

# **Capítulo 4. Estudio de los Mapas de Fase y Diagramas de Poincaré**

## **4.1 Introducción**

Una vez realizados los tests de comprobación de las condiciones estacionarias y de no linealidad a las series temporales en el capítulo anterior, en donde se han pre-analizado las propiedades de complejidad dinámica de los registros adquiridos, es conveniente proceder a la búsqueda de algún tipo de estructura topológica que pueda poseer el sistema dinámico, que aporte información complementaria de su configuración geométrica subyacente, bien sea mediante los Mapas de Fase directamente o a través de los Diagramas de Poincaré.

Los mapas de fase (MF) son utilizados en la identificación de la dinámica de los sistemas complejos a partir de las series temporales de sus variables, analizando sus propiedades geométricas (estáticas) y topológicas (dinámicas) como las bifurcaciones, las simetrías, transiciones de fase y las equivalencias topológicas. Al estudiar específicamente la dinámica de una variable de estado, se buscan nuevos diagramas que posean información adicional a la mostrada por la serie temporal original, representando esta última por secuencias de valores que muestran trayectorias en dos o tres dimensiones como resultado de la interacción mutua de las relaciones entre las variables de estado del sistema dinámico, pero que normalmente son de difícil interpretación. De estar

el sistema en un régimen estable, las trayectorias en el espacio de fases podrían llegar a presentar estructuras propias que engloban la dinámica de todo el sistema, denominadas atractores. En términos analíticos, los atractores son soluciones particulares que se encuentran subyacentes dentro de un gran conjunto de familias de soluciones numéricas del sistema dinámico, muchas de ellas ya estudiadas matemáticamente a fondo (Kutnetzov, 1995).

Dependiendo de si la dinámica del sistema es disipativa (en contraste con las dinámicas conservativas), puede poseer la propiedad de estabilidad asintótica, generando atractores que pueden ser fractales o no, conocidos los primeros como atractores extraños. Entre los atractores no fractales, se encuentran los puntos fijos, los ciclos límite y los toroides, los cuales identifican dinámicas oscilatorias periódicas y cuasiperiódicas. Por su parte, sistemas complejos con dinámicas caóticas, que posean sensibilidad a las condiciones iniciales y un alto grado de dificultad en su determinación, son aquellos cuya estructura dinámica se sintetiza en un atractor extraño o fractal (Nicolis y Prigogine, 1994).

El estudio topológico de los mapas de fase para sistemas biológicos complejos, y especialmente los referidos al sistema respiratorio, han ido evolucionando desde los años setenta, a partir de estudios teóricos sobre el control de sistemas fisiológicos, en donde se plantea a la respiración patológica de Cheyne-Stokes como una característica asociada a dinámica caótica (Mackey y Glass, 1977). Estos estudios fueron seguidos con un modelo de oscilador no lineal tipo van der Pol, en donde al añadirle ruido a la señal original, ésta presenta intermitencias, aun cuando los diagramas de fase no se modifican sustancialmente (Zbitut et al, 1991). Posteriormente, Sammon publicó dos trabajos relativos a las variaciones cualitativas que se presentan en el modelo del generador de patrón respiratorio, el primero con simulaciones que generan simetrías y bifurcaciones, y otro con un modelo de equilibrio inestable con una región de ensillamiento que produce órbitas homoclínicas y heteroclínicas entre los puntos de inicio y fin inspiratorio (Sammon, 1994-a, 1994-b).

Los trabajos experimentales para el análisis grafo-analítico de la dinámica compleja en el sistema respiratorio se iniciaron en los años noventa midiendo la actividad aferente vagal en animales de laboratorio. Los diagramas de fase obtenidos a partir de los registros realizados en animales sanos y sobre animales vagotomizados diferencian dinámicamente el comportamiento mutuo, obteniendo

incluso trayectorias con sensibilidad a las condiciones iniciales en animales no vagotomizados (Sammon y Bruce, 1991). Un trabajo posterior amplía esta vía experimental al realizar estudios con animales traqueotomizados, modificándoles el patrón ventilatorio y sometiéndolos a variaciones positivas y negativas de presión en las vías aéreas. Al incrementarse la presión inspiratoria traqueal las órbitas descritas se tornan periódicas, en contraste con las trayectorias asimétricas y variables que presenta el patrón ventilatorio de ratones con valores de presiones endotraqueales negativas, siendo consistentes dichas trayectorias en el espacio de fases con un proceso dinámico de caos con baja dimensión (Sammon et al, 1993-a; Bruce, 1996-a). Existe también una referencia al uso de métodos geométricos de dinámica no lineal, al variar la estimulación vagal en ratas (Sammon et al, 1993-b), cuyos mapas de retorno muestran características similares a las bifurcaciones topológicas de Silnikov.

En humanos los estudios de la variabilidad del patrón respiratorio fueron iniciados con métodos grafo-analíticos sobre sujetos en reposo, definiendo al comportamiento respiratorio de los ocho sujetos del estudio como caótico (Donaldson, 1992). También se realizaron estudios experimentales y se obtuvieron diagramas para las señales adquiridas durante el sueño en un grupo de niños, con resultados de órbitas cuasiperiódicas en el sueño no REM, y trayectorias orbitales más irregulares durante el sueño REM, ambas con características de caos determinístico (Pilgram et al, 1992). Otro estudio experimental fue realizado en pacientes con apneas obstructivas, en donde los mapas de fase (MF) muestran claramente las transiciones de fase en el patrón ventilatorio, incluso con mayor evidencia que los valores numéricos (Zebrowsky, 1993).

Dado pues, que el análisis grafo-analítico a través de los mapas de fase ha demostrado ser una herramienta útil en la determinación de la información subyacente que poseen los sistemas biológicos, y particularmente en los patrones respiratorios del sistema pulmonar, en este capítulo se desarrolla un método de análisis cualitativo, permitiendo ampliar la base para posteriores estudios cuantitativos, que serán desarrollados en los capítulos posteriores.

Inicialmente se realiza una descripción de los mapas de fase generados por dos osciladores no lineales con el fin de estudiar su dinámica geométrica. Este análisis geométrico servirá de base para realizar comparaciones preliminares de

semejanzas y diferencias con el comportamiento oscilante y disipativo del sistema respiratorio humano.

Posteriormente, se analizarán las representaciones que poseen las señales tanto de volumen como las series temporales del patrón respiratorio en el mapa de fases con sus respectivos Diagramas de Poincaré (DP), buscando inicialmente analogías y diferencias cualitativas con respecto a los mapas de fase de las funciones no lineales previamente analizadas, para posteriormente sintetizar las trayectorias que muestran las señales respiratorias en los MF y DP según sus configuraciones más importantes.

#### **4.2 Mapas de Fase: Definición**

Los Mapas de Fase son configuraciones abstractas generalmente bidimensionales que se obtienen de la combinación de dos variables parametrizadas del sistema en estudio. En un sistema de ecuaciones, los MF poseen la propiedad de mostrar gráficamente el lugar geométrico de las familias de soluciones numéricas, dentro del conjunto de infinitos resultados que puede presentar el sistema.

Existen dos tipos de Mapas de Fase especialmente útiles cuando se desea analizar una variable determinada del sistema o cuando se estudia un sistema unidimensional. En estos casos, sin ser necesario recurrir a una segunda variable, los MF se pueden generar mediante las proyecciones de la variable contra su derivada ( $X$  vs.  $dX/dt$ ) o por la representación de la variable contra si misma, pero evaluada con un retardo  $\tau$ , o sea  $[X(t)$  vs.  $X(t-\tau)]$ . Algunos autores prefieren denominar a estas dos últimas representaciones gráficas como Pseudo Mapas de Fase (Hilborn, 1994), por construirse a partir de las mediciones una sola variable.

#### **4.3 Mapas de Fase de Osciladores no lineales**

Previo al análisis cualitativo de los registros experimentales de volumen, se realizará una aplicación teórica con la descripción cualitativa de los mapas de fase generados por dos diferentes sistemas de ecuaciones de sendos osciladores no lineales, que a manera de introducción grafo-analítica a los modelos periódicos no lineales, sirva también para realizar analogías y diferencias en los MF que se presentan al realizar comparaciones entre las aplicaciones teóricas y los estudios experimentales.

