

Tesi:

Matemàtiques i realitat: les competències en
el treball de la mesura a l'ESO

Mireia López i Beltran

Director: Jordi Deulofeu i Piquet

Departament de Didàctica de la Matemàtica i
de les Ciències Experimentals

Universitat Autònoma de Barcelona

Setembre 2010

Per a l'Albert

Agraïments

En primer lloc agrair a l'Institut Milà i Fontanals, al Milà, l'acolliment que sempre m'ha dispensat. Des del primer moment he pogut comptar amb el suport i amb l'ajuda del seu equip directiu per a poder desenvolupar totes les activitats matemàtiques que he anat realitzant al llarg d'aquests darrers quatre anys. Gràcies Roser, Mercè, Isabel i Domènech.

També gràcies al meu estimat Departament de Matemàtiques per tota l'ajuda que sempre m'heu proporcionat. Tenir el vostre recolzament i caliu ha estat molt reconfortant durant tots aquests anys i ha fet que el tortuós camí d'escriure una tesi fos molt més senzill. Gràcies Domènech, Elvira, Francesc, Pere i Teresa

No puc deixar d'agrair la col·laboració dels protagonistes de la tesi: Andrea G., Andrea K., Andrea N., Badredine, Beifeng, Bryan, Carren, Génesi, Ivan, Kim, Lucía, Lorena, Manuel, Maria, Nardy, Qi, Rowell, Rut, Sandra, Sylvia i Yasmina. La bona disposició que sempre heu mostrat ha estat un element determinant per a l'elaboració d'aquesta tesi.

Per no deixar-me ningú voldria fer extensiu el meu agraïment a la resta del Milà, on tothom sempre m'ha donat el seu suport i ajuda quan els he necessitat, però és just destacar els consells pel disseny de la portada de la Cristina i els consells de redacció de la Meritxell.

La Marta Berini ha estat per mi el model de treball, dedicació i passió a seguir. La seva energia és suficient per a ella i per a contagiar-la a la gent que l'envolta, afortunadament jo he pogut ser una d'elles i em va servir per no aturar-me en el llarg camí del programa de doctorat. Gràcies, Marta.

Com a la Marta, també agrair a tots aquells professors que dediquen la seva experiència a la divulgació d'unes matemàtiques útils i amables. Jo he tingut la fortuna d'haver-me'ls anat trobant pel camí i que m'hagin ajudat en la meva formació com a docent. La profunditat de la seva influència no sé fins on arriba però segur que la seva empremta ha quedat reflexada en aquesta tesi. Gràcies, Antoni, Carles, Damià, Daniel, Iolanda, Lluís, Maribel, Montserrat i Pura i tants altres professors que formen part d'ABEAM.

Tot i que alguns pogueu arribar a dubtar-ho, hi ha part de la meua vida que transcorre fora de les matemàtiques i sense el seu suport aquesta tesi tampoc hagués vist la llum. Vull agrair a la família i amics que sempre heu estat allà amb un suport incondicional i ajudant en tot allò que heu pogut. Però, sobretot, vull agrair a la meua mare l'ajuda en la feixuga tasca final de la impressió del treball.

No es pot resumir ni en un paràgraf ni en tota una altra tesi la contribució de l'Albert a aquesta tesi. M'ha ajudat en tots i cadascun dels aspectes des dels més formals fins als més personals. Com que tots els agraïments que li pugui donar no seran suficients crec que aquest deute només el podré pagar si algun dia pren la decisió d'emprendre el mateix camí.

Reservo aquest darrer agraïment per a tots els membres del Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals de la Universitat Autònoma de Barcelona per la formació que a partir del seu programa de doctorat m'ha proporcionat i molt especialment al meu director de treball de recerca i de tesi per tot el seu esforç i dedicació al llarg d'aquests darrers tres anys. Han estat moltes trobades, moltes reunions, moltes hores de treball per anar decidint, dirigint i retallant els diferents aspectes de la recerca que han acabat donant forma a aquesta tesi. La seva disponibilitat ha estat sempre total, fins i tot durant el període de vicerector. Treballar sota la seva direcció ha esdevingut un aprenentatge continu que no es pot reduir al camp de la didàctica de la matemàtica. Per tot plegat: Moltes gràcies, Jordi.

0.- Índex general

Agraïments	5
0.- Índex general	7
0.1.- Índex de taules.....	11
0.2.- Índex d'il·lustracions	14
1.- Introducció	19
2.- Plantejament del problema i objectius de la tesi	25
2.1.- Antecedents	25
2.2.- Plantejament del problema.....	25
2.3.- Preguntes d'investigació i objectius de la tesi	26
2.3.1.- Preguntes d'investigació.....	26
2.3.2.- Objectiu de la tesi	27
3.- Marc teòric.....	29
3.1.- Competència i competència matemàtica	29
3.1.1.- El concepte de competència i competència matemàtica.....	30
3.1.2.- Posicionament en el concepte de competència i competència matemàtica	49
3.2. Avaluació de competències	50
3.2.1.- El treball i l'avaluació de competències en el currículum de Catalunya	52
3.2.2.- Marc teòric per a l'avaluació de les competències matemàtiques a PISA.....	54
3.2.3.- Marc teòric per a l'avaluació de les competències matemàtiques de De Lange i l'Institut Freudenthal	63
3.2.4.- Marc teòric per a l'avaluació de les competències matemàtiques de Rey et al.	70
3.2.5.- Recomanacions sobre el treball de competències	72
3.2.6.- Determinació del model d'avaluació de competències	79
3.3. El treball de la mesura a l'ESO	86
3.4. Les competències bàsiques no matemàtiques	95
3.4.1.- Competència comunicativa lingüística i audiovisual.....	96

4.- Metodologia103

4.1.- Disseny de la unitat didàctica	103
4.1.1.- Terminologia emprada	103
4.1.2.- Nivell de l'ESO i disseny dels grups	104
4.1.3.- Disseny de les activitats de la unitat didàctica	107
4.1.4.- Dissenyar activitats d'avaluació	112
4.2.- Realització de la unitat didàctica	114
4.2.1.- Activitats d'avaluació inicial	114
4.2.2.- Activitats de la unitat didàctica	116
4.2.3.- Activitats extres de la unitat didàctica.....	128
4.2.4.- Activitats d'avaluació final	131
4.3.- Explicació metodològica de la recollida i l'anàlisi de les dades	132
4.3.1.- Explicació metodològica de la recollida de les dades	132
4.3.2.- Explicació metodològica de la 1a anàlisi de les dades.....	143
4.3.3.- Explicació metodològica de la 2a anàlisi de les dades.....	165
4.3.4.- Explicació metodològica de la 3a anàlisi de les dades.....	169
4.3.5.- Explicació metodològica de la 4a anàlisi de les dades.....	172
4.4.- Explicació metodològica de l'avaluació de competències....	172
4.4.1.- Determinació del nivell competencial de les activitats	172
4.4.2.- Anàlisi del model d'avaluació	174

5.- Recollida i anàlisi de les dades.....177

5.1.- Recollida de les dades	178
5.1.1.- Pràctica 3.1: Iniciació al teodolit. Part 1 i 2.	178
5.1.2.- Pràctica 0.2: Activitat inicial de mesura. Activitat 2.	179
5.1.3.- Pràctica 0.1: Activitat inicial de mesura. Activitat 1.	181
5.1.4.- Pràctica 1.....	181
5.1.5.- Pràctica 2.....	184
5.1.6.- Pràctica 3.....	186
5.1.7.- Examen tema 7	187
5.1.8.- Qüestionari sobre la realització de les pràctiques.....	187
5.1.9.- Qüestionari sobre el treball en grup.....	187
5.1.10.- Entrevistes	187
5.2.- 1a Anàlisi de dades	188
5.2.1.- Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit.....	188
5.2.2.- Pràctica 0.2: Activitat inicial de mesura. Activitat 2.	199
5.2.3.- Pràctica 0.1: Activitat inicial de mesura. Activitat 1.	210

5.2.4.- Pràctica 1:	220
5.2.5.- Pràctica 2:	244
5.2.6.- Pràctica 3.....	257
5.2.7.- Examen tema 7	260
5.2.8.- Examen bloc unitats 7-9	271
5.2.9.- Qüestionari sobre la realització de les pràctiques.....	271
5.2.10.- Qüestionari sobre el treball en grup	271
5.3.- 2a Anàlisi de dades	273
5.3.1.- Pregunta 1: Hi ha patró en l'ús o no ús de les unitats? Comparació entre l'ús de les unitats de longitud i amplitud d'angle. ..	273
5.3.2.- Pregunta 2: Saben mesurar directament longituds? Saben usar la cinta mètrica llarga? Comparació amb l'ús del regle.....	276
5.3.3.- Pregunta 3: Reconeixen la semblança com una eina matemàtica per resoldre problemes? Utilitzen amb propietat la semblança per resoldre problemes?.....	279
5.3.4.- Pregunta 4: Saben estimar mesures de longitud? Relacionen l'estimació amb el resultat final donat?.....	281
5.4.- 3a Anàlisi de dades	283
5.4.1.- Pràctica 1.....	283
5.4.2.- Pràctica 2.....	290
5.4.3.- Pràctica 3.....	300
5.5.- 4a Anàlisi de dades	312
5.5.1.- Pregunta 5.- Què fan quan plantegen una estratègia de resolució errònia?.....	312
5.6.- Avaluació de competències.....	324
5.6.1.- Determinació del nivell competencial de les activitats	325
5.6.2.- Avaluació de competències.....	329

6.- Conclusions i implicacions didàctiques335

6.1.- Objectiu 1:.....	335
6.2.- Objectiu 2:.....	336
6.3.- Objectiu 3:.....	337
6.4.- Objectiu 4:.....	338
6.5.- Objectiu 5:.....	339
6.5.1.- 1a i 3a Anàlisi.....	340
6.5.2.- 2a i 4a Anàlisi.....	346
6.6.- Objectiu 6:.....	347
6.6.1.- CM1 – Pensar matemàticament.....	348
6.6.2.- CM4 – Obtenir, interpretar i generar informació	348

6.6.3.- CM5 – Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques.....	349
6.7.- Implicacions didàctiques	350
6.7.1.- Implementació d'un currículum per competències	350
6.7.2.- Avaluació d'una unitat didàctica en termes de competències..	351
7.- Bibliografia	353
7.1.- Recursos web:	362
8.- Annex	363

0.1.- Índex de taules

Taula 3.1.- Avaluació diagnòstica segons Rey et al.....	71
Taula 3.2.- Incidència de respostes errònies.....	92
Taula 3.3.- Mitjana del nombre de respostes correctes per cada condició	94
Taula 4.1.- Característiques dels alumnes	107
Taula 4.2.- Relació d'activitats d'avaluació inicial i calendari versió 1	108
Taula 4.3.- Unitat didàctica dissenyada – versió 1	110
Taula 4.4.- Activitats d'avaluació final dissenyades – versió 1.....	113
Taula 4.5.- Relació d'activitats d'avaluació inicial i calendari versió 2	115
Taula 4.6.-Unitat didàctica dissenyada-versió 2 (versió implementada)	117
Taula 4.7.- Activitats extres a la unitat didàctica dissenyada-versió 2 (versió implementada)	128
Taula 4.8.- Detall full 2 instrument avaluacio_competencies.xls	174
Taula 5.1 .- Taula sobre el lliurament del croquis individual segons alumne..	182
Taula 5.2. Recollida de dades de la pràctica 3.1. Part 1.....	189
Taula 5.3.- Estadística dels resultats de la "Dada anotada" segons tipus d'interval pràctica 3.1. Part 1	189
Taula 5.4.- Estadística dels resultats segons tipus d'interval i segons grup. Pràctica 3.1 Part 1	190
Taula 5.5.- Estadística de les respostes. Pràctica 3.1. Part 2.....	193
Taula 5.6.- Estadística de les respostes. Pràctica 3.1 Part 2.....	193
Taula 5.7. – AI_P1a- Pràctica 0.2.- Activitat 2 – Activitat inicial de mesura ...	199
Taula 5.8. – AI_P1a2- Pràctica 0.2.- Activitat 2 – Activitat inicial de mesura .	201
Taula 5.9.- Estadística de la posició de la cinta mètrica de la pràctica 0.2.....	202
Taula 5.10.- Estadística de la posició de la cinta mètrica segons el tipus d'interval i segons grup. Pràctica 0.2.	202
Taula 5.11.- Correspondència entre la dada observada i la dada anotada per l'alumne. Pràctica 0.2- Activitat 2.....	203
Taula 5.12.- Estadística de la correspondència entre la dada observada i la dada presa per l'alumne. Pràctica 0.2.....	204
Taula 5.13.- Estadística de la correspondència entre la dada observada i la dada presa per l'alumne i segons grup. Pràctica 0.2	205
Taula 5.14.- Correspondència entre la dada observada i la dada anotada per l'alumne segons l'ordre en què es va fer la presa de mesures. Pràctica 0.2- Activitat 2.	206
Taula 5.15.- Relació de dades observades sobre la mesura de la columna. Pràctica 0.2. Activitat 2.....	207
Taula 5.16.- AI_P1b1.1- Pràctica 0.1.- Activitat 1 – Activitat inicial de mesura. Exercicis 1 i 2.	210
Taula 5.17.- Estadística respostes als dos primers exercicis. Pràctica 0.1. Activitat 1.	211
Taula 5.18.- AI_P1b1.1- Pràctica 0.1.- Activitat 1 – Activitat inicial de mesura. Exercicis 3, 4 i 5.	211
Taula 5.19.- Estadística respostes exercicis 3, 4 i 5. Pràctica 0.1. Activitat 1.	212

Taula 5.20.- Exercici 6 de l'activitat 1. Pràctica 0.1. Activitat prèvia de mesura.	213
Taula 5.21.- Estadística de les respostes de l'exercici 6. Pràctica 0.1	214
Taula 5.22.- Exercici 7 de l'activitat 1. Pràctica 0.1. Activitat prèvia de mesura.	215
Taula 5.23.- Estadística de les respostes de l'exercici 7. Pràctica 0.1	216
Taula 5.24.- Exercici 8 de l'activitat 1. Pràctica 0.1. Activitat prèvia de mesura.	217
Taula 5.25.- Estadística de les respostes de l'exercici 8. Pràctica 0.1	218
Taula 5.26.- Exercicis 9 i 10. Pràctica 0.1. Activitat 1.	219
Taula 5.27.- Estadística de les respostes de l'exercici 9. Pràctica 0.1	220
Taula 5.28.- Proporcions entre longituds dels croquis	226
Taula 5.29.- Comparativa de les proporcions entre longituds dels croquis amb els croquis de grup triats	228
Taula 5.30.- Dades de l'activitat 1 de la pràctica AI_PIC4	233
Taula 5.31.- Croquis individual de l'alumne 1.6 abans de la presa de dades	234
Taula 5.32.- Relació de dades preses pel grup 1	235
Taula 5.33.- Croquis individual de l'alumne 2.1 abans de la presa de dades	235
Taula 5.34.- Relació de dades preses pel grup 2	236
Taula 5.35.- Croquis individual de l'alumne 3.3 abans de la presa de dades	237
Taula 5.36.- Relació de dades preses pel grup 3	238
Taula 5.37.- Relació de dades preses pels grup 3 en preses de dades extremes.	238
Taula 5.39.- Relació de dades preses pel grup 4	240
Taula 5.40.- Relació de dades preses pels grup 4 en preses de dades extremes.	241
Taula 5.41.- Estudi de les dades del croquis de l'alumne 4.1.	241
Taula 5.42.- Estudi de l'estimació de l'alçada del gimnàs feta pels alumnes.	249
Taula 5.43.- Dades anotades Pràctica 2.2 i 2.3	250
Taula 5.44.- Comparativa dades anotades Pràctica 2.2 i 2.3 durant les dues sessions i les dades preses	253
Taula 5.45.- Relació de dades preses durant la presa de dades de la pràctica 2.	255
Taula 5.46.- Alçada del teodolit anotada en les activitats 2.2 i 2.3	256
Taula 5.47.- Relació de dades numèriques donades a la pràctica 2.	256
Taula 5.48.- Respostes a l'activitat 1 de la pràctica 3	257
Taula 5.49.- Respostes a l'activitat 2 de la pràctica 3	258
Taula 5.50.- Relació de dades numèriques donades a la pràctica 3.	259
Taula 5.51.- Mesures preses amb el teodolit durant l'examen del tema 7	260
Taula 5.52.- Estadística de les respostes de l'exercici 10. Examen unitat 7...	261
Taula 5.53.- Respostes numèriques finals a l'exercici 2 de l'examen tema 7.	262
Taula 5.54.- Estadística de les respostes a l'exercici 4 de l'examen tema 7...	263
Taula 5.55.- Comparativa respostes correctes i respostes amb "Estratègia de la suma" de l'exercici 2 de l'examen tema 7.	263
Taula 5.56.- Respostes a l'exercici 3 de l'examen tema 7	266
Taula 5.57.- Estadística de les respostes a l'exercici 3 de l'examen tema 7...	267
Taula 5.58.- Respostes a l'exercici 4 de l'examen tema 7	268
Taula 5.59.- Estadística de les respostes a l'exercici 4 de l'examen tema 7...	269
Taula 5.60.- Respostes a l'exercici 5 de l'examen tema 7	269

Taula 5.61.- Respostes numèriques finals a l'exercici 2 de l'examen tema 7.	271
Taula 5.62.- Estadística de les respostes a la primera pregunta del qüestionari sobre el treball en grup.....	272
Taula 5.63.- Estadística de les respostes a la segona pregunta del qüestionari sobre el treball en grup.....	272
Taula 5.64.- Estadística de les respostes a la tercera pregunta del qüestionari sobre el treball en grup.....	273
Taula 5.65.- Relació de respostes amb l'amplitud de l'angle segons l'alumne.	274
Taula 5.66.- Respostes amb i sense ús d'unitats	275
Taula 5.67.- Respostes pregunta 5 apartat a) de la pràctica 2	280
Taula 5.68.- Estudi de l'estimació de l'alçada del gimnàs feta pels alumnes. .	281
Taula 5.69.- Relació entre l'estimació donada i les respostes numèriques de les pràctiques 2 i 3.....	281
Taula 5.70.- Proporcions entre longituds dels croquis	288
Taula 5.71.- Proporcions entre longituds dels plànols.....	289
Taula 5.72.- Diferències entre les proporcions reals i les proporcions de les longituds dels plànols.	289
Taula 5.73.- Presa de mesura pràctica 3.	301
Taula 5.74.- Anàlisi del procediment i resultat final pràctica 3 lliurada	302
Taula 5.75.- Extracte taula AI_EIa6 dels alumnes del grup 4	315
Taula 5.76.- Extracte taula AI_EIa6 dels alumnes del grup 4	316
Taula 5.77.- Extracte taula AI_EIa6 dels alumnes del grup 2	321
Taula 5.78.- Extracte taula AI_EIc dels alumnes del grup 2.....	322
Taula 5.79.- Extracte taula ACI_PIa amb competències treballades en l'activitat 1 de la pràctica 1	325
Taula 5.80.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM1	326
Taula 5.81.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM4	326
Taula 5.82.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM5	327
Taula 5.83.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM6	327
Taula 5.84.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM1	328
Taula 5.85.- Anàlisi de l'examen	330
Taula 5.86.- Segon anàlisi de l'examen.....	331
Taula 6.1.- Estadística dades preses i llegides amb el teodolit.....	349
Taula 6.2.- Estadística dades preses i llegides amb la cinta mètrica llarga	349

0.2.- Índex d'il·lustracions

fig. 1: Estructura de la tesi	20
fig. 2: Components del domini matemàtic.....	56
fig. 3: El cicle de la matematització.....	59
fig. 4: Representació gràfica dels grups de competències.....	62
fig. 5: Piràmide d'avaluació de de Lange (1999)	68
fig. 6: Model d'avaluació piramidal de Lange(1999) original	81
fig. 7: Model d'avaluació piramidal de de Lange (1999) adaptat.....	82
fig. 8: Exemple 3.3.1. Respostes dels alumnes- Longitud.....	88
fig. 9: Exemple 3.3.2. Respostes dels alumnes- Longitud.....	89
fig. 10: Exemple 3.3.3. Respostes dels alumnes- Longitud.....	89
fig. 11: Exemple 3.3.7b. Respostes dels alumnes- Proporció	90
fig. 12: Exemple 3.3.8. Respostes dels alumnes- Proporció	91
fig. 13: Exemple 3.3.9. Respostes dels alumnes- Proporció	91
fig. 14: Exemple 3.3.10. Proporció.....	92
fig. 15: Calendari curs 2008-2009	114
fig. 16: Vista del gimnàs de l'institut	125
fig. 17: Fotografia de la cinta mètrica llarga amb els dos punts assenyalats	134
fig. 18: Fotografia de la cinta mètrica llarga	145
fig. 19: Relació de les longituds estudiades en la primera anàlisi de la pràctica 1	151
fig. 20: Inclinació de l'instrument de mesura per a la presa de dades 1	180
fig. 21: Inclinació de l'instrument de mesura per a la presa de dades 2	181
fig. 22: Detall lectura teodolit 1	191
fig. 23: Detall lectura del teodolit 2	192
fig. 24: Detall exercici llibre	194
fig. 25: Resposta a la pregunta 1 de la pràctica 3.1. Part 2 de l'alumne 4.3	194
fig. 26: Il·lustració de l'estratègia proposada per l'alumne 4.3 per resoldre la situació proposada a la pràctica 3.1. Part 2.	195
fig. 27: Detall resposta de la pregunta 1 de la pràctica 3.1. Part 2 de l'alumne 3.5	196
fig. 28: Resposta a la pregunta 1 de la pràctica 3.1. Part 2 de l'alumne 3.4	197
fig. 29: Resposta a la pregunta 2 de la pràctica 3.1. Part 2 de l'alumne 3.4	197
fig. 30: Detall cinta mètrica llarga.....	205
fig. 31: Detall del posicionament inicial de la cinta mètrica llarga amb la cinta recta	208
fig. 32: Detall del posicionament inicial de la cinta mètrica llarga amb la cinta inclinada. Versió 1.....	209
fig. 33: Detall del posicionament inicial de la cinta mètrica llarga amb la cinta inclinada. Versió 1.....	209
fig. 34: Regle	214
fig. 35: Regle girat opció 1	214
fig. 36: Regle girat opció 2	214
fig. 37: Detall de la zona de les vidrieres	221
fig. 38: Fotografia detall de la zona de les vidrieres	222
fig. 39: Nomenclatura dels diferents elements de la zona de les vidrieres	222
fig. 40: Detall vidriera croquis alumne 1.1	223
fig. 41: Detall vidriera croquis alumne 1.5	223
fig. 42: Detall vidriera croquis alumne 2.2	223
fig. 43: Detall vidriera croquis alumne 3.4	224
fig. 44: Detall vidriera croquis alumne 4.3	224
fig. 45: Nomenclatura de longituds a analitzar dels croquis dels alumnes.....	225
fig. 46: Presa de mesures pràctica 1 del grup 4.....	229
fig. 47: Presa de mesures pràctica 1 del grup 2.....	229
fig. 48: Presa de mesures pràctica 1 del grup 3.....	230

fig. 49: Presa de mesures pràctica 1 del grup 3	230
fig. 50: Presa de mesures pràctica 1 del grup 3 (II)	230
fig. 51: Estratègia del grup 4 per superar obstacles	231
fig. 52: Estratègia del grup 1 per superar obstacles	231
fig. 53: Estratègies del grup 4 per superar obstacles (II)	231
fig. 54: Estratègies del grup 4 per superar obstacles (III)	231
fig. 55: Estratègies del grup 4 per superar obstacles (IV)	232
fig. 56: Estratègies del grup 2 per superar obstacles	232
fig. 57: Aproximacions en les preses de les mesures	232
fig. 58: Detall zona de les vidrieres del croquis del grup 1 després de la presa de dades	234
fig. 59: Detall de les vidrieres croquis del grup 2 abans de la presa de dades	236
fig. 60: Detall de les vidrieres croquis del grup 2 després de la presa de dades ..	236
fig. 61: Detall de la cantonada longitud 5-longitud 6 en el croquis del grup 3 abans de la presa de dades	237
fig. 62: Detall de la cantonada longitud 5-longitud 6 en el croquis del grup 3 després de la presa de dades	237
fig. 63: Detall zona de les vidrieres del croquis del grup 4 abans de la presa de dades	240
fig. 64: Detall de la zona de les vidrieres del croquis del grup 4 després de la presa de dades.....	240
fig. 65: Detall croquis lliurat amb el treball de la pràctica 1 de l'alumne 4.1	241
fig. 66: GRUP 1 – Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2. Reflexió en grup – Primer dia	244
fig. 67: GRUP 1 – Resposta analitzada pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup - Segon dia	244
fig. 68: GRUP 2 –Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Primer dia	245
fig. 69: GRUP 2 –Resposta analitzada pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup – Segon dia	245
fig. 70: GRUP 3- Resposta analitzada pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup – Primer i Segon dia.....	246
fig. 71: GRUP 4 –Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Primer dia	247
fig. 72: GRUP 4 –Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Segon dia. Primera part.....	247
fig. 73: GRUP 4 –Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Segon dia. Segona part.	248
fig. 74: GRUP 1: Presa de mesures de la pràctica 2. Primera mesura	250
fig. 75: GRUP 1: Presa de mesures de la pràctica 2. Segona mesura.....	251
fig. 76: GRUP 1: Presa de mesures amb el goniòmetre de la pràctica 2. Tercera mesura	251
fig. 77: GRUP 1: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2.	251
fig. 78: GRUP 2. Presa de mesures de la pràctica 2. Primera mesura.....	252
fig. 79: GRUP 2: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2.	252
fig. 80: GRUP 3. Presa de mesures de la pràctica 2. Primera mesura.....	252
fig. 81: GRUP 3: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2	252
fig. 82: GRUP 4.Presa de mesures de la pràctica 2. Primera mesura.....	253
fig. 83: GRUP 3: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2	253
fig. 84: GRUP 3: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2	253
fig. 85: Relació longitud-alçada del teodolit. Situació 1.....	254
fig. 86: Relació longitud-alçada del teodolit. Situació 2.....	254
fig. 87: Detall teodolit	255
fig. 88: Detall resposta de l'alumne 3.1 a la pregunta 2 de l'examen de la unitat 7. Part 1.	264
fig. 89: Detall resposta de l'alumne 3.1 a la pregunta 2 de l'examen de la unitat 7. Part 2.	265
fig. 90: Detall resposta pregunta 2 examen del tema 7 de l'alumne 3.3.....	265
fig. 91: Detall resposta exercici 10 de la pràctica 0.1 de l'alumne 1.3.....	277

fig. 92: Detall resposta exercici 10 de la pràctica 0.1 de l'alumne 2.3.....	278
fig. 93: Recordatori de la nomenclatura dels diferents elements de la zona de les vidrieres	284
fig. 94: Detall vidrieres plànol de l'alumne 1.1.....	284
fig. 95: Detall vidrieres plànol de l'alumne 1.3.....	284
fig. 96: Detall vidrieres plànol de l'alumne 1.5.....	285
fig. 97: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 1.6	285
fig. 98: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 3.3	285
fig. 99: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 3.4	286
fig. 100: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.1.....	286
fig. 101: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.2.....	287
fig. 102: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.3.....	287
fig. 103: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.4.....	287
fig. 104: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.5.....	288
fig. 105: Detall croquis de la pràctica 2 de l'alumne 1.1.....	293
fig. 106: Detall pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.3	293
fig. 107: Segon detall pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.3	294
fig. 108: Detall pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.4	294
fig. 109: Detall pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.4	295
fig. 110: Detall pregunta 3 de la pràctica 2 de l'alumne 1.4	295
fig. 111: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.4.....	295
fig. 112: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.1	296
fig. 113: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.3. Part 1.....	296
fig. 114: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.3. Part 1.....	297
fig. 115: Detall croquis de la pràctica 2 de l'alumne 2.4.....	297
fig. 116: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.5.....	298
fig. 117: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.5. Part 1.....	298
fig. 118: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.5. Part 2.....	299
fig. 119: GRUP 1 - Detall presa mesura pràctica 3	300
fig. 120: GRUP 2- Detall presa mesura pràctica 3	300
fig. 121: GRUP 3- Detall presa mesura pràctica 3	300
fig. 122: GRUP 4- Detall presa mesura pràctica 3. Sessió 1.....	301
fig. 123: GRUP 4- Detall presa mesura pràctica 3. Sessió 2.....	301
fig. 124: Detall del croquis de l'alumne 1.1 en la pràctica 3	303
fig. 125: Primer detall de la resolució de l'alumne 1.1 en la pràctica 3.....	303
fig. 126: Segon detall de la resolució de l'alumne 1.1 en la pràctica 3	303
fig. 127: Detall de la resolució de l'alumne 1.3 en la pràctica 3	304
fig. 128: Primer detall de la resolució de l'alumne 1.4 en la pràctica 3.....	304
fig. 129: Segon detall de la resolució de l'alumne 1.4 en la pràctica 3	305
fig. 130: Tercer detall de la resolució de l'alumne 1.4 en la pràctica 3	305
fig. 131: Detall de la resolució de l'alumne 1.6 en la pràctica 3	305
fig. 132: Detall del croquis de l'alumne 2.1 en la pràctica 3	306
fig. 133: Detall de la resolució de l'alumne 2.1 en la pràctica 3	306
fig. 134: Detall de la resolució de l'alumne 2.4 en la pràctica 3	307
fig. 135: Detall de la resolució de l'alumne 3.1 en la pràctica 3	307
fig. 136: Detall de la resolució de l'alumne 3.2 en la pràctica 3	308
fig. 137: Detall de la resolució de l'alumne 3.3 en la pràctica 3	308
fig. 138: Detall del croquis de l'alumne 3.4 en la pràctica 3	308
fig. 139: Detall de la resolució de l'alumne 3.4 en la pràctica 3	309
fig. 140: Detall del croquis de l'alumne 3.5 en la pràctica 3	309
fig. 141: Detall de la resolució de l'alumne 3.5 en la pràctica 3	309
fig. 142: Detall de la resolució de l'alumne 4.1 en la pràctica 3	310
fig. 143: Detall de la resolució de l'alumne 4.3 en la pràctica 3	311
fig. 144: Detall resposta alumne 4.5 a la pràctica 3.1. Part 2.	313
fig. 145: GRUP 4 -Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup -Primer dia	313

fig. 146: GRUP 4 –Resposta pregunta 3.2a Pràctica 2.3 Presa de mesures –Primer dia	314
fig. 147: GRUP 4 –Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Segon dia	315
fig. 148: Resposta alumne 4.4 a la pregunta 6 de l'examen unitat 7.	316
fig. 149: Resposta alumne 4.3 a la pregunta 3 de l'examen de bloc unitats 7-9..	317
fig. 150: GRUP 2 –Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Primer dia	318
fig. 151: GRUP 2 –Detall de la resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Primer dia	319
fig. 152: GRUP 2 –Resposta analitzada pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Segon dia	320
fig. 153: Detall resolució de l'alumne 2.1 a la pràctica 3	321
fig. 154: Resposta alumne 2.3 a la pregunta 3 de l'examen de bloc unitats 7-9..	323
fig. 155: Detall resposta pregunta 2 examen del tema 7 de l'alumne 3.3.....	332
fig. 156: Recompte d'activitats del grup de reproducció proposades segons competència i bloc de contingut.....	339
fig. 157: Recompte d'activitats del grup de connexió proposades segons competència i bloc de contingut.....	339
fig. 158: Recompte d'activitats del grup de reflexió proposades segons competència i bloc de contingut.....	339
fig. 159: Recompte d'activitats proposades segons competència i bloc de contingut	339

1.- Introducció

The best way to teach an activity is to perform it.

*Hans Freudenthal
(Mathematics as an educational task, p.110)*

La present tesi doctoral té com a objectiu aportar una reflexió teòrica així com el corresponent disseny, implementació i avaluació d'una unitat didàctica en termes de competències sobre el treball de la mesura a l'ESO per a fer-ne una posterior anàlisi que permeti aportar informació significativa sobre unes capacitats imprescindibles per als estudiants de l'ESO.

Aquesta tesi està motivada i escrita des de la pràctica ja que el meu treball professional diari està immers en l'ensenyament secundari i és a partir d'aquest treball quotidià que sorgeix la necessitat de buscar referents teòrics que aportin llum per poder reflexionar sobre la pràctica docent i establir propostes per a la millora.

Els inicis de la meva carrera professional em van portar a realitzar l'any de pràctiques com a funcionària sota la tutorització de la professora Marta Berini. Va ser sota el seu paraigües que em vaig introduir en aquest món de les pràctiques de mesura i vaig conèixer la gran quantitat, tant de referències teòriques com d'experiències i materials interessantíssims, que hi havia en aquest camp i que la professora Berini havia treballat al llarg de la seva carrera docent. També em va fer veure la importància del context: totes les pràctiques que vam treballar es desenvolupaven fora de l'aula aconseguint que els alumnes traguessin el màxim profit a les situacions proposades. D'aquest recull de reflexions i experiències en va sorgir el treball de recerca "Matemàtiques i realitat: anàlisi de pràctiques de mesura a l'ESO" en què es plantejaven tres pràctiques de mesura a alumnes de 1r i 4t d'ESO per després analitzar les dificultats que havien tingut en la seva realització.

El treball de recerca va ser un petit tast d'aquest món amb una oferta tan llaminera i va esdevenir l'embrió d'aquesta tesi. En aquest treball es continua aquesta tasca tot afegint-t'hi nous objectius: no només dissenyar i implementar tres pràctiques sinó dissenyar i implementar tota una unitat didàctica (incloent això sí diferents pràctiques) i a més a més avaluar-la tenint en compte el marc de les competències.

La meva carrera docent, ara ja com a funcionària de carrera, em va portar a un altre institut, una altra realitat molt diferent on havia realitzat l'any de pràctiques però on em vaig trobar un grup d'alumnes de primer d'ESO amb moltes ganes de treballar i aprendre. Vam decidir aprofitar aquesta avinentesa i treballar amb aquest grup d'alumnes dels quals vaig ser la seva professora des de primer fins a tercer d'ESO. Dur a terme una recerca i ser la professora del grup al mateix temps té les seves dificultats i limitacions però l'experiència del treball de recerca ha esdevingut essencial per trobar solucions als petits inconvenients que poguessin sorgir.

Durant l'etapa d'ensenyament obligatori als nostres alumnes se'ls proposen molts exercicis per comprovar si han adquirit unes certes habilitats relacionades amb la

mesura: exercicis de conversió d'unitats, càlculs de perímetres, mesures d'elements als seu abast, etc. generalment dins de l'aula de matemàtiques. No obstant, en acabar els seus estudis hauran de saber aplicar els seus coneixements de mesura a la realitat que els envolta, una realitat que anirà més enllà de l'aula de matemàtiques.

Per això en el present treball i seguint el treball de recerca, es va considerar que la unitat dissenyada havia d'incloure com a element vertebrador una sèrie de pràctiques en què es plantejés als alumnes una situació en un context real i que la seva resolució involucrés la presa de mesures fora de l'aula. El fet d'haver de prendre mesures a la realitat que vagin més enllà del que pot abastar una persona va fer que la metodologia de treball en grup cooperatiu sorgís d'una manera natural a partir de les situacions plantejades.

Amb totes aquestes decisions preses es va afinar l'objectiu del treball i es va establir el *Plantejament del problema i els objectius de la tesi* que estan descrits amb detall en el **capítol 2**. A partir d'ells es va estructurar la tesi en: *Marc teòric, Metodologia, Recollida i anàlisi de dades i Conclusions i implicacions didàctiques*.

El gràfic adjunt resumeix el procés d'investigació i l'estructura de la tesi:

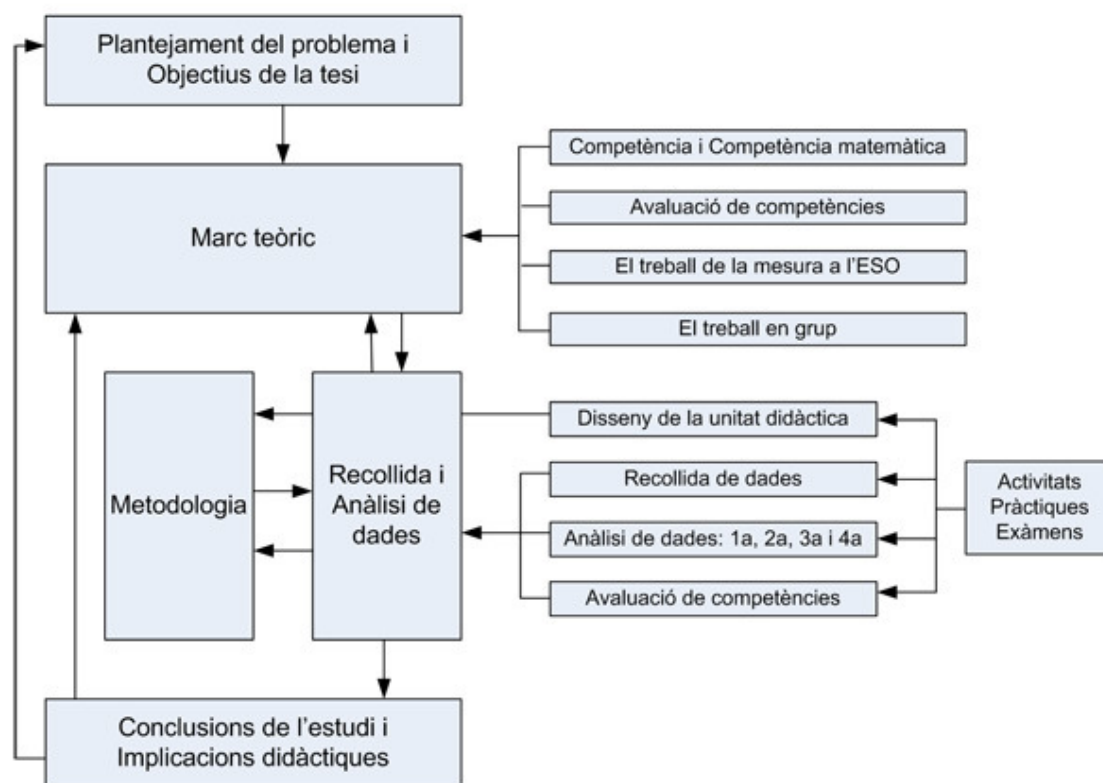


fig. 1: Estructura de la tesi

En el **capítol tercer** trobem el *Marc teòric* estructurat en les quatre àrees següents: *Competència i competència matemàtica, Avaluació de competències, El treball de la mesura a l'ESO i Les competències bàsiques no matemàtiques*. En la part de *Competència i competència matemàtica* s'estableix el concepte de competència segons diferents autors. Per entendre el naixement i l'evolució del concepte es comença per la seva definició en l'àmbit lingüístic de Chomsky en els anys quaranta, passant pels més actuals Perrenoud (1997), Abrantes (2001a i 2001b) i l'OCDE (2003 i 2006) fins arribar a les visions geogràficament i

temporalment més properes de Coll (2007) i Gironde (2006) entre d'altres. A continuació es fa un estudi del concepte de competència matemàtica en un dels projectes de més envergadura i de més repercussió dels que es duen a terme en l'actualitat: el projecte PISA (OCDE (2003 i 2006)). Després es realitza l'estudi del currículum vigent a Catalunya des del curs 2007-2008 (DOCG (2007)). Finalment s'estableix la definició de competència i competència matemàtica a partir de la qual es treballarà al llarg de la tesi.

En la part d'*Avaluació de competències* es fa un estudi exhaustiu del principal marc teòric que hi ha al respecte: el marc teòric de les proves PISA (OCDE(2007)). En ser un projecte internacional, el marc teòric es publica en anglès i es tradueix a diverses llengües, entre elles el castellà i el català. En aquest apartat es realitza un estudi en profunditat de les diferents traduccions de conceptes claus que es fan en el marc teòric i que poden portar a confusions tal i com apunten Rico (2006) i Puig (2008). Per aprofundir en el concepte d'avaluació de competències l'estudi es completa amb el "Marc teòric per a l'Avaluació a l'aula" de de Lange (1999) i del seu model piramidal, així com també amb el la proposta realitzada per Rey et al. (2006). Per cloure el capítol es determina el model d'avaluació del present treball.

En el *treball de la mesura a l'ESO* es presenten els principals referents teòrics sobre la importància del treball de la mesura en l'educació i en particular en l'educació secundària entre els quals es destaca: el principis i estàndards del NCTM (1989 i 2000), Bishop (1999) i Boero (1986). El tema de la mesura té la suficient importància com per ser l'eix central de mes d'una tesi (Callís (2002), Figueiras (2003)) però no és el cas de la present, per tant en aquest apartat es fa un estudi rigorós, però d'una extensió adequada a les necessitats del propi treball.

En l'apartat de *Les competències bàsiques no matemàtiques* es fa especial menció al treball en grup on s'han buscat els principals referents sobre el treball cooperatiu a l'aula (Bonals (2000), Gavilán (2009), Johnson i Johnson (1990 i 1991), Monereo i Duran (2001)). Cal destacar que la major part d'aquesta bibliografia es troba en l'etapa d'infantil i primària, hi ha poca literatura de l'etapa de secundària i aquesta és encara menor si ens centrem en l'àrea de matemàtiques i en activitats desenvolupades en part fora de l'aula.

En el **quart capítol** es descriu la metodologia de la recerca. En primer lloc es descriu la unitat didàctica dissenyada per a la tesi, unitat que va tenir alteracions a l'hora de la seva implementació; per això en la segona part del capítol es fa una descripció minuciosa de la realització de la unitat didàctica i també s'estableix la unitat didàctica que va ser finalment implementada. En l'últim punt del capítol es tracta la metodologia emprada en la recollida i l'anàlisi de dades. Aquesta és una part molt tècnica on es fa una descripció rigorosa i detallada dels mètodes i tècniques emprades per a la recollida i la seva posterior anàlisi de les dades. Aquest darrer punt es podria considerar que és més de consulta que de lectura. Tota aquesta informació ens prepara per al següent capítol.

El **cinquè capítol** correspon a la "*Recollida i anàlisi de dades*". En el primer punt es fa una descripció de la recollida de dades. En el segon punt es realitza una primera anàlisi de totes les dades recollides. La quantitat d'activitats que es van proposar als alumnes fa que cada un d'aquests dos primers punts del capítol es subdivideixi alhora en les diferents activitats que es van proposar. Per facilitar la lectura es fa servir una única nomenclatura per referir-se a les pràctiques i activitats proposades i sempre s'empra l'ordre cronològic amb què es van finalment realitzar i que s'ha descrit i establert en la corresponent secció del capítol quart.

A partir de la gran quantitat de dades recollides es va procedir al seu tractament. En la majoria dels casos aquest primer tractament ha consistit a transcriure les

dades escrites pels alumnes en els diferents instruments, organitzat per les diferents activitats plantejades. En aquesta primera anàlisi no s'arriben a tractar totes les dades ja que a partir d'aquest primer tractament de bona part d'elles van sorgir unes preguntes que necessitaven una anàlisi de caràcter més transversal amb dades recollides amb diferents instruments en diferents activitats.

En el tercer punt d'aquest cinquè capítol es realitza una segona anàlisi de les dades però ara no estructurada a partir de les diferents activitats proposades sinó a partir de les preguntes sorgides a partir de la primera anàlisi. Són quatre les preguntes que van sorgir i per a realitzar l'anàlisi de dades corresponents es creen els instruments adients a partir de dades que es poden trobar en diferents activitats. Per a cada pregunta s'ha elaborat la seva anàlisi i la corresponent resposta.

En el quart punt es continua la primera anàlisi en aquelles parts en què encara no s'havia realitzat i, reproduint l'esquema dels dos punts anteriors, en la cinquena part també es plantegen i s'analitza una darrera pregunta que va sorgir d'aquesta tercera anàlisi de les dades.

Un dels reptes importants d'aquesta tesi ha estat no només dissenyar i implementar una unitat didàctica en termes de competències per després fer-ne una anàlisi de les seves dades, sinó encarar la part que havia quedat pendent en el treball de recerca: l'avaluació. En el darrer punt d'aquest cinquè capítol es fa una anàlisi de les dades en termes d'avaluació.

En el **sisè capítol** s'hi poden trobar les "*Conclusions i implicacions didàctiques*" on se sintetitza tot el procés investigador del treball recollint les conclusions que s'han anat elaborant a partir de les diferents anàlisis de les dades.

Finalment i tancant el cos principal de treball trobem la bibliografia en el **setè capítol**. En la bibliografia s'han referenciat tots aquells documents que han influït en major o menor grau en l'elaboració d'aquesta tesi. Per a tots aquells documents que poden ser trobats a la xarxa també s'ha inclòs l'adreça web corresponent així com la darrera data en què s'ha comprovat que el document és accessible a l'adreça indicada. A la darrera part de la secció bibliogràfica, s'hi poden trobar "*Recursos web*" on es troben aquelles adreces que han estat referències essencials per a l'elaboració del treball i que van més enllà de documents concrets.

Per a facilitar la lectura de la tesi, una quantitat important de documents s'han adjuntat a l'annex. A l'índex de l'annex, s'hi poden trobar els títols de tots els documents que s'hi adjunten precedits pel codi A (d'annex) i un número segons l'ordre amb què es troben a l'annex. Aquest és el codi que es fa servir per referenciar els documents al llarg de la tesi: quan un document es troba a l'annex sempre s'hi indica entre parèntesi el codi corresponent del document per a poder ser localitzat. Per a facilitar-ne la localització cada document comença en pàgina nova. A l'annex es troben, entre d'altres, totes les activitats que s'han dissenyat per a la unitat didàctica, els qüestionaris, la transcripció de les entrevistes, escanejos del material elaborat pel alumnes així com algunes de les taules que s'han elaborat per al tractament i l'anàlisi de les dades i que s'han preferit afegir a l'annex per la seva extensió.

Al llarg de tot el treball s'ha intentat emprar un estil que, sense perdre el rigor necessari en una tesi doctoral, en faciliti la seva lectura així com la comprensió de les situacions i resultats que es van descrivint amb l'objectiu d'arribar al màxim de lectors possibles. Una de les pors més recurrents que s'experimenta durant les solitàries llargues hores en què hom es troba escrivint una tesi és que aquest treball acabi només sent llegit pel director i el tribunal. Intentar facilitar al màxim l'esforç d'un hipotètic lector addicional ha estat una de les obsessions en la redacció

de la tesi a l'hora de prendre certes decisions. Per exemple s'ha procurat sempre fer referència a aquells elements que, tot i haver estat anteriorment esmentats, s'han cregut necessaris per a una millor comprensió d'allò que s'anava a relatar. Això comporta que en alguns casos hi hagi aspectes que s'hagin repetit al llarg de la tesi en diferents capítols i és per això que des d'aquesta introducció es demana la comprensió d'aquells lectors que en faran una lectura completa i detallada ja que en alguns moments notaran aquestes repeticions d'explicacions o apreciacions sobretot entre el quart i el cinquè capítol.

Entenent una tesi com un treball amb l'objectiu de transmetre coneixement, s'ha prioritzat la utilització d'un estil senzill i l'ús de material fotogràfic i escanejors de treballs per facilitar-ne la comprensió. Tanmateix no s'ha renunciat mai a la utilització d'un llenguatge precís i rigorós com un treball d'aquestes característiques requereix.

Per a l'organització de la informació s'han elaborat una gran quantitat de taules. També s'ha fet un gran esforç per intentar explotar al màxim el llenguatge visual emprant codis de colors per a poder sintetitzar l'anàlisi de dades sobre les mateixes taules elaborades per al seu tractament. Per altra banda l'enorme quantitat de dades que ha generat cada alumne fa que tampoc hagi estat viable adjuntar tots els documents que ha lliurat cada alumne i és per això que s'ha intentat establir un equilibri entre la informació recollida en forma de taula i aquella recollida a través de la imatge.

Amb el desig que tot l'esforç i dedicació no s'hagi quedat només en la declaració d'intencions d'aquesta introducció, només queda emplaçar al lector a la lectura dels següents capítols.

2.- Plantejament del problema i objectius de la tesi

2.1.- Antecedents

En el treball de recerca presentat el setembre de 2007 sota el títol: "Matemàtiques i realitat: anàlisi de pràctiques de mesura a l'ESO" es feia una anàlisi de tres pràctiques en què els alumnes havien de resoldre una situació plantejada en un context real i que involucraven la presa de mesures fora de l'aula.

Aquestes pràctiques de mesura tenien en comú els següents objectius:

- resoldre una situació problemàtica complexa fent servir continguts matemàtics
- aplicar fora de l'aula els conceptes apresos
- consolidar els aprenentatges
- saber prendre mesures correctament
- saber donar resultats dins d'un context de manera crítica
- aprendre a treballar en grup

L'objectiu del treball de recerca va ser:

"Analitzar les dificultats que es plantegen en la realització d'activitats de mesura en entorns reals fora de l'aula."

I aquest objectiu es va concretar de la següent manera:

- Analitzar les dificultats amb què es troben a l'hora de mesurar aspectes de la realitat.
- Analitzar les dificultats que tenen els alumnes a l'hora de realitzar un plànol a escala.
- Analitzar les dificultats que tenen els alumnes per resoldre les situacions que se'ls hi plantegen tot aplicant els conceptes apresos a l'aula de matemàtiques.
- Analitzar les dificultats que tenen per presentar un treball que inclogui tot allò que se'ls hi demana.

A partir de l'estudi fet en el treball de recerca es fa el plantejament del problema i les preguntes d'investigació que es detallen a continuació i que portaran a l'objectiu de la tesi.

2.2.- Plantejament del problema

A Catalunya, un cop aconseguit l'objectiu d'implantar un ensenyament obligatori per a tota la població, es planteja si a un alumne quan acaba aquest ensenyament obligatori se li han proporcionat les eines adequades per al seu futur. No estem parlant únicament dels coneixements, procediments i actituds que se li poguessin haver proporcionat des de les diferents àrees durant la seva escolarització, sinó també, per exemple, del conjunt d'eines per saber-los aplicar en les situacions

futures amb què l'alumne es trobarà al llarg de la seva vida tant personal com professional. És a dir, l'alumne ha de ser capaç, entre d'altres coses, d'integrar, relacionar i adaptar els seus coneixements per a poder enfrontar-se a situacions que se li plantegin.

Aquesta inquietud ha acabat fent-se explícita en el currículum de l'ESO que es va publicar (Decret 143/2007, de 26 de juny, DOGC(2007)) i on per primer cop s'escriu que la formació completa de l'alumnat involucra tant coneixements com competències bàsiques:

"Fomentar l'aprenentatge al llarg de tota la vida suposa que el jovent ha de tenir una formació completa, tant en coneixements, com en **competències bàsiques**, que els permetin seguir aprenent i poder combinar l'estudi i la formació amb l'activitat laboral o amb altres activitats." (DOGC (2007), pàg. 21.870)

També trobem per primer cop en el currículum la definició de competència:

"S'entén per competència la capacitat d'utilitzar els coneixements i habilitats, de manera transversal i interactiva, en contextos i situacions que requereixen la intervenció de coneixements vinculats a diferents sabers, cosa que implica la comprensió, la reflexió i el discerniment tenint en compte la dimensió social de cada situació." (DOGC (2007), pàg. 21.872)

Dins aquest marc de competències i la seva corresponent avaluació s'emmarca El Projecte Internacional per a la Producció Internacional d'Indicadors de Rendiment dels Alumnes (PISA) que avalua el nivell de competència matemàtica que tenen els alumnes de 15 anys en els països que formen part de l'OCDE.

Per tant el concepte de competència, a la llum del nou currículum i del projecte PISA, ha de tenir un paper rellevant en les nostres aules de secundària. Per una banda, el currículum només traça el camí a seguir i deixa com a tasca dels docents trobar activitats a partir de les quals es treballin aquestes competències sense gaire més guia que el reguitzell de continguts que s'han de treballar en cada curs. Per altra banda, PISA ens proporciona un marc teòric i exemples d'activitats sobre avaluació de competències però amb una prova amb uns objectius de diagnòstic i comparació de la situació a nivell internacional que s'allunyen de la nostra tasca docent i dels nostres objectius diaris.

2.3.- Preguntes d'investigació i objectius de la tesi

A partir del plantejament del problema descrit sorgeixen les següents preguntes d'investigació que després ens portaran a establir l'objectiu de la tesi.

2.3.1.- Preguntes d'investigació

Pregunta d'investigació:

Com es dissenya, s'implementa, s'analitza i s'avalua una unitat didàctica de mesura en termes de competències?
--

Això es pot respondre abordant, entre d'altres, les següents qüestions:

- Quines característiques han de tenir les activitats d'ensenyament-aprenentatge i d'avaluació per tal que desenvolupin l'assoliment de competències?
- Com es dissenya una unitat didàctica de mesura en termes de competències?
- Com s'avalua una unitat didàctica de mesura en termes de competències?
- Quines competències es poden desenvolupar prioritàriament en treballar el tema de la mesura?
- Quines dificultats es detecten en els alumnes en la realització de la unitat didàctica proposada?
- Quines dificultats es detecten en els alumnes per assolir determinades competències relacionades amb el treball de la mesura?

2.3.2.- Objectiu de la tesi

Objectiu:

Dissenyar, implementar, analitzar i avaluar una unitat didàctica de mesura a l'ESO, que inclogui treball pràctic fora de l'aula, en termes de competències.

Per aconseguir aquest objectiu el concretem de la següent manera:

- Determinar les característiques que han de tenir les activitats d'ensenyament-aprenentatge i d'avaluació per tal que desenvolupin el treball de competències
- Analitzar les dificultats que es plantegen a l'hora de dissenyar una unitat didàctica de mesura en termes de competències.
- Dissenyar instruments d'avaluació per la unitat didàctica de mesura en termes de competències.
- Determinar les competències que es desenvolupen prioritàriament en treballar la unitat didàctica dissenyada.
- Analitzar les dificultats que tenen els alumnes en la realització de la unitat didàctica i de les activitats proposades.
- Analitzar les dificultats dels alumnes per assolir determinades competències relacionades amb el treball de la mesura.

3.- Marc teòric

Per a poder donar resposta a les preguntes d'investigació plantejades en l'apartat 2.2.1 ha estat necessari conduir la recerca en diverses direccions començant pel concepte de competència, competència matemàtica i avaluació de competències, seguint per la importància i la necessitat de la mesura a l'ESO i per últim, i per les característiques de les pràctiques plantejades als alumnes, entrant en les característiques del treball en grup.

Seguint aquesta estructura el present capítol s'ha subdividit en quatre apartats, cadascun dels quals es fonamenta amb aportacions teòriques diverses i on, en cada cas, es cerca el propi posicionament.

3.1.- Competència i competència matemàtica

En aquesta apartat es fa una recerca del concepte de competència segons diversos autors i institucions com Abrantes, Perrenoud, el NCTM, els projectes PISA i DeSeCo de l'OCDE i el currículum actual entre d'altres.

3.2.- Avaluació de competències

Es fa un estudi de tres marcs teòrics per avaluar competències: el marc teòric del projecte PISA, el marc teòric per avaluar a l'aula de de Lange i el marc teòric proposat per Rey et al. per acabar determinant el marc teòric de la present tesi.

3.3.- El treball de la mesura a l'ESO

Es justifica la importància i la necessitat de treballar la mesura a l'ESO amb les aportacions teòriques entre d'altres de Bishop, Boero, el NCTM¹ i el propi currículum.

3.4.- Les competències bàsiques no matemàtiques

En aquest apartat es fa recerca sobre aquelles competències bàsiques que es treballen en la unitat didàctica a més a més de la competència matemàtica. Es destaca la Competència lingüística i audiovisual i el Tractament de la informació i competència digital.

A continuació es desenvolupen amb detall cadascun d'aquests quatre apartats.

3.1.- Competència i competència matemàtica

Aquest apartat està dividit en dos subapartats:

3.1.1.- El concepte de competència i competència matemàtica

En aquest apartat es fa recerca del concepte de competència i competència matemàtica segons diferents autors, fent un estudi amb més detall del currículum vigent a Catalunya actualment.

3.1.2.- Posicionament en el concepte de competència i competència matemàtica

A partir de les diferents definicions que s'han trobat i comentat en la recerca efectuada en l'apartat 3.1.1, es determinarà la definició de competència i

¹ (National Council of Teachers of Mathematics, Consell Nacional de Professors de Matemàtiques)

competència matemàtica amb què es treballarà en aquesta tesi tot justificant-ne l'elecció.

3.1.1.- El concepte de competència i competència matemàtica

La preocupació existent en molts països per donar als seus estudiants una educació que els capaciti per a ser uns ciutadans preparats pels reptes que la societat els planteja i els plantejarà ha portat a aquests països a fer-se preguntes sobre els seus sistemes educatius obligatoris. Segons Rauch, Steiner i Streissler (2008) el canvi en el plantejament de passar d'establir només quins continguts havien de ser ensenyats pel professorat als alumnes (input) a establir també quines competències havien d'aconseguir els alumnes (output) i com aconseguir-ho està fortament relacionat amb el pensament econòmic de les polítiques educatives. Aquest canvi va comportar la necessitat de nous marcs conceptuals on la noció de competència n'ha assolit un paper central. En aquest apartat es farà un recorregut pels seus usos i definicions al llarg dels últims 50 anys; es partirà d'una visió global del concepte de competència per acabar donant una visió més concreta de la idea de competència matemàtica.

El terme competència prové del món professional i de la formació professional tal i com assenyalen (Rychen (2003), Gironde (2005), Coll (2007), Zabala i Arnau (2007)) per a denotar la capacitat per a realitzar una determinada tasca o feina. El salt al camp de l'educació es remunta a l'any 1965 quan, en el llibre *Aspects of the theory of syntax*, Chomsky aplicà el terme competència al camp de la lingüística per contraposar el concepte d'actuació (performance) al de competència (competence). Per actuació Chomsky entén les accions concretes on el subjecte utilitza la llengua tant sigui oral com escrita i que estan sempre afectades per circumstàncies gramaticalment irrellevants com per exemple distraccions. Per altra banda, Chomsky veu la competència lingüística com una capacitat ideal i no subjecta a condicions gramaticals irrellevants (Puig (2008), pàg. 89).

Perrenoud (1997) (pàg. 24) dóna suport a la distinció entre competència (competence) i actuació (performance) que fa Chomsky i a la idea que el concepte de competència està relacionat a la capacitat d'improvisar, encara que ell emfatitza que la competència es desenvolupa com a resultat d'estudi i no d'una manera espontània. Segons Perrenoud el concepte de competència està relacionat amb el procés d'activació de recursos (coneixement, destreses, estratègies) en una varietat de contextos, que s'anomenaran situacions problemàtiques i defineix competència com: "una capacitat d'actuar eficaçment en un tipus definit de situació, capacitat que es recolza en els coneixements, però que no s'hi limita pas." (pàg. 7)

Com acabem de veure, el terme competència va arribar a la comunitat educativa i més concretament al camp de la lingüística de la mà de Chomsky, però la idea de competència lingüística que havia establert es podia fàcilment traslladar a altres disciplines i parlar per exemple de competència matemàtica, no obstant calia establir més acuradament què volia dir competència i què entendríem per ser competent en matemàtiques. El concepte de competència no es quedava exclusivament en el terreny educatiu d'adquisició de coneixements ja que el rerafons era força més ambiciós que això: per a que una persona sigui competent, ha de ser competent en el món que l'envolta, en la societat a la qual pertany. Per tant quan parlem de ser competent, per exemple en matemàtiques, no podem ignorar el context que l'envolta i aquell que l'envoltarà.

Però tal i com exposen Zabala i Arnau (2007) és en l'àmbit professional on el terme va començar a aparèixer a principis dels anys setanta fins a estendre's de "forma generalitzada" (pàg. 19) a l'actualitat. Segons els autors la majoria d'estudis sobre les competències professionals citen a McClelland com a "responsable de l'origen del concepte" (pàg. 32) En el seu famós article "Testing for competence rather than for "intelligence"², l'autor usa competència com una forma d'avaluar "allò que realment causa un rendiment superior en el treball". Zabala i Arnau fan un recull de diferents definicions³ dins de l'àmbit professional que inclou per exemple la definició de competències professionals donada pel Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales en el Real Decreto 797/1995 com:

*"la capacidad de aplicar conocimientos, destrezas y actitudes al desempeño de la ocupación de que se trate, incluyendo la capacidad de respuesta a problemas imprevistos, la autonomía, la flexibilidad, la colaboración con el entorno profesional y con la organización del trabajo"*⁴

El concepte de competència també va captar l'atenció de l'OCDE (*Organization for Economic Co-operation and Development*, Organització per la Cooperació i el Desenvolupament Econòmic) que segons la seva pàgina web⁵ es defineix com "un fòrum únic on els governs de 30 democràcies de mercat treballen juntes per tractar els reptes econòmics, socials i de govern de la globalització, així com per explotar les seves oportunitats."

A finals dels anys noranta, l'OCDE va impulsar dos projectes força ambiciosos: per una banda el DeSeCo (*Definition and Selection of Competencies*, Definició i Selecció de Competències) i per altra banda el projecte PISA (*Programme for International Student Assessment*, Programa per l'Avaluació Internacional d'Estudiants):

- **DeSeCo:** El 1997, el projecte DeSeCo va ser llençat per l'OCDE amb el propòsit de proporcionar un sòlid marc conceptual per informar sobre la identificació de les competències clau, per enfortir les avaluacions internacionals, i per ajudar a definir objectius globals per als sistemes educatius en una educació al llarg de la vida. A continuació en veurem els objectius i el treball que han fet en el camp de la noció de competència.
- **PISA:** Cada tres anys des de l'any 2000, el projecte PISA avalua els alumnes que estan finalitzant la seva educació obligatòria per saber en quina mesura han adquirit els coneixements i les habilitats essencials per a una plena participació a la societat. El projecte PISA té el seu propi marc teòric sobre avaluació de competències tal i com veurem amb més detall més endavant.

El projecte DeSeCo

El projecte DeSeCo tenia com a punt de partida respondre preguntes del tipus: ¿Quines són les competències perquè una persona pugui tenir èxit a la vida i viure

² McClelland, D. C. (1973). Testing for competence rather than for "intelligence." *American Psychologist*, 28(1), 1-14.

³ Els autors recullen les definicions de McClelland, McLeary, OIT (Organització Internacional dels Treballadors), Ministeri de Treball, del diccionari Larousse, INEM, Tremblay i Le Boterf i en fan una comparativa sota la seva dimensió semàntica i estructural que recullen en un quadre. Per a més informació vegi's Zabala i Arnau (2009) pàg. 32-36.

⁴ Real Decreto 797/1995 que es pot consultar a la URL:

http://www.boe.es/aeboe/consultas/bases_datos/doc.php?id=BOE-A-1995-14111

(consultat 31/03/2010)

⁵ www.oecd.org

de manera responsable i perquè la societat pugui enfrontar els reptes del present i del futur? A més a més, el projecte es va marcar l'objectiu de definir quines eren les competències que necessitava un ciutadà del segle XXI. Es volia trobar "quins conceptes i models podien ajudar a definir les competències" i també es volia "formar la base per a la selecció d'un conjunt restringit de competències clau". Es va optar per "l'enfocament interdisciplinari i orientat en funció de la política educativa." (Rychen (2003), pàg. 1-2). Per fer-ho va reunir experts de renom internacional de diferents àmbits entre els quals es trobaven el sociòleg Perrenoud o l'antropòleg Goody.

Segons Rychen (2003) "La missió principal de DeSeCo era la de construir un marc de referència conceptual que compregués molts àmbits i que fos rellevant per al desenvolupament de les competències clau des de la perspectiva de l'aprenentatge al llarg de tota la vida, i que a més a més avalués aquestes competències en un marc internacional". Per això es va haver de consensuar un vocabulari bàsic ja que "En els debats, i a vegades a la literatura especialitzada, hi ha tendència a fer servir les paraules *habilitat*, *titulació*, *estàndard*, *competència lectora* de forma poc clara, i fins i tot a intercanviar-les" (pàg. 6).

El primer que es va fer va ser definir el concepte de competència amb un model "holístic i dinàmic" (pàg. 6). Es va definir competència com "l'habilitat de complir les exigències complexes amb èxit mitjançant la mobilització dels prerequisits psicossocials." (pàg. 6).

D'aquesta manera "es posa èmfasi en els resultats que l'individu aconsegueix a través de l'acció, selecció, o forma de comportar-se segons les exigències, per exemple, relacionades amb un lloc professional, un paper social o un projecte personal concret." (pàg. 6) i afegeix que "Aquesta definició funcional o orientada en funció de la demanda, però, s'ha de complementar amb la contextualització de l'estructura de competència interna: cada competència correspon a la combinació d'habilitats pràctiques, coneixements (inclosos coneixements tàcits), motivació, valors ètics, actituds, emocions i d'altres components socials i de comportament que conjuntament poden mobilitzar-se perquè l'acció presa en una situació determinada pugui ser eficaç." (pàg. 6-7) A més a més, indica que "a DeSeCo les expressions *competència* i *habilitat* no es fan servir com a sinònims. L'expressió *competència* (un concepte holístic) es refereix a un sistema complex d'acció que engloba coneixement i components tant cognitius com no cognitius, mentre que l'expressió *habilitat* s'empra per definir l'habilitat per realitzar una acció motriu i/o una acció cognitiva, en gran mesura referides a habilitats cognitives." (pàg. 7)

A més del concepte de competència diversos autors han anat afegint adjectius per acabar d'ajustar el concepte a les seves necessitats, així DeSeCo parla de competències clau com a sinònim d'"essencial o important" (pàg. 7)

En el marc conceptual del projecte DeSeCo (2007) per competències clau classifica aquestes competències en tres àmplies categories:

- "Emprar eines de manera interactiva (per ex. llenguatge, tecnologia)
- Interactuar en grups heterogenis
- Actuar de forma autònoma" (pàg. 4)

El projecte DeSeCo no contempla la competència matemàtica com a tal i no en dona cap definició.

El projecte PISA

El *Programme for International Student Assessment* (PISA, Projecte Internacional per a la Producció d'Indicadors de Rendiment de l'Alumnat) creat el 1997

representa el compromís dels governs dels estats membres de l'OCDE per tal de fer un seguiment dels resultats d'aprenentatge dels sistemes educatius en relació amb els rendiments dels estudiants, dins d'un marc internacional comú. PISA té el seu propi marc teòric del qual se'n parlarà amb més profunditat en apartats posteriors.

