudi de la funció residu obtinguda al considerar models d'ordre diferent, identifica models sobre-parametritzat*
- *els model identificats contenen el model real*
- *la identificació del retard pur s'ajusta bastant al valor real.*

6.4.2 Evolució de la funció residu estimada pel mètode de la variable instrument òptim.

En aquest cas, fent un estudi semblant a l'apartat anterior i segons l'equació 3.50, la funció residu té com expressió:

$$\begin{aligned}
 V_{IV}(\hat{\theta}) &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\hat{A}(q^{-1})(G_0(q^{-1})u_F(t) + v_F(t)) - \hat{B}(q^{-1})u_F(t - n\hat{k}) \right)^2 \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(\hat{A}^2(q^{-1}) \left(G_0(q^{-1}) - \frac{\hat{B}(q^{-1})}{\hat{A}(q^{-1})} q^{-n\hat{k}} \right)^2 u_F^2(t) \right) + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{A}^2(q^{-1}) v_F^2(t)
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

El valor mínim de l'equació 6.20 dependrà de l'ordre dels polinomis, n , del retard pur del procés, nk , i del filtre considerat.

Els valors de la funció residu determinats al variar l'estructura del model segons: $\hat{n} = [1, 10]$ i $n\hat{k} = [1, 9]$, es mostren en la figura 6.6.

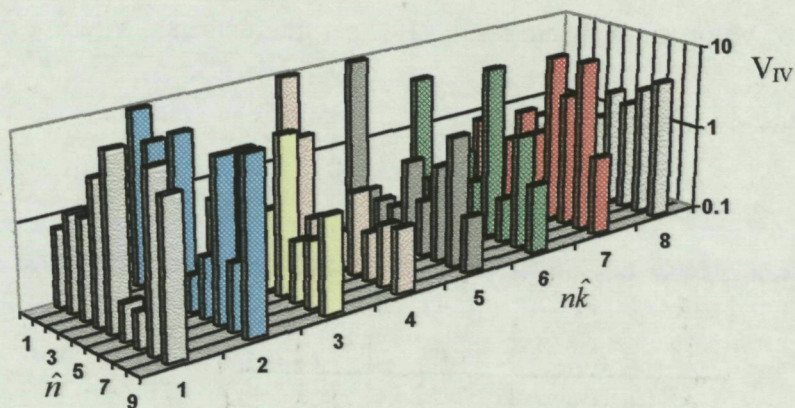


Figura 6.6. Valors de la funció residu, V_{IV} , per diferents valors de \hat{n} i $n\hat{k}$, procés simulat cas B.

S'observa que:

- l'error de predicció varia de forma irregular, no és una funció monòtona com en el cas anterior
- el mínim de la funció residu s'obté quan el model té com estructures:

	\hat{n}	$n\hat{k}$
Cas B	7	1
Cas C	7	1
Cas D	2	7

- en el cas concret en que $n\hat{k} = 6$, el valor mínim de V_{IV} s'obté per $\hat{n} = 3$.

A partir dels resultats observats podem concloure:

- s'identifiquen models sobre-parametritzats per valors de $SNR > 1.0$

- degut a la quantitat de mínims relatius que s'obtenen, es fa difícil pensar en la utilització d'aquest mètode per a determinar l'ordre del model de forma iterativa
- té l'avantatge, respecte el cas anterior, que si el retard pur es conegut el model identificat és proper al real.

6.4.3 Evolució de la funció residu estimada pel mètode de la variable instrument utilitzant com a algorisme de càlcul la factorització QR.

Com s'ha comentat en el capítol 3, una altra forma de resoldre numèricament el mètode d'estimació IV és aplicant la triangulació ortogonal o factorització QR. Aquest mètode va ser utilitzat per [Duong, 1994] per a identificar l'estructura dels models.

La funció residu, $V(\theta)$, es calcula amb l'equació 3.55 i presenta l'avantatge que el seu valor no depèn dels paràmetres del model estimat.

Els valors de $V_{QR}(\hat{\theta})$ obtinguts al variar n i nk segons: $\hat{n} = [1,9]$ i $\hat{nk} = [1,8]$, s'observen en les corbes de la figura 6.7.

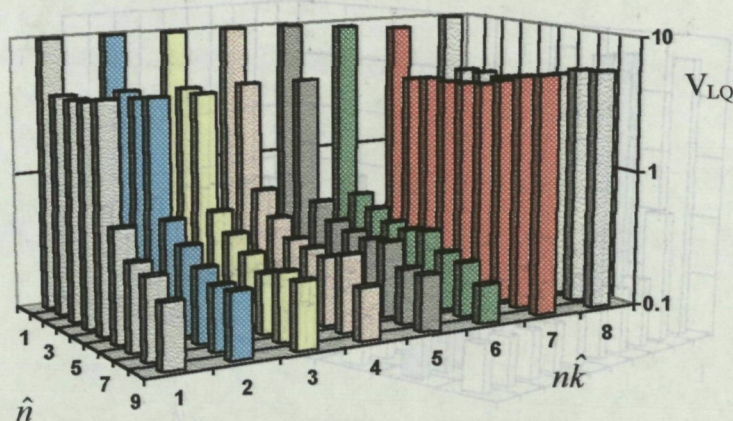


Figura 6.7. Valors de la funció residu, V_{QR} , per diferents valors de \hat{n} i \hat{nk} , cas B.

Es dedueix que:

- la funció residu varia de forma quasi decreixent
- es dona un canvi sobtat en el pendent de les corbes per $\hat{n} = nk + \hat{nk}$
- el valor mínim de la funció residu s'obté quan:

	\hat{n}	\hat{nk}
Cas B	> 9	6
Cas C	> 9	5
Cas D	> 9	2

A partir dels resultats observats podem concloure:

- en tots els casos s'identifiquen models sobre-parametritzats
- els models estimats contenen el model real
- a determinació del retard pur depèn del SNR, a major influència del senyal soroll més lluny s'està del valor real de retard.

6.4.4 Evolució de la funció residu estimada pel mètode d'error de sortida (OE).

El valor de la funció residu és en aquest cas:

$$V_{OE}(\hat{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left(y(t) - \frac{\hat{B}(q^{-1})}{\hat{A}(q^{-1})} u(t - n\hat{k}) \right)^2 \quad (6.21)$$

Els valors de $V_{OE}(\hat{\theta})$ obtinguts al variar \hat{n} i $n\hat{k}$ segons els intervals: $\hat{n}=[1,10]$ i $n\hat{k} = [1,8]$, es visualitzen en la figura 6.8.

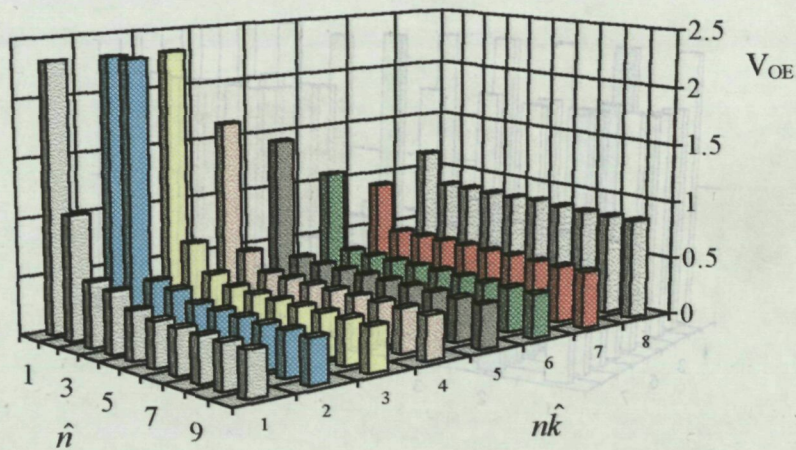


Figura 6.8. Valors de la funció residu, V_{OE} , per diferents valors de \hat{n} i $n\hat{k}$, cas B.

En la figura s'observa que:

- la funció residu és monòtona decreixent per a tots els valors de $n\hat{k}$ avaluats
- l'ordre del model que origina un valor mínim en la funció residu és de:

	\hat{n}	$n\hat{k}$
Cas B	> 10	4
Cas C	> 10	3
Cas D	7	2

- considerant $n\hat{k} = 6$, el valor mínim de V_{OE} és dona quan $\hat{n} > 10$.