Las funciones matemáticas no lineales presentan gran diversidad de mapas de fase, algunas de las cuales sirven de guía para un estudio cualitativo de las trayectorias de las órbitas en los espacios de fase. En este apartado se consideran los diagramas que presentan las siguientes funciones: El atractor de van de Pol, y el oscilador descrito por la ecuación de Rossler.

El investigador holandés van der Pol, estudiando el acoplamiento entre un triodo y un circuito resonante, y modelándolo como un oscilador no lineal de un sistema conservativo, descubrió un tipo de atractor que presenta una oscilación permanente, fenómeno que se conoce como *ciclo límite*. La ecuación que define a este atractor es una ecuación diferencial no lineal de segundo grado que se expresa como sigue (Ott, 1993):

$$\frac{d^2y}{dt^2} + (y^2 - \eta) \frac{dy}{dt} + \omega^2 y = 0 \quad (4.1)$$

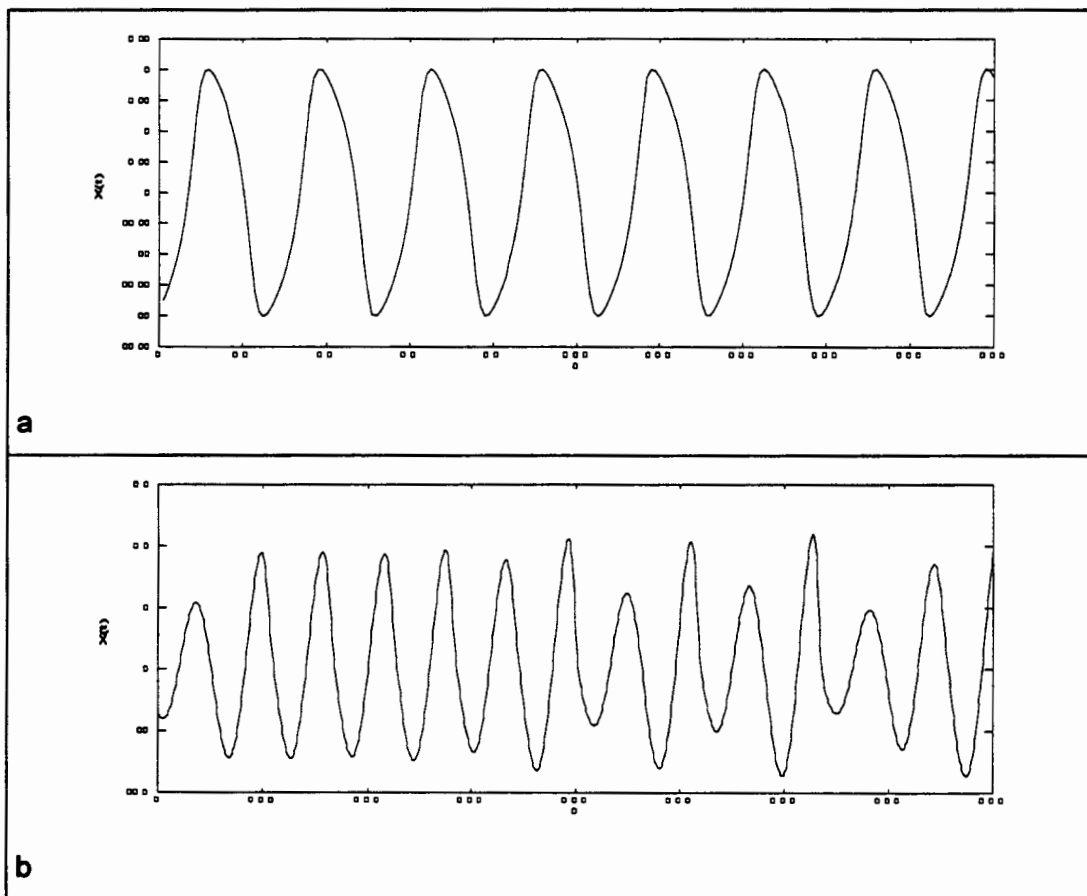
En donde  $y$  es la tensión dentro del circuito, mientras  $\eta$  y  $\omega$  están relacionados con las características del triodo y del propio circuito. En la figura 4.1.a se muestra el comportamiento de la ecuación 4.1, y el mapa de fases de esta función se representa en la figura 4.2.a, apreciándose que posee características de ciclo límite en dos dimensiones. Este modelo de oscilador disipativo posee como propiedad especial el de ser un atractor periódico, debido a la estabilidad asintótica del ciclo límite, que se verifica debido a que las interacciones no lineales de los elementos constitutivos generan curvas cerradas muy cercanas unas de otras. Es importante comprobar que el atractor de van der Pol no muestra sensibilidad a las condiciones iniciales, puesto que todas las trayectorias, independientemente de su origen convergen rápidamente a la órbita definida por un único ciclo límite (Hilborn, 1994).

El modelo numérico conocido como atractor de Rossler está definido por un conjunto de tres ecuaciones diferenciales (Solé y Manrubia, 1996) expresadas como sigue:

$$\frac{dx}{dt} = -(y + z)$$

$$\frac{dy}{dt} = x + 0.2y \quad (4.2)$$

$$\frac{dz}{dt} = 0.2 + (x - \mu)z$$

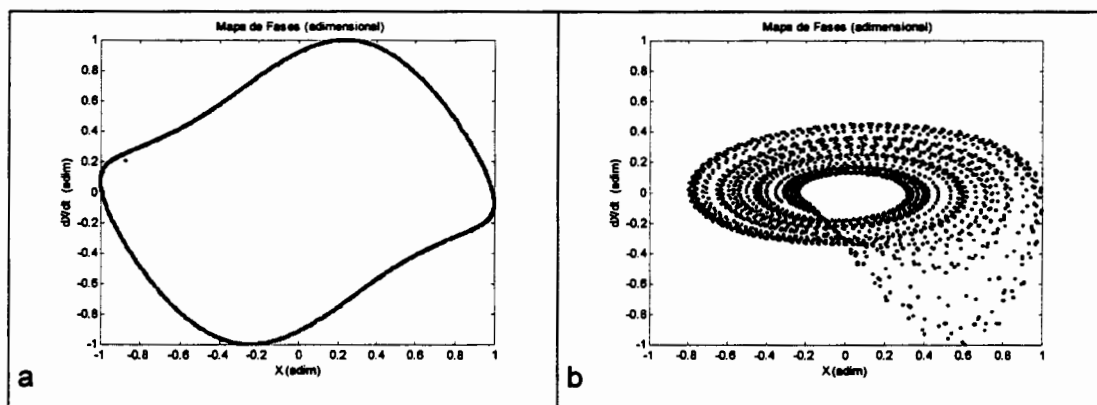


**Figura 4.1** Series temporales de modelos oscilatorios: a. Ecuación de van der Pol, b. Modelo de Rossler.

Este atractor de Rossler, cuya variable  $x(t)$  se representa en la figura 4.1.b, posee una dinámica disipativa tridimensional, tal como se muestra en la figura 4.2.b. Presenta un tipo de trayectorias denominadas homoclínicas, por poseer un

foco de atracción inestable dentro de familias de órbitas más amplias (Kuznetzov, 1995).

El atractor de Rossler, a diferencia del atractor de van der Pol, si presenta sensibilidad a las condiciones iniciales, lo cual se hace notorio al observar que dos trayectorias inicialmente cercanas en el MF, se encontrarán en órbitas separadas al cabo de poco tiempo, producto de las interacciones no lineales entre sus variables, que se manifiestan en una dinámica compleja del sistema.



**Figura 4.2** Mapas de Fase (adimensionales): a. Ecuación de van der Pol, b. Modelo de Rossler.

#### 4.4 Mapas de Fase de los Registros de Volumen Circulante

La dinámica compleja del sistema respiratorio, y en especial del sistema de control ventilatorio, puede ser observada en los mapas de fase de los registros de volumen y flujo aéreo, tomadas ambas como variables de estado, y graficando cada variable en un eje coordenado de un sistema ortogonal.