Com estem veient, en el tombant de segle hi havia en paraules de Romainville(1996) un "irresistible ascens del terme competència a l'educació", aquest havia impregnat tota la comunicat educativa d'una manera aclaparadora. La quantitat de literatura en què es parla de competències és immensa. Fins i tot en la publicació "Principios y Estándares para la Educación Matemática" (2000) del prestigiós *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM)⁶ i traduïda de l'anglès al castellà l'any 2004 per la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales⁷, a l'hora de parlar respecte al principi d'aprenentatge fa unes consideracions sobre la "comprensió conceptual" i sobre el significat de "ser competent en matemàtiques":

"En les últimes dècades, les investigacions de psicòlegs i educadors sobre l'aprenentatge de disciplines complexes com les matemàtiques, han establert sòlidament l'important paper de la comprensió conceptual en el coneixement i l'activitat de les persones competents. Ser competent en un camp complex com el matemàtic suposa tenir l'habilitat per usar els coneixements amb flexibilitat i aplicar amb propietat allò après en un context, a un altre context." (pàg. 21)

El NCTM que organitza la seva publicació tal i com el títol indica en "principis" i "estàndards" no defineix el concepte de competència però no pot resistir la tendència imperant d'usar el concepte de competència matemàtica en la seva publicació.

A l'estela de la definició de competència clau de DeSeCo, el grup de treball B anomenat "Competències clau" de la Direcció General d'Educació i Cultura de la Comissió Europea defineix:

"Les competències clau representen un paquet multifuncional i transferible de coneixements, destreses i actituds que tots els individus necessiten per a la seva realització i desenvolupament personal, inclusió i feina. Aquestes haurien d'haver estat desenvolupades per al final de l'ensenyament o formació obligatòria, i haurien d'actuar com la base per un posterior aprenentatge com part d'un aprenentatge al llarg de la vida" (Comisión Europea (2004), pàg. 7)

A Key competences for a lifelong learning. European Reference Framework (Competències clau per a una educació al llarg de la vida. Marc de referència europeu) de la European Commission (2007) trobem la següent versió resumida del concepte de competència que defineix com "una combinació de coneixement, destreses i actituds apropiades al context" (pàg. 3) i defineix competència clau com "aquelles que tots els individus necessiten per l'acompliment i el desenvolupament personal, una ciutadania activa, la inclusió social i pel treball" (pàg. 3).

En aquest marc de referència estableix quines són les vuit competències clau:

1. Comunicació en llengua materna
2. Comunicació en llengua estrangera
3. Competència matemàtica i competències bàsiques en ciència i tecnologia
4. Competència digital

⁶ per a més informació sobre el NCTM consultar l'apartat 3.2.2

⁷ Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, en endavant Thales

5. Aprendre a aprendre
6. Competències socials i cíviques
7. Sentit de la iniciativa i d'esperit emprenedor
8. Consciència i expressió cultural

Per a cadascuna de les vuit competències clau en dóna la definició i n'estableix de forma breu els coneixements, destreses i actituds. Aprofundint en la competència matemàtica trobem que la defineix com: "la competència matemàtica és l'habilitat per desenvolupar i aplicar pensament matemàtic a fi de resoldre un ventall de problemes en situacions del dia a dia. Fonamentant en un domini sòlid del càlcul aritmètic, l'èmfasi és en el procés i l'activitat, així com en el coneixement. La competència matemàtica comporta a diferents nivells, l'habilitat i disposició a usar diferents formes matemàtiques de pensament (pensament lògic i espacial) i presentació (fórmules, models, constructes, gràfics)" (pàg. 8)

Com ja hem comentat, per a cada competència, a més a més de la seva definició s'estableix el coneixement, les destreses i les actituds essencials relacionades amb la competència. En el cas de la competència matemàtica tenim que:

- "El coneixement necessari en matemàtiques inclou un coneixement profund/sòlid dels nombres, les **mesures** i les estructures, les operacions bàsiques i les presentacions matemàtiques bàsiques, una comprensió dels termes matemàtics i dels conceptes, i consciència d'aquelles qüestions a les quals les matemàtiques hi poden donar resposta.
- Un individu hauria de tenir les destreses d'aplicar els principis matemàtics bàsics i els processos en els contextos del dia a dia a casa i a l'escola, i seguir i avaluar les cadenes de raonaments. Un individu ha de ser capaç de raonar matemàticament, comprendre les demostracions matemàtiques i comunicar en llenguatge matemàtics, i usar l'ajuda apropiada.
- Una actitud positiva en matemàtiques està basada en el respecte a la veritat i amb voluntat per buscar-ne les causes i per avaluar-ne la validesa." (pàg. 8)

En negreta hem assenyalat la mesura ja que és la part de les matemàtiques que treballarem en la present tesi. Per tant, notem que la mesura és un dels coneixements que segons la Comissió Europea ha de tenir una persona per ser competent en matemàtiques.

El concepte de competència també ha arribat als currículums de diferents països. A Portugal Abrantes com a Director General d'Educació Bàsica en va ser un dels artífexs. Abrantes (2001b), l'autor abraça les observacions de Chomsky i Perrenoud que hem vist anteriorment i senyala que el concepte de competència "no indica cap tipus específic de comportament que 'pot ser observat', ni tampoc es refereix a una actuació" (pàg. 42), segons l'autor "el concepte de competència intenta emfatitzar la idea d'integració del coneixement, destreses i actituds, on la integració és la idea clau." (pàg. 43)

A Abrantes (2001b) l'autor utilitza l'expressió de "competències imprescindibles" en contraposició de l'expressió "objectius mínims" o "destreses bàsiques" usada anys enrera. Abrantes justifica la tria d'aquesta expressió argumentant que "aquesta distinció és un tema políticament i pedagògicament important en un país [Portugal] on l'educació per a tothom és relativament recent" (pàg. 43)

En el document nacional portuguès sobre les "competències imprescindibles" en l'educació bàsica (a Portugal dels 6 als 15 anys), la secció dedicada a les matemàtiques està basada en un treball previ d'Abrantes et al. (1999) i els canvis introduïts arrel del debat públic a què va ser sotmès l'esborrany.

A partir d'aquest document nacional, Abrantes (2001b) estableix l'objectiu final d'ensenyar matemàtiques en l'educació bàsica en els següents termes:

"La matemàtica és part del patrimoni cultural de la humanitat i una manera de pensar que ha de ser accessible per tothom. Cada nen i adolescent ha de tenir l'oportunitat:

- d'haver-se familiaritzat, a un nivell adequat, amb les idees fonamentals i mètodes de les matemàtiques i apreciar-ne el seu valor i naturalesa.
- de desenvolupar la capacitat d'usar les matemàtiques per resoldre problemes, raonar i comunicar, així com la confiança en si mateix per fer-ho." (pàg. 44)

De les 8 competències matemàtiques que cita el text només reproduïrem aquí les relacionades amb les pràctiques estudiades en aquest treball, és a dir, aquelles relacionades amb la mesura, la resolució de problemes i el treball en grup que són els aspectes que es treballen en les activitats proposades als alumnes en aquesta tesi, a l'annex (A1) estan recollides totes i adequadament senyalades les que a continuació es detallen:

"Les competències matemàtiques que tot alumne ha de desenvolupar a través de l'educació bàsica integra aptituds, destreses i coneixement i inclou:

- la capacitat de discutir amb els altres i comunicar matemàticament pensaments a través de l'ús de tant el llenguatge oral com l'escrit tot adequant-se a la situació.
- la disposició d'intentar entendre l'estructura d'un problema i la capacitat de desenvolupar processos de resolució de problemes, d'anàlisi d'errors i l'assaig d'estratègies alternatives.
- la capacitat de decidir sobre la versemblança d'un resultat i usar, segons la situació, processos de càlcul mental, algorismes escrits o aparells tecnològics.
- la tendència a veure i a apreciar l'estructura abstracta darrere d'una situació de la vida quotidiana, de la natura o de l'art, que involucri elements numèrics o geomètrics o ambdós.
- la tendència a usar les matemàtiques, en combinació amb el coneixement d'altres àrees, per entendre situacions del món real, i tenir una actitud crítica respecte l'ús de mètodes i resultats matemàtics." (pàg. 44) (en l'annex A1 es troben totes les competències matemàtiques)

Per tant, en la visió d'Abrantes, un alumne és competent en matemàtiques si és capaç d'usar els coneixements matemàtics apresos a les situacions problemàtiques que se li proposin.

Després d'haver vist que la Comissió Europea i l'OCDE usen el concepte de competència clau i que Abrantes usa la idea de competència imprescindible, a Catalunya es va utilitzar (i s'utilitza) l'expressió de competència bàsica. Burgués i Torra (2001), com Abrantes, també clarifiquen que el sentit que aporta l'adjectiu de bàsiques al concepte de competència és en el sentit de necessària per desenvolupar-se amb èxit en la vida quotidiana i assenyalen la diferència que hi ha entre considerar aquest adjectiu de bàsica com a sinònim de mínim. És a dir, Burgués i Torra assenyalen que el concepte de competència bàsica no és sinònim de l'expressió "objectius mínims".

Seguint aquestes idees, la definició donada pel Departament d'Ensenyament de competència bàsica és: "S'entén per competència bàsica la capacitat de l'alumnat per posar en pràctica de manera integrada coneixements, habilitats i actituds que tenen un caràcter transversal, és a dir, que uneixen sabers i aprenentatges de diferents àrees, per aplicar-los a situacions de la vida real."(pàg. 2⁸)

La primera part de la definició correspon amb la visió donada per Abrantes i que ja ha estat comentada. El caràcter transversal ve a reforçar al idea que havia expressat Abrantes d'integració. En aquest cas d'integració de coneixements que en els nostres currículums actuals s'ensenyen i s'avaluen des de diferents àrees, però que en situacions reals no es poden aïllar.

A Catalunya, la recerca en competències bàsiques va començar el 1997 amb la col·laboració duta a terme entre el Consell Superior d'Avaluació, la FREREF (Fondation des Régions Européennes pour la Recherche en Éducation et en Formation) i els organismes corresponents de les comunitats autònomes de Balears i Canàries. La recerca va concloure amb la publicació de la *Identificació de les competències bàsiques en l'ensenyament obligatori* que va ser coordinat pel Consell Superior d'Avaluació i que va ser publicat l'any 2000. El curs 2001-2002, per elaborar les primeres proves d'avaluació de les competències bàsiques en l'educació secundària la Direcció d'Ordenació i Innovació Educativa va tenir com a referent el currículum de l'ESO de 1992 i l'estudi abans citat.

En un procés de continua investigació, les competències que s'avaluaven en la prova van patir alguns canvis. La mateixa prova també va anar experimentant certs canvis: en el curs 2007-2008 les proves només es van aplicar en centres pilots i el curs 2008-2009 s'ha reestructurat en una prova per a 6è de primària.

Per la seva extensió i importància l'estudi del concepte de competència i competència matemàtica en el currículum de Catalunya es farà més endavant en un apartat propi.

Com hem vist el terme competència ha adquirit una gran importància i es percep en part com un concepte que pot donar solució a les necessitats del segle XXI en diferents camps i entre ells en l'educació. En paraules de Perrenoud (1997) "L'evolució del sistema educatiu cap al desenvolupament de competències és una hipòtesi digna de la major atenció. Potser és l'única manera de "donar sentit a l'escola", de salvar una forma escolar que s'esgota sense que es vegi, en l'immediat, d'alternativa creïble." (pàg. 42)

No estariem fent un retrat complet de la situació del concepte de competència si obviéssim les crítiques o els comentaris no tan elogiosos que se n'han fet al respecte.

En primer lloc, hi ha la crítica a la falta de concreció del concepte: allò que uns ho consideren una virtut i titllen el concepte d'"holístic" a d'altres no els sembla tant positiu i creuen que porta a que tothom hi vegi allò que hi vol veure portant a diferents conceptes sota el mateix mot; ja en 1985 Short publica un article titulat: "El concepte de competència: el seu ús i mal ús en l'educació" on afirma "pocs termes han estat tan mal usats com utilitzats en excés com competència". (pàg. 2) Segons l'autor, "basats en l'examen de l'ús actual, competència sembla referir-se a

⁸ Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Proves d'avaluació de les competències bàsiques. Síntesi de Resultats. Curs 2001-2002. URL: http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Documents/ARXIUS/doc_41915429_1.pdf (consultat 26/08/2008)

diferents conceptes, abastant des de comprensions del terme molt limitades a d'altres de molt àmplies”(pàg. 2) i titlla el terme competència de “confús”(pàg. 2).

En un altre línia també considera que el concepte té seriosos problemes a l'hora de portar-lo al terreny pràctic i que porta a dilemes quan es plantegen preguntes pràctiques com per exemple: “Pot la competència ser ensenyada? o Com pot ser detectada la competència?”(pàg. 2) així com d'altres referides a l'ordenació curricular.

Després de plantejar tots aquests dubtes enumera les, segons ell, 4 concepcions diferents que té el terme. Sense entrar a analitzar les diferents concepcions i en les conclusions a què arriba, el realment rellevant és constatar que ja en el 1985 trobem articles exclusivament dedicats a intentar posar ordre en el concepte de competència.

Des de Catalunya Coll (2007) ens adverteix que “hauríem d'evitar caure de nou en l'error,(...), d'atribuir a un plantejament determinat,(...), la capacitat de generar més propostes i solucions de les que raonablement pot solucionar” (pàg. 6).

Concretament, Coll assenyalava que “les propostes consistents en definir els aprenentatges escolar únicament en termes de competència, prescindint de la identificació dels diferents tipus de continguts i coneixements que aquestes mobilitzen, són enganyoses i resulten contradictòries amb el mateix concepte de competència.” (pàg. 6). En la seva opinió l'èmfasi que es fa de “l'aplicació d'uns sabers pot portar-nos a fer oblidar la necessitat d'aquests sabers”. Perrenoud (1997) també ens adverteix que la noció de competència no substitueix els coneixements sinó que “formar a través de competències no porta a donar l'esquena a l'assimilació de coneixements” (pàg. 9)

A més a més, Coll (2007) assenyalava que si definim aprenentatges escolars només en termes de competències separatament dels “contextos socioculturals d'adquisició i ús pot donar lloc a un procés d'homogenització curricular que acabi ofegant la diversitat cultural” (pàg. 6-7).

L'autor també creu que “la idea àmpliament estesa que és molt més fàcil identificar i arribar a un consens sobre els aprenentatges que ha de promoure l'educació escolar quan es defineixen en termes de competències és al meu judici essencialment errònia” (pàg. 7). Segons ell en la presa de decisions sobre els aprenentatges escolars també hi ha un “component ideològic important”.

Per últim també assenyalava que “l'enfocament de les competències no resol el problema de com avaluar-les. Com succeeix també en el cas de les capacitats, no és fàcil mantenir la continuïtat i la coherència en un procés de presa de decisions que ha de conduir des d'unes competències definides de forma necessàriament general i abstracta, fins a unes tasques concretes d'avaluació la realització de les quals per part de l'alumnat ha de permetre indagar el grau de domini aconseguit en l'aplicació de les esmentades competències.” (pàg. 7-8) Fins i tot afegeix que “les competències, com les capacitats, no són directament avaluable”.

En resum, en opinió de Coll, “les aportacions dels enfocaments basats en competències són molt valuoses, però definitivament tampoc són un remei miraculosos.” (pàg. 8)

Puig(2008) també fa unes apreciacions a la traducció del marc teòric del projecte PISA i de l'abús que es comet en traduir diferents conceptes aglutinant-los en la paraula competència.

A continuació i en primer lloc, analitzarem el concepte de competència i competència matemàtica del projecte OCDE/PISA després de fer un breu resum del propi projecte i en segon lloc establirem la idea de competència que hi ha en el nou currículum de l'ESO a Catalunya. Després d'haver fet recorregut per les diferents definicions de competència i competència matemàtica fixarem la definició amb la qual treballarem en la present tesi.

3.1.1.a.-La idea de competència en el projecte OCDE/PISA

El Projecte Internacional per a la Producció Internacional d'Indicadors de Rendiment dels Alumnes (PISA) és el resultat d'un nou compromís per part dels governs dels països membres de l'Organització per la Cooperació i el Desenvolupament Econòmic (OCDE) per establir un seguiment dels resultats dels sistemes educatius en el rendiment dels alumnes, dins un marc internacional comú.

Els països participants s'encarreguen del projecte polític i experts de cadascun dels països participants formen grups de treball per unir els projectes polítics amb els coneixements tècnics i de contingut avançat en el camp de l'avaluació comparativa a nivell internacional.

Característiques bàsiques del projecte OCDE/PISA

Les proves del projecte PISA avaluen alumnes de 15 anys matriculats en programes d'educació acadèmics o professionals. Les passen entre 4.500 i 10.000 alumnes de cada país, el nombre de països participants va augmentant en cada edició: en el 2003 hi van participar 41 països, en el 2006 van ser 56 i en l'edició del 2009 en van ser 64(dada provisional).

Les proves s'estructuren en tres àrees de coneixement: lectura, matemàtiques i ciències. Encara que aquestes àrees es corresponen amb assignatures concretes dels centres educatius, les proves no estan dirigides a avaluar els coneixements dels alumnes respecte al contingut del currículum específic de cada assignatura, sinó que estan dirigides a avaluar els coneixements i les destreses necessàries per a la seva vida com a adults.

L'any 2000 es va publicar el primer marc teòric, l'any 2003 se'n va publicar el segon on el marc conceptual de la part matemàtica estava ampliat en profunditat donat que aquesta part hi tenia una especial importància en aquella edició. Aquest marc conceptual el va publicar l'OCDE en francès i anglès. Aquest document va ser després publicat en la seva traducció castellana per l'INECSE⁹ i també va ser publicat en català pel Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu.

L'any 2006 es va realitzar el tercer cicle de proves ara amb més importància a la part científica. L'OCDE va publicar el marc conceptual el 2006 en anglès. També va ser publicat en castellà i en català. A continuació resumim les característiques bàsiques del projecte PISA segons el marc conceptual del 2006 en la versió catalana.

En primer lloc PISA a OCDE (2006, cat) es defineix com un projecte que segueix "un model dinàmic d'aprenentatge en el qual els nous coneixements i les noves habilitats necessaris per a una adaptació positiva davant un món canviant s'adquireixen durant tota la vida." (pàg. 7). És a dir, que el projecte PISA com ja

⁹ INECSE: Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo

havíem comentat enllaça amb el projecte DeSeCo també de l'OCDE i els seus estudis sobre una educació al llarg de la vida.

A continuació trobem les principals característiques de les proves PISA per tenir-ne una idea més acurada:

- **"Principis"**
 - Una avaluació internacional estandarditzada que ha estat desenvolupada conjuntament pels països participants i administrada a alumnat de 15 anys integrats en el sistema educatiu.
 - Un estudi implementat en 43 països en el primer cicle (32 en el 2000 i 11 en el 2002), 41 països en el segon cicle (2003) i 56 en el tercer cicle (2006).
 - Per regla general s'examinen entre 4.500 i 10.000 alumnes per país.
- **Contingut**
 - PISA 2006 cobreix els àmbits de la competència lectora, matemàtica i científica no tant en termes de domini del currículum escolar sinó en termes de coneixement i habilitats importants i necessàries en la vida adulta.
 - Es posa l'èmfasi en el domini dels processos, la comprensió dels conceptes i l'habilitat per funcionar en diverses situacions dins de cada àmbit de coneixement.
- **Mètodes**
 - S'utilitzen proves per escrit, de paper i llapis, que duren un total de dues hores per a cada alumne/a.
 - Els ítems de les proves són una barreja d'ítems d'elecció múltiple i de preguntes obertes. S'organitzen en grups basats en un text que planteja una situació de la vida real.
 - La durada total de les proves és d'aproximadament 390 minuts, durant els quals diferents alumnes responen a diferents combinacions d'ítems.
 - L'alumnat contesta un qüestionari de context, que triga uns 30 minuts en completar-se i que ofereix informació sobre l'alumnat i el seu entorn familiar. Els directors dels centres contesten un qüestionari d'aproximadament 20 minuts sobre el seu centre.
- **Cicle d'avaluació**
 - L'avaluació es fa cada tres anys dins d'un pla estratègic que s'estén fins al 2015.

Cada un d'aquests cicles analitza en profunditat un àmbit "principal", al qual se li destinen dos terços del temps de la prova; de cadascun dels altres àmbits s'ofereix un perfil resumit d'habilitats. Els àmbits principals han estat la capacitat lectora el 2000, la capacitat matemàtica el 2003 i la capacitat científica el 2006." (pàg. 9)

En el marc teòric de les proves PISA 2006 (OCDE 2006, traducció en català) es determina que: "El principal objectiu de l'avaluació PISA és determinar en quina mesura els joves han adquirit aquella àmplia gamma de coneixements i habilitats en les àrees de les *competències lectora, matemàtica i científica* que els permetrà desenvolupar-se en la vida adulta." (pàg. 10)

Però afegeix que no es centra només en l'avaluació d'aquestes competències: "Així mateix, l'avaluació de les competències transversals continua sent un element essencial de PISA 2006." (pàg. 10)

Notem que el projecte PISA emfatitza "l'avaluació en funció del grau d'aptitud adquirit i d'uns conceptes de gran amplitud" (pàg. 12) ja que les nacions mostren interès en desenvolupar el seu capital humà, concepte que l'OCDE defineix: "Els coneixements, les habilitats, capacitats i altres atributs pertanyents als individus

que influeixen de manera significativa en el benestar personal, social i econòmic.” (pàg. 12)

PISA troba necessari aquest enfocament si volem “fomentar que els centres d’ensenyament i els sistemes educatius es centrin en els reptes que planteja la societat contemporània.” (pàg. 12)

El projecte PISA no defineix el concepte de competència i parla directament competència matemàtica (Mathematical Literacy)¹⁰. S’ha pres la decisió d’agafar aquesta definició de competència matemàtica enlloc a la que en anglès correspon a mathematical competence: “Les competències matemàtiques són els processos matemàtics que usen els alumnes per resoldre els problemes” (pàg. 192) ja que creiem que la traducció del Consell Superior d’Avaluació del Sistema Educatiu té una intenció i que la definició que trobem a continuació és que la més correspon amb seva idea de competència matemàtica.

L’àmbit de competència en matemàtiques (Mathematical Literacy) s’ocupa de la “capacitat dels estudiants per analitzar, raonar i comunicar idees d’una manera efectiva al plantejar, formular, resoldre i interpretar problemes matemàtics en diferents situacions.” (pàg. 161)

Segons Rico (2007) el projecte PISA “aposta per entendre les matemàtiques com conjunt de processos que proporcionen resposta a problemes. (...) [i] considera que les matemàtiques escolars han de prioritzar les *tasques de trobar*(problemata), per sobre de les *tasques de provar*(teoremata)” (pàg. 49). Segons l’autor “aquesta avaluació es centra en l’ús pels estudiants d’unes eines matemàtiques per resoldre i donar resposta a problemes i a necessitats, posant en funcionament unes determinades competències” (pàg. 49)

I afegeix que “la consideració de les matemàtiques com a “mode de fer” i la noció d’alfabetització responen a un model funcional sobre l’aprenentatge de les matemàtiques. Aquest model postula:

- unes tasques contextualitzades
- unes eines conceptuals
- un subjecte

Quan el subjecte tracta d’abordar les tasques mitjançant les eines disponibles, mobilitza i posa de manifest la seva competència en l’execució dels processos corresponents ” (pàg. 49)

Respecte a la competència matemàtica el projecte PISA la defineix com: “l’aptitud d’un individu per identificar i comprendre el paper que desenvolupen les matemàtiques en el món, assolir raonaments ben fundats i utilitzar i participar en les matemàtiques en funció de les necessitats de la seva vida com a ciutadà constructiu, compromès i reflexiu” (pàg. 161)

A continuació s’estableixen uns comentaris per aclarir aquesta definició de l’àrea d’avaluació que acabem de veure:

¹⁰ Es recollirà l’expressió Competència matemàtica (Mathematical Literacy) quan en la versió en anglès s’usi l’expressió Mathematical Literacy i Competència matemàtica en la traducció en castellà i Competència matemàtica en la traducció catalana. En contraposició al concepte de Competence en la versió anglesa traduïda també per competencia i competència respectivament en castellà i català. Per a més detalls consulteu l’annex (A2)

“- El terme *competència matemàtica* s'ha escollit per emfatitzar l'ús funcional del coneixement matemàtic en nombroses i diverses situacions i de manera variada, reflexiva i basada en una comprensió profunda. Per descomptat, perquè aquest ús sigui possible i viable, es requereixen una gran quantitat de coneixements i d'habilitats matemàtiques bàsiques, i tals habilitats formen part de la nostra definició de competència. En el sentit lingüístic, la competència pressuposa, entre d'altres coses, un ampli vocabulari i un coneixement substancial de les regles gramaticals, la fonètica, l'ortografia, etc. A l'hora de comunicar-se, els éssers humans combinen aquests elements d'una manera creativa en resposta a les diferents situacions del món real en les quals es veuen embolicats. De la mateixa manera, la competència matemàtica no ha de limitar-se al coneixement de la terminologia, dades i procediments matemàtics, encara que, lògicament, ha d'incloure'ls, ni a les habilitats per dur a terme certes operacions i complir amb determinats mètodes. La competència matemàtica comporta la combinació creativa d'aquests elements en resposta a les condicions que imposi una situació externa.

- El terme *món* significa l'entorn natural, social i cultural on habita l'individu. Com va assenyalar Freudenthal (1983): «Els nostres conceptes, estructures i idees matemàtiques s'han inventat com eines per organitzar els fenòmens del món físic, social i mental» (pàg. ix).

- L'expressió *utilitzar i participar* s'aplica per a englobar l'ús de les matemàtiques i la resolució de problemes matemàtics. Comporta també una implicació personal al comunicar, relacionar, avaluar i fins i tot, apreciar les matemàtiques i gaudir-ne. D'aquesta manera, la definició de competència matemàtica engloba l'ús funcional de les matemàtiques en sentit estricte, així com la preparació per poder continuar estudiant-les, i els aspectes estètics i recreatius de les matemàtiques.

- L'expressió *“la vida dels individus”* inclou la vida privada de les persones, però també la laboral i social amb els seus companys i familiars, així com la seva vida com a ciutadà dins d'una comunitat.” (pàg. 162)

En aquest punt s'ha tractat les característiques bàsiques del projecte OCDE/PISA i la definició del concepte de competència matemàtica, més endavant es descriurà amb més detall el marc teòric per establir com s'avaluen aquestes competències en les proves PISA.

A continuació s'estableix el concepte de competència segons el currículum.

3.1.1.b.- De la noció de competència a l'elaboració de currículums per competències

Aconseguir l'ambició objectiu de proporcionar als nostres alumnes la formació necessària perquè s'enfrontin als reptes que el futur els hi plantejarà és clar que no es pot assolir simplement determinant el concepte de competència. És per això que a partir de la noció de competència i des dels diferents estaments involucrats (organismes internacionals, governs i comunitat educativa) s'ha treballat en diferents línies partint del concepte de competència i tenint sempre com objectiu comú formar als ciutadans del futur.

Per una banda, com ja hem mencionat en el punt anterior, des de fa una parell de dècades l'OCDE a través del seu projecte PISA, treballa en l'avaluació de competències elaborant una prova i implementant-la, en els països participants, en grups d'alumnes seleccionats just abans de finalitzar els seus estudis obligatoris per

després elaborar-ne els corresponents informes. És per tant una diagnosi de la situació que ha de servir als ministeris d'educació dels països participants corresponents per poder prendre les decisions pertinents.

La publicació cada tres anys dels resultats de les proves PISA per part de l'OCDE provoca nombrosos titulars arreu del món, molts dels quals no passen del rànquing establert entre països i de la relació de cada país respecte als altres. És innegable l'èxit mediàtic de l'informe i la penetració i impacte que té en totes les capes de la societat. A partir de la publicació dels resultats i de la impossibilitat que tothom quedi en primer lloc, s'aixequen moltes veus des de tots els àmbits de la societat reclamant millores en l'educació. Aquest creixent malestar entre el conjunt de la societat provoca que les reformes educatives adquireixin importància en les agendes polítiques dels diferents governs i que aquestes s'hagin d'explicar, no només a la comunitat educativa, sinó a la societat en general.

Els resultats de l'informe PISA són un dels factors que han contribuït per una banda a posar al descobert els problemes de educació obligatòria, però per l'altra a que la solució no passa únicament per gastar-se més diners en educació; en paraules de Perrenoud (1997) "en les societats desenvolupades, l'opinió pública i la classe política ja no estan disposades a recolzar el creixement il·limitat dels pressupostos d'educació i ambdós exigeixen comptes: volen una escola més eficaç, que prepari millor per a la vida sense costar més cara". (pàg. 18) i afegeix que ja no hi ha prou a atorgar un títol al final dels estudis ja que "la carrera per obtenir un diploma perd la seva conveniència d'acord amb la desvalorització dels títols i amb l'escassetat dels llocs de treball".

Aquestes demandes des de la societat en general fa que s'engeguin diferents propostes: el mateix Perrenoud ens explica el cas de Bèlgica i la seva base de competències. Una base de competències és un "document que enumera, de manera organitzada, les competències a què ha de dirigir-se la formació" i afegeix que "no és un programa clàssic, no diu allò que es necessita ensenyar, sinó allò que els alumnes han de dominar i ho diu amb el llenguatge de les competències"(pàg. 62) El 1994 el Ministeri d'Educació de la Comunitat francesa de Bèlgica va publicar el "Socles de compétences dans l'enseignement fondamental et au premier degré de l'enseignement secondaire"¹¹ document que no era obligatori sinó més aviat una eina de treball de caràcter experimental encara que es deixava la porta oberta a que en un futur adquirís més rellevància.

A Abrantes (2001b) l'autor ens explica com l'any 1996, el Ministre d'Educació portuguès va proposar un debat nacional sobre "els principals problemes a l'educació bàsica" (pàg. 39) i a partir d'aquest es va reformular el concepte de currículum. Després d'uns anys de, per una banda, proves pilots en centres que s'havien ofert voluntaris a participar en un projecte titulat "gestió flexible del currículum" i per l'altra, de documents de discussió proposats des del ministeri per determinar les "competències essencials", el 2001 es va adoptar una nova llei educativa¹².

Però Abrantes també descriu la dificultat que va tenir la societat per acceptar els canvis que es van proposar: per exemple cita el fet que "la sola proposta de donar a les escoles la possibilitat d'organitzar les classes en períodes de 90 minuts" va comportar quasi "una revolució, provocant inusuals debats públics sobre educació" (pàg. 47). L'autor per això creu que l'adopció del concepte de competència tot i "no

¹¹ "Bases de competències en l'educació bàsica i en el primer grau de l'educació mitjana"

¹² Per a més informació, vegi's el web del Ministeri d'Educació portuguès: <http://www.min-edu.pt/>

ser fàcil d'explicar i que tendeixen a sorgir malentesos" (pàg. 47) no és la font única de problemes, ja que les propostes de de Lange (1996) que comportaven l'ús i aplicació de les matemàtiques a les escoles ja van despertar certs recels. Tot i ser ben vistes com a mètodes complementaris o com a aplicacions, "no són generalment vistes com a essència del currículum" (pàg. 48). Anem a veure a continuació l'experiència danesa.

A Dinamarca per encarar els reptes i els problemes dels seu sistema educatiu el Ministeri d'Educació va crear el 2000 un comitè per dur a terme un projecte "per explorar el terreny de l'ensenyament i aprenentatge matemàtic i veure que es podia fer per millor el seu estat" (Niss (2003), pàg.4 versió web). Aquest projecte, presidit pel mateix Niss, va rebre el nom de KOM (sigles en danès per Competències i Aprenentatge de les Matemàtiques) i en un principi es van plantejar una sèrie de preguntes. A continuació en destaquem 3:

- "Quines competències matemàtiques necessiten ser desenvolupades pels estudiants en les diferents fases dels sistema educatiu? (...)
- Com mesurarem la competència matemàtica?
- Com ha de ser el contingut dels currículums de matemàtiques moderns?" (pàg. 4-5)

El projecte tenia com a objectiu "fer recomanacions per reformar l'educació matemàtica a Dinamarca i donar idees i inspiració al desenvolupament futur del seu ensenyament i aprenentatge." (pàg. 6). El comitè, d'unes 20 persones, representant els diferents segments implicats en l'educació matemàtica del país, van basar el seu esforç en respondre la pregunta: Què significa dominar les matemàtiques? i responen que "dominar les matemàtiques vol dir posseir competència matemàtica" (pàg. 6) i defineixen la competència matemàtica i adopten l'estudi fet pel mateix Niss on determina 8 competències que divideix en dos grups. En ser l'autor membre del grup d'experts en matemàtiques del projecte PISA aquesta classificació té molt relació en la seguida en el projecte. En el projecte també s'endinsen breument en el terreny de l'avaluació de competències. El document final del projecte es va publicar, en danès, el 2002¹³.

El 1998 a Catalunya es va engegar el projecte: "Identificació de les competències bàsiques en l'ensenyament obligatori"(Sarramona (2000)) en el marc de la FREREF¹⁴. La FREREF es va fundar el 1991 a iniciativa de les regions europees de Rhône-Alps, Llombardia, la comunitat francesa de Bèlgica i Catalunya. Més tard s'hi van incorporar les regions de Balears, la república del cantó de Ginebra, el Lander de Baden Württemberg i Luxemburg. Té la seu central a Brussel·les i la secretaria permanent a Lyon. Està constituïda com una xarxa de xarxa amb la tasca d'estimular i ajudar en els treballs en recerca en l'educació i la formació entre les seves regions membres. El 1998 es va crear un comissió tècnica amb Balears, Canàries i Catalunya per dur a terme el projecte per a la identificació de les competències bàsiques.

Per a identificar les competències bàsiques es van passar uns qüestionaris a una selecció de representants involucrats en l'educació i la formació: professors, alumnes, inspecció, sindicats, consell escolar, organitzacions patronals. A partir del buidatge dels qüestionaris es va elaborar una llista de competències bàsiques agrupades en 5 àmbits: Matemàtics, Social, Tecno-científic, Llenguatge i Laboral.

¹³ Niss, M., Jensen, T.H. (eds.) (2002): Kompetencer og matematiklaering, Uddannelsesstyrelsens temahaefteserie, nr 18, 1-134. Undervisningsministeriet.

¹⁴ FREREF: Fondation des Régions Européennes pour la Recherche en Éducation et en Formation. Pàgina web : <http://www.freref.eu/>

Tota el procés i el resultat de l'estudi va quedar recollit en la publicació del Departament d'Ensenyament (2000).

El curs 2000-2001 s'inicia la incorporació de les competències bàsiques en el document sobre les instruccions del curs emplaçant-los a determinar per cada cicle els objectius que garantissin l'adquisició de les competències bàsiques. D'aquesta manera les competències bàsiques entraven a formar part de l'activitat curricular dels centres. Per altra banda també s'engegava un programa d'avaluació generalitzada de competències bàsiques a tots els alumnes amb dues proves als 10 i als 14 anys.

També es va posar en marxa la Conferència Nacional d'Educació 2000-2002, que s'encarregava de fer "un diagnòstic exhaustiu del nostre sistema educatiu i de (...) graduar les competències identificades i suggerir criteris generals per a la seva avaluació. (Sarramona (2003), Consell Superior d'Avaluació (2002)). A començaments del 2002 es va començar un estudi per identificar les competències en els camps que faltaven (TIC, educació física, ensenyaments artístics: música, visual i plàstica, dansa, teatre) on hi participaven un major nombre de comunitats autònomes. La relació de totes les competències bàsiques en els àmbits (lingüístic, matemàtic, tecnicocientífic, social, laboral, de les TIC, educació artística, educació física) es van recollir en el document "Relació de competències" del Consell Superior d'Avaluació (2003). El juny del 2003 es va celebrar a Barcelona el congrés de les competències bàsiques amb uns 700 inscrits i on es van presentar quatre conferències (Rychen (2003), Hutmacher, Schleicher (2003) i Sarramona (2003)) que van tractar el concepte de les competències des d'una perspectiva internacional i també l'aportació de Catalunya en el procés d'identificació i d'avaluació de les competències.

Després es va obrir un debat públic amb l'objectiu d'arribar a un Pacte Nacional per a l'Educació que es va definir "com és un instrument per promoure la participació ciutadana i, especialment, la de la comunitat educativa i de les seves entitats representatives" tal i com es recull en el web¹⁵ que es va crear per fer-ne difusió. Es van constituir cinc grups de treball en els àmbits de: Professorat, Autonomia de centre, Família i educació, Coresponsabilitat dels ajuntaments amb l'educació i Igualtat d'oportunitats i llibertat d'ensenyament en el marc del servei públic educatiu, amb l'objectiu de crear els corresponents documents. Les conclusions a què van arribar els diferents grups van ser recollides i publicades el 2006 per la Generalitat de Catalunya com a mostra del compromís polític amb els objectius recollits pels diferents grups. La Llei d'Educació de Catalunya aprovada el juliol del 2009 és projecte més ambiciós que s'ha fet a partir d'aquest Pacte Nacional per a l'Educació.

Acabem de fer un recull d'alguns exemples de debats plantejats en diferents països des dels seus governs amb la intenció de millorar els seus sistemes educatius tot promovent la implicació de representats de la societat en general. En el cas de Portugal, Abrantes ens ha explicat com aquest debat va comportar l'elaboració d'un nou currículum portuguès i també ens ha exposat algunes de les dificultats amb què es van trobar en el camí. Abans d'entrar a fer un estudi del currículum que es va aprovar a Catalunya l'any 2007 ens aturarem abans ens algunes apreciacions que ens fa Perrenoud sobre les dificultats que sorgeixen a l'hora d'intentar passar de la noció de competència a organitzar l'educació d'un país en termes de competències.

Les dificultats d'elaborar un currículum per competències

¹⁵ http://www10.gencat.net/e13_forum/participa.htm

Philippe Perrenoud és doctor en sociologia i antropologia i la seva obra "Construire des compétences dès l'école" ha tingut una gran repercussió, l'edició francesa ja va per la seva cinquena edició i ha estat traduït a diversos idiomes entre ells el castellà. La influència a que aquest autor ha tingut a casa nostra es pot comprovar, per exemple, a Graells (2008) en la conferència "Algunes reflexions sobre competències bàsiques" que va donar el Director general de l'Educació Bàsica i el Batxillerat, Jaume Graells, en el marc de la Cinquena Jornada d'ensenyament de les matemàtiques organitzada per FEEMCAT¹⁶, XEIX¹⁷ i SCM¹⁸ en citar com a definició de competència: "Una competència és la capacitat d'actuar amb eficàcia davant un tipus definit de situacions". (pàg. 1) traducció pràcticament idèntica a la que s'ha donat en aquest treball a la definició que fa Perrenoud en l'esmentada obra.

Ja hem vist en l'apartat de concepte de competència que tot i tenir clar l'objectiu que es vol assolir sorgeixen moltes dificultats a l'hora de determinar el camí a seguir per aconseguir-lo. Recordem que l'autor considera el desenvolupament per competències com d'una manera "de salvar una estructura escolar que s'esgota sense que un se'n doni compte immediatament, d'alguna alternativa creïble" (pàg. 41) i també afirma que les competències com ell les defineix poden ser la resposta a "una exigència social" i ens poden donar mitjans per "per poder actuar sobre la realitat".

Però el vertader desafiament comença a l'hora de començar a plantejar-se aquest desenvolupament i tot i que l'autor considera que val la pena superar-los en destaca la dificultat que aquesta evolució suposa, ja que segons ell: "exigeix transformacions importants dels programes, de les didàctiques, de l'avaluació, del funcionament de les classes i dels establiments, de l'ofici de professor i del treball de l'alumne, transformacions que susciten la resistència passiva o activa d'una part dels interessats, de tots aquells per als quals l'ordre gestor, la continuïtat de les pràctiques o la preservació dels avantatges guanyats importen més que l'eficàcia de la formació."(pàg. 42)

A continuació ens centrarem en els principals perills que l'autor apunta respecte als currículums:

El primer perill que apunta es trobar les competències transversals, tasca gens senzilla on fins i tots alguns autors es van mostrar incrèduls a que existissin (Rey (1996)) i on es destaca la dificultat de trobar l'equilibri entre definir massa competències massa concretes o definir poques competències massa generals. Aquesta mateixa dificultat torna a sorgir quan es volen definir les competències de cada disciplina.

El segon perill és el problema de la transposició didàctica¹⁹: les competències s'han de treballar en situacions: "concretes, amb continguts, contextos i reptes identificats" (pàg. 49). Quan el programa no aporta cap context deixa en mans dels

¹⁶ FEEMCAT: *Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques de Catalunya*

¹⁷ XEIX: *Societat Balear de Matemàtiques SBM-XEIX*

¹⁸ SCM: *Societat Catalana de Matemàtiques* filial de l'IEC (*Institut d'Estudis Catalans*)

¹⁹ Perrenoud (1996) defineix transposició didàctica com la successió de *transformacions* que transfereixen elements de la cultura en vigor en una societat (sabers, pràctiques, valors, etc.) a allò que s'incorpora en els objectius i programes de l'escola, i després a allò que queda de tot això en els continguts efectius de l'ensenyament i del treball escolar, i finalment "en el millor dels casos" allò que es construeix en el cap de part dels alumnes. (pàg. 96)

professors aquesta responsabilitat el que provoca que els professors partidaris de la idea de competència assumeixin el repte i abocant la seva pròpia visió de la societat (més que quan només transmetien coneixements) en l'elecció de les pràctiques socials a treball. Per altra banda, aquells professors no interessats per aquest enfocament seguiran com abans.

Perrenoud creu que els sistemes educatius defugiran de fer eleccions clares i de donar exemples de situacions que no donin lloc a equívocs (defugint, això sí, d'elaborar una llista exhaustiva) i preferiran adaptar un llenguatge "molt general i asèptic" sense referències clares o contextos identificables i aposta perquè crearan textos "plans i neutres" (pàg. 50)

El tercer perill és la por que s'ha suscitat respecte a que el concepte de competència acabi amb les disciplines. L'autor advoca per no "dissoldre" les disciplines, però sí revisar les seves interseccions.

El quart perill que apunta és que es vulgui desenvolupar competències limitant-se a "estimular les capacitats de raonament, d'argumentació, d'observació, d'imaginació" (pàg. 57) Per l'autor el problema d'uns programes poc valents i poc allunyats dels programes nacionals fa que aquests estiguin "envaïts" pel llenguatge de les competències, però que això no sigui més que un "vestit nou" amb el qual es vesteixen els sabers ensenyats "des de sempre". I ho resumeix afirmant que "no n'hi a prou en afegit a qualsevol coneixement una referència qualsevol d'acció (traduir en forma gràfica, observar, verificar que...) per designar una competència (pàg. 61)

Per això fa una proposta d'una base de competències i posa com exemple el cas belga explicat a l'apartat anterior, encara que això desperta el cinquè perill: les dificultats de com lligar el document de bases amb el currículum.

També Zabala i Arnau (2007) reflexionen sobre les propostes curriculars dels diferents països i apunten que "la pressió dels estudis universitaris, per una banda, i una concepció generalitzada sobre el valor intrínsec dels sabers teòrics, per altra, han donat lloc a una educació que ha prioritzat els coneixements sobre la seva capacitat per ser aplicats a la pràctica, no obstant les declaracions explícites defensant un ensenyament basat en la formació integral, entesa aquesta com el desenvolupament de totes les capacitats de la persona per poder intervenir eficaçment en els diferents àmbits de la vida" (pàg. 21)

A més a més destaquen que aquesta preeminència de la teoria sobre la pràctica és més acusa en els països de tradició catòlica ja que són "hereus de la Contrareforma" i estan condicionats "per un fort component filosòfic d'arrel platònica, al considerar la preexistència de les idees sobre la realitat (el mite de la caverna)", i promouen "un pensament generalitzat en favor del *saber pel saber*" (pàg. 21). Per altra banda i en contraposició, "aquesta importància de la teoria sobre la pràctica no s'ha donat de la mateixa manera en els països de tradició calvinista, que amb una base filosòfica d'arrel aristotèlica (matèria i forma són coses reals) han valorat i valoren la capacitat aplicativa del coneixement" (pàg. 21-22). Segons els autors això es reflexa en el menyspreu que ostenten reconeguts membres de la "intel·ligència" de les societats llatines envers l'"utilitarisme" anglosaxó.

3.1.1.c.- La idea de competència i competència matemàtica en el currículum de Catalunya

Tal i com hem vist, el concepte de competència està actualment molt estès entre la comunitat educativa. En el nostre cas i tal i com va passar a Portugal, el concepte

de competència és ara clau en el currículum. En aquest apartat es fa un estudi en profunditat del concepte de competència en el nou currículum de l'ESO.

Com ja ha estat mencionat en el plantejament del problema, en el nou currículum de l'ESO (Decret 143/2007, de 26 de juny) s'escriu que la formació completa de l'alumnat involucra tant coneixements com competències bàsiques: "Fomentar l'aprenentatge al llarg de tota la vida suposa que el jovent ha de tenir una formació completa, tant en coneixements, com en **competències bàsiques**, que els permetin seguir aprenent i poder combinar l'estudi i la formació amb l'activitat laboral o amb altres activitats." (DOGC (2007), pàg. 21.870)

I trobem per primer cop en el currículum la definició de competència: "S'entén per competència la capacitat d'utilitzar els coneixements i habilitats, de manera transversal i interactiva, en contextos i situacions que requereixen la intervenció de coneixements vinculats a diferents sabers, cosa que implica la comprensió, la reflexió i el discerniment tenint en compte la dimensió social de cada situació." (DOGC (2007), pàg. 21.872)

En l'annex del currículum trobem que s'estableix la finalitat de l'educació: "La finalitat de l'educació és aconseguir que els nois i les noies adquireixin les eines necessàries per entendre el món en què estan creixent i que els guiïn en el seu actuar; [...]"(DOGC (2007), pàg. 21.877)

Per intentar aconseguir aquesta finalitat en l'educació es considera **imprescindible** centrar el currículum en les competències bàsiques: "La necessitat de plantejar com a finalitat educativa la millora de les capacitats de les persones per poder actuar adequadament i amb eficàcia fa que sigui imprescindible centrar el currículum en les competències bàsiques [...]"(DOGC (2007), pàg. 21.877)

Es vol aconseguir d'aquesta manera:

- "[...] en primer lloc, integrar els diferents aprenentatges tot impulsant la transversalitat dels coneixements.
- En segon lloc, centrar-se en les competències afavoreix que l'alumnat integri els seus aprenentatges, posant en relació els diferents tipus de continguts i utilitzant-los de manera efectiva en diferents situacions i contextos.
- I, en tercer lloc, això orienta el professorat, en permetre identificar els continguts i criteris d'avaluació que tenen caràcter bàsic per a tot l'alumnat i, en general, per inspirar les distintes decisions relatives al procés d'ensenyament i aprenentatge." (DOGC (2007), pàg. 21.877)

Fins i tot s'estableix com a finalitat de cada matèria curricular la consecució de les competències bàsiques: "La finalitat central de cadascuna de les matèries curriculars és el desenvolupament de les competències bàsiques, tot tenint en compte que cadascuna de les matèries contribueix al desenvolupament de diferents competències i, a la vegada, cada una de les competències bàsiques s'assolirà com a conseqüència del treball en distintes matèries." (DOGC (2007), pàg. 21.877)

I també estableix les competències que són: "Per a l'educació obligatòria, s'identifiquen com a competències bàsiques les vuit competències següents:

Competències transversals:

Les competències comunicatives:

1. Competència comunicativa lingüística i audiovisual
2. Competències artística i cultural

Les competències metodològiques:

3. Tractament de la informació i competència digital
4. Competència matemàtica
5. Competència d'aprendre a aprendre

Les competències personals:

6. Competència d'autonomia i iniciativa personal

Competències específiques centrades en conviure i habitar el món:

7. Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic
8. Competència social i ciutadana" (DOGC (2007), pàg. 21.877)

Sobre la competència matemàtica el currículum en destaca la seva necessitat en els diferents àmbits de la nostra vida: "La competència matemàtica és necessària en la vida personal, escolar i social, ja que sovint cal analitzar, interpretar i valorar informacions de l'entorn i l'ús de les eines matemàtiques pot ser un instrument eficaç." (DOGC (2007), pàg. 21.880)

La competència matemàtica la utilitzem per encarar situacions quotidianes i per aquest motiu és una competència que es treballa en totes les àrees del currículum: "Aquesta competència adquireix realitat i sentit en la mesura que els elements i raonaments matemàtics són utilitzats per enfrontar-se a aquelles situacions quotidianes, per tant, una competència que caldrà tenir en compte en totes les àrees del currículum i activitats d'aprenentatge." (DOGC (2007), pàg. 21.880)

En el currículum s'entén per competència matemàtica: "La competència matemàtica implica l'habilitat per comprendre, utilitzar i relacionar els números, les seves operacions bàsiques, els símbols i les formes d'expressió i raonament matemàtic, tant per produir i interpretar distints tipus d'informació, com per ampliar el coneixement sobre aspectes quantitatius i espacials de la realitat, i per entendre i resoldre problemes i situacions relacionats amb la vida quotidiana i el coneixement científic i el món laboral i social." (pàg. 21.880)

I en clarifica els termes afegint que: "És a dir, la competència matemàtica implica el coneixement i maneig dels elements matemàtics bàsics (distints tipus de números, **mesures**, símbols, elements geomètrics, etc.) en situacions reals o simulades de la vida quotidiana; elaborar la informació a través d'eines matemàtiques (**mapes, gràfics...**) per poder-la interpretar; posar en pràctica processos de raonament que condueixin a la solució de problemes o a l'obtenció de la informació." (pàg. 21.880)

En negreta s'han destacat aquells elements que tenen una relació directa amb els objectius de la present tesi.

I també ens determina com assolir la competència matemàtica: "L'assoliment d'aquesta competència s'aconsegueix en la mesura que els coneixements, les habilitats i actituds matemàtics s'apliquen de manera espontània a una àmplia varietat de situacions, provinents d'altres camps de coneixement i de la vida quotidiana, la qual cosa augmenta la possibilitat real de seguir aprenent al llarg de la vida, tant en l'àmbit escolar o acadèmic com fora d'aquest, i afavoreix la participació efectiva en la vida social." (pàg. 21.880)

Ja hem vist el concepte de competència i de competència matemàtica en diversos autors, així com els comentaris de Coll a les seves limitacions, no podem continuar el nostre treball sense determinar amb quina definició de competència treballarem a la tesi. Aquest és el punt que veurem a continuació.

3.1.2.- Posicionament en el concepte de competència i competència matemàtica

Després d'haver fet un recorregut tant al llarg del temps com al llarg de la geografia del concepte de competència ara ens cal determinar quin serà el concepte de competència que es treballarà en la present tesi.

Sense entrar a fer una comparativa de les diferents definicions tant de competència com de competència matemàtica creiem que donat la vessant pràctica d'aquesta tesi en què es realitzaran unes activitats relacionades amb la mesura amb alumnes de 3r d'ESO durant el curs 2008-2009 el més adient és escollir la idea de competència i de competència matemàtica recollida en el currículum vigent en l'educació catalana l'any de realització de les pràctiques.

Havent fet la recerca esmentada en la idea de competència, notem que la definició recollida en el currículum conté els aspectes més importants que han estat apuntats pels diferents autors analitzats.

Recordem la definició:

"S'entén per competència la capacitat d'utilitzar els coneixements i habilitats, de manera transversal i interactiva, en contextos i situacions que requereixen la intervenció de coneixements vinculats a diferents sabers, cosa que implica la comprensió, la reflexió i el discerniment tenint en compte la dimensió social de cada situació." (DOGC (2007), pàg. 21.872)

- Recull la idea de conjunt de coneixements i habilitats però sense donar a entendre que s'és competent només acumulant-los que és fonamental en totes les definicions de competències que hem recollit.
- Emfatitza la idea d'integració, tant important per Abrantes, amb la idea d'utilitzar els coneixements de manera transversal i interactiva.
- Té en compte el context, recollint la idea de Perrenoud de l'activació de recursos en varietat de contextos.
- Procura de la comprensió en l'aplicació dels coneixements enlloc d'una aplicació mecànica i rutinària. La idea d'una "comprensió conceptual" està recollida pel NCTM que també destaca la importància de saber passar els coneixements d'un context a un altre.
- Recull la preocupació de Coll de tenir en compte la dimensió social de les situacions per no caure en el que l'autor titllava de "homogenització curricular" i ofegant la diversitat cultural.

Per tant creiem que aquesta definició és completa ja que recull de manera acurada els principals aspectes que s'han recollit en el punt anterior "El concepte de competència i competència matemàtica".

Seguint en la mateixa línia, fixarem al llarg del treball com a definició de competència matemàtica la que ens dóna el mateix currículum i que recordem a continuació:

"La competència matemàtica implica l'habilitat per comprendre, utilitzar i relacionar els números, les seves operacions bàsiques, els símbols i les formes d'expressió i raonament matemàtic, tant per produir i interpretar distints tipus d'informació, com per ampliar el coneixement sobre aspectes quantitius i espacials de la realitat, i per entendre i resoldre problemes i situacions relacionats amb la vida quotidiana i el coneixement científic i el món laboral i social." (pàg. 21.880)

Les competències matemàtiques que trobem al currículum són:

- **Pensar matemàticament.** Construir coneixements matemàtics a partir de situacions on tingui sentit, experimentar, intuir, formular, comprovar i modificar conjectures, relacionar conceptes i realitzar abstraccions.
- **Raonar matemàticament.** Realitzar induccions i deduccions, particularitzar i generalitzar, reconèixer conceptes matemàtics en situacions concretes; argumentar les decisions preses, així com l'elecció dels processos seguits i de les tècniques utilitzades.
- **Plantejar-se i resoldre problemes.** Llegir i entendre l'enunciat, generar preguntes relacionades amb una situació-problema, plantejar i resoldre problemes anàlegs, planificar i desenvolupar estratègies de resolució, verificar la validesa de les solucions, cercar altres resolucions, canviar les condicions del problema, sintetitzar els resultats i mètodes emprats, i estendre el problema, recollint els resultats que poden ser útils en situacions posteriors.
- **Obtenir, interpretar i generar informació** amb contingut matemàtic.
- **Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques** (per comptar, operar, mesurar, situar-se a l'espai i organitzar i analitzar dades) i els instruments (calculadores i recursos TIC, de dibuix i de mesura) per a fer matemàtiques.
- **Interpretar i representar** (a través de paraules, gràfics, símbols, nombres i materials) expressions, processos i resultats matemàtics.
- **Comunicar** als altres el treball i els descobriments realitzats, tant oralment com per escrit, utilitzant el llenguatge matemàtic.

Un cop fixat el concepte de competència amb què treballarem ara se'ns planteja el següent repte clau i gens trivial: Fer que els nostres alumnes siguin competents. Però, com? Per aconseguir-ho per començar se'ns plantegen dues preguntes de caràcter pràctic:

- Com treballar les competències?
- Com avaluar l'adquisició de les competències?

Són dos aspectes molt relacionats: dues cares d'una mateixa moneda. En el següent punt establirem la metodologia de treball i el mètode d'avaluació de competències escollit per a portar a l'aula.

3.2. Avaluació de competències

Ara que el concepte de competència ha arribat als currículums de diversos països (Portugal, Espanya, França, les parts francòfones de Canadà, Suïssa, Bèlgica,...²⁰) queden lluny preguntes com les de Short(1985) "Pot la competència ser ensenyada?", i n'han sorgit d'altres, com per exemple: "Com fer aprendre les competències?" (Rey et al.(2006)). Si volem aconseguir ciutadans competents no podem ignorar aquests dubtes més pragmàtics i se'ls hi ha de donar una resposta satisfactòria per als diferents integrants de la comunitat educativa perquè "si no canvia res excepte els programes o el llenguatge amb el qual es parla de les finalitats de l'escola, l'enfocament per competències i, més globalment, la renovació dels programes de l'escola, no serà sinó un nou "fer volar coloms", una peripècia en la vida del sistema educatiu" (Perrenoud(1997), pàg. 95)

Si volem aconseguir que els nostres alumnes siguin competents és necessari que establim com ho volem aconseguir sinó el concepte de competència pot passar a la

²⁰ Es poden trobar les pàgines dels ministeris d'educació dels països membres de l'OECD en el següent vincle:

http://www.oecd.org/document/21/0,3343,en_2649_39263231_2742101_1_1_1_3_7455,00.html

història com només un intent fallit per resoldre els ambiciosos reptes que ens havíem plantejat. La introducció de la noció de competències en el currículum posa en primer pla la qüestió de l'avaluació.

Tot i aquesta necessitat, l'enorme quantitat de literatura existent sobre el concepte de competència minva considerablement en referir-se a l'avaluació de competències fins a ser "paradoxalment escassa" (Rey et al.(2006)). A més a més, alguna d'aquesta literatura es centra en exclusiva en l'avaluació, aquests mateixos autors mostren la seva perplexitat que un gran organisme com és l'OCDE practiqui "avaluacions internacionals [de competències] sense tenir en compte l'enfocament per competències" ja que segons ells aquest enfocament per competències requereix "d'una transformació profunda de les pràctiques d'ensenyament" (pàg. 36)

És a dir, un currículum enfocat per competències ens planteja la necessitat de crear instruments d'avaluació que certifiquin que els nostres alumnes han assolit les competències establertes, però alhora ens encamina a una transformació profunda en la pràctica docent a l'aula.

Si no establim una avaluació que reculli els reptes del plantejament competencial, l'esforç fet per elaborar nous currículums pot quedar ràpidament ignorat perquè què i com avaluem té una incidència molt important sobre què i com treballarem finalment a l'aula, segons Perrenoud(1997) fins i tot més que allò que estigui determinat en el propi currículum: "L'avaluació és més determinant que els currículums en el desenvolupament d'un ensenyament." (pàg. 101)

El mateix autor també afegeix que: "No es pot avaluar sinó allò que grosso modo s'ha ensenyat". Això acaba comportant a la pràctica que s'acaba ensenyant allò que serà avaluat, el que en anglès queda recollit en l'expressió "What you test is what you teach" (allò que avaluem és allò que ensenyem) molt famosa en els països anglosaxons on fins i tot es pot trobar en la versió acrònima WYTIWYT. A Catalunya en tenim un exemple en la influència que exerceixen els continguts que s'avaluen en les PAU (Proves d'Accès a la Universitat) en els continguts i en la forma amb què finalment es treballen al batxillerat, tot prioritzant aquells que s'avaluen en les proves d'accés als estudis superiors i deixant en un segon terme aquells continguts que "només" estan recollits en el currículum.

Aquesta influència va ser usada a l'estat de Victòria a Austràlia per "per canviar l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques" (de Lange (1996) pàg. 79) i tot i que es van haver de fer alguns retocs en parts fonamentals del projecte, de Lange considera que "un no pot més que concloure que el Disseny de l'Estudi de Matemàtiques del VCE (Victorian Certificate of Education, Certificació d'Educació de Victòria) és un èxit" (pàg. 83)

Detectada aquesta influència que exerceix l'avaluació en la pràctica docent, podem concloure que només ens cal establir un marc d'avaluació i que la pràctica a l'aula ens vindrà de retruc? Malauradament, la resposta és no. No tot és tant senzill i no sempre intentar canviar una pedagogia, tot canviant la manera d'avaluar ha resultat un èxit. Noss i Hoyles (1996) ens expliquen com a partir de l'informe Cockcroft, Mathematics Counts (Cockcroft, 1982) hi va haver un moviment al Regne Unit per "introduir "investigative learning" a l'aula de matemàtiques" i "la principal manera a través de la qual havia de ser introduït era a través de "extended coursework" en GCSE²¹ en matemàtiques per alumnes de 16 anys" (pàg. 157). Però

²¹ GCSE: General Certificate of Secondary Education (Certificat General d'Educació Secundària) és una qualificació acadèmica en una assignatura específica que en general realitzen en un nombre d'assignatures els estudiants de 15-16 anys en

aquest intent d'usar l'avaluació per canviar la pedagogia es va trobar amb un gran obstacle: "com a conseqüència dels requeriments de l'avaluació les investigacions es van institucionalitzar i van perdre el seu caràcter investigador. Les investigacions ubiqües de dades-patró-generalització que reduïen totes les situacions matemàtiques a models numèrics i no buscaven cap justificació més enllà de l'argument numèric, van esdevenir un nou tipus d'exercici –en contraposició a les intencions originals de la reforma i en el procés va perdre tota la seva integritat matemàtica". (pàg. 157)

Canviant només el mètode d'avaluació es poden forçar certs canvis en la metodologia de treball a l'aula, però si es vol que la noció de competències esdevingui un canvi real i profund en els sistemes educatius aquesta no pot ser l'única via. És per això que en aquest treball hem cregut convenient parlar de treball i avaluació de competències de manera conjunta i establir el marc teòric de l'avaluació tenint molt en compte la pràctica docent a l'aula que implica.

En realitat no estem parlant d'un binomi avaluació-treball a l'aula sinó més aviat d'una terna: currículum-avaluació-treball a l'aula. El marc d'avaluació que es fixi ha de ser conseqüent amb el currículum establert, és per això que segons Perrenoud (1997) per donar "estabilitat" a un enfocament per competències s'hauria de reformar "simultàniament programes i procediments d'avaluació"(pàg. 102) tot i que ja ens adverteix que això només es produeix de manera "excepcional". En el currículum de Catalunya aprovat el 2007 tot i no determinar un nou marc d'avaluació, sí que estableix unes grans línies a seguir. A continuació farem una anàlisi sobre les directrius marcades en el currículum de Catalunya sobre el treball i l'avaluació ja que seran determinants a l'hora d'establir el marc teòric de la present tesi.

3.2.1.- El treball i l'avaluació de competències en el currículum de Catalunya

En aquest apartat farem un recull de tota la informació referent al treball a l'aula i a l'avaluació que es troba en el currículum de Catalunya de 2007.

El currículum del 2007 consta del cos principal i de 5 annexos. En el cos principal s'hi fixen els requisits legals i després s'estructura en 8 capítols. En aquest articulat hi ha poca presència de referències al treball i a l'avaluació. En el segon capítol titulat *Currículum* hi trobem què s'entén per currículum: "[6.1] el conjunt de competències bàsiques, objectius, continguts, mètodes pedagògics i criteris d'avaluació d'aquesta etapa." (pàg. 21.872) Però les referències en la resta del document principal a l'avaluació es redueixen capítol 6, *Avaluació i promoció*, on en els seus quatre articles (del 18 al 22) s'ocupa dels aspectes més formals i burocràtics de l'avaluació, de la promoció de curs i de l'obtenció del títol en finalitzar l'educació secundària.

En el primer annex trobem que per a aconseguir la finalitat d'aconseguir que els alumnes "adquireixin les eines necessàries per entendre el món en què estan creixent"(pàg. 21.877) es considera necessari centrar el currículum en l'adquisició de les competències bàsiques i d'aquesta manera aconseguir tres objectius, on el tercer és "orienta[r] el professorat, en permetre identificar els continguts i criteris d'avaluació que tenen caràcter bàsic per a tot l'alumnat i, en general, per inspirar les distintes decisions relatives al procés d'ensenyament i aprenentatge"(pàg.

l'educació secundària a Anglaterra, Gal·les i Irlanda del Nord. El nivell GCSE es sovint requerit als alumnes que estudiïn pels A-levels que són a la vegada freqüentment requerits per entrar a la universitat (Wikipedia)

21.877). Per tant, el currículum pretén ser una "font d'inspiració" respecte al procés d'ensenyament i aprenentatge i a la seva avaluació.

En el segon annex trobem el currículum de cada matèria i en concret el de matemàtiques. En primer lloc desglossa la competència matemàtica en 7 competències i després exposa la contribució que es pot fer des de les matemàtiques per a la consecució de les competències transversals. Després ja abandona el llenguatge competencial per estructurar la resta del currículum en continguts que agrupa en cinc blocs, un dels quals és la mesura. Abans d'entrar en els detalls dels continguts per cursos determina que hi ha una sèrie de processos que s'han de treballar en tots els blocs i cursos: La resolució de problemes, El raonament i la prova, La comunicació i la representació de la informació i La connexió entre els diferents continguts. I posa la resolució de problemes com "nucli del treball de matemàtiques" (pàg. 21.928) donant una clara indicació sobre quin ha de ser l'eix vertebrador del treball a l'aula de matemàtiques.

També abans d'entrar en la descripció dels continguts dona unes "Consideracions per al desenvolupament del currículum", a continuació es recullen aquelles indicacions que han tingut una influència més directa en l'elaboració de la unitat didàctica:

- Rellevància dels contextos: cal treballar en contextos significatius i rics.
- Valoració d'actituds: els alumnes han de trobar el gust per realitzar un descobriment i per resoldre un repte.
- Diversitat en les formes de treball: cal combinar el treball en gran grup, en petit grup i el treball individual, tot respectant els estils de cadascú. També han de resoldre problemes i plantejar-se petites investigacions.
- Han d'aprendre a fer i a fer-se preguntes: han de superar, per exemple, la inflexibilitat a l'hora de considerar alternatives.
- Considerar la importància de l'avaluació i la diversitat d'instruments per realitzar-la: discussions en gran i petit grup, preguntes i respostes orals, treballs individuals i en petit grup, exposició a l'aula dels treballs, problemes o investigacions realitzades, i realització de proves.

Per últim i per cada curs es plantegen uns "Criteris d'avaluació" per al tercer curs de l'ESO es poden trobar a l'annex (A3) però són molt poc concrets.

Observem que tot i que el currículum estableix unes certes directrius sobre el treball i l'avaluació de competències aquestes són molt generals. Per a poder elaborar una unitat didàctica, implementar-la a l'aula i avaluar-la necessitem algunes indicacions més que les que ens proporciona el currículum.

3.2.1.a- A la recerca d'un marc d'avaluació per competències

En la recerca d'aquest marc d'avaluació per competències que el currículum no ens proporciona el primer referent de parada obligada és el projecte PISA de l'OCDE. Hi ha però unes grans diferències entre el projecte i les pràctiques que es duen a terme en aquesta tesi: edat dels estudiants, punt on es duu a terme l'avaluació, objectius de l'avaluació... això farà que ens calguin més referents.