A partir dels resultats obtinguts podem concloure que:

- *l'estudi de la funció residu obtinguda al considerar models d'ordre diferent, identifica models sobre-parametritzat*
- *els model identificats contenen el model real*
- *la identificació del retard pur depèn de SNR.*

6.5 Criteris d'identificació

6.5.1 Descripció dels criteris d'identificació

En l'apartat anterior s'ha observat que en la majoria dels casos estudiats, la funció residu disminueix de forma monòtona a mesura que s'incrementa l'ordre del model. Per aquest motiu, $V(\hat{\theta})$, no és suficient per indicar l'ordre òptim del model.

Els criteris d'identificació es caracteritzen per penalitzar la funció residu, $V(\hat{\theta})$, a mesura que s'incrementa l'ordre del model. Es seleccionarà com a òptim aquell model que minimitzi el criteri.

Una forma general d'expressar els criteris d'identificació és [Södertröm, 1989]:

$$W_N = V_N(\hat{\theta}) [1 + \beta(N, \hat{d})] \quad (6.22)$$

on $\beta(N, d)$ és funció del nombre de dades, N , i del nombre de paràmetres a estimar, d . Amb la finalitat de descartar models massa complexes (models sobre-parametritzats), el terme, $\beta(N, d)$, ha de tenir com a propietat:

$$\text{si } d_1 > d_2 \quad \beta_1(N, d_1) > \beta_2(N, d_2)$$

Per garantir que el terme de penalització no amagui un decreixement real de la funció error i evitar, per tant, models sota-parametritzats, cal que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (\beta(N, d)) = 0$$

Una expressió senzilla d'aquest terme seria: $\beta(N, d) = 2d/N$.

Un altre alternativa és emprar com a criteri:

$$W_N = N \log(V_N(\hat{\theta})) + \gamma(N, d) \quad (6.23)$$

on el terme addicional $\gamma(N, d)$ penalitza els models d'ordre elevat. El cas concret en que:

$$\gamma(N, d) = 2d$$

rep el nom de criteri d'informació d'Akaike (AIC):

$$AIC = N \log(V_N(\hat{\theta}_N)) + 2d \quad (6.24)$$

Si es considera que $\gamma(N, d) = N\beta(N, d)$ i per valors grans de N els dos criteris anteriors, (6.22) i (6.23), són asimptòticament equivalents, [Söderström, 1989]:

$$\begin{aligned} \log\{V_N(\hat{\theta}_N)[1 + \beta(N, d)]\} &= \log V_N(\hat{\theta}_N) + \log[1 + \beta(N, d)] \\ &\approx \frac{1}{N} [N \log V_N(\hat{\theta}_N) + N\beta(N, d)] \end{aligned} \quad (6.25)$$

Conseqüentment, els dos criteris minimitzen la mateixa estructura. A la bibliografia hi ha un gran nombre de funcions pel terme $\beta(N, d)$, [Akaike, 1969; Edmunds, 1985; Ljung, 1994; Doung, 1994].

Les funcions $\beta(N, d)$ avaluades seran:

- Criteri d'Akaike: $AIC = \beta(N, d) = 2 \frac{d}{N}$;
- Criteri d'Edmunds: $Edm = \beta(N, d) = 2c \frac{d}{N}$, amb $c = 8$;
- Criteri de Rissermen: $Ris = \beta(N, d) = 2d \frac{\log(N)}{N}$
- Criteri de l'arrel quadrada: $Aq = \beta(N, d) = 2d \frac{\sqrt{N}}{N}$;
- Criteri del logaritme decimal quadrat: $Lq = \beta(N, d) = 2d \frac{(\log(N))^2}{N}$
- Criteri del logaritme doble: $Ld = \beta(N, d) = 2d \frac{\log(\log(N))}{N}$

La figura 6.9 mostra els valors dels diferents criteris d'identificació en funció del nombre dades disponibles, N , i del nombre de paràmetres a estimar, d .

S'observa que el criteri del logaritme doble és aquell que penalitza menys la funció residu. El criteri de l'arrel quadrada és el que penalitza més. El criteri d'Edmunds i Akaike penalitzen mes

la funció error quan el nombre de dades és petit, mentre que a l'augmentar el nombre de dades tenen el mateix comportament asimptòtic que els altres.

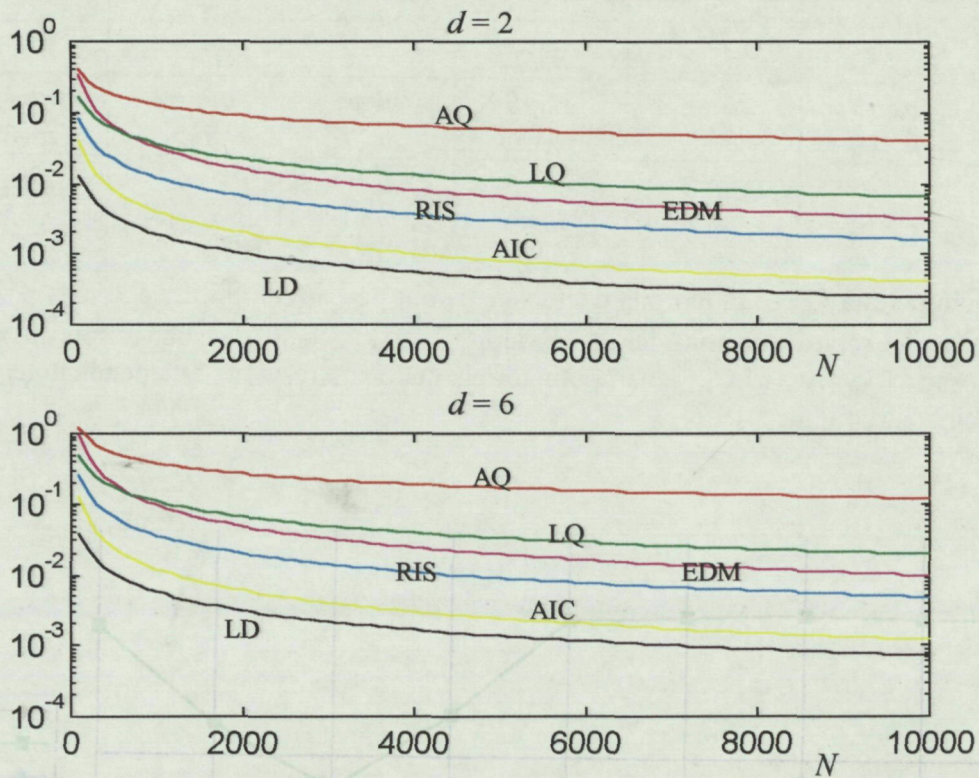


Figura 6.9. Variació dels criteris d'identificació considerats en funció de d i N .

6.5.2 Utilització dels criteris d'identificació per a la determinació de l'estructura del model.

6.5.2.1 Mètode d'estimació LS

Les estructures òptimes identificades com a resultat de substituir en l'equació (6.22) els valors de V_{LS} calculats en l'apartat 6.4.1 pels diferents valors de \hat{n} i $n\hat{k}$, es mostren en la taula 6.2. S'observa que a l'incrementar el nivell de soroll del procés, els criteris amb major penalització estimen estructures incorrectes, mentre que en els altres casos s'identifiquen models sobreparametritzats.

Taula 6.2. Models identificats en funció del criteri d'identificació i el nivell de soroll, mètode d'estimació LS

	AIC	EDM	RIS	AQ	LQ	LD
cas B	$\hat{nk}=5$ $\hat{n}>10$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=6$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=7$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=6$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=6$	$\hat{nk}=5$ $\hat{n}>10$
cas C	$\hat{nk}=5$ $\hat{n}>10$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=5$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=7$	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=1$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=5$	$\hat{nk}=5$ $\hat{n}>10$
cas D	$\hat{nk}=5$ $\hat{n}>10$	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=1$	$\hat{nk}=5$ $\hat{n}=6$	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=1$	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=1$	$\hat{nk}=5$ $\hat{n}>10$

Ja que la funció pèrdua V_{LS} és monòtona decreixen, es pot pensar en utilitzar el criteri W_{LS} per estimar el valor del retard pur considerant el valor $\hat{nk} = 1$. S'han seleccionat sols tres dels criteris proposats: RIS, AQ i LC, i s'han obtingut els mateixos resultats independentment del nivell de soroll, veure figura 6.10.