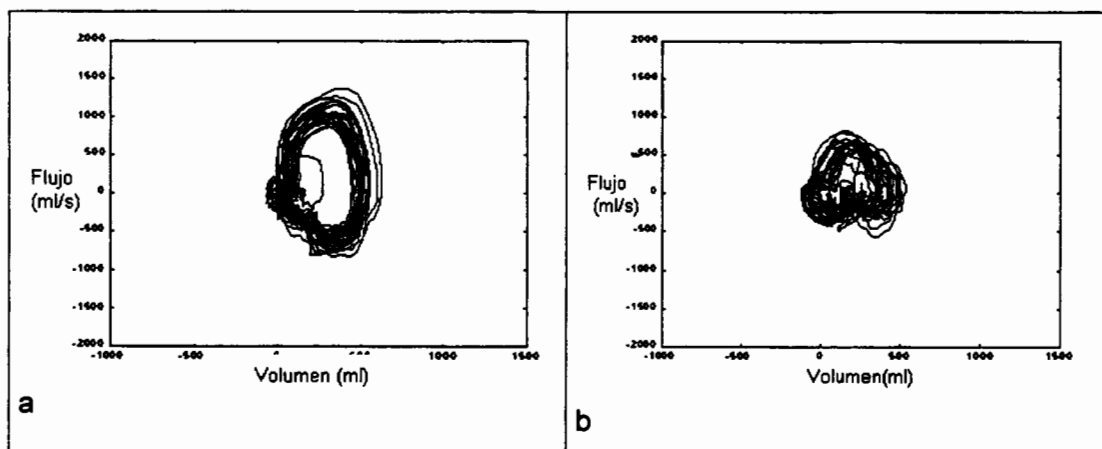
Las trayectorias que presentan las señales de volumen en los MF se pueden catalogar dentro de varias categorías, destacándose la analogía de la dinámica compleja del patrón ventilatorio como semejante a la dinámica que presenta un oscilador no lineal, con escenarios que pueden presentar evoluciones en las trayectorias, de periódicas a caóticas, con intermedios de cuasiperiodicidad y sensibilidad de condiciones iniciales, características propias de sistemas disipativos complejos con algún tipo de orden subyacente.

A continuación veremos los resultados gráficos obtenidos de realizar este análisis cualitativo mediante los MF a los registros seleccionados de las dos bases de datos estudiadas.

#### 4.4.1 Mapas de Fase en la base de datos del MIT

En una primera aproximación a las características cualitativas de los mapas de Fase de los registros de señales respiratorias, se obtuvieron estas a partir de las variables de volumen circulante (señal original) y flujo (señal derivada del volumen) de la base de datos polisomnográficos del MIT.

Aunque los registros inicialmente analizados correspondieron a segmentos de 50 minutos, se obtuvo un primer resultado de la inspección visual de estos MF, al verificar la inconveniencia de trabajar con longitudes tan grandes de registro para las representaciones gráficas, pues el diagrama resultante es bastante sensible al sobreponer las diferentes órbitas y en definitiva no lograr distinguir claramente comportamientos diferenciados. En el apartado 4.5 se hará un análisis más detallado de la dependencia entre las figuras y los segmentos que los representan.



**Figura 4.3** Mapas de fase de un segmento de la señal del MIT para el mismo paciente: a. Registro en etapa de Sueño, b. Registro en etapa de Vigilia.

En la mayoría de los registros analizados, resultó más sencillo y conveniente realizar MF con segmentos de corta duración, que si permitían mejor interpretación. Así, para un mismo sujeto, se logran identificar modificaciones sustanciales en las órbitas que muestran los MF, tal como los mostrados en las figuras 4.3.a y 4.3.b, correspondientes a un segmento de 2 minutos de una señal



durante el sueño, y otro segmento de la misma duración en periodo de vigilia, respectivamente (González y Caminal, 1998).

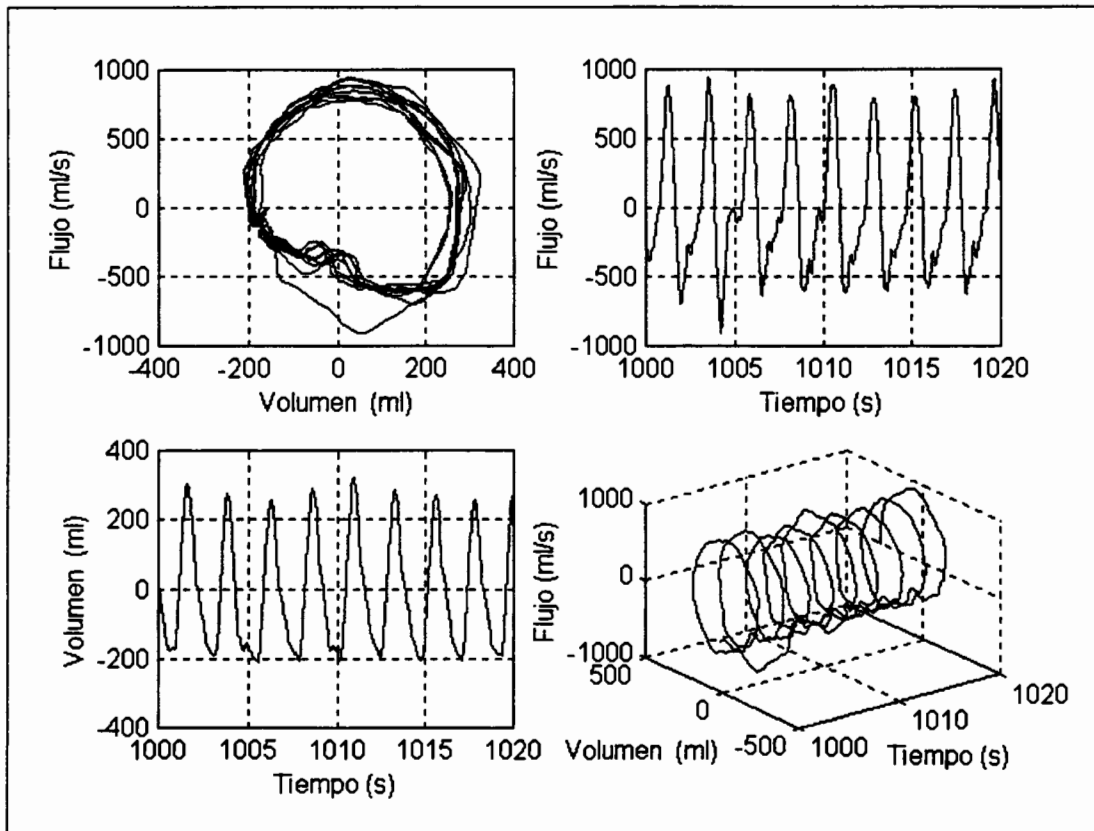
El tipo de órbitas que se presentan en el segmento de sueño poseen una tipología mayoritaria de ciclo límite (región más densa), con algunas trayectorias no estacionarias. En el segmento de vigilia, se observa el carácter más complejo del sistema de control respiratorio que durante el sueño, con múltiples órbitas, propias de un modelo cuasiperiódico.

#### 4.4.2 Mapas de Fase en la base de datos PRI-HSCSP

En la figura 4.4 se presentan las series de volumen, flujo y mapas de fase, correspondientes a la señal de volumen respiratorio del registro SatSB, de la base de datos de registros pletismográficos del Hospital de la Santa Creu i Sant Pau (PRI-HSCSP). Es en esta figura donde se aprecia más claramente como se generan los MF de los registros ventilatorios. El MF mostrado en la parte superior izquierda proviene de combinar en una sola figura las señales de Volumen y Flujo, ambas parametrizadas con respecto al tiempo. Los MF también se pueden obtener y explicar mediante la proyección en el plano Volumen – Flujo de las órbitas tridimensionales mostradas en el extremo inferior de la figura 4.4.