L'Institut Freudenthal i la seva llarga tradició en avaluació "autèntica" esdevenen la segona parada obligatòria en aquesta recerca. Analitzarem el "Framework for Classroom Assessment in Mathematics" on de Lange(1999) en proposa un marc teòric no adreçat en exclusiva a l'elaboració d'una prova final d'etapa. Tot i que ens serà de gran utilitat, malauradament tampoc serà una parada final, ja que aquest

marc teòric no encaixa totalment amb les nostres necessitats, a l'estar massa centrat en l'elaboració de tests.

Arribat aquest punt ens adonem que potser hem de buscar referents geogràficament i culturalment més propers per trobar una proposta que s'apropi més als nostres objectius, com l'elaborada pels nostres veïns de parla francesa Rey et al. (2006) a "Les compétences à l'école. Apprentissage et évaluation".

En primer lloc es farà un resum dels principals aspectes que tenen en comú els tres marcs teòrics i es deixarà pel punt 3.2.5 aquells aspectes diferenciadors.

3.2.2.- Marc teòric per a l'avaluació de les competències matemàtiques a PISA

En apartats anteriors ja hem descrit les principals característiques del projecte PISA, així com la seva definició de competència matemàtica (Mathematical Literacy)²². En aquest apartat exposarem l'estructura general del seu marc teòric.

Recordem que el projecte PISA no té interès en avaluar coneixements per si sols sinó que han de demostrar que han après els continguts tot aplicant-nos en una situació on siguin requerits, PISA entén: "les matemàtiques com un llenguatge [i això] implica que els estudiants han d'aprendre els elements característics del discurs matemàtic (termes, fets, signes, símbols, procediments (...)) i també que han d'aprendre a utilitzar tals idees per resoldre problemes no rutinaris en una varietat de situacions definides en termes de funcions socials." (pàg. 163) La coneixença d'aquests "elements característics de les matemàtiques" no garanteix "saber com utilitzar-los per resoldre problemes".

Aquestes nocions teòriques de la interacció dels "elements característics" i les "funcions" que fonamenten el marc conceptual de les matemàtiques de PISA s'il·lustren mitjançant l'exemple següent.

"Exemple 1: FREQUÈNCIA CARDÍACA

Per raons de salut, la gent ha de limitar els seus esforços, per exemple durant la pràctica esportiva, a fi de no sobrepasar una determinada freqüència cardíaca.

Durant molts anys, la relació entre la freqüència cardíaca màxima d'una persona i la seva edat es descrivia aplicant la fórmula següent:

Freqüència cardíaca màxima recomanada = 220 - edat

No obstant això, investigacions recents han demostrat que s'ha de modificar lleugerament aquesta fórmula. La nova fórmula és la següent:

Freqüència cardíaca màxima recomanada = 208 - (0,7 x edat)

Les preguntes d'aquesta unitat se centren en la diferència existent entre ambdues fórmules i com afecten el càlcul de la freqüència cardíaca màxima permesa.

²² Recordem es recollirà l'expressió Competència matemàtica (Mathematical Literacy) quan en la versió en anglès s'usi l'expressió Mathematical Literacy i Competència matemàtica en la traducció en castellà i Competència matemàtica en la traducció catalana. En contraposició al concepte de Competence en la versió anglesa traduïda també per competència i competència respectivament en castellà i català. Per a més detalls consulteu l'annex (A2)

Aquest problema es pot resoldre seguint una estratègia general utilitzada pels matemàtics, a la qual en aquest marc s'anomena *matematització*."(pàg. 164) El concepte de matematzació serà explicat amb més detall en un apartat posterior. A continuació trobem la relació dels cinc aspectes que caracteritzen la matematzació, però per a una millor comprensió es pot consultar l'annex on es troba la relació de cada un dels aspectes amb l'exemple (A4):

Els cinc aspectes que caracteritzen la matematzació:

- Primer, el procés de matematzació comença amb un problema situat en el món real.
- En segon lloc, la persona que resol el problema intenta identificar les matemàtiques pertinents per al cas i reorganitza el problema segons els conceptes matemàtics identificats.
- El tercer pas implica l'abstracció gradual de realitat.
- El quart pas és resoldre el problema matemàtic.
- El cinquè pas fa referència a la pregunta: quin és el significat d'aquesta solució estrictament matemàtica en traspasar-la al món real?

Són aquests els procediments que descriuen, en un sentit ampli, com, sovint, els matemàtics «fan matemàtiques», com la gent utilitza les matemàtiques en gran nombre de tasques reals i potencials i com els ciutadans ben informats i reflexius utilitzen les matemàtiques per participar en el món real de manera total i competent" (pàg. 164-166).

Un cop establert "matematitzar" com un dels objectius de l'educació²³, PISA es pregunta com saber si els alumnes en saben o no en saben. I com que hi hem introduït l'element de "tasques reals", això implica que per saber si els nostres estudiants estan preparats per resoldre aquests problemes matemàtics de la vida real "l'ideal seria poder recollir informació sobre la seva capacitat per a *matematitzar* situacions complexes." Però també afegeix que evidentment "això no és gens pràctic". Per tant, veiem que el marc de PISA tot i ser-nos molt útil, no ens serà suficient ja que en la present tesi no ens podem quedar amb la no-practicitat de l'avaluació de les situacions complexes per ignorar-les o restringir en excés les activitats que plantejarem als alumnes per facilitar-ne l'avaluació ja que en el nostre cas no pretenem avaluar el mateix nombre d'alumnes.

Tenint en compte aquest restricció, la manera triada per PISA per avaluar la capacitat de matematzació dels alumnes és preparar unes proves amb una sèrie d'ítems per avaluar les diferents parts del procés. En el següent apartat es descriu l'estratègia escollida per elaborar un conjunt d'ítems de manera equilibrada a fi que la selecció d'aquests ítems cobreixi els cinc aspectes de la *matematització* descrits amb "l'objectiu d'utilitzar les respostes a aquests ítems per situar l'alumnat en una escala de nivells de competència en el constructe de competència en matemàtiques(Mathematical Literacy) de PISA" (pàg. 170)

3.2.2.a.- Organització de l'àrea de coneixement (domini)

Segons Rico (2007) en "l'avaluació PISA es proposa (...) mesurar fins a quin punt [els alumnes] són matemàticament competents per resoldre els problemes amb èxit.

²³ "aprendre a matematzar hauria de constituir un dels objectius educatius més importants per a tot l'alumnat." (PISA(2006) traducció catalana, pàg. 166)

El programa PISA escull preparar un conjunt de tasques mitjançant les quals avaluar el domini en general (Competència matemàtica (Mathematical Literacy)) tenint en compte les diferents fases del procés de matematització. Cada tasca està vinculada a un context que pot tractar-se com un problema matemàtic.

L'estratègia escollida per contemplar el procés de matematització i atendre al domini que s'avalua té en compte tres variables o dimensions. " (pàg. 53)

Els tres components, que estableixen la tasca i caracteritzen allò que s'avalua, són:

- Les *situacions o contextos* en què es situen els problemes.
- El *contingut matemàtic* del qual cal valer-se per resoldre els problemes organitzat segons certes idees clau²⁴ i, sobretot,
- Les *competències* que s'han d'activar per vincular el món real en el qual es generen els problemes amb les matemàtiques, i, per tant, per resoldre els problemes.

Aquests elements apareixen representats de manera gràfica en la següent figura i després hi ha una explicació de cada un dels elements." (PISA(2006) traducció en català, pàg. 170)

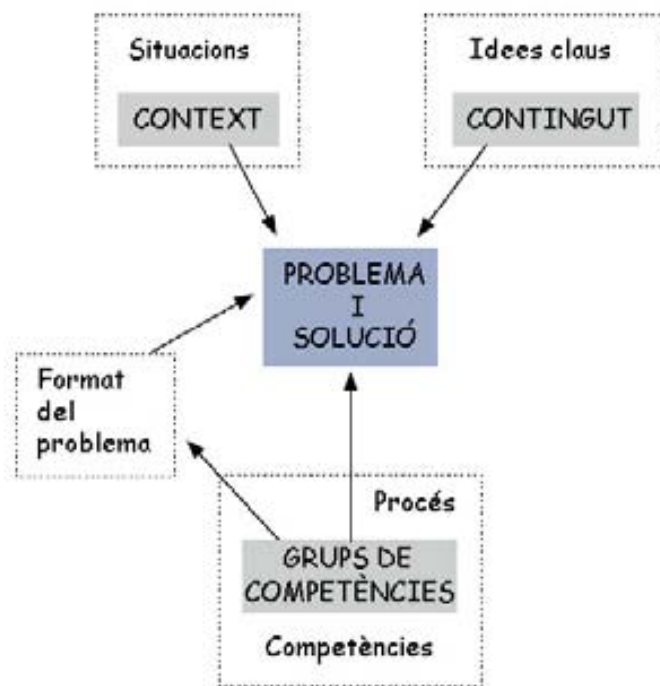


fig. 2: Components del domini matemàtic

Segons PISA: "El grau de competència matemàtica (Mathematical Literacy) d'una persona s'observa en la manera que utilitza les seves habilitats i coneixements matemàtics per resoldre problemes." (pàg. 171)

Els problemes (i la seva solució) que PISA elabora per la prova s'extreuen del món real a partir de les *Situacions* "genèriques que són importants en la vida de l'estudiant" (pàg. 171) i estan representades en el quadrat gran de dalt a l'esquerra del gràfic. Més concretament, "dins de cada situació" cada problema presenta "un

²⁴ A l'annex es troba exposat amb més detall la decisió de traduir "overarching ideas" de l'anglès per "idees claus" enlloc de "subdimensions" que era la proposta de la traducció catalana. (A5)

context més específic” i per això trobem dins del quadrat de situació, un quadrat més petit que representa el context.

Després del món real, també es té en compte el *Contingut* matemàtic al qual l'alumne ha de recórrer per resoldre un problema i que està representat en la part superior dreta de la figura. Aquest contingut matemàtic pot explicar-se mitjançant 4 *Idees clau* (Espai i forma, Canvi i relacions, Quantitat i Incertesa) que “engloben els tipus de problemes que sorgeixen de la interacció amb els fets del dia a dia i que es basen en una concepció de la manera que el contingut matemàtic es presenta davant de la gent” i que estan representades mitjançant el quadrat gran de la part superior dreta del diagrama. De les idees claus “s’extreu el contingut utilitzat en la resolució d’un problema” i aquest lligam “es representa mitjançant el rectangle ombrejat situat a l’interior del corresponent a les idees claus.” (pàg. 172)

En el diagrama, les fletxes expressen la manera com els diferents elements es relacionen, en aquest cas “les fletxes que van dels rectangles CONTEXT i CONTINGUT al del PROBLEMA mostren com el món real (incloent-hi les matemàtiques) dona lloc a un problema.” (pàg. 172)

Les competències matemàtiques són els processos matemàtics que usen els alumnes per resoldre els problemes. Les competències estan agrupades en tres grups que es descriuran amb més detall més endavant. L'àmbit dels processos estan representats en el gràfic pel quadrat més petit que està dins del quadrat més gran de *Competències* a la part inferior de la figura.

Les competències que siguin necessàries per resoldre un problema depenen de la naturalesa del propi problema i aquestes es veuran reflectides en la seva resolució. Aquesta relació està representada en el gràfic mitjançant la fletxa que va dels Grups de competències al Problema i la seva solució.

Per últim hi ha la fletxa que va dels grups de competència al format del problema, ja que les competències usades per resoldre un problema “estan relacionades amb la forma del problema i amb allò que el problema exigeix” (pàg. 172)

A continuació es descriuran aquests tres components (Situacions i context, El contingut matemàtic: les quatre idees clau i Els grups de competències²⁵) amb més detall.

3.2.2.b.- Situacions i context

Recordem que per al projecte PISA “Un aspecte important de la competència matemàtica (Mathematical Literacy) constitueix en involucrar-se en les matemàtiques, és a dir, exercitar i a utilitzar les matemàtiques en una àmplia varietat de situacions.” (pàg. 173)

En el projecte PISA els ítems que ha de resoldre l'alumne vénen sempre introduïts per una situació a la qual se li dóna una especial importància ja que “s’ha reconegut, que a l’hora de tractar assumptes susceptibles de tractament matemàtic, les representacions i els mètodes que s’escullen sovint depenen de les situacions en les quals es presenten els problemes.” (pàg. 173)

A partir d’això defineix *Situació* com: “la part del món de l’estudiant en la qual es localitzen els exercicis que se li plantegen.” (pàg. 173) A partir d’aquí i segons la proximitat dels alumnes amb les situacions (de més properes a menys) les classifica en: *Personal, Educacional/profesional, Pública* i *Científica*.

²⁵ Els grups de competències en l’original anglès són els “Competency clusters”

Es defineix *Context* d'un exercici com el marc específic que es troba present en una determinada situació. Engloba tots els elements específics utilitzats per formular el problema.

PISA prefereix problemes que l'alumne pugui trobar-se en situacions reals i que tinguin "un context en el qual l'ús de les matemàtiques per resoldre el problema [sigui] autèntic"(pàg. 175). S'escullen preferentment els problemes amb "contextos extramatemàtics que influeixen en la resolució i en la interpretació" ja que "aquests problemes s'assemblen majoritàriament als que es presenten en la vida diària." (pàg. 175)

3.2.2.c.- El contingut matemàtic: les quatre idees clau

Com ja hem vist anteriorment les quatre idees clau són:

- *Espai i forma*
- *Canvi i relacions*
- *Quantitat*
- *Incertesa*

i tenen com objectiu "reflectir el desenvolupament històric, la cobertura de l'àmbit i la plasmació de les línies principals dels currículums escolars." (pàg. 175)

S'ha volgut que mitjançant aquestes quatre àrees, el contingut matemàtic quedi organitzat en un nombre d'àrees ni massa reduït, "per garantir que les preguntes de la prova cobreixin el conjunt del currículum", ni massa ampli "per evitar una divisió massa detallada que resultés perjudicial al propòsit de centrar l'estudi en problemes basats en situacions reals." (pàg. 175-176)

Es defineix *Idea clau* com: "un conjunt que engloba fets i conceptes i que cobra sentit i pot trobar-se al llarg d'un gran nombre de situacions diferents." (pàg. 176) Cada idea clau representa una perspectiva o punt de vista que pot veure's com un nucli amb el seu àmbit circumdant que es va difuminant en intersecar-se amb les altres idees clau tot impedint que es puguin definir d'una manera exacta i que es pugui traçar una línia clara de separació entre unes i altres.

A continuació es detallaran aquells aspectes de les idees clau relacionades amb el tema del treball de la present tesi, a l'annex es poden trobar totes (A6):

Espai i forma:

Com a resum, a continuació es dóna una llista dels principals aspectes de la idea clau d'espai i forma (s'han seleccionat aquells que tenen més relació amb el treball de la present tesi, per la llista completa veure l'annex (A6)):

- "Descriure, codificar i descodificar informació visual.
- Similituds i diferències.
- Representacions bidimensionals i tridimensionals i relacions entre ambdues.
- Orientació a l'espai." (pàg. 177)

Quantitat:

Un aspecte important a l'hora de tractar amb quantitats és el raonament quantitatiu, que comporta(per veure la llista completa, veure l'annex (A6)):

- "Sensibilitat cap a les magnituds numèriques.
- Estimacions." (pàg. 183)

Després d'haver vist amb més detall la component de l'àmbit d'avaluació *situació i context* a continuació trobem un estudi sobre els processos matemàtics (matematització i competències), els grups de competències els veurem en últim lloc.

3.2.2.d.- Processos matemàtics

Matematització

Segons PISA matematzació és "el procés fonamental que els estudiants utilitzen per resoldre problemes de la vida real." (pàg. 190) i en la seva avaluació PISA estudia "la capacitat dels estudiants per analitzar, raonar i transmetre idees matemàtiques d'una manera efectiva en plantejar, resoldre i interpretar problemes matemàtics en diferents situacions". Els estudiants per a resoldre els problemes que se'ls hi plantegen han d'emprar les "habilitats i competències que han adquirit al llarg de la seva escolarització i experiències vitals".(pàg. 190)

PISA descriu la matematzació en cinc passos que ja hem vist en una exemple anterior i que podem observar a la figura que es troba a continuació. Després de la figura es farà una breu descripció de cada pas:

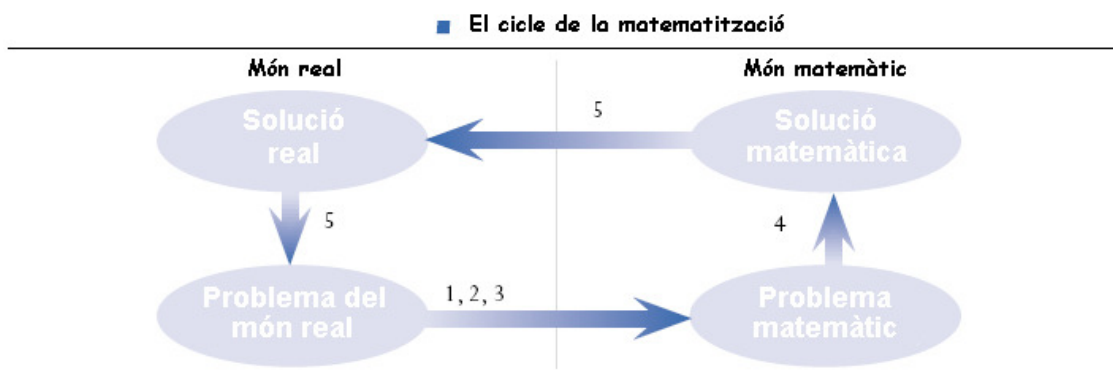


fig. 3: El cicle de la matematzació

1. "S'inicia amb un problema emmarcat en la realitat.
2. S'organitza d'acord amb conceptes matemàtics i s'identifiquen les matemàtiques que hi són aplicables.
3. Gradualment es redueix la realitat mitjançant procediments com la formulació d'hipòtesi, la generalització i la formalització. Això potencia els trets matemàtics de la situació i transforma el problema real en un problema matemàtic que la representa fidelment.
4. Es resol el problema matemàtic.
5. Es dona sentit a la solució matemàtica en termes de la situació real, mentre també s'identifiquen les limitacions de la solució." (pàg. 191)

A l'annex (A7) es pot trobar una descripció amb més detall d'aquests cinc passos que componen el cicle de la matematzació.

Les competències:

En l'apartat anterior acabem de descriure els conceptes i els processos associats a la matematització. Per usar la matematització de "manera satisfactòria" s'han de tenir un nombre suficient de competències matemàtiques i si les ajuntem es poden veure com una "competència matemàtica comprensiva"(pàg. 192)

Cada una d'aquestes competències matemàtiques pot dominar-se a un nivell diferent. En els diversos passos del procés de matematització "se serveixen de manera diferent d'aquestes competències" (pàg. 192), tant pel que fa a les "competències específiques" que es requereixen com pel nivell de "domini necessari".

Per identificar i analitzar aquestes competències, PISA s'ha basat en les 8 competències de Niss (1999)²⁶ i els seus col·legues danesos. (...)" A l'annex es pot trobar amb més detall en què consisteix cadascuna (A8)

1. Pensar i raonar.
2. Argumentar.
3. Comunicar.
4. Construir models.
5. Formular i resoldre problemes.
6. Representar.
7. Usar operacions i un llenguatge simbòlic, formal i tècnic.
8. Usar materials i eines de suports." (pàg. 192-193)

Però, PISA no avalua aquestes competències de forma individual ja que quan s'utilitzen les matemàtiques es necessari recórrer de forma simultània a varies d'aquestes capacitats. Si volguéssim avaluar-les de manera individual és probable que obtinguéssim tasques artificials i una "compartimentació innecessària" del domini.

PISA entén que la competència matemàtica (Mathematical Literacy) s'adquireix de manera gradual al llarg del temps i a partir de les activitats que s'han anat plantejant als alumnes. Aquest conjunt d'experiències personals farà que competències que mostraran els alumnes poden ser diferents segons cada persona.

Per descriure aquestes capacitats dels estudiants, PISA ha decidit estructurar-les en els *Grups de competències* basant-se en els tipus de demandes cognitives necessàries per "resoldre els diferents problemes matemàtics." (pàg. 194) A continuació es descriuen els tres grups de competències.

3.2.2.e.- Els grups de competències

PISA ha elaborat tres grups de competències: el grup de *reproducció*, el grup de *connexions* i el grup de *reflexió*. Cada un d'aquests grups descriu les activitats cognitives que engloben les competències que acabem de descriure en l'apartat anterior.

El grup de reproducció

"Les competències d'aquest grup impliquen essencialment la reproducció del coneixement practicat. Inclouen aquelles que s'utilitzen més freqüentment en les proves estandaritzades i en els llibres de text: coneixement dels fets, representacions de problemes comuns, reconeixement d'equivalents, recopilació de propietats i objectes matemàtics familiars, execució de procediments rutinaris,

²⁶ Niss, M. (1999): Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse, *Uddanneise*, 9.

aplicació d'habilitats tècniques i algorismes habituals, el maneig d'expressions amb símbols i fórmules establertes i la realització d'operacions senzilles." (pàg. 194)

Com a exemple deixem només les competències 1 i 5, a l'annex (A9) es troben en detall totes les 8 competències:

- **Pensar i raonar.** Formular les preguntes més simples («¿quants...?», «¿quant és...?») i comprendre els consegüents tipus de resposta («tants», «tant»); distingir entre definicions i afirmacions; comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en el mateix context en el qual es van introduir per primera vegada o en què s'han practicat subsegüentment.
- **Formular i resoldre problemes.** Exposar i formular problemes reconeixent i reproduint problemes ja practicats purs i aplicats de manera tancada; resoldre problemes utilitzant enfocaments i procediments estàndard, normalment d'una única manera.

"Les preguntes que mesuren les competències del *grup de reproducció* es poden descriure mitjançant els descriptors clau següents: *reproduir material que ja s'ha experimentat i realitzar operacions rutinàries.*" (pàg. 194-195)

El grup de connexions

"Les competències del *grup de connexions* es recolzen sobre les del *grup de reproducció*, conduint a situacions de resolució de problemes que ja no són de simple rutina, però que encara inclouen escenaris familiars o gairebé familiars.

A més de les competències descrites per al grup de *reproducció*, les competències del grup de *connexions* comprenen les següents (igual que abans a continuació només reproduïrem dues competències en detall i el text complet el podeu trobar a l'annex (A10)):

- **"Pensar i raonar.** Això implica formular preguntes («¿com trobem...?», «¿quin tractament matemàtic donem...?») i comprendre els consegüents tipus de resposta (plasmades mitjançant taules, gràfics, àlgebra, xifres, etc.); distingir entre definicions i afirmacions i entre diferents tipus d'aquestes; comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos que difereixen lleugerament d'aquells que es van introduir per primera vegada o d'aquells altres que s'han practicat després.
- **Formular i resoldre problemes.** Això implica plantejar i formular problemes més enllà de la reproducció dels problemes ja practicats de manera tancada; resoldre aquests problemes mitjançant la utilització de procediments i aplicacions estàndard però també de procediments de resolució de problemes més independents que impliquen establir connexions entre diferents àmbits matemàtics i diferents formes de representació i comunicació (esquemes, taules, gràfics, paraules i il·lustracions)." (pàg. 197)

"Les preguntes d'aquest grup normalment exigeixen alguna prova de la integració i vinculació del material derivat de les diferents idees clau, de les diverses línies curriculars matemàtiques o de la connexió de les diverses representacions d'un problema.

Les preguntes que mesuren les competències del *grup de connexions* es poden descriure mitjançant els descriptors clau següents: *integració, connexió i ampliació moderada del material practicat.*" (pàg. 199)

El grup de reflexió

“Les competències d’aquest grup inclouen un element de reflexió per part de l’alumne sobre els processos necessaris o empleats per resoldre un problema. Relacionen les capacitats de l’alumnat per plantejar estratègies de resolució i aplicar-les a en escenaris de problema que contenen més elements i poden resultar més «originals» (o inusuals) que els del grup de *connexions*.”

A més de les competències descrites per al grup de connexions, entre les competències del grup de reflexió es troben les següents (a l’annex podreu trobar el text complet (A11)):

- **Pensar i raonar.** Això implica formular preguntes («Com trobem...?», «Quin tractament matemàtic donem...?», «Quins són els aspectes essencials del problema o situació...? ») i comprendre els conseqüents tipus de resposta (plasmades mitjançant taules, gràfics, àlgebra, xifres, especificació dels punts clau, etc.); distingir entre definicions, teoremes, conjectures, hipòtesi i afirmacions sobre casos especials i articular de manera activa o reflexionar sobre aquestes distincions; comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos nous o complexos; comprendre i tractar l'amplitud i els límits dels conceptes matemàtics donats i generalitzar els resultats.
- **Formular i resoldre problemes.** Això implica exposar i formular problemes molt més enllà de la reproducció dels problemes practicats teòrics i aplicats de manera tancada; resoldre aquests problemes mitjançant la utilització de procediments i aplicacions estàndard però també de procediments de resolució de problemes més originals que impliquen establir connexions entre diferents àmbits matemàtics i formes de representació i comunicació (esquemes, taules, gràfics, paraules i il·lustracions). També comporta reflexionar sobre les estratègies i les solucions.

“Les preguntes d'avaluació que mesuren les competències del *grup de reflexió* es poden descriure mitjançant els descriptors clau següents: *raonament avançat, argumentació, abstracció, generalització i construcció de models aplicats a contextos nous.*” (pàg. 202)

A l’annex (A12) es poden trobar quatre exemples per acabar d’aclarir quines tasques pertanyen a cada grup de competències.

A continuació trobem una gràfica on es resumeix el que acabem d’exposar. Volem fer notar que la competència matemàtica és la noció de Mathematical Literacy de l’original en anglès.



fig. 4: Representació gràfica dels grups de competències

Les descripcions de competència que s'acaben de donar i que estan completes a l'annex (A9, A10 i A11) també poden ser usades com a guia per a poder determinar a quin grup de competència pertany una determinada tasca de la següent manera: s'haurien d'analitzar els requisits de cada pregunta que comporta la tasca i veure quin dels tres grups proporcionarà la descripció més ajustada dels requisits de la pregunta amb relació amb les competències. Començarem mirant el grup de reflexió: si es considera que alguna de les competències s'ajusta a la descripció d'aquest grup, aleshores la pregunta s'assigna al grup de reflexió. Si no, repetiríem el procés per al grup de connexions, i si la pregunta s'ajustés a una o més de les competències descrites en aquest grup, llavors assignaríem la pregunta al grup de connexions. En cas contrari, la pregunta s'assignaria al grup de reproducció.

3.2.3.- Marc teòric per a l'avaluació de les competències matemàtiques de De Lange i l'Institut Freudenthal

L'Institut Freudenthal per a l'Educació de la ciència i les matemàtiques (FISME) es dedica a la recerca i innovació en educació. Els seus objectius són la millora de l'educació en les matemàtiques i les ciències a tots els nivells educatius, centrant-se sobretot en l'educació infantil, primària, secundària i la formació professional. L'institut contribueix incidint en la investigació, l'ensenyament i el desenvolupament dels plans d'estudis i dels serveis educatius. Està organitzat en dos departaments, el de matemàtiques i el de ciències naturals, que formen part de la facultat de Ciències de la Universitat d'Utrecht.

Dins de l'Institut Freudenthal en destaquem qui en va ser el seu director des del 1990 fins el 2006, Jan de Lange, amb una dilatada carrera en l'educació matemàtica. Durant la dècada dels noranta va ser coinvestigador principal del *Assessment Study Group* (Grup d'Estudi de l'Avaluació) del *National Center for Improving Student Learning and Achievement in Science and Mathematics* (Centre Nacional per a la Millora de l'Ensenyament i l'Assoliment Escolar en Ciències i Matemàtiques). Com a resultat d'aquest projecte el 1999 es va publicar *Framework for Classroom Assessment* (Marc teòric per a l'Avaluació d'Aula). Aquest marc teòric es pot veure com una actualització de la seva tesi doctoral del 1987 *Mathematics, Insight and Meaning*.

Jan de Lange també ha desenvolupat càrrecs en l'àrea de l'Avaluació Comparativa Internacional en ser membre del *National Advisory Board TIMSS* per Holanda, membre de la comissió internacional del TIMSS-R i també ha estat president del *Mathematical Functional Expert Group* del projecte PISA de l'OCDE. Com a president d'aquesta comissió de Lange va tenir una influència considerable en l'elaboració del marc teòric del projecte PISA que va ser publicat el 1999 amb les posteriors revisions el 2003 i 2006.

3.2.3.a.- Marc teòric per a l'Avaluació a l'Aula (*Framework for Classroom Assessment*)

Aquest marc teòric data del 1999 i és el resultat d'uns vint anys de treball en recerca d'avaluació d'aula en matemàtiques. A més a més, aquest marc està connectat amb el marc teòric de PISA (que acabem d'exposar en la versió del 2006) ja que de Lange creu que és necessari intentar connectar tant com es pugui els marcs teòrics referents a l'avaluació de manera interna i externa. Com el marc teòric del projecte PISA, aquest també està en un desenvolupament continu.

El marc teòric per a l'Avaluació a l'Aula s'estructura en:

- Discussió de la filosofia i redacció dels principis
- Discussió sobre què és important en educació matemàtica: alfabetització matemàtica²⁷ i l'organització del contingut matemàtic
- Les competències matemàtiques i els conceptes matemàtics que són necessaris.
- Discussió de les eines i formats que poden ser usats per a l'avaluació d'aula.

A continuació tractarem els tres primers apartats deixant per més endavant el quart d'ells. La discussió de la filosofia la trobem descrita en els següents objectius:

Objectius

Segons de Lange (1999) l'objectiu de l'avaluació d'aula és "produir informació que contribueixi al procés ensenyament-aprenentatge i ajudi a prendre les decisions educatives, on qui pren les decisions inclou els alumnes, els professors, els pares i els administradors." (pàg. 3)

L'objectiu de l'educació matemàtica és "ajudar a que els alumnes estiguin matemàticament alfabetitzats." (pàg. 3) Per l'autor això significa que l'individu ha de poder tractar amb les matemàtiques involucrades en els problemes del món real que es troben en la seva vida present i que es trobaran en la seva vida futura.

I l'últim objectiu del marc teòric és lligar "els objectius de l'avaluació d'aula amb els objectius de l'educació matemàtica" d'una manera coherent, tot fent "suggeriments concrets sobre com dur a terme avaluació d'aula en situacions d'aula". (pàg. 3)

Principis

S'anomenarà **avaluació d'aula formativa** (*formative classroom assessment*) quan la informació recollida pel professor s'utilitzi per adaptar el procés d'ensenyament-aprenentatge a les necessitats dels alumnes. Aquesta informació pot ser recollida de molt diverses maneres, des d'observacions i discussions a l'aula, com també a partir de l'autoavaluació, dels deures o de presentacions orals.

Per establir els principis i estàndards de l'avaluació d'aula, de Lange parteix dels estàndards del NCTM (1989): les matemàtiques (the mathematics), l'aprenentatge de les matemàtiques (the learning of mathematics), equitat i oportunitat (equity and opportunity), transparència (openness), inferències (inferences) i coherència (coherence). Després de fer una breu discussió sobre cada un dels estàndards, estableix nou principis per a l'Avaluació d'aula:

1. El principal propòsit de l'avaluació d'aula és millorar l'aprenentatge.
2. Les matemàtiques estan incrustades en problemes que valen la pena (atractius, educatius i autèntics) i que són part del món real dels alumnes.
3. Els mètodes d'avaluació haurien de ser de manera que permetessin als alumnes revelar allò que saben, enlloc d'allò que no saben
4. Un pla d'avaluació equilibrat hauria d'incloure oportunitats (formats) múltiples i variats per tal que els alumnes puguin mostrar i documentar els seus assoliments.
5. Les tasques haurien d'operacionalitzar tots els objectius dels currículums (no només els més baixos). Per aconseguir-ho, els estàndards de realització, incloent indicadors dels diferents nivells de pensament matemàtic, en són una eina útil.

²⁷ En aquest marc teòric s'ha traduït "Mathematical Literacy" per alfabetització matemàtica

6. Els criteris de qualificació haurien de ser públics i aplicats consistentment; i haurien d'incloure exemples de qualificacions anteriors mostrant treballs exemplars i treballs que no serien exemplars.
7. Els procés d'avaluació, incloent-hi les puntuacions i les qualificacions haurien de ser públiques als alumnes.
8. Els alumnes haurien de tenir oportunitats per rebre feed-back autèntic sobre el seu treball.
9. La qualitat d'una tasca no està definida per la seva accessibilitat a una puntuació objectiva, confiança o validesa en el sentit tradicional sinó per la seva autenticitat, imparcialitat i l'abast amb què satisfà els principis esmentats més amunt. (pàg. 10)

Aquests principis estan redactats com un "checklist" pels professors que es volen prendre seriosament l'avaluació d'aula. Però, l'autor ja adverteix que el camí entre la teoria a la pràctica pot ser llarg. A continuació farem una exposició sobre com l'autor ens guia en el disseny i en la implementació a l'aula d'aquest sistema d'avaluació.

De Lange(1999) utilitza el concepte d'alfabetització matemàtica segons el marc teòric de l'OCDE (1999). En aquest marc teòric ens trobem amb què de Lange defineix acuradament el concepte d'alfabetització matemàtica, fent-hi comentaris molt subtils. A partir del concepte d'alfabetització matemàtica defineix les competències matemàtiques, és a dir es defineix amb molt detall alfabetització matemàtica (Mathematical Literacy) i després s'introdueix el concepte de competència matemàtica sense definir-lo amb tant detall seguint l'estructura del marc teòric de PISA en la seva versió original en anglès.

A partir del concepte de competència matemàtica s'estableix una llista, no jerarquizada, de les 8 competències matemàtiques generals que se suposa que han de ser rellevants i pertinents a tots els nivells educatius.

A continuació es detallen les 8 competències. A l'annex (A13) s'hi poden trobar totes les competències més detallades:

- "Pensament matemàtic
- Argumentació matemàtica
- Modelar
- Plantejar i resoldre problemes
- Representació
- Símbols i llenguatge formal
- Comunicació
- Ajudes i eines"(pàg. 12-14)

Nivells de competències

Després d'establir les competències a analitzar, l'autor argumenta que no es pot proposar desenvolupar tests en què s'avaluïn les competències anteriors de manera individual, ja que ens trobarem que quan s'apliquen les matemàtiques d'una manera real és necessari utilitzar de manera simultània algunes diverses d'aquestes competències. És per això que s'han organitzat en tres nivells, aquesta categorització va ser operacionalitzada de manera satisfactòria per a l'opció nacional holandesa del TIMSS²⁸ i per a l'estudi resultant sobre els efectes en el currículum de la "middle-school" i també ha estat adaptat per a l'estudi de l'OCDE.

²⁸ Boertien&de Lange, (1994) The National option of TIMSS in the Netherlands
Kuiper, Bos, & Plomp (1997) TIMSS populatie 2, Nationaal Rapport [TIMSS population 2, National Report]

Els tres nivells són:

1. Reproducció, definicions, càlculs
2. Connexions i integració per a la resolució de problemes.
3. Matematització²⁹, pensament matemàtic, generalització i coneixement profund.

A continuació detallarem cada un d'aquests tres nivells:

Nivell 1: Reproducció, definició, càlculs

En aquest primer nivell, es tracta amb les qüestions dels tests estandaritzats així com en els estudis comparatius i que generalment es realitzen en format de resposta múltiple.

En el TIMSS encaixen en aquest nivell les produccions que *saben i usen procediments rutinaris*. Aquest nivell tracta del "coneixement de fets, representar, reconèixer equivalents, recordar objectes i propietats matemàtiques, dur a terme procediments rutinaris, aplicar algorismes estàndards i desenvolupar habilitats tècniques." (pàg. 14). També correspon a aquest nivell enfrontar-se i operar amb enunciats i expressions que continguin símbols i fórmules d'una manera estàndard.

La manera com es solen presentar els ítems en aquest primer nivell són en format de resposta múltiple, omplir els buits, relacionar amb fletxes i preguntes de resposta oberta (restringides).

Nivell 2. Connexions i integració per a la resolució de problemes

En aquest nivell s'han de començar a establir lligams entre diferents parts i dominis matemàtics i integrar la informació per a resoldre problemes senzills en què els alumnes han de triar entre diferents estratègies i quines eines matemàtiques usaran. Encara que els problemes "no són rutinaris", aquests requereixen d'una "matematització relativament menor" (pàg. 15). També s'espera que els alumnes d'aquest nivell puguin fer-se càrrec de diferents formes de representació d'acord amb la situació i finalitat. Aquest nivell requereix que els estudiants siguin capaços de distingir i relacionar enunciats com definicions, afirmacions, exemples, assercions condicionades i demostracions.

Des del punt de vista del llenguatge matemàtic un altre aspecte d'aquest nivell és descodificar i interpretar llenguatge formal i simbòlic i entendre les seves relacions amb el llenguatge natural. Aquest nivell es relaciona d'alguna manera amb la categoria d'*investigar i resoldre problemes* del TIMSS, la qual inclou "formular i aclarir problemes i situacions, desenvolupar estratègies, resoldre, predir i verificar" (pàg. 15). A jutjar per aquests ítems, un ha de tenir en compte que *resolució de problemes* i *usar procediments complexes* en el TIMSS són competències que estan en realitat molt properes a aquelles que de Lange (1999) proposa en el nivell 1. Els exemples que es troben més endavant juguen un paper important en fer que els nivells de competències i habilitats clars i treballables. Els ítems d'aquest segon nivell es col·loquen sovint enmig d'un context i s'emplaça a que els alumnes prenguin decisions matemàtiques.

²⁹ de Lange no descriu en un primer moment matematització i quan ha enumerat les competències, dins de Modelar hi inclou Matematitzar i aclareix entre parèntesi que és: traduir de la "realitat" a les "matemàtiques". Més endavant del març teòric tracta el concepte de matematitzar amb més detall.

Nivell 3. Matematització, pensament matemàtic, generalització i coneixement profund

En el nivell 3, es demana als alumnes matematitzar situacions, és a dir, reconèixer i extraure les matemàtiques incrustades en la situació i utilitzar les matemàtiques per resoldre el problema. Els alumnes han "d'analitzar, interpretar, desenvolupar els seus propis models i estratègies, realitzar argumentacions matemàtiques incloent-hi demostracions i generalitzacions. Aquestes competències inclouen el component crític i l'anàlisi del model i la reflexió en el procés. Els alumnes haurien no només de ser capaços de resoldre problemes sinó també de plantejar-los." (pàg. 15)

En aquest nivell els alumnes han de ser capaços de comunicar-se adequadament de diferents maneres (per exemple, oralment, per escrit i usant visualitzacions). A més a més, les competències en aquest tercer nivell incorporen habilitats i competències sovint associades amb els altres dos nivells. De Lange (1999) vol notar que "l'exercici de definir els tres nivells és d'alguna manera una activitat arbitrària" I afegeix que "no hi ha una clara distinció entre els diferents nivells", i els diferents nivells d'habilitats i competències tenen sovint un paper en els diferents nivells. (pàg. 16)

Segons de Lange (1999), en el marc teòric del TIMSS, el nivell 3 està relacionat amb la realització del *raonament matemàtic*: "desenvolupar notació i vocabulari, desenvolupar algorismes, generalitzar i conjecturar." (pàg. 16)

A continuació adverteix que "el nivell 3, que va directe al cor de les matemàtiques i de l'alfabetització matemàtica, és difícil d'avaluar". I afegeix que el format de resposta múltiple no és l'adequat per aquest tercer nivell. L'autor en canvi aposta com a formats més prometedors: preguntes amb contestació estesa amb respostes múltiples amb o sense ítems amb nivell de complexitat creixent. Però ja adverteix que tant "el disseny com el criteri de les respostes dels alumnes és molt, sinó extremadament, difícil." (pàg. 16) Com que el nivell 3 és al cor de l'estudi aquest fet s'entoma com un repte i és marca com a objectiu trobar ítems que tracti aquest tercer nivell de manera adequada.

Tot i haver-hi tres nivells de competències els alumnes els hem d'enfrontar a una mateixa quantitat d'ítems de cada tipus? Segons de Lange: no i és per això que ens proposa un model d'avaluació piramidal que està explicat a continuació.

El model piramidal de de Lange

En el model de de Lange (1999) els tres nivells de competències poden ser visualitzats en una piràmide (figura 5) que té tres dimensions o aspectes: (a) el contingut o dominis de les matemàtiques, (b) els tres nivells de pensament i comprensió matemàtica (al llarg de les línies just definides), i (c) el nivell de dificultat de les qüestions plantejades (classificades de fàcil a difícil). Les dimensions no són ortogonals i la piràmide dóna una justa imatge visual del nombre relatiu d'ítems requerits per representar la comprensió matemàtica dels alumnes. Com que només necessitem ítems simples pels nivells baixos, es poden usar més d'aquests en un curt període de temps. Pels nivells més alts es necessiten uns pocs ítems ja que aquests prendran força temps als alumnes per resoldre els problemes proposats en aquest nivell.

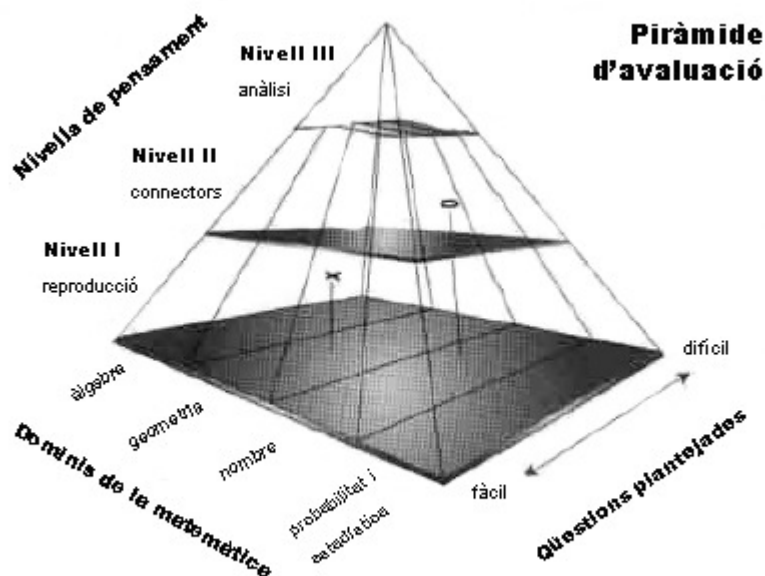


fig. 5: Piràmide d'avaluació de de Lange (1999)

Les dimensions de *fàcil* a *difícil* poden ser intercanviables amb dimensions que vagin d'*informal* a *formal*.

Totes les qüestions d'avaluació poden ser localitzades a la piràmide d'acord amb (a) el nivell de pensament demanat, pel (b) contingut matemàtic o el domini de les grans idees i (c) el grau de dificultat. Com que l'avaluació necessita mesurar i descriure el creixement d'un alumne en tots els dominis de les matemàtiques i en tots els tres nivells de pensaments, les qüestions en una programa complet d'avaluació haurien d'omplir la piràmide. Hi hauria d'haver qüestions de tots els tres nivells de pensament, dels diversos nivells de dificultat i en tots els continguts del domini.

Per a l'alfabetització matemàtica és essencial l'habilitat per matematitzar un problema. El procés de matematització serà descrit tot seguit amb més detall: *Matematització*, tal i com és tractat aquí, és organitzar la realitat usant idees i conceptes matemàtics. És l'activitat d'organització segons la qual els alumnes usen el coneixement i les habilitats adquirides per descobrir les regularitats, relacions i estructures desconegudes. A vegades a aquest procés se l'anomena matematització horitzontal i requereix activitats com:

- Identificar les matemàtiques específiques en un context general
- Esquematitzar
- Formular i visualitzar el problema
- Descobrir relacions i regularitats
- Reconèixer similituds en problemes diferents (de Lange (1987)³⁰)

Tan bon punt el problema ha estat transformat en un problema més o menys matemàtic, aquest pot ser atacat i tractat amb eines matemàtiques. Això és, les

³⁰ de Lange, J. (1987): Mathematics: Insight and meaning. Utrecht, The Netherlands: Vakgroep Onderzoek Wiskunde Onderwijs en Onderwijscomputercentrum (OW & OC).

eines matemàtiques poden ser aplicades per manipular i redefinir el problema del món real matemàticament modelat. Aquest és el procés de matematització vertical i pot ser reconegut en les següents activitats:

- Representar una relació en una fórmula
- Demostrar regularitats
- Afinar i ajustar models
- Combinar i interpretar models
- Generalitzar

D'aquesta manera el procés de matematització es desenvolupa en dues fases diferents. La primera és la matematització horitzontal, el procés d'anar del món real al món matemàtic. En la segona fase, en la matematització vertical, es treballa amb el problema des del món matemàtic (desenvolupant eines matemàtiques per a resoldre el problema). Reflectir la solució respecte al problema original és un pas essencial en el procés de matematització que tot sovint no rep tota l'atenció que es mereix.

A continuació tenim dos exemples amb una complexitat variant en la matematització necessària per resoldre'ls. Ambdós exemples estan adreçats a estudiants de 13-15 anys i són sobre conceptes matemàtics similars. El primer exemple requereix una matematització simple i en canvi el segon requereix d'una matematització més complexa.

“Exemple 1. (Nivell 2)

Una classe té 28 alumnes. La ràtio de nenes per nen és 4:3. Quantes nenes hi ha a la classe?

Font: TIMSS Assoliment matemàtic en els “middle years”, p. 98

Exemple 2. (Nivell 3)

En un cert país, el pressupost nacional de defensa és de \$30 milions per l'any 1980. El pressupost total per aquest any és de \$500 milions. L'any següent el pressupost de defensa és de \$35 milions, mentre que el pressupost total és de \$605 milions. La inflació durant el període cobert pels dos pressupostos suma el 10%.

a) T'inviten a donar una conferència per una societat pacifista. Intenta explicar que el pressupost de defensa ha disminuït al llarg d'aquest període. Explica com ho podries fer.

b) T'inviten a donar una conferència en una acadèmia militar. Intenta explicar que el pressupost de defensa ha incrementat al llarg d'aquest període. Explica com ho podries fer.

Font: de Lange (1987) (pàg. 17-18)

Després de Lange (1999) ens descriu el contingut en 4 “grans idees” que són: Canvi i creixement, Espai i forma, Raonament quantitatiu i Incertesa. Notem que són molt semblants a les 4 idees clau de PISA i com que en la present tesi volem treballar i avaluar una unitat didàctica i no tot un curs no entrarem en detall en aquest aspecte.

Un cop arribat a aquest punt ens trobem que els dos marcs teòrics que acabem de descriure estan molt enfocats a l'elaboració d'unes proves finals de curs o d'etapa que avaluin les competències que han assolit els alumnes. En el marc teòric de de Lange (1999) tot i referir-se a l'avaluació a l'aula, els exemples del marc teòric són proposades per a ser desenvolupades en una sessió i en un context d'aula i no inclouen activitats amb les característiques de les pràctiques proposades en aquesta tesi. El marc teòric de de Lange (1999) continua amb “Mètodes per a

l'avaluació a l'aula" que per a una millor comprensió del marc teòric exposarem més endavant en el punt 3.2.5.

Intentar encaixar aquestes pràctiques en els marc teòrics anava trobant era del tot impossible i semblava que seguiria així fins que finalment va caure a les meves mans el llibre "Les compétences à l'école. Apprentissage et évaluation" de Rey et al. (2006) i de sobte aquestes peces que tant s'havien resistit van començar a encaixar en algun lloc. A continuació es fa una breu descripció del seu marc teòric.

3.2.4.- Marc teòric per a l'avaluació de les competències matemàtiques de Rey et al.

A Rey et al. (2006) defineixen competència com "el fet de saber accomplir eficaçment una tasca, és a dir una acció amb un objectiu"(pàg. 33) i afirmen que en una pedagogia per competències i en plantejar-nos com fer aprendre per competències als alumnes ens adonem que hem de fer "distincions més fines" en la noció de competència.(pàg. 33). Els autors distingeixen tres graus de competències en funció "d'una part del caràcter simple o complex de la tasca i per l'altre de la més o menys gran novetat de la tasca per l'individu" (pàg. 33)

A continuació trobem la descripció de cada grau:

1. "Procediment o Competència elemental: saber executar una operació (o una sèrie predeterminada d'operacions) en resposta a un senyal (que pot ser, a classe, una pregunta, una consigna, o una situació coneguda i identificable sense dificultat ni ambigüitat).
2. Competència elemental amb elaboració o Competència de segon grau: tenir tota una gamma d'aquestes competències elementals i sabers, i dins una situació inèdita, escollir aquella que convingui. Aquí una interpretació de la situació és necessària.
3. Competència complexa o Competència de tercer grau: saber escollir i combinar correctament moltes competències elementals per tractar una situació nova i complexa." (pàg. 26)

Per altra banda també afegixen que en realitat la competència elemental no és realment una competència ja que no enfronta l'alumne a una situació nova i per això també la nomenclatura de procediment.

Aquesta distinció en tres nivells no té relació amb la definició de competència sinó que és una distinció relativa als alumnes. Segons qui s'enfronti a la tasca proposada, aquesta pot ser una situació nova i aleshores respondria a una competència de segon nivell per a ell o si aquesta tasca no és nova, aleshores seria una tasca de primer grau. Una mateixa competència pot ser de diferent grau segons l'edat que tinguin els alumnes als quals se li proposa.

Abans d'entrar en la presentació del seu marc teòric ens distingeixen entre: avaluació formativa i avaluació certificativa:

- Avaluació certificativa: consisteix en una apreciació (i una sanció) pública comunicada mitjançant documents "oficials" o "reconeguts": diplomes, certificats,...
- Avaluació formativa: usen la definició de De Landsheere³¹ "l'avaluació intervindrà, en principi, al final de qualsevol tasca d'aprenentatge i amb

³¹ De Landsheere, G. (1992): Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche en éducation, París, PUF.

l'objectiu d'informar l'alumne del grau domini assolit i, eventualment, de descobrir on i en què un alumne té les dificultats d'aprenentatge, per proposar-li a fer-li descobrir les estratègies que el facin progressar.(...)"

Per als autors, tota avaluació té un esperit diagnòstic en el sentit de "designar processos encaminats a identificar les possibles relacions entre els factors (de qualsevol tipus) que poden afectar l'aprenentatge (individual o col·lectiu)" (Rey et al(2006), pàg. 38).

El seu marc de referència està representat per una taula que està construïda sobre dos pols oposats però al mateix temps complementaris: l'avaluació formativa i l'avaluació certificativa. Aquesta taula està construïda que depenent de diferents factors, l'avaluació tendirà a certificativa o tindrà una tendència formativa. Aquesta idea es veu representada a la taula pel cursor: com més es dirigeix cap a l'esquerra, ens situarem en una avaluació més formativa i per altra banda, com més ens dirigim cap a la dreta, ens situarem cap a una avaluació més certificativa.

Taula 3.1.- Avaluació diagnòstica segons Rey et al.

					Avaluació diagnòstica				
					Formativa		Certificativa		
					cursor				
					Privat		Públic		
Funció	Diàleg	Fer un balanç	Fer un informe/butlletí	Certificar (decidir)					
Quan?	Durant l'ensenyament	Abans i després de l'aprenentatge	Determinants moments durant els cursos	Fi de l'any o del cicle					
Com	Dialogar l'evolució de l'aprenentatge	Proves	Proves	Proves – patrons					
Base de referència	L'alumne	L'alumne Els referents	L'alumne Els referents	Els referents					
Comunicació	Diàleg particular	Portafoli	Butlletí	Certificat Diploma					
Responsabilitat	El professor i l'alumne	L'equip docent	L'equip docent	Institucions educatives del govern					
					Centrant-se en les competències i els processos (metacognició)		Centrant-se en les competències		

3.2.4.a.- Model d'avaluació de competències

Pels autors el model d'avaluació de competències s'ha d'encaminar a l'avaluació de competències de tercer nivell i que això comporta necessàriament a confrontar als alumnes a una prova que comporti una tasca complexa i nova per a ells. El caràcter diagnòstic que segons ells ha de tenir tota avaluació fa que trobin necessari una

segona fase en què l'alumne s'enfronta a les tasques parcials que componen la tasca complexa original, d'aquesta manera el professor podrà fer un diagnòstic més acurat sobre d'on poden provenir les dificultats que puguin sorgir a l'alumne en realitzar la tasca complexa proposada. I per acabar d'analitzar aquestes possibles dificultats hi hauria una tercera fase on es proposaria als alumnes l'execució dels procediments de base que estan implicats en la tasca global proposades ara ja de manera descontextualitzada.

En resum, proposen una avaluació en tres fases:

- **Fase 1:** Es demana als alumnes que realitzin una tasca complexa, exigint la tria i la combinació d'un nombre significatiu de procediments que s'espera que es tinguin a la fi d'un cicle.
- **Fase 2:** Es proposa de nou als alumnes la mateixa tasca. Però aquesta vegada, la tasca complexa es descomposa en tasques elementals on les consignes són explícites i estan presentades en l'ordre en què han de ser realitzades per aconseguir amb la tasca global
- **Fase 3:** Es proposa als alumnes una sèrie de tasques simples descontextualitzades corresponents als procediments que han de ser mobilitzats pels alumnes per aconseguir la tasca complexa de la primera fase.

Aquestes tres fases estan relacionades amb els tres graus de les competències establint-se una correspondència entre la fase 1 i el primer grau i així successivament. No obstant, cal destacar el lligam entre les fases i que no es pot avaluar el segon grau de competència treballant només la fase 2.

Aquesta distinció de les competències en tres graus la trobem també en els altres dos marcs teòrics encara que amb diferències tal i com veurem a continuació.

3.2.5.- Recomanacions sobre el treball de competències

En els punts anteriors hem establert les característiques principals de tres models d'avaluació. En aquest punt volem tornar a Perrenoud per veure les recomanacions que ens fa l'autor respecte al treball per competències. Després es farà un resum de les propostes que es troben en el marc teòric d'avaluació a l'aula de de Lange (1999).

3.2.5.a.- Perrenoud

A partir de la seva definició de competència l'autor ens detalla que "una competència no és el pur i simple ús "racional" de coneixements, de models d'acció, de procediments. Formar a través de competències no porta a donar l'esquema a l'assimilació de coneixements. No obstant, l'apropiació de varis coneixements no permet la seva mobilització *ipso facto* en situacions d'acció" (pàg. 9) i per tant, "la construcció de competències és inseparable de la formació de models de mobilització de coneixements de manera adequada, en temps real al servei d'una acció eficaç"(pàg. 11)

Segons l'autor les implicacions que té una aproximació per competències en el mètode d'ensenyament es poden detallar de la següent manera:

"l'enfocament per competències (...) convida fermament als professors a:

1. considerar els sabers com recursos a mobilitzar;
2. treballar regularment per problemes;
3. crear o utilitzar altres mitjans d'ensenyament

4. negociar i conduir projectes amb els seus alumnes
5. adoptar una planificació flexible i indicativa, improvisar;
6. establir i explicitar un nou contracte didàctic;
7. practicar una avaluació formativa, en situacions de treball;
8. anar cap a una menor separació disciplinària" (pàg. 69)

Sobre el punt 1, Perrenoud destaca que "La formació de competències exigeix una petita "revolució cultural", per passar d'una lògica de l'ensenyament a una lògica de l'entrenament sobre la base d'un postulat força simple: les competències es construeixen exercitant-se de cara a situacions d'entrada complexes." (pàg. 71)

I respecte als professors assenyala que "La tasca dels professors no és, aleshores, improvisar cursos. Aquesta té per objectiu la regulació del procés i, en els nivells superiors, sobre la creació de problemes de complexitat creixent." (pàg. 71)

El punt 2 referent al treball per problemes es tractarà a l'apartat 3.4.

Respecte al punt 3, l'autor diu que "el treball a través de situacions-problemes quasi no pot utilitzar els mitjans actuals d'ensenyament, concebuts en una altra perspectiva". Afegeix que no es necessiten "quaderns d'exercicis o fitxes interminables", sinó en canvi "situacions interessants i adequades", i que aquestes han de tenir en compte "l'edat i el nivell dels alumnes, el temps del qual es disposa, les competències que es volen desenvolupar". Aquests mitjans són més aviat idees, esbossos de situacions, i no activitats lliurades "claus en mà". Això no significa que aquest sigui l'única metodologia de treball a l'aula i que també es puguin "assignar als alumnes tasques tradicionals mitjançant un simple 'llibre tal exercici tal'", però recalca que d'aquesta manera tant "unilateral, autoritària i econòmica" no es pot començar un gestió "entorn a una situació-problema". (pàg. 79)

La creació d'aquest material no és un element a menystenir i l'autor destaca que "No es pot esperar que un professor imagini i fabriqui per si sol, contínuament, situacions-problemes totes més apassionants i adequades que les altres" (pàg. 79) i per això demana la complicitat dels "editors o els serveis de didàctica" per a que posin a la seva disposició "idees de situacions, pistes metodològiques i materials adequats". Però ja adverteix que segurament les editorials necessitaran de les administracions quelcom més que complicitat ja que "la concepció dels mitjans orientats a la formació de competències seria més difícil i costosa", perquè aquests serien "menys repetitius i exigirien als seus autors més ingeni de recopilació". A més a més tindrien tiratges "molt més reduïts", ja que moltes vegades, només caldria un exemplar per classe.

Però no tot és negatiu perquè "No es parteix de zero, ja que:

- l'enfocament per competències no es completament nou i tots els moviments de l'escola activa han proposat activitats complexes (...) i per exemple
- "es poden usar els exercicis més difícils dels manuals clàssics". (pàg. 80)

I en conseqüència emplaça als ministeris d'educació que si volen l'enfocament per competències han de "estimular l'edició i la informàtica escolars en aquest sentit, i donar garanties en quant a l'estabilitat de la seva política (pàg. 80) El pitjor seria trobar situacions-problemes "estereotipades" advertència que ja havíem vist en Noss i Hoyles (1996).

Respecte al sisè punt (establir un nou contracte didàctic) l'autor en primer lloc posa de manifest les diferències que s'estableixen entre professor-alumne a partir del canvi d'enfocament. Si "en una pedagogia centrada sobre els sabers, el contracte de l'alumne és d'escoltar, d'intentar comprendre, fer conscienciosament els seus exercicis i restituir les seves adquisicions en el marc dels tests de coneixement amb

llapis i paper, comunament individuals i amb nota", en canvi, "en una pedagogia de situacions-problemes, el paper de l'alumne consisteix en involucrar-se, de participar en un esforç col·lectiu per realitzar un projecte i crear, per aquesta mateixa via, noves competències. Té dret a la prova i a l'error. És convidat a compartir els seus dubtes, a explicitar els seus raonaments, a prendre consciència de les seves maneres de comprendre, de memoritzar, de comunicar(...)" (pàg. 84-85)

Això comporta canvis en les tasques del professor:

"I per tant, entre les tasques del professor es troben:

1. - La capacitat d'estimular i de guiar el tempteig experimental.
2. - L'acceptació dels errors com a fonts essencials de regulació i de progrés, a condició de ser analitzats i ser compresos.
3. - La valoració de la cooperació entre alumnes en tasques complexes.
4. - La capacitat d'explicitar i d'adaptar el contracte didàctic, de comprendre les resistències dels alumnes i de considerar-les.
5. - La capacitat d'involucrar-se personalment en el treball sense quedar-se constantment en el paper de l'àrbitre o d'avaluador sense transformar-se, tanmateix, un igual" (pàg. 85)

Respecte al setè punt, l'autor ens indica que:

"Aquesta transformació del contracte didàctic suggereix ja que l'avaluació formativa està quasi integrada "naturalment" a l'administració de situacions-problemes (...) En quant a l'avaluació certificativa, aquesta ha d'inevitablement exercir-se també en el marc de situacions complexes, del mateix tipus que les situacions d'ensenyament-aprenentatge. En la mesura en què les formes d'avaluació certificatives influeixen considerablement, en el treball escolar quotidià i les estratègies dels alumnes, una avaluació centrada en coneixements descontextualitzats arruïnaria tot enfocament per competències" (pàg. 85-86)

3.2.5.b.- Marc teòric per a l'Avaluació a l'Aula (*Framework for Classroom Assessment*)

Mètodes per l'Avaluació a l'aula

Segons de Lange (1999): "Quan ens ocupem de l'avaluació a l'aula, el professor s'encara amb moltes tasques, decisions i dilemes." I es pregunta "Com podem provocar diàlegs socràtics que estimulin l'aprenentatge, i com podem avaluar aquests diàlegs?" (pàg. 26). Arribat aquest punt, de Lange (1999) ens fa notar que Freudenthal (1973) ja ens advertia contra els alumnes que assumien un rol massa passiu durant el desenvolupament d'aquest tipus de diàlegs.

Les preguntes que de Lange es fa sobre l'avaluació són:

- "Com podem organitzar interacció efectiva i amb èxit, i com podem avaluar-ne els efectes resultants?
- Quin tipus de tasques porten cap a arguments profitosos i com podem valorar aquests arguments?
- Com podem observar d'una manera adequada i com podem seguir la pista d'allò que observem?" (pàg. 26)

Tot seguit, de Lange (1999), ja ens posa en situació i ens adverteix que "per moltes raons, cap d'aquestes qüestions té una resposta simple i fàcil d'implementar". Un dels motius que el mateix autor titlla d'obvi és l'estreta relació que hi ha entre el procés d'ensenyament-aprenentatge i l'avaluació, fins al punt que senyala que és

impossible saber "on acaba l'aprenentatge i on comença l'avaluació". Després també assenyala l'important paper que juga el context sociocultural i que comporta que en realitat només es pugui donar informació sobre experiments que s'han fet i els resultats sobre les observacions que s'hi han efectuat, sent els resultats extrems teories que podríem qualificar de locals.

Seguint aquesta línia allò que ens proporciona de Lange (1999) amb el seu marc teòric són suggeriments pràctics sobre els diferents formats d'avaluació; sobre les seves possibilitats, qualitats i inconvenients; com triar un format apropiat i com puntuar les tasques. Un dels principis que l'autor ha seguit en tots els casos és que les matemàtiques han de ser importants, això comporta que ha donat una especial atenció a la tria, el paper i la funció dels contextos en l'avaluació. Per aquesta importància que s'ha atorgat als contextos, és per on comença:

Contextos

Segons de Lange (1999) es necessita una "varietat de contextos" (pàg. 27), així com un abast de rols pels contextos. La varietat és necessària per minimitzar la probabilitat de mostrar temes i fenòmens que no són culturalment rellevants. L'abast dels rols pels contextos necessita d'elaboració addicional perquè el seu paper està relacionat amb els efectes sobre què estem mesurant. Meyer(2001)³² distingeix 5 rols diferents del context: "(a) per motivar, (b) per aplicar, (c) com una font de matemàtiques, (d) com una font d'estratègies de resolució i (e) com una àncora per la comprensió de l'alumne" (pàg. 27).

Distància als alumnes

Podem pensar que no tots els contextos tenen la mateixa "distància" a l'alumne: els contextos que els hi són més propers són els que tenen a veure amb el seu dia a dia, en la seva vida quotidiana; els següents més propers són els que es refereixen a la seva vida escolar, al treball i als esports; els següents són els referits a la comunitat local i a la societat tal i com es troba en la vida quotidiana i més enllà es troben els contextos científics. Seguint aquesta línia, podem definir una escala més o menys contínua que pot ser considerada com un altre aspecte del marc teòric de Lange.

Cal senyalar que no està clar com la distància al context afecta a alumnes en la realització de les tasques. De Lange (1999) senyala que es necessiten més estudis i que pel moment no es pot afirmar que contextos més propers són més atractius pels alumnes o que vagin millor per plantejar les tasques que contextos científics. Hi ha una creença general que els alumnes menys brillants "prefereixen" contextos més propers al seu entorn més immediat ja que així poden atacar més fàcilment els problemes a través del context. Però Gravemeijer i Dekker³³ ens alerten que aquesta familiaritat amb el context pot ser un obstacle i que hi hauria d'haver una "certa distància".

Els móns de fantasia ofereixen un altre context molt popular en el qual la fantasia i la creativitat dels alumnes pot portar a activitats matemàtiques pertinents, encara que no autèntiques. Per suposat no podem mesurar la distància de cada alumne de manera individual, és per això que hem de fer algunes assumpcions. Un assumpció, important perquè està relacionada directament amb un dels nostres principis rector, és que la distància per a un context en particular pot ser diferent per nois

³² Meyer, M., Dekker, T., & Querelle, N. (2001): Context in mathematics curricula. *Mathematics teaching in the middle school*, 9, p. 522-527

³³ Dekker, T. (1993): Checklist toetsen met contexten [A checklist for tests with contexts; Internal paper]. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.

que per noies. Hem d'estar alerta dels contextos típics per nois i per noies. La recerca feta per van den Heuvel-Panhuizen i Vermeer³⁴ quotidiana, mentre que les noies sembla que obtenen millors resultats en els ítems on és necessari un algorisme o procediment estàndard.

En el segon nivell, no se sosté l'assumpció que el context ha de ser molt proper a l'alumne. Es noten com a mínim dos temes importants. En primer lloc, l'autor apunta que cada cop hi ha "més i més nous móns reals per als alumnes – inclosos els móns científics i polítics" (pàg. 27). Però també sembla que hi ha una tendència perquè aquest desenvolupament sigui posposat d'alguna manera pels alumnes amb "menys habilitats" encara que segons de Lange (1999), la raó per això sembla que es basa més en la "intuïció" del professor que en recerca.

També ens adverteix sobre un altre aspecte de l'ús del context del qual hem d'estar alerta: el seu paper en els ítems d'avaluació. Com que les **matemàtiques en si mateixes són part del món real**, estem obligats a trobar aquest aspecte en els ítems que proposem. Ens adverteix que podem trobar "ítems sense context" però que tenint en compte el domini de definició establert, aquests no poden ser excessius.

Rellevància i paper del context

Els contextos poden ser presentats només per fer que el problema sembli un problema de la món real (un context fals, un context de camuflatge, context d'"ordre zero"). El consell de de Lange (1999) és que hem d'intentar mantenir-nos allunyats d'aquests usos sempre que sigui possible.

L'ús real del context del "primer ordre" és quan el context és rellevant i necessari per resoldre el problema i per donar la resposta amb criteri.