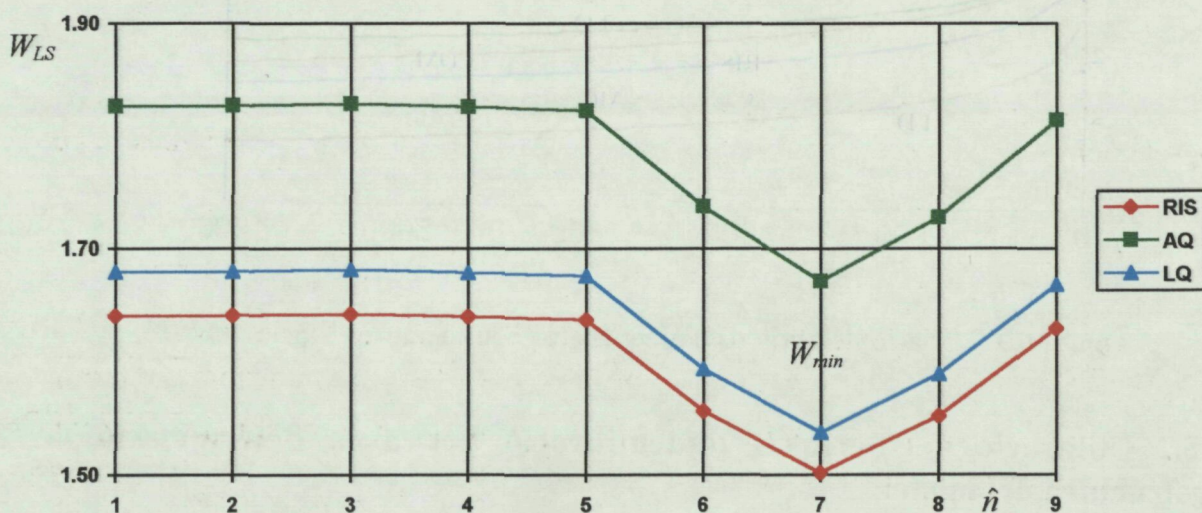


Figura 6.10. Variació dels criteris d'identificació W_{LS} , pel cas B i considerant $\hat{nk} = 1$.

Cal destacar que:

- per una relació $SNR > 1$, tots els criteris d'identificació convergeixen a models sobreparametritzats i, a excepció dels criteris LD i AIC, s'identifica correctament el valor del retard
- al disminuir el valor de SNR, els criteris que penalitzen més: AQ, LQ i EDM convergeixen a models que no contenen el model real
- al considerar un retard pur de $\hat{nk} = 1$, s'identifica, en tots els casos estudiats, un model d'ordre $\hat{n} = nk + 1$.

6.5.2.2 Mètode d'estimació IV òptim

Les estructures òptimes identificades com a resultat de substituir en l'equació (6.22) els valors de V_{IV} calculats en l'apartat 6.4.2 pels diferents valors de \hat{n} i \hat{nk} , es mostren en la taula 6.3. El model s'identifica correctament quan la penalització és forta, criteris AQ i LQ, i mentre el nivell de soroll no sigui molt alt. En els altres casos s'obtenen models sobre parametritzats. Quan el nivell de soroll és alt, cas D, s'identifiquen models que no contenen el model real, $\hat{nk} = 7$.

Taula 6.3. Models identificats en funció del criteri d'identificació W_{IV} i el nivell de soroll

	AIC	EDM	RIS	AQ	LQ	LD
cas B	$\hat{nk}=3$ $\hat{n}=4$	$\hat{nk}=3$ $\hat{n}=4$	$\hat{nk}=3$ $\hat{n}=4$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=2$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=2$	$\hat{nk}=3$ $\hat{n}=4$
cas C	$\hat{nk}=1$ $\hat{n}=7$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=3$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=3$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=2$	$\hat{nk}=6$ $\hat{n}=3$	$\hat{nk}=1$ $\hat{n}=7$
cas D	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=2$	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=2$	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=2$	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=2$	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=2$	$\hat{nk}=7$ $\hat{n}=2$

Si es considera conegut el retard pur del procés, $\hat{nk} = 6$, i s'observa com varia la funció W_{IV} respecte l'ordre del model \hat{n} , s'obtenen els resultats de la taula 6.4. Per a la determinació de l'estructura òptima, cal una forta penalització de la funció pèrdua.

Taula 6.4. Valors dels diferents criteris d'identificació W_{IV} considerant $nk = 6$.

	\hat{n}	V_{IV}	AIC	EDM	RIS	AQ	LQ	LD
Cas B	2	0.2790	0.2813	0.2970	0.2857	0.3497	0.2992	0.2801
	3	0.2710	0.2742	0.2971	0.2808	0.3741	0.3004	0.2725
Cas C	2	1.1416	1.1507	1.2149	1.1691	1.4310	1.2240	1.1460
	3	1.0932	1.1064	1.1988	1.1327	1.5093	1.2117	1.0995

Es dedueix que:

- a l'augmentar el nivell de soroll cap dels criteris convergeix al model òptim
- per uns valors acceptables de SNR, concretament per $SNR > 1$, el criteri amb major penalització, AQ, identifica el model òptim, mentre que els altres donen models sobre parametritzats.

6.5.2.3 Mètode d'estimació IV segons l'algorisme de càlcul QR

De l'estudi estadístic de la funció residu obtinguda a l'utilitzar la tècnica de triangulació ortogonal o factorització QR, es dedueix que el millor criteri d'identificació ha de tenir per expressió [Doung, 1994]:

$$W_N = V_{QR}(\hat{\theta}) + \beta(N, d) \quad (6.26)$$

on la funció $\beta(N)$ té com a propietats:

$$\beta(N) > 0, \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \beta(N) = 0$$

i

$$\lim_{N \rightarrow \infty} N \cdot \beta(N) = \infty$$

Els criteris estudiats que compleixen aquestes dues propietats són: RIS, AQ, LQ i LD. Conseqüentment en aquest apartat sols s'estudiaran aquests quatre criteris.

La taula 6.5 indica el model identificat com a resultat de fer una exploració amb diferents valors de \hat{n} i \hat{nk} i la taula 6.6 mostra el valor W_{QR} (equació 6.26) en funció dels diferents criteris d'identificació al considerar $\hat{nk} = 6$.

En elles s'observa que tots els criteris d'identificació tendeixen a determinar models sobre dimensionats, a major soroll major \hat{n} i menor \hat{nk} .

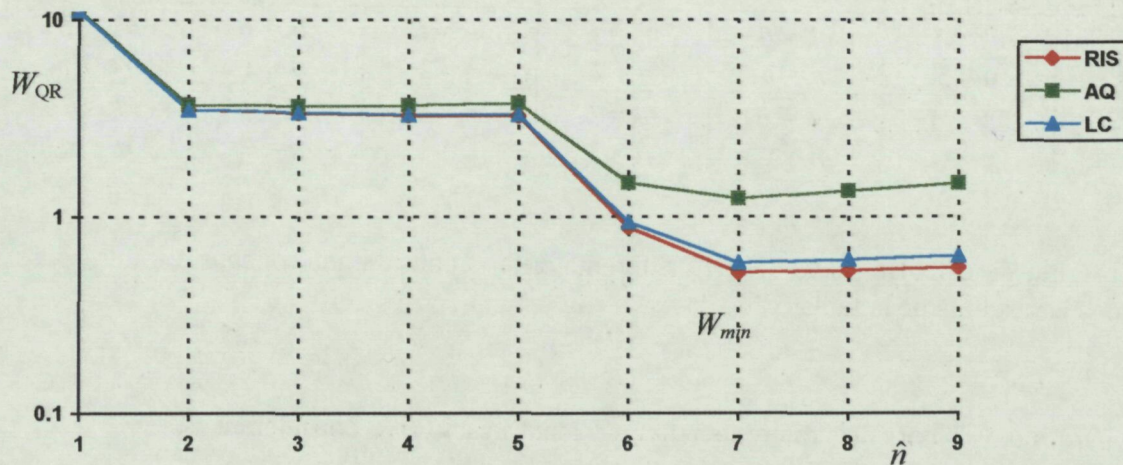
Taula 6 5. Models identificats pel mètode QR segons els diferents criteris d'identificació