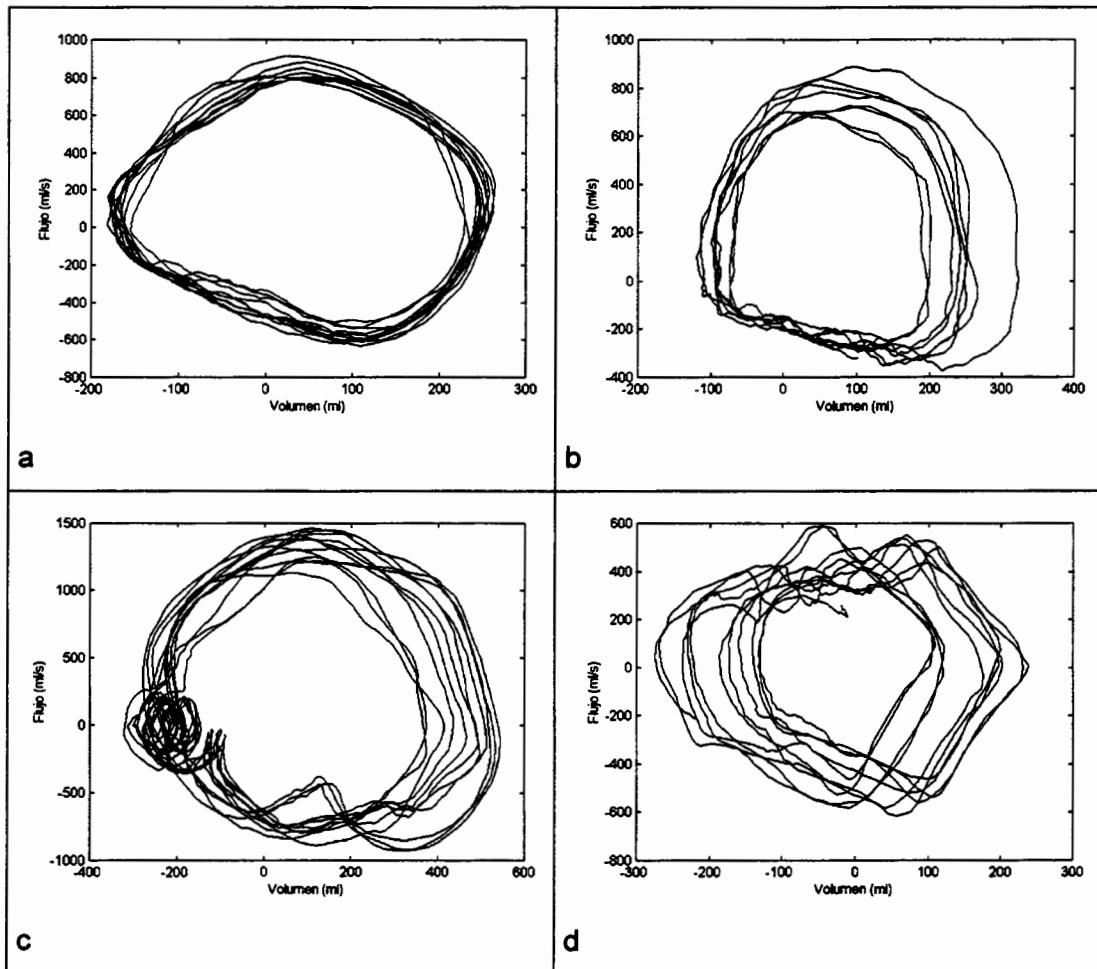
Se observa en este MF el comportamiento oscilatorio del SR, indicado por las trayectorias cíclicas que se manifiestan, lo cual se refuerza con las cuatro topologías básicas que se presentan una vez estudiadas todos los registros de la Base de Datos, y que se muestran en la figura 4.5. Esta figura indica una amplia variedad de comportamientos oscilatorios ventilatorios, desde los periódicos o cuasiperiódicos, hasta comportamientos sin ningún patrón geométrico definido.

La clasificación cualitativa de los MF puede ser llevada a cabo a fin de sintetizar las estructuras según varias tipologías diferentes (Sammon, 1993-a; Kutnetzov, 1995). Los **ciclos límite** son las estructuras más ordenadas que presentan los osciladores, con trayectorias semejantes entre ciclo y ciclo, y respuesta robusta a las perturbaciones, propias de sistemas conservativos. Las trayectorias **cuasiperiódicas** se caracterizan por presentar ciclos de frecuencias similares, mas nunca iguales (en rigor, existen unas relaciones inconmensurables entre sus frecuencias), modificados cada uno de forma dinámica por el desplazamiento homeostático de la línea base del volumen respiratorio o por la disipación energética de cada ciclo respiratorio.



**Figura 4.4** Mapa de Fases del Registro SatSB, señal de flujo aéreo, señal de volumen y diagrama tridimensional de volumen, flujo y tiempo.

Las estructuras **homoclínicas**, poseen un único foco atractor inestable por el cual todas las órbitas se acercan, modificando el patrón periódico. Las estructuras **heteroclínicas** a su vez poseen dos o más focos inestables de atracción para cada una de las trayectorias cíclicas del sistema dinámico. Tanto las trayectorias homoclínicas, las heteroclínicas como las cuasiperiódicas, presentan sensibilidad a las condiciones iniciales, una característica propia de los sistemas no lineales disipativos, que se aprecia con mayor facilidad en los MF que en los datos numéricos.



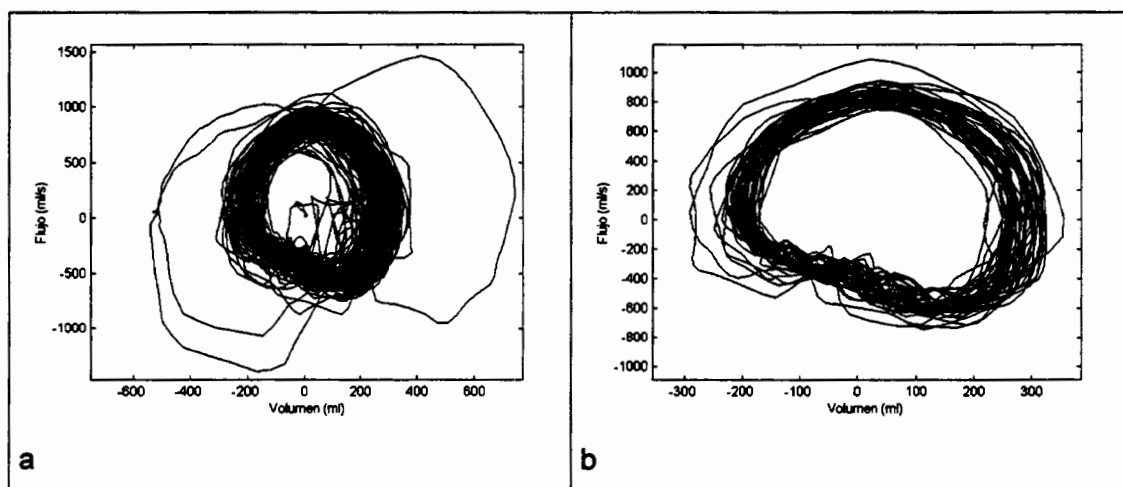
**Figura 4.5** Diversas estructuras que presentan los Mapas de Fase de los registros de volumen: a. Trayectoria tipo ciclo límite, b. Trayectoria cuasiperiódica, c. Trayectoria homoclínica, d. Trayectoria no estable.

Existen también trayectorias que pueden ser catalogadas como **no estables**, cuyos MF son difícilmente clasificables en alguna de las estructuras topológicas descritas previamente mostradas en la figura 4.5. Estas estructuras complicadas pueden corresponder a bifurcaciones, intermitencias, transiciones de fases o a señales altamente ruidosas. También su causa puede ser atribuible a artefactos durante el registro o incluso como resultado de una combinación de varias de estas causas, que producen un alejamiento del estado estacionario y como consecuencia generan una pérdida de estabilidad en el sistema. En general estos registros no estables coinciden con los registros no estacionarios (NE) obtenidos de los test aplicados en la sección 3.2.