L'ús del context de "segon ordre" apareix quan es necessari matematitzar el problema per a resoldre'l i s'ha de reflexionar sobre la resposta dins del context per a determinar l'exactitud de la resposta. És a dir, que la distinció entre l'ús del context del primer i del segon ordre radica en el paper del procés de matematització. En el primer ordre, ja hem prematematitzat el problema, mentre que en el segon ordre s'estableix molt més èmfasi en el procés.

Per aquesta raó, s'espera un ús del context de primer ordre en molts dels ítems més curts (per exemple, resposta múltiple i respostes obertes curtes), mentre que el segon ordre sovint està restringit a formats que permeten activitats orientades a processos i que sovint representen competències i habilitats de segon i tercer nivell.

Mereix una atenció especial l'ús del context de "tercer-ordre", en el qual el context serveix de construcció o reinvenió de nous conceptes matemàtics. Un exemple molt simple és l'ús dels viatges amb autobús com a model per a la suma i la resta.

Contextos reals versus artificials versus virtuals

Sembla clar que quan volem posar èmfasi en una educació que prepari els nostres ciutadans per a ser uns ciutadans intel·ligents i informats, hem de tractar amb tots tipus de contextos. Hem de tractar amb problemes de pol·lució, de seguretat viària,

³⁴ van den Heuvel-Panhuizen, M., & Vermeer, H. J. (1999): Verschillen tussen meisjes en jongens bij het vak rekenen-wiskunde op de basisschool [Differences between girls and boys in mathematics at primary school]. Utrecht, The Netherlands: CD-β Press.

creixement de la població. Però significa això que hem d'excloure els contextos artificials i virtuals? La resposta, segons l'autor, és que no, però hem d'estar alerta de les diferències per als alumnes.

Un context virtual "conté elements que no han estat extrets de cap realitat física, social, pràctica i científica existent" (pàg. 29). Són d'una natura idealitzada, estilitzada o generalitzada. Per exemple, si la disposició estilitzada dels carrers d'una ciutat C està considerada per un problema de trànsit idealitzat, només les etiquetes de "carrer", "ciutat" i "trànsit" són reals, la ciutat, els carrers i el trànsit no són reals o autèntics.

Un context artificial tracta per exemple amb "contes de fades, objectes o constructes que no existeixen" (pàg. 29). Aquesta classe de contextos són més fàcils de separar dels contextos reals i han de ser usats amb compte.

A continuació de Lange (1999) s'ocupa d'aspectes de l'avaluació i de tres aspectes de la pràctica diària a l'aula que segons ell no sempre es tenen en consideració com aspectes valuosos per a l'avaluació: discurs, observació i deures.

Discurs

"Discutir, explicar, justificar, il·lustrar i fer analogies tot són característiques de raonament en una classe de matemàtiques". (pàg. 30) Tenir un argument per trobar les solucions i les definicions matemàtiques apropiades està generalment considerat com a contribucions tant a l'aprenentatge de tota la classe com també al progrés individual. Sota les condicions específiques d'una classe, l'argumentació pot causar un fort impacte en l'aprenentatge. La interacció a l'aula està basada en l'assumpció que els alumnes estan a diferents "nivells de competències i habilitats matemàtiques i socials" o que hi ha "elaboració de diferències" (*framing differences*). D'aquesta manera només hi haurà acord sobre el cor de l'argument. A més a més, el cor de l'argument significa coses diferents per a cada alumne, depenent de l'enquadrament. Això al seu torn condueix a diferents nivells de confiança. (pàg. 30)

Quan s'argumenta és important l'habilitat de construir una similaritat estructural entre diverses experiències argumentatives en diferents situacions. Aquest "patró" d'arguments estructurats de manera similar s'anomena *topos*. L'argumentació a classe pot contribuir a la formació d'un *topos* per part d'un sol alumne, que comporta desenvolupament de matemàtica conceptual. De Lange (1999) es suporta d'altres investigacions entre d'elles de Johnson&Johnson (1990) que conclouen que "el discurs col·laboratiu pot produir guanys significatius en l'aprenentatge" (pàg. 33)

Observacions

Segons de Lange (1996) les observacions en un entorn de classe interactiu "inclouen molt més que només el discurs" (pàg. 33). Les observacions mostren quins alumnes funcionen millor sols i quins funcionen millor en grup. Dóna informació sobre com organitzen els resultats d'una discussió sobre el paper i com són d'organitzats. També ajuden als professors a estimar els nivells de confiança que són tant importants a l'hora de dedicar-se a una argumentació matemàtica.

Molts professors han relegat la important informació que s'obté a partir de l'observació a un status de segon ordre, per darrere de la informació que es pot obtenir a partir d'un examen. Part del problema és que les observacions són difícils d'organitzar d'una manera sistemàtica i les informacions són massa informals per

prendre decisions educatives difícils. La introducció de nova tecnologia pot simplificar-ne l'avaluació.

Hi ha ajuda disponible per aquells professors que vulguin fer de les observacions un ús efectiu. Beyer (1993)³⁵ dóna alguns suggeriments que són ecològicament vàlids:

- usa les teves reflexions com a professor per a desenvolupar els teus propis indicadors d'execució.
- intenta enregistrar l'execució de l'alumne contra els teus indicadors en una base regular.

Indicadors d'execució poden indicar, per exemple, només 3 nivells – no entén, en camí d'entendre-ho, realment entén el concepte- i apuntant només a conceptes matemàtics molt importants, limitant l'abast però encara obtenint informació molt rellevant. Aquests indicadors poden ser desenvolupats en més detall usant el marc teòric de de Lange (1999) o altres fonts externes. La majoria dels professors saben molt bé el què Webb (1995)³⁶ destaca: "observacions sistemàtiques dels alumnes fent matemàtiques quan treballen en un projecte recolzat per les seves respostes a preguntes perspicaces són indicadors més autèntics de la seva habilitat per fer matemàtiques que la puntuació compilada en un examen comptant els ítems amb resposta correcta" (pàg. 33, de Lange (1999)).

Deures

Els deures ens poden aportar poca informació rellevant per l'avaluació que l'autor ens està proposant si els alumnes per deures només realitzen exercicis rutinaris. En el projecte NCISLA³⁷-RAP³⁸ tots els alumnes tenien els mateixos deures, els problemes eren curosament seleccionats per garantir la possibilitat de diferents estratègies en les solucions dels alumnes. El professor en primer lloc comprovava si els alumnes havien acomplert amb els deures i prenen notes en casos especials (millor que, pitjor que). Després, el professor convidava a diversos alumnes a representar diferents estratègies i solucions. Després totes les solucions eren discutides en gran grup. Els alumnes podien repensar-hi i podien fer revisions del seu propi treball. Durant la discussió i basant-se en les aportacions individuals dels alumnes, el professor pot prendre més notes sobre la comprensió dels estudiants de la matemàtica involucrada.

Operacionalitzar els deures d'aquesta manera uneix els millors aspectes del discurs i de les observacions i també dóna als alumnes una introducció excel·lent a l'autoavaluació.

Produccions pròpies

Si un dels nostres principis és que avaluar ha de ser positiu- el que significa que hem d'oferir la possibilitat als nostres alumnes de mostrar les seves habilitats- i que els exàmens són part del procés d'ensenyament-aprenentatge, aleshores les

³⁵ Beyer, A. (1993). Assessing students' performance using observations, reflections and other methods. In N. L. Webb & A. F. Coxford (Eds.). *Assessment in the mathematics classroom: 1993 yearbook* (pp. 111-120). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

³⁶ Webb, N. L. (1995). Group collaboration in assessment: Multiple objectives, processes, and outcomes. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, núm 17. (pp. 239-261).

³⁷ National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science (NCISLA)

³⁸ Research on Assessment Practices

produccions pròpies ofereixen unes bones possibilitats. La idea no és realment nova. Treffers (1987)³⁹ va introduir la distinció entre construccions i produccions.

Per construccions, entenem

- resoldre problemes relativament oberts que provoquen produccions divergents a causa de la gran varietat de solucions que admeten, sovint a diferents nivells de matematització.

I,

- Resoldre problemes incomplets que requereixen dades i referències que s'han de autosuministrar abans que puguin ser resolts. (pàg. 36)

L'espai de construcció per a produccions lliures pot ser fins i tot més ampli.

A partir dels tres marcs teòrics exposats i d'aquestes últimes aportacions en el següent punt procedirem a determinar el model d'avaluació de competències per la present tesi.

3.2.6.- Determinació del model d'avaluació de competències

Després d'haver determinat el concepte de competència i competència matemàtica amb els quals treballarem en la present tesi en el punt 3.1.3 i que són els que es corresponen al currículum de Catalunya del 2007 i de comprovar que les directrius sobre el treball i l'avaluació a l'aula que s'hi recollien s'havien de concretar serà en aquest punt on establirem el model d'avaluació.

Per tal de determinar el model d'avaluació hem presentat els models de tres marcs teòrics: PISA (OCDE (2006, cat), de Lange (1999) i Rey et al. (2006) amb elements comuns i amb elements diferenciadors.

Com a element comú notem que a partir de la idea de competència, els tres marcs teòrics presentats (PISA (OCDE (2006, cat), de Lange (1999) i Rey et al. (2006)) estableixen/ agrupen/ distingeixen les competències en 3 graus/grups/nivells amb un rerafons i unes intencions semblants.

Respecte a les competències, en la present tesi treballarem amb la nomenclatura de Lange (1999): nivell, però amb les etiquetes de Pisa ja que creiem que les etiquetes de Reproducció, Connexió i Reflexió són molt clares, només amb el títol ja es té una idea força clara sobre cada nivell. Per altra banda la nomenclatura de grup que estableix PISA (OCDE (2006, cat)) no és tant apropiada com la de Nivell per al model d'avaluació que determinarem. Tanmateix no escollirem "Nivell de Pensament" sinó "Nivell de complexitat" per a referir-nos-hi.

Per altra banda, PISA (OCDE (2006, cat)) estableix una relació de preguntes que poden ajudar a partir de l'enunciat de la tasca a detectar quin grup de competències s'està demanant a l'alumne que treballi. Aquesta relació la trobem molt útil i entenedora i és per això que tot i que PISA (OCDE (2006, cat)) treballa sobre unes altres competències nosaltres adaptarem aquesta llista a les competències matemàtiques establertes al currículum i en el nostre cas enlloc de Grups parlarem de Nivells.

³⁹ Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction* – The Wiskobas Project. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

La present tesi es diferencia clarament dels tres marcs teòrics presentats pel que fa als continguts a treballar ja que la nostra pretensió és molt més modesta i ens restringim a l'estudi de la mesura a 3r d'ESO quedant aquest aspecte determinat des del principi de la tesi.

Alhora de determinar un marc d'avaluació per a la present tesi cal adonar-se que PISA (OCDE (2006, cat)) estableix un marc teòric orientat a l'elaboració d'una prova individual final d'etapa, això fa que en aquest sentit ens sigui poc útil per als nostres objectius. Per la seva part, de Lange (1999) parla de l'avaluació formativa però tot i expressar la diversitat d'instruments per a l'avaluació a l'aula, a l'hora de la veritat ens presenta un model piramidal molt adreçat a l'estructuració d'ítems en una prova d'avaluació final i individual.

Per altra banda, Rey et al. (2006) presenten un marc d'avaluació més global i aborden el dilema entre l'avaluació formativa i l'avaluació certificativa que és més important del que pot semblar a priori i que de Lange (1999) i PISA (OCDE (2006, cat)) eviten deliberadament. Per exemple, PISA avalua per competències sense fer cap menció a la manera com s'estigui treballant a l'aula ni a les implicacions o repercussions que això pugui tenir en els resultats ni en la seva posterior anàlisi i extracció de conclusions. De Lange (1999) per la seva part, presenta un model on només parla de l'avaluació formativa i on en certa manera tot el treball a l'aula, redactat en forma de recomanacions, està enfocat a millorar els resultats de la prova final que serà la que veritablement certificarà el nivell competencial assolit.

En aquestes dues propostes es troba a faltar proposar als alumnes tasques realment complexes ja que en ambdós casos preval les restriccions pròpies d'una prova escrita en un context d'aula. És una llàstima tal i com assenyalen Zabala i Arnau (2007) que tal sigui "el pes de la història que fins i tot les avaluacions de [...] PISA (OCDE (2006, cat)) estan condicionades per les proves escrites". D'aquesta manera, enlloc de "supeditar el medi a allò que volen conèixer o valorar" acaben avaluant "només allò que es pot avaluar amb una prova escrita" (pàg. 198)

En canvi a Rey et al. (2006) posa en el centre de la seva proposta precisament l'enfrontament dels alumnes a una tasca complexa i nova i que aquest treball es tingui en compte tant en l'avaluació formativa com en la certificativa.

Per altra banda, trobem que la proposta de Rey et al. (2006) és massa restrictiva, haver de treballar sempre tots els continguts a partir de situacions complexes i noves per als alumnes imposa un model massa tancat. És per això que en el nostre model introduir una tasca complexa i nova té un paper central en la unitat didàctica dissenyada però no únic. En el nostre cas, per exemple, vam considerar interessant treballar plantejant tres pràctiques en diferents punts de la unitat. L'estructura del treball en tres fases molt marcades, tot i ser molt interessant, també és força restrictiu: les tasques proposades als alumnes han de poder ser "esmicolades" per al seu posterior treball en les subseqüents fases.

A l'hora de plantejar un model mixt on no només es treballa una tasca complexa en tres fases, hem trobat interessant incloure el model piramidal de de Lange que en certa manera estableix una proporció entre les activitats dels diferents nivells a treballar així com també estableix una proporció entre les diferents àrees a treballar.

Seguint el model de la piràmide d'avaluació de Jan de Lange (1999) (que recordem en la imatge que trobem a continuació, fig. 6), l'hem adaptat a les necessitats de la present tesi. Considerant les tres dimensions de la piràmide el model original té els següents tres aspectes:

- Dominis de la matemàtica (Àlgebra, Geometria, Nombre i Probabilitat i estadística).
- Nivells de pensament (Nivell I: reproducció, Nivell II: connectors i Nivell III: anàlisi)
- Qüestions plantejades (de fàcil a difícil).

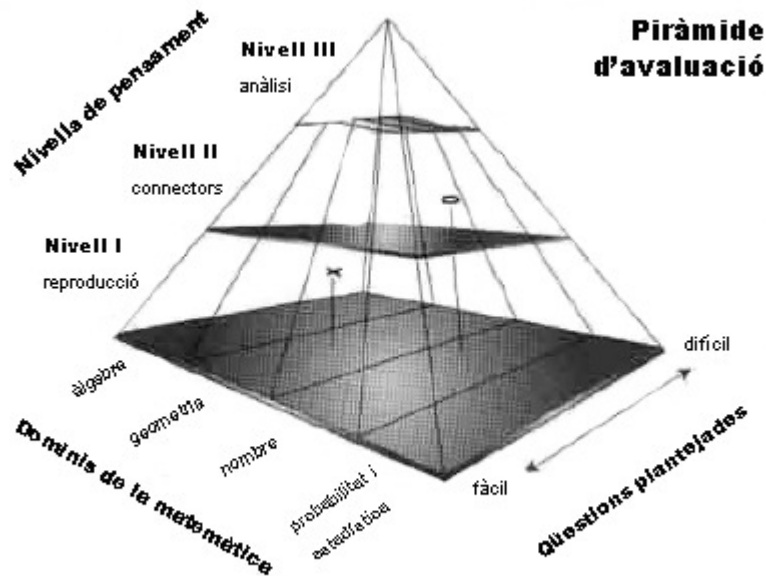


fig. 6: Model d'avaluació piramidal de Lange(1999) original

En primer lloc observem que la tercera dimensió no té la mateixa entitat que les altres dues i que la interpretació que nosaltres hem fet de la segona dimensió implica una gradació de la dificultat. Per això en el nostre model canviarem aquesta tercera dimensió.

També ja hem comentat que en el nostre cas no avaluarem els coneixements dels alumnes en tot el domini de les matemàtiques i per tant en la dimensió que es refereix al *dominis de la matemàtica*, nosaltres l'anomenarem *Blocs de continguts* que en el nostre cas seran tres: Numeració i càlcul, Canvi i relacions, Espai i forma, Mesura i Estadística i atzar seguint la nomenclatura usada en el currículum (DOGC (2007)).

Respecte a la segona dimensió adaptarem *Nivells de pensament* per *Nivells de complexitat*: Nivell 1 (reproducció), Nivell 2 (connexió) i Nivell 3 (reflexió) on es pot representar la dificultat de la tasca graduant cada un dels tres nivells en cas de necessitat.

En la tercera dimensió que en aquests moments ens queda lliure hi representarem les *Competències matemàtiques* que en el nostre cas són les set competències matemàtiques del currículum català (DOGC (2007)).

Després de totes les modificacions que acabem de veure la piràmide corresponent al nostre model d'avaluació quedaria de la següent manera:

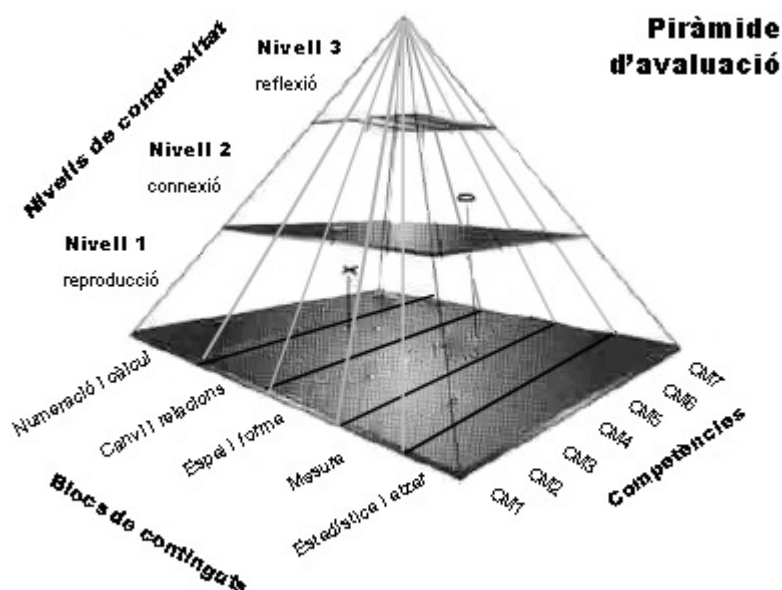


fig. 7: Model d'avaluació piramidal de de Lange (1999) adaptat

És a dir, nosaltres proposem un model en què es plantegin unes activitats complexes i noves als alumnes (pràctiques) com a element central del treball i de l'avaluació a l'aula però no de manera exclusiva. Respecte al treball, la unitat didàctica també inclourà altres activitats per cobrir aquells aspectes que no es treballin a les pràctiques i respecte a l'avaluació la unitat didàctica també inclourà una prova escrita final. La piràmide d'avaluació no es restringeix a l'avaluació certificativa i també inclourà l'avaluació formativa.

En el nostre model no hem estat tant radicals com Perrenoud (1997) que argumenta que "Hauríem de deixar enrere la prova escolar clàssica com a paradigma de l'avaluació, renunciar a celebrar un "examen de competències" posant tots els "competidors" en la mateixa línia de sortida." (pàg. 103) Ja que considera que "No hi ha a dia d'avui alternativa única al sistema de les proves escolars i dels exàmens de coneixements." perquè "Els sistemes educatius intentaran inevitablement trobar alguna cosa tan senzilla i econòmica.(pàg. 104) Però hem intentat seguir el seu consell que "Les competències s'avaluen, però d'acord a les situacions que causen" (pàg. 103) incorporant unes pràctiques a la unitat didàctica i d'aquesta manera es compleix en paraules de l'autor una avaluació per competències "complexa, personalitzada, imbricada al treball de formació pròpiament dit" (pàg. 104)

Per cada activitat que es treballi a la unitat didàctica s'haurà d'establir a priori el bloc de continguts, la competència i amb quin nivell de complexitat s'està treballant. El model d'avaluació piramidal ens permetrà determinar la distribució d'aquestes tasques i adonar-nos què ens manca i que tenim en excés per poder prendre les mesures que creiem oportunes. Per a facilitar aquesta tasca de classificació i seguint el marc teòric de PISA (OCDE (2006, cat)) també hem elaborat una descripció de cada nivell de complexitat per a cada competència. Com en el cas de PISA cada nivell de complexitat inclou el/s anterior/s en cas d'haver-hi.

Criteris dels nivells de complexitat segons la competència matemàtica

Les 7 competències matemàtiques del currículum. Nivell 1: reproducció.

Les competències d'aquest grup impliquen essencialment la reproducció del coneixement practicat. Inclouen aquelles que s'utilitzen més freqüentment en les proves estandaritzades i en els llibres de text: coneixement dels fets, representacions de problemes comuns, reconeixement d'equivalents, recopilació de propietats i objectes matemàtics familiars, execució de procediments rutinaris, aplicació d'habilitats tècniques i algorismes habituals, el maneig d'expressions amb símbols i fórmules establertes i la realització d'operacions senzilles.

1. **Pensar matemàticament.** Formular les preguntes més simples («¿quants...?», «¿quant és...?») i comprendre els consegüents tipus de resposta («tants», «tant»); comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en el mateix context en el qual es van introduir per primera vegada o en què s'han practicat subsegüentment.
2. **Raonar matemàticament.** Distingir entre definicions i afirmacions; seguir i justificar els processos quantitativs estàndard, entre ells els processos de càlcul, els enunciats i els resultats.
3. **Plantejar-se i resoldre problemes.** Llegir i entendre l'enunciat; exposar i formular problemes reconeixent i reproduint problemes anàlegs ja practicats tant purs com aplicats de manera tancada; resoldre problemes utilitzant enfocaments i procediments estàndard, normalment d'una única manera.
4. **Obtenir, interpretar i generar informació.** Reconèixer i recopilar informacions.
5. **Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques.** Operar i manejar expressions senzilles, mesurar, organitzar i analitzar dades mitjançant procediments rutinaris; conèixer i ser capaç d'utilitzar materials, eines de suport i instruments que resultin familiars en contextos, situacions i procediments similars als ja coneguts i practicats al llarg de l'aprenentatge.
6. **Interpretar i representar.** Descodificar, codificar i interpretar representacions d'objectes matemàtics de tipus estàndard prèviament coneguts.
7. **Comunicar.** Comprendre i saber expressar-se oralment i per escrit sobre qüestions matemàtiques senzilles, com ara reproduir els noms i les propietats bàsiques d'objectes familiars, esmentant càlculs i resultats, normalment d'una única manera.

Les preguntes que mesuren les competències del grup de *reproducció* es poden descriure mitjançant els descriptors clau següents: reproduir material que ja s'ha experimentat i realitzar operacions rutinàries.

Les 7 competències matemàtiques del currículum. Nivell 2: connexió.

Les competències del grup de *connexions* es recolzen sobre les del grup de *reproducció*, conduint a situacions de resolució de problemes que ja no són de simple rutina, però que encara inclouen escenaris familiars o gairebé familiars.

A més de les competències descrites per al grup de *reproducció*, les competències del grup de *connexions* comprenen les següents:

1. **Pensar matemàticament.** Formular preguntes («¿com trobem...?», «¿quin tractament matemàtic donem...?») i comprendre els consegüents tipus de resposta (plasmades mitjançant taules, gràfics, àlgebra, xifres, etc.);

- comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos que difereixen lleugerament d'aquells que es van introduir per primera vegada o d'aquells altres que s'han practicat després.
2. **Raonar matemàticament.** Raonar matemàticament de manera simple sense distingir entre proves i formes més àmplies d'argumentació i raonament; distingir entre definicions i afirmacions i entre diferents tipus d'aquestes; seguir i avaluar l'encadenament dels arguments matemàtics de diferents tipus; tenir sentit de l'heurística (p. ex., Què pot o no pot passar i per què?, Què sabem i què volem obtenir?).
 3. **Plantejar-se i resoldre problemes.** Plantejar, resoldre i formular problemes més enllà de la reproducció dels problemes ja practicats de manera tancada; planificar i desenvolupar estratègies de resolució; resoldre mitjançant la utilització de procediments i aplicacions estàndard però també de procediments de resolució de problemes més independents que impliquen establir connexions entre diferents àmbits matemàtics.
 4. **Obtenir, interpretar i generar informació.** Estructurar la situació amb la qual s'està treballant; traduir la «realitat» a estructures matemàtiques en contextos diferents als que estan acostumats els estudiants. Comporta també saber interpretar endavant i endarrere la realitat i els seus resultats.
 5. **Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques.** Operar i manejar expressions menys senzilles, mesurar, organitzar i analitzar dades mitjançant procediments menys rutinaris. Conèixer i ser capaç d'utilitzar materials, eines de suport i instruments familiars en contextos, situacions i maneres diferents als introduïts i practicats al llarg de l'aprenentatge.
 6. **Interpretar i representar.** Descodificar, codificar i interpretar formes de representació dels objectes matemàtics; seleccionar i diferenciar entre diferents formes de representació (esquemes, taules, gràfics, paraules i il·lustracions).
 7. **Comunicar.** Comprendre i saber expressar-se oralment i per escrit sobre qüestions matemàtiques com explicar els càlculs i els seus resultats (normalment de més d'una manera) i explicar assumptes que impliquen relacions. També comporta entendre les afirmacions orals o escrites de tercers sobre aquest tipus d'assumptes.

Les preguntes d'aquest grup normalment exigeixen alguna prova de la integració i vinculació del material derivat de les diferents subdimensions, de les diverses línies curriculars matemàtiques o de la connexió de les diverses representacions d'un problema.

Les preguntes que mesuren les competències del grup de connexions es poden descriure mitjançant els descriptors clau següents: integració, connexió i ampliació moderada del material practicat.

Les 7 competències matemàtiques del currículum. Nivell 3: reflexió.

Les competències d'aquest grup inclouen un element de reflexió per part de l'alumne sobre els processos necessaris o empleats per resoldre un problema. Relacionen les capacitats de l'alumnat per plantejar estratègies de resolució i aplicar-les a en escenaris de problema que contenen més elements i poden resultar més «originals» (o inusuals) que els del grup de *connexions*.

A més de les competències descrites per al grup de connexions, entre les competències del grup de reflexió es troben les següents:

1. **Pensar matemàticament.** Formular preguntes («Quins són els aspectes essencials del problema o situació...?») i comprendre els consegüents tipus de resposta (plasmades mitjançant taules, gràfics, àlgebra, xifres,

- especificació dels punts clau, etc.); comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos nous o complexos; comprendre i tractar l'amplitud i els límits dels conceptes matemàtics donats i generalitzar els resultats; comprovar i modificar conjectures, relacionar conceptes i realitzar abstraccions.
2. **Raonar matemàticament.** Distingir entre definicions, teoremes, conjectures, hipòtesi i afirmacions sobre casos especials i articular de manera activa o reflexionar sobre aquestes distincions; realitzar induccions i deduccions, particularitzar i generalitzar seguir; utilitzar l'heurística (p. ex., Quines són les propietats essencials?, Com estan relacionats els diferents objectes?).
 3. **Plantejar-se i resoldre problemes.** Resoldre problemes mitjançant procediments originals. Generalitzar, estendre el problema recollint els resultats que poden ser útils en situacions posteriors.
 4. **Obtenir, interpretar i generar informació.** Traduir la realitat a estructures matemàtiques en contextos complexos o molt diferents als que estan acostumats els estudiants i passar alternant dels diferents models (i dels seus resultats) a la «realitat». Establint connexions entre diferents àmbits matemàtics i formes de representació i comunicació (esquemes, taules, gràfics, paraules i il·lustracions).
 5. **Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques.** Saber tractar amb operacions, expressions complexes i amb llenguatge simbòlic o formal inusual, i realitzar traduccions entre aquest llenguatge i el llenguatge natural. Conèixer i ser capaç d'utilitzar materials, eines de suport i instruments en contextos, situacions i formes bastant diferents als ja introduïts i practicats. També comporta reconèixer les limitacions d'aquests suports i eines.
 6. **Interpretar i representar.** Seleccionar i canviar entre diferents formes de representació de les situacions i objectes matemàtics. Combinar representacions de manera creativa i inventar formes no estandaritzades.
 7. **Comunicar.** Comprendre i saber expressar-se oralment i per escrit sobre qüestions matemàtiques com explicar assumptes que inclouen relacions complexes, entre elles relacions lògiques.

Les preguntes d'avaluació que mesuren les competències del grup de *reflexió* es poden descriure mitjançant els descriptors clau següents: raonament avançat, argumentació, abstracció, generalització i construcció de models aplicats a contextos nous.

A l'hora de classificar una activitat i un cop determinat el bloc de continguts el que ens interessa és pensar en cada competència si es treballa o no de manera significativa i en cas afirmatiu determinar-ne aleshores el nivell de complexitat. És per això que a partir dels descriptors anteriors es va elaborar també la mateixa llista però agrupada per competència, després es va decidir que també podria ser útil fer-ne un resum. A partir d'aquest resum se'n va elaborar la taula que podreu trobar a l'annex (A14)

Per facilitar la tasca d'aquesta classificació de les diferents activitats que formen part de la unitat didàctica i sobretot per a automatitzar-ne el resum s'ha elaborat l'instrument: *Avaluacio_de_competencies.xls*. L'explicació metodològica de l'instrument es farà en el següent capítol.

Aquesta classificació a priori haurà de ser després contrastada amb la implementació que s'ha produït després de la unitat didàctica a l'aula i servirà de punt de partida per a l'avaluació del treball de l'alumne en termes de competències.

Un cop dibuixat un marc general d'avaluació ara ens queda determinar marc general de treball a l'aula que com ja vam argumentar ha de ser conseqüent amb el concepte de competència, amb l'avaluació i amb els objectius fixats i que ens portarà a l'elaboració, implementació i avaluació de la unitat didàctica

Determinació del marc d'avaluació de treball a l'aula

Com ja hem mencionat la unitat didàctica estarà vehiculada a partir d'unes pràctiques on es presentaran als alumnes unes activitats "interessants" basades en activitats ja treballades en el marc de la innovació educativa i inspirades en les activitats que es van treballar en el treball de recerca per poder aprofitar les conclusions extretes. Aquestes activitats formaran part de l'avaluació certificativa.

També seguirem els consells de Perrenoud i aquestes activitats no seran les úniques en la unitat didàctica i no renunciarem a activitats que podem anomenar més modestes per complementar els objectius didàctics de la unitat.

La unitat didàctica també constarà d'una prova final que seguirà l'estructura de la piràmide. S'ha escollit una estructura piramidal que l'estructura 1:2:1 ja que es considera en una prova hi ha d'haver més activitats de nivell 1, després de nivell 2 i per últim de nivell 3.

Tampoc es segueix la recomanació de la prova PISA segons el tipus de resposta, ja que s'elimina la resposta d'elecció múltiple ja que no es pròpia dels nostres exàmens de matemàtiques i es deixa només les respostes construïdes-tancades amb un pes majoritari i respostes construïdes obertes.

Respecte als contextos farem una classificació dels diferents ítems proposats segons les categories proposades per de Lange i per PISA.

Respecte a la unitat didàctica en el sentit més ampli i seguint els consells del marc teòric de de Lange es tindran en compte els deures que s'aniran posant als alumnes i que ells mateixos corregeixen a la pissarra a l'inici de la sessió i el lliurament dels tres treballs que suposaran l'elaboració de les tres pràctiques. En el següent apartat es detallarà el marc teòric referent al contingut matemàtic de la unitat didàctica i en l'apartat 3.4 es farà referència a aquelles competències no matemàtiques que es treballen en la unitat didàctica elaborada.

3.3. El treball de la mesura a l'ESO

En el treball de recerca "Matemàtiques i realitat: anàlisi de pràctiques de mesura a l'ESO" López (2007) ens fèiem la pregunta: Per què és interessant plantejar activitats de mesura als estudiants de secundària?

En aquest treball vam apuntar els següents referents teòrics per contestar-la:

En "Principios y Estándares para la Educación Matemática" (2000) es defineix mesurar com "assignar un valor numèric a un atribut d'un objecte; per exemple, a la longitud d'un llapis.[...]"

Però més enllà de la definició la importància de la mesura té un fort component cultural. En paraules de Bishop (1999) "La mesura constitueix una de les principals activitats humanes, present en totes les cultures des de les més antigues, ja que

permet comparar, estimar o calcular amb més a menys precisió diferents magnituds”

I també segons Bishop (1999) l'associació de la mesura a les matemàtiques té caràcter cultural: “comptar i mesurar són dues de les activitats humanes que popularment s'associen a la matemàtica”.

És a dir, que culturalment s'associa una activitat tant rellevant com la mesura a la formació matemàtica de la persona. I aquesta importància com a activitat social i cultural vinculada a les matemàtiques veu el seu reflex en la importància que se li dóna en els currículums de matemàtiques sobretot de primària però també de secundària i que recull Luelmo (2001) quan cita Chamorro (1996):

“Des de la creació de l'escola elemental com a institució, la mesura ha constituït un tòpic d'ensenyament per excel·lència en els programes de Matemàtiques. Ningú ha discutit, ni a Espanya ni en els països del nostre entorn cultural, la pertinença del seu tractament, i això sens dubte per l'aplicació a la vida pràctica que porta aparellada. Pot parlar-se per tant de la importància social de la mesura, de manera que és difícil concebre un ensenyament bàsic sense considerar el seu aprenentatge. On probablement hi hauria més diversitat d'opinions és en definir quins aspectes curriculars ha de contenir l'aprenentatge de la mesura, però encara així, la consulta dels programes de les diferents èpoques i països posa de manifest dos grans objectes d'ensenyament de la mesura:

a) les unitats usals i legals de mesura, en particular les pertanyents al Sistema Mètric Decimal.

b) El coneixement i maneig dels instruments de mesura més comuns.”
(pàg. 730)

És a dir, amb l'activitat de mesurar s'hi vincula la manipulació d'instruments: “Mesurar sol associar-se en la nostra cultura amb una acció de tipus instrumental: regles, cintes mètriques [...] són emprades per controlar a través dels nombres qualitats variables del món físic com pes, volum, longitud, etc.” (Bishop, 1999)

El NCTM (2000) va més enllà arribant a insinuar que l'alumne no pot arribar a entendre la mesura sense el maneig d'instruments de mesura: “La mesura es presta especialment a l'ús de materials concrets. De fet, és improbable que els nens puguin arribar a tenir un enteniment profund d'ella sense manipular materials, fer comparacions físicament i utilitzar instruments de mesura”.

Luelmo (2001) destaca que no obstant haver-hi una opinió generalitzada sobre la importància que l'alumne treballi amb activitats de mesura contextualitzades a la pràctica ja no hi ha tant consens en com treballar-ho a les aules i per això les activitats de mesura a l'aula de matemàtiques es redueixen a exercicis rutinaris de conversió d'unitats: “Si bé en teoria el professorat i els investigadors reconeixen els avantatges de determinats enfocaments, les pràctiques d'aula i els llibres de text reflecteixen postures molt diferents.

Per exemple, s'admet que és positiu aplicar la mesura a situacions significatives per l'alumnat, combinar mesuraments i la reflexió sobre elles, utilitzar diferents llenguatges i diferents sistemes d'unitats. Els ja antics Dissenys Curriculars de la LOGSE així ho reconeixen, però, si obrim a l'atzar un dels textos a l'ús en les nostres aules, tant de primària com de secundària, el més probable és que ens trobem quasi exclusivament amb activitats del tipus:

Expressa en grams: 3 Kg, 8 Hg 4 Dg 6 g” (pàg. 732)

I afegim: "No és fàcil trobar en els textos activitats [...] de mesurament directe. [...] En tot cas, només es realitzen alguns exercicis de mesurament directe de longituds, i encara així, l'experiència sol reduir-se a l'ús del regle graduat." (pàg. 732)

Aquest tractament excessivament teòric i calculístic té les seves conseqüències. Un important percentatge d'alumnes, tot i haver dedicat temps i esforç a treballar el concepte de mesura a l'educació primària, arriben a l'educació secundària tenint-hi dificultats.

Luelmo (2001) cita un estudi de Hart i altres (1981) on es mostra entre d'altres els següents resultats per l'edat de 14 anys:

EXEMPLE 3.3.1

a) El 22,8% dels alumnes de l'estudi responen que la mesura del segment AB, amb un regle graduat en aquesta posició és de 7 cm.

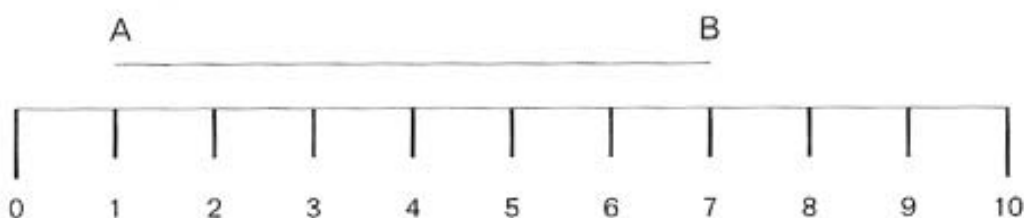


fig. 8: Exemple 3.3.1. Respostes dels alumnes- Longitud

El nombre d'alumnes que responen que la longitud del segment és 7 cm es redueix considerablement segons l'edat: 46,2% als 12 anys, 30,6% als 13 anys i finalment 22,8% als 14 anys.

Conseqüentment les respostes correctes de 6 cm pateixen una clara millora segons l'edat: 49,1% (12 anys), 64,9% (13 anys) i 76,1% (14 anys).

L'estudi editat per Hart recull el programa de recerca "Conceptes de Matemàtiques i de Ciència a Secundària" dut a terme per Chelsea College de la Universitat de Londres durant la segona meitat dels anys setanta. La recerca intentava desenvolupar una jerarquia de comprensió de les matemàtiques per proveir als professors d'informació als professors. L'estudi consistia en proves escrites i entrevistes amb alumnes per al seu posterior anàlisi i constava d'onze temes matemàtics entre els quals es trobava la mesura. Desafortunadament al principi de la secció de mesura ja ens avisen que l'estudi està restringit a la comprensió de la longitud, àrea i volum (per tant exclou la mesura d'angles) i que no es va demanar a l'alumnat cap mesura amb cap instrument tot i que sí que es van incloure preguntes com la de l'exemple anterior.

En el mateix estudi també trobem que donat el següent enunciat

EXEMPLE 3.3.2



fig. 9: Exemple 3.3.2. Respostes dels alumnes- Longitud

on un 45% d'alumnes de 14 anys responen que els segments C i D són igual de llargs. En aquest cas la resposta no pateix una gran variació segons l'edat dels alumnes que responen: 48% tant pels alumnes de 12 i 13 anys.

En canvi en el donat el següent enunciat:

EXEMPLE 3.3.3.



fig. 10: Exemple 3.3.3. Respostes dels alumnes- Longitud

només un 13,4% dels alumnes de 14 anys responen que E i F tenen la mateixa longitud.

Després de les longituds hi ha també qüestions referides al concepte d'àrea. A continuació s'adjuntem exemples de les tasques estudiades:

EXEMPLE 3.3.4. La tasca de trobar l'àrea d'un rectangle utilitzant centímetres quadrats tant enrajolant o usant una fórmula va ser completada de manera satisfactòria per un 87% dels alumnes.

EXEMPLE 3.3.5. Si la figura està composta de rectangles però no és un rectangle aleshores només un 15% completen satisfactòriament la tasca.

EXEMPLE 3.3.6. Quan la unitat de mesura no és una rajola d'un centímetre quadrat sinó una més petita com per exemple $\frac{1}{2}$ cm x $\frac{1}{2}$ cm, aleshores un 60% de cada edat simplement doblen la resposta que havien obtingut usant la rajola d'un centímetre quadrat, tot i que tant la rajola d'un cm^2 com la de $\frac{1}{2}$ cm x $\frac{1}{2}$ cm estaven dibuixades en la pregunta.

La unitat treballada a més a més de la mesura pròpiament dita també es treballa la proporcionalitat. La raó i la proporcionalitat formen també un capítol a l'estudi de Hart tot i que n'exclou els triangles semblants. A continuació adjuntem exemples de les tasques proposades d'aquesta secció:

EXEMPLE 3.3.7. En aquest apartat els autors assenyalen que l'èxit quan se'ls hi demana als alumnes alguna activitat que involucri doblar no es cap indicació de què passaria si la proporció no fos 2:1 ja que en alguns casos els alumnes totes les demandes d'allargament com a requeriments de doblar i totes les reduccions com a requeriments de partir per la meitat.

EXEMPLE 3.3.7.a.- Donar les quantitats d'una recepta per quatre persones quan les dades estan donades per 8 persones. Després donar-les per 6 persones.

Percentatges d'èxit: 53% (13 anys) 49% (14 anys) 41% (15 anys)

EXEMPLE 3.3.7b.-

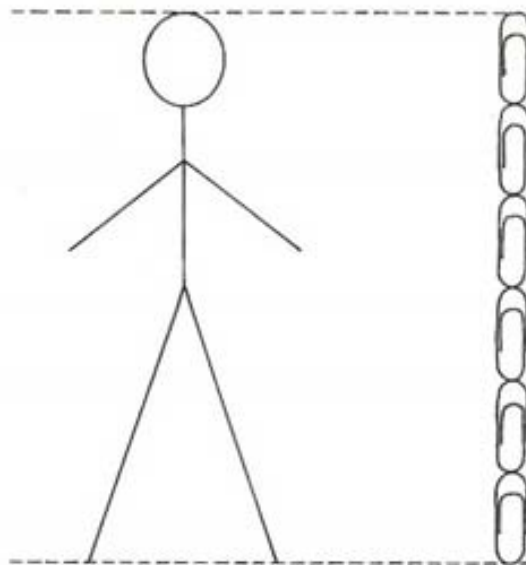


fig. 11: Exemple 3.3.7b. Respostes dels alumnes- Proporció

Pots veure la mesura del Sr. Baix mesurada amb clips. El Sr Baix té un amic: el Sr. Alt. Quan mesurem la seva alçada amb llumins:

- L'alçada del Sr. Baix és de quatre llumins
- L'alçada del Sr. Alt és de sis llumins

Quants clips són necessaris per a l'alçada del Sr. Alt?

Amb exercicis d'aquest tipus on la proporció a trobar és més complicada i a més pot involucrar el càlcul de fraccions, aleshores els percentatges d'èxit en les respostes són de: 9% (13 anys) 12% (14 anys) 14% (15 anys)

Aquesta qüestió proposada a l'estudi era una qüestió adaptada de Karplus⁴⁰ que alhora recollia una estratègia errònia ja mencionada en estudis previs de Piaget i Inhelder⁴¹ i que Hart anomena "Estratègia de la suma" ("Addition strategy") i que consisteix quan l'alumne aplica l'estratègia errònia i es concentra en la diferència $a - b$ enlloc de amb a/b . En l'exemple seria aplicar el següent raonament:

"El Sr. Baix necessita dos clips més que llumins, per tant el Sr Alt necessita dos clips més que llumins i per tant la resposta és 8".

En l'estudi aquesta Estratègia de la suma és aplicada en un 25-50% de les quatre preguntes més difícils del test sobre raons i proporcionalitat. La pregunta del Sr Baix era una de les quatre, les altres tres involucraven situacions semblants: totes quatre estaven donades mitjançant un diagrama, dues la raó era 3:2 i la restant (la més difícil la raó requerida era 5:3. Del total de 2257 mostres, un 30% dels alumnes van usar de manera consistent l'estratègia de la suma en almenys en tres dels quatre casos i els anomena "Sumadors" ("Adders"). Aquests *sumadors* resolen

⁴⁰ Karplus, R., Karplus, E., Formisiano, M i Paulsen, A. C. (1976): "Proportional reasoning and control of variables in seven countries" in *Advancing education through science orientated programs*, Report ID-65, June.

⁴¹ Piaget, J. i Inhelder, B (1967): *The child's conception of space*. London: Routledge&Kegan Paul

correctament les situacions que involucren doblar o partir per la meitat, la meitat d'ells fins i tot resolen correctament el següents ítems:

EXEMPLE 3.3.8:

Hi ha tres anguiles A, B i C en un tanc al zoo

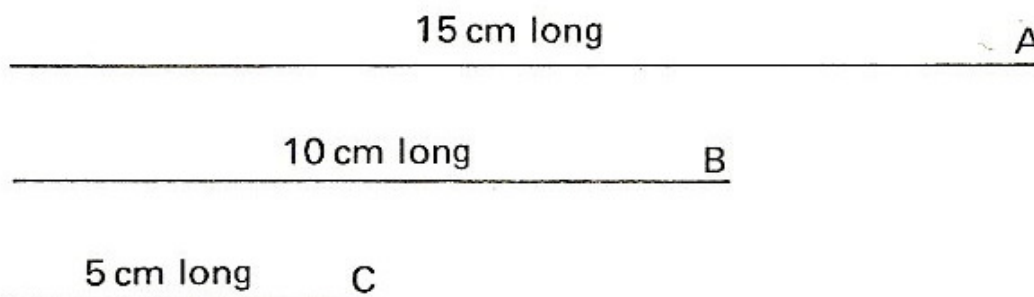


fig. 12: Exemple 3.3.8. Respostes dels alumnes- Proporció

Les anguiles són alimentades amb ampolles⁴², el nombre depenent de la seva longitud. Si C és alimentada amb dues ampolles, amb quantes ampolles s'hauria d'alimentar (i) B i (ii) A perquè coincideixi?

(iii) Si B menja 12 ampolles, amb quantes ampolles s'hauria d'alimentar A perquè coincideixi?

(iv) Si A obté 9 ampolles, quantes ampolles s'hauran de donar a B perquè coincideixi?

I també els primer del següent:

EXEMPLE 3.3.9:

Unes altres tres anguiles, X, Y i Z són alimentades amb palets de peix, la longitud dels quals depèn de la longitud de l'anguila.

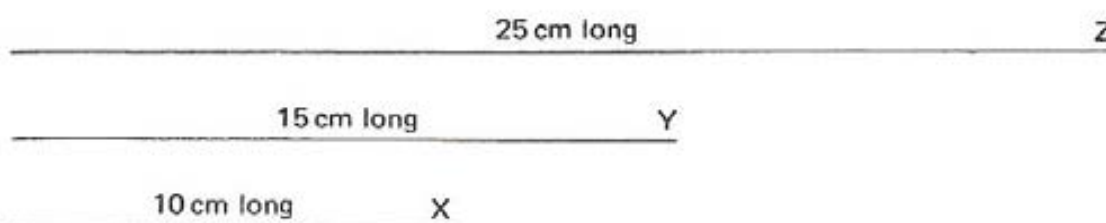


fig. 13: Exemple 3.3.9. Respostes dels alumnes- Proporció

(i) Si X té un palet de peix de 2cm de llarg, quant llarg haurà de ser el palet que es donarà a Z?

(ii) Si Y té un palet de peix de 9cm de llarg, quant llarg haurà de ser el palet que es donarà a Z?

Si Z té un palet de peix de 10cm de llarg, quant llarg hauran de ser els palets que es donaran a (iii) X i a (iv) Y?

Els sumadors obtenien un 50% de respostes correctes en els ítems 3.3.8 (iii) i (iv) i fins i tot 3.3.9(i), però només un 20% en els ítems 3.3.9(ii), (iii) i (iv).

Fins i tot en l'estudi s'observen mètodes mixtos:

⁴² peix de la família de les arengades

EXEMPLE 3.3.10:

Es demana als alumnes que ampliïn el rectangle:

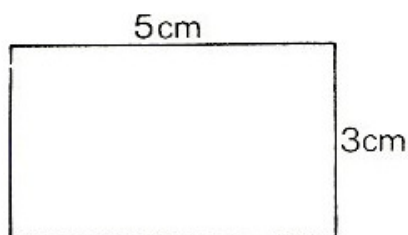


fig. 14: Exemple 3.3.10. Proporció

de manera que la nova base sigui 12.

Arribada aquesta situació ens adonem que si usem l'*estratègia de la suma*, l'altura hauria de ser 10 cm, el que porta a una figura molt més quadrada que la que es presenta en el dibuix el que va provocar conflicte en algunes dels alumnes. Alguns dels alumnes va desenvolupar un mètode mixt: "agafa dues peces de 3cm i una extra de dos, resposta 8 cm"

La quantitat de dades acumulades en l'estudi CSMS va portar al seu equip a fer-ne un estudi amb més profunditat dels errors més comuns i publicar-los en un altre llibre Hart(1984). En concret es va estudiar amb més profunditat l'exemple 3.3.7b del Sr Baix. Concretament i analitzant les respostes correctes (9) i les respostes incorrectes fent servir l'*estratègia de la suma* obtenim els següents resultats:

Taula 3.2.- Incidència de respostes errònies		
Edat (curs)	Resposta incorrecta (8)	Resposta correcta
13 (2)	51,4%	28,1%
14 (3)	50,6%	29,6%
15 (4)	39,1%	42,0%

En l'estudi es va procedir a entrevistar a aquests *sumadors* i es van treure les següents conclusions:

- Algorismes estàndards: No hi havia evidència que aquests alumnes tinguessin disponible l'algoritme estàndard de la raó i la proporció.
- L'operació de multiplicació: utilitzen mètodes fins i tot força sofisticats que involucrin diversos passos per evitar la multiplicació per fraccions que no siguin $\frac{1}{2}$.
- Fraccions: el fet d'intentar evitar multiplicar per fraccions no només és evitat per aquests *sumadors* sinó fins i tot per alumnes amb gran èxit en matemàtiques.
- Conflicte visual: es van dissenyar ítems especials d'ampliació de figures perquè els *sumadors* "veïessin" la forma de la figura proposada per la seva resposta. En la majoria dels casos els *sumadors* admetien la incorrecció de la resposta donada la figura resultant, però no era prou perquè l'alumne canviés al mètode correcte.
- L'estratègia de la suma: Aquest error és comú en una classe mitjana i persistent en el temps: un 50% dels identificats com a *sumadors* al final del segon any encara donaven el mateix tipus de respostes al final del quart any. És un error tant tenaç que fins i tot alumnes que se n'adonen que usant aquest mètode obtenen una resposta incorrecta en una situació, l'acaben usant en una altra qüestió quan se'ls hi pregunta.

Retornant a la mesura l'error de l'exemple 3.3.1 també és senyalat per Boero (1986) a "Insegnare matematica nella scuola di tutti" on ens fa una classificació dels errors més freqüents que cometen els alumnes a l'hora de mesurar:

"No pocs dels nens de la "scuola media" (11-14 anys) quan se'ls hi demana de mesurar l'amplada d'un banc amb un doble decímetre cometen errors que poden ser classificats en:

- el patró a partir de l'1 i no de 0 (en el sentit que fan coincidir l'1 amb el principi del segment a mesurar),
- realitzen errors en la lectura del regle (per exemple, entre 7.3 cm i 7.8 cm),
- reportant moltes vegades sobre el regle, perdent la mostra del punt en el que s'ha arribat, posant al revés el regle... i comptant a l'inrevés (això succeeix sobretot en els trossos a mesura que estiguin disposats verticalment),
- oblidant-se de quantes vegades han tornat a portar el regle." (pàg 180)

Boero (1986) no dubta en atribuir aquestes dificultats a la manca de pràctiques de mesura a les escoles:

"Generalment aquests errors depenen de la pràctica massa escassa de la mesura a l'escola primària, i sovint connecta amb la dificultat i la vergonya en l'ús d'instruments de disseny."

I fins i tot quantifica el percentatge d'alumnes que presenten dificultats amb la mesura:

"El percentatge dels nens amb dificultat en les activitats de mesura no és a l'ingrés a les nostres classes molt elevada, de mitjana es tracta de prop d'un terç dels nens (hem vist però que respecte al que es refereix al domini de l'escriptura decimal posicional dels nombres i del significat de les operacions aritmètiques el 50% dels nens presenten dificultats serioses) [...]" (pàg. 180)

I proposa com a mesura per afavorir el domini en la mesura, pràctiques pels alumnes; a més a més afegeix que aquestes pràctiques són molt apreciades pels alumnes i fàcilment justificables de realitzar donada la seva importància:

"Afortunadament una sèrie d'elements que acompanyen poden afavorir en la recuperació del domini dels processos de mesures i de l'escriptura de les mesures: generalment, els professors d'educació tècnica realitzen (sobretot en els primers mesos de l'escola) moltes activitats de disseny i de la mesura de longituds; a més a més es tracta d'activitats que els nens aprecien, la seva importància es pot justificar fàcilment." (pàg. 180)

Per acabar, Boero ens proposa alguns exemples de pràctiques de mesura que es poden realitzar amb els alumnes:

"Regle en mà, els nens podran mesurar els objectes, fer aquesta estimació a ull i successivament controlar amb confiança aquestes estimacions amb instruments de mesura, esforçant-se per trobar tècniques per mesurar, com per exemple, el diàmetre d'una pilota o d'una columna cilíndrica... Poden ser també usats instruments diferents (metre de sastre o cinta mètrica per les mesures de longitud, [...]) aprenent a llegir escales diferents i també expressar mesures en els casos en què no hi ha escales que llegir directament." (pàg. 180)

Per tant Boero senyala que no són pocs els alumnes que tenen dificultats per mesurar amb un regle i que la manera d'afavorir l'aprenentatge de la mesura és proposant als alumnes activitats en què hagin de mesurar, tal i com els alumnes han de fer en els pràctiques proposades.

Però no hem de reduir el treball de la mesura al maneig del regle graduat: els alumnes han de saber mesurar amb altres instruments i han de saber estimar longituds amb un marge d'error raonable segona la situació. L'estimació de longituds per part dels alumnes no és intuïtiva com es pot desprendre de les activitats realitzades a 3r de primària a l'escola Thau el curs 2008-2009 i recollides en la comunicació de les JAEM⁴³: "La mirada geométrica". En preguntar als alumnes sobre la distància que han recorregut per anar entre l'estació i l'ajuntament del seu poble i tenint al seu abast mapes, regles i calculadores els alumnes agrupats en dos grups donen les següents respostes: grup 1: 84 m, grup 2 2.600 m, sent uns 1200 m la resposta correcta aproximada. Per tant notem que el treball de l'estimació de longituds s'ha de treballar de manera concreta i no creure que el seu aprenentatge es deduirà inequívocament de l'aprenentatge de la mesura.

I què passa amb l'ús d'altres instruments de mesura a part del regle graduat (transportador d'angles, cinta mètrica llarga, teodolit)? Si havíem vist que l'estudi del maneig del regle graduat estava reduït als estudis de Hart en els anys 80, quan parlem d'altres instruments de mesura, no hi ha cap referència a nivell de secundària. Per a alumnes d'educació primària hi ha l'estudi de Nunes et al. (1993) on precisament s'ocupen de les incidència que té en les respostes l'eina usada, tot i que ells estudien: el regle graduat, una corda i un regle graduat escapçat en activitats de comparació de longituds. En l'estudi conclouen que: "el resultat (...) suggereix que en dissenyar la instrucció hem de considerar tant les dificultats conceptuals de la mesura i com aquelles dificultats relacionades amb pràctiques de mesura particulars" (pàg. 54) ja que obtenen les següents dades per a una mateixa activitat de comparació de segments per parelles obtenen les següents dades segons l'estri usat:

Condició	Mitjana (màxima nota 6)
Corda	2,87
Regle escapçat	3,67
Regle	5,14

Dades certament significatives. Malauradament, no tenim estudis semblants per a l'etapa de secundària, la majoria d'estudis sobre mesura es centren en les primeres edats d'aprenentatge.

Per tant, arribat a aquest punt és lícit preguntar-se: L'alumne que sap mesurar adequadament amb regle sap necessàriament mesurar amb cinta mètrica llarga? I amb transportador d'angles? Es comenten els mateixos errors amb aquests nous instruments o es produeixen errors propis per les seves característiques? Aquestes són preguntes que analitzarem en aquesta tesi.

Un altre aspecte a tenir en compte és el de l'estimació. Segons Chamorro(1996) la pròpia naturalesa del bloc de mesura fa que "s'hagin de trobar amb facilitat

⁴³ Jimenez, J., Zaragoza, G. i Edo, M. (2009): La mirada geométrica. Actas de las XIV JAEM (pendent de publicació)

situacions reals que posin de manifest la pertinença de l'ús de la mesura, sobretot en la vessant de l'estimació"

I afegeix que: "el tractament de l'estimació requereix al [seu] judici d'un contracte didàctic específic i clar, ben distint de l'habitual." ja que els alumnes "tenen una gran tendència a rebutjar les estimacions de mesura perquè en el contracte didàctic clàssic que funciona pel càlcul prima l'exactitud", per exemple en una multiplicació un sol número erroni en el càlcul significa que tot el càlcul és erroni. A més a més, l'autora ha constatat que "sempre que hem proposat activitats d'estimació, la resistència dels alumnes, per por a cometre errors, ha estat un llast, fins i tot quan les clàusules del contracte didàctic s'han explicat prèviament".

Chamorro també es refereix als estàndards del NCTM per senyalar que té una opinió "plenament coincident" amb l'expressada en el següent quadre:

Més atenció	Menys atenció
<ul style="list-style-type: none"> • Processos de mesurament. • Conceptes relacionats amb unitats de mesura. • Mesuraments en sí. • Estimacions de mesuraments. • Ús de mesuraments i idees geomètriques a través del currículum. 	<ul style="list-style-type: none"> • Fer estimacions i realitzar mesures per resoldre problemes. • Memorització d'equivalències entre unitats de mesura. • Memoritzar i manipular fórmules. • Conversió interna i entre varis sistemes de mesura.

3.4. Les competències bàsiques no matemàtiques

Tal i com ja s'ha assenyalat anteriorment no es pot esperar de treballar les diferents competències d'una manera aïllada. Tot i que la unitat didàctica objecte d'estudi de la present tesi té com a objectiu principal el treball de la competència matemàtica no s'hi redueix en exclusiva. En aquest apartat farem una menció a al treball en grup cooperatiu que forma part d'una competència no matemàtica.

En el currículum de Catalunya (DOGC (2007)) s'estableixen, tal i com ja hem vist a l'apartat 3.1 les vuit competències bàsiques següents:

"Competències transversals:

Les competències comunicatives:

1. Competència comunicativa lingüística i audiovisual
2. Competències artística i cultural

Les competències metodològiques:

3. Tractament de la informació i competència digital
4. Competència matemàtica
5. Competència d'aprendre a aprendre

Les competències personals:

6. Competència d'autonomia i iniciativa personal

Competències específiques centrades en conviure i habitar el món:

7. Competència en el coneixement i la interacció amb el món físic
8. Competència social i ciutadana" (DOGC (2007) – pàg. 21.877)

A part de la competència matemàtica també es treballen en la present tesi de manera rellevant: la Competència lingüística i audiovisual i Tractament de la informació i competència digital. A continuació farem una menció d'un aspecte d'una d'aquestes competències:

3.4.1.- Competència comunicativa lingüística i audiovisual

Seguint el currículum, la competència comunicativa lingüística i audiovisual és:

- saber comunicar oralment (conversar, escoltar i expressar-se) per escrit (...), amb l'ús adequat de diferents suports i tipus de text i amb adequació a les diferents funcions.
- cerca, selecció i processament de la informació provinent de tot tipus de mitjans, convencionals o digitals, i de tota mena de suports; la comprensió i la composició de missatges diferents amb intencions comunicatives (...), així com donar coherència i cohesió al discurs i a les pròpies accions i tasques, per resoldre les situacions pròpies de cada àmbit curricular.
- l'ús adequat dels recursos no verbals (...) De manera especial cal reflexionar sobre les representacions gràfiques específiques de cada construcció disciplinària.
- treballar en grup de manera cooperativa.

De tots aquests aspectes volem destacar el treball en grup de manera cooperativa.

3.4.1.a.- Treball en grup cooperatiu

Seguint a Gavilan (2009) l'estructura cooperativa "es caracteritza per la particular interdependència que s'estableix entre els participants, de manera que cada estudiant aconsegueix el seu objectiu només si també l'aconsegueixen la resta de companys del seu grup cooperatiu"(pàg. 3)

El fet de proposar als alumnes unes pràctiques que requerissin la mesura de distàncies llargues amb la cinta mètrica feia necessari que almenys la presa de mesures es realitzés com a mínim en parelles. A més a més, tal i com acabem de veure, el treball en grup de manera cooperativa és una de les competències que han d'adquirir els alumnes. En primer lloc exposarem algunes consideracions d'alguns autors sobre el treball en grup.

Bonals (2000) ens dóna diverses raons per a treballar en grup entre elles:

"El treball en grup, en condicions determinades, incrementa la qualitat dels aprenentatges i afavoreix l'adquisició de coneixements dels alumnes a través de la interacció entre ells". Fins i tot afegeix que "només per aquesta raó, seria justificat utilitzar-lo de manera sistemàtica a les aules." (pàg. 8)

Però també en destaca d'altres:

"Treballar en grup permet *millorar les habilitats socials* que afecten, al mateix temps, al benestar personal dels components. En aquestes habilitats podem incloure la capacitat d'arribar a acords basats en el diàleg, de facilitar la comunicació, d'afavorir les conveniències dels altres, que segur que passen per la capacitat d'incloure a tots els integrants, gratificar-los, fer que es sentin bé durant els processos de treball, ajudar-los adequadament, etc. I també la capacitat, com hem dit, de ser un membre actiu, de participar, de ser estimat pels companys, de demanar ajuda quan faci falta, etc." (pàg. 9)

A més a més Bonals (2000) afegeix que aquestes habilitats "no s'han inclòs habitualment en els processos d'ensenyament-aprenentatge"(pàg. 9) i que es suposava que els alumnes els havien d'incorporar de "manera espontània"(pàg. 9), però ell mateix menciona la dificultat dels alumnes de fer-ho ells sols. Com ja hem destacat en la part final de l'apartat anterior el treball en grup cooperatiu és un dels aspectes a tenir en compte per treballar la competència comunicativa. Després d'unes consideracions sobre el treball en grup, es parlarà més concretament del treball en grup cooperatiu intentant evitar de deixar l'aprenentatge de treballar en grup als alumnes sense cap reflexió prèvia.

Una altra raó segons Bonals (2000) són: "les *actituds de procurar pels altres*" ja que "el treball en grup és una de les situacions més adequades per a treballar en la disposició de l'alumnat a ajudar-se mútuament (...) es tracta de predisposar-los a cooperar per arribar a fins comuns" (pàg. 9) i per això proposa com a valor la cooperació.

També destaca que: "el treball en grup, adequadament coordinat, afavoreix un clima *relaxat i agradable* a l'aula (...) [i] és molt ben rebut per l'alumnat per la dinàmica que genera." (pàg. 9)

Per últim, afegeix que el treball en petits grups a l'aula "predisposa a una vida més cooperativa i integradora de la diversitat." (pàg. 9)

Gavilán (2009) ens indica que "l'aprenentatge cooperatiu ens ofereix una forma de treballar a l'aula amb la qual contribuïm eficaçment al desenvolupament de les competències bàsiques dels nostres estudiants" (pàg. 1) I afegeix que "trobarem en l'aprenentatge cooperatiu un mètode d'ensenyament particularment indicat per treballar competències bàsiques, com són la competència lingüística, la competència social i ciutadana, la competència per aprendre a aprendre, la competència en autonomia i iniciativa personal i la competència matemàtica".(pàg. 2)

Per tant per totes aquestes raons es va considerar interessant que les pràctiques proposades als alumnes es treballés en petit grup. La resta de la unitat didàctica es va continuar treballant amb la disposició individual habitual de la classe.

Un cop es va decidir treballar les pràctiques en petits grups es va creure necessari no deixar aquest aspecte a la improvisació i també fer recerca en els següents aspectes:

- L'organització dels grups
- La dinàmica de treball
- Les característiques de les tasques proposades

A continuació detallarem cadascun d'aquests aspectes seguint Bonals(2000)

L'organització dels grups

En aquest apartat parlarem dels següents aspectes a tenir en compte dins de l'organització dels grups: el nombre d'integrants, l'heterogeneïtat i homogeneïtat dels grups, la mobilitats dels components del grup i sobre qui decideix els component de cada grup.

Pel que fa **al nombre d'integrants** del grup, cal tenir en compte que tot i que "no existeix un nombre que puguem catalogar d'ídoni" (Martí i Solé(1997)) aquest determinarà la qualitat i quantitat de comunicació. Així, si el grup és gran cada integrant tindrà menys temps per participar, ens podem trobar que algun membre participi poc o gens, o bé que es formin subgrups que monopolitzin la participació o

que es trigui força temps a arribar a acords. Per altra banda si el grup és més petit disminueixen els coneixements globals dels que disposen per sortir-se'n, proporciona més les possibilitats d'intervenció i facilita el consens. (Shaw (1989))

Bonals (2000) també apunta que normalment és el tipus d'activitat el que condiciona el nombre de components. Per exemple, si es tracta d'una activitat amb ordinador poden ser de només dos alumnes, el treball per parelles pot ser enriquidor tant si són heterogènies on la distribució de rols és clara i un explica al que li costa més; com homogènies, on es poden anar intercanviant els rols i els components de la parella poden intercanviar idees, maneres de fer, reflexions o crítiques constructives i acceptació d'aquestes. Si, en canvi, es vol una dinàmica àgil, que facilita el control de la feina per part del professorat, pot ser de tres a cinc membres. Distribucions amb més alumnes fan que les tasques resultin lentes.

Tot i així, es poden combinar les activitats de petit grup amb les de grup-classe i amb les individuals. El temps disponible, la maduresa de l'alumnat, la seqüenciació de l'acció i l'interès per participar són altres factors a tenir en compte.

Pel que fa a l'**heterogeneïtat o homogeneïtat** dels grups, sol ser aconsellable treballar amb grups on els components tenen un ritme de treball diferent ja que, normalment, els que tenen un ritme més ràpid poden ajudar als altres. És recomanable, però, que els nivells siguin propers per evitar que algun dels membres no pugui o no vulgui participar. En qualsevol cas és molt útil tenir detectats (observacions directes, sociogrames, acció tutorial,...) els alumnes amb una bona predisposició a ensenyar els altres i també a aquells que tenen alguna dificultat ja sigui per inadaptació al grup-classe, per l'idioma o per nivell molt baix o ritme molt lent, ja que serà convenient posar junts representants d'aquestes tipologies. També es convenient que els grups siguin mixtes

Pel que fa a la **mobilitat de components** del grup, es pot fer que sigui fix o bé que els integrants canviïn contínuament. Aquests dos punts establirien les posicions més extremes i a partir d'aquí es poden considerar posicions més intermitges. En principi Bonals (2000) treballa amb grups fixos però contempla possibles canvis "puntuals" si es presenten dificultats de funcionament en un grup.