	RIS	AQ	LQ	LD
Cas B	$\hat{nk} = 6$ $\hat{n} = 3$	$\hat{nk} = 6$ $\hat{n} = 3$	$\hat{nk} = 6$ $\hat{n} = 3$	$\hat{nk} = 5$ $\hat{n} > 9$
Cas C	$\hat{nk} = 5$ $\hat{n} > 9$	$\hat{nk} = 6$ $\hat{n} = 3$	$\hat{nk} = 5$ $\hat{n} > 9$	$\hat{nk} = 5$ $\hat{n} > 9$
Cas D	$\hat{nk} = 2$ $\hat{n} > 9$	$\hat{nk} = 2$ $\hat{n} > 9$	$\hat{nk} = 2$ $\hat{n} > 9$	$\hat{nk} = 2$ $\hat{n} > 9$

Taula 6.6. Valors dels diferents criteris d'identificació W_{QR} per $nk = 6$.

	\hat{n}	V_{QR}	RIS	AQ	LQ	LD
Cas B	2	0.4464	0.5036	0.7046	0.5205	0.4503
	3	0.3009	0.3869	0.6886	0.4122	0.3068
	4	0.2815	0.3964	0.7990	0.4302	0.2895
	5	0.2702	0.4140	0.9177	0.4563	0.2802
Cas C	2	1.7399	1.7972	1.9981	1.8141	1.7439
	3	1.1760	1.2620	1.5637	1.2873	1.1819
	4	1.0650	1.2167	1.6193	1.2505	1.1097
	5	1.0832	1.2088	1.7125	1.2511	1.0752

Al ser la funció residu V_{QR} monòtona decreixent, s'ha pensat, al igual que amb el mètode LS, utilitzar el criteri W_{QR} per estimar el retard pur partint d'un valor inicial $nk = 1$. En aquestes condicions s'han obtingut les corbes de la figura 6.7.

Figura 6.11. Variació dels criteris d'identificació W_{QR} , pel cas B i considerant $nk = 1$.

En funció dels resultats obtinguts, s'estimen models d'ordre $\hat{n} = nk + 1$. S'obtenen els mateixos resultats amb el mètode d'estimació LS.

Cal destacar que:

- conegut el retard pur, els criteris d'identificació testats no permeten identificar el model òptim obtenint-se models sobre dimensionats

- estudiant el comportament del criteri W_{QR} , per $\hat{n}\hat{k} = 1$ i valors creixents de \hat{n} , és possible fer una identificació aproximada del valor del retard pur;
- al fer una exploració per diferents valors de \hat{n} i $\hat{n}\hat{k}$, l'estructura del model que minimitza la funció W_{LQ} és sobre dimensionada i quan $SNR > 1$, el criteri AQ és l'únic que identifica una estructura propera a la real, $\hat{n}\hat{k} = 6$ i $\hat{n} = 3$.

6.5.2.4 Mètode d'estimació OE

En el cas de fer una exploració igual a la de l'apartat 6.4.4 però considerant els diferents criteris d'identificació avaluats, s'obtenen els resultats de la taula 6.7. En ella s'observa que:

- els criteris AIC i LD identifiquen models sobre dimensionats en els quals $\hat{n}\hat{k} \neq nk$
- la resta de criteris identifiquen el model òptim quan la relació SNR és superior a la unitat, en els altres casos sols s'identifica correctament el retard.

Taula 6.7. Models identificats pel mètode OE segons els diferents criteris d'identificació.

	AIC	EDM	RIS	AQ	LQ	LD
cas B	$\hat{n}\hat{k} = 4$ $\hat{n} = 5$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 2$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 2$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 2$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 2$	$\hat{n}\hat{k} = 5$ $\hat{n} > 10$
cas C	$\hat{n}\hat{k} = 5$ $\hat{n} = 5$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 2$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 2$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 2$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 2$	$\hat{n}\hat{k} = 3$ $\hat{n} > 10$
cas D	$\hat{n}\hat{k} = 4$ $\hat{n} = 6$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 1$	$\hat{n}\hat{k} = 5$ $\hat{n} = 2$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 1$	$\hat{n}\hat{k} = 6$ $\hat{n} = 1$	$\hat{n}\hat{k} = 4$ $\hat{n} = 6$

Com a resultat de calcular els valors dels diferents criteris considerant conegut el retard pur, s'obtenen els resultats de la taula 6.8.

Taula 6.8. Valors dels diferents criteris d'identificació W_{OE} considerant $nk = 6$.

RMS	\hat{n}	V_{OE}	AIC	EDM	RIS	AQ	LQ	LD
4.8730	2	0.3939	0.3970	0.4192	0.4033	0.4937	0.4223	0.3954
	3	0.3905	0.3952	0.4282	0.4046	0.5391	0.4328	0.3929
1.1775	2	1.5753	1.5879	1.6765	1.6132	1.9746	1.6890	1.5813
	3	1.5631	1.5820	1.7141	1.6197	2.1581	1.7327	1.5721

En ella s'observa que els criteris: EDM, RIS, AQ i LQ, permeten identificar l'ordre òptim. Els criteris amb una forta penalització: AQ, LQ i EDM tenen l'inconvenient que quan el nivell de

soroll és alt poden identificar models sub-parametritzat, $\hat{n} = 1$. Caldrà doncs arribar a un cert compromís entre els criteris que tenen una forta penalització i els que no penalitzen tant.

Un altre estudi a realitzar en aquest cas, és la determinació del retard pur analitzant els valors de V_{OE} quan $n\hat{k}=1$ i per valors creixents de \hat{n} , figura 6.12.

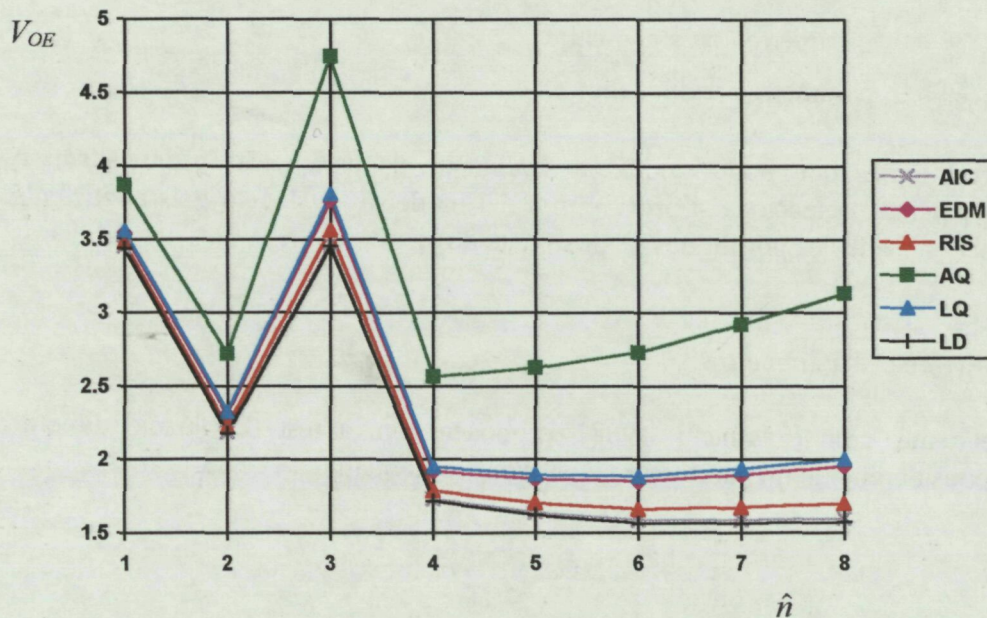


Figura 6.12. Valors dels criteris d'identificació, W_{OE} , pel cas C i considerant $n\hat{k}=1$

El criteri d'identificació AQ és mínim quan $\hat{n} = 4$, el criteri d'identificació LD és mínim quan $\hat{n} = 8$ i la resta de criteris són minimitzats per $\hat{n} = 6$, aquest últim concorda amb el valor del retard pur.