Para buscar una clasificación general que logre identificar a cada registro, según su dinámica geométrica, es necesario considerar no solamente unos pocos ciclos representativos -como los mostrados en la figura 4.5- sino preferiblemente gráficos que involucren la extensión completa del registro, en donde puedan quedar reflejadas la mayoría de características topológicas que posee el sistema, o al menos estimar la imprecisión que se comete al tomar segmentos reducidos de la señal original. Por ello, en la siguiente sección será considerada la relación de dependencia que pudiera existir entre una parte del registro y la totalidad.

#### 4.5 Dependencia del tamaño de la muestra y los mapas de Fase

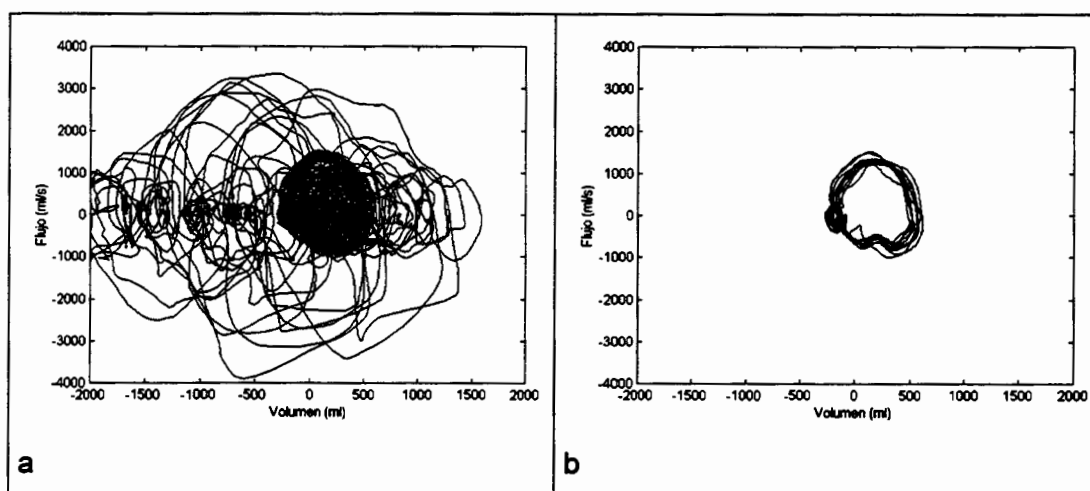
Las tipologías básicas de los MF producidos por los registros de volumen pulmonar, que se observan en la figura 4.5, fueron obtenidas de algunos segmentos de varias señales, y mostrados de forma descriptiva. Pero es importante tener presente que al realizar las gráficas de los mapas de fase, los resultados podrían variar en función de la cantidad de datos utilizados en el proceso de graficación. Es pues conveniente, por tanto, estimar el grado de dependencia del tamaño de las series temporales en las modificaciones que se presentan en cada uno de los diagramas presentados.



**Figura 4.6** Mapas de Fase a. Registro completo y b. Segmento de 2 minutos del registro SatSB.

Inicialmente se analizan los mapas de fase (Volumen vs. Flujo) de los registros volumétricos de media hora de duración de una estructura definida como cuasiperiódica, que se muestran en la figura 4.6.a, correspondiente al registro

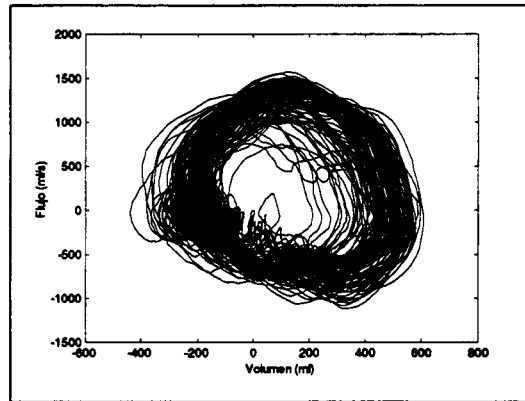
SatSB. En la figura 4.6.b se muestra un segmento cuasiperiódico, de dos minutos, en donde se aprecia un alto grado de correspondencia entre ambas figuras. Las mayores diferencias se presentan en aquellas órbitas singulares de la gráfica completa (figura 4.6.a) que no se encuentran en el segmento de señal mostrado en la figura 4.6.b.



**Figura 4.7** Mapas de Fase a. Registro completo y b. Segmento de 2 minutos del registro JgcSA.

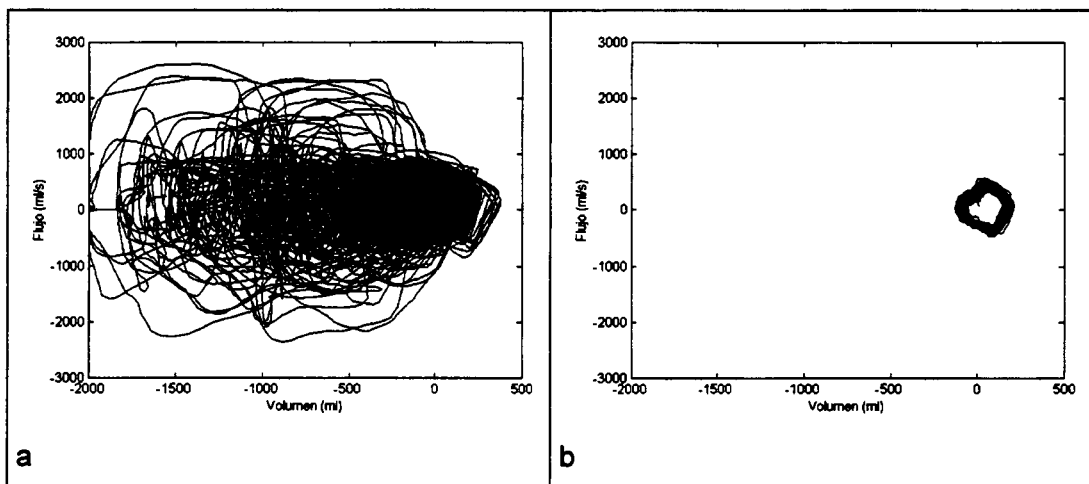
Las estructuras homoclínicas y heteroclínicas, por el contrario son más difíciles de identificar en el registro completo (figura 4.7.a), al solaparse una tras otra cada una de las órbitas en el conjunto de trayectorias del mapa de fases, ubicando una gran cantidad de puntos de forma dispersa, para obtener finalmente una órbita deformada. Además los puntos singulares, ubicados dentro y fuera de las órbitas más repetidas, generan trayectorias extrañas e impiden determinar con seguridad una trayectoria genérica. Estas trayectorias complejas en el mapa de fases, también pueden confundirse con algunas órbitas no estacionarias, de tal forma que la identificación visual se vea dificultada al combinarse varios efectos en un misma figura, tal como se aprecia en el ejemplo de la figura 4.7. Aquí se identificaron inicialmente algunas trayectorias con topologías homoclínicas, pero también el registro completo fue definido como no estacionario, según la tabla 3.1. Posteriormente el registro fue segmentado, se le aplicó nuevamente el test de estacionariedad y el nuevo segmento fue definido como aproximadamente estacionario (o cuasiestacionario), y colocado como tal en la tabla 3.6. El mapa de fases de este nuevo registro segmentado es el que se muestra en la figura 4.8, el

cual permite apreciar que se han eliminado las órbitas anormales, quedando el mapa de fases con una estructura bastante más regular que la mostrada en la figura 4.7.a.



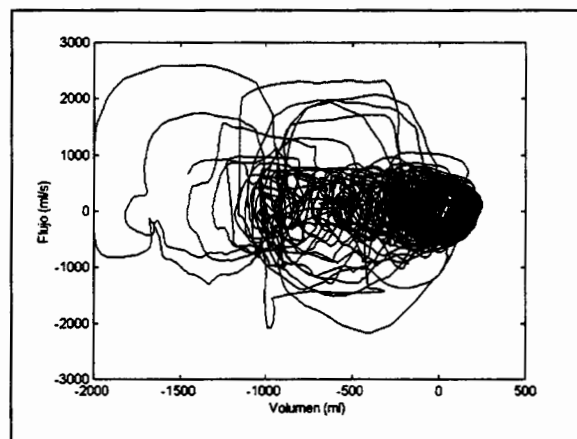
**Figura 4.8** Mapa de fases del registro JgcSA segmentado.