Pel que fa a **qui decideix els components** dels grups l'autor ens aconsella que ho faci el professorat ja que aquest és qui compte amb la informació per fer els grups equilibrats i on els alumnes puguin treballar millor. No obstant, val la pena tenir en compte els alumnes que manifesten treballar correctament plegats. Si no es coneix suficientment el grup es pot plantejar un qüestionari per elaborar un sociograma.

Els diferents components d'un grup estaran més o menys integrats en aquest segons el grau d'assoliment de les fites, la eficàcia en el treball i la coherència. Així, hi haurà grups que amb el temps aniran funcionant millor i, en canvi, d'altres que voldran separar-se. Aquesta última situació cal evitar-la procurant un ambient participatiu en tots els grups i ajudant en les situacions d'estancament.

La dinàmica de treball

Segons Bonals (2000) és el professor el que ha d'establir les condicions de treball òptimes i fer un seguiment de cada grup per mantenir les dinàmiques de treball en els grups que funcionen i introduir canvis en els que no. També és important que faci patent als grups els processos que han realitzat i els resultats obtinguts.

En els grups operatius els alumnes no només han de realitzar una tasca per assolir un objectiu comú sinó que també han d'aprendre a treballar en grup i a

col·laborar⁴⁴. Per aquest autor és tan important aquest segon aprenentatge com el primer.

Els components dels grup han d'aprendre a resoldre els seus conflictes interns i dificultats, buscant per ells mateixos les estratègies per resoldre'ls. Tot i així, el docent ha d'estar atent davant de possibles desorientacions inicials d'un alumnat que mai ha treballat en grup, que es mantingui la cooperació i participació de tots els components i també a ajudar si han arribat a un carreró sense sortida. També caldrà que demani a cada grup com es pensen organitzar per aconseguir que tothom participi. Així, cal que els diferents components es vegin integrats en el grup, valorats, respectats i ajudats i per aconseguir-ho se'ls pot fer parlar d'aquests temes abans, durant o al final de les classes. També haurà de procurar que el nivell de soroll no sobrepassi l'aconsellable per treballar, ja que aquesta manera de treballar propicia, lògicament, un nivell de soroll més elevat que el de la classe magistral.

Aquest últim punt és important de tenir en compte; no podem esperar que si els alumnes estan treballant en grup hi hagi a classe un silenci absolut. Per altra banda, tampoc hem de deixar que els alumnes treballin en un ambient amb soroll elevat. S'han d'establir normes per tant de controlar el soroll de la classe. Es poden establir codis amb els alumnes per advertir-los que estan fent massa soroll o que aturin la seva activitat perquè el professor ha de donar alguna instrucció, aquests codis s'ha d'intentar que siguin silenciosos, com per exemple que el professor aixequi la mà quan vulgui intervenir i així que els alumnes ho vegin, callin, aixequin també la mà i avisin a la resta de companys que facin el mateix. D'aquesta manera s'aconsegueix el silenci de la classe sense dir res.

La participació

Un dels temes fonamentals per treballar en grup és el de l'adequada participació de cada integrant. Alguns autors han organitzat conceptualment aquest tema sobre la base del que s'ha denominat *l'eix de la participació*⁴⁵.

En la participació dels integrants del grup podem definir cinc posicions. Qualsevol component, en un moment determinat, està ocupant una de les cinc. La posició és una categoria descriptiva que permet situar un membre segons el seu grau de compromís que en un moment donat té en el grup. Les cinc posicions són les següents:

1. Posició de centre: És la posició, que en un moment determinat, fa una aportació destinada orientar el grup. Ocupa una posició de centre el component que proposa una solució global a un problema, resumeix o reorienta el treball en grup. El coordinador d'un grup, quan actua com a tal, tendeix a ocupar aquesta posició.
2. Posició d'emissor. És la posició que ocupa qualsevol dels integrants quan fa una aportació personal, donant una opinió, fent un comentari, expressant un acord o desacord amb el punt de vista del grup, etc.
3. Posició de receptor. Un component ocupa una posició de receptor quan segueix amb atenció i interès el moviment del grup, sense intervenir; quan està amb actitud receptiva.
4. Posició de satèl·lit. És la posició d'aquell que, en un moment determinat, està abstret de la meta comú, distret, o fa una intervenció sense relació amb el tema que el grup treballa.

⁴⁴ Pichón-Rivière, E. (1985). El proceso grupal. Buenos aires. Ed. Nueva Visión.

⁴⁵ Saint-Arnaud (1981). Participación y comunicación de grupos. Madrid. Anaya.

5. Posició d'absent. Un component ocupa aquesta posició quan físicament no està present en el grup: perquè està malalt, arriba tard o ha abandonat momentàniament el lloc de reunió." (pàg. 31, Bonals (2000))

Al llarg dels processos de treball, cada component es desplaça per diverses posicions de l'eix de participació. La posició 3, de receptor, és aquella en la qual tots han d'aprendre a estar més temps, perquè cada vegada que un component intervé, convé que la resta estigui en aquesta posició d'escolta atenta. Cada integrant ha d'aprendre a participar i, al mateix temps, deixar participar.

La participació de tots els membres del grup

Una de les primeres consecucions importants en el treball en grup és que treballin tots. Tots els components del grup s'han d'implicar activament en la consecució de la meta comú establerta.

Per tant, cada un dels alumnes d'un grup operatiu ha de saber que en la participació òptima ha d'existir un considerable equilibri participatiu, ha de saber participar i deixar participar força, i ha de tenir una bona disposició per l'equilibri participatiu.

"Tant en la participació com en la presa de decisions podem diferenciar, des del punt de vista de l'anàlisi conceptual, quatre posicions, segons la capacitat de cada alumne d'apropiar-se d'elles o de facilitar-los-les a la resta dels seus companys.

1. L'alumne que sap participar, decidir i que al mateix temps facilita la participació i la presa de decisions alienes.(...)
2. L'alumne que sap participar i decidir, però que no afavoreix la participació ni la presa de decisions dels altres.(...)
3. L'alumne que no interfereix en la participació ni en la presa de decisions dels altres, però que no participa ni decideix.(...)
4. L'alumne que no participa, ni deixa participar; i ni decideix, ni deixa decidir." (pàg. 32-34, Bonals (2000))

El paper del docent en l'equilibri participatiu i decisiu de cada alumne

En la línia del treball que exposa l'autor s'haurà de tenir en compte els següents aspectes:

- *Justificar la manera d'estar amb els altres basada en la cooperació.* Explicar que aprendre en l'àmbit de la vida de relació suposa considerar valuoses aquestes incorporacions, així com adquirir habilitats per instal·lar-les i actituds que vagin en el seu favor. Per tant, el docent pot justificar el perquè de l'aprenentatge del treball en grups operatius, i, dins d'aquest, el paper que juga la participació de cadascú.
- *Implicar a tots els components en tasca.* Es necessari que el docent aconseguixi la implicació de l'alumnat en la tasca que duran a terme.
- *Intervenir en l'organització, dinamització i selecció de tasques.* Hi ha quatre moments claus per aconseguir una adequada participació i accés a la presa de decisions de tots els alumnes. Vegem-los a continuació:
 - ❖ En el disseny dels grups
 - ❖ Quan proposa el treball
 - ❖ Durant l'activitat
 - ❖ Al final de l'activitat

Aprendre a ajudar i a deixar-se ajudar

"En el treball en grups cooperatius, els diferents integrants han d'haver après a ajudar-se mútuament i a deixar-se ajudar. Desenvolupament el tema de l'ajuda podem dir que:

- Cada alumne ha de saber en què consisteix i en què no consisteix ajudar als seus companys: si els ha d'ajudar a aprendre, algunes intervencions són vàlides per aquest objectiu però unes altres no. Això mateix es pot aplicar a les aportacions dels altres en els aprenentatges propis. Per tant, han de saber què és ajudar i que no.
- Han de saber utilitzar estratègies per ajudar a aprendre i per fer-se ajudar: alguns alumnes són molt hàbils a l'hora d'ensenyar als companys; altres, en canvi, no encerten amb la manera de fer-ho.
- Han d'estar ben predisposats a oferir a aquells que ho precisen, i han d'entendre-ho com un valor positiu; cada grup pot funcionar amb la norma implícita que hi ha que ajudar als que ho necessiten i demanar ajuda als companys quan sigui necessari. Aprendre a ajudar i a demanar ajuda és bo, útil i agradable. I, a més a més, afavoreix unes relacions difícilment compatibles amb desqualificar-se, ridiculitzar-se, dominar-se, etc." (pàg. 37, Bonals (2000))

La intervenció del docent en l'aprenentatge de l'ajuda

"El docent té un paper considerable per afavorir actituds predisposades a ajudar-se, per enriquir el ventall de procediments que utilitzen els alumnes, i per a donar a entendre que l'ajuda és quelcom important. En tot cas ha de fomentar, al mateix temps: ajudar, deixar-se ajudar i demanar ajuda. Entre les intervencions possibles per treballar el tema se'n destaquen dues:

- L'obertura conceptual del tema: parlar de l'ajuda a classe, definir-la, mostrar les avantatges que té, els efectes que genera, etc.
- Les intervencions que afavoreixin el donar i el rebre ajuda durant el treball en grup." (pàg. 38, Bonals (2000))

L'autonomia del treball en grup

Els grups operatius han de ser capaços d'adquirir un nivell considerable d'autonomia. Això implica que puguin funcionar amb poca ajuda exterior, que no necessitin constantment que un adult els orienti.

Les tasques

Les activitats en aquest tipus de dinàmica han d'estar molt ben delimitades i, fins i tot, cal preveure alguns recursos a emprar davant esdeveniments que solen aparèixer.

No totes les feines són igualment adequades per treballar en grup. Les característiques perquè sigui adequada són les següents:

- existència d'una tasca de grup, Onrubia(1997)⁴⁶, un dels requisits fonamentals que s'ha de tenir en compte és que existeixi una *meta específica* que els alumnes hagin d'assolir com a grup. El fet que els alumnes parlin i intercanviïn idees no és suficient per definir un intercanvi cooperatiu si cadascú és capaç de completar-lo independentment sense l'aportació dels altres.
- plantejar una pregunta o un problema com a punt de partida de l'activitat pot resultar molt útil segons Aebli(1973)⁴⁷. Aquest agent director ha de ser un *problema molt viu* en el pensament dels alumnes.
- la tasca ha de permetre *la implicació de tots els integrants*.
- tenir en compte *l'adequada dificultat* del que es demana als alumnes (ni massa ni massa poc).

⁴⁶ Onrubia, J. (1997): Escenarios cooperativos. Cuadernos de pedagogía. Núm. 255. (pp. 65-70)

⁴⁷ Aebli, H. (1973): Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. Buenos Aires. Ed. Kapelsuz

-
- (aquest no és imprescindible) *obertura de les activitats*, facilita el treball en grup el fet que les activitats siguin resolubles a diferents nivells, aquestes ofereixen més garanties d'encert en l'adaptació a la diversitat.
 - *duració òptima de les activitats*. S'ha de tenir en compte l'edat dels alumnes i la dificultat de la tasca perquè l'activitat no sigui massa curta i no tinguin temps d'implicar-s'hi o massa llarga i perdin l'interès.
 - *les tasques han de poder resoldre's més fàcilment en petits grups que individualment*.

El grup a de disposar de les informacions, materials i recursos suficients per resoldre la tasca.

La posició de l'alumnat davant de la tasca té una importància fonamental per garantir l'adequat treball en equip. L'alumnat ha d'entendre, per exemple, que del que es tracta és d'aprendre i d'aprendre entre tots, mitjançant les activitats proposades.

4.- Metodologia

En concret, per a realitzar la tesi i poder assolir l'objectiu plantejat es va fer el següent:

- **4.1.- Disseny de la unitat didàctica:** En aquest apartat es fixa el nivell de l'ESO en què es realitzarà la unitat didàctica i el disseny dels grups de treball. També s'explica la unitat didàctica dissenyada i la que finalment es va implementar i per últim s'exposaran les activitats d'avaluació.
- **4.2.- Realització de la unitat didàctica:** En aquest apartat s'exposa la realització de la unitat didàctica i les activitats d'avaluació en el curs d'ESO escollit.
- **4.3.- Explicació metodològica de la recollida i anàlisi de les dades:** En aquest apartat es detalla la metodologia seguida en la recollida de les dades segons les diferents activitats que s'han realitzat. Després s'explica la metodologia seguida en les successives anàlisis de les dades dutes a terme.
- **4.4.- Avaluació de competències:** En aquest apartat i a partir del model d'avaluació determinat es fixa la metodologia a seguir per avaluar el nivell d'assoliment de les competències matemàtiques treballades en el marc de la mesura.

A continuació es tractaran amb detall els punts anteriors.

4.1.- Disseny de la unitat didàctica

4.1.1.- Terminologia emprada

Arribat aquest punt es considera necessari determinar els principals termes que farem servir al llarg de la recerca. A continuació seran presentats i s'indicarà els significats amb què s'empraran:

Real o realitat: Fins aquí hem usat sovint el terme realitat. Però què volem dir quan parlem de realitat o de contextos reals en l'educació matemàtica?.

Tal com diuen Gravemeijer i Terwel (2000) sobre l'educació matemàtica realista, comentant les idees de Freudenthal, "...realista s'ha d'interpretar com a referida a l'experiència real, no a la vida real de cada dia", de manera que hi pot haver aspectes de la vida quotidiana que no formin part de l'experiència real de l'alumne i en canvi hi poden haver contextos matemàtics que formin part de la seva realitat.

Gravemeijer i Terwel ho expressen dient: "La **realitat** s'entén com una barreja d'interpretació i experiència sensible, la qual cosa implica que la matemàtica també pot formar part de la realitat d'una persona. Realitat i el que compta com a sentit comú per a una persona no són coses estàtiques sinó que creixen i es veuen afectades pels processos individuals d'aprenentatge. Així és com s'ha d'entendre a Freudenthal quan diu "la matemàtica comença i roman amb la realitat"" (Gravemeijer i Terwel (2000), pàg. 783).

Contextos en educació matemàtica: són àmbits o situacions, amb sentit per a l'alumnat i percebuts com de la seva realitat, en els quals ens podem fer preguntes o plantejar problemes amb significat que requereixen les matemàtiques per a ser resolts, i on les respostes poden ser contrastades. (Casadevall (2009), pàg. 39)

Pràctica: resolució d'una situació problemàtica real que involucra per part de l'alumne una presa de dades fora de l'aula i la realització d'un treball escrit com a síntesi de tot el procés.

Aquesta pràctica està subdividida en **activitats** (plantejament de la situació, preparació per a la presa de dades, presa de dades, preparació per a l'elaboració del treball final). Cada una d'aquestes activitats està alhora subdividida en **tasques** més específiques (per exemple: elaboració d'un croquis, tria del croquis, tria de l'escala,...).

Problema: assumim com a definició la donada per M. Luz Callejo (1994)⁴⁸ quant a la idea de problema de matemàtiques i la naturalesa de la seva resolució i les precisions de Vila (2001):

"es reservarà el terme "problema" per a designar una situació [plantejada amb finalitat educativa] que planteja una qüestió matemàtica el mètode de resolució de la qual no és immediatament accessible al [alumne/resolutor] que intenta [resoldre-la] perquè no disposa d'un algorisme que relacioni les dades i la incògnita o les dades i la conclusió, i ha de, per tant, buscar, investigar, establir relacions, implicar els seus afectes, etc... per fer front a una situació nova" (pàg. 32)

Les paraules entre claudàtors són de Vila (2001) que afegeix en una nota a peu de pàgina: "les paraules entre [...] són petites adaptacions nostres, la qual cosa creiem que en cap cas altera la idea de Callejo en donar la versió original"

4.1.2- Nivell de l'ESO i disseny dels grups

Decisió del nivell de l'ESO a realitzar la unitat didàctica i disseny dels grups de treball.

Mirant el currículum vigent el curs 2008-2009 es va decidir que el curs de 3r d'ESO era el més adequat per al disseny d'una unitat didàctica relacionada amb la mesura on s'hi poguessin incloure pràctiques que involucrin:

- un context real.
- presa de mesures fora de l'aula.
- una situació d'entrada complexa per a l'alumne.

ja que en aquest curs ens trobem que els alumnes han de:

"ESPAI I FORMA

Analitzar les característiques i propietats de figures geomètriques de dues i tres dimensions i desenvolupar raonaments sobre relacions geomètriques

[...]

- Ús de la proporcionalitat geomètrica i de la semblança.

[...]

MESURA

Comprendre els atributs mesurables dels objectes, i les unitats, sistemes i

⁴⁸ Callejo, M. L. (1994). Un club matemático para la diversidad. Narcea, Madrid.

processos de mesura

- *Presca de decisió* sobre unitats i escales apropiats en la *resolució de problemes* que impliquin mesures.
- *Utilització* del nombres decimals per expressar una mesura i relació entre el nombre de decimals i el grau de precisió de la mesura.
- *Utilització* de la proporcionalitat geomètrica i la semblança per obtenir mesures indirectes.

Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables

- *Utilització* d'instruments per a mesurar angles i longituds a la realitat i *aplicació* a la *resolució de problemes* per obtenir mesures indirectes, fent estimacions prèvies de les mateixes." (DOGC (2007) – pàg. 21.933)

La unitat didàctica es va realitzar durant el curs 2008-2009 en un institut del barri del Raval al centre de Barcelona amb un alt percentatge d'immigració i d'alumnes amb necessitats educatives especials. L'estudi, però, es va realitzar en un grup de 3r d'ESO on tots els seus alumnes segueixen el currículum i no hi ha cap alumne amb necessitats educatives especials.

4.1.2.a.- Criteris per a la formació dels grup de treball

Per a la realització de les pràctiques es va pensar en el treball amb petit grup cooperatiu. La tasca de prendre mesures fora de l'aula amb una cinta mètrica llarga i la seva posterior anotació té les característiques per a ser un treball cooperatiu: cada membre del grup realitza una part de la tasca necessària per la consecució de l'objectiu final. A més a més, la necessitat de treballar en grup sorgeix d'una manera natural a partir de les característiques de la pròpia tasca ja que una persona sola no pot mesurar amb la cinta mètrica llarga. Per altra banda es va creure que tot i que la millor manera de treballar les pràctiques per part dels alumnes era a través del treball en grup es demanarien produccions finals individuals de cara al posterior anàlisi de les dades.

A partir d'aquestes primeres decisions es va elaborar un marc comú de treball de les pràctiques: aquestes consten al principi d'una reflexió individual, després hi ha el treball en grup: la posada en comú, la discussió i produccions de grup i després hi ha la producció final que és individual. Les activitats introductòries i les d'avaluació final són també individuals.

Seguint les directrius del marc teòric es va decidir fer la composició dels grups segons els següents criteris:

- fossin grups estables per a la realització de les tres pràctiques
- fossin grups heterogenis en
 - sexe (nois i noies)
 - notes de matemàtiques
 - capacitat de treball
- grups de cinc persones
- fossin decidits per la professora amb un coneixement profund previ dels alumnes.

Per a decidir el nombre de grups i el nombre d'alumnes per grup es va tenir en compte que el grup està compost per 21 alumnes, però s'hi ha de destacar un alt grau d'absentisme entre una minoria dels seus alumnes, per això es va decidir formar 4 grups: 3 grups de 5 alumnes i un grup de 6 alumnes.

Aquesta decisió es va prendre arrel del treball de recerca on es va decidir que els alumnes fossin de 4-5 alumnes. En els grups de 4 persones quan va faltar un

alumne, es van quedar reduïts a tres persones i per prendre les mesures distribuïts pel pati era clarament insuficient i els mateixos alumnes no es reconeixien com a grup. També es va tenir en compte que l'espai on es realitzarien les sessions en grup: els patis i la biblioteca, eren tots tres espais suficientment amplis com per poder organitzar el treball en grups de 5/6 alumnes en cas que assistissin tots.

En conclusió, donat els problemes d'absentisme d'una part de l'alumnat sobretot a primeres hores del matí i a partir de l'experiència del treball de recerca, s'ha optat per organitzar els alumnes en 4 grups: 3 grups de 5 persones i un grup de 6.

A l'hora de formar els grups, també s'han tingut en compte les dificultats amb l'idioma. Encara que en aquest grup totes les persones ja entenen el català i el castellà hi ha persones que porten poc temps a Catalunya i per tant el seu nivell lingüístic no és el propi d'un alumne de la seva edat amb llengua materna català o castellà, és per això que en cada grup s'hi han ubicat persones que portessin més de quatre anys a Catalunya per poder ajudar, en cas de necessitat, a aquells que porten menys anys entre nosaltres.

Per últim, també s'han tingut en compte les sinergies dels alumnes a l'hora de formar els grups intentant no posar en el mateix persones que tenen dificultat per treballar juntes. Els tres anys treballant plegats amb la majoria dels alumnes fa que a part de criteris matemàtics, lingüístics i d'absentisme, també es conegui qui treballa millor amb qui i qui és millor que no treballi amb qui. A 1r d'ESO els hi vaig passar una petita enquesta on se'ls hi va preguntar que donessin el nom de dos alumnes amb els quals els hi agradaria treballar en el mateix grup i el nom d'una persona amb la qual preferirien no treballar. Amb aquestes directrius es van elaborar uns grups de treball per a realitzar algunes activitats en grup durant el curs de 1r d'ESO. A 2n d'ESO es van conservar força els grups i es van fer els retocs corresponents per les baixes i les noves incorporacions al grup. Aquestes experiències de treball en grup durant dos cursos també han format part dels criteris per elaborar els grups per a treballar a 3r d'ESO.

Per garantir l'anonimat al llarg de tota la tesi als alumnes se'ls anomenarà alumne *a.b* on *a* anirà d'1 a 4 i serà el nombre del grup i *b* anirà d'1 a 6 i serà el lloc que ocupen en el seu grup segons ordre alfabètic del nom (tot i que aquest no serà fet públic).

A continuació trobem resumida per cada alumne la informació abans esmentada per tal de crear grups amb les característiques desitjades:

CARACTERÍSTIQUES

Sexe: M (masculí) F (Femení)

Notes de matemàtiques: segons les notes dels exàmens del primer trimestre⁴⁹ de matemàtiques es va agrupar els alumnes en: MB (molt bones) Excel·lent/Notable en els exàmens; B (bones) Bé/Suficient i R (regulars) Insuficient.

Treball: segons la nota de deures⁵⁰ i de treball de classe del primer trimestre de matemàtiques es va agrupar els alumnes en: MB (molt bo) Excel·lent/Notable; B (bo) Bé/Suficient i R (regular) Insuficient

Problemes amb l'idioma (llengua materna): Sí, No, alguns. Entre parèntesi s'hi indica la llengua materna quan aquesta és diferent del català o castellà i els anys que porten a Catalunya.

⁴⁹ El primer trimestre va finalitzar el 15 de desembre de 2008.

⁵⁰ Al començament de cada sessió es pregunta als alumnes si han fet els deures i s'anota si els han fet completament, quasi completament, a mitges o si no els han fet. A partir d'aquestes anotacions es configura la nota de deures del trimestre.

Taula 4.1.- Característiques dels alumnes

Alumne	Sexe	Notes de matemàtiques	Treball	Problemes idioma (llengua materna)
alumne 1.1	F	MB	MB	alguns (tagàlog)
alumne 1.2	M	B	R	No
alumne 1.3	F	MB	B	No
alumne 1.4	M	R	R	No
alumne 1.5	F	R	R	No (àrab)
alumne 1.6	F	MB	MB	No
alumne 2.1	F	MB	MB	No
alumne 2.2	F	R	R	No
alumne 2.3	M	MB	MB	Sí (tagàlog, any i mig)
alumne 2.4	M	MB	MB	Sí (tagàlog any i mig)
alumne 2.5	F	B	B	No
alumne 3.1	F	R	B	No
alumne 3.2	M	B	R	No (àrab)
alumne 3.3	F	MB	MB	Sí (xinès, 3 anys)
alumne 3.4	F	B	B	No
alumne 3.5	F	R	MB	No (àrab)
alumne 4.1	F	B	B	No
alumne 4.2	M	B	R	alguns (xinès, 6 anys)
alumne 4.3	M	MB	MB	No
alumne 4.4	F	B	MB	No
alumne 4.5	F	B	MB	Sí (tagàlog,intermitent ⁵¹)

Es pot comprovar que s'ha fet una distribució equitativa dels conceptes tinguts en compte per formar grups el màxim homogenis possibles. Cal tornar a remarcar que a més a més dels aspectes esmentats s'han tingut en compte bones sintonies a l'hora de treballar junts per formar grups així com sintonies no tant bones entre companys per no posar-los en un mateix grup.

4.1.3.- Disseny de les activitats de la unitat didàctica

Dissenyar un unitat didàctica que involucri la realització d'una pràctica de mesura amb les característiques de les pràctiques treballades en el treball de recerca.

En aquest apartat es farà una descripció de la unitat didàctica que es va dissenyar per a ser implementada. En el primer apartat es fa referència a aquelles activitats que formen part de la unitat didàctica en el sentit més ampli que van servir per a realitzar una avaluació inicial del coneixements dels alumnes. En el segon apartat es fa una descripció amb detall de la resta de la unitat didàctica.


Durant la realització de la pràctica van anar passant una sèrie de circumstàncies que van comportar algunes modificacions en el disseny de la unitat didàctica. En aquest apartat es fa menció en els casos en què això ha passat tot mencionat els canvis entre la versió prevista i la versió final.

⁵¹ Aquest alumne va realitzar els quatre primers mesos de primer d'ESO a l'institut, va marxar cap al seu país i es va tornar a incorporar al tercer curs.


4.1.3.a.- Activitats d'avaluació inicial de la unitat didàctica

Les activitats prèvies a la unitat didàctica es van dissenyar seguint el següent calendari. Els enunciats de les pràctiques (amb el mateix format que va ser lliurat als alumnes) es troben a l'annex. La referència concreta es troba després de cada pràctica.


Taula 4.2.- Relació d'activitats d'avaluació inicial i calendari versió 1			
Sessió	0.0	Data	dimarts 16 de desembre de 2008
Objectiu	Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit Part1/Part2		

Disseny unitat didàctica		
<ul style="list-style-type: none"> • (5 min) Explicació del teodolit. Es llegeix la pràctica 3.1 (A15). Iniciació del teodolit. Part 1 • (5 min) Explicació de com s'utilitza el teodolit. Es comenta la part 2 de la pràctica • (15-20 min) Realització de la pràctica. Part 1 i part 2 • La resta de la sessió es dedica a altres tasques. • Seguint el disseny 		


Sessió	0.1	Data	dilluns 12 de gener de 2009
Objectiu	Primera notificació sobre la pràctica 1		

Disseny unitat didàctica		
<ul style="list-style-type: none"> • Es menciona que una de les pràctiques que hauran de fer en el següent tema serà la realització d'un plànol a escala del pati petit. Hauran de portar-ne un croquis per començar-ne a treballar el dijous 22 de gener. • Han de comprar 2 o 3 fulls de paper mil·limetrat. 		

Sessió	0.2 versió 1	Data	dimarts 13 de gener de 2009
Objectiu	Activitat inicial de mesura. Activitat 1		

Disseny unitat didàctica		
<ul style="list-style-type: none"> • (5 min) es passa la pràctica 0.1 (A18) en una hora de lectura 		

Sessió	0.3 versió 1	Data	Disseny: dijous 15 de gener de 2009 Realització: divendres 9 de gener de 2009
Objectiu	Activitat inicial de mesura. Activitat 2		

Disseny unitat didàctica		
<ul style="list-style-type: none"> • Es passa d'un en un la pràctica 0.2 (A16 i A17) en una hora de lectura. Pràctica individual de mesura amb la cinta mètrica llarga. 		

A continuació es detallen aquestes sessions.

Sessió 0.0

Tenint en compte que les pràctiques involucraven la utilització d'un nou instrument de mesura que els alumnes no havien emprat amb anterioritat es va decidir realitzar una petita pràctica prèvia a la unitat didàctica per tal que els alumnes es familiaritzessin amb el maneig del teodolit.

Es va dissenyar la pràctica 3.1 que es troba a l'annex (A15). En la part 1 de la pràctica 3.1 els alumnes de manera individual havien de mesurar amb el goniòmetre vertical del teodolit l'angle de visió de la paret oposada a on estava col·locat el teodolit. El teodolit havia d'estar col·locat en el mateix punt per tots els alumnes i aquests anirien prenent les mesures a llarg de la sessió. Mentre no prenen la mesura els alumnes realitzarien la part 2 de la pràctica on responien a unes preguntes sobre si sabrien calcular l'alçada de la classe de manera indirecta⁵². Aquesta segona part es va dissenyar per detectar els coneixements previs sobre aspectes que els alumnes haurien d'usar per a la realització de les pràctiques de la unitat didàctica dissenyada.

Sessió 0.1

En aquesta sessió s'informarà als alumnes que en el següent tema hauran de realitzar un plànol a escala del pati petit en paper mil·limetrat. També se'ls informarà que per tal de fer el plànol es dedicarà una sessió a anar al pati petit perquè realitzin la presa de mesures i després hauran de lliurar un plànol a escala fet en paper mil·limetrat. Per tal de poder prendre les mesures adequadament, primer hauran de fer un croquis del pati petit i se'ls hi fixarà la data en què hauran de fer el lliurament. D'aquesta manera tindran clarament definida la tasca a fer (realització d'un croquis del pati petit), una data concreta de lliurament (dijous 22 de gener) i temps suficient per realitzar-la.

Sessió 0.2 – versió 1

Per poder analitzar els coneixements previs a la unitat didàctica sobre mesura de longituds amb regla es dissenya la pràctica 0.1. En la versió exposada en la taula 4.2 la pràctica 0.1 s'havia de realitzar en 10 min d'una hora de lectura i fer-ho abans de la pràctica 0.2, però aquest fet es modificar per causes que comentarem en el següent punt Sessió 0.3. Aquest fet va comportar de retruc una ampliació de les activitats que es van preguntar en la pràctica 0.1. Els canvis que va comportar es detallaran en l'apartat de realització de la unitat didàctica.

Sessió 0.3 – versió 1

Per poder analitzar els coneixements previs a la unitat didàctica sobre la mesura de longituds amb regla es dissenya la pràctica 0.2. En aquesta primera versió s'havia de realitzar la pràctica el dijous 14 de gener.

4.1.3.b.- Unitat didàctica

Breu descripció de la metodologia del curs

La meua relació com a professora amb el gruix del grup classe ha estat dels tres primers cursos de l'ESO. Durant aquesta etapa, l'estructura metodològica seguida al llarg dels tres cursos ha estat el seguiment del llibre de text, la realització d'activitats a la llibreta, la realització de proves individuals escrites al final de cada tema. Tot això intentant utilitzar diferents formes de treballar: la majoria de classes es treballa de manera individual amb una disposició de les taules a l'aula d'un en un, però combinant-ho amb activitats en grup. També s'ha treballat des de la diversitat del tipus de tasques proposades: des d'exercicis introductoris senzills fins a exercicis introductoris d'exploració de la situació més complexes, resolució d'exercicis senzills o de problemes més complexos, lectures sobre història de les matemàtiques, participació en diferents activitats matemàtiques: elaboració de

⁵² Es recorda que l'enunciat concret de la pràctica amb el mateix format que se'ls hi va fer lliurament als alumnes es pot trobar a l'annex

proves per preparar una gimcana⁵³ matemàtica, participació en el FEM Matemàtiques⁵⁴ en els dos primers cursos de l'ESO, etc. En resum, tot i que la manera habitual de treball és individual, els alumnes ja estaven acostumats que al llarg del curs també es fan activitats que involucren el treball en grup. Per altra banda, tot i que la manera habitual de recollir la feina és la llibreta, també estan acostumats que hi ha activitats en què se'ls hi pot demanar el lliurament d'un treball.

Tot això es va tenir en compte en el disseny de la unitat didàctica. La realització d'aquesta tesi i els seus objectius havien de distorsionar el mínim el desenvolupament del curs. Els alumnes havien de veure la unitat didàctica que se'ls hi plantejava amb normalitat i no percebre que les seves produccions serien analitzades amb altre propòsit que la seva avaluació de trimestre i curs sinó es corria el risc que l'alteració de la situació fes que els alumnes veiessin les activitats com quelcom aliè a la resta del curs i no li donessin importància. Tampoc es volia demanar-los una atenció especial i que hi dediquessin més atenció i recursos dels que normalment li dediquen.

El llibre del curs emprat és el Vèrtex 3r d'ESO de l'Editorial Vicens Vives ISBN: 978-84-316-1461-4. Seguint l'estructura del llibre, el curs es va dividir en 14 unitats didàctiques sent la unitat didàctica dissenyada la setena. La unitat del llibre corresponent era la unitat 7 titulada: Figures planes.

La unitat didàctica va consistir en 8 sessions de 55 - 50 minuts⁵⁵ (mirar taula per la duració exacta de cada sessió). En la següent taula es pot trobar la unitat didàctica que es va dissenyar seguint el mateix criteri que l'anterior apartat: els enunciats de les activitats (tal i com es van lliurar als alumnes) es troben a l'annex on els podeu trobar seguint la referència que segueix a cada activitat.

Taula 4.3.- Unitat didàctica dissenyada – versió 1

Sessió	1	Data	dilluns 19 de gener (55 min)
Objectiu	Teorema de Tales i figures semblants		

Disseny unitat didàctica



- Corregir activitat d'avaluació inicial – Full de teorema de Tales (A19)
- Repassar del Teorema de Tales. Repassar quan dues figures són semblants. (lectura pàg. 112 i 113)
- Realitzar dos exercicis llibre text (pàg. 113 ex 1 i 2)
- Repassar definició de Figures semblants, criteris de semblança de polígons, criteris de semblança de triangles, raó entre perímetres i entre àrees de figures semblants. (lectura pàg. 114, 115 i 116)
- Realitzar dos exercicis per deures a casa del llibre de text. (pàg. 116 ex 8 i 9)

⁵³ Per a més informació sobre aquesta activitat:

<http://phobos.xtec.cat/fmoren25/moodle/course/> (FALTA secció concreta)

⁵⁴ Per a més informació sobre aquesta activitat:

<http://phobos.xtec.cat/fmoren25/moodle/course/view.php?id=10>

⁵⁵ les sessions del matí són de 55 minuts i les de la tarda de 50 minuts. El temps fins a arribar a l'hora es dedica a la lectura d'acord amb el Pla de Lectura que té aprovat el centre.

Sessió	2	Data	dimarts 20 de gener (55 min)
Objectiu	Escala		

Disseny unitat didàctica



- Corregir els exercicis de la sessió anterior.
- Repassar escales. (lectura pàg. 117)
- Realitzar dos exercicis del llibre de text (pàg. 117 ex 11 i 12)
- Repassar l'activitat de fer el plànol del pati petit que ja havia estat introduïda. Els deures per l'endemà són portar un esbós del pati petit. Aquests deures ja havien estat fixats des de la sessió 0.1.

Sessió	3	Data	dijous 22 de gener (50 min)
Objectiu	Realitzar la pràctica 1		

Disseny unitat didàctica



- El plànol de deures individual es recull pel matí abans de la sessió per poder-ne fer una còpia de cadascú per poder analitzar.
- Pràctica 1: Treball del plànol del pati petit. Treball en grup. (A20)
- (5-10 min) Treballar a la biblioteca en grups. Mostrar els esbossos que han pensat i fer un esbós definitiu per grup on prendran les mesures (Aquest esbós l'hauran de lliurar 1 per grup al final de la sessió). Pensar quines mesures hauran de prendre i distribuir-se les tasques en el grup.
- Una persona del grup s'ha d'encarregar de fer una còpia abans de passar al pati.
- (20 min) Anar a prendre mesures.
- (25 min) Començar a pensar com faran el plànol a escala. Hauran de lliurar l'esbós amb les mesures quan acabi la sessió.
- Han de decidir entre tots els membres del grup l'escala i tots els membres del grup han de fer el plànol a la mateixa escala. Aquesta escala ha d'estar a l'esbós indicada i en principi no ha de ser la mateixa en tots els grups. Realitzar Activitat 1.1 – Presa de mesures (A20)
- Lliurar el full d'activitat 1.1 i el croquis.
- Deures: treball individual del plànol a escala en paper mil·limetrat. Es fa una còpia dels croquis lliurats per grup i es dona una còpia a cada membre del grup.

Sessió	4	Data	dilluns 26 de gener (55 min)
Objectiu	Teorema de Pitàgores, teorema del catet i l'altura		

Disseny unitat didàctica



- Lliurar els treballs individuals dels plànols a escala.
- Repassar el teorema de Pitàgores
- Fer exercicis del llibre de text (pàg. 118 ex. 15,16, 17 i 18)
- Teorema del catet i de l'altura.
- Deures: realitzar la primera part de la pràctica 2 per dimarts 27 de gener. (A21) i exercicis del llibre de text pàg. 119 ex 19 i pàg. 120 ex 20 per dilluns 2 de febrer.

Sessió	5	Data	dimarts 27 de gener (55 min)
Objectiu	Realitzar la pràctica 2		

Disseny unitat didàctica



- Realitzar Pràctica 2. (A28)
- Lloc: Biblioteca – pati
- Biblioteca: Discussió en grup, 2a part de la pràctica 2. (A22)
- Sortir al pati a mesura que vagin acabant la segona part. La resta aniran pensant el problema i l'estimació.
- Els alumnes prenen les mesures i ho anoten en un full per grup que hauran de lliurar. (3a part de la pràctica, A23) Cada grup pren dues mesures des d'uns punts assignats.
- Els deures són fer el treball individual d'aquesta segona pràctica. Tenen de temps fins dilluns 2 de febrer.
- ADVERTIR que han de tenir full de paper mil·limetrat.
- Deures: fer la primera part de la pràctica 3 (A24)

Sessió	6	Data	dijous 29 de gener (50 min)
Objectiu	Realitzar la pràctica 3		

Disseny unitat didàctica



- Han de portar feta la primera part de la pràctica 3.
- Discussió en grup. 2a part de la pràctica 3. (A25)
- Presa de mesura al pati a mesura que vagin acabant.
- Acabar la tercera part de la tercera pràctica. (A26)
- Deures: acabar la tercera pràctica. (A29)

Sessió	7	Data	dilluns 2 de febrer (55 min)
Objectiu	Síntesi de la unitat		

Disseny unitat didàctica



- Recollir el treball individual de la pràctica 2 i de la pràctica 3.
- Corregir els deures de la sessió 4.
- Explicar els Llocs geomètrics (mediatriu, bisectriu, circumferència, ortocentre, circumcentre, baricentre, incentre) (lectura pàg. 122)

Sessió	8	Data	dimarts 3 de febrer (55 min)
Objectiu	Realitzar la prova escrita: examen de la unitat 7.		

Disseny unitat didàctica



- Prova escrita. (A30)

4.1.4.- Dissenyar activitats d'avaluació

Dissenyar activitats d'avaluació per a la unitat didàctica en termes de competències.

A continuació s'exposen totes les activitats d'avaluació. Les activitats d'avaluació inicial ja s'han descrit amb profunditat a l'apartat 4.1.1.:

Avaluació inicial:

- **Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit (A15)** .
 - **Part 1:** Els alumnes havien de llegir una petita descripció de què és un teodolit i després de veure com la professora feia una petita mostra sobre el seu maneig tots els alumnes havien de prendre una mesura amb el teodolit.
 - **Part 2:** Els alumnes havien d'aplicar tots els seus coneixements per trobar una manera de calcular l'alçada de la classe sense enfilarse enlloc.
- **Pràctica 0.2:** (full alumne A16, full professor A17) Els alumnes havien de mesurar de manera individual amb la cinta mètrica llarga l'amplada d'una columna del passadís de l'institut.
- **Pràctica 0.1:** (A18) Els alumnes havien de mesurar amb regla, determinar i raonar l'existència o no d'errors d'unes situacions donades i per últim reflexionar sobre la seva realització de la pràctica 0.2 tot determinant el 0 de la cinta mètrica llarga a partir d'una fotografia.

Avaluació formativa:


- **Exercicis en el quadern.** La relació exacta dels exercicis que havien de realitzar es troba en la descripció de la unitat didàctica de l'apartat anterior.
- **Pràctica 1**
 - Realització del croquis
 - Activitat 1-Presa de mesures (A20)
- **Pràctica 2**
 - Activitat 1- Reflexió individual (A21)
 - Activitat 2- Reflexió en grup (A22)
 - Activitat 3- Presa de mesures (A23)
- **Pràctica 3**
 - Activitat 1- Reflexió individual (A24)
 - Activitat 2- Reflexió en grup (A25)
 - Activitat 3- Presa de mesures (A26)


Avaluació final:

- Treball pràctica 1 (A27)
- Treball pràctica 2 (A28)
- Treball pràctica 3 (A29)
- Examen tema 7 (A30)
- Examen bloc temes 7-8-9 (A31)
- Examen final (A34)

Observem que totes les activitats que formen part de l'avaluació inicial i de l'avaluació formativa ja han estat descrites en els apartats anteriors. De l'avaluació final també ja han estat descrites les activitats que formen part de les pràctiques i de la prova escrita corresponent a la unitat 7. Per tant, en aquest apartat només ens quedem per descriure els exàmens de bloc dels temes 7, 8 i 9 i l'examen final de curs.

Taula 4.4.- Activitats d'avaluació final dissenyades – versió 1

Sessió	9.1	Data	dijous 19 de març (50 minuts)
Objectiu	Realitzar la prova escrita de l'examen de bloc de les unitats 7, 8 i 9		
Disseny unitat didàctica			
<ul style="list-style-type: none"> • Prova escrita. (A31) 			

Sessió	9.2	Data	dilluns 15 de juny (55 minuts)
Objectiu	Realitzar la prova escrita de l'examen final		
Disseny unitat didàctica			
<ul style="list-style-type: none"> • Prova escrita. (A34) 			

4.2.- Realització de la unitat didàctica

En aquest apartat descriurem la realització de la unitat didàctica en el seu sentit ampli. A continuació tenim una relació de totes les activitats així com dels abreuaments que s'han usat en el calendari (fig. 15):

- Activitats d'avaluació inicial -> sessions S 0.0, S 0.1, S 0.2 i S 0.3
- Activitats de la unitat didàctica -> sessions S 1, S 2, S 3, S 4, S 5, S 6, S 7 i S 8
- Qüestionari sobre la realització de les pràctiques -> Q4
- Presa de dades extra -> Pr da
- Posada en comú extra i Qüestionari sobre el treball en grup -> P + Q5
- Examen de bloc -> ex 7-9
- Entrevistes -> 1a ent, 2a ent i 3a ent
- Examen final -> Ex fin

Situem totes aquestes activitats en el calendari:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Dec	di	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	
Gener	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds
Febrer	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt
Març	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt
Abril	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	
Maig	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg
Juny	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	dm	dj	dv	ds	dg	dl	dt	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31

fig. 15: Calendari curs 2008-2009

Es pot comprovar que respecte la unitat didàctica dissenyada s'han introduït 2 qüestionaris, una presa de dades extra i una posada en comú extra respecte a la unitat dissenyada. També es van realitzar 3 entrevistes.

4.2.1.- Activitats d'avaluació inicial

Activitats d'avaluació inicial implementades:

Taula 4.5.- Relació d'activitats d'avaluació inicial i calendari versió 2			
Sessió	0.0	Data	dimarts 16 de desembre de 2008
Objectiu	Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit Part1/Part2		
Disseny unitat didàctica		Realització	
<ul style="list-style-type: none"> • (5 min) Explicació del teodolit. Es llegeix la pràctica 3.1 (A15). Iniciació del teodolit. Part 1 • (5 min) Explicació de com s'utilitza el teodolit. Es comenta la part 2 de la pràctica • (15-20 min) Realització de la pràctica. Part 1 i part 2 • La resta de la sessió es dedica a altres tasques. 		<ul style="list-style-type: none"> • Seguint el disseny 	
Observacions			
Sessió	0.1	Data	dilluns 12 de gener de 2009
Objectiu	Primera notificació sobre la pràctica 1		
Disseny unitat didàctica		Realització	
<ul style="list-style-type: none"> • Es menciona que una de les pràctiques que hauran de fer en el següent tema serà la realització d'un plànol a escala del pati petit. Hauran de portar-ne un croquis per començar-ne a treballar el dijous 22 de gener. • Han de comprar 2 o 3 fulls de paper mil·limetrat. 		<ul style="list-style-type: none"> • Seguint el disseny 	
Observacions			
Sessió	0.2 versió 2	Data	dimarts 13 de gener de 2009
Objectiu	Activitat inicial de mesura. Activitat 1		
Disseny unitat didàctica		Realització	
<ul style="list-style-type: none"> • (5 min) es passa la pràctica 0.1 (A18) en una hora de lectura 		<ul style="list-style-type: none"> • Seguint el disseny 	
Observacions	La pràctica 0.1 es va ampliar amb exercicis sobre detecció d'errors en l'ús d'instruments de mesura.		
Sessió	0.3 versió 2	Data	Disseny: dijous 15 de gener de 2009 Realització: divendres 8 de gener de 2009
Objectiu	Activitat inicial de mesura. Activitat 2		
Disseny unitat didàctica		Realització	
<ul style="list-style-type: none"> • Es passa d'un en un la pràctica 0.2 (A16 i A17) en una hora de lectura. Pràctica individual de mesura amb la cinta mètrica llarga. 		<ul style="list-style-type: none"> • Es fa en dos subgrups • Es canvia la data a divendres 8 de gener 	
Observacions	S'aprofita una hora en què un grups dels alumnes no tenen professor i s'acaba amb la resta del grup a l'hora de lectura del mateix dia.		

Les sessions 0.0 i 0.1 no han patit cap variació respecte al disseny inicial.

Per ordre cronològic es presenten els canvis de les sessions. Com es veu en la taula anterior la sessió 0.3 versió 2 es va realitzar abans que la sessió 0.2 versió 2. Ara s'exposaran els motius i es detallaran els canvis:

Sessió 0.3 - versió 2

Com ja hem avançat, el fet que el divendres 8 de gener un subgrup dels alumnes estiguessin sense professor es va aprofitar per avançar la realització de la pràctica 0.2. El fet de ser la professora del grup comporta que si es vol estar observant i anotant la realització d'una pràctica de manera individual fora de l'aula això s'ha de fer quan hi ha un altre professor atenent a la resta dels alumnes. Afegint el fet que es vol que els alumnes realitzin una tasca que no dura gaire més d'un parell de minuts i d'un en un, s'ha de buscar un moment apropiat en què es destorbi al mínim possible el normal funcionament del centre i a la resta de professors. En un principi es va pensar en l'hora de lectura, però mitja hora era una mica just i per això es va aprofitar l'oportunitat e la falta d'un professor per realitzar la pràctica 0.2. La resta del grup que faltava es va realitzar el mateix dia a l'hora de tutoria que tenien després, fent que tots els alumnes realitzessin la pràctica el mateix. A continuació es recullen la versió de les activitats d'avaluació inicial amb les modificacions que es van produir en la seva implementació

Per a la realització de la pràctica 0.2 es dissenya un full per recollir la informació de l'alumne i que consisteix en una petita taula on l'alumne anota el seu nom i la dada mesurada. Aquest enunciat es troba a l'annex (A16). També es va dissenyar un full per recollir les observacions realitzades pel professor durant la presa de dades. Aquest full es troba també a l'annex (A17).

Sessió 0.2 – versió 2

A partir de les observacions que es van fer durant la presa de dades de la pràctica 0.2 es va detectar que un gran nombre dels alumnes havien inclinat la cinta mètrica al mesurar i que en molts casos ni tan sol havien dubtat sobre com col·locar la cinta. A més a més també s'havien detectat problemes sobre per on començar a mesurar. En conseqüència es va decidir fer una pràctica 0.1 força més extensa que la prevista inicialment amb exercicis que involucressin a més de la presa de mesures amb regla, detecció d'errors en la presa de la mesura amb regla i raonament de la resposta (A18, exercicis 6, 7 i 8). També es va afegir l'exercici 9 on se'ls hi demanava que indiquessin quin era el 0 de la cinta de dues possibilitats que se'ls hi donava sobre una fotografia de la mateixa cinta mètrica llarga que van fer servir per mesurar la columna.


Per últim també es va afegir una última pregunta (exercici 10) sobre si després de reflexionar sobre errors en la presa de dades i sobre el 0 de la cinta mètrica creien que ells havien comès algun error en realitzar la pràctica 0.2. Els enunciats de la pràctica 0.1 en la seva versió definitiva es troben a l'annex (A18).

4.2.2.- Activitats de la unitat didàctica


A continuació es descriu la unitat didàctica amb les modificacions que es van fer en la seva implementació; a més a més s'hi han posat les pàgines exactes que es van treballar en cada sessió amb més detall que en el disseny. També hi ha els exercicis concrets que es van realitzar i que en algunes sessions difereixen lleugerament del disseny previ. El detall de la implementació de les pràctiques s'explicaran en els apartats següents.

Taula 4.6.-Unitat didàctica dissenyada-versió 2 (versió implementada)

Sessió	1	Data	Dilluns 19 de gener (55 minuts)
Objectiu	Teorema de Tales i figures semblants		

Disseny unitat didàctica 


- Corregir activitat d'avaluació inicial – Full de teorema de Tales (A19)
- Repassar del Teorema de Tales. Repassar quan dues figures són semblants. (lectura pàg. 112 i 113)
- Realitzar dos exercicis llibre text (pàg. 113 ex 1 i 2)
- Repassar definició de Figures semblants, criteris de semblança de polígons, criteris de semblança de triangles, raó entre perímetres i entre àrees de figures semblants. (lectura pàg. 114, 115 i 116)
- Realitzar dos exercicis per deures a casa del llibre de text. (pàg. 116 ex 8 i 9)

Realització 


- Es va realitzar l'exercici 1 del llibre de text abans del repàs de la definició de figures i l'exercici 2 després.

Observacions	
---------------------	--

Sessió	2	Data	dimarts 20 de gener (55 min)
Objectiu	Escala		

Disseny unitat didàctica 


- Corregir els exercicis de la sessió anterior.
- Repassar escales. (lectura pàg. 117)
- Realitzar dos exercicis del llibre de text (pàg. 117 ex 11 i 12)
- Repassar l'activitat de fer el plànol del pati petit que ja havia estat introduïda. Els deures per l'endemà són portar un esbós del pati petit. Aquests deures ja havien estat fixats des de la sessió 0.1.

Realització 


- Es van realitzar quatre exercicis: pàg. 117 ex. 11,12, 13 i 14

Observacions	
---------------------	--

Sessió	3	Data	dijous 22 de gener (50 min)
Objectiu	Realitzar la pràctica 1		

Disseny unitat didàctica 

- El plànol de deures individual es recull pel matí abans de la sessió per poder-ne fer una còpia de cadascú per poder analitzar.
- Pràctica 1: Treball del plànol del pati petit. Treball en grup. (A20)
- (5-10 min) Treballar a la biblioteca en grups. Mostrar els esbossos que han pensat i fer un esbós definitiu per grup on prendran les mesures (Aquest esbós l'hauran de lliurar 1 per grup al final de la sessió). Pensar quines mesures hauran de prendre i distribuir-se les tasques en el grup.
- Una persona del grup s'ha d'encarregar de fer una còpia abans de passar al pati.
- (20 min) Anar a prendre mesures.
- (25 min) Començar a pensar com faran el plànol a escala. Hauran de lliurar l'esbós amb les mesures quan acabi la sessió.

Realització 



- No tots els alumnes van lliurar els esbossos.
- Al treballar a la biblioteca en grups, aquells que no havien lliurat l'esbós durant el matí: van a fer-ne una còpia abans de lliurar-lo. En acabat es van incorporar amb la resta del grup.
- Com que els alumnes al seleccionar el croquis del grup no van fer cap modificació sinó que en seleccionaven un, no es van fer còpies.

<ul style="list-style-type: none"> Han de decidir entre tots els membres del grup l'escala i tots els membres del grup han de fer el plànol a la mateixa escala. Aquesta escala ha d'estar a l'esbós indicada i en principi no ha de ser la mateixa en tots els grups. Realitzar Activitat 1.1 – Presa de mesures (A20) Lliurar el full d'activitat 1.1 i el croquis. Deures: treball individual del plànol a escala en paper mil·limetrat. Es fa una còpia dels croquis lliurats per grup i es dona una còpia a cada membre del grup. 			
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="background-color: #e0f0ff; padding: 5px;">Observacions</td> <td style="width: 500px;"></td> </tr> </table>		Observacions	
Observacions			

Sessió	4	Data	dilluns 26 de gener (55 min)		
Objectiu	Teorema de Pitàgores, teorema del catet i l'altura				
Disseny unitat didàctica		Realització			
<ul style="list-style-type: none"> Lliurar els treballs individuals dels plànols a escala. Repasar el teorema de Pitàgores Fer exercicis del llibre de text (pàg. 118 ex. 15,16, 17 i 18) Teorema del catet i de l'altura. Deures: realitzar la primera part de la pràctica 2 per dimarts 27 de gener. (A27) i exercicis del llibre de text pàg. 119 ex 19 i pàg. 120 ex 20 per dilluns 2 de febrer. 		<ul style="list-style-type: none"> Seguint el disseny 			
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="background-color: #e0f0ff; padding: 5px;">Observacions</td> <td style="width: 500px; padding: 5px;">Només tres alumnes van fer lliurament de la pràctica 1.</td> </tr> </table>		Observacions	Només tres alumnes van fer lliurament de la pràctica 1.		
Observacions	Només tres alumnes van fer lliurament de la pràctica 1.				



Sessió	5	Data	dimarts 27 de gener (55 min)		
Objectiu	Realitzar la pràctica 2				
Disseny unitat didàctica		Realització			
<ul style="list-style-type: none"> Realitzar Pràctica 2. (A21) Lloc: Biblioteca – pati Biblioteca: Discussió en grup, 2a part de la pràctica 2. (A22) Sortir al pati a mesura que vagin acabant la segona part. La resta aniran pensant el problema i l'estimació. Els alumnes prenen les mesures i ho anoten en un full per grup que hauran de lliurar. (3a part de la pràctica, A23). Cada grup pren dues mesures des d'uns punts assignats. Els deures són fer el treball individual d'aquesta segona pràctica. Tenen de temps fins dilluns 2 de febrer. ADVERTIR que han de tenir full de paper mil·limetrat. Deures: fer la primera part de la pràctica 3 (A24) 		<ul style="list-style-type: none"> Cada grup va prendre només la mesura des d'un punt assignat, per manca de temps. 			
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="background-color: #e0f0ff; padding: 5px;">Observacions</td> <td style="width: 500px;"></td> </tr> </table>		Observacions			
Observacions					

Sessió	6	Data	dijous 29 de gener (50 min)
Objectiu	Realitzar la pràctica 3		

Disseny unitat didàctica 	Realització 
<ul style="list-style-type: none"> • Han de portar feta la primera part de la pràctica 3. • Discussió en grup. 2a part de la pràctica 3. (A25) • Presa de mesura al pati a mesura que vagin acabant. • Acabar la tercera part de la tercera pràctica. (A26) • Deures: acabar la tercera pràctica. (A29) 	<ul style="list-style-type: none"> • La primera part de la pràctica 3 es va realitzar a l'hora de lectura • Alguns grups es van subdividir per tornar a prendre mesures del pati petit per la pràctica 1. • També se'ls hi va retornar la 2a i 3a part de la pràctica 2 per si volien completar-hi alguna cosa (havent-ne fet una fotocòpia prèviament).

Observacions	
---------------------	--

Sessió	7	Data	dilluns 2 de febrer (55 min)
Objectiu	Síntesi de la unitat		

Disseny unitat didàctica 	Realització 
<ul style="list-style-type: none"> • Recollir el treball individual de la pràctica 2 i de la pràctica 3. • Corregir els deures de la sessió 4. • Explicar els Llocs geomètrics (mediatriu, bisectriu, circumferència, ortocentre, circumcentre, baricentre, incentre) (lectura pàg. 122) 	<ul style="list-style-type: none"> • Realització dels exercicis del llibre (pàg. 124 ex. 2 i 4)

Observacions	
---------------------	--

Sessió	8	Data	dimarts 3 de febrer (55 min)
Objectiu	Realitzar la prova escrita		

Disseny unitat didàctica 	Realització 
<ul style="list-style-type: none"> • Prova escrita. (A30) 	<ul style="list-style-type: none"> • Seguint el disseny

Observacions	
---------------------	--

4.2.2.a.- Sessió 1

Vam començar la sessió amb un parell d'alumnes corregint a la pissarra els exercicis de les activitats d'avaluació inicial (A19). Després de les activitats plantejades vam procedir a llegir el recordatori del teorema del llibre de text.

A continuació vam repassar el concepte de semblança de figures que ja havíem treballat el curs anterior i els alumnes van realitzar l'exercici que es troba en el disseny. Després un alumne el va corregir a la pissarra. Tot seguit vam prosseguir amb els criteris de semblança i vam reflexionar sobre la relació entre els perímetres i les àrees de dues figures semblants (tots aquests conceptes ja s'havien treballat l'any anterior i una part dels alumnes se'n recordaven). Per si ens mancava temps, es va modificar lleugerament el disseny d'aquesta sessió de la unitat, abans d'aquestes explicacions només s'havia plantejat als alumnes que fessin un exercici

enlloc dels dos que hi havia previstos, però després es va poder fer tot el que estava previst i abans d'acabar la sessió va donar temps de realitzar el segon exercici previst i corregir-lo.

Per acabar la sessió es van plantejar els dos exercicis que estaven previstos per deures.

4.2.2.b.- Sessió 2

Es va començar la sessió corregint els exercicis que hi havia per deures seguint la metodologia habitual (un alumne voluntari surt a la pissarra a corregir-lo) sense cap incident a destacar.

Després es va repassar el concepte d'escala llegint la pàgina corresponent de llibre. Es va poder comprovar que els alumnes recordaven el concepte dels anys anteriors i no només de matemàtiques sinó també de treballar-lo a tecnologia. Tant bé ho recordaven que enlloc de realitzar els dos exercicis que hi havia previstos finalment va donar temps de realitzar-ne quatre.

Al final de la sessió es va recordar els deures que tenien per la següent sessió i que ja se'ls hi havien plantejat a la sessió 0.1 del dilluns 12 de gener: el lliurament d'un croquis del pati petit. També es van recordar que aquests croquis es recollirien a l'hora de lectura per poder-ne fer còpies i tornar-los els originals en començar la sessió per la tarda. A més a més es van donar les instruccions de caire organitzatiu: la sessió no es realitzaria a la seva aula sinó que ens trobaríem a la biblioteca.

4.2.2.c.- Sessió 3

Per descriure la realització de la sessió començarem pel lliurament del croquis que va començar pel matí a l'hora de la lectura, després es descriuran les diferents tasques que es van realitzar durant la sessió de la tarda.

Lliurament del croquis individual del pati petit

El matí del dijous 22 de gener s'havien de recollir els croquis del pati petit. En començar a treballar les pràctiques ja es va veure una tònica que impregnaria la resta de lliuraments de treballs: la dificultat dels alumnes per complir terminis. Els alumnes van lliurar els croquis en diferents moments del dia, en l'apartat de la recollida de dades es farà un estudi sobre el lliurament d'aquest croquis per part de cada alumne.

Dels croquis que es van lliurar al matí se'n va fer còpia impresa i es van retornar als alumnes a la tarda. Els alumnes que van lliurar el croquis per la tarda, se'n van haver de fer una còpia ells mateixos abans de començar la discussió en grup, d'aquesta manera els alumnes podrien treballar amb el seu croquis original però alhora quedava una còpia per poder ser analitzada tal i com estava previst.

Aquest fet va fer que el temps destinat a què els grups discutissin els croquis, els modifiquessin i n'elaboressin un de consensuat va quedar lleugerament alterat ja que les persones que van lliurar el croquis tard van haver de destinar temps de la sessió per anar a fer les còpies. Tot i digne de ser mencionat aquest fet no va portar altres conseqüències que les mencionades.

Tria del croquis de grup del pati petit

Els alumnes van escollir un croquis per grup, el que van considerar millor, però no hi van fer modificacions. És per això que es va anotar quina era la tria que havia fet cada grup i com que ja hi havia còpia feta de tots els croquis individuals no se'n va fer cap altre còpia recuperant així part del temps que s'havia perdut a l'inici de la sessió amb el lliurament amb retard del croquis individuals.

Presa de mesures del pati petit

Abans de sortir al pati a realitzar la presa de dades, es va fer la discussió en gran grup sobre la posició del zero de la cinta llarga que utilitzarien per a la presa de les mesures a partir dels resultats obtinguts en la pràctica 0.1 i de la reflexió feta en la pràctica 0.2. Durant la presa de mesures no es va poder fer una observació sistematitzada dels grups, però sí que just després de la presa de mesures es va fer un recull d'allò que s'havia observat.

En línies generals va haver-hi un bon ambient de treball, tothom va participar en la presa de les mesures. Només el grup dos van tenir alguns problemes entre ells i per distribuir-se les tasques el que va fer que s'endarrerissin força.

No va haver-hi tampoc massa problemes per estar tots mesurant al pati a la vegada. Un cop van anar acabant de prendre les mesures van anar cap a la biblioteca per realitzar l'activitat 1 de la pràctica 1.

Tria de l'escala en grup

Per acabar la sessió havien de realitzar l'activitat 1 de la pràctica 1 (A20). Es va intentar al màxim que la decisió de l'escala fos grup a grup i que no tots els grups acabessin posant la mateixa resposta, creient que no hi va haver traspàs d'informació durant la sessió.

El grup 4 va prendre la decisió en funció de l'escala habitual en un pis. Aprofitant la classe anterior i comentaris que es va fer a l'aula. El grup 1 va consultar el llibre de text i els apunts per prendre la decisió de l'escala. El grup 2 li va mancar temps ja que van perdre temps amb disputes internes. I el grup 3 van estar fent molts càlculs sense i després amb calculadora que van anotar en el full de respostes i que s'analitzarà en el capítol 5.

En els 5 minuts finals de la sessió, es va recordar que els deures eren el lliurament de la pràctica 1 ja que els alumnes no s'havien llegit tot els enunciats de la pràctica 1 i en particular la part on es detallava la feina que havien de fer. El grup 4, que ja havia acabat l'activitat 1, va dedicar aquest temps al final de la sessió per començar a pensar la 1^a pregunta del treball.

Al final de la sessió cada grup va lliurar el croquis de grup amb les dades preses i el full de l'activitat 1.

4.2.2.d.- Sessió 4

En començar la sessió els alumnes havien de lliurar la pràctica 1 acabada. Només tres alumnes van fer el lliurament requerit. En la part de l'anàlisi es farà una descripció detallada dels alumnes que van fer aquest lliurament en la data prevista en el disseny.

Tot i tenir un inici de sessió una mica descoratjador la resta va seguir el disseny previst. En la part final de la sessió es va manar la feina per a les properes sessions:

- per la següent sessió havien de realitzar l'activitat de reflexió inicial de la pràctica 2.
- per la setena sessió del dilluns 2 de febrer havien de realitzar dos exercicis del llibre

4.2.2.e.- Sessió 5

En aquesta cinquena sessió es va treballar la pràctica 2, per a una major claredat en la descripció d'aquesta sessió es farà tenint en compte les diferents parts que componen la pràctica seguint sempre l'ordre cronològic amb què es van desenvolupar. A continuació s'exposarà la realització de cadascuna de les part:

Activitat 1 – Reflexió individual

Es va començar la sessió 4 el dimarts 27 de gener a la biblioteca amb els alumnes asseguts en grups en les mateixes taules que en la pràctica 1. Es va començar la sessió tornant a demanar els plànols de la pràctica 1 (que eren els deures pel dia anterior) i l'activitat 1 de la pràctica 2 (A21) que eren els deures per la present sessió i que consistien en haver llegit l'enunciat de la pràctica 2 i individualment haver pensat un mètode per mesurar l'alçada del gimnàs de manera indirecta mitjançant el teodolit i la cinta mètrica llarga.

En demanar les reflexions individuals es va comprovar que ningú havia sabut trobar una mètode per mesurar l'alçada del gimnàs. És per això que es va decidir fer una discussió en gran grup sobre com resoldre el problema: se'ls va fer reflexionar sobre el triangle rectangle que formen el gimnàs, el "terra" o la distància paral·lela al terra i la visual des del teodolit fins al punt més alt. Entre tots vam pensar en aquest triangle rectangle i quina era la dada que volíem saber (l'alçada del gimnàs), també vam pensar sobre quines eren les dades que podíem aconseguir amb els instruments que tenim al nostre abast (angle i distància del teodolit a la paret). Mentre ens movíem en la realitat més o menys ens en vam sortir, però el pas d'usar la semblança com a eina per trobar la longitud que volíem no va sortir d'ells. Aleshores vam recordar les eines matemàtiques que estàvem treballant en el tema: la semblança i se'ls hi va "recomanar" que intentessin utilitzar aquesta eina per resoldre la situació que se'ls hi proposava.

Activitat 2 – Reflexió en grup

Després de la discussió en gran grup se'ls va repartir el full de reflexió en grup (Activitat 2 de la pràctica 2, A22) perquè discutissin ara en petit grup. Vaig anar passant pels diferents grups per saber les conclusions a les quals estaven arribant. En tots els grups se'ls animava a que escrivissin tot allò que estaven pensant i que donessin les explicacions escrites al més completes possible afegint-t'hi les explicacions orals que donaven a mi. A mesura que van anar acabant se'ls acompanyava fora, per tant no va haver-hi cap ordre preestablert sinó que l'ordre el van establir ells a mesura que anaven acabant. Van sortint grup a grup i la resta de grups continuen treballant a la biblioteca. Perquè si es quedaven sense feina se'ls hi va lliurar la tercera activitat d'aquesta segona pràctica (A23) per si volen anar pensant estratègies per calcular l'estimació ja que el pati gran també era un espai suficient conegut per ells. També es va recomanar que aquells que encara no havien lliurat el plànol podien aprofitar per treballar la pràctica 1.