Cal destacar que:

- conegut el retard pur del procés, els criteris d'identificació: EDM, RIS, AQ i LQ permet identificar l'ordre òptim
- al considerar un model amb $n\hat{k} = 1$, els criteris estudiats, a excepció de: AQ i LD, identifiquen un ordre que coincideix amb el valor del retard pur
- al fer una exploració per diferents valors de \hat{n} i $n\hat{k}$, l'estructura del model que minimitza la funció W_{OE} és l'òptima quan els criteris d'identificació són: EDM, RIS, AQ i LQ, en el cas de $SNR > 1$.

6.6 Coeficients del numerador i denominador del model estimat

Els coeficients del numerador i denominador del model estimat es poden classificar en dos grups:

- conjunt $H_0: \hat{\theta}_i = 0$, paràmetre i no significatiu
- conjunt $H_1: \hat{\theta}_i \neq 0$, paràmetre i significatiu.

Hi ha certs test lògics que poden ajudar a avaluar si els paràmetres estimats són o no significatius i, per tant, seleccionar l'ordre òptim del model. L'avaluació dels coeficients del numerador i denominador es pot fer des de dos punts de vista:

- test estadístic
- avaluació directe dels paràmetres.

Experts en el tema, com [Szafnicki, 1988], proposen com a test l'avaluació directe dels paràmetres i consideren que un paràmetre no és significatiu quan:

$$|\hat{\theta}_i| < 20\% * \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \hat{\theta}_i$$

els estudis realitzats en aquest cas són merament empírics i no s'han considerats.

6.6.1 Test estadístic t-Student

Tots els mètodes d'estimació paramètrics es caracteritzen perquè el valor estimat dels seus paràmetres convergeix a una distribució normal de mitja zero i matriu de variància P . En aquestes circumstàncies, un test estadístic que permet avaluar si un paràmetre és o no significatiu és la comparació del valor mig estimat amb la seva desviació estàndard. Aquest test s'anomena t-Student [Scheaffer, 1995].

El procediment per determinar si un paràmetre pertany al conjunt H_0 o H_1 consisteix en:

1. Càlcul del valor de t-Student:

$$t_Student = \frac{\hat{\theta}_i}{\sqrt{P_{ii}}}$$

2. Considerant una probabilitat $\alpha\%$ i que $N \rightarrow \infty$, determinar el valor de $t_{\alpha/2}$ segons taules.
3. El paràmetre pertany al conjunt H_1 si $|t_Student| > t_{\alpha/2}$.

Aquest criteri permet obtenir un interval de confiança de $100(1-\gamma)$ pel paràmetre estimat, aquest serà:

$$\hat{\theta}_i \pm t_{\gamma/2} \sqrt{P_{ii}}$$

S'ha considerat un grau de confiança del 95% i, segons taules, $t_{\gamma/2} = 1.960$.

El test exposat s'ha aplicat als resultats obtinguts del procés simulat, figura 6.1 cas C. Per observar el seu comportament, s'ha considerat un model d'ordre: $n\hat{k} = 1$ i $\hat{n} = 6$ i com a mètodes d'estimació: LS, IV òptim i OE. El valor de t-Student per cadascun dels sis paràmetres del polinomi $B(q^{-1})$ es visualitzen en la taula 6.9.

Taula 6.9. Valors de t-Student dels model d'ordre: $n\hat{k} = 1$ i $\hat{n} = 6$ estimats a partir dels mètodes: LS, IV4 i OE..

t-Student dels paràmetres	LS	IV4	OE
b_1	0.0020	0.2678	0.6614
b_2	0.4958	0.1499	0.8663
b_3	1.4115	0.7250	0.9446
b_4	1.3522	1.2146	0.6534
b_5	2.0455	0.0533	0.1759
b_6	7.6372	2.3569	3.7372

En la taula 6.9 es mostra com el test t-Student pot utilitzar-se per determinar el retard pur del procés ja que els paràmetres b_1 , b_2 , b_3 , b_4 i b_5 no són representatius.

6.7 Situació dels pols i zeros del model estimat

L'estudi de la situació dels pols i zeros del model estimat és un aspecte important a avaluar abans d'acceptar com a vàlid un model. El seu estudi permet obtenir informació respecte:

- la sobre parametrització d'un model
- si el període d'adquisició de dades ha sigut o no l'adequat
- si el model en el domini-z determina o no un únic model en el domini-s.

6.7.1 Compensació entre pols i zeros

L'efecte dels models sobre parametritzats respecte la posició dels pols i zeros s'observa en la figura 6.13. Els resultats obtinguts corresponen al del procés simulat de la figura 6.1, al considerar un model sobre parametritzat $\hat{n} = 3$ i $\hat{n} = 4$.

Quan el nivell de soroll no es molt alt, és constata que:

- per $\hat{n} = n+1$ apareixen pols de part real negativa
- per $\hat{n} = n+2$ apareixen pols i zeros que són molt propers, conseqüentment es pot dir que aquests poden cancel·lar-se, quan s'augmenta el nivell de soroll la cancel·lació d'aquests pols i zeros no és immediata i cal parlar en termes d'incerteses [Söderström, 1975].

Es difícil en aquest cas elaborar un test que, de forma senzilla, indiqui quan els pols i zeros són o no compensables. És per aquest motiu que no s'ha considerat com un mètode a utilitzar per a la determinació de l'estructura del model.

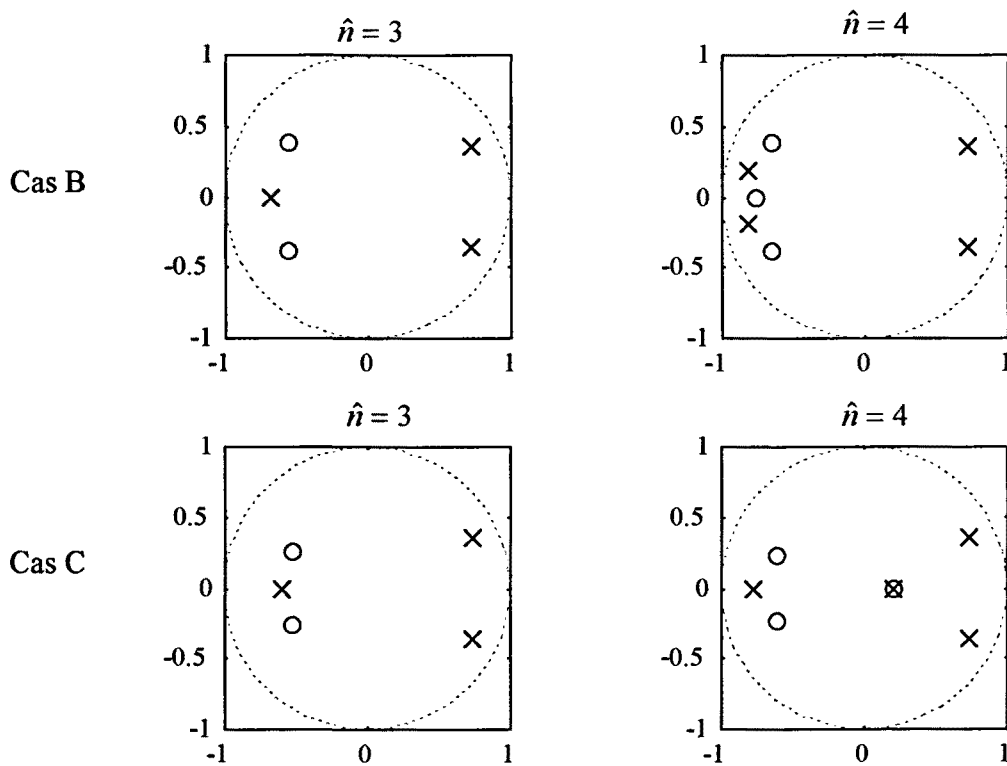


Figura 6.13. Situació dels pols i zeros d'un model sobre-parametrizat, mètode d'estimació OE.