Tenemos por último las estructuras de los mapas de fase clasificadas en el grupo de no estables, en las cuales debido fundamentalmente a su variada composición, en los MF generados, resulta imposible extrapolar el comportamiento a largo plazo partiendo de un segmento reducido de la señal. Si este tipo de dinámicas topológicas se presentan en registros no estacionarios, la identificación de la estructura es prácticamente imposible, como se puede apreciar en la figura 4.9.a, en donde aparece el MF del registro MglSB, considerado originalmente como no estacionario, y en donde no se logra apreciar la analogía que debe existir entre el registro total y un pequeño segmento de dos minutos de ese mismo registro.



**Figura 4.9** Mapas de Fase a. Registro completo y b. Segmento de 2 minutos del registro MglSB.

Pero al graficar el registro MgISB segmentado, que se aprecia en la figura 4.10, la estructura que aparece posee poca analogía con el segmento reducido (figura 4.9, b). Este resultado refuerza la conveniencia de trabajar con registros cuyos datos hayan sido registrados en sistemas que se encuentren en estado estacionario.



**Figura 4.10** Mapa de fases del registro MgISB, segmentado

Como conclusión del análisis cualitativo descrito, las estructuras tipo ciclo límite y cuasiperiódicas que presentan los mapas de fase de los registros pletismográficos, presentan el mismo tipo de estructuras, bien sea para la señal completa como para un segmento reducido de ella, y por lo tanto un segmento de la señal representa en buena medida el comportamiento de la señal completa. Resulta significativo el hecho de que la gran mayoría de registros para PSB, y un 50% de registros para PSA, presentan MF dentro de estas dos categorías (ciclos límite y cuasiperiódicas), cuyas características geométricas pueden ser deducidas a partir de unos pocos ciclos de la señal.

Muy por el contrario, en los registros cuyos MF presentan dinámicas homoclínicas, heteroclínicas o trayectorias no estables, resulta inconveniente la extrapolación desde segmentos parciales de la señal. Del análisis global de todos los 40 registros realizados, se verifica que cerca de un 50% de los registros de PSA se encuentran ubicados en estas tres últimas categorías. También resulta importante destacar que los registros no estacionarios presentan órbitas extrañas que pueden ser en algunos caso eliminadas, cuando en lugar de tomar todo el

registro se utiliza una segmentación del registro original, que sea aproximadamente estacionaria.

Finalmente, se deduce que debido a la variedad de escenarios que se pueden presentar, así como la imposibilidad de lograr una clasificación totalmente fiable en base a segmentos cortos de la señal, resulta necesario recurrir a un método que logre complementar la información de los MF. Es por esta razón que se procedió a aplicar el método de los Diagramas de Poincaré, el cual posee como una de sus principales ventajas el de considerar la totalidad de los ciclos respiratorios del registro, pero sintetizados gráficamente en una figura en donde cada órbita está representada por un único punto.

#### **4.6 Diagramas de Poincaré del Patrón Ventilatorio**

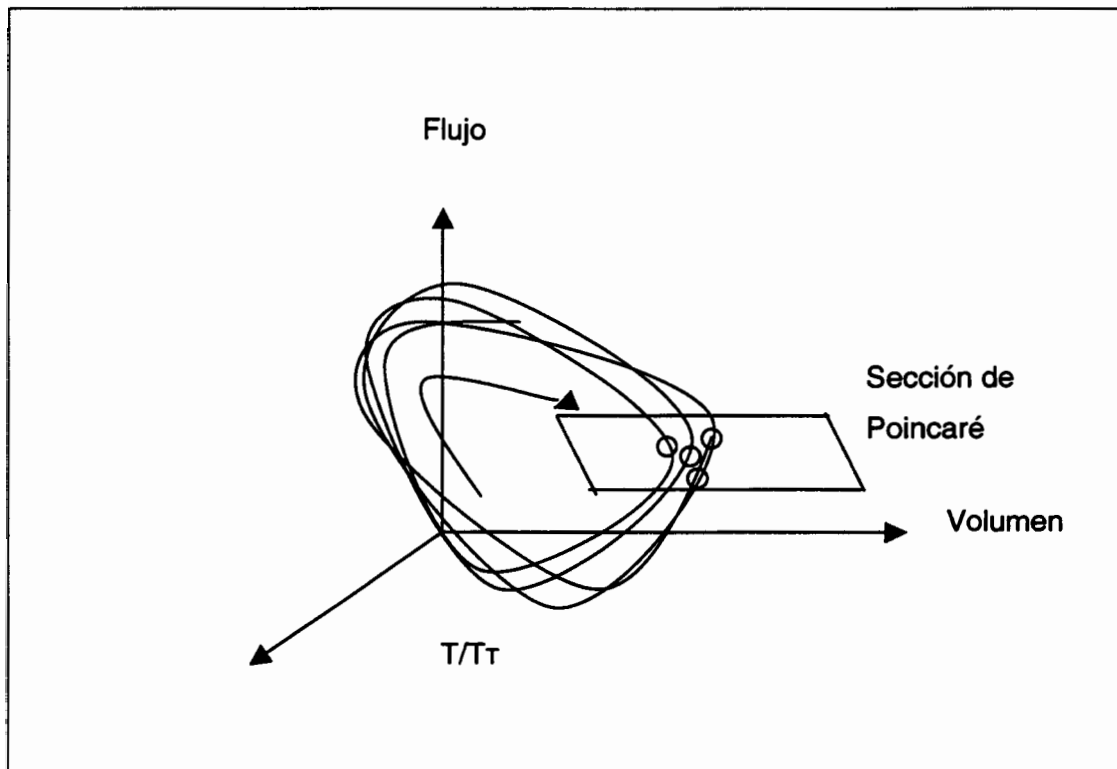
La doble importancia de los Diagramas de Poincaré (DP) es, por un lado lograr mediante una conveniente transformación matemática obtener representaciones geométricas de la actividad de las trayectorias orbitales del sistema, reduciendo en una unidad la dimensión del atractor, y por el otro, realizar una transformación topológica desde una dinámica continua a una discreta.

En un sistema tridimensional, los DP se forman por los puntos que se generan al interceptar cada una de las órbitas del atractor a una superficie plana perpendicular a las trayectorias en el mapa de fases. De esta manera, se logra obtener una imagen bidimensional del atractor, que posee muchas de las propiedades topológicas del sistema tridimensional original. Particularmente, los DP de los atractores extraños muestran un comportamiento fractal, con sucesivos estiramientos y pliegues, y en donde las estructuras poseen la característica de invariancia de escala (Mandelbrot, 1999). Por otra parte, los DP de señales sencillas como las órbitas periódicas generan intercepciones con la superficie perpendicular que se ubican repetidamente en el mismo punto. Es por esta razón que los DP de señales con atractores extraños dan más información sobre la dinámica compleja del sistema que los DP producidos por señales exclusivamente periódicas.