Activitat 3 - Presa de mesures

El primer grup en sortir fora va ser el grup 3. Un cop fora es va repassar ara en petit grup la discussió que s'havia proposat a l'inici de la sessió en gran grup: se'ls hi va recordar que no valia que només una o dues persones del grup sàpiguen què s'ha de fer, ja que tots els membres del grup ho hauran de saber ja que després hauran de lliurar la pràctica de manera individual. Sembla que l'alumne 3.3 té clar què ha de fer i la resta el segueixen. L'alumne 3.2 per la seva banda semblava que estigués una mica al marge. Els animo que es distribueixin tasques: càlcul de l'angle de l'horitzontal amb la visual al punt més alt del gimnàs amb el teodolit, càlcul de la longitud del teodolit a la paret del gimnàs i càlcul de l'estimació de l'alçada del gimnàs.

El teodolit estava col·locat a la primera posició (per manca de temps només es va fer una presa de mesures) i també els vaig anar fent preguntes per veure si sabien què havien de fer. Hi havia molts dubtes i em vaig adonar que els havia de guiar, entre tots reflexionem sobre el terreny sobre quin serà el triangle rectangle que hem parlat en la discussió en gran grup a la biblioteca. Estant en el pati i amb el teodolit col·locat el triangle tot i ser imaginari ja té més sentit per ells. Un cop situats al pati i sabent que havien de mesurar aleshores ells mateixos van ser capaços de veure força clar que havien de mesurar l'alçada del teodolit. Aquest fet era força important, ja que els alumnes havien de tenir totes les dades necessàries per resoldre la situació, sinó aquest seria un escull força difícil de superar, ja que no tenen accés directe al teodolit.

Ja en aquest primer grup me'n vaig adonar que eren curiosos amb les mesures: per exemple l'alumne 3.1 va demanar que algú li comprovés que l'angle estigués bé. També van tenir certs dubtes sobre com mesurar l'alçada del teodolit però entre tots ho van resoldre sense requerir la meua intervenció. Per enregistrar les mesures que van anar prenent es van anar realitzant fotografies per a la seva posterior anàlisi, d'aquesta manera ells no sentien que jo estava recollint o comprovant les mesures que ells anaven prenent però aquestes dades quedaven registrades. Es va observar que tenien cura que la cinta quedés recta i que entre ells s'ajudaven realitzant un clar exemple de treball cooperatiu on cada un era necessari per una resultat final i on el treball de tots beneficiava també a tots. Era la pròpia situació de la presa de dades amb la cinta mètrica llarga la que requeria el treball en grup i els alumnes ho van percebre. Tot i que el treball positiu que el grup estava realitzant és just també mencionar que l'alumne 3.2 va estar durant la presa de dades treballant amb una implicació menor a la resta dels companys.

En acabar el primer grup tots vam tornar cap a la biblioteca on la majoria dels alumnes (encara que no tots) estaven treballant. Malauradament sempre hi ha qui aprofita les oportunitats per despistar-se una mica i la realització d'aquesta unitat didàctica no en va ser una excepció. El següent grup en acabar va ser el grup 1.

Ara amb els membres del grup 1 vam anar cap a fora per repetir el procés que s'havia seguit amb el grup 3, això va comportar que la resta dels alumnes es van quedar treballant a la biblioteca sense que es poguessin fer observacions de les discussions en grup de la pràctica i que d'aquesta part només quedés la producció escrita que els alumnes van respondre a l'activitat 3 de la pràctica 2 (A23). En el pati es va repetir el mateix procés: es va encoratjar als alumnes a que es repartissin les tasques: l'alumne 1.2 i l'alumne 1.3 van decidir pensar l'estimació, els alumnes 1.4 i 1.5 es van encarregar de la mesura de l'angle i els alumnes 1.1 i 1.6 de la mesura de la longitud. A l'alumne 1.5 va mesurar un angle de 44° i de seguida va demanar que algú més prengués la mesura per comprovar la dada. en aquest grup també es va observar que treballar en grup provocava que es demanessin molt la comprovació de dades. En un principi la resta en van ser una

mica reticents, però al final l'alumne 1.1 hi va fer un cop d'ull i va comentar que apuntava "massa alt". Aleshores ell va prendre la mesura que en aquest cas va ser de 34° . Aleshores l'alumne 1.5 va manifestar que si a l'alumne 1.1 li donava 34° que seria 34° , però vaig considerar que arribat aquest moment calia intervenir i els hi vaig recomanar que si havien obtingut dues dades discrepants potser fóra bo que hi hagués una tercera presa de mesures. Llavors l'alumne 1.4 va prendre ell la dada i també li va donar 34° . Al final van mesurar l'alçada del teodolit. Respecte a les observacions sobre el treball: en aquest grup hi havia tres persones que treballaven relativament poc en les classes amb metodologia de treball individual i que en canvi en aquesta pràctica estaven mostrant força implicació. Per altra banda l'alumne 1.3 va tenir un comportament més esbojarrat que el que mostrava habitualment amb el treball individual a l'aula.

En tornar a la biblioteca la resta estaven força esvalotats. El procés de prendre mesures estava resultant força lent (tot i haver reduït de dues a una les posicions des de les quals havien de prendre les mesures) i es va produir un cert desajust entre els grups. El grup 4 estava sota mínims ja que només estaven 3 dels integrants i a més a més quan vam arribar l'alumne 4.2 estava completament distret i sense treballar. El grup 3 que havia estat el primer en prendre les dades d'aquesta segona pràctica al pati gran estava una mica disgregat: els hi estava costant força treballar com a grup. L'alumne 3.3 anava fent però sense preocupar-li en excés si els altres el seguien o no. En aquest grup 3 es va observar que els alumnes acostumaven a treballar poc en les tasques individuals també estaven treballant poc en aquestes activitats proposades per treballar en grup.

Tot just entrar del pati gran, el grup 2 va demanar per ser el següent en anar a prendre les mesures. Es va observar un cert neguit perquè no els hi tornessin a quedar curts de temps per a la reflexió en grup final tal i com els hi havia passat en la sessió corresponent de la pràctica 1. Un cop fora es va repetir tot el procés per tercera vegada. En el seu cas es van repartir les tasques de la següent manera: l'alumne 2.3 es va demanar prendre la mesura de l'angle, els alumnes 2.1 i 2.5 van prendre la mesura de la longitud i per tant l'alumne 2.4 va ser el que pensar l'estimació. L'alumne 2.5 no es va quedar molt convençut de la mesura presa i va demanar que la tornessin a prendre. En aquest grup es va notar una forma curiosa de mesurar la longitud: estant els dos alumnes al costat del teodolit, l'alumne 2.5 es va moure cap a la paret amb l'inici de la cinta i l'alumne 2.1 es va quedar al costat del teodolit amb la part de plàstic que contenia la cinta. Per últim van mesurar l'alçada del teodolit.

A la biblioteca en preguntar pel mètode que havien pensat i anotat en el full 2.2, l'alumne 4.3 va tornar a proposar el mètode que ell ja havia proposat en la pràctica 3.1. Vam comentar que aquest mètode no funcionava perquè no podíem establir una proporcionalitat directa entre angle i catet oposat, però en estar al final de la sessió potser no es va tenir el temps suficient per explicar-ho i comprovar que tots els membres del grup ho haguessin entès⁵⁶. Aleshores vam reprendre la discussió en gran grup de l'inici de la sessió i les idees que hi havien sorgit i llavors vam anar al pati a prendre les mesures corresponents. Els alumnes 4.2 i 4.3 van prendre la mesura de la longitud tot i que l'alumne 4.2 estava força reticent a treballar. L'alumne 4.4 va ajudar en la presa de la longitud donant indicacions i després va prendre la mesura de l'angle i va fer una pregunta interessant: "què considerem com a punt més alt de l'edifici?" ja que si observem la part més alta de l'edifici (veure's figura 15 següent) s'observa que l'edifici acaba amb una petita "visera".

⁵⁶ En aquest apartat només s'ha fet una explicació resumida sobre l'error i l'explicació que se'ls hi va donar als alumnes. L'anàlisi en profunditat està fet a l'apartat corresponent del capítol 5 de la present tesi.

Finalment va decidir mesurar fins a una taca marró que hi ha. Per acabar van prendre l'alçada del teodolit i vam tornar a la biblioteca.



fig. 16: Vista del gimnàs de l'institut

En tornar a la biblioteca es va observar que el grup tres continuava treballant de manera disgregada i poc en grup. El grup 1 treballava més que abans però de forma una mica disbauxada. El grup 2 sense l'alumne 2.2 amb qui havien tingut problemes en la sessió anterior van treballar sense queixar-se.

En l'última part de la sessió els vaig recordar que havien de lliurar els fulls 2.2 i 2.3. No vaig recollir el full 2.1 ja que després de la discussió en gran grup i en petit grup no tenia sentit recollir la reflexió individual. Es va observar que no havien acabat de realitzar les activitats. Com que la pràctica 2 i la 3 estaven molt relacionades, s'els hi va comentar que es recollirien els fulls, però que se'ls hi tornarien en la següent sessió (dijous 29 de gener) en què també treballaríem en grup i que ho podrien acabar. Es va recollir el que havien fet fins al moment per a poder fer-ne còpies per a poder ser analitzades. Mentre estaven recollint el grup 2 em va ensenyar una proposta en què utilitzaven el teorema de Pitàgores, utilitzant l'angle com a longitud de la hipotenusa, sense més temps per res, es va acabar la sessió.

4.2.2.f.- Sessió 6

A continuació es fa l'explicació corresponent a la sessió 6 on es va treballar la pràctica 3 seguint el mateix esquema que en la pràctica anterior.

Activitat 1 – Reflexió individual

Tenint en compte que a la pràctica 2 els alumnes no havien lliurat la reflexió individual, es va decidir que reflexió individual de la pràctica 3 (activitat 1 - pràctica 3, A24) la realitzessin a l'hora de lectura del dijous 29 de gener. Es va observar en fer-los contestar la reflexió individual de manera obligada i presencial que el seu primer impuls davant d'una situació nova i complexa era dir que ho saben fer, però per altra banda només va caler dir-los que s'ho pensessin una mica i que escrivissin allò que sabessin perquè es llegissin amb calma la situació i fessin l'esforç de pensar què se'ls hi estava demanant.

Per la tarda del mateix dijous 29 de gener vam començar la pràctica 3 a la biblioteca amb els alumnes asseguts en grups en les mateixes taules que en la

pràctica 1 i 2. Se'ls van retornar les activitats 2.2 i 2.3 de la pràctica 2 tal i com havíem quedat a la sessió anterior.

A continuació es van tornar a demanar la pràctica 1. La pràctica 1 s'havia de lliurar acabada el dilluns 26 de gener, però molt pocs alumnes la van lliurar i per això en les següents sessions es va anar tornant a demanar. En aquesta sessió tres alumnes la van lliurar, afegint-se als tres que ja l'havien lliurat. A causa del poc èxit que s'estava registrant en la recollida de la pràctica 1 em vaig interessar pels motius. En preguntar perquè no estaven lliurant la pràctica 1, l'alumne 3.4 va manifestar que els membres del grup 3 estaven una mica encallats amb el plànol (tot i que l'alumne 3.5 ja l'hagués lliurat) perquè no els encaixaven les dades que havien pres. El grup 4 també va indicar que tenia un problema semblant, segons va manifestar l'alumne 4.2. Per tant, vaig decidir que en aquesta sessió un parell de membres de cada un d'aquests dos grups podrien anar al pati petit per tornar a prendre aquelles mesures que creguessin que necessitaven per poder acabar la pràctica 1. Veient les dificultats que estaven tenint amb les tres pràctiques (recordem que només 6 dels 21 alumnes havien lliurat la pràctica⁵⁷) es va plantejar la sessió com una posada al dia de les dues pràctiques anteriors a més a més de la presa de dades de la pràctica 3.

Activitat 2 – Reflexió en grup

Se'ls va repartir l'activitat 2 de la pràctica 3 (A25) es poden subdividir en grups tal i com acabàvem d'acordar però algú del grup havia d'estar treballant en l'activitat 2 i anar a prendre les mesures corresponents a la pràctica 3. Vaig passar grup per grup (grup 4, grup 1, grup 3 i grup 2) preguntant com anava la realització de les tres pràctiques en general. Em vaig adonar que tenien moltes dificultats amb la segona pràctica. Amb el grup 4 vam tornar a raonar perquè el mètode de la proporcionalitat directa angle – catet oposat és erroni.

El grup 2 em va ensenyar les activitats de la pràctica 2 i tal i com ja s'havia mencionat en l'anterior apartat havien aplicat el teorema de Pitàgores per trobar l'altura. Vam reflexionar perquè el teorema de Pitàgores no ens ajuda a resoldre aquesta situació, ja que no tenim dos costats del triangle rectangle i en busquem el tercer, sinó que tenim només un costat i un angle i en busquem un altre⁵⁸. Amb tots els grups es va haver de parlar de la semblança com a eina estudiada en el tema i que els podria ser útil en aquest cas. Només el grup tres ja havia fet un raonament usant la semblança. En passar grup per grup també es va aprofitar per reflexionar sobre la pràctica 3. Es va tornar a constatar que estaven tenint moltes dificultats amb la realització de totes les pràctiques.

Activitat 3 - Presa de dades

Després de passar per tots els grups, als alumnes 4.1 i 4.5 del grup 4 i als alumnes 3.1 i 3.2 del grup 3 se'ls hi va donar una cinta mètrica llarga perquè anessin a prendre les mesures de la pràctica 1 que necessitessin al pati petit. Com que tots els grups tenien moltes coses per acabar i el temps que quedava era cop menys es vam acordar una repartició de tasques: a part dels alumnes que estan al pati petit, la presa de mesures de la pràctica 3 la van fer només un parell d'alumnes de cada grup. Primer van sortir els alumnes 1.1 i 1.2 del grup 1. A tots els grups es va seguir un esquema semblant, primer els hi preguntava on havíem pres la mesura en la sessió anterior corresponent a la presa de mesures de la pràctica 2 i quin

⁵⁷ al final d'aquesta sessió van lliurar la pràctica 1 els alumnes 1.4 i 1.5

⁵⁸ En aquest apartat només es menciona l'estratègia emprada pels alumnes, l'anàlisi amb detall de la situació es realitza en el corresponent apartat del capítol 5 de la present tesi.

angle els havia donat i que pensessin on havien de posar aleshores el teodolit respecte a la posició de la presa de dades de la pràctica 2, si més a prop o més lluny de la paret del gimnàs. Després d'aquesta reflexió els dos alumnes de cada grup buscaven el punt. Utilitzaven principalment dos mètodes, mirar quin angle es veia des d'un punt i després tiraven endavant o enrera segons la dada. O posaven el teodolit a 45° i miraven si l'alçada quedava per dalt o per baix de la visual. A cada grup els hi va costar més de 3 preses de mesura cosa que els hi va sorprendre i fins i tot alguns es van posar una mica nerviosos ja que pensaven que devien estar fent alguna cosa malament si havien de prendre tantes mesures. L'alumne 4.3 fins i tot va comentar "no hi ha un mètode més matemàtic?". Cada grup en acabar deixava el teodolit a l'entrada i la cinta recollida així tots els grups tenien el mateix punt de partida amb el teodolit al costat de la porta.

Es va repetir el procés amb els alumnes 2.2 i 2.3 del grup 2. Després amb els alumnes 3.3, 3.4 i 3.5 del grup 3 i per últim els alumnes 4.3 i 4.4 del grup 4. Aquest darrer grup va haver de prendre les mesures fora de l'hora de classe ja que els 50 min de la sessió se'ns van fer curts. Per això entre la presa de les mesures del grup 3 i grup 4 es van recollir les activitats 2.2, 2.3 i 3.2, en tocar el timbre la resta dels alumnes van anar cap a la següent classe i només es van quedar els alumnes 4.3 i 4.4 prenent la mesura que els hi faltaven. Com en les altres dues sessions el registre de les dades que van prendre els alumnes es va fer fent fotografies que s'analitzaran en el capítol 5.

4.2.2.g.- Sessió 7

A l'inici d'aquesta sessió s'havien de recollir els treballs individuals de les pràctiques 2 i 3. Els resultats van ser del tot descoratjadors. En l'apartat d'anàlisi es farà una descripció detallada dels lliuraments que van fer els alumnes i en la data en què els van fer.

Després vam procedir a la correcció dels exercicis que se'ls hi havien proposat en la quarta sessió. Aquesta part va anar molt millor i la majoria dels alumnes els havien realitzat.

La resta de la sessió es va dedicar a acabar la darrera part de la unitat que quedava (llocs geomètrics) i a fer una síntesi de la unitats, repassant tot allò que havíem fet de manera oral.

4.2.2.h.- Sessió 8

El dimarts 3 de febrer es va realitzar la prova individual escrita de la unitat 7. La pregunta 10 involucrava la presa d'un angle amb el teodolit. Aquest es va situar al final de l'aula i els alumnes van anar sortint segons l'ordre en què estaven asseguts a classe per prendre la mesura. En acabar de prendre la mesura jo l'anotava en un full de seguiment i ells l'havien d'anotar en el seu full d'examen.




Sobre la presa de la mesura amb el teodolit cal mencionar que la manca d'espai a l'aula va fer que el teodolit s'hagués de situar al final de tot de la classe però a prop de les últimes taules amb massa poc espai per passar-hi, aquest fet sumat a la poca estabilitat del teodolit va fer que alguns alumnes al entrar o al sortir només fregant-lo ja el canviaven lleugerament de posició. Cada vegada que va haver-hi el més mínim toc al teodolit es va tornar a mesurar l'angle amb què es veia la part del sostre de la classe. Per tant no tots van prendre la dada amb el teodolit col·locat


exactament al mateix lloc però les dades van ser recollides amb la cura suficient per poder ser correctament analitzades en l'apartat corresponent.

Els alumnes 1.3 i 2.2 no van assistir a la sessió del dimarts 3 de febrer i van realitzar l'examen la següent sessió de classe, el dijous 5 de febrer. Respecte a la presa de la mesura amb el teodolit la van realitzar en el passadís just acabar la sessió. D'aquesta manera la resta del grup va poder realitzar la sessió de matemàtiques amb normalitat i també la següent sessió de la corresponent assignatura. Per la part dels alumnes 1.3 i 2.2 van poder realitzar la presa de la mesura amb l'atenció personalitzada que havien tingut la resta dels alumnes. Aquesta mesura també serà explicada amb més detall en la part de l'anàlisi de les dades.

La resta de la sessió es va desenvolupar sense incidents i els alumnes van estar realitzant la seva prova escrita sense res a destacar.

4.2.3.- Activitats extres de la unitat didàctica

Taula 4.7.- Activitats extres a la unitat didàctica dissenyada-versió 2 (versió implementada)			
Sessió	extra.1	Data	dimecres 25 de febrer ()
Objectiu	Realitzar el qüestionari sobre la realització de les pràctiques		
Realització			
<ul style="list-style-type: none"> • Contestar el qüestionari sobre la realització de les pràctiques (A32) 			
Observacions			
Sessió	extra.2	Data	divendres 6 de març (10 minuts)
Objectiu	Presca de dades extra		
Realització			
<ul style="list-style-type: none"> • Presca de dades extra 			
Observacions			
Sessió	extra.3	Data	dimecres 11 de març (30 minuts)
Objectiu	Posada en comú extra i realitzar el qüestionari sobre el treball en grup		
Realització			
<ul style="list-style-type: none"> • Posada en comú extra • Contestar el qüestionari sobre el treball en grup (A33) 			
Observacions			

Sessió	extra.4	Data	dimarts 19 de maig dimarts 2 de juny dilluns 8 de juny
Objectiu	Realitzar entrevistes		
Realització			
<ul style="list-style-type: none"> Realitzar entrevistes (A36) 			
Observacions	alumne 1.1 no va voler realitzar l'entrevista i es va demanar a l'alumne 1.3		

4.2.3.a.- Sessió extra.1 – Qüestionari sobre la realització de les pràctiques

En comprovar que els alumnes els hi estava constant molt lliurar les pràctiques es va procedir a establir una sèrie d'instruments per tal de detectar les dificultats que estaven trobant per tal de determinar de quina manera se'ls podria guiar per superar-les. També es va aprofitar per passar-los un qüestionari sobre el treball en grup.

El dimecres 25 de febrer l a l'hora de lectura se'ls va passar qüestionari 4 sobre les pràctiques (A32).

A partir de les respostes es va decidir:

- que el grup 4 pogués tornar a prendre les dades de la tercera pràctica. Aquesta presa de mesures es va dur a terme el divendres 6 de març.
- que es deixaria als alumnes una altra sessió per a que es poguessin tornar a posar en grups i així poguessin posar en comú les dades que tenien ja que hi havia alumnes que havien manifestat que els hi faltaven dades. Aquesta sessió es va dur a terme el dimecres 11 de març.
- els alumnes que van manifestar que havien perdut els enunciats de les pràctiques se'ls va emplaçar a que vinguessin al departament per donar-los una altra còpia.

4.2.3.b.- Sessió extra.2 - Presa de mesures extra grup 4

No va ser fàcil trobar una data en què la pista del pati estigués lliure, jo els pogués acompanyar i es destorbés al mínim la resta de classes; al final es va usar una sessió de la setmana del crèdit de síntesi. Van realitzar la presa de dades els alumnes 4.4 i 4.5 del grup 4 i es va registrar la dada presa mitjançant una fotografia seguint el procediment seguit durant la primera presa de dades.

4.2.3.c.- Sessió extra.3 – Posada en comú extra i Qüestionari sobre el treball en grup

En aquesta sessió es van fer dues activitats: la posada en comú extra i la realització del qüestionari sobre el treball en grup.

Posada en comú extra

Es va dedicar l'hora de lectura per tornar a formar els grups, aquesta vegada a l'aula, per tal que posessin en comú les dificultats amb què s'havien trobar en

resoldre les diferents activitats de manera individual i poder trobar solucions conjuntes.

En aquesta sessió em vaig passar grup per grup i vaig repassar el procediment que havien de seguir ja que estaven molt perduts. En el grup 1, l'alumne 1.6 va dir, "jo no he fet així" i li vaig dir que si se n'adonaven que ho havien fet malament podien tornar a lliurar alguna pràctica o aquella part de la pràctica que creguessin.

Els 25 min que es van dedicar van ser suficients i és per això que en l'última part d'aquesta sessió es va passar el qüestionari sobre el treball en grup que s'explica en el següent apartat.

Activitat 5 - Qüestionari sobre el treball en grup

Tal i com es va acordar a partir de les respostes del qüestionari 4 es va dedicar la sessió de lectura del dimecres 11 de març perquè els alumnes es tornessin a posar en grups i discutissin sobre les pràctiques. Com que amb els primers 25 min de la sessió en van tenir prou, els últims 5 minuts se'ls hi va passar el qüestionari sobre el treball en grup (A33). Els alumnes van omplir el qüestionari sense cap incidència destacable.

4.2.3.d.- Sessió extra.4 - Entrevistes

Tot i que ja s'havia passat el qüestionari 4 a tots els alumnes per tal que exposessin la seva opinió personal i perquè comentessin les dificultats amb què s'havien trobat es va considerar que seria interessant realitzar entrevistes a alguns alumnes. Amb el format de l'entrevista es volia tenir més informació que la que els alumnes escriuen en un qüestionari on solen ser breus en les seves respostes.

Es va decidir realitzar unes tres/quatre entrevistes a alumnes dels cursos que al final van acabar sent tres. Per escollir els alumnes vam decidir els següents criteris:

- fossin de grups diferents
- haguessin lliurat les pràctiques
- volguessin realitzar l'entrevista de manera voluntària.

Un cop establerts els criteris de selecció dels alumnes es va elaborar un guió per a l'entrevista amb els alumnes. El principal escull a salvar era el temps que havia passat entre la realització de les pràctiques i les preses de dades, els primers lliuraments dels alumnes i els últims lliuraments. Per aquest motiu en el guió es van posar moltes referències a la realització de les pràctiques i a la presa de dades per fer memòria i situar a l'alumne. A més a més es va pensar en mostrar a l'alumne els treballs que ell havia lliurat perquè es pogués posar en situació més fàcilment. El guió que es va elaborar per a la realització de les entrevistes es troba a l'annex (A36) tot i que cal remarcar que es va elaborar amb la idea que fos un guió i es així com va ser utilitzat.

Per a la recollida de les dades es va decidir filmar l'entrevista. La participació a l'entrevista era totalment voluntària i es deixava ben clar aquest fet als alumnes que se'ls hi va proposar. També se'ls hi deixava ben clar que la seva participació o no en l'entrevista no influiria en l'avaluació.

Tenint en compte aquesta participació voluntària es va pensar en proposar-ho als alumnes que a més de complir amb les requisits establerts anteriorment mostressin

una actitud més participativa a classe de matemàtiques. Es volien respostes al més elaborades possibles i no respostes curtes per complir amb el tràmit.

La primera entrevista es va realitzar el dimarts 19 de maig a l'alumne 3.3 i va durar 27 minuts. Per a la segona entrevista es va fer primer una proposta a l'alumne 1.1 però va comentar que preferiria no fer-ho i per tant es va proposar a l'alumne 1.3. Aquesta segona entrevista es va dur a terme el dimarts 2 de juny i va durar 17 minuts. Per últim es va realitzar l'entrevista a l'alumne 2.1 i aquesta tercera va durar 22 minuts.

Altre cop concertar un calendari en què estiguéssim lliures tant els alumnes com jo a més a més de trobar un espai lliure amb la tranquil·litat necessària perquè les dades quedessin ben recollides a través de la càmera no va ser gens fàcil. A final de curs els alumnes van molt plens de feina i sempre es va procurar que l'entrevista entorpís el mínim el normal desenvolupament del centre i la resta de classes. Aquest fet junt amb les enormes dificultats que havien mostrat el grup 4 van fer que només es realitzessin tres entrevistes i davant la impossibilitat de fer-ne una quarta per motius de temps fos el grup 4 el que es quedés sense representat entrevistat.

El més complicat de les entrevistes va ser trobar un espai i un moment per realitzar-les. Després no hi ha haver cap incidència a destacar.

4.2.4.- Activitats d'avaluació final

No hi ha cap diferència entre el disseny i la implementació.

4.2.4.a.- Sessió 9.1 – Examen bloc unitats 7-9

En acabar el tema 7 es van realitzar els temes 8 i 9. Seguint la metodologia que ja havíem usat els dos primers cursos de l'ESO i en primer trimestre de 3r després d'acabar un bloc temàtic, en aquesta cas la geometria, es repassa per després realitzar un examen de bloc de tots els temes involucrats.

En el nostre cas la unitat 8 es va treballar del dijous 5 de febrer al dilluns 16 de febrer (5 sessions). La unitat 9 es va treballar del dimarts 17 de febrer al dijous 12 de març (8 sessions, enmig es va realitzar el crèdit de síntesi que dura una setmana). Després es van repassar durant 2 sessions. En aquestes sessions es reparteix als alumnes els exàmens de les unitats que s'estan repassant en la seva totalitat o extractes que inclouen aquells exercicis on s'han detectat majors dificultats els alumnes els treballen i es corregeixen a la pissarra. També són sessions de posada en comú de dubtes.

Respecte al tema 7 se'ls hi va repartir el recull d'exercicis que es troben a l'annex (A35). Després es van repassar els temes 8 i 9 i el dijous 19 de març es va realitzar l'examen de bloc que incloïa exercicis del tema 7. Aquests exercicis també seran estudiats en l'anàlisi de dades.

4.2.4.b.- Sessió 9.2 – Examen final

Seguint el mateix procés que en cursos anteriors en acabar les diferents unitats programades, l'última setmana del curs es va destinar a repassar tot allò fet durant el curs per preparar la realització d'un examen final. A més a més, el curs 2008-2009 en un acord de departament, tots els cursos van realitzar un examen final.

Amb aquest es pretenia que tots els alumnes repassessin tot allò fet durant el curs i que servís com a primera oportunitat per recuperar el curs aquells que no el tenien superat fins aleshores. Per altra banda, aquells que no superessin aquest primer examen final, tindrien una segona oportunitat en les proves de recuperació i millora. Per tots aquests motius, aquest examen final és una prova en què tots els alumnes tenen molt a guanyar i per tant és una setmana de treball intens.

Durant les tres sessions de la setmana del 8 de juny es va repassar a partir d'un recull d'exercicis extrets dels exàmens de bloc que els alumnes han realitzat. En el cas de l'examen de bloc dels temes 7-9 no es va extreure cap exercici i per tant a classe es van treballar tots els exercicis de l'examen de bloc (A31).

En la sessió del 8 de juny es va poder observar les dificultats que encara una part de la classe tenia respecte a la pregunta 3 de l'esmentat examen de bloc referent a les pràctiques. Per altra banda, l'alumne 1.6 va fer una exposició a la pissarra de la seva proposta en què va demostrar una gran capacitat de síntesi. Malauradament no vaig recollir de manera escrita la proposta que l'alumne va escriure a la pissarra.

El dilluns 15 de juny es va realitzar l'examen final en què hi havia una pregunta de la unitat 7 que també serà analitzada (A34)

4.3.- Explicació metodològica de la recollida i l'anàlisi de les dades

En aquest apartat s'explicarà en primer lloc la metodologia usada en la recollida de dades per després explicar la metodologia emprada en l'anàlisi d'aquestes dades recollides.

4.3.1.- Explicació metodològica de la recollida de les dades

A continuació s'explicarà la metodologia emprada per a la recollida de les dades seguint l'ordre cronològic amb què es van proposar les diferents activitats als alumnes i per tant seguint el mateix ordre amb què s'han presentat a la unitat didàctica.

- Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit
- Pràctica 0.2. Activitat inicial de mesura. Activitat 2
- Pràctica 0.1. Activitat inicial de mesura. Activitat 1
- Pràctica 1
- Pràctica 2
- Pràctica 3
- Examen unitat 7
- Examen bloc unitats 7-9
- Activitat 4 – Qüestionari sobre la realització de les pràctiques
- Activitat 5 – Qüestionari sobre el treball en grup
- Examen final
- Entrevistes

4.3.1.a.- Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit.

Activitat	Iniciació al teodolit		
Sessions de realització	0.0	Dates de realització	dimarts 19 de desembre de 2009
Duració	30 minuts	Annex	A15

La recollida de dades en aquesta pràctica prèvia va consistir en la recollida dels dos instruments dissenyats a tal efecte: enunciats de la pràctica 3.1 part 1 i part 2 i que es troben a l'annex (A15).

La part 1 de la pràctica 3.1 conté una gran part d'explicació i d'informació sobre el teodolit, una eina de la qual els alumnes no n'havien sentit a parlar mai abans. Els alumnes havien de llegir la informació i per torn anar prenent una mesura amb el teodolit que havien d'escriure en l'última part d'aquesta pràctica.

En acabar de llegir la part 1 i tant si ja havien realitzat la mesura com si estaven esperant a sortir a prendre-la, havien de realitzar la part 2 d'aquesta mateixa pràctica on se'ls hi demanava que reflexionessin sobre la presa de mesures indirectes amb la nova eina presentada. Com ja s'ha mencionat es va deixar que consultessin els llibres però es va demanar que treballessin de manera individual. La pràctica estava preparada deixant espai suficient entre cada pregunta perquè els alumnes tinguessin l'espai per respondre i raonar totes les respostes. Durant la sessió es va fer especial èmfasi en aquest aspecte i se'ls hi va demanar explícitament que expliquessin al màxim les seves idees.

En acabar la sessió es va recollir el full que ja va ser guardat per a la seva posterior anàlisi.

4.3.1.b.- Pràctica 0.2. Activitat inicial de mesura. Activitat 2

Activitat	Activitat inicial de mesura. Activitat 2.		
Sessions de realització	0.3. Versió 2	Dates de realització	divendres 9 de gener de 2009
Duració	2 torns de 30 minuts	Annex	A16 (alumne) – A17 (professor)

En la pràctica 0.2 es va demanar als alumnes que individualment mesuressin l'amplada de la columna que hi havia fora de la seva aula. Se'ls hi proporcionava la cinta mètrica llarga i un full on posar el seu nom i la mesura que havien pres (A16). Després s'observava com prenien la mesura i s'anotava en el full del professor (A17) que s'havia creat a tal efecte.

L'instrument creat per prendre notes de les observacions durant la presa de dades era molt senzill i no recollia a priori els principals errors que els alumnes podrien cometre. Ja des d'un principi es va veure que hi havia una sèrie d'elements comuns a observar i a anotar en la gran majoria dels alumnes: on començaven a mesurar i si inclinaven la cinta mètrica. En tots els casos a més a més s'anotava la mesura final que es podia observar i que en la posterior anàlisi es contrastarà amb la que ells van anotar en el seu full de resposta. A més a més també es van prendre anotacions més puntuals: si havien o no dubtat molt sobre on començar, si havien fet alguna pregunta, si havien refet o no la presa de dades... Totes aquestes observacions van quedar anotades per ser degudament analitzades en la corresponent part de la tesi.

4.3.1.c.- Pràctica 0.1. Activitat inicial de mesura. Activitat 1

Activitat	Activitat inicial de mesura. Activitat 1.		
Sessions de realització	0.2. Versió 2	Dates de realització	dimarts 13 de gener de 2009
Duració	5-10 minuts	Annex	A18

Per a la recollida de dades de la pràctica 0.1 es va dissenyar un instrument amb 10 exercicis. L'exercici 1 era de resposta tancada i l'alumne havia de donar la mesura en cm de tres punts senyalats sobre un regle graduat. Per a facilitar la posterior anàlisi es va marcar que la resposta fos donada en cm perquè la resposta correcta fos única. L'exercici 2 constava de dos apartats també de resposta tancada i amb resposta correcta única.

En els exercicis 3 i 4 es demanava donar la mesura d'un parell de segments. En aquest cas no es forçava que la resposta es donés en una unitat de mesura concreta i per tant hi ha diferents respostes correctes vàlides. A l'exercici 5 es demanava que dibuixessin un segment d'una determinada longitud. Aquests primers 5 exercicis eren sobre destreses bàsiques de mesura amb regle.

A continuació, tal i com ja s'ha explicat, a partir de la realització de la pràctica 0.2 es va creure convenient ampliar la pràctica 0.1 amb preguntes referents a errors que es poden cometre en la presa de mesures amb regle i amb cinta mètrica llarga ja que una gran part dels alumnes havien inclinat la cinta mètrica llarga a l'hora de prendre la mesura. Amb aquesta intenció es van preparar els exercicis 6, 7 i 8: en els tres exercicis es presenten tres situacions als alumnes en les quals s'ha comès algun error en la presa de la mesura i se'ls hi demanava si s'havia mesurat o no correctament i que raonessin la resposta. En els tres exercicis les respostes són obertes i es va deixar l'espai necessari perquè no responguessin de manera escarida sinó amb la màxima explicació.

També a partir de la presa de dades de la pràctica 0.2 es va detectar que una gran nombre d'alumnes havien tingut dificultats per saber on estava el zero de la cinta mètrica llarga. Amb la intenció de veure si en una situació d'aula amb més calma sabrien o no per on havien de començar a mesurar es va dissenyar l'exercici 9: en una fotografia de la mateixa cinta mètrica que ells havien fet servir es van assenyalar dos punts A i B, un sent el zero de la cinta mètrica i l'altre el punt on la majoria dels alumnes havien començat a mesurar just en acabar la goma negra (veure figura adjunta). La fotografia es va fer amb cura procurant que sortissin mesures suficients com perquè els alumnes tinguessin elements per determinar correctament el zero de la cinta.



fig. 17: Fotografia de la cinta mètrica llarga amb els dos punts assenyalsats

A més a més també es va dissenyar l'exercici 10 on se'ls hi demanava que després de tota la reflexió que havien fet sobre els errors en la presa de la mesura i sobre per on començar a mesurar amb la cinta mètrica llarga fessin una autoavaluació sobre la seva presa de mesura de la pràctica 0.2. Se'ls hi preguntava si creien que ho havien fet tot bé i en cas que responguessin que no en què creien que havien equivocats.

A la primera part de la pràctica les respostes eren tancades i amb resposta correcta única (en algun cas llevat d'unitat). A la segona part de la pràctica les respostes eren obertes i fins i tot la resposta de l'exercici 10 la resposta depenia de la presa de dades que cada alumne hagués fet.

En aquest cas també es van recollir els fulls amb les respostes anotades per part dels alumnes en acabar la sessió i van ser degudament guardats per a ser analitzats.

4.3.1.d.- Pràctica 1

Activitat	Pràctica 1		
Sessions de realització	sessió 0.1 sessió 3	Dates de realització	dilluns 12 de gener de 2009 dijous 22 de gener de 2009
Duració	5 minuts 50 minuts	Annex	A20 i A27
Observacions	Es van necessitar algunes sessions extres per tal que alguns alumnes poguessin completar aquesta pràctica		

Per a la posterior anàlisi es va considerar que no només s'havia de recollir el producte final que els alumnes lliuressin sinó anar recollint tota la feina que els alumnes anessin fent al llarg de tot el procés fins a arribar a l'elaboració i lliurament final de la pràctica 1. Per tant, l'explicació metodològica de les diferents parts es farà seguint l'ordre cronològic amb què els alumnes van anar realitzant-les.

Lliurament del croquis individual del pati petit

Es va creure interessant demanar als alumnes el croquis que haguessin elaborat però com que després ells el necessitaven per elaborar el croquis de grup no ens els podíem quedar. Per això es va prendre la decisió de demanar-los prèviament a la sessió en què l'haurien de treballar per poder-ne fer les còpies. La còpia es guardava per l'anàlisi i ells continuaven tenint l'original per poder continuar treballant i fer-ne les modificacions que creguessin convenients.

Malauradament no tothom va complir el termini de lliurament establert i enlloc de presentar-lo a l'hora de lectura del dijous 22 de gener, ho van presentar al principi de la sessió de la tarda. Això va comportar que aquestes persones abans de posar-se a treballar en la discussió del croquis de grup haguessin d'anar a fer-ne una còpia per tal que aquestes dades no es perdessin. La decisió de treballar a la biblioteca que està al primer pis al costat del pati però també al costat de la consergeria va facilitar la tasca de la còpia dels croquis. També vam comptar amb la imprescindible col·laboració del conserge que va anar realitzant les còpies dels croquis a mesura que els alumnes li anaven demanant.

Tria del croquis de grup al pati petit

Tot el dispositiu de treballar al costat de la consergeria i amb el conserge alerta per a les possibles còpies que es necessitessin també estava establert per a les còpies dels croquis de grup que els alumnes havien de determinar a partir dels croquis individuals. A l'hora de la veritat no va caler cap més còpia ja que tots els grups l'únic que van fer va ser escollir aquell croquis que van considerar millor però no en van fer cap modificació, tot i que els havien fet amb llapis i que ells tenien els originals. Per tant la presa de dades d'aquesta part va consistir en enregistrar per cada grup quin dels croquis havien escollit.

Presa de les mesures del pati petit

Aquest era un dels punts més delicats en la presa de dades: l'experiència obtinguda a partir de la realització de les pràctiques del treball de recerca havia demostrat allò que el sentit comú ja havia predit: que la doble figura de ser professor-investigador de més de 20 alumnes era contrari a poder fer observacions exhaustives durant la presa de dades. Per altra banda no es va creure necessari realitzar unes observacions més sistematitzades ja que això hauria comportat que cada grup d'alumnes haguessin de prendre les dades per separat, allargant la presa de dades de manera innecessària. A més a més en aquesta tesi es pretén implementar una unitat didàctica amb els recursos amb què es compta a l'ensenyament secundari a Catalunya, tota adulteració excessiva de les variables faria que la proposta fos titllada de poc realista. Per tant es va optar per l'únic que podia fer en aquestes circumstàncies: observacions no sistemàtiques de la presa de dades dels alumnes.

Durant la sessió vaig anar prenent fotografies de les situacions que vaig anar considerant interessants: com col·locaven la cinta mètrica, quines estratègies usaven per mesurar les distàncies més llargues i per superar els obstacles físics que hi havien en el pati (per exemple canonades, enreixats, bancs,...). Per altra banda anava prenent petites notes per després elaborar una crònica de la presa de dades amb observacions més concretes sobre comentaris que havia sentit entre els alumnes, sobre preguntes que m'havien fet, com havien treballat els diferents grups...

En resum, les observacions de la presa de mesures van quedar enregistrades a les fotografies que es van anar fent durant la sessió i a la crònica que es va elaborar tot just acabar la sessió a partir de les notes que s'havien anat prenent.

Tria de l'escala en grup

Conforme anaven acabant la presa de dades els diferents grups anaven tornant a la biblioteca on havien de discutir sobre l'escala amb què farien el plànol. També a partir de l'experiència del treball de recerca es volia evitar que després consensuessin l'escala en gran grup i tots els grups donessin la mateixa resposta, per això era molt important que en tornar de la presa de dades prenguessin la decisió durant la mateixa sessió i que aquesta quedés registrada junt amb el raonament. Amb aquesta intenció es va dissenyar l'instrument Activitat 1 (A20) on cada grup havia d'anotar l'escala que havien decidit a més a més del raonament que havien seguit per prendre aquesta decisió. Un full de resposta per cada grup els hi era lliurat en acabar la presa de dades i els hi era recollit en acabar la sessió i guardat per a ser analitzat.

Lliurament del croquis de grup amb les dades

L'experiència del treball de recerca també ens va portar a observar que per a la posterior realització del treball els alumnes no sempre usaven les dades que havien pres amb el seu grup sinó que alumnes d'un mateix grup usaven diferents dades i que aquestes a la vegada coincidien amb dades que havien pres altres grups (López(2007)). Per tant, si es volien analitzar les dades preses per cada grup era millor demanar-les just després d'haver-les pres i no esperar al lliurament del treball. Per això abans d'acabar la sessió es va demanar a cada grup que fes lliurament del croquis que havien consensuat per grup amb les dades que havien anotat durant la presa de dades. D'aquest croquis es va conservar l'original per a ser analitzat, se'n van fer tantes còpies com integrants tenia cada grup i se'ls hi va lliurar a cadascú perquè poguessin realitzar el plànol que se'ls hi demanava a la pràctica 1.

Lliurament de la pràctica 1

Finalment la feina feta pels alumnes en la pràctica es va recollir en el treball que els alumnes havien de realitzar i lliurar. A l'enunciat de la pràctica 1 (A27) s'explicava en detall les diferents parts que configuraven la pràctica 1 i també es donava un guió de quatre punts amb allò que havia de contenir el treball que s'havia de lliurar:

- 1.- *Quina ha estat la intenció d'aquesta activitat?*
- 2.- *Quins instruments hem fet servir al llarg de tota la pràctica?*
- 3.- *Croquis de l'activitat amb les mides que hem pres i les unitats.*
- 4.- *Plànol del pati petit realitzat en paper mil·limetrat.*

Amb la primera pregunta es pretenia recollir per escrit la impressió que els alumnes havien tingut amb la pràctica. Després també se'ls hi demanava el croquis, tot i que ja es tenia una còpia de just després de la presa de dades, ja que alguns grups a l'anar a elaborar el plànol se'n van adonar que o bé el croquis o bé les mesures contenien errors i van tornar a prendre algunes dades. Se'ls hi va demanar que aquestes modificacions les contemplessin en el croquis que lliuressin, per tant el croquis lliurat dins de la pràctica 1 no ha de perquè ser exactament el mateix que la còpia que se'ls hi havia lliurat i pot contenir modificacions fetes com a conseqüència de les noves mesures preses a partir d'errors que els alumnes observaven del seu croquis previ.

Per últim se'ls hi demanava el plànol en paper mil·limetrat per poder ser posteriorment analitzat.

4.3.1.e.- Pràctica 2

Activitat	Pràctica 2		
Sessions de realització	sessió 5	Dates de realització	dimarts 27 de gener de 2009
Duració	55 minuts	Annex	A21, A22, A23 i A28
Observacions	Es van necessitar algunes sessions extres per tal que alguns alumnes poguessin completar aquesta pràctica		

Amb la mateixa intenció que la pràctica 1 es va voler recollir per escrit el màxim d'informació de tot el procés de la pràctica 2. A continuació es van descriuint els

diferents instruments que es van dissenyar a tal efecte en l'ordre cronològic que els alumnes els havien de realitzar.

Activitat 1 – Reflexió individual

Com a activitat prèvia es va dissenyar l'activitat 1 de la pràctica 2 perquè l'alumne de manera individual reflexionés sobre la situació que se li plantejava en la pràctica i aquesta reflexió l'escriu i la lliura pel seu posterior anàlisi. Aquesta activitat els hi va ser lliurada el dilluns 26 de gener, l'havien de fer com a deures i l'havien de lliurar a l'inici de la sessió del dimarts 27 de gener. Com ja hem mencionat aquesta activitat va tenir un èxit nul.

Activitat 2 – Reflexió en grup

En començar la sessió de la pràctica 2 els alumnes havien de discutir sobre les seves reflexions individuals i consensuar una reflexió de grup. Per recollir aquesta reflexió es va dissenyar l'activitat 2 (A22) on cada grup havia de raonar una estratègia per resoldre el repte que els hi proposava la pràctica 2. L'activitat 2 s'havia de recollir abans de la presa de dades.

Activitat 3 - Presa de mesures

Per a la realització de la pràctica 2 s'havien de prendre tres dades: l'angle de la visual amb el punt més alt del gimnàs, la distància del teodolit al gimnàs i l'alçada del teodolit.

L'experiència del treball de recerca ens va portar a constatar que només tenint les dades que els alumnes havien pres a partir de les dades anotades en el treball era insuficient per fer una anàlisi en profunditat; en cas d'haver-hi un error, no es podia determinar si aquest havia estat un error a l'hora de mesurar amb l'instrument, de lectura de la dada o de transcripció al treball. Si es volia determinar d'on provenia l'error, en cas d'haver-hi, s'havia de controlar els diferents passos i no només el producte final.

Per controlar les dades que s'havien de mesurar vam fixar la posició del teodolit en el pati: d'aquesta manera sabem la distància a què estava situat el teodolit de la paret del gimnàs i l'angle amb què es veia el seu punt més alt (amb un marge donat la poca precisió del teodolit no professional emprat). També es va fixar l'alçada del teodolit que era la mateixa per tots els grups i per les pràctiques 2 i 3 ja no es va desmuntar el teodolit durant les sessions de les pràctiques perquè conservés la mateixa alçada.

Per determinar si el problema era amb la lectura de la dada presa amb la cinta mètrica: per cada grup es va fer una fotografia del teodolit amb la mesura de l'angle que ells havien pres, així com també de la cinta mètrica amb la mesura de la distància del teodolit a la paret del gimnàs i de l'alçada del teodolit. D'aquesta manera es tenia registre de les tres mesures que cada grup havia pres i a més a més després es podrien contrastar amb aquelles que havien anotat i amb les mesures que haurien d'haver mesurat (amb un cert marge d'error per la qualitat dels instruments)

Per últim, per determinar si la dada anava canviant al llarg de còpies successives es necessitava que donessin les dades que havien pres en acabar la sessió. Amb aquesta intenció es va dissenyar l'instrument Activitat 3 (A23) on cada grup havia de fer un croquis de la situació i anotar-hi les dades que havien pres durant la sessió. Aquest full va ser recollit en acabar la sessió per a la seva posterior anàlisi.

A més a més, a l'Activitat 3.1 se'ls hi demanava que fessin una estimació de l'alçada de l'institut un cop sortissin al pati. Com que els grups eren de 5-6 persones si estaven tots, alguns podien estar prenent les mesures i altres pensant l'estimació. Aquesta informació i el raonament que havien seguit per fer l'estimació també s'havia de recollir abans de finalitzar la sessió per no trobar-nos que tots els grups acabaven escrivint el mateix. El full d'Activitat 3 es va recollir en acabar la sessió del dimarts 27 de gener.

Lliurament de la pràctica 2

Seguint l'estructura de la pràctica 1, l'últim que se'ls hi demanava als alumnes era el lliurament de la pràctica 2, en el seu enunciat també s'hi incloïa un guió de tot el que havia de contenir la pràctica:

- 1.- *Explica amb les teves paraules l'activitat que has hagut de realitzar.*
- 2.- *Quins instruments heu fet servir?*
- 3.- *Fes un croquis de l'activitat (aquest croquis no ha d'estar fet a escala) En el croquis ha de quedar clar quines mides vau prendre i en quines unitats.*
- 4.- *Resolució gràfica de l'activitat mitjançant paper mil·limetrat. Recorda explicar el procediment que has seguit i anotar tots els càlculs intermedis que hagi necessitat.*
- 5.- *Digues si has utilitzat les següents eines matemàtiques i en cas afirmatiu digues on les has utilitzat*
 - a) *Semblança*
 - b) *Probabilitat*
 - c) *Proporcionalitat*
 - d) *Àlgebra*
 - e) *Altres. Quines?*
- 6.- *Quina ha estat la intenció d'aquesta activitat?*

La pregunta 1 i 2 era per poder analitzar fins a quin punt l'alumne podia expressar per escrit en què havia consistit la pràctica 2 i poder després comparar si es corresponia o no amb allò que després havia fet en els següents apartats. A la pregunta 3 es torna a demanar el croquis i la pregunta 4 és la resolució de la pràctica. La pregunta 5 es va proposar per veure si els alumnes relacionaven la pràctica proposada amb el tema de semblança que estàvem treballant a classe o no establien aquest vincle i ho veïen com unes activitats a part. Com en la pràctica 1 també se'ls hi demanava per la intenció de la pràctica per veure què en pensaven. Totes aquestes preguntes havien de ser contestades per l'alumne per escrit i lliurades en forma de treball per a ser analitzades. La data de lliurament inicial era el dilluns 2 de febrer.

4.3.1.f.- Pràctica 3

Activitat	Pràctica 3		
Sessions de realització	sessió 6	Dates de realització	dijous 29 de gener de 2009
Duració	50 minuts	Annex	A24, A25, A26 i A29
Observacions	Es van necessitar algunes sessions extres per tal que alguns alumnes poguessin completar aquesta pràctica		

Seguint el mateix esquema es van elaborar els instruments de recollida de dades de la pràctica 3 i per tant l'esquema per explicar-ne la seva metodologia també seguirà el mateix que en els dues pràctiques anteriors.

Activitat 1 – Reflexió individual

Per recollir la reflexió individual prèvia que se'ls hi demanava abans de realitzar la pròpia pràctica es va elaborar l'activitat 1 (A24). Aquesta reflexió individual estava més guiada que la de la pràctica 2 i es va decidir posar imatges extretes dels treballs presentats per l'anàlisi del treball de recerca per fer-ho més proper als alumnes. En la unitat didàctica dissenyada s'havia previst lliurar aquesta activitat 1 als alumnes el dimarts 27 de gener, que els alumnes la realitzessin per deures i la lliuressin el dijous 29 de gener.

Després del nul èxit que s'havia obtingut amb l'activitat 1 de la pràctica 2 es va decidir fer un petit canvi sobre el que estava previst i que es va demanar als alumnes que realitzessin l'activitat 1 de la pràctica 3 durant l'hora de lectura del dijous 29 de gener. L'instrument es va recollir a mesura que anaven acabant en tots els casos va ser abans que acabessin els 30 min de l'hora de lectura.

Activitat 2 – Reflexió en grup

Seguint el mateix esquema, la sessió va començar proposant les mateixes preguntes que s'havien preguntat de manera individual ara en grup. Per a recollir aquestes respostes es va dissenyar l'activitat 2 (A25). Cada grup havia de respondre per escrit durant la primera part de la sessió i lliurar-lo abans d'acabar la sessió del dijous 29 de gener.

Activitat 3 - Presa de mesures

En l'apartat de realització ja s'ha explicat que en aquesta tercera pràctica es va haver de donar cabuda a les demandes dels diferents grups sobre parts de les dues pràctiques anteriors que no havien pogut acabar o sobre tornar a prendre algunes dades ja que en anar a fer el plànol de n'havien adonat que hi havia dades que no els hi encaixaven. Aquests fets van alterar la previsió inicial sobre la presa de dades d'aquesta tercera pràctica. Una de les modificacions que es van fer va ser que la presa de mesures d'aquesta tercera pràctica no la van realitzar tots els integrants del grup sinó que ells van fer una repartició de tasques per cobrir les seves necessitats específiques. Els detalls sobre la repartició de tasques segons cada grup han estat explicats en la part corresponent de la realització de la pràctica 3.

Per a la realització d'aquesta tercera pràctica s'havia de situar el teodolit en el punt del pati (sobre una recta fixada) en què es veia el punt més alt del gimnàs sota l'angle de 45° . Per tant, s'havien de prendre tres dades: mesurar adequadament 45° amb el teodolit, mesurar la distància del teodolit fins al gimnàs i mesurar l'alçada del teodolit.

Com en la pràctica 2 per cada grup es van fer fotografies de les mesures que els alumnes prenen i també es va demanar que les anotessin en l'activitat 3 de la pràctica 3. El full de l'activitat tres es van recollir en acabar la sessió.

Lliurament de la pràctica 3

En l'enunciat de la tercera pràctica també s'inclouïa un guió sobre allò que havia de contenir:

- 1.- *Explica amb les teves paraules l'activitat que has hagut de realitzar.*
- 2.- *Quins instruments heu fet servir?*
- 3.- *Fes un croquis de l'activitat (aquest croquis no ha d'estar fet a escala) En el croquis ha de quedar clar quines mides vas prendre i en quines unitats.*
- 4.- *Resolució gràfica de l'activitat. Recorda explicar el procediment que has seguit i anotar tots els càlculs intermedis que hagis necessitat.*

Les dues primeres preguntes van ser dissenyades per veure fins a quin punt els alumnes podien explicar allò que havien fet en aquesta tercera pràctica. A la tercera pregunta se'ls hi demanava que fessin un croquis com el que havien hagut de lliurar en l'activitat 3 i per últim se'ls hi demanava que lliuessin l'activitat resolta en la quarta pregunta tot recordant-los que fossin el màxim d'explícits i que expliquessin tots els passos amb el màxim detall. Les respostes d'aquestes preguntes s'havien de lliurar per escrit en forma de treball donant forma a la pràctica 3 el dilluns 2 de febrer.

4.3.1.g.- Examen unitat 7

Activitat	Prova escrita examen unitat 7		
Sessions de realització	sessió 8	Dates de realització	dimarts 3 de febrer de 2009
Duració	55 minuts	Annex	A30 i A37
Observacions	Dos alumnes van realitzar la prova escrita el dijous 5 de febrer		

Es va dissenyar una prova que els alumnes van realitzar l'última sessió de la unitat didàctica. La prova constava de 10 preguntes no totes amb la mateixa puntuació (A30).

Per intentar alterar el mínim la metodologia seguida amb els alumnes els dos cursos anteriors i la primera part del curs 2008-2009 les correccions dels exàmens i la nota es va escriure en el mateix examen i després se'ls hi va mostrar en una sessió. Per a poder tenir una còpia igual com ells el van lliurar es van escanejar tots els exàmens abans de ser corregit i per tant es té una còpia digital de tots els exàmens sense corregir així com l'original corregit.

4.3.1.h.- Examen bloc unitat 7-9

Activitat	Prova escrita examen de bloc unitats 7, 8 i 9		
Sessions de realització	Sessió 9.1	Dates de realització	dijous 19 de març de 2009
Duració	55 minuts	Annex	A31 i A35

L'examen de bloc dels temes 7-9 tenia 8 preguntes no totes amb la mateixa puntuació. 4 punts corresponien al tema 7, 3 punts al tema 8 i 3 al tema 9. Els 4 punts del tema 7 estaven distribuïts en els tres exercicis que es poden trobar a l'annex (A31).

Els alumnes van realitzar l'examen de bloc el dijous 19 de març. Els exàmens es van recollir en acabar la sessió i es van escanear per tenir-ne una còpia digital tal i com els alumnes van lliurar. Després aquests exàmens es van corregir sobre el paper i després de mostrar-los als alumnes es van tornar a recollir per tenir-ne una còpia impresa ara però amb la correcció afegida.

4.3.1.i.-Activitat 4- Qüestionari sobre la realització de les pràctiques

Activitat	Qüestionari sobre la realització de les pràctiques		
Sessions de realització	sessió extra.1	Dates de realització	dimecres 25 de febrer
Duració	5 min	Annex	A32

Tenint en compte els pocs treballs que els alumnes estaven lliurant es va decidir passar un qüestionari als alumnes per tal de recollir les dificultats amb què s'estaven trobant. A més a més es va aprofitar per preguntar l'opinió sobre el grau de dificultat de les pràctiques. Recordem que el qüestionari tal i com es va passar als alumnes es troba a l'annex. (A32)

El qüestionari es va passar el dimecres 25 d'abril durant la lectura tot i que no va durar els 30 min i es va recollir conforme anaven acabant.

4.3.1.j.- Activitat 5- Qüestionari sobre el treball en grup

Activitat	Qüestionari sobre el treball en grup		
Sessions de realització	sessió extra.3	Dates de realització	dimecres 11 de març
Duració	30 minuts	Annex	A33

Per tal de saber quina era la seva opinió sobre el treball en grup cooperatiu que havien realitzat es va decidir crear un qüestionari amb 4 preguntes. El qüestionari es pot trobar a l'annex (A33)

La primera pregunta fa referència a la relació de cadascú amb la resta de companys del grup. És una pregunta amb 6 opcions de resposta on els alumnes n'havien d'escollir una. La segona pregunta fa referència a la percepció que tenen sobre la seva participació en les tasques. Tenien 10 respostes més una d'oberta per si creien que cap s'esqueia suficientment, els alumnes podien marcar totes aquelles opcions que creguessin que descrivia la seva participació. La tercera pregunta fa referència al soroll de l'aula. També es donen 6 possibilitats de resposta i n'havien de marcar una. Per últim, a la quarta pregunta es demanava si creien la metodologia de treballar en grup els havia ajudat en la realització de les pràctiques. És una pregunta de resposta oberta en què es demanava explícitament a més a més de la seva opinió que raonessin la seva resposta.

El qüestionari es va passar el dimecres 11 de març durant la sessió de lectura on els primers 25 min es van destinar a tornar a formar els grups de treball per posar en comú les dificultats amb què s'estaven trobant. Els últims 5 min de la sessió es van destinar a que contessin el qüestionari 5 i aquest es va recollir conforme el van anar acabant per ser analitzat.

4.3.1.k.- Examen final

Activitat	Prova escrita examen final de curs		
Sessions de realització	sessió 9.2	Dates de realització	dilluns 15 de juny de 2009
Duració	55 minuts	Annex	A34

A l'examen final que els alumnes van realitzar el dilluns 15 de juny hi havia una pregunta corresponent a la unitat 7 (A34). La pregunta tenia una valor d'un punt respecte als 10 que valia l'examen.

Seguint el mateix procés els exàmens es van escanjar per tenir la còpia digital i també s'ha emmagatzemat els originals amb la correcció per a la seva posterior anàlisi.

4.3.1.l.- Entrevistes

Activitat	Entrevistes		
Sessions de realització	sessió extra.4	Dates de realització	dimarts 19 de maig de 2009 dimarts 2 de juny de 2009 dilluns 8 de juny de 2009
Duració	27 min, 18 min i 25 min	Annex	A36, A38, A39 i A40

La recollida de les dades de les entrevistes es va realitzar mitjançant el seu enregistrament audiovisual i després se'n va realitzar les corresponents transcripcions que es troben a l'annex (A38, A39 i A40).

4.3.2.- Explicació metodològica de la 1a anàlisi de les dades

S'han realitzat tres anàlisis successives amb les dades que es van recollir segons la descripció que se n'acaba de fer a l'apartat anterior. En aquesta secció es farà una explicació en detall sobre la metodologia seguida en la primera anàlisi que es va dur a terme i per fer-ho es farà segons l'ordre cronològic amb què els alumnes van realitzar les diferents activitats i que s'ha seguit en els apartats anteriors.

4.3.2.a.- Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit.

Part 1

Respecte a la primera part de la pràctica es va elaborar la taula AI_PIIIa per la recollida de dades. La taula consta de 4 columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b on a és el número de grup de l'1 al 4 i b és el número de l'alumne dins el grup seguint l'ordre alfabètic. Només hi consten aquells alumnes que van assistir a la realització de la pràctica el dimarts 16 de desembre de 2008.
- A la segona columna hi ha la "**Dada anotada**" en el full de respostes tal i com els alumnes ho van apuntar. En aquest apartat es té en compte la resposta

numèrica donada per a ser analitzada i cada cel·la està acolorida segons el següent codi:

- Cel·la de color verd pàl·lid si es dóna la resposta correctament dins l'interval $[21^{\circ}, 22^{\circ}]$.
- Cel·la de color groc si es dóna la resposta dins l'interval $[20^{\circ}, 23^{\circ}] \setminus [21^{\circ}, 22^{\circ}]$.
- Cel·la de color vermell pàl·lid si es dóna la resposta fora de l'interval $[20^{\circ}, 23^{\circ}]$.
- A la tercera columna es dóna importància a l' "**Ús de les unitats**" segons els alumnes a l'hora d'anotar la dada hi anotessin també les unitats o no. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid si en la resposta hi estan indicades les unitats.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid si en la resposta no hi estan indicades les unitats.

Part 2

La segona part de la pràctica (A15) consta de les 4 preguntes següents amb resposta oberta:

Pregunta 1: *Explica de quina manera podríem calcular l'alçada de la classe sense haver-nos d'enfilars enlloc?*

Pregunta 2: *Quines mesures i instruments necessaries per dur a terme el mètode que has pensat?*

Pregunta 3: *Té alguna importància la distància a la qual està situada el teodolit?*

Pregunta 4: *Té alguna importància l'alçada a la qual està situada el teodolit?*

Pel tractament de les dades d'aquesta segona part de la pràctica 3.1. es va elaborar la taula AI_PIIIb (A41) de la següent manera:

La taula consta de 3 columnes amb la següent informació:

- A la primera columna hi consta el "**Grup**" dels alumnes. Es van formar 4 grups.
- A la segona columna hi consta l' "**Alumne**" seguint el mateix criteri alumne a.b de la part 1.
- A la tercera columna hi consten les "**Respostes**" que han donat els alumnes a les 4 preguntes d'aquesta segona part de la pràctica. Per a cada alumne, aquesta tercera columna s'ha subdividit en quatre apartats on es recull la resposta donada per a cada una de les quatre preguntes: "**P1, P2, P3 i P4**". S'ha transcrit la resposta que l'alumne va escriure al full amb la màxima exactitud que ha estat possible. S'han reproduït les seves paraules de manera exacta fins i tot les faltes ortogràfiques. S'ha deixat en blanc quan l'alumne ha deixat la resposta en blanc. Aquells alumnes que no van assistir a la sessió del dimarts 16 de desembre de 2008 en què es va dur a terme la pràctica, no tenen la subdivisió en quatre apartats i s'ha indicat el missatge "No va assistir a la presa de dades".

4.3.2.b.- Pràctica 0.2. Activitat inicial de mesura. Activitat 2

Per la recollida de dades es van utilitzar dos instruments: pràctica 0.2. Full de l'alumne i el full del professor (A16 i A17 respectivament). Als alumnes se'ls hi donava una cinta mètrica llarga com la de la fotografia, i se'ls hi demanava que mesuressin l'amplada de la columna situada en el passadís al costat de la seva aula.



fig. 18: Fotografia de la cinta mètrica llarga

Durant la presa de la mesura es va observar i anotar les següents dades en el full del professor:

- com posicionaven la cinta mètrica per començar a mesurar: abans de la goma negra, després de la goma negra o en qualsevol altre punt de la cinta (veure figura 18)
- inclinació de la cinta
- la dada observada de la mesura
- altres observacions que es creguessin d'interès.

Els alumnes, per la seva part, prenen la mesura amb la cinta mètrica i en acabar se'ls hi demanava que anotessin el seu nom i la dada que havien pres en el full de respostes que se'ls hi proporcionava.

Amb totes aquestes dades s'han elaborat diferents taules per a la seva anàlisi:

AI_P1a: en aquesta taula hi ha tota la informació recollida en el full del professor. La taula consta de 5 columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta l' "**Ordre presa dada**" amb l'ordinal de la posició amb que l'alumne va sortir a mesurar la columna seguit d'un dels torns que es van establir. Només hi consten aquells alumnes que van realitzar la pràctica.
- A la tercera columna hi consta el "**Posicionament de la cinta per mesurar**" amb una descripció sobre per on l'alumne va començar a mesurar.
- A la quarta columna hi consta la "**Inclinació**". S'hi indica "No inclinat" en cas que s'observés que l'alumne havia posionat la cinta mètrica llarga paral·lela al terra. S'hi indica "Inclinat" en cas d'observar inclinació en el posicionament de la cinta mètrica, a més a més aquesta observació pot estar quantificada segons fos una inclinació de menor o major grau; també s'hi indica si la inclinació en la direcció esquerra-dreta és cap amunt i cap avall.
- A la cinquena columna hi consta la "**Dada observada**" segons la presa de la mesura de l'alumne donada en cm.
- Per a alguns alumne just després de les dades corresponents a les columnes descrites hi ha una fila on hi consten aquelles "**Observacions**" que no corresponen a cap de les anteriors columnes.

AI_P1a2: en aquesta taula es recull la informació referent a la posició de la cinta mètrica a l'hora de començar a mesurar i sobre la seva inclinació. La taula consta de tres columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta la tercera columna de la taula AI_P1a "**Posicionament de la cinta per mesurar**". Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne comencés a mesurar per un lloc correcte.
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne no comencés a mesurar pel zero de la cinta però elaborés una estratègia alternativa per mesurar.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne comencés a mesurar per un lloc incorrecte i no elaborés cap estratègia per mesurar correctament.
- A la tercera columna hi consta la quarta columna de la taula A_P1a "**Inclinació**". Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne no inclinés la cinta mètrica per mesurar.
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne inclinés lleugerament la cinta mètrica per mesurar
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne inclinés força la cinta mètrica per mesurar.

AI_P1a3: en aquesta taula s'analitza la relació entre la dada observada pel professor i la dada anotada en el full de resposta per part de l'alumne tot ordenat segons el grup de l'alumne. La taula consta de quatre columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta la segona columna de la taula AI_P1a, l' "**Ordre presa dada**" amb l'ordinal de la posició amb que l'alumne va sortir a mesurar la columna seguit d'un dels torns que es van establir.
- A la tercera columna hi consta la cinquena columna de la taula AI_P1a, la "**Dada observada (D_o)**" segons la presa de la mesura de l'alumne donada en cm.
- A la quarta columna hi consta "**Dada anotada en el full de respostes (D_a)**" segons la dada anotada en el full de respostes de l'alumne. La dada s'ha transcrit amb la màxima fidelitat possible.