6.7.2 Situació dels pols i zeros de la funció de transferència discreta

Una forma de determinar si la funció de transferència discreta estimada s'ajusta al model d'un procés continu és observar la posició dels pols del model estimat [Kollár, 1996]. En el cas concret de que s'estigui mostrejant correctament un procés continu, els pols de la funció discreta han de ser, tal i com es demostra a continuació, de part real positiva. Aquest fet pot ser utilitzat per refer l'experiment o per ajustar l'estructura del model.

La dinàmica dels sistemes continus pot descompondre's en elements senzills segons el tipus de resposta, exemple: primer o segon ordre, pols reals o pols complexos,... La dinàmica (resposta) global del sistema serà un conjunt de tipus de resposta.

S'estudien seguidament el cas d'un pol real, que es correspon amb un sistema de primer ordre, i el cas d'un parell de pols complexos conjugats, corresponent a un sistema de segon ordre esmorteït.

6.7.2.1 Estudi dels pols reals

Donat un sistema lineal de primer ordre, amb una funció de transferència:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad (6.27)$$

on: K és el guany estàtic i T és la constant de temps del sistema, tindrà com a funció de transferència discreta (apartat 4.2):

$$G(q^{-1}) = \frac{b_0 q^{-1}}{1 + a_1 q^{-1}} \quad (6.28)$$

amb un pol discret situat a:

$$z_1 = -a_1 = e^{-\frac{T_s}{T}} \quad (6.29)$$

Independentment del valor del període d'adquisició de dades, T_s , el pol discret sempre ha de ser positiu. Conseqüentment, *un pol real discret es correspondrà amb un pol real continu si $z_1 > 0$.*

Els pols reals negatius poden obtenir-se quan el model és sobre parametritzat, tal com s'ha observat en la figura 6.13.

6.7.2.2 Pols complexos conjugats

Donat el procés de 2n ordre amb pols complexos conjugats de funció de transferència:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \text{ amb } \xi < 1 \text{ (sistema esmorteït)} \quad (6.30)$$

els pols d'aquest procés són:

$$p_1 = -\xi\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \quad (6.31)$$

Com a resultat de la conversió del model continu al discret, s'obté que els pols del model discret són:

$$z_1 = e^{p_1 T_s} = e^{(-\xi\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\xi^2})T_s} \quad (6.32)$$

o equivalentment:

$$\operatorname{Re}(z_1) = e^{-\xi\omega_n T_s} \cos(\omega_n\sqrt{1-\xi^2} T_s) \quad (6.33)$$

$$\operatorname{Im}(z_1) = e^{-\xi\omega_n T_s} \sin(\omega_n\sqrt{1-\xi^2} T_s) \quad (6.34)$$

Perquè els pols siguin de part real positiva cal que :

$$\operatorname{Re}(z_1) = e^{-\xi\omega_n T_s} \cos(\omega_n\sqrt{1-\xi^2} T_s) > 0 \quad (6.35)$$

el primer terme de l'equació 6.35, independentment del valor de T_s , és sempre positiu:

$$e^{-\xi\omega_n T_s} > 0$$

conseqüentment, perquè la part real del pol discret sigui positiva cal que el segon terme sigui major que zero:

$$\cos(\omega_n\sqrt{1-\xi^2} T_s) > 0 \Rightarrow \omega_n\sqrt{1-\xi^2} T_s \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

aquesta condició està garantida sempre que:

$$0 \leq \left| \omega_n\sqrt{1-\xi^2} T_s \right| \leq \frac{\pi}{2} \quad (6.36)$$

Per altre banda, la reconstrucció d'un senyal discret a continu és correcte si es compleix el Teorema de Shanon: $\omega_s \geq 2\omega_{BP}$, sent ω_{BP} és la banda passant del procés i $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$.

Al substituir en l'equació (6.30) per $s = j\omega$, s'obté que la funció de transferència freqüencial és:

$$G(j\omega) = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2}(\omega j)^2 + \frac{2\xi}{\omega_n}\omega j + 1} \quad (6.37)$$

Considerant que la banda passant s'obté quan el guany, K_{BP} , és de -3 dB:

$$|G(j\omega_{BP})| = \frac{K}{\left| \left(1 - \frac{\omega_{BP}^2}{\omega_n^2}\right) + \left(2\xi \frac{\omega_{BP}}{\omega_n}\right)j \right|} = \frac{K}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{BP}^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_{BP}}{\omega_n}\right)^2}} = K_{BP} \quad (6.38)$$

$$20 \log \frac{K_{BP}}{K} = -3 \text{dB} \Rightarrow \frac{K_{BP}}{K} = 0.708 \quad (6.39)$$

A partir de l'equació (6.38) es dedueix que:

$$\frac{K^2}{K_{BP}^2} = \left(1 - \frac{\omega_{BP}^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_{BP}}{\omega_n}\right)^2 \quad (6.40)$$

amb el canvi de variable: $u = \frac{\omega_{BP}}{\omega_n}$, s'obté:

$$\begin{aligned} \frac{K^2}{K_{BP}^2} &= (1 - u^2)^2 + 4\xi^2 u^2 \\ &= 1 - 2u^2 + u^4 + 4\xi^2 u^2 \end{aligned} \quad (6.41)$$

Agrupant termes i substituint per (6.39):

$$\begin{aligned} u^4 + (4\xi^2 - 2)u^2 + \left(1 - \frac{K^2}{K_{BP}^2}\right) &= 0 \\ u^4 + (4\xi^2 - 2)u^2 - 1 &= 0 \end{aligned} \quad (6.42)$$

L'equació 6.42 té per solució:

$$u = \sqrt{-(2\xi^2 - 1) + \sqrt{(2\xi^2 - 1)^2 + 1}} \quad (6.43)$$

Avaluant el cas genèric:

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = \alpha\omega_{BP} \Rightarrow T_s = \frac{2\pi}{\alpha\omega_{BP}} \quad (6.44)$$

per $\alpha > 2$, es dedueix que l'equació a estudiar és:

$$0 \leq \frac{2\pi\sqrt{1-\xi^2}}{\alpha\sqrt{-(2\xi^2-1)+\sqrt{(2\xi^2-1)^2+1}}} \leq \frac{\pi}{2} \quad (6.45)$$

En funció del valor de α s'obtenen les corbes de la figura (6.14). En ella es mostra la situació dels pols discrets quan $0 < \xi < 1$.

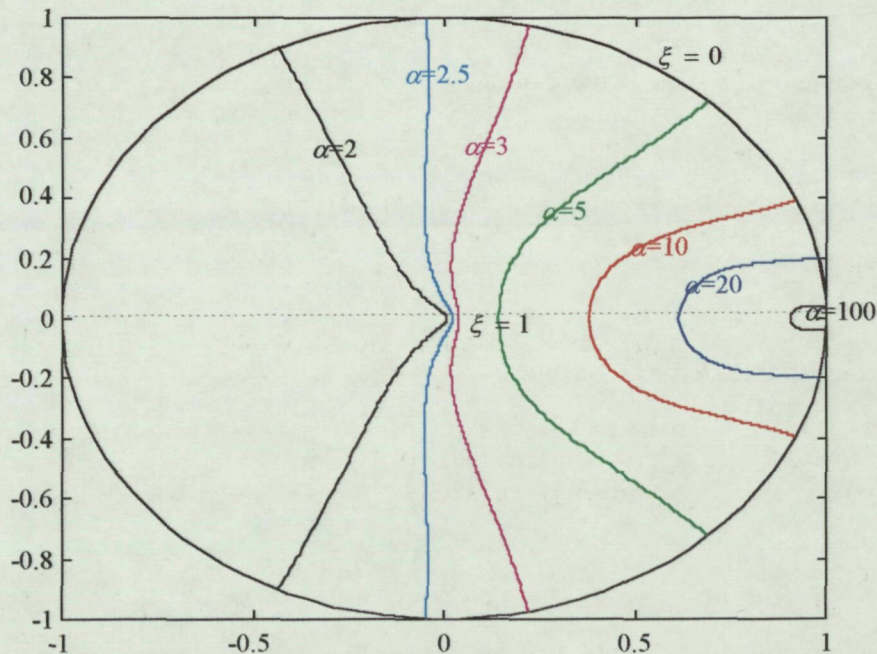


Figura 6.14. Situació dels pols discrets per $0 < \xi < 1$ i en funció de α .