Dada la conveniencia y necesidad de realizar las representaciones geométricas de las secciones de Poincaré, y considerando la dinámica cíclica del patrón ventilatorio, en la figura 4.11 se aprecia el esquema de representación utilizado, el cual involucra a todos los componentes del patrón respiratorio (volumen temporal, flujos y tiempos asociados), normalizando las órbitas respecto



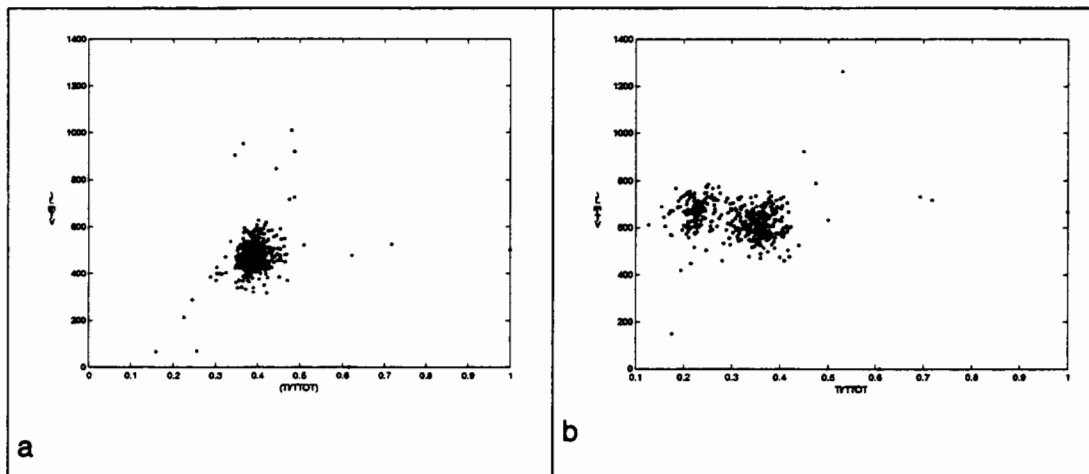
al tiempo de duración de cada ciclo respiratorio  $T_{TOT}$ . Esta representación simplificada de la dinámica del sistema da información adicional de la forma del atractor, al reducir en una dimensión su topología característica, además de permitir realizar los análisis en superficies planas y con un número reducido de datos.



**Figura 4.11** Sección de Poincaré (SP) del mapa de fases Volumen-Flujo de los registros cíclicos del patrón ventilatorio, normalizado respecto al tiempo  $T_{TOT}$ .

De las múltiples Secciones de Poincaré que se pueden obtener, de los mapas de fase de las señales pletismográficas, se decidió estudiar una sección especialmente característica (cuyo esquema se aprecia en la figura 4.11), correspondiente al instante en el cual las trayectorias impactan a la superficie SP cuando las órbitas presentan el máximo volumen del ciclo el cual es, para cada nueva órbita, el volumen circulante  $V_T$ . Este instante está representado también por los valores del tiempo inspiratorio  $T_I$ , coincidente en el mapa de fases con el instante de final inspiratorio. De esta forma, se pueden obtener diagramas

bidimensionales de los diagramas de Poincaré de las señales registradas, haciendo uso de las series temporales  $T_i$ ,  $T_{TOT}$  y  $V_T$ , previamente obtenidas para cada ciclo respiratorio.



**Figura 4.12** Diagrama de Poincaré del registro Sat: a. con PSB y b. con PSA, obtenidos de las series temporales  $V_T$  vs.  $T_i/T_{TOT}$ .

Los diagramas de Poincaré permiten identificar cualitativamente la dinámica del sistema en una región del espacio de fases, permitiendo distinguir entre trayectorias convergentes y divergentes. Las primeras mostrarán DP con poca dispersión, con el caso extremo de órbitas periódicas (y sistemas conservativos) en donde los impactos coincidirán siempre en un mismo punto. Las trayectorias periódicas y cuasiperiódicas de sistemas disipativos producirán DP muy poco dispersos, definidas en el contexto de sistemas complejos como trayectorias **subarmónicas** (Moon, 1992). Por el contrario, diagramas que presenten una marcada dispersión son asociados con órbitas estocásticas u órbitas deterministas de elevada complejidad. La figura 4.12 muestra un ejemplo en donde se pueden apreciar ambos escenarios para un mismo paciente, con dos diferentes condiciones de presión de soporte. A la izquierda se indican los cortes que en la sección de Poincaré producen las trayectorias con órbitas subarmónicas (S), estando el paciente con presión de soporte baja, mientras que a la derecha se aprecia la sección de Poincaré que produce en este mismo paciente una mayor presión de soporte, asociada a una dinámica de mayor complejidad (C).

Los resultados de la inspección visual de los DP de cada conjunto de pacientes, obtenidos según se muestra en la figura 4.11, se indican en la tabla 4.1.

Un primer análisis resalta la condición de trayectorias subarmónicas que presentan la mayoría de los registros para PSB, como indicadores de dinámicas correlacionadas entre ciclo y ciclo, aunque con diversos grados de dispersión, los cuales probablemente ocurran debido a las irreversibilidades propias de los sistemas disipativos. Esta alta correlación entre ciclo y ciclo, común a todos los registros de PSB, se podría explicar como una condición fisiológica generalizada de respuestas similares del sistema respiratorio a estímulos reducidos, lo cual es característico de los sistemas estacionarios en equilibrio.

**Tabla 4.1** Clasificación cualitativa de los DP de los registros de la base de datos PRI-HSCSP. PSB: Presión de soporte Baja. PSA: Presión de soporte Alta.

S: Órbita subarmónica. C: Órbita Compleja. NE: No estacionario

<i>Paciente</i>	<i>PSB</i>	<i>PSA</i>
<i>Acg</i>	S	S
<i>Adp</i>	S	S
<i>Arg</i>	S	S
<i>Cpb</i>	S	C
<i>Cpm</i>	S	S
<i>Crr</i>	S	C
<i>Ess</i>	S	S
<i>Etb</i>	C	C
<i>Fcs</i>	C	NE
<i>Jbm</i>	NE	NE
<i>Jgc</i>	S	C
<i>Mgl</i>	NE	S
<i>Mgm</i>	S	S
<i>Mmx</i>	S	S
<i>Ogc</i>	S	C
<i>Piq</i>	NE	S
<i>Rfe</i>	S	C
<i>Rpp</i>	S	C
<i>Sat</i>	S	C
<i>Vcp</i>	S	C

En la tabla 4.1 y para la columna de PSA, se observa que 9 registros de los 18 considerados (exceptuando los registros NE) siguen manteniendo una representación gráfica de trayectorias subarmónicas (S) en los DP, similar a los resultados que se obtienen para siete de estos mismos registros con PSB. En estos siete registros se podría considerar una alta estabilidad dinámica en el tipo de respuestas ventilatorias (para PSB y PSA) basada en un sistema de control de reducida complejidad en su actividad reguladora, y probablemente poco dependiente del estímulo externo producido. Las únicas dos excepciones a esta correspondencia se presentan en los registros MglSB y PiqSB clasificados precisamente como no estacionarios en PSB.

Los DP obtenidos para registros de PSA, permiten identificar una mayor variedad de topologías, en donde la mitad (9 de 18) se muestran como de comportamiento más complejo (C). Esta respuesta de baja correlación entre trayectorias consecutivas, podría a su vez deberse al incremento de la actividad de diversos niveles de integración de los mecanismos de regulación ventilatoria, que causan un aumento en la complejidad de la respuesta ventilatoria del sistema. Esta reacción tal vez se presente como una compleja respuesta dinámica del sistema respiratorio al incremento en el estímulo, explicable en los sistemas no lineales que se encuentran lejos del equilibrio. En tales casos, pequeñas perturbaciones pueden hacer que el sistema salte a nuevos estados estacionarios según un fenómeno descrito como transiciones de fase (Nicolis y Prigogine, 1994)

#### **4.7 Resultados del Análisis Cualitativo**

Los algoritmos y programas desarrollados para el análisis cualitativo de series temporales, aplicados a los componentes del patrón ventilatorio, brindan una aproximación inicial a las características complejas de los registros estudiados. Resulta de particular interés analizar en qué forma este estudio permite obtener información adicional, que pueda llegar a ser de interés clínico. También es conveniente realizar una evaluación de la situación, comparando estos primeros resultados, entre sí mismos y con los adicionales de la terapia clínica, y con su interpretación obtener resultados preliminares que sean de posterior ayuda en el análisis cuantitativo.

La tabla 4.2 presenta los resultados del análisis cualitativo de forma similar a los mostrados en la tabla 2.1, es decir, solamente considerando condición *Igual*

o *Cambio* entre las formas que presentan los DP, entre las condiciones de PSB y PSA. Según esta tabla, ocho registros mantienen una topología *Igual* al variar la presión de soporte ventilatorio mientras otros ocho registros modifican su estructura topológica con un *cambio* de condición. Los 4 registros adicionales fueron definidos como no estacionarios en alguna de sus dos condiciones de registro, y por tanto no permiten hacer el análisis al variar la presión de soporte.