Les cel·les de la tercera i la quarta columna estant pintades segons el següent criteri:

- Estan acolorides de color verd pàl·lid si: $|D_o - D_a| \leq 0,5$ cm i a la D_a hi consten les unitats.
- Estan acolorides de color groc si: $0,5 < |D_o - D_a| \leq 1$ cm o $|D_o - D_a| < 0,5$ cm però a la D_a no hi consten les unitats
- Estan acolorides de color vermell pàl·lid si: $|D_o - D_a| > 1$ cm

AI_P1a4: aquesta taula és igual que l'anterior excepte l'ordre de les files ja que en aquesta taula s'ordenen els alumnes no per grup sinó segons l'ordre en què van realitzar la presa de la mesura.

AI_P1a5: en aquesta taula s'analitza la dada observada i es compara amb la mesura real de la columna i es pinten les cel·les segons els errors que s'ha comès per prendre la dada. La taula consta de dues columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a on a és el número de grup de l'1 al 6.
- A la segona columna hi consta la "**Dada observada**". Aquesta columna s'ha subdividit en els 4 grups. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:

- Cel·la de color blanc en cas que l'alumne faltés a la presa de dades.
- Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne comencés a mesurar per un lloc correcte i la cinta no estigués inclinada.
- Cel·la de color verd fosc en cas que l'alumne comencés a mesurar correctament però la cinta estigués poc inclinada.
- Cel·la de color groc en cas que l'alumne comencés a mesurar per un lloc incorrecte però la cinta no estigués inclinada.
- Cel·la de color taronja en cas que l'alumne comencés a mesurar per un lloc incorrecte i la cinta estigués poc inclinada.
- Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne comencés a mesurar per un lloc incorrecte i la cinta estigués força inclinada.

4.3.2.c.- Pràctica 0.1. Activitat inicial de mesura. Activitat 1

En primer lloc es fa l'anàlisi de les 5 primeres preguntes de la pràctica 0.1, és a dir, aquelles que tenen a veure directament amb la mesura directa amb regla:

- **exercici 1:** escriure la mesura d'uns punts assenyalats en una recta graduada (3 mesures: 1a, 1b i 1c).
- **exercici 2:** assenyalat en una recta graduada dues mesures, una donada en cm i una altra en mil·límetres.
- **exercici 3:** mesurar un segment donat.
- **exercici 4:** mesurar un segment donat.
- **exercici 5:** dibuixar un segment d'una longitud donada.

Per analitzar aquesta primera part es dissenyen dues taules AI_PIB1.1 i AI_PIB1.2 on hi ha una columna per cada una de les dades que els alumnes havien de donar.

La taula AI_PIB1.1 té 3 columnes on les dues darreres es subdivideixen alhora en tres i dues columnes més respectivament:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta l' "**Exercici 1**". Aquesta columna es subdivideix en tres columnes (a, b, c) on s'indica les dades que els alumnes han escrit a l'interior dels cercles, s'han posat les unitats quan l'alumne ho ha fet tot i que no eren necessàries ja que la unitat estava a la pregunta.
 - **Exercici 1-a:** la resposta correcta era 2,9. La cel·la està acolorida de color verd pàl·lid si la resposta és correcta i vermell pàl·lid en cas de no ser-ho.
 - **Exercici 1-b:** la resposta correcta era 5,8. La cel·la està acolorida de color verd pàl·lid si la resposta és correcta i vermell pàl·lid en cas de no ser-ho.
 - **Exercici 1-c:** la resposta correcta era 10,1. La cel·la està acolorida de color verd pàl·lid si la resposta és correcta i vermell pàl·lid en cas de no ser-ho.
- A la tercera columna hi consta l' "**Exercici 2**". Aquesta columna es subdivideix en dues columnes (A, B) on s'indica la longitud on l'alumne ha situat el punt A i el punt B respectivament.
 - **Exercici 2-a:** la cel·la està acolorida de color verd pàl·lid si el punt A està situat en els 4'6 cm com es demanava i de color vermell pàl·lid en cas contrari.
 - **Exercici 2-b:** la cel·la està acolorida de color verd pàl·lid si el punt A està situat en els 77 mm com es demanava i de color vermell pàl·lid en cas contrari.

La taula AI_Pib1.2 té 4 columnes amb la següent informació:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta l' "**Exercici 3 (M₃)**" on s'ha transcrit la mesura que l'alumne va escriure en el seu full de resposta. S'han indicat les unitats quan ho ha fet l'alumne, en aquest cas les unitats eren necessàries per una resposta correcta completa. La cel·la està acolorida segons el següent criteri:
 - Cel·la de color verd pàl·lid si es dóna la resposta correcta, és a dir, $M_3=8,7$ cm i estan indicades les unitats.
 - Cel·la de color verd fosc si es dóna la resposta correcta, és a dir, $M_3=8,7$ cm però no estan indicades les unitats.
 - Cel·la de color groc si es dóna la resposta amb una diferència d'un mil·límetre, és a dir, $0 < |M_3 - 8,7| \leq 0,1$ cm i estan indicades les unitats.
 - Cel·la de color taronja si es dóna la resposta amb una diferència d'un mil·límetre, és a dir, $0 < |M_3 - 8,7| \leq 0,1$ cm però no estan indicades les unitats.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid si es dóna la resposta amb una diferència més gran d'un mil·límetre, és a dir, $|M_3 - 8,7| > 0,1$ cm i estan indicades les unitats.
 - Cel·la de color vermell intens si es dóna la resposta amb una diferència més gran d'un mil·límetre, és a dir, $|M_3 - 8,7| > 0,1$ cm però no estan indicades les unitats.
- A la tercera columna hi consta l' "**Exercici 4 (M₄)**" on s'ha transcrit la mesura que l'alumne va escriure en el seu full de resposta. S'han indicat les unitats quan ho ha fet l'alumne, en aquest cas les unitats eren necessàries per una resposta correcta completa. La cel·la està acolorida segons el mateix criteri que la segona columna. En aquest cas la resposta correcta és 12,3 cm.
- A la quarta columna hi consta l' "**Exercici 5 (M₅)**" on s'ha indicat la mesura en centímetres del segment que els alumnes han dibuixat en el seu full de respostes. En cas que la mesura no pugui ser donada de manera exacta en centímetres s'ha indicat entre quines dues es troba. Cada cel·la està acolorida segona el següent codi:
 - La cel·la està acolorida de color verd pàl·lid si es dona la resposta correcta, és a dir, $M_5=6,7$ cm.
 - La cel·la està acolorida de color groc si es dóna la resposta amb una diferència menor o igual a un mil·límetre, és a dir, si $0 < |M_5 - 6,7| \leq 0,1$ cm.
 - La cel·la estaria acolorida de color vermell si hi hagués alguna resposta amb una diferència més gran d'un mil·límetre.

A continuació s'analitzen els exercicis 6, 7 i 8 que són sobre errors en la mesura, si els alumnes les detecten i sobretot si són capaços d'expressar adequadament l'error comès. Per a analitzar aquests tres exercicis es dissenya la taula AI_Pib2. La taula consta de tres columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta l' "**Exercici**" segons sigui l'exercici 6, 7 o 8 els que es vagi a transcriure en la següent columna. A cada alumne li corresponen tres files d'aquesta segona columna, una per cada un dels tres exercicis.
- A la tercera columna hi consta el "**Raonament**" on es transcriu amb la màxima exactitud allò que els alumnes han escrit en el seu full de respostes.

Aquesta taula s'ha desglossat en tres una per cada un dels exercicis obtenint les taules AI_Pib2.1, AI_Pib2.2 i AI_Pib2.3.

La taula AI_PIB2.1 consta de dues columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta la "**Resposta**" a l'exercici 6 on es transcriu amb la màxima exactitud allò que els alumnes han escrit en el seu full de respostes. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne hagi detectat que hi havia un error en la mesura i hagi donat una resposta raonada i correcta.
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne hagi detectat que hi havia un error en la mesura però la resposta que hagi donat no sigui suficient completa com per saber si és correcta.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne no hagi detectat que hi havia un error en la mesura, no hagi donat un raonament a la resposta o aquest sigui erroni.

La taula AI_PIB2.2 consta de dues columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta la "**Resposta**" a l'exercici 7 on es transcriu amb la màxima exactitud allò que els alumnes han escrit en el seu full de respostes. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne hagi detectat que hi havia un error en la mesura i hagi donat una resposta raonada i correcta.
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne hagi detectat que hi havia un error en la mesura però la resposta que hagi donat hi hagi algun errada tot i que el raonament en general sigui correcte.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne no hagi detectat que hi havia un error en la mesura, no hagi donat un raonament a la resposta o aquest sigui erroni.

La taula AI_PIB2.3 consta de dues columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta la "**Resposta**" a l'exercici 7 on es transcriu amb la màxima exactitud allò que els alumnes han escrit en el seu full de respostes. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne hagi detectat que hi havia un error en la mesura i hagi donat una resposta raonada i correcta.
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne hagi detectat que hi havia un error en la mesura però la resposta que hagi donat hi hagi algun errada tot i que el raonament en general sigui correcte.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne no hagi detectat que hi havia un error en la mesura, no hagi donat un raonament a la resposta o aquest sigui erroni.

Per últim s'analitzen els exercicis 9 i 10 sobre per on començar a mesurar amb la cinta mètrica llarga i reflexionar sobre la presa de la mesura de la columna. Per analitzar aquests dos exercicis s'ha dissenyat la taula AI_PIB3.

La taula consta de tres columnes:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la segona columna hi consta la resposta que els alumnes han donat a l' "**Exercici 9**", s'hi senyala A, B o qualsevol altra resposta que hagi donat l'alumne.
- A la tercera columna hi consta l' "**Exercici 10**". Aquesta columna es subdivideix en dues columnes (a, b: raonament) on s'indiquen les respostes a les dues demandes que se'ls hi fa en aquest exercicis:
 - **Exercici 10-a:** s'hi indica "Sí", "No" o qualsevol altre resposta que donin els alumnes a la pregunta: "Creus que vas realitzar correctament la presa de la mesura?". En el cas que un alumne no hagués assistit a la presa de la mesura demanada hi consta "No va fer la presa de mesura".
 - **Exercici 10-b: raonament:** la casella està acolorida de gris en cas que l'alumne no hagi donat un raonament a la seva resposta, en cas contrari es reproduïx la resposta donada amb la màxima fidelitat possible.

4.3.2.d.- Pràctica 1

A continuació exposarem la metodologia emprada en la primera anàlisi d'aquesta primera pràctica seguint les diferents parts amb què s'ha subdividit la realització de la pràctica.

Lliurament del croquis individual del pati petit

Les dades s'han recollit en dues taules: AI_PIC1_1 i AI_PIC1_2

La taula AI_PIC1_1 consta de 8 columnes, les columnes parells són els grups dels alumnes per ordre del grup 1 al grup 4 i a les columnes imparells s'hi indica els lliuraments ("**LL**") corresponents a cada grup. En la columna de lliurament s'indica "M" si es va fer el lliurament pel matí, "T" si es va fer per la tarda i "NP" si no es va presentar cap croquis individual.

La taula AI_PIC1_2 consta de 5 columnes (la quarta columna es subdivideix alhora en 6 columnes més) que contenen la següent informació:

- A la primera columna hi consta el "**Grup**" de l'alumne.
- A la segona columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la tercera columna "**Lliurament del plànol**" hi consta "matí" si el plànol es va lliurar durant el matí i "tarda" en cas que el lliurament es produís per la tarda.
- La quarta columna "**Realització del croquis**" està subdividida en si columnes:
 - **Està acabat?:** hi consta "Sí" si el croquis lliurat està totalment acabat i "No" en cas contrari.
 - **Forma consistent:** hi consta "Sí" si el croquis en línies generals té una forma que es correspon amb la forma del pati petit, "A mitges" si una part important del croquis no coincideix amb la forma del pati petit i "No" en cas que hi faltin parts en el croquis o que la forma sigui massa diferent com per reconèixer el pati.
 - **Parts desproporcionades?:** hi consta "Sí" si en el croquis hi ha parts que a simple vista es veuen desproporcionades respecte al plànol correcte del pati petit i "No" en cas contrari.

- **Està fet amb regla?:** hi consta "Sí" si la majoria del plànol està fet amb regla i "No" en cas que no hi hagi res fet amb regla.
- **Hi ha traços a mà alçada?:** hi consta "Sí" si tot i que el plànol estigui fet la majoria amb regla hi ha alguns traços a mà alçada. En el cas que ja s'hagi indicat que el croquis no està fet amb regla, aquesta casella s'ha deixat en blanc i s'ha posat "No" en cas que no hi hagi cap línia traçada a mà alçada.
- **Hi ha dibuixats altres elements?:** hi consta "Sí" si hi ha representats en el croquis altres elements del pati (bancs, portes, papereres, parterres, etc.) i "No" en cas contrari
- La cinquena columna hi consten les següents "**Observacions**", si en l'apartat "Forma consistent" s'ha indicat un "A mitges" o un "No" s'hi indiquen la raó o raons principals per a justificar aquesta indicació. Si en l'apartat "Parts desproporcionades?" s'ha indicat un "Sí" també s'hi indiquen les principals raons per justificar la indicació.

A partir de la informació recollida en la taula AI_P1c1_2 es detecten dos aspectes que necessiten d'una anàlisi amb més detall: la zona de les vidrieres i les proporcions emprades per realitzar el croquis.

En primer lloc es fa un estudi a partir de detalls de la zona de les vidrieres extrets dels croquis lliurats sobre com els alumnes han representat aquesta zona i les dificultats que han tingut en fer-ho.

Després s'ha fet una anàlisi de les longituds dels croquis per analitzar la proporcionalitat de diferents zones del croquis. En primer lloc es van seleccionar 8 longituds del croquis i es van anomenar tal i com es veu en la següent imatge:

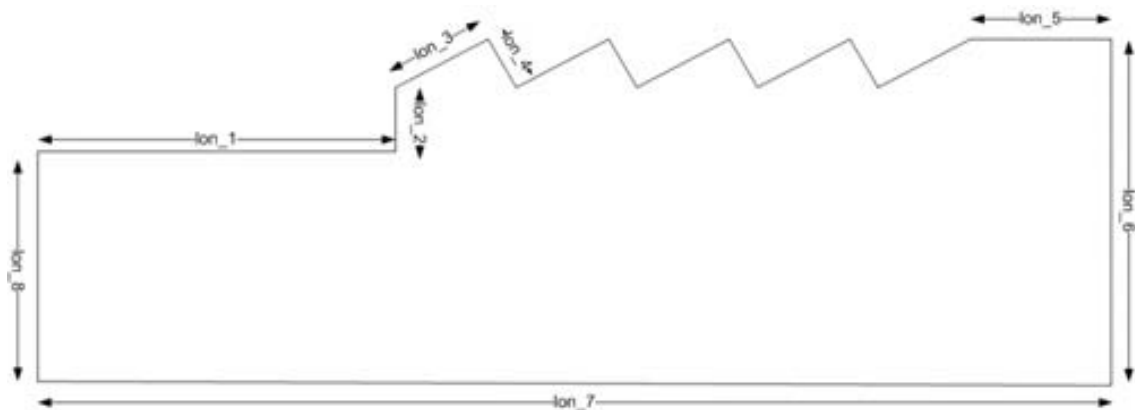


fig. 19: Relació de les longituds estudiades en la primera anàlisi de la pràctica 1

Per recollir totes aquestes longituds de tots els croquis es va elaborar la taula AI_P1c2 que consta de les següents columnes amb la següent informació:

- A la primera columna hi consta el "**Grup**" de l'alumne.
- A la segona columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A les columnes tercera fins la desena hi consten la "**Longitud 1**" fins a la "**Longitud 8**". En cada una hi consta la longitud de la paret corresponent segons la figura anterior, la casella està en blanc en el cas que la paret corresponent no estigui dibuixada en el croquis.
- A la onzena columna hi ha les "**Observacions**" que es considerin pertinents respecte a alguna de les mesures.

Per tal de fer una anàlisi sobre les proporcions entre els elements dibuixats s'han considerat les següents proporcions:

- la proporció entre la longitud 1 i la longitud 8. És a dir, la proporció entre el sortint on està la porta d'entrada i l'amplitud del tros quan s'entra.
- la proporció entre la longitud 6 i la longitud 5. És a dir, la proporció entre la paret del fons i entre la paret que hi ha entre les vidrieres i aquesta paret del fons.
- la proporció entre la longitud 7 i la longitud 6. És a dir, la proporció entre la paret llarga que es veu quan s'entra per la porta i la paret del fons.
- la proporció entre la longitud 7 i la longitud 8. És a dir, la proporció entre les parets que queden al davant i a la dreta quan s'entra per la porta.

S'ha deixat de banda per aquest primer estudi tot el referent a les vidrieres ja que és un tema molt més complex.

Per recollir aquestes proporcions s'ha elaborat la taula AI_PIC3 que consta de les següents columnes amb la següent informació:

- A la primera columna hi consta el "**Grup**" de l'alumne.
- A la segona columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la vuitena columna hi consta "**Lon 1/ Lon 8**", és a dir, la raó entre aquestes dues longituds en el croquis de cada alumne, en el cas que alguna de les dades falti, la casella està en blanc.
- A la novena, desena i onzena columna hi consten "**Lon 6/ Lon 5**", "**Lon 7/ Lon 6**" i "**Lon 7/ Lon 8**" amb les mateixes condicions que la vuitena columna.

Per a facilitar-ne la comparació amb la dada correcta, a la capçalera hi consta la proporció correcta entre les longituds estudiades.

Tria del croquis de grup al pati petit

Es recull quin croquis d'entre els croquis dels alumnes de cada grup han escollit.

Presa de les mesures del pati petit

Es fa un recull de diferents observacions durant la presa de dades que es van recollir en un document en acabar la sessió. Les observacions s'acompanyen de fotografies preses durant la sessió. Les observacions tenen a veure amb les estratègies que els alumnes van desenvolupar per prendre les mesures que necessitaven, les dificultats amb què es van trobar i alguns errors en la presa de mesures.

Tria de l'escala en grup

La informació recollida amb l'instrument Activitat 1 de la pràctica 1 (A20) s'ha tractat en la taula AI_PIC4 que consta de les següents columnes amb la següent informació:

- A la primera columna hi consta el "**Grup**" amb el nom de cada grup
- A la segona columna hi consta "**Activitat 1- Pràctica 1**" amb la resposta escrita en el full corresponent intentant reproduir la resposta amb la màxima fidelitat. Les parts ratllades corresponen a la part que els alumnes van donar i també van ratllar en el seu full de respostes.

Anàlisi dels croquis de grup

Per tractar aquesta part s'han elaborat tres taules: la taula AI_Pic5, la taula AI_Pic6a i la taula AI_Pic6b.

La taula AI_Pic5 consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Grup:** hi consta el nom de cada grup.
- **Longitud 1- Longitud 8:** hi consta la longitud indicada en el croquis de grup després de la presa de dades de la primera sessió.

Recordem que durant la sessió de la presa de dades de la pràctica 3, el dijous 29 de gener, alguns alumnes del grup 3 i 4 van anar a prendre altre cop algunes dades del pati petit que creien que no havien pres correctament o que no els hi encaixaven a l'hora de realitzar el plànol, per això a l'hora d'analitzar les dades del croquis de grup s'han dissenyat dues taules més per comparar les dades del croquis de grup lliurat en acabar la sessió de presa de dades de la pràctica 1 del 22 de gener amb les dades que dels croquis que van lliurar amb la pràctica 1. A la taula AI_Pic6a es va la comparació referent al grup 3 i a la taula AI_Pic6b la referent al grup 4. Aquestes dues taules tenen les mateixes columnes que la taula AI_Pic5.

Lliurament del plànol a escala

Per la posterior anàlisi de la pràctica 1 s'ha dissenyat l'instrument: AI_PI on hi ha tres taules: AI_PId1, AI_PId2 i AI_PId3

La taula AI_PId1 consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Assistència a la recollida de dades:** "Sí" si han assistit a la recollida de dades i "No" si no hi han assistit.
- **Lliurament del treball / Data de presentació:** s'indica la data en què l'alumne va presentar la pràctica 1.
- **Presentació del treball**
 - **Separat:** "Sí" si s'ha presentat un treball diferenciat de les altres dues pràctiques i "No" en cas contrari
 - **Funda/Grapa/Clip:** "F" si s'ha presentat el treball en una funda, "G" amb una grapa i "C" per clip i "Cap" si s'ha presentat sense cap lligam.
 - **Portada:** "Sí" si el treball té una portada i "No" en cas contrari.
 - **Índex:** "No" si no hi ha cap índex i "Guió" si s'ha utilitzat el guió que se'ls hi donava de mode orientatiu a mode d'índex.
 - **Preguntes:** "Sí" si l'alumne ha respost a les dues preguntes que se'ls hi plantejava. Aquestes preguntes s'han recollit en el document AI_PId. "No" en cas que no hagin respost a les preguntes.
 - **Croquis:** En el treball se'ls hi demanava que ajuntessin el croquis amb les dades preses que han utilitzat per realitzar el plànol. Hi ha alumnes que han presentat els dos croquis, l'individual previ a la presa de dades i el de grup amb les dades. En conseqüència hi ha dues informacions "Els 2" quan l'alumne ha lliurat els dos croquis, "Amb mesures" quan només ha lliurat el croquis amb mesures, en el cas d'un alumne s'ha afegit una nota ja que el croquis lliurat no correspon al croquis que el seu grup va consensuar amb les dades preses sinó que és un altre croquis propi elaborat a posteriori de la presa de dades i per últim hi consta un "No" quan no s'ha lliurat cap croquis.
 - **Esquema clar:** Es valora si l'esquema del treball permet trobar allò que es busca d'una manera clara i entenedora amb un "Sí", costa una mica "A mitges" o té un estructura que porta lloc a

confusió amb un "No" sobretot per aquells alumnes que han presentat 2 o les tres pràctiques juntes.

- **Conclusió/Opinió personal:** Tot i que no es demanava cap conclusió o opinió personal es va posar aquest apartat ja que en el treball de recerca alguns alumnes també sense ser demanat van expressar una conclusió o opinió personal. S'ha marcat amb un "No" quan no hi ha cap de les dues coses
- **Observacions:** En aquest camp hi ha les observacions de qualsevol dels altres camps que es cregui oportunes enumerant-les com si fos una nota a peu de pàgina.

La taula AI_PID2 consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** Amb la mateixa nomenclatura que el document anterior.
- **Realització de la tasca (plànol):**
 - **Paper mil·limetrat:** "Sí" si el plànol s'ha lliurat en paper mil·limetrat i "No" en cas contrari.
 - **Forma consistent:** "Sí" si la forma del plànol presentat té una forma consistent amb el plànol es poden identificar les mesures d'Amplada petita, Amplada llarga, Llargada i Sortint per poder després fer-ne el posterior estudi i "No" en cas contrari.
 - **Trossos incomplets:** "Sí" si hi ha trossos del plànol incomplets i "No" en cas contrari.
 - **Traços a mà alçada:** "Sí" si hi ha traços a mà alçada en el plànol i "No" si no hi ha cap traç realitzat a mà alçada.
 - **Indicació mesures reals:** "Sí" si en el plànol s'han indicat les mesures real del pati i "No" en cas contrari.
 - **Escala:** "No" si no està indicada l'escala en el plànol, en cas d'estar indicada, es mostra l'escala del plànol intentant reproduir al màxim el format que l'alumne va expressar en el seu plànol.
- **Observacions:** També utilitzant la numeració com si fossin notes a peu de pàgina s'indica allò que es troba rellevant i que pot ser interessant pel 5 posterior anàlisi de les dades.

La taula AI_PID3 consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** Amb la mateixa nomenclatura que el document anterior.
- **Mesures en el croquis (m):** En aquest apartat s'indicaran en metres les mesures per l'alumne en el croquis en cas que aquest hagi estat adjuntat en el treball sinó s'indica que "No ha lliurat el croquis". Les mesures que s'han tingut en compte són:
 - **Amplada petita**
 - **Amplada llarga**
 - **Llargada**
 - **Sortint**
- **Mesures en el plànol (cm):** En aquest apartat s'indiquen les mateixes mesures que s'han indicat en el cas del croquis però en aquest cas en cm. En el cas que en el croquis no es puguin identificar els elements escollits s'ha indicat amb "?". Com en l'apartat anterior s'han indicat les mesures de:
 - **Amplada petita**
 - **Amplada llarga**
 - **Llargada**
 - **Sortint**

Observacions: També utilitzant la numeració com si fossin notes a peu de pàgina s'indica allò que es troba rellevant i que pot ser interessant pel posterior anàlisi de les dades.

4.3.2.e.- Pràctica 2

Activitat 1 – Reflexió individual

De la reflexió prèvia individual no hi ha res a analitzar ja que els alumnes no en van fer cap lliurament.

Activitat 2 – Reflexió en grup

Com que als alumnes se'ls hi va fer lliurament l'activitat 2.2 i després el 2.3 però sense recollir el document 2.2 prèviament les respostes estan una mica creuades i és per això que es va decidir fer la recollida de dades de manera conjunta.

Activitat 3 – Presa de dades

En primer lloc es recull l'estimació que els alumnes fan (exercici 3.1 de l'activitat 3), després es fa un recull de la pregunta 2 de l'activitat 2 i de l'exercici 3.2a de l'activitat 3 ja que els alumnes han barrejat molt les seves respostes en aquestes dues preguntes.

Per fer l'anàlisi de les estimacions s'ha dissenyat la taula AI_PIIa. La taula consta de dues columnes:

- **Grup:** hi consta el nom de cada grup.
- **Estimació i raonament:** hi consta l'estimació de cada grup reproduint amb la màxima fidelitat la resposta que els alumnes han escrit en el full de respostes recollit.

En la part de realització de les pràctiques ja s'ha mencionat que l'activitat 2 i 3 es van tornar a lliurar als alumnes en la següent sessió per si volien complementar la seva resposta. A la segona sessió es va tornar a lliurar els fulls d'activitat 2 i 3, però prèviament se n'havien fet les còpies pertinents per a la seva anàlisi. Respecte a l'estimació, cap dels grups va fer cap modificació a aquesta resposta en el posterior lliurament i per tant ja queda tot recollit.

L'anàlisi de les altres dues respostes s'han recollit de manera individual. L'anàlisi s'ha fet a partir de les imatges escanejades de les respostes de la primera recollida i després de la segona, per després poder-ne fer les comparacions pertinents.

Les dades de la presa de dades que els alumnes van anotar en els seus fulls de respostes durant la primera sessió s'han recollit en la taula AI_PIIb3a. La taula consta de cinc columnes:

- **Grup:** hi consta el nom de cada grup.
- **Distància anotada:** hi consta la distància del teodolit fins a la paret del gimnàs que els alumnes han anotat en el full de la pràctica 2.2 o 2.3
- **Angle anotat:** hi consta angle del teodolit per veure el punt més alt del gimnàs des de la posició fixada que els alumnes han anotat en el full de la pràctica 2.2 o 2.3
- **Alçada del teodolit anotada:** hi consta la l'alçada del teodolit que els alumnes han anotat en el full de la pràctica 2.2 o 2.3
- **Observacions:** s'hi anoten aquelles observacions que es considerin d'interès per una major comprensió de la situació.

Les dades de la presa de dades que els alumnes van anotar en els seus fulls de respostes durant la segona sessió s'han recollit en la taula AI_PIIb3b.

La taula consta de cinc columnes:

- **Grup:** hi consta el nom de cada grup.
- **Distància anotada:** hi consta la distància del teodolit fins a la paret del gimnàs que els alumnes han anotat en el full de la pràctica 2.2 o 2.3
- **Angle anotat:** hi consta angle del teodolit per veure el punt més alt del gimnàs des de la posició fixada que els alumnes han anotat en el full de la pràctica 2.2 o 2.3
- **Alçada del teodolit anotada:** hi consta la l'alçada del teodolit que els alumnes han anotat en el full de la pràctica 2.2 o 2.3
- **Observacions:** s'hi anoten aquelles observacions que es considerin d'interès per una major comprensió de la situació.

En la taula AI_PIIb3c s'han recollit les dades anotades i les dades observades durant la presa de dades per poder comparar entre la dada que van prendre els alumnes i la dada que van llegir i anotar els alumnes. La taula consta de cinc columnes:

- **Grup:** hi consta el nom de cada grup.
- **Distància presa:** hi consta la distància del teodolit fins a la paret del gimnàs a partir de les fotografies preses durant la presa de dades.
- **Distància anotada:** hi consta la distància del teodolit fins a la paret del gimnàs que els alumnes han anotat en el full de la pràctica 2.2 o 2.3.
- **Angle pres:** hi consta l'angle del teodolit per veure el punt més alt del gimnàs des de la posició fixada a partir de les fotografies preses durant la presa de dades.
- **Angle anotat:** hi consta l'angle del teodolit per veure el punt més alt del gimnàs des de la posició fixada que els alumnes han anotat en el full de la pràctica 2.2 o 2.3

Lliurament de la pràctica 2

Per recollir les dades de la pràctica 2 s'han dissenyat dues taules: AI_PIIb1 i AI_PIIb2. En la primera taula trobem les mateixes columnes que la AI_PId1. La taula AI_PIIb1 consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Assistència a la recollida de dades:** "Sí" si han assistit a la recollida de dades i "No" si no hi han assistit.
- **Lliurament del treball / Data de presentació:** S'indica el dia en què l'alumne va presentar la pràctica 2.
- **Presentació del treball**
 - **Separat:** "Sí" si s'ha presentat un treball diferenciat de les altres dues pràctiques i "No" en cas contrari
 - **Funda/Grapa/Clip:** "F" si s'ha presentat el treball en una funda, "G" amb una grapa i "C" per clip i "Cap" si s'ha presentat sense cap lligam.
 - **Portada:** "Sí" si el treball té una portada i "No" en cas contrari.
 - **Índex:** "No" si no hi ha cap índex i "Guió" si s'ha utilitzat el guió que se'ls hi donava de mode orientatiu a mode d'índex.
 - **Esquema clar:** Es valora si l'esquema del treball permet trobar allò que es busca d'una manera clara i entenedora amb un "Sí", costa una mica "A mitges" o té un estructura que porta lloc a confusió amb un "No" sobretot per aquells alumnes que han presentat 2 o les tres pràctiques juntes.
 - **Conclusió/Opinió personal:** Tot i que no es demanava cap conclusió o opinió personal es va posar aquest apartat ja que en el treball de recerca alguns alumnes també sense ser demanat

van expressar una conclusió o opinió personal. S'ha marcat amb un "No" quan no hi ha cap de les dues coses.

La taula AI_PIIb2 consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Pregunta 1:** S'ha posat "E" si només hi ha una explicació i si ha afegit "C" si a més a més s'ha il·lustrat l'explicació amb un croquis.
- **Pregunta 2:** S'ha posat "Sí" si s'ha respost aquesta pregunta i "No" en cas contrari.
- **Pregunta 3:** S'ha posat una "C" quan el croquis està complet, és a dir, hi ha el croquis dibuixat hi ha totes les dades necessàries (distància a la paret del gimnàs, angle pres amb teodolit i alçada del teodolit. S'ha posat "I" quan el croquis està incomplet o quan falta una o més d'una de les dades anteriors. S'ha posat "No" quan no hi ha res fet d'aquest apartat. A part de si el croquis està complet o incomplet s'ha afegit "+E" quan aquest croquis conté algun error, aquests errors seran analitzats amb detall després.
- **Pregunta 4:**
 - **Paper mil·limetrat:** "Sí" o "No" segons s'hagi usat o no paper mil·limetrat per a la resolució
 - **Situació a escala:** S'ha indicat amb "Sí" quan la situació està pretesament a escala, en cas de contenir errors s'ha afegit una "+E" pel seu posterior anàlisi. S'ha indicat amb "No" no hi ha situació o no està feta a escala i "I" si la situació estava incompleta.
 - **Procediment:** "No" si no hi ha res. "C" si està correcte i "I" si està incorrecte.
 - **Càlculs:** "No" si no hi ha cap càlcul. "C" si està correcte, "I" si està incorrecte.
 - **Resultat numèric:** Està escrit el resultat numèric en cas d'haver-hi

Després s'analitza el resultat numèric donat en la pràctica 2. La informació es recull en la taula AI_PIIc. La taula té dos columnes i la segona columna es subdivideix en quatre de la següent manera:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a on a és el número de grup de l'1 al 6.
- A la segona columna hi consta la "**Dada observada (D_o)**". Aquesta columna s'ha subdividit en els 4 grups. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no lliurés la pràctica 1.
 - Cel·la de color blanc on hi conta un "No" escrit en cas que l'alumne lliurés la pràctica però no arribi a donar una resposta numèrica de l'alçada del gimnàs.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $|D_0 - 9,45| \leq 0,15$ m
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $0,15 < |D_0 - 9,45| \leq 0,30$ m
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $|D_0 - 9,45| > 0,30$ m

4.3.2.f.- Pràctica 3.

Activitat 1- Reflexió individual

S'ha dissenyat una taula on s'han escrit les respostes que els alumnes han donat a les respostes 1a, 2a i 3a d'aquesta Activitat 1 de la tercera pràctica. La taula és la AI_PIIIc i consta de les següents columnes amb la següent informació:

- A la primera columna hi consta el "**Grup**" de l'alumne
- A la segona columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b. Només hi consten els alumnes que van assistir a la realització de la pràctica.
- A la tercera columna hi consta el "**Respostes**" on es transcriu amb la màxima exactitud allò que els alumnes han escrit en el seu full de respostes. A cada alumne li corresponen tres files d'aquesta tercera columna, una per cada una de les tres preguntes (P1, P2 i P3). Aquells alumnes que tot i assistir a la pràctica no van respondre cap de les preguntes s'ha indicat amb la frase: "Totes les respostes en blanc". Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que la resposta no sigui correcta
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta.
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne doni una resposta parcialment correcta.

Activitat 2- Reflexió en grup

S'ha dissenyat una taula on s'han escrit les respostes que per grups els alumnes han donat a les respostes 1b, 2b i 3b. La taula és la AI_PIIId. i consta de les següents columnes amb la següent informació:

- A la primera columna hi consta el "**Grup**" de l'alumne
- A la segona columna hi consten les "**Respostes**" on es transcriu amb la màxima exactitud allò que els alumnes han escrit en el seu full de respostes. A cada grup li corresponen tres files d'aquesta segona columna, una per cada una de les tres preguntes (P1b, P2b i P3b).

Lliurament de la pràctica 3.

Per analitzar les dades que els alumnes van lliurar amb la pràctica tres s'han elaborat les següents taules: AI_PIIIe1, AI_PIIIe2, AI_PIIIf1, AI_PIIIf2 i AI_PIIIf3.

La taula AI_PIIIe1 consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Assistència a la recollida de dades:** "Sí" si han assistit a la recollida de dades i "No" si no hi han assistit.
- **Lliurament del treball / Data de presentació:** S'indica el dia en què l'alumne va presentar la pràctica 2.
- **Presentació del treball**
 - **Separat:** "Sí" si s'ha presentat un treball diferenciat de les altres dues pràctiques i "No" en cas contrari
 - **Funda/Grapa/Clip:** "F" si s'ha presentat el treball en una funda, "G" amb una grapa i "C" per clip i "Cap" si s'ha presentat sense cap lligam.
 - **Portada:** "Sí" si el treball té una portada i "No" en cas contrari.
 - **Índex:** "No" si no hi ha cap índex i "Guió" si s'ha utilitzat el guió que se'ls hi donava de mode orientatiu a mode d'índex.
 - **Esquema clar:** Es valora si l'esquema del treball permet trobar allò que es busca d'una manera clara i entenedora amb un "Sí", costa una mica "A mitges" o té un estructura que porta lloc a confusió amb un "No" sobretot per aquells alumnes que han presentat 2 o les tres pràctiques juntes.

Conclusió/Opinió personal: Tot i que no es demanava cap conclusió o opinió personal es va posar aquest apartat ja que en el treball de recerca alguns alumnes també sense ser demanat van expressar una conclusió o opinió personal. S'ha marcat amb un "No" quan no hi ha cap de les dues coses.

La taula AI_PIIIe2 consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Pregunta 1:** S'ha posat "E" si només hi ha una explicació i si ha afegit "C" si a més a més s'ha il·lustrat l'explicació amb un croquis. "Cap" en cas que no hi hagi cap explicació en aquesta primera pregunta.
- **Pregunta 2:** S'ha posat "Sí" si s'ha respost aquesta pregunta i "No" en cas contrari.
- **Pregunta 3:** S'ha posat una "C" quan el croquis està complet, és a dir, hi ha el croquis dibuixat hi ha totes les dades necessàries (distància a la paret del gimnàs, angle de 45° i alçada del teodolit. S'ha posat "I" quan el croquis està incomplet o quan falta una o més d'una de les dades anteriors. S'ha posat "No" quan no hi ha res fet d'aquest apartat. A part de si el croquis està complet o incomplet s'ha afegit "+E" quan aquest croquis conté algun error, aquests errors seran analitzats amb detall després.
- **Pregunta 4:**
 - **Procediment:** "No" si no hi ha cap explicació. "C" si l'explicació del procediment està complet, "I" si està incomplet i "+E" si hi ha errors.
 - **Mesures:** "No" si no hi ha res. "T" mesura teodolit i "D" mesura distància al gimnàs.
 - **Resultat numèric:** Està escrit el resultat numèric en cas d'haver-hi. S'escriu "No" en cas que no hi hagi cap resultat numèric.

Després en les taules AI_PIIIIf1, AI_PIIIIf2 i AI_PIIIIf3 s'han recollit les explicacions que els alumnes han donat a les preguntes 1, 2 i el procediment de la quarta pregunta respectivament. La taula consta de les següents columnes amb la següent informació:

- A la primera columna hi consta el "**Grup**" de l'alumne
- A la segona columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a.b.
- A la tercera columna hi consten les "**Respostes**" on es transcriu amb la màxima exactitud allò que els alumnes han escrit en el seu full de respostes. a les preguntes P1, P2 i P4 respectivament.

La dada final de l'alçada del teodolit es recull en la taula AI_PIIIg. Després s'analitza el resultat numèric donat en la pràctica 3. La taula té dos columnes i la segona columna es subdivideix en quatre de la següent manera:

- A la primera columna hi consta l' "**Alumne**" segons la nomenclatura alumne a on a és el número de grup de l'1 al 6.
- A la segona columna hi consta la "**Dada final (D_f)**". Aquesta columna s'ha subdividit en els 4 grups. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no lliurés la pràctica 1.
 - Cel·la de color blanc on hi conta un "No" escrit en cas que l'alumne lliurés la pràctica però no arribi a donar una resposta numèrica de l'alçada del gimnàs.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $|D_0 - 9,45| \leq 0,15$ m
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $0,15 < |D_0 - 9,45| \leq 0,30$ m
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $|D_0 - 9,45| > 0,30$ m

4.3.2.g.- Examen tema 7

El dimarts 3 de febrer es va realitzar la prova escrita del tema 7. L'enunciat de l'examen i l'examen resolt es troben a l'annex (A30 i A37 respectivament)

En primer lloc es recullen les dades referents a la presa de dades amb el teodolit que correspon a la pregunta 10 de l'examen. Es dissenya la taula AI_EIa1 que consta de les següents columnes amb les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup. Els alumnes estan ordenats segons van prendre la mesura.
- **Mesura en què estava col·locat el teodolit (M_t):** S'hi ha indicat la mesura en què estava col·locat el teodolit i que no és la mateixa durant tot l'exercici pels motius abans esmentats.
- **Mesura observada en la presa de mesura de l'alumne (M_o):** S'hi ha indicat la mesura que els alumnes van prendre. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $|M_o - M_t| < 1^\circ$
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $1^\circ \leq |M_o - M_t| < 2^\circ$
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $|M_o - M_t| \geq 2^\circ$
- **Mesura anotada per l'alumne (M_a):** S'hi anota la dada que l'alumne va anotar a l'examen. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no contestés la pregunta de l'examen (tot i prendre la mesura)
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $|M_o - M_a| < 1^\circ$
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $1^\circ \leq |M_o - M_a| < 2^\circ$
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: $|M_o - M_a| \geq 2^\circ$
- **Observacions:** S'hi ha anotat en algunes observacions que es van considerar interessants durant la presa de dades per part dels alumnes per la seva posterior anàlisi.

Després es recullen les dades dels exercicis 2, 3 i 4 sobre escales i plànols. Per últim s'analitzarà l'exercici 6 sobre les pràctiques.

Les dades de l'exercici 2 es recullen en la taula AI_EIa2 amb les següents columnes amb les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Raonament:** s'hi ha indicat la resposta donada per l'alumne al full de la prova intentant reproduir al màxim la seva resposta. S'ha conservat la seva ortografia, si hi havia alguna anotació ratllada, etc. L'exercici està alhora subdividit en els 5 subapartats corresponents (a, b, c, d i e).

Pel tractament de les dades de l'exercici 2 s'ha elaborat la taula AI_EIa2b amb la informació més resumida. La taula té quatre columnes però en realitat són dues repetides dues vegades per estalviar espai. També en aquesta línia s'han eliminat les respostes d'aquells alumnes que no havien contestat cap apartat. Les dues columnes tenen les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.

- **Respostes finals numèriques:** s'hi ha indicat només la resposta final donada per l'alumne al full de la prova. Aquesta columna està alhora subdividida en dues: la primera per les respostes que corresponen a l'"x" i l'altre per l'"y". Cada exercici està alhora subdividit en els 5 subapartats corresponents (a, b, c, d i e). Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no contestés l'apartat de la pregunta de l'examen.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta (8 per a la x i 10 per a la y)
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta.

Les dades de l'exercici 3 es recullen en la taula AI_EIa3 amb les següents columnes amb les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Raonament:** s'hi ha indicat la resposta donada per l'alumne al full de la prova intentant reproduir al màxim la seva resposta. S'ha conservat la seva ortografia, si hi havia alguna anotació ratllada, etc. L'exercici està alhora subdividit en els 5 subapartats corresponents (a, b, c, d i e).

Pel tractament de les dades de l'exercici 3 s'ha elaborat la taula AI_EIa3b amb la informació més resumida. La taula té quatre columnes però en realitat són dues repetides dues vegades per estalviar espai. Les dues columnes tenen les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Resposta:** s'hi ha indicat només la resposta final donada per l'alumne al full de la prova. Cada exercici està alhora subdividit en els 5 subapartats corresponents (a, b, c, d i e). Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta (360000 cm, 900000 cm, 498000 cm, 1350000 cm i 840000 mm o qualsevol conversió d'aquestes mesures en alguna altra unitat del SMD)
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta. També s'ha considerat com a resposta incorrecta aquella en què no hi constaven les unitats.

Les dades de l'exercici 4 es recullen en la taula AI_EIa4 amb les següents columnes amb les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Raonament:** s'hi ha indicat la resposta donada per l'alumne al full de la prova intentant reproduir al màxim la seva resposta. S'ha conservat la seva ortografia, si hi havia alguna anotació ratllada, etc. L'exercici està alhora subdividit en els 2 subapartats corresponents (a, b).

Pel tractament de les dades de l'exercici 4 s'ha elaborat la taula AI_EIa4b amb la informació més resumida. La taula té quatre columnes amb les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Resposta numèrica a):** s'hi ha indicat només la resposta final donada per l'alumne al full de la prova de l'apartat a) de l'exercici. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:

- Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no contestés l'apartat de la pregunta de l'examen.
- Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta: 1:200
- Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta.
- **Resposta numèrica b1):** s'hi ha indicat només la resposta final donada per l'alumne al full de la prova de l'apartat b) la longitud x de l'exercici. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta: $x=14$ m.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta. S'ha considerat incorrecta aquella resposta en què no hi constaven els unitats.
- **Resposta numèrica b2):** s'hi ha indicat només la resposta final donada per l'alumne al full de la prova de l'apartat b) la longitud y de l'exercici. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta: $y=12$ m.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta. S'ha considerat incorrecta aquella resposta en què no hi constaven els unitats.

Les dades de l'exercici 5 es recullen en la taula AI_EIa5 amb les següents columnes:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Raonament:** s'hi ha indicat la resposta de l'alumne a l'exercici 5 en el full d'examen. En cas que l'alumne dibuixés un croquis de la situació a l'examen s'ha indicat aquest fet entre parèntesi. Per a cada alumne l'apartat està subdividit en tres subapartats, un per cada un dels apartats de l'exercici.

Pel tractament de la dada final de l'apartat c) de l'exercici 5 s'ha elaborat la taula AI_EIa5b amb només el resultat final d'aquells alumnes que l'hagin donat. La taula té quatre columnes però en realitat són dues repetides dues vegades per estalviar espai. Les dues columnes tenen les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Resposta numèrica final:** s'hi ha indicat només la resposta final donada per l'alumne al full de la prova. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta. Tenint en compte que es demanava una resposta aproximada s'ha fet un seguiment del procés i dels càlculs per determinar-ne la correcció.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta.

Les dades de l'exercici 6 es recullen en la taula AI_EIa6 amb les següents columnes amb les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Raonament:** s'hi ha indicat la resposta donada per l'alumne al full de la prova intentant reproduir al màxim la seva resposta.

Els resultats numèrics finals de l'exercici 7 es recullen en la taula AI_EIa7 amb les següents columnes:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Respostes finals:** aquesta columna es subdivideix en dues: una per recollir la resposta corresponent a l'apartat a i l'altre a l'apartat b. En ambdós casos només s'ha recollit la resposta numèrica final i si s'hi han indicat les unitats. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta. La resposta correcta per a l'apartat **a** és de $\sqrt{74} \approx 8,60$ cm on s'accepten les dues respostes com a correctes. Per a l'apartat **b** la resposta correcta és de $\sqrt{27} \approx 5,20$ cm
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta tant pel que fa a la resposta numèrica com per no haver indicat la unitat en la resposta.

Els resultats numèrics finals de l'exercici 8 es recullen en la taula AI_EIa8 amb les següents columnes:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Respostes finals:** només s'ha recollit la resposta numèrica final i si s'hi han indicat les unitats. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta: $\sqrt{306} \approx 17,49$ cm on s'accepten les dues respostes com a correctes.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta tant pel que fa a la resposta numèrica com per no haver indicat la unitat en la resposta.

Els resultats numèrics finals de l'exercici 1b es recullen en la taula AI_EIa9 amb les següents columnes:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Respostes finals:** aquesta columna es subdivideix en dues: una per recollir la resposta corresponent al segment CC' i l'altre al segment BC. En ambdós casos només s'ha recollit la resposta numèrica final. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta. La resposta correcta pel segment CC' és 6 cm. La resposta correcta pel segment BC= 1,685.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta.

4.3.2.h.- Examen bloc temes 7-9.

Les dades dels tres exercicis de l'examen de bloc que corresponien a la unitat 7 es van recollir en tres taules AI_EIIa, AI_EIIb i AI_EIIc. Les tres taules tenen la mateixa estructura.

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Resposta:** S'hi ha indicat la resposta de l'alumne a cadascuna de les tres preguntes.

Les respostes finals del primer exercici han estat recollides en la taula AI_EIIa2 que té quatre columnes tot i que en realitat són dues repetides per qüestions d'espai. Les columnes són les següents:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Respostes finals numèriques:** S'hi ha indicat la resposta final numèrica de l'alumne a l'exercici 1. Aquesta columna està alhora subdividida en dos per recollir la dada de l'**amplada (A)** i de la **llargada (L)** donades. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no respongués a alguna de les dues dimensions. No s'hi han indicat aquells alumnes que no van respondre aquesta pregunta.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: per l'**amplada (A)** $|A - 2,1| \leq 0,1$ m i per la **llargada (L)** $|L - 7| \leq 0,2$ m
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: per l'**amplada (A)** $0,1 < |A - 2,1| \leq 0,2$ m i per la **llargada (L)** $0,2 < |L - 7| \leq 0,4$ m
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta dins del següent interval: per l'**amplada (A)** $|A - 2,1| > 0,20$ m i per la **llargada (L)** $|L - 7| > 0,40$ m

4.3.2.i.- Activitat 4- Qüestionari sobre la realització de les pràctiques

Les dades del qüestionari s'han recollit en la taula AI_QIa amb les següents columnes amb les següents dades:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Preg:** (Pregunta) S'hi ha indicat si era la pregunta 1.1, 1.2 o 2.1. Per veure l'enunciat de cada pregunta es pot consultar l'enunciat del qüestionari que es troba a l'annex (A32)
- **Resposta:** S'hi ha indicat la resposta de l'alumne a cadascuna de les tres preguntes.

4.3.2.j.- Activitat 5- Qüestionari sobre el treball en grup

Les dades del qüestionari s'han recollit en la taula AI_QIIa amb les següents columnes de dades.

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Preg:** (Pregunta) S'hi ha indicat si era la pregunta 1, 2, 3 o 4. Per veure l'enunciat de cada pregunta es pot consultar l'enunciat del qüestionari que es troba a l'annex.
- **Resposta:** S'hi ha indicat la resposta de l'alumne a cadascuna de les quatre preguntes. En cas de possibilitat de resposta múltiple si han indicat totes els respostes donades pels alumnes.

4.3.2.k.- Entrevistes

Les 3 entrevistes es van transcriure i es poden trobar a l'annex. (A38, A39 i A40)

4.3.3.- Explicació metodològica de la 2a anàlisi de les dades

A partir de totes les dades de les diferents pràctiques que s'havien recollit es va dissenyar una primera anàlisi en què bàsicament es pretenia ordenar les dades obtingudes i fer comparacions entre els diferents alumnes però en aquest primer estadi sempre dins d'una mateixa activitat o d'una mateixa pràctica. Per a realitzar aquesta primera anàlisi es fan elaborar els instruments que s'acaben de detallar per tal poder veure les dades de tots els alumnes d'un cop d'ull. A partir d'aquest tractament de les dades es van poder observar relacions que abans de la primera anàlisi era massa complicat d'adonar-se.

Per altra banda per poder complir amb els objectius de la tesi i donar resposta a les preguntes formulades havíem de ser capaços de relacionar les dades provinents de diferents tasques ja que aquestes no havien estat pensades i dissenyades per tenir-les en compte d'una manera aïllada sinó com a part d'una mateixa unitat didàctica amb relacions evidents a partir de la seva formulació. Per exemple, la segona i la tercera pràctica són plantejaments diferents d'una mateixa tasca.

En aquesta segona anàlisi ens plantejarem quatre preguntes sorgides tant a partir de la primera anàlisi com de les preguntes d'investigació de la tesi i intentem contestar-les a partir de les dades obtingudes amb les diferents pràctiques.

4.3.3.a.- Pregunta 1: Hi ha patró en l'ús o no ús de les unitats? Comparació entre l'ús de les unitats de longitud i amplitud d'angle.

En primer lloc enumerarem els exercicis o preguntes on els alumnes havien d'usar en els càlculs o en les explicacions mesures d'amplitud d'angles i per tant les seves unitats.

- Pràctica 3.1. Part 1. Primera pràctica amb el teodolit.
- Pràctica 2. Mesura de l'angle per resoldre la pràctica.
- Pràctica 3. Mesura de l'angle per resoldre la pràctica.
- Examen tema 7
 - exercici 6. Explicació de qualsevol dels dos mètodes per la mesura indirecta de l'alçada del gimnàs de l'institut.
 - exercici 10. Pràctica de mesura amb el teodolit.
- Examen bloc tema 7-9. Exercici 3. Explicació a partir del croquis de com es calcularia l'alçada del gimnàs de l'institut.

Volem veure com un mateix alumne ha respost a aquestes qüestions i si hi ha un patró en la respostes que involucren l'ús d'unitats.

A partir del primer anàlisi que hem fet de tot el material realitzat per als alumnes, hi ha menys dades de les pràctiques 2 i 3 en què no s'ha recollit i transcrit tot el que han realitzat els alumnes. Per tant per aquesta segona anàlisi començarem per la resta. Les dades es recullen en la taula AII_P1a.

La taula AII_P1a consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Grup:** Grup de l'alumne.
- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Pràctica 3.1:** S'ha posat la resposta que l'alumne va donar en aquesta pràctica tal i com es va recollir a la taula AI_P111a
- **Examen tema 7:**

- **Exercici 6:** S'ha escrit un petit extracte si en la resposta de l'alumne en aquest exercici es mencionava la mesura d'un angle, tal i com està recollida la resposta en la taula AI_EIa3
- **Exercici 10:** S'ha escrit la resposta escrita en l'examen tal i com ha estat recollit a la taula AI_EIa1
- **Examen bloc tema 7-9, exercici 3:** S'ha escrit un petit extracte si en la resposta de l'alumne d'aquest exercici es mencionava la mesura d'un angle tal i com la resposta estava recollida a la taula AI_EIIa

En les tres darreres columnes . Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:

- Cel·la de color blanc en cas que l'alumne hagi escrit la unitat en la resposta donada.
- Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne no hagi escrit la unitat en la resposta donada.
- Cel·la de color lila en cas que l'alumne hagi donat una resposta amb una unitat errònia.

Després es fa la mateixa anàlisi amb les unitats de longitud. Amb les unitats de longitud l'anàlisi es diversifica molt més, ja que són usades en més ocasions. En primer lloc es fa un estudi també només de si posen o no posen unitats, després ja farem un estudi sobre si la unitat és correcta o no és correcta.

Tal i com hem fet abans enumerarem els exercicis on els alumnes havien d'usar mesures de longitud o de superfície.

- Pràctica 0.2. Activitat inicial de mesura. Activitat 2.
- Pràctica 0.1. Activitat inicial de mesura. Activitat 1.
 - Exercici 3: Mesura d'un segment.
 - Exercici 4: Mesura d'un segment
- Pràctica 1. Presa de mesures per l'elaboració del plànol.
- Pràctica 2. Mesura de longitud per resoldre la pràctica.
- Pràctica 3. Mesura de longitud per resoldre la pràctica.
- Examen tema 7
 - exercici 3: Càlcul de mesures en la realitat a partir de la mesura en el plànol i l'escala.
 - exercici 4: Càlcul de mesures en la realitat a partir de plànol i escala.
 - exercici 6: Explicació de qualsevol dels dos mètodes per la mesura indirecta de l'alçada del gimnàs de l'institut.
- Examen bloc tema 7-9.
 - Exercici 1: Calcular les mesures màximes que pot tenir un armari a partir de plànol i escala.
 - Exercici 2: Càlcul de l'àrea d'un pis a partir de plànol i escala.
 - Exercici 3: Explicació a partir del croquis de com es calcularia l'alçada del gimnàs de l'institut.

Com que hi havia moltes dades a analitzar en primer lloc només s'analitzem aquelles que estan han estat analitzades amb més detall en el primer anàlisi i que estan transcrites.

L'anàlisi de les pràctiques 1,2 i 3 es deixen per més endavant. De la mateixa manera es deixa fora d'aquest primer estudi l'exercici 6 de l'examen 7 i l'exercici 3 de l'examen de bloc dels temes 7-9. En el cas de l'exercici 1 de l'examen de bloc 7-9 es dona només la resposta donada en l'apartat a) per reduir-ne l'estudi. Per tant al final en la taula AII_PIIb es recullen les dades que es troben a continuació tal i com estan recollides a les taules indicades:

- Pràctica 0.2. Activitat inicial de mesura. Activitat 2. -> Taula AI_PIA3
- Pràctica 0.1. Activitat inicial de mesura. Activitat 1.
 - Exercici 3: Mesura d'un segment. -> Taula AI_PIB
 - Exercici 4: Mesura d'un segment -> Taula AI_PIB
- Examen tema 7
 - exercici 3, apartat a) : Càlcul de mesures en la realitat a partir de la mesura en el plànol i l'escala. -> Taula AI_EIA2
 - exercici 4: Càlcul de mesures en la realitat a partir de plànol i escala. -> Taula AI_EIA2
- Examen bloc tema 7-9.
 - Exercici 1: Calcular les mesures màximes que pot tenir un armari a partir de plànol i escala -> Taula AI_EIIa.
 - Exercici 2: Càlcul de l'àrea d'un pis a partir de plànol i escala. -> Taula AI_EIIa.

En aquestes darreres columnes. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:

- Cel·la de color blanc en cas que l'alumne hagi escrit la unitat en la resposta donada.
- Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne no hagi escrit la unitat en la resposta donada.

A partir de les dades recollides en aquestes dues taules es fa el resum sobre les vegades que els alumnes han posat o no les unitats, també tenint en compte les vegades que han deixat la resposta en blanc i posant a part els casos en què l'alumne ha posat unitat però ha confós la magnitud i ha posat una unitat de longitud enlloc d'una unitat d'amplitud d'angle.

Les dades es recullen en la taula AII_PIC que consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Respostes en blanc:** hi consta el nombre de respostes que l'alumne ha donat en blanc d'entre les que s'han tingut en compte per a les taules AII_PIA i AII_PIB.
- **Respostes donades usant les unitats:** hi consta el nombre de respostes que l'alumne ha donat usant les unitats d'entre les que s'han tingut en compte per a les taules AII_PIA i AII_PIB. En aquest apartat s'han tingut en compte només aquelles respostes que han usat una unitat de longitud quan la resposta requeria una unitat de longitud (sense però analitzar-ne la seva correcció amb la resposta) i usant una unitat d'amplitud d'angle quan aquesta era requerida.
- **Respostes donades no usant les unitats:** hi consta el nombre de respostes que l'alumne ha donat només la resposta numèrica sense cap unitat d'entre les que s'han tingut en compte per a les taules AII_PIA i AII_PIB.

4.3.3.b.- Pregunta 2: Saben mesurar directament longituds? Saben usar la cinta mètrica llarga? Comparació amb l'ús del regle.

El major ús del regle i sobretot de la cinta mètrica l'han fet en les pràctiques de les quals encara se n'ha de fer una anàlisi amb més profunditat. En primer lloc per respondre aquesta pregunta analitzarem si els alumnes són capaços de detectar els errors que es poden cometre en la mesura, saber quins són, si els cometen o no i si són capaços d'autoanalitzar la seva pràctica respecte als errors en la mesura.

Per això analitzarem les dues pràctiques introductòries sobre la mesura amb regla i amb cinta mètrica llarga i els error en la mesura, després ja compararem aquests resultats amb les mesures preses en les pràctiques.

En primer lloc analitzarem la inclinació de la cinta mètrica en la presa de la mesura de la pràctica 0.2 amb el reconeixement de l'error d'inclinar el regle de la pràctica 0.1 exercici 6. També aprofitarem per relacionar amb la reflexió de l'alumne sobre la seva presa de la mesura de la pràctica 0.2, analitzarem tant la resposta com el seu raonament.

Les dades es recullen en la taula AII_PIIa que consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Pràctica 0.2 - Inclinació:** hi consta la tercera columna de la taula AI_PIIa2 amb el mateix color que en aquella taula.
- **Pràctica 0.1 – exercici 6:** hi consta la segona columna de la taula AI_PIIb2.1 també amb el mateix color que en aquella taula.
- **Creu que ha mesurat bé:** hi consta la primera subcolumna de la primera columna de la taula AI_PIIb3 amb les respostes dels alumnes al primer apartat de la pregunta 10 de la pràctica 0.1
- **Detecta aquest error:** per aquells alumne que han respost que "No" havien mesurat bé a l'anterior columna, s'estableix un "Sí" per aquells alumnes que en el seu raonament expressen que van cometre l'error d'inclinar la cinta o un "No" en cas contrari.

A continuació es planteja una anàlisi similar però amb l'error de detectar el zero de la cinta mètrica a l'hora de prendre la mesura de la pràctica 0.2, la comparació amb detectar i raonar correctament l'error ara amb el regle a l'exercici 8 de la pràctica 0.1 i per últim la resposta a l'exercici 9 i la reflexió de cada alumne sobre la seva presa de dades.

Les dades es recullen en la taula AII_PIIb que consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Pràctica 0.2 – Posicionament de la cinta per mesurar:** hi consta la segona columna de la taula AI_PIIa2 amb el mateix color que en aquella taula.
- **Pràctica 0.1 – exercici 8:** hi consta la segona columna de la taula AI_PIIb2.3 també amb el mateix color que en aquella taula.
- **Pràctica 0.1. Exercici 9:** hi consta la primera columna de la taula AI_PIIb3 també amb el mateix color que en aquella taula.
- **Creu que ha mesurat bé:** hi consta la primera subcolumna de la primera columna de la taula AI_PIIb3 amb les respostes dels alumnes al primer apartat de la pregunta 10 de la pràctica 0.1
- **Detecta aquest error:** per aquells alumne que han respost que "No" havien mesurat bé a l'anterior columna, s'estableix un "Sí" per aquells alumnes que en el seu raonament expressen que van cometre l'error d'inclinar la cinta o un "No" en cas contrari. En únic cas s'ha consignat com a "Dubta" no respon amb contundència però sí que mostra els seus dubtes.

4.3.3.c.- Pregunta 3: Reconeixen la semblança com una eina matemàtica per resoldre problemes?

Per a respondre aquesta pregunta es recullen les respostes donades pels alumnes a la cinquena pregunta del treball de la pràctica 2.

Les dades es recullen en la taula AII_PIIIa1 que consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Grup:** hi consta el grup de l'alumne.
- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Respostes:** s'hi recullen les respostes dels alumnes a la cinquena pregunta del treball de la pràctica 2.

Les respostes de l'apartat a) referents a la semblança s'han resumit en la taula AII_PIIIa2 que consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Grup:** hi consta el grup de l'alumne.
- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Respostes:** s'hi recullen les respostes dels alumnes a la cinquena pregunta apartat a) del treball de la pràctica 2. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que a la resposta no assenyalés adequadament on havia emprat la semblança.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que a la resposta assenyalés adequadament on havia emprat la semblança.

4.3.3.d.- Pregunta 4: Saben estimar mesures de longitud? Relacionen l'estimació amb el resultat final donat?

Per a respondre en aquesta pregunta es relacionen els resultats numèrics sobre l'alçada de l'institut que han donat els alumnes en l'estimació feta a la pràctica 2, el resultat numèric final de la pràctica 2 i també de la pràctica 3.

Les dades es recullen en la taula AII_PIVa amb les següents columnes:

- **Grup:** s'hi indica el número de grup
- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Estimació:** s'hi indica l'estimació donada en la segona columna de la taula AI_PIIa. Una única resposta per cada grup.
- **Resultat pràctica 2:** s'hi indica el resultat numèric final de la pràctica 2.
- **Resultat pràctica 3:** s'hi indica el resultat numèric final de la pràctica 3.

4.3.4.- Explicació metodològica de la 3a anàlisi de les dades

4.3.4.a.- Pràctica 1

Anàlisi de les vidrieres

S'analitzen amb detall la zona de les vidrieres dels plànols dels alumnes.

Lliurament dels plànols de la pràctica 1

Es recullen les longituds dels plànols dels alumnes seguint la terminologia que es va establir en la primera anàlisi per als croquis. A partir de la informació recollida també es calculen els quocients de les longituds. La informació es recull en la taula AIII_PIIa que té les següents columnes:

- **Grup:** s'hi indica el número de grup

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **lon 1 / lon 8:** s'hi indica el quocient entre la longitud 1 i la longitud 8 del plànol de l'alumne.
- A les següents columnes podem trobar els quocients de les longituds "**lon 6/lon 5**", "**lon 7/ lon 6**" i "**lon 7/ lon 8**" respectivament.
- En la darrera fila trobem per a les darreres quatre columnes la **Mitjana** de les dades que es troben recollides en cada columna.

A partir d'aquestes dades s'elabora la taula AIII_PIB on enlloc dels quocients trobem a cada cel·la la diferència entre el quocient real i el quocient amb les dades de l'alumne. A la última columna trobem per cada alumne la mitjana dels valors absoluts de les seves diferències.⁸

4.3.4.b.- Pràctica 2

Anàlisi de la presa de dades

En primer lloc es recull en un taula les dades preses pels alumnes.

Després es recullen les dades anotades en les resolucions de la pràctica 2 en la taula AIII_PIIa que consta de les següents columnes amb la següent informació:

- **Grup:** Grup de l'alumne.
- **Alumne:** Amb la mateixa nomenclatura que el document anterior.
- **Pregunta 4- Resolució:** En aquest apartat s'indicaran les següents informacions:
 - **Procediment:** S'hi indica un "No" quan no hi ha cap procediment escrit en la pràctica. Si n'hi ha s'indica "C" si està "Complet" o "I" si "Incomplet" segons procedeixi. Si s'han detectat errors si afegeix "+E"
 - **Angle:** S'hi indica, en cas que hi consti, l'angle indicat en la resolució de la situació.
 - **Mesura distància:** S'hi indica, en cas que hi consti, la distància del teodolit a la paret del gimnàs indicada en la resolució de la situació.
 - **Mesura teodolit:** S'hi indica, en cas que hi consti, l'alçada del teodolit indicada en la resolució de la situació.
 - Aquestes tres darreres columnes, cada cel·la ha estat acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne anoti la mateixa mesura que en les activitats 2.2-2.3.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne anoti un mesura diferent a la mesura anotada en les activitats 2.2-2.3.
 - **Resultat numèric:** S'hi indica, en cas que hi consti, el resultat numèric final donat.
- **Resultat numèric amb el procediment correcte:** En aquells casos que hi ha totes les dades es calcula quin hauria de ser el resultat final si el procediment fos correcte. S'acolorix cada cel·la segons els codi que es va establir en la segona columna de la taula AI_PIIc.

Anàlisi dels procediments seguits en la resolució

En aquest apartat s'analitzarà de manera individual les resolucions presentades pels diferents alumnes.

4.3.4.c.- Pràctica 3

En primer lloc es fa un estudi de les longituds que els alumnes van prendre amb la cinta mètrica llarga a partir de les fotografies preses durant la presa de dades.

Després es fa un recull de la distància a què els alumnes van col·locar el teodolit que tots van pretendre que fos a 45°.