Considerant el cas extrem, $\alpha = 2$, s'obté que el interval de valors de ξ pels quals els arrels són de part real positiva és de: $0.9354 < \xi < 1$.

El valor de α a partir del qual tots els pols són positius, independentment del valor de ξ es dóna per $\xi = 0$ i

$$\frac{2\pi\sqrt{1}}{\alpha\sqrt{1+\sqrt{1+1}}} = \frac{2\pi}{\alpha\sqrt{1+\sqrt{2}}} = \frac{1.287\pi}{\alpha}$$

$$\frac{1.287\pi}{\alpha} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha \geq 2.5744$$

En general es consideren valors de $\frac{\omega_s}{\omega_{BP}} = 5$ o $10 > 2.5744$, conseqüentment els pols discrets seran de part real positiva.

Com a conclusió d'aquest estudi podem dir que en presència d'un mantenidor d'ordre zeros:

- els pols de la funció de transferència discreta d'un procés continu correctament mostrejat han de ser de part real positiva
- *els pols de part real negativa s'originen com a resultat d'estimar models sobre parametritzat*, conseqüentment l'estudi dels pols i zeros del model estimat ens seran útils per la seva validació.

6.8 Conclusions

En aquest capítol s'han estudiat en detall alguns dels mètodes o criteris per a la determinació de l'estructura. Per cadascun d'ells, sempre que la relació senyal útil senyal soroll no sigui molt petita ($SNR > 1$), s'ha arribat a les següents conclusions:

- **La resposta impuls estimada** és un bon mètode per identificar el retard pur del procés i per fixar un valor a partir del qual b_0 pot considerar-se o no significatiu.
- **La funció residu** no és un bon test per seleccionar l'estructura òptima, ja que a partir d'ella s'identifiquen models sobre parametritzats.
- Al considerar **els criteris d'identificació: AQ, LQ, EDM i RIS**, la qualitat del model identificat millora notablement; els altres, AIC i LD, identifiquen models molt semblants als obtinguts directament de l'estudi de la funció residu.
- Com a resultat de fer la intersecció entre mètodes d'estimació i criteris d'identificació, els millors resultats s'han obtingut utilitzant com a mètode d'estimació OE i els criteris EDM, RIS, AQ i LQ, i com a mètode d'estimació IV òptim el criteri AQ. Amb els altres mètodes d'estimació s'han obtingut sempre models sobre parametritzats.
- Considerant $\hat{nk} = 1$, els mètode d'estimació que, independentment del criteri emprat, convergeixen a un mínim del criteri d'identificació quan $\hat{n} \approx nk + 1$ són LS i QR.
- **El test estadístic t-Student** és útil per decidir si un paràmetre és o no significatiu i per aquest motiu pot ser emprat per a la determinació del retard pur del procés.

- *L'anàlisi de la situació dels pols i zeros* del model estimat pot servir com a test de validació de l'estructura seleccionada i estudiar si el model discret estimat és o no representatiu d'un model continu.

A nivell general es pot dir que difícilment cadascun dels test i criteris estudiats permet, independentment, identificar una estructura òptima del procés estudiat.

Els resultats obtinguts d'aquest estudi han sigut utilitzats per a desenvolupar una metodologia que permeti identificar una estructura òptima. El programa desenvolupat es descriu en el proper capítol.

Capítol 7

Metodologia desenvolupada. Aplicacions a casos reals

7.1 Introducció

El producte final de la tesi ha consistit en desenvolupar una metodologia per a la identificació de l'estructura òptima d'un model a partir del processat dels senyals d'entrades i de sòrtides del procés estudiat. Aquesta metodologia s'ha implementat en l'entorn MATLAB.

El conjunt d'eines elaborades se'ls ha anomenat "*Graphical User Interface for Domain System Identification*" (TDGUI) i actualitzen una primera versió del programa anomenat *Identificació de Sistemes Dinàmics (IES)* [Escobet, 1992]. La funció "tdgui" consisteix en un entorn gràfic que facilita l'accés a les diferents funcions desenvolupades. L'estructura òptima i els paràmetres del model identificat s'obtenen a partir de la funció anomenada 'tp_iden'. Pel seu desenvolupament s'han tingut en compte tots els temes tractats fins el moment.

El present capítol s'ha estructurat en tres apartats. En el primer es descriu la metodologia proposada per a la identificació del model, en el segon es mostra l'entorn gràfic desenvolupat, i en el tercer es valida el programa desenvolupat amb l'estudi de processos reals.

7.2 Metodologia proposada per a la determinació de l'estructura òptima

A raó dels resultats obtinguts en el capítol anterior, la determinació de l'estructura d'un model s'ha descompost en dues parts: la identificació del retard pur i la identificació de l'ordre dels polinomis. També s'ha vist que era difícil garantir la convergència a una estructura òptima, utilitzant sols la informació d'un sol test o criteri, però que, combinant adequadament la informació de varis d'aquest test, era possible determinar una estructura òptima.

La metodologia proposada per a la identificació del model òptim constarà de dues parts:

1. la determinació d'un valor inicial del retard pur utilitzant l'anàlisi de correlació, etapa anomenada *estudi previ*
2. la determinació de l'estructura òptima emprant al mateix temps els criteris d'identificació seleccionats i l'estudi dels coeficients del numerador.

7.2.1 Estudi previ o anàlisi de correlació

L'estudi previ del procés serà una etapa opcional, però recomanable en el cas que l'usuari no disposi d'informació sobre el retard pur del procés. Tindrà per objectiu la determinació del retard pur del procés a partir de la resposta impuls estimada (apartat 6.3). A més a més, a partir d'ella, s'obté informació sobre l'interval de valors pels quals el paràmetre b_0 pot considerar-se o no significatiu.

El procediment de treball de la funció desenvolupada anomenada "*irdelay*", es mostra en la figura 6.1. L'estimació de la resposta impuls es realitzarà de forma diferent depenent del tipus de senyal d'entrada. Per un senyal d'excitació blanc s'operarà directament amb l'equació (6.6); quan senyal sigui binari colorat, es blanquejarà amb un filtre $L(q^{-1})$ d'ordre 8 [Ljung, 1994] i amb els nous senyals filtrats s'aplicarà l'equació (6.6); i per la resta de senyals d'excitació es resoldrà directament l'equació (6.8)

Estimada la resposta impuls $\hat{g}(k)$, s'analitzarà el valor k pel qual $|\hat{g}(k)| < \rho$, on ρ s'ha definit en (6.14). Els intervals de confiança avaluats, per determinar el valor del retard pur, seran dos: 95% i 99%, ja que depenent de la relació SNR una confiança del 99% podria estimar valors de $n\hat{k} > nk$. Fruit d'aquests intervals de confiança s'obté un parell de valors $[nk_{\min}, nk_{\max}]$. Si ambdós coincideixen es podrà afirmar amb una confiança del 99% que $n\hat{k} = nk$, en cas contrari es considerarà el valor més conservador $n\hat{k} = nk_{\min}$.

Com a informació addicional de la resposta impuls estimada s'obté que el valor a partir del qual el paràmetre b_0 pot considerar-se significatiu és ρ (apartat 6.3.3) i, a més a més, si el valor de k que maximitza la resposta impuls estimada compleix la igualtat: $k = n\hat{k} + 1$, el

model estimat podrà ser de primer ordre, en cas contrari serà d'ordre superior [Szafnicki, 1988].