**Tabla 4.2** Determinación de la condición con PSB y PSA mediante el análisis cualitativo de los diagramas de Poincaré

<i>Paciente</i>	<i>Condición</i>
<i>Acg</i>	<i>Igual</i>
<i>Adp</i>	<i>Igual</i>
<i>Arg</i>	<i>Igual</i>
<i>Cpb</i>	<i>Cambio</i>
<i>Cpm</i>	<i>Igual</i>
<i>Crr</i>	<i>Cambio</i>
<i>Ess</i>	<i>Igual</i>
<i>Etb</i>	<i>Igual</i>
<i>Fcs</i>	<i>N.E.</i>
<i>Jbm</i>	<i>N.E.</i>
<i>Jgc</i>	<i>Cambio</i>
<i>Mgl</i>	<i>N.E.</i>
<i>Mgm</i>	<i>Igual</i>
<i>Mmx</i>	<i>Igual</i>
<i>Ogc</i>	<i>Cambio</i>
<i>Piq</i>	<i>N.E.</i>
<i>Rfe</i>	<i>Cambio</i>
<i>Rpp</i>	<i>Cambio</i>
<i>Sat</i>	<i>Cambio</i>
<i>Vcp</i>	<i>Cambio</i>

En la comparación entre los resultados cualitativos con estructuras con condición de *cambio* de los DP (tabla 4.2) y las estimaciones clínicas (tabla 2.1) los registros muestran que existe coincidencia entre 7 de los 8 registros obtenidos (*Cpb*, *Crr*, *Jgc*, *Ogc*, *Rfe*, *Rpp* y *Sat*), mientras que existe discrepancia con los resultados del registro *Vcp*. Por su parte, en los ocho resultados cualitativos

obtenidos con la condición *igual* en la tabla 4.2, existe coincidencia en cinco de ellos con los resultados de la tabla 2.1 (registros Acg, Arg, Cpm, Ess, y Mgm) y discrepancia en los otros tres (Adp, Etb y Mmx).

El resultado preliminar del análisis cualitativo de los DP permite deducir que la determinación es más eficaz cuando los resultados obtenidos presentan *cambios* entre las condiciones de PSB y PSA, que cuando los resultados presentan una condición *igual* al variar la presión.

#### 4.8 Conclusiones

El presente capítulo comienza con una descripción del estado del conocimiento de los estudios de los mapas de fase aplicados al sistema respiratorio, inicialmente describiendo los modelos teóricos, y posteriormente analizando aquellos trabajos que utilizan medidas experimentales, tanto en animales de laboratorio como en humanos. Esta introducción permite dar una visión genérica del tratamiento que se ha venido realizando en descripciones cualitativas de la dinámica compleja del sistema respiratorio, desde sus cautelosos inicios de los años setenta cuando se proponían modelos no lineales para simular el patrón ventilatorio en reposo, hasta las actuales técnicas que dan lugar a descripciones teóricas y experimentales que incluyen los estados normales y varios estados patológicos del sistema respiratorio.

Los mapas de fase (MF) como el mostrado en la figura 4.6.a, contienen además información cualitativa análoga a la que se obtiene por métodos lineales de media (la región más densa) y desviación estándar (puntos singulares) de la señal de volumen ventilatorio y de las series temporales asociadas. Una interesante aportación de este análisis es la de tener condensada la información cualitativa de las series temporales de  $T_I$ ,  $T_{TOT}$  y  $V_T$  en cada MF del registro completo.

Los mapas de fase (MF) de los registros de la base de datos PRI-HSCSP se pueden clasificar según las cinco topologías más recurrentes: Ciclos límite, órbitas cuasiperiódicas, trayectorias homoclínicas, trayectorias heteroclínicas, y órbitas no estables. En general, los MF de los registros con PSB son en su mayoría cuasiperiódicos, mientras que en PSA las órbitas presentan menos trayectorias cuasiperiódicas, presentando tres tipos de órbitas, las homoclínicas, las heteroclínicas y las órbitas no estables.

En estos resultados cualitativos se consideró además la dependencia de los gráficos de los MF con respecto al tamaño de la muestra, con indicios de alta correspondencia entre pocos ciclos y la señal completa para registros con estructuras estables, como los ciclos límite y órbitas cuasiperiódicas. Para los registros que presentan topologías homoclínicas, heteroclínicas y no estables, por las particularidades de cada señal, en general no es conveniente la reducción del tamaño del registro. Este análisis gráfico está en concordancia con los resultados obtenidos del test de estacionaridad analizados en el capítulo 3, al coincidir ambos resultados en la necesidad de trabajar con registros numéricos de longitudes tan grandes como sea posible (siempre y cuando mantengan el estado estacionario), aunque de esta manera la estructura del atractor presente diagramas con información aparentemente redundante, pero necesaria para obtener mayores características subyacentes del sistema.

En los casos en que sea necesario recurrir a una segmentación del registro, debe garantizarse una estacionaridad aproximada del registro de tal forma que la búsqueda del atractor pueda realizarse con la mínima información disponible. Aun así, no fue posible lograr una clasificación de los registros en base exclusivamente a sus MF, por lo cual se recurrió a una técnica adicional, al realizar el análisis cualitativo mediante los Diagramas de Poincaré.

Un aporte fundamental de este capítulo corresponde a la obtención de un mayor grado de generalidad de los Diagramas de Poincaré sobre los Mapas de Fase, y cuyos resultados globales se resumen en la tabla 4.1. Los DP también presentan analogías importantes en la complejidad de los registros dependiendo del parámetro de presión soporte, indicando que para los registros con PSB de la base de datos, los diagramas muestran, en su mayoría, estructuras concentradas y poco complejas, mientras que en los registros con PSA las estructuras presentan una regularidad tipo fractal, con un grado mayor de complejidad.

De manera general, y considerando los resultados conjuntos de las técnicas de MF y DP, se puede concluir que las estructuras que se presentan en los registros temporales de volumen se dividen en dos grupos, las de estructuras no dependientes de la presión de soporte por un lado, y las de estructuras dependientes de la condición de soporte, por el otro. El primer grupo posee estructuras repetidas y robustas en dos condiciones de presión de soporte ventilatorio sin cambios notables en su estructura topológica. El segundo grupo

de registros está caracterizado por poseer estructuras con reducida información subyacente a valores bajos de presión de soporte, y un aumento en complejidad, para incrementos en la presión de soporte, en los cuales se presenta algún tipo de transición de fase y por lo tanto se nota un cambio en la estructura dinámica de su patrón ventilatorio.

Podría considerarse un tercer grupo de pacientes, que incluiría aquellos registros cuyas características estructurales fueran complejas tanto en PSB como en PSA, presentando una robustez dinámica y compleja, cuya analogía fisiológica estaría formada por una gran capacidad de adaptación a los cambios ocurridos en el medio, para los cuales su respuesta dinámica está enmarcada como de control complejo y características caóticas, aunque presentando siempre una estructura similar cuando se produzcan modificaciones en la presión de soporte.

Al comparar los resultados del análisis cualitativo de las series temporales del patrón respiratorio de los DP, con los resultados de la propuesta clínica se determinan mejores aproximaciones con los pacientes que presentan *cambio* en su patrón respiratorio al variar la presión de soporte, que aquellos que presentan *igualdad* de respuestas en sus dos registros clínicos.

Estos resultados preliminares están en concordancia con los modelos y los resultados experimentales que proponen variaciones cualitativas de los MF dependientes de algún parámetro de control respiratorio, al detectar cambios cualitativos en las oscilaciones mediante métodos geométricos de dinámica no lineal. Un aporte novedoso del análisis descrito en este capítulo es el de obtener mayor información cualitativa subyacente directamente de los registros de pacientes con medidas no invasivas, y no de datos obtenidos sobre registros llevados a cabo en laboratorios animales u obtenidos exclusivamente por simulación de modelos teóricos.