Les dades es recullen en la taula AIII_PIIIa1 amb les següents columnes:

- **Grup:** s'hi indica el número de grup
- **Distància presa (d):** s'hi indica la mesura del teodolit a la paret del gimnàs que van mesurar els alumnes a partir de la fotografia que se'ls hi va fer.
- **Alumnes que prenen les mesures:** s'hi indiquen els alumnes que van prendre aquesta mesura ja que no van ser tots els integrants del grup. Ells es van repartir les tasques i van decidir qui sortia a mesurar. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi de color
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que el grup doni una resposta dins del següent interval: $|d - 8,25| \leq 0,15$ m
 - Cel·la de color groc en cas que el grup doni una resposta dins del següent interval: $0,15 < |d - 8,25| \leq 0,30$ m
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que el grup doni una resposta dins del següent interval: $|d - 8,25| > 0,30$ m

Després es va un recull de les dades preses en la pràctica 3 i el resultat numèric que donen en el treball, aquestes dades tal i com es van recollir en la taula AI_PIIIe2, es recullen en la taula AIII_PIIIa2 amb les següents columnes:

- **Grup:** s'hi indica el número del grup
- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Pregunta 4. Resolució:**
 - **Procediment:** "No" si no hi ha cap explicació. "C" si l'explicació del procediment està complet, "I" si està incomplet i "+E" si hi ha errors.
 - **Mesura teodolit:** s'hi indica la mesura de l'alçada del teodolit indicada en la pràctica 3 per l'alumne.
 - **Mesura distància:** s'hi indica la mesura de la distància del teodolit a la paret del gimnàs indicada en la pràctica 3 per l'alumne.
 - **Resultat numèric:** Està escrit el resultat numèric en cas d'haver-hi. S'escriu "No" en cas que no hi hagi cap resultat numèric.
- **Resultat numèric amb el procediment correcte:** El resultat numèric que donaria si el procediment seguit fos correcte a partir de les dades preses i anotades per l'alumne. Cada cel·la està acolorida segons el tractament del resultat final de la pràctica 3 que es va determinar en la segona columna de la taula AI_PIIIg.

A partir de les dades recollides en la taula es fa una anàlisi detallada dels croquis i de les resolucions que han presentat els alumnes.

4.3.5.- Explicació metodològica de la 4a anàlisi de les dades

4.3.5.a.- Pregunta 5.- Què fan quan plantegen una estratègia de resolució errònia?

Estudi del grup 4. Estudi de la no proporcionalitat directa angle – catet oposat.

A partir de la resposta de l'alumne 4.3 i de l'estratègia on es desprenia una estratègia errònia en establir una proporcionalitat directa entre angle i catet oposat es fa l'estudi per saber com aquest alumne i la resta de companys de grup superen aquest escull.

En primer lloc s'estudia la resposta dels alumne en la pràctica 2.2 tant el primer dia com en el segon dia. Després s'analitzen els treballs corresponents a la pràctica 2 que els alumnes d'aquest grup van lliurar.

A continuació també es fa una anàlisi de les respostes dels alumnes del grup 4 a la sisena pregunta de l'examen. Per finalitzar també s'analitza la tercera pregunta de l'examen de bloc de les unitats 7-9.

Les anàlisis es van a partir de les transcripcions de les respostes organitzades en taules i/o a partir d'escanejors dels treballs dels alumnes.

Estudi del grup 2. Estudi de la relació triangle rectangle – teorema de Pitàgores.

Durant la discussió en grup d'una estratègia per resoldre la situació plantejada en la segona pràctica, els alumnes del grup 2 van forçar la utilització del Teorema de Pitàgores en la seva proposta.

En aquest cas es segueix la mateixa metodologia que en l'apartat anterior fent una anàlisi de les respostes ara dels membres del grup 2 per veure com superen ara aquesta utilització errònia del teorema més famós per a triangles rectangles.

4.4.- Explicació metodològica de l'avaluació de competències

4.4.1.- Determinació del nivell competencial de les activitats

En el marc teòric es va establir el model d'avaluació de la present tesi: el model d'avaluació piramidal (adaptat del model proposat per de Lange).

Prèviament i també en el marc teòric s'havia determinat el currículum de Catalunya com el document per establir en nostre model de competència.

A partir dels tres nivells competencials proposats a PISA es van determinar uns criteris per cada una de les 7 competències del currículum per determinar-ne el nivell (reproducció – connexió – reflexió) i a més a més també se'n va elaborar un quadre resum (Criteris del nivell de complexitat segons competència) per facilitar-ne la seva aplicació (A14).

Després de tot aquest procés teòric que es va tractar en el capítol 3 quedava determinar el nivell competencial de les diferents activitats que es van proposar als alumnes en la unitat didàctica. Per acotar l'extensió d'aquest procés només es farà per les tres pràctiques i per la prova final escrita de la unitat.

Per realitzar aquest procés es va elaborar l'instrument: *avaluacio_competencies.xls*. Es va decidir elaborar un instrument que fos un full de càlcul per automatitzar el recompte i la visualització de resultats.

Aquest instrument consta de 10 fulls:

- **FULL 1 – Criteris:** Es poden trobar els Criteris del nivell de complexitat segons competència i que s'han mencionat anteriorment.
- **FULL 2 – Pràctica 1:** S'hi troba una taula amb les següent 8 columnes:
 - **Activitats:** S'hi indiquen les diferents activitats que els alumnes han hagut de realitzar dins d'aquesta primera pràctica. Les activitats s'han esmicolat fins que han tingut un nivell de feina força equivalent.
 - A continuació hi ha 7 columnes, una per cada competència, amb la mateixa estructura, ho explicarem per la primera i és equivalent per la resta: **CM1 – Pensar matemàticament**. Just sota de la casella on es llegeix la competència concreta hi ha tres caselles **Rp** (Reproducció) **C** (Connexió) i **Rf** (Reflexió) situant el cursos sobre de cadascuna es pot llegir la versió resumida dels criteris de cada un dels tres nivells per a la competència corresponent. Després cada columna de cada competència es divideix en dos per donar lloc als dos blocs de continguts que s'analitzaran: **EF** (Espai i Forma) i **M** (Mesura).
 - Amb la descripció anterior tenim una cel·la per cada activitat, per cada competència i per cada bloc de contingut. En aquesta cel·la la que emplenarem segons que en l'activitat determinada es treballi o no la competència matemàtica en qüestió i segons el bloc de contingut. A més a més de dir si es treballa o no establirem el nivell assignant un nombre segons el següent criteri:
 - 0 o en blanc en cas que no es treballi
 - **2** en cas que sigui un nivell de **Reproducció**. Es pot matisar aquest nivell de reproducció si es vol assignant un 1 per un nivell de reproducció baix i amb un 3 per un nivell de reproducció alt.
 - **5** en cas que sigui un nivell de **Connexió**. Es pot matisar aquest nivell si es vol assignant un 4 per un nivell de connexió baix i amb un 6 per un nivell de connexió alt.
 - **8** en cas que sigui un nivell de **Reflexió**. Es pot matisar aquest nivell si es vol assignant un 7 per un nivell de reflexió baix i amb un 9 per un nivell de reflexió alt.
 - Per facilitar la tasca en situar-se sobre la casella es pot llegir una versió resumida extreta del currículum de 3r d'ESO de les tasques que involucren en bloc de contingut concret. El resum està fet agafant aquelles tasques més properes a les activitats que s'han proposat. A més a més, les caselles no permeten que s'introdueixi cap nombre fora dels previstos. Si s'intenta surt un missatge d'error recordant el rang de valors que s'hi poden introduir. (Veure exemple en acabar la descripció de l'instrument)
- **FULL 3 – Pràctica 2, FULL 4 – Pràctica 3 i FULL 5 – Examen tema 7:** són anàlegs al full 2 amb la diferència de les activitats que estan anotades en la primera columna.

- **FULL 6 – Resum pràctica 1:** Per determinar la quantitat d'activitats de cada tipus que s'han plantejat als alumnes s'ha elaborat un full on s'hi fa automàticament el recompte segons els nombres que s'hagin introduït. A part dels resultats numèrics també trobem els resultats en forma de gràfic.
- **FULL 7 – Resum pràctica 2, FULL 8 – Resum pràctica 3 i FULL 9 – Resum examen tema 7:** són anàlegs al full 6.
- **FULL 10 – Resum:** Finalment es fa un resum de les quatre activitats proposades.

A continuació afegim un exemple per facilitar la comprensió de la introducció de la informació en els fulls 2, 3, 4 i 5.

Taula 4.8.- Detall full 2 instrument avaluacio_competencies.xls		
Activitats	CM1 - Pensar matemàticament	
	Rp	
	C	
	Rf	
	EF	M
1.- Elaboració del croquis individual	A	B

Per a l'exemple s'ha escollit la pràctica 1 que s'ha desglossat en 5 activitats sent la primera d'elles: *Elaboració del croquis individual* que es pot veure en el detall de la taula anterior. Tenint en compte la Competència 1: "CM1-Pensar matemàticament" hem de col·locar un valor entre 0-9 segons que considerem que en l'esmentada activitat es treballa el grup de Reproducció (1-2-3), Grup de Connexió (4-5-6), Grup de Reflexió (7-8-9) o deixar en blanc (ó 0) si no es treballa significativament. Si tenim dubtes sobre que involucra cada grup de competències ens podem situar sobre la casella Rp, C o Rf per tenir un resum sobre que considerem que es treballa la competència 1 segons cada grup. En la casella A hem de posar el valor que li atorguem al bloc de contingut d'Espai i Forma (EF) i a la casella B el corresponent al bloc de Mesura (M).

4.4.2.- Anàlisi del model d'avaluació

Per analitzar el model d'avaluació es tria l'examen de la unitat 7, la competència CM3 "Plantejar-se i resoldre problemes", el bloc de continguts "Espai i forma" i les preguntes:

- Pregunta 2 -> Nivell 1 alt
- Pregunta 3 -> Nivell 1 baix
- Pregunta 4a -> Nivell 2 alt
- Pregunta 4b -> Nivell 2 baix
- Pregunta 5c -> Nivell 3

Per a l'anàlisi de l'avaluació de competències es va crear la taula AC_EIb que consta de 5 columnes:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Pregunta 2:** S'hi ha indicat la resposta final numèrica de l'alumne a l'exercici 2 de l'examen. Seguint la taula AI_EIa2b aquesta columna està alhora subdividida en dues: la primera per les respostes que corresponen a l'"x" i l'altre per l'"y". Cada exercici està alhora subdividit en els 5 subapartats corresponents (a, b, c, d i e). Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no contestés l'apartat de la pregunta de l'examen.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta (8 per a la x i 10 per a la y)
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta.
- **Pregunta 3:** s'hi ha indicat només la resposta final donada per l'alumne al full de la prova. Seguint la taula AI_EIa3b cada exercici està alhora subdividit en els 5 subapartats corresponents (a, b, c, d i e). Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta (360000 cm, 900000 cm, 498000 cm, 1350000 cm i 840000 mm o qualsevol conversió d'aquestes mesures en alguna altra unitat del SMD)
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta. També s'ha considerat com a resposta incorrecta aquella en què no hi constaven les unitats.
- **Pregunta 4:** S'hi ha indicat la resposta numèrica a la pregunta 4 de l'examen. Per cada alumne s'ha dividit la cel·la en dues files. A la primera fila s'hi ha indicat només la resposta final a la **Pregunta 4a)** donada per l'alumne al full de la prova. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no contestés l'apartat de la pregunta de l'examen.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta: 1:200
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta.

La segona cel·la s'hi ha indicat la **Resposta 4b** i està també a l'hora subdividida en dues columnes on s'hi ha indicat la resposta final donada per l'alumne al full de la prova de l'apartat b) la longitud x de l'exercici. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:

- Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta: $x=14$ m.
- Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta. S'ha considerat incorrecta aquella resposta en què no hi constaven els unitats.

I en la cel·la de la dreta s'hi ha indicat només la resposta final donada per l'alumne al full de la prova de l'apartat b) la longitud y de l'exercici. Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:

- Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta: $y=12$ m.
- Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta. S'ha considerat incorrecta aquella resposta en què no hi constaven els unitats.

- **Pregunta 5:** s'hi ha indicat només la resposta final donada per l'alumne al full de la prova. Seguint la taula AI_EIa5b cada cel·la està acolorida segons el següent codi:

- Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta. Tenint en compte que es demanava una resposta aproximada s'ha fet un seguiment del procés i dels càlculs per determinar-ne la correcció.
- Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni una resposta incorrecta.

Per resumir tota aquesta quantitat d'informació s'ha creat la taula ACI_EIc. Per aquesta taula s'han ordenat les columnes segons el nivell de complexitat de les preguntes. S'han eliminat les dades numèriques que es poden trobar a les taules corresponents i els diferents apartats. La taula consta de 5 columnes:

- **Alumne:** hi consta el nom de l'alumne amb el codi establert al llarg de la tesi d'acord amb el grup.
- **Nivell 1 baix (Preg 4b):** Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no contestés la pregunta de l'examen.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni les respostes dels dos apartats correctament.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni les respostes dels dos apartats incorrectament.
- **Nivell 1 alt (Preg 2):** Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no contestés la pregunta de l'examen.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta de tots els deu apartats.
 - Cel·la de color groc en cas que l'alumne no doni ni totes les respostes correctes ni totes les respostes incorrectes.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni totes les respostes incorrectes.
- **Nivell 2 alt (Preg 4a):** Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no contestés la pregunta de l'examen.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta incorrecta.
- **Nivell 3 (Preg 5):** Cada cel·la està acolorida segons el següent codi:
 - Cel·la de color blanc en cas que l'alumne no contestés la pregunta de l'examen.
 - Cel·la de color verd pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta correcta.
 - Cel·la de color vermell pàl·lid en cas que l'alumne doni la resposta incorrecta.

La taula ACI_EId s'obté de la taula ACI_EIc indicant-hi les anomalies en el model d'avaluació amb lletres.

5.- Recollida i anàlisi de les dades

Després d'haver establert la metodologia seguida per fer la recollida i l'anàlisi de les dades a continuació es troba exposada la recollida i l'anàlisi de les dades per a totes les pràctiques.

Aquest capítol segueix el següent índex:

- **5.1.- Recollida de les dades:** En aquest apartat es fa una descripció de la recollida de dades que es va produir al llarg de la realització de la unitat didàctica.
- **5.2.- 1a Anàlisi de dades:** En aquest apartat es fa una primera anàlisi de les dades seguint la metodologia que s'ha introduït a l'apartat 4.3.2. En aquesta primera anàlisi i seguint l'ordre cronològic en què es van realitzar les diferents pràctiques s'organitzen les dades recollides amb els diferents instruments dissenyats. Després de l'organització de les dades es fa una primera anàlisi per les diferents activitats on no s'acaben d'analitzar amb profunditat totes les dades de totes les activitats donada la gran quantitat de dades que es van recollir. Durant aquesta primera anàlisi van anar sorgint unes preguntes de caràcter més transversal que requerien de dades de diferents activitats per a ser analitzades i per això es va establir una segona anàlisi de les dades on es plantejarien aquestes preguntes i la metodologia per a respondre-les i després es va establir una tercera anàlisi de les dades on es reprendrà aquesta primera anàlisi i aprofundir en l'anàlisi d'aquelles dades que faltin.
- **5.3.- 2a Anàlisi de dades:** La primera anàlisi de les dades es va organitzar entorn a les diferents pràctiques. A partir de les dades van sorgir quatre preguntes de caràcter més transversal i per a donar-hi resposta es va estructurar aquesta segona anàlisi. En aquesta segona anàlisi es plantegen les quatre preguntes, per cada una d'elles es realitza l'anàlisi de les dades corresponents i al final es dona una resposta per a cada una.
- **5.4.- 3a Anàlisi de dades:** En aquest apartat es reprèn la primera anàlisi feta i es continua en aquelles parts en què encara quedaven dades per analitzar. Aquesta tercera anàlisi torna a estar estructurada per a les diferents activitats. Donada la gran quantitat de dades que han estat recollides en aquest apartat es reprèn l'anàlisi de les tres pràctiques proposades en la unitat didàctica. Tal i com va passar durant la primera anàlisi de dades, a partir dels resultats que es van obtenir, en aquest cas també va sorgir una pregunta de caràcter transversal. Per a donar-hi resposta s'ha establert la quarta anàlisi de dades.
- **5.5.- 4a Anàlisi de dades:** En la tercera anàlisi de dades i a partir de les dades que faltaven per analitzar de les pràctiques proposades va sorgir una pregunta de caràcter transversal i que necessitava de dades recollides de diferents activitats per a ser resposta. Seguint l'estructura establerta en la segona anàlisi, en aquesta quarta anàlisi es planteja la pregunta, es realitza l'anàlisi de les dades corresponents i es dona una resposta final.
- **5.6.- Avaluació de competències:** En aquest apartat es parteix del model d'avaluació proposat en el marc teòric i a partir dels instruments dissenyats

es determina el nivell competencial de les activitats que componen les tres pràctiques i l'examen final de la unitat didàctica dissenyada. A partir d'aquesta determinació es fan algunes observacions sobre l'avaluació de les activitats en termes de competències.

A continuació trobem el primer punt d'aquest capítol.

5.1.- Recollida de les dades

En primer lloc es farà una explicació sobre totes les dades que es van recollir. En aquest apartat les dades de les diferents pràctiques es presentaran de la mateixa manera que s'han presentat en la metodologia: seguint l'ordre cronològic amb què els alumnes van realitzar-les.

En l'apartat de *Disseny de la unitat didàctica* en el capítol anterior s'ha fet una explicació amb detall sobre les diferents activitats de la unitat didàctica que es van dissenyar i després en l'apartat de *Realització de la unitat didàctica* s'ha fet una explicació detallada sobre la seva implementació i les implicacions i modificacions que aquests fets van produir en la unitat didàctica. En la descripció de la realització de la unitat didàctica també es van incorporar aquelles observacions que de manera no sistemàtica es van anar recollint en les preses de mesures de les pràctiques. En els darrers apartats del capítol 4 s'ha exposat la metodologia emprada per a la recollida de dades i després per l'anàlisi i l'avaluació.

En aquest apartat 5.1. es recordaran aquelles aspectes de la realització que formen també part de la recollida de dades a partir de les observacions que es van fer durant la presa de dades i es deixarà l'anàlisi per als apartats posteriors. En canvi per aquelles parts de les pràctiques que la recollida de dades es va fer a partir d'instruments escrits pels alumnes es deixarà pel següent apartat el tractament i anàlisi de les dades. Per tal de facilitar la lectura d'aquest capítol i tal i com ja s'ha mencionat en la introducció hi ha algunes parts que tot i ja haver estat mencionades es repeteixen en aquesta secció.

Aquesta secció segueix el següent índex:

- 5.1.1.- Pràctica 3.1: Iniciació al teodolit. Part 1 i 2
- 5.1.2.- Pràctica 0.2: Activitat inicial de mesura. Activitat 2.
- 5.1.3.- Pràctica 0.1: Activitat inicial de mesura. Activitat 1.
- 5.1.4.- Pràctica 1.
- 5.1.5.- Pràctica 2.
- 5.1.6.- Pràctica 3.
- 5.1.7.- Examen tema 7.
- 5.1.8.- Qüestionari sobre la realització de les pràctiques.
- 5.1.9.- Qüestionari sobre el treball en grup
- 5.1.10.- Entrevistes

5.1.1.- Pràctica 3.1: Iniciació al teodolit. Part 1 i 2.

Part 1

La recollida de dades d'aquesta pràctica es va fer mitjançant la recollida de l'enunciat de la pràctica on cada alumne havia d'anotar la mesura que havia pres amb el teodolit (A15)

Durant la mateixa sessió els alumnes estaven realitzant la part 1 i la part 2 de la pràctica per la qual no es va poder fer una recollida sistemàtica de les dades de les

dues parts per separat. No obstant es va aprofitar algunes ocasions per observar i anotar les mesures que alguns alumnes prenen.

Durant la presa de dades es van observar els següents aspectes:

- els alumnes tenien en compte que el goniòmetre horitzontal havia d'estar perpendicular a la paret i feien servir el goniòmetre horitzontal i les rajoles del terra per orientar els goniòmetres.
- els alumnes estaven molt atents al que feien la resta dels companys i observaven el moviment del goniòmetre horitzontal per no prendre una mesura massa diferent.
- els alumnes estaven pendents de prendre correctament la mesura i hi esmerçaven força temps, però després miraven la mesura presa sense tanta atenció, sense donar-li tanta importància. Alguns fins i tot van marxar i van haver de tornar enrera quan se n'adonaven que s'havien deixat de mirar la mesura.
- la majoria de les mesures que vaig observar eren mesures no exactes.
- l'alumne que va prendre la mesura en primer lloc va demanar de repetir la mesura ja que observant la resta de companys se n'havia adonat que ho havia fet malament (a partir de l'observació de la inclinació del goniòmetre vertical de la resta dels companys). Se li va deixar que tornés a prendre la dada ja que l'objectiu d'aquesta pràctica era que els alumnes sabessin emprar el teodolit.

Tots aquests aspectes estan anotats en l'ordre en què van ser observats per tant no estan ordenats ni per freqüència ni per importància.

Part 2

En la segona part d'aquesta pràctica es feia als alumnes quatre preguntes on se'ls hi plantejava una situació de mesura indirecta. Els alumnes havien d'intentar buscar una estratègia de resolució de manera individual però podent consultar el seu propi material (per exemple el llibre de text). Durant la sessió només es van resoldre aquells dubtes que tenien a veure amb la comprensió dels enunciats i no amb la seva resolució. Les respostes les havien de donar per escrit en els mateixos fulls de la pràctica.

Al final de la sessió es van recollir les dades que els alumnes havien anotat en el full de la pràctica. La seva anàlisi es troba en el següent apartat.

5.1.2.- Pràctica 0.2: Activitat inicial de mesura. Activitat 2.

En aquesta pràctica els alumnes van prendre les dades durant el mateix dia però en moments diferents. A cada alumne se li explicava de manera individual en què consistia la pràctica: mesurar la columna del costat de la seva classe amb la cinta mètrica llarga. Per una banda ells havien de prendre la mesura i anotar-la en el full que s'havia preparat (A16). Per l'altra part també s'anotava la mesura que l'alumne havia pres amb l'instrument creat a tal efecte (A17). A part de la mesura numèrica també es prenia nota de les següents observacions sobre com l'alumne havia obtingut aquesta dada: inclinació de la cinta, per on havien començar a mesurar i qualsevol altre observació que és considerés d'interès per a la seva posterior anàlisi.

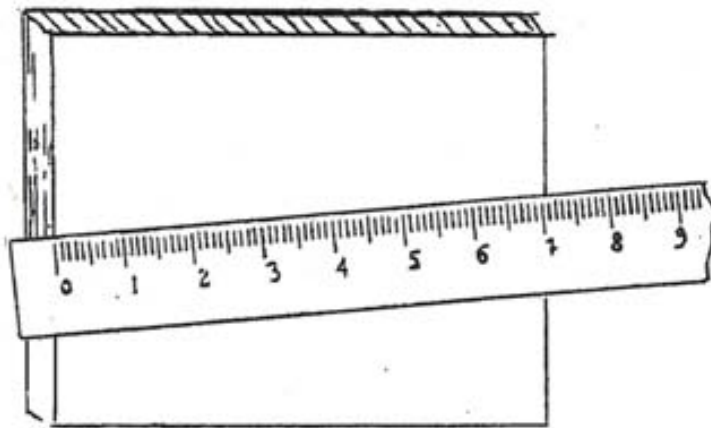
Com ja s'ha explicat en l'apartat del disseny de la unitat didàctica, per prendre les dades d'aquesta pràctica es van fer dos torns. En l'anàlisi de dades es farà un

estudi per veure si l'ordre amb què van realitzar la presa de la mesura va tenir alguna influència en la resposta final donada.

Durant la presa de dades es va observar que la majoria d'alumnes tenien problemes per saber com havien de col·locar la cinta mètrica llarga per començar a mesurar tot i que es van observar diferents reaccions: alguns van mostrar dubtes, altres en canvi es van mostrar més decidits i sense cap mena de dubte van col·locar-la erròniament. Alguns alumnes van optar per preguntar per on havien de començar a mesurar, es va decidir no ajudar-los en aquest aspecte, sinó demanar-los que reflexionessin i que es prenguessin el temps necessari per prendre la mesura.

També es va observar que un nombre d'alumnes considerable inclinaven la cinta mètrica amb una inclinació no massa exagerada però tampoc menyspreable. A més a més aquesta inclinació en alguns dels casos era totalment intencionada en el següent aspecte: hi havia alumnes que tenien la cinta mètrica inclinada i els hi donava una dada que no era exacta, aleshores rectificaven lleugerament la inclinació perquè els hi donés exacte. A les figures 20 i 21 s'ha representat aquesta situació (tot i que amb regle enlloc de la cinta mètrica llarga):

Aquesta reacció de l'alumne en la presa de la mesura només pot ser detectable amb una observació directa i individual ja que l'alteració que produeix en el resultat final és el mateix que quan es pren la decisió d'arrodonir a una determinada unitat. Conceptualment és força més important ja que no és només una inclinació de l'instrument de mesura, sinó una inclinació intencionada per buscar l'"exactitud" de la mesura presa.



Amb aquesta inclinació la mesura està entre 7 i 7'1 cm.

fig. 20: Inclinació de l'instrument de mesura per a la presa de dades 1

En aquest exemple observem com augmentant la inclinació s'aconsegueix que la mesura sigui exactament de 7'1 cm.

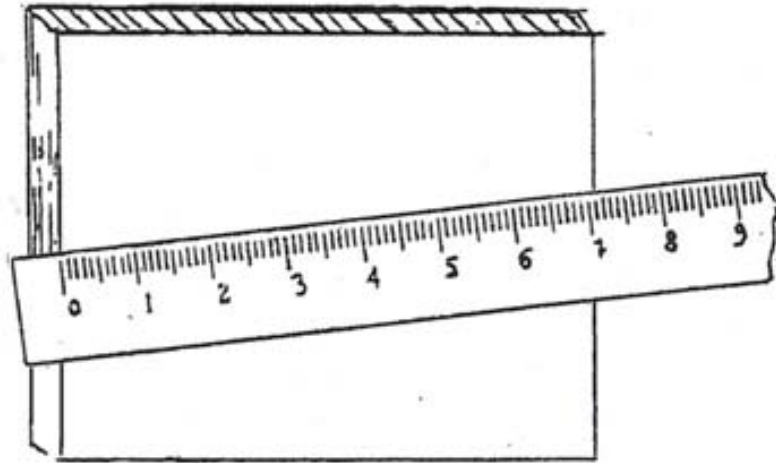


fig. 21: Inclinació de l'instrument de mesura per a la presa de dades 2

5.1.3.- Pràctica 0.1: Activitat inicial de mesura. Activitat 1.

Per a la recollida de dades de la pràctica 0.1 es va optar per realitzar-la en una hora de lectura (10:45-11:15). Era una activitat plantejada per ser realitzada de manera individual i per escrit. Com en les altres activitats d'avaluació inicial només es van resoldre dubtes sobre la comprensió dels enunciats. També es va anar animant als alumnes que responguessin les activitats de manera clara i acurada sobretot a aquells alumnes que havien donat respostes curtes que no deixaven entreveure el raonament que havia fet.

Els alumnes van realitzar la pràctica amb molt poc temps i a mesura que van anar acabant es van anar recollint per a la seva posterior anàlisi. Es van recollir 20 pràctiques ja que només va faltar un alumne a aquesta pràctica.

5.1.4.- Pràctica 1

En aquest apartat procedirem a explicar els diferents subapartats de què està composta la pràctica 1 i de les dades que s'hi van recollir en cada una.

5.1.4.a.- Lliurament del croquis del pati petit

L'anàlisi d'aquesta primera part de la pràctica 1 es va fer a partir dels croquis que els alumnes havien de lliurar a l'hora de lectura (10:45-11:15) del dijous 22 de gener. La intenció era que aquests fossin fotocopiats per a la seva posterior anàlisi i que els originals fossin retornats als alumnes per la sessió de la tarda. D'aquesta manera els alumnes podien realitzar-hi modificacions en la seva posada en comú amb la resta del grup.

Malauradament la recollida va ser força irregular i tot i el període que se'ls hi havia deixat per realitzar el plànol, poques persones van complir el termini establert.

A continuació s'ajunta la taula AI_P1c1_1 on està recollit per cada alumne quan va lliurar el croquis individual de la pràctica 1 seguint el codi que prèviament s'ha establert a la metodologia:

Taula 5.1 .- Taula sobre el lliurament del croquis individual segons alumne							
GRUP 1	LL	GRUP 2	LL	GRUP 3	LL	GRUP 4	LL
alumne 1.1	M	alumne 2.1	T	alumne 3.1	NP	alumne 4.1	T
alumne 1.2	F	alumne 2.2	T	alumne 3.2	NP	alumne 4.2	M
alumne 1.3	T	alumne 2.3	M	alumne 3.3	T	alumne 4.3	M
alumne 1.4	NP	alumne 2.4	M	alumne 3.4	M	alumne 4.4	M
alumne 1.5	M	alumne 2.5*	NP	alumne 3.5	M	alumne 4.5	T
alumne 1.6	M	* Aquest alumne va faltar pel matí					

5.1.4.b.- Tria del croquis de grup del pati petit

A aquells alumnes que van lliurar el croquis individual per la tarda (veure la taula 5.1) se'ls hi va demanar que fotocopiessin a consergeria abans de començar a treballar en grup. Mentrestant aquests alumnes estaven fent la fotocòpia la resta dels alumnes vam començar a realitzar la sessió tal i com estava prevista: es van retornar els croquis a aquells alumnes que els havien lliurat pel matí i se'ls hi va demanar que comencessin la discussió de grup per a la tria del croquis de grup. També es va deixar clar que cada alumne podia modificar el seu propi croquis tot incorporant els canvis que consideressin a partir de les aportacions dels diferents membres del grup. La resta d'alumnes que estaven fent la còpia del croquis s'anaven incorporant a la discussió de grup a mesura que acabaven la còpia i la lliuraven.

Tots els grups van coincidir a fer el mateix: la discussió de grup va consistir en escollir un croquis entre les diferents propostes dels seus membres. Cap grup va fer cap modificació a cap dels croquis ni tant sols al croquis escollit. Per tant només la recollida de dades d'aquesta part només va consistir en recollir la decisió que havien pres i que troben a continuació:

Per grups van escollir:

Grup 1 -> croquis de l'alumne 1.6

Grup 2 -> croquis de l'alumne 2.1

Grup 3 -> croquis de l'alumne 3.3

Grup 4 -> croquis de l'alumne 4.4

i no va caler fer cap còpia ja que tots aquests quatre croquis ja havien estat prèviament fotocopiats.

Després de la tria dels croquis, a cada grup se'ls hi va lliurar una mètrica llarga (20-25 m) i una cinta mètrica de tres metres i van anar cap al pati per a realitzar la presa de mesures.

5.1.4.c.- Presa de mesures del pati petit

A partir de la presa de mesures del pati es van obtenir dos tipus de dades: per una banda els alumnes van recollir les dades que anaven mesurant sobre el croquis de grup que havien triat i per altra banda les observacions que es van anotar sobre el desenvolupament d'aquesta part de la pràctica. Les observacions que hi ha a continuació són fruit de posar a net les notes que es van prendre durant la realització d'aquesta part de la pràctica i també d'algunes anotacions que es van fer just després d'acabar la sessió.

Durant la sessió es va observar que el fet de treballar en grup feia que ells mateixos s'autocorregissin en fets com inclinar la cinta mètrica. En ser varies persones, feia que dues d'elles poguessin agafar els extrems de la cinta mètrica i una tercera fixar-se en la inclinació. No obstant això es va observar que aconseguir el paral·lelisme amb el terra els hi era molt costós tot i la major repercussió en el la mesura presa que tenia en aquesta pràctica a causa de la major longitud de les mesures que havien de prendre (en comparació a la presa de la mesura de la columna de la pràctica 0.1).

També es va observar un gran interès per intentar que la cinta estigués tensa. Això va comportar canvis en les estratègies emprades per mesurar. Al principi els grups van tendir a intentar mesurar les parets en la tota seva longitud i no partir-ho en trossos i per tant havien de mesurar distàncies força grans tot comportant-los força dificultats. A mesura que va anar passant la sessió es va observar que van anar tendint a partir les longituds i a prendre mesures més curtes. Tot i que aquest canvi potser no només hauria de ser atribuïble als problemes d'inclinació i cargolament de la cinta que estaven patint sinó també al fet que van començar a mesurar per les parets més fàcilment mesurables i van deixar pel final aquells trossos de paret més curts o on hi havia impediments físics: per exemple amb canonades de més o menys diàmetre. En un primer moment trobar-se amb aquestes canonades en diferents punts del pati els hi va suposar un problema ja que amb la cinta mètrica llarga els hi era difícil (o fins i tot impossible) passar-hi per darrera, però això va fer que haguessin de pensar diferents estratègies. La majoria van optar per emprar la cinta mètrica de 3m més petita en aquelles situacions on no podien usar la cinta mètrica llarga sense que això els hi suposés cap problema. Però també es van observar altres estratègies, per exemple es va observar com en un grup es feia el següent comentari: "passem [la cinta] per sobre [de la canonada] i després restem un cm".

També es van observar correccions pel fet d'estar treballant en grup, per exemple en el grup 1 l'alumne 1.5 i l'alumne 1.4 estaven mesurant un banc, l'alumne 1.4 va observar la mesura a la cinta mètrica i digué la mesura era 1'74 m, de seguida l'alumne 1.5 va intervenir dient que allò era impossible tot argumentant que a simple vista ja es veia que aquella mesura era força més llarga. Aleshores, i també molt ràpidament, l'alumne 1.4 va rectificar dient que eren 4'74 m.

Es van preocupar sobre com anotar les mesures preses, és a dir, es van preocupar de les aproximacions, dels arrodoniments; en una de les parets, amb la cinta mètrica els hi va donar entre 1'61 i 1'62 i es van preguntar què posaven. Després d'una discussió de grup van concloure que si la mesura estava més a prop de 1'61 (com era el cas) arrodonirien a 1'61.

El grup 2 es va adonar, prenent mesures en el pati, que havien de rectificar el plànol. Això els va preocupar molt i afegit als problemes de funcionament de grup que van tenir, va fer que s'endarrerissin força en la presa de mesures.

Respecte a la metodologia de treball de la sessió, el fet de treballar en grup i fora de l'aula va fer que es dispersessin més i que se sentissin menys controlats. Respecte al treball en grup es va observar per exemple que el grup 2 no va acceptar a un membre del grup i se'n va queixar molt. Aquest alumne per la seva banda tampoc es va sentir mai bé amb la resta del grup durant la sessió. El grup dos no va subdividir-se les tasques i tots van prendre totes les mesures, això els va comportar acabar els últims i que no tinguessin gaire temps per fer la part de discussió en grup de l'escala.

La majoria de grups no s'havien llegit la pràctica i en la posada en comú no es van distribuir el temps. Per tant, cap a les 4:20 anar se'ls hi anar recordant l'hora i la tasca que encara els hi quedava grup per grup (la tria de l'escala). El grup 4 va acabar 5 minuts abans. El grup 1 va acabar a l'hora. El grup 2 i 3 els hi va mancar temps.

En el grup 4 es va observar que tenien problemes a l'hora de distribuir-se les tasques i que tendien a donar-se ordres i cridar-se. Enlloc de raonar i de discutir els diferents criteris o opinions que sorgien educadament, s'intentaven imposar als altres per mitjà de pujar la veu. En un exemple concret es va observar que estaven discutint sobre una conversió de m a cm. Un membre del grup s'havia equivocat i havia dit que 8m eren 80 cm i aleshores un altre company enlloc d'argumentar i explicar-li pausadament estava intentant imposar la resposta correcta $8\text{ m} = 800\text{ cm}$ pujant el to de veu però sense argumentar res.

En acabar la presa de les mesures els grups van anar anant cap a la biblioteca per realitzar la tria de l'escala en grup.

5.1.4.d.- Tria de l'escala en grup

La sessió de 50 minuts ja era força justa per realitzar tot el que s'havia previst de fer i la manca de temps es va agreujar per l'endarreriment que va es va causar per les persones que van lliurar el croquis per la tarda. No obstant com ja hem argumentat era important demanar la tria de l'escala de grup durant la mateixa sessió per intentar tenir diferents informacions dels diferents grups.

El grup 2 va trigar molt de temps en prendre les mesures i van tenir molt poc temps per respondre l'activitat de la presa de mesures.

En acabar la sessió es va recollir els quatre fulls de l'activitat 1 de la pràctica 1: Presa de mesures, una per cada un dels grups. També es van recollir els croquis de grup amb les modificacions i les dades preses. Se'n va fer una fotocòpia per cada membre del grup i se'ls hi va lliurar per tal que poguessin fer la part final del treball corresponent a la pràctica 1 ara de manera individual.

5.1.5.- Pràctica 2

Seguint l'esquema iniciat per la pràctica 1, a continuació es procedeix a l'exposició de la recollida de dades de la pràctica 2.

5.1.5.a.- Activitat 1- Reflexió individual

En començar la sessió es van demanar les activitats de reflexió individual que havien d'haver fet per deures. Cap alumne l'havia realitzat. Aquest fet no habitual ja denotava que havien tingut moltes dificultats. En preguntar-los què havia passat

per no lliurar les pràctiques alguns alumnes van manifestar que tot i pensar-hi no havien sabut respondre a les qüestions que se'ls hi plantejaven. No es va poder recollir res per escrit dels alumnes d'aquesta activitat.

5.1.5.b.- Activitat 2- Reflexió en grup

Aquesta activitat va cobrar més importància arrel de les dificultats trobades per realitzar l'activitat 1. En continuar la sessió es va creure que no seria interessant plantejar als alumnes altre cop la reflexió individual i que seria molt més productiu continuar amb l'activitat 2 tal i com estava previst.

No obstant també es van detectar moltes dificultats amb la reflexió en grup. Grup a grup se'ls va anar animant a que donessin les respostes al més completes possibles: que usessin aquells recursos que necessitessin perquè la seva resposta fos el màxim de detallada (per exemple usant dibuixos).

No es va fer més recollida de dades que la que es centra en allò que els alumnes van escriure de l'activitat 2.

5.1.5.c.- Activitat 3- Presa de mesures

En l'apartat 4.2.2.e. s'ha fet una descripció detallada de la realització de l'activitat i per tant no es tornarà a repetir aquí. Sí que es farà un resum d'aquells aspectes de la realització que s'hagin considerat que constitueixen una recollida de dades in situ:

- Els alumnes no s'havien distribuït les tasques previ a sortir al pati gran a prendre les mesures.
- La visualització de la situació que estaven intentant resoldre enlloc d'haver-la d'imaginar va ajudar en la comprensió de l'activitat.
- Tots els grups van ser molt curiosos amb la presa de les mesures i en més d'un grup els mateixos alumnes es van demanar entre ells una altra presa de dades de control per tenir més seguretat amb la correcció de la dada.
- També van ser molt curiosos en la col·locació de la cinta mètrica llarga.
- Durant la presa de dades la majoria dels alumnes van treballar amb atenció i dedicació. No es pot dir el mateix del treball que van realitzar els alumnes a la biblioteca on es van esvalotar una mica en no estar directament controlats.
- Els integrants del grup 4 van ser únics que van pensar en un plantejament per a resoldre la situació que tot i ser erroni té un gran valor i que serà degudament analitzat en el corresponent apartat.
- Durant la presa de la mesura el grup 4 també es va plantejar quin era el punt que havien de considerar com a punt més alt de l'edifici (en l'apartat 4.2.2.e s'hi pot trobar una fotografia per il·lustrar aquest punt).

La presa de dades d'aquesta activitat va consistir per una banda en les respostes escrites que els alumnes van donar per grups al full 2.3 (A23) on hi havien d'anotar l'estimació sobre l'alçada del gimnàs i també les dades que havien pres. Per altra banda i per poder comparar les dades que ells anotaven amb les que havien pres es van anar fent fotografies on es pogués observar les dades que anaven prenent.

Com que els alumnes van manifestar que havien tingut poc temps per a poder respondre a aquestes activitats vam pactar el següent procediment:

- es va recollir als alumnes les activitats 2.2 i 2.3 de la pràctica 3 (així se'n van poder fer fotocòpies per a la seva posterior anàlisi)
- se'ls hi retornaria a l'inici de la següent sessió perquè poguessin completar-les.

Per tant, de les activitats 2.2 i 2.3 hi ha dos fulls per cada grup, una còpia corresponent a allò que van escriure en finalitzar la sessió corresponent a la pràctica 2 i els originals amb les modificacions que cada grup va considerar al llarg de la sessió de realització de la pràctica 3 i que es van recollir al final de l'esmentada sessió.

5.1.6.- Pràctica 3

En el punt 4.2.2.f. hi ha l'exposició sobre la realització de la sessió 6 on es desenvolupa el treball d'aquesta pràctica 3. En aquest apartat s'intentarà no repetir en excés allò que està allà exposat.

5.1.6.a.- Activitat 1- Reflexió individual

Per tal d'evitar que els alumnes no lliuessin aquesta reflexió individual tal i com havia passat en la pràctica 2, es va decidir que els alumnes haguessin de realitzar l'activitat de reflexió individual (A24) en una lectura. Tot i les reticències inicials davant la dificultat de la tasca proposada, al final la majoria dels alumnes van llegir-se l'activitat amb calma i es van posar a respondre-les. La recollida de dades, més enllà del comentari que s'acaba de realitzar, va consistir en la producció escrita dels alumnes a les activitats que es van plantejar als alumnes en l'activitat 1 de la pràctica 3.

5.1.6.b.- Activitat 2 – Reflexió en grup

En començar la sessió es van posar en grups i van fer la discussió en grup de la reflexió individual que havien fet pel matí a la lectura. En passar grup per grup es van observar moltes dificultats per a la realització de les tres pràctiques en general.

També es va observar que tant en el grup 2 com en el grup 4 les estratègies errònies que havien proposat en sessions anteriors per resoldre les situacions pràctiques que se'ls hi plantejaven tornaven a sorgir. Aquesta dificultat per superar les estratègies errònies també serà analitzat posteriorment.

5.1.6.c.- Activitat 3 – Presa de dades

Alguns alumnes van tornar a prendre dades del pati petit per poder completar la presa de dades de la pràctica 1 i poder-la acabar. Per aquest motiu no tots els alumnes van realitzar la presa de dades corresponent a la pràctica 3.

En aquesta tercera pràctica es va observar que ja tenien més confiança en l'ús del teodolit eina amb la qual en aquesta presa de dades havien de prendre més d'una mesura. Les estratègies per a situar el teodolit on es veïés el punt més alt del gimnàs sota un angle de 45° van ser dues:

- mirar sota quin angle es veia en un determinat punt i després movien el teodolit cap al gimnàs o cap a l'altra banda segons l'angle fos més petit o més gran de 45° .
- situaven l'angle del teodolit a 45° , miraven si en una determinada localització el punt més alt del gimnàs quedava amunt o avall de la visual del teodolit i aleshores movien el teodolit cap al gimnàs o cap a l'altra banda en conseqüència.

Alguns alumnes es van mostrar sorpresos d'estar prenent més d'una dada i es movien entre el dubte de si ho estaven fent malament, la sorpresa pel mètode i la reflexió: "no hi ha un mètode més matemàtic?"

A part d'aquests comentaris i observacions recollides durant la presa de dades, com en la pràctica 2 es van realitzar fotografies sobre les dades que estaven prenent els alumnes.

5.1.7.- Examen tema 7

Mentre els alumnes realitzaven l'examen es va col·locar el teodolit a la part final de la classe i es va fer anar passant els alumnes a prendre la mesura fins al punt més alt de la classe.

Es pretenia que el teodolit quedés fixat i tothom hagués de prendre la mateixa mesura, però el poc pes del teodolit va fer que en alguns moments de la sessió algun alumne en marxar o en posicionar-se i per estar en un espai reduït li donés algun cop i es mogué. En el cas que un alumne el mogué just en començar la mesura es va deixar que la prengué i després jo vaig prendre la mesura i vaig anotar-la en el full d'observacions.

Durant l'observació també es van anotar si els alumnes, en prendre les mesures van torçar o moure el teodolit o alguna part d'aquest (per exemple, el goniòmetre vertical).

Dos alumnes que van faltar a la realització de l'examen del dimarts 3 de febrer van fer l'examen el dijous 5 de febrer i van prendre les mesures després de l'hora de classe i fora de l'aula.

5.1.8.- Qüestionari sobre la realització de les pràctiques

Davant les dificultats que els alumnes estaven tenint per lliurar les pràctiques vam decidir passar-los un qüestionari perquè ells reflexionessin sobre les pràctiques: la seva opinió, les seves valoracions, les dificultats amb què s'havien trobat i sobretot que pensessin de quina manera les podien superar per lliurar les pràctiques.

A partir de les seves anotacions es va intentar desbloquejar a alguns dels alumnes.

5.1.9.- Qüestionari sobre el treball en grup

També es va passar un qüestionari sobre les seves impressions sobre el treball en grup. Els alumnes van realitzar el qüestionari de manera individual i per escrit en 5 min al final d'una lectura en què es va fer una posada en comú extra per les pràctiques.

5.1.10.- Entrevistes

Es va entrevistar a tres alumnes. Es van triar tres alumnes que fossin de diferents grups. Els dos primers alumnes es van triar entre els alumnes que havien presentat les pràctiques i que havien tingut relativament menys dificultats en realitzar-les. El tercer alumne es va triar entre els alumnes que havien tingut més dificultats. En

particular va lliurar les tres pràctiques però amb la tercera pràctica havia manifestat tenir-hi moltes dificultats i la va lliurar amb molt endarreriment.

Les entrevistes es van realitzar en dies diferents ja que s'havia de buscar un espai on poder realitzar l'entrevista amb tranquil·litat (gens senzill en un institut amb molts problemes d'espai) i per horari. Es van realitzar a final de curs i s'havia de tenir en compte de destorbar el mínim a la classe que faltés l'alumne. Les entrevistes es van filmar i després es van transcriure.

(El segon alumne que s'havia triat va manifestar que no estaria còmode realitzant l'entrevista i per tant es va triar un altre representant del mateix grup).

5.2.- 1a Anàlisi de dades

En la realització de la unitat didàctica es van proposar als alumnes les activitats que s'han descrit i que van comportar la recollida d'una gran quantitat de dades. L'anàlisi d'aquestes dades s'ha realitzat en diferents fases per a donar resposta tant a l'anàlisi de les diferents activitats de manera individual (primera i tercera anàlisi) com a preguntes de caràcter més transversal amb dades obtingudes en diferents activitats i amb diferents instruments (segona i quarta anàlisi).

En aquesta primera fase a partir de les dades recollides s'han organitzat mitjançant eines (generalment taules) que facilitin tant el seu emmagatzematge com el seu tractament tant en aquesta primera com en les posteriors anàlisis. En última instància també s'ha realitzat una anàlisi amb detall i de manera individual de les diferents produccions dels alumnes.

En l'apartat de la metodologia del capítol quart es va fer la corresponent descripció de les taules que s'exposaran en aquesta secció, és per això, que per facilitar-ne la lectura en els següents apartats només es faran breus al·lusions i es remet al lector als corresponents apartats del capítol anterior on es poden consultar els detalls.

Per a l'estructura d'aquesta secció es seguirà amb l'ordre cronològic amb què es van realitzar les diferents activitats. A continuació es començarà per la primera activitat de l'avaluació inicial.

Una primera anàlisi preliminar de les activitats d'avaluació inicial va ser realitzada abans de la implementació de la unitat didàctica i és per això que se n'analitzen els resultats tant en clau individual com en grup: d'aquesta manera si s'haguessin detectat disfuncions respecte la homogeneïtat dels grups aquestes podien haver estat minimitzades abans de la realització del gruix de la unitat didàctica.

5.2.1.- Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit.

5.2.1.a.- Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit. Part 1.

Per a l'anàlisi de les dades d'aquesta primera pràctica introductòria es va elaborar la taula AI_PIIIa. A la metodologia es troba la informació recollida en cada columna així com el codi que s'ha fet servir per acolorir cada cel·la. Adjuntem la taula a continuació:

Taula 5.2. Recollida de dades de la pràctica 3.1. Part 1

Alumne	Dada anotada	Ús de les unitats
alumne 1.1	23°	Sí
alumne 1.2	21'5°	Sí
alumne 1.3	21	No
alumne 1.5	24	No
alumne 1.6	21	No
alumne 2.1	22°	Sí
alumne 2.3	22°	Sí
alumne 2.4	31°	Sí
alumne 2.5	24	No
alumne 3.1	23	No
alumne 3.3	10'7°	Sí
alumne 3.4	35° 22°	Sí
alumne 3.5	38	No
alumne 4.1	22°	Sí
alumne 4.3	37	No
alumne 4.4	21°	Sí
alumne 4.5	23°	Sí

En primer lloc ens adonem que dels 21 alumnes que formen el grup classe van assistir a la sessió de la pràctica 17 alumnes. Observem que falta un alumne de cada grup. Tal i com ja es va comentar en l'apartat de la formació de grups hi ha alumnes amb un alt grau d'absentisme i això va ser tingut en compte a l'hora de formar els grups.

A partir de les dades es va elaborar la següent taula on trobem el recompte dels resultats dels alumnes en cada interval i el tant per cent que representen respecte les 17 pràctiques realitzades:

Taula 5.3.- Estadística dels resultats de la "Dada anotada" segons tipus d'interval pràctica 3.1. Part 1

Activitat	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Presa de dades	8	47'06%	3	17'65%	6	35'29%

A partir de la taula, notem que per ser la primera vegada que aquests alumnes mesuraven amb un teodolit, els resultats són força satisfactoris. La majoria dels alumnes estan entre l'interval verd i groc.

Mirant però les dades dels alumnes ens adonem que hi ha 2 alumnes que han posat nombres decimals en la dada recollida. En les observacions que es van fer a la sessió de la presa de dades es va observar que la majoria de mesures preses no

eren exactes, però els alumnes d'una manera natural han tendit a arrodonir la dada d'una manera automàtica adaptant-se a la precisió de l'instrument.

També observem amb aquesta primera pràctica introductòria la distribució de les respostes segons els grups, ja que arribat aquest punt els grups encara no havien estat comunicats als alumnes i aquestes primeres pràctiques també han estat utilitzades per "testar" la homogeneïtat dels grups. En una primera observació ja hem esmentat que pel que fa el criteri d'absentisme la distribució entre els grups havia estat equitativa.

Anem ara a observar l'anterior estadística de les respostes segons els grups.

Grup	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Grup 1	3	60%	1	20%	1	20%
Grup 2	2	50%	0	0%	2	50%
Grup 3	1	25%	1	25%	2	50%
Grup 4	2	50%	1	25%	1	25%
Total	8	47'06%	3	17'65%	6	35'29%

Observant la taula, notem que el grup 1 obté força millors resultats que els altres grups, els grups 2 i 4 tenen resultats propers al total del grup classe i que el grup 3 ha obtingut uns resultats més fluixos. No obstant, no són resultats massa alarmants.

Després de fer aquesta anàlisi quantitativa amb les respostes, farem una anàlisi qualitativa més exhaustiva dels 6 resultats pertanyents a l'interval vermell.

Anàlisi dels resultats a l'interval vermell

Hi ha 6 resultats incorrectes: 24° , 31° , 24° , $10'7''$, 38° i 37°

En primer lloc ens adonem que només amb la dada escrita no podem saber si l'error ha estat en el càlcul, en la lectura o fins i tot en la transcripció ja que no es duïen el full al costat del teodolit.

En aquesta primera pràctica ja s'ha esmentat que no es van anotar la dada que prenia cada alumne per treure pressió sobre els alumnes en el seu primer contacte amb el teodolit. No obstant es va aprofitar per prendre unes quantes anotacions quan la situació ho permetia. Aquestes anotacions no aporten informació de tots els alumnes però no podem deixar de mencionar-les.

El dos resultats de 24° són els que més s'aproximen als resultats correctes i per tant es pot considerar que hi ha hagut una manca de precisió en la mesura per no haver fet coincidir amb prou exactitud les dues puntes del goniòmetre amb el punt més alt de la paret.

En el cas de les mesures 31° (alumne 2.3) i $10'7''$ (alumne 3.3) comptem afortunadament amb més informació per a la seva interpretació, ja que en aquests

dos casos es va observar la seva presa de mesures. En el cas de l'alumne 2.3 la dada presa que es va observar era de 21° . En aquest cas l'explicació més lògica seria un error en la transcripció ja que l'anotació de la dada no era immediata (els alumnes es van deixar el full a la taula i es dirigien cap al teodolit sense res per anotar la dada). L'alumne havia de localitzar la marca dels 20° i dels 30° i si la segona xifra de la dada anotada és un 1, cal suposar que la lectura va ser correcta però que a l'hora de transcriure la dada i en passar el lapse de temps i en tenir al cap les dades de 20° i 30° es va produir l'error. Recordem que es descarta l'error en la presa de la dada perquè va ser una de les dades que es van observar directament.

En el cas de l'alumne 3.3 també va passar el mateix. La dada presa va ser correcta entre 21° i 22° . La dada que l'alumne va anotar en el full de resposta s'escapa, al meu entendre, de cap dels errors estàndard que es podrien donar. Malauradament en realitzar les entrevistes no es va aprofitar per preguntar-li en aquest alumne sobre aquest error.

En els altres dos casos 38° i 37° poden haver-hi dues hipòtesis. En primer lloc que es tracti d'un error en la presa de la mesura, per exemple que no s'ha acabat d'entendre el funcionament del teodolit i que només s'ha fet coincidir una de les puntes amb el punt més alt de la paret i no s'ha considerant l'alineació que s'ha de produir entre els dos extrems del teodolit i el punt més alt de la paret que volem mesurar. Pot recolzar aquesta hipòtesi la presa de mesura que realitzar el primer alumne que va emprar el teodolit, l'alumne 3.4; aquest alumne va prendre una primera mesura que va anotar en el seu full i que es veu reflectida en la taula: 35° . Després va estar observant a la resta dels companys com prenen les dades i va demanar permís per poder tornar a prendre la mesura, ja que segons ell, "ho havia fet malament". Notem que després en el full de respostes, va ratllar la resposta 35° i hi va indicar la resposta 22° que és una resposta dins de l'interval verd. Des del seu lloc només podia veure la posició general del goniòmetre vertical mentre els companys prenen la mesura, per tant aquesta era la única indicació que podia percebre per creure que la seva presa de dades havia estat errònia.

En segon lloc podem considerar un error en la lectura ja que les mesures 21° i 22° estan dins l'interval verd i la mesura 23° seria interval groc. Un cop col·locat el teodolit en una posició fixada (com era el cas) es pot fer la lectura de la dada per una banda o per l'altra, en les dues visions no veiem exactament el mateix i per tant la lectura de la dada pot en un cas induir més a l'error. Observem les dues fotografies següents:



fig. 22: Detall lectura teodolit 1

En la figura 22 el teodolit està col·locat amb un angle de 22° . Es veu clarament la marca blanca dels 20° i la marca blanca dels 30° i també es distingeix amb claredat que la marca blava que assenjala l'angle amb què s'ha pres la mesura està situada a dues marques més petites de distància cap a la dreta de la marca dels 20° .

En la figura 23 el teodolit també està col·locat amb un angle de 22° . Per la posició del teodolit a l'aula durant el desenvolupament de la pràctica 3.1 seria la manera més natural de fer la lectura ja que el teodolit estava posicionat molt a prop de la paret per fer la lectura per la banda de la figura 22.

Observem que ara també es distingeixen clarament on assenyala la marca blava i les marques blanques dels 20° i dels 30° tot i que ara és la marca de 30° la que queda més a l'esquerra. Ara la lectura s'ha de fer de dreta a esquerra i en aquesta situació i amb una lectura ràpida d'esquerra a dreta tal i com estem acostumats podríem dir que marca 38°.



fig. 23: Detall lectura del teodolit 2

Per altra banda també cal destacar que tal i com es veu a la fotografia la marca dels 20° destaca de manera ostentosa i per tant és fàcil adonar-se'n.

Després d'aquesta primera presa de dades amb el teodolit s'ha constatat⁵⁹ que només amb la dada escrita no podem determinar si l'error en la dada s'ha produït per un error en la presa de la mesura o un error en la lectura. En les següents activitats que involucren una presa de dades amb el teodolit aquest aspecte ja es va tenir en compte en el disseny de la unitat i dels instruments de recollida de dades.

A més a més, si els alumnes no tenen a mà el full per anotar les respostes podríem afegir també que pot haver-hi un error a l'hora de transcriure la dada.

Per tant en les successives pràctiques per intentar extreure conclusions més acurades al respecte ja es va preveure en el disseny un recull de dades més exhaustiu.

5.2.1.b.- Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit. Part 2.

En la segona part d'aquesta pràctica 3.1 es feia als alumnes les quatre preguntes amb resposta oberta següents:

Pregunta 1: *Explica de quina manera podríem calcular l'alçada de la classe sense haver-nos d'enfilars enlloc?*

Pregunta 2: *Quines mesures i instruments necessaries per dur a terme el mètode que has pensat?*

Pregunta 3: *Té alguna importància la distància a la qual està situada el teodolit?*

Pregunta 4: *Té alguna importància l'alçada a la qual està situada el teodolit?*

Per a l'anàlisi de les dades de la segona part d'aquesta primera pràctica introductòria es va elaborar la taula AI_PIIIb segons els criteris que s'han explicat a la part de metodologia. Per la seva longitud la taula es troba a l'annex (A41)

Recordem que els alumnes van tenir uns 15-20 minuts per fer les dues parts d'aquesta pràctica 3.1 i que la presa de la mesura per la primera pràctica els hi prenia menys d'un minut. També cal recordar (tal i com ja s'ha mencionat amb anterioritat) que es va deixar que els alumnes consultessin el llibre per contestar les preguntes però d'una manera individual.

⁵⁹ Aquest aspecte ja s'havia detectat en l'anàlisi de les dades del treball de recerca.

En primer lloc es va fer un estudi sobre les respostes en termes qualitius i es va classificar les respostes en: acabada, inacabada i cap resposta. A continuació tenim la taula que recull aquestes dades:

Taula 5.5.- Estadística de les respostes. Pràctica 3.1. Part 2.

Respostes	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4
Resposta acabada	4	10	5	6
Resposta inacabada	7	1	2	1
Cap resposta	6	6	10	10

Una primera anàlisi preliminar de les dades ja mostren que els resultats van ser força pobres: hi ha un gran nombre d'alumnes que no donen cap resposta i en cas de les preguntes tres i quatre aquesta és l'opció majoritària. Observant més acuradament la taula AI_PIIb s'observa que 4 persones van lliurar el full de respostes sense contestar cap de les 4 preguntes i 4 persones més van donar respostes molt parcials.

Anàlisi homogeneïtat dels grups

Aquestes activitats d'avaluació inicial també van ser usades per comprovar que la distribució de grups que s'havia fet era acceptable en termes d'homogeneïtat. A continuació es van fer dos estudis sobre la distribució de les respostes tenint en compte el criteri de grup i que es troba recollit en la taula 5.6 següent:

Taula 5.6.- Estadística de les respostes. Pràctica 3.1 Part 2.

Respostes	Grup 1		Grup 2		Grup 3		Grup 4	
	#	%	#	%	#	%	#	%
Resposta acabada	4	20%	12	75%	5	31'25%	4	25%
Resposta inacabada	2	10%	3	18'75%	3	18'75%	3	18'75%
Cap resposta	14	70%	1	6'25%	8	50%	9	56'25%

Observem que en aquesta segona part el grup 3 tot i no obtenir uns bons resultats no estan lluny dels altres grups i que en aquest cas el grup 1 obté uns resultats pitjors que la resta de grups. Per tant, tal i com ens havíem mencionat en la part 1 de la pràctica els resultats creiem que mostren que els grups són força homogenis.

A continuació, es farà una anàlisi amb detall de cada pregunta.

Anàlisi segons pregunta

Pregunta 1: Explica, de quina manera podríem calcular l'alçada de la classe sense haver-nos d'enfilegar enlloc?

Observant la taula 5.5 notem que en aquesta pregunta hi ha 4 respostes acabades i 7 d'inacabades.

Respostes acabades:

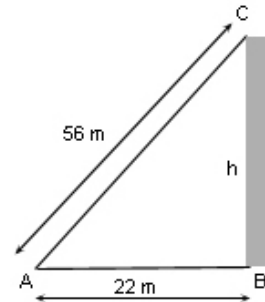
Recordem que totes les respostes que van donar els alumnes es troben recollides a la taula AI_PIIIB (A41). D'entre totes en destaquen 2, les respostes de l'alumne 1.2 i de l'alumne 4.3

L'alumne 1.2 escriu: "Sabem que un edifici projecta una ombra de x m i la distancia des del punt més alt fins a l'extrem de l'ombra".

Aquest alumne va saber identificar del llibre una situació anàloga a la que era preguntada en la aquesta primera pregunta ja que també s'ha de trobar l'alçada d'un edifici sense "enfilarse".

L'alumne identifica la situació i és capaç d'abstractre el cas concret, però l'escull que l'alumne no pot salvar són les dades de les quals parteix el problema.

La situació proposada i resolta en el llibre dóna per coneguda la distància des del punt més alt de l'edifici fins a l'extrem de l'ombra així com l'ombra.



Es pot veure l'esquema en la figura de la dreta

fig. 24: Detall exercici llibre

Arribat aquest punt detectem diversos problemes amb aquest mètode que poden haver fet que l'alumne no continués:

- en tractar-se de l'alçada de la classe i no estar a l'exterior no tenim l'ombra projectada i per tant no la podem mesurar.
- la dificultat de calcular la distància entre el punt més alt de la classe i l'extrem de l'ombra sense tampoc enfilar-se.
- la dificultat d'encabir-hi la mesura amb el teodolit en aquesta resolució.

No obstant les dificultats amb què es va trobar l'alumne i que no va poder superar s'ha considerat que era un plantejament amb interès suficient com per ser mencionat i analitzat en detall.

Per la seva part, l'alumne 4.3. escriu en el seu full de respostes:

Amb un regle mesurem 100 cm de la paret, fem una marca i veiem quants graus de visió tenim per a 100 cm, que mesurem quants graus hi ha fins al sostre, llavors fem aquesta equació:

$$\frac{100 \text{ cm}}{x_1^\circ} = \frac{y}{x_2^\circ} \Rightarrow y = \frac{100}{x_1^\circ} \cdot x_2^\circ$$

$y = \text{alçada de la classe}$
 $x = \text{graus}$

fig. 25: Resposta a la pregunta 1 de la pràctica 3.1. Part 2 de l'alumne 4.3

També adjuntem la transcripció que se n'ha fet a l'hora de recollir les dades per facilitar-ne la ràpida comprensió.

“Amb un regle mesurem 100 cm de la paret, fem una marca i veiem quants graus de visió tenim per a 100 cm, mesurem quants graus hi ha fins al sostre, llavors fem aquesta equació:

$$\frac{100\text{cm}}{x_1^\circ} \cdot \frac{x_2^\circ}{y} ; y = \frac{100}{x_1^\circ} \cdot x_2^\circ$$

y= alçada de la classe
x= graus ”

La resposta d'aquest alumne és molt interessant: estableix una proporcionalitat directa entre l'alçada i l'angle de visió. Situant sobre un croquis la descripció que ha fet l'alumne l'estratègia que ell descriu usant la seva mateixa nomenclatura seria:

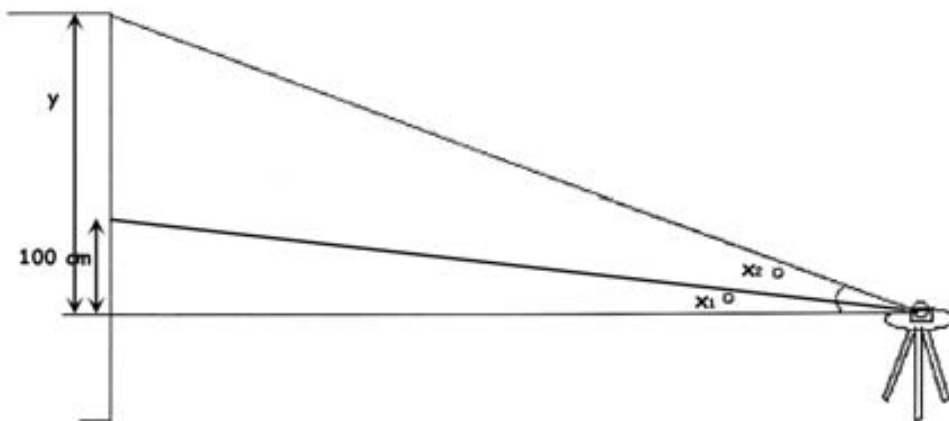


fig. 26: Il·lustració de l'estratègia proposada per l'alumne 4.3 per resoldre la situació proposada a la pràctica 3.1. Part 2.

I aleshores ha establert la proporcionalitat directa:

$\frac{100\text{cm}}{x_1^\circ} = \frac{y}{x_2^\circ}$, però que ha escrit de la següent manera : $\frac{100\text{cm}}{x_1^\circ} \cdot \frac{x_2^\circ}{y}$, notem que no és una equació tal i com l'alumne avançava "llavors fem aquesta equació", és a dir, l'alumne hauria d'haver escrit: $\frac{100\text{cm}}{x_1^\circ} \cdot \frac{x_2^\circ}{y} = 1$, però no ens entretindrem en

aquestes dificultats de caire algebraic que s'escapen dels objectius d'aquesta tesi i anem a analitzar amb més profunditat la proporcionalitat directa emprada en aquesta igualtat.

Aquesta proporcionalitat és falsa, però podem apuntar diverses fonts que poden haver contribuït a aquesta confusió:

- l'estudi dels triangles semblants ens porta la proporcionalitat entre els seus costats i a la igualtat dels seus angles. En aquest cas s'intenta arribar a un igualtat d'aquest tipus.
- el fet que a més alçada li correspongui més angle, fa que l'alumne en dedueixi una relació de proporcionalitat directa, ja que els alumnes de 3r d'ESO només han estudiat amb profunditat la proporcionalitat directa i la proporcionalitat inversa. A aquestes alçades els alumnes no han treballat amb profunditat cap altre tipus de lligam entre dues magnituds que no es correspongui a la funció lineal⁶⁰. És a dir, que en el moment de trobar-se

⁶⁰ Tot i que sí que s'ha estudiat i reflexionat sobre la relació entre la longitud del costat d'un quadrat i l'àrea que delimita. Aquesta relació no ha estat estudiada amb tanta profunditat com la proporcionalitat directa i inversa.

amb una situació que a més alçada li correspon més amplitud d'angle, l'alumne hi dedueix una proporcionalitat directa ja que és el model que té i el que està acostumat a aplicar.

Al meu parer, aquest error destapa un assoliment parcial del concepte de proporcionalitat directa. Als alumnes els hi costa distingir realment entre situacions proporcionals i situacions en