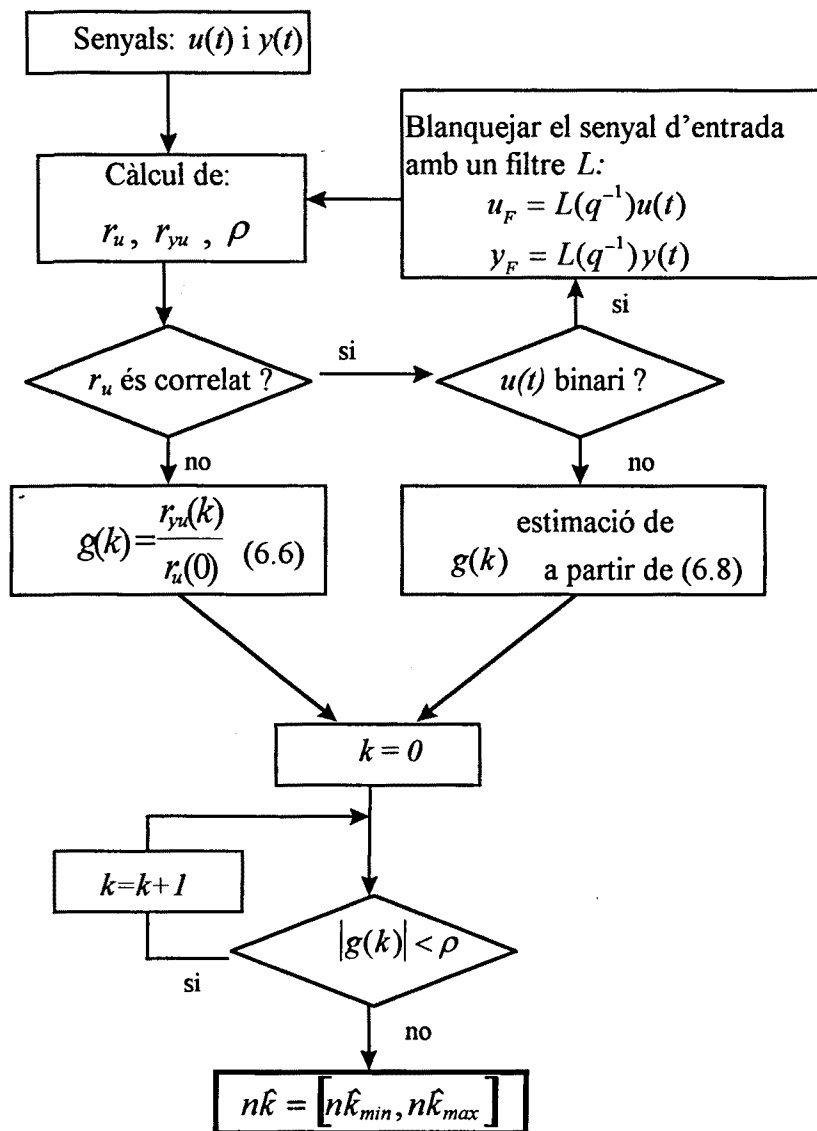


Figura 7.1. Esquema per a la determinació aproximada del retard pur.

7.2.2 Identificació del model

La funció desenvolupada per identificar l'estructura òptima del model i estimar els valors dels seus paràmetres s'anomena 'e_ordre'. Aquesta funció es caracteritza per tenir un funcionament autònom, es a dir, pot convergir al model òptim sense necessitar la informació prèvia, i perquè el nombre d'exploracions a realitzar tendeix a ser mínim.

La figura 7.2 mostra l'esquema de la funció desenvolupada per a la identificació de l'estructura del model. Disposa de dos blocs bàsics de configuració:

1. definir l'estructura inicial del model, per defecte $n\hat{k} = 1$ i $\hat{n} = 1$.
2. les opcions d'identificació permeten seleccionar si es vol o no estimar la resposta impuls, el mètode d'estimació de paràmetres i el criteri d'identificació a utilitzar.

Com a resultat final de la funció desenvolupada s'obté informació sobre els valors identificats de l'ordre dels polinomis i el retard pur, i el valor estimat dels paràmetres. La validació del model es farà: comparant la resposta real del procés amb la resposta del model estimat, estudiant la correlació creuada entre els residus i l'entrada, observant la situació dels pols i zeros, i comparant les funcions de transferència freqüencial estimada a partir de les dades i a partir del model identificat.

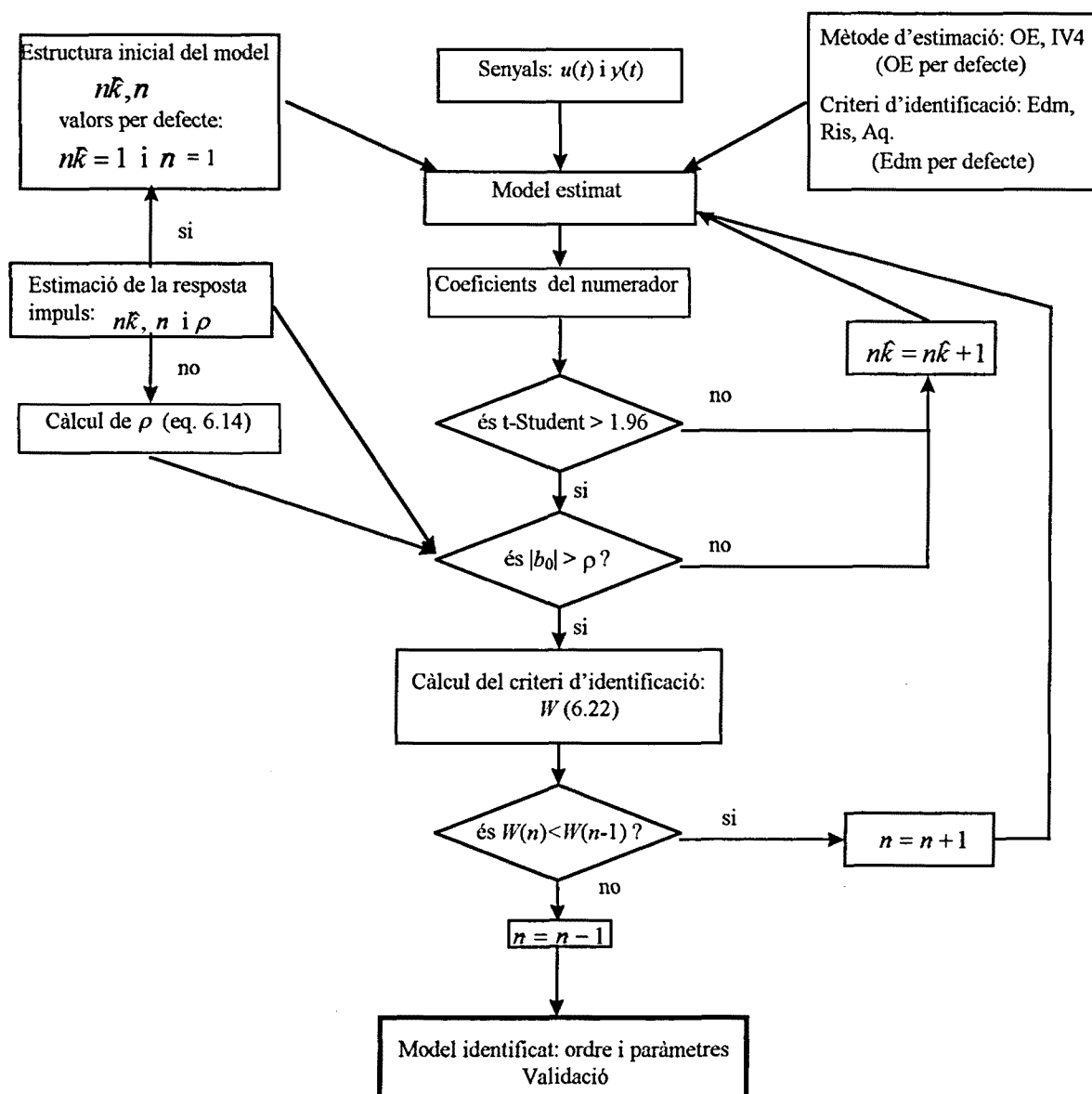


Figura 7.2. Esquema per a la determinació de l'ordre del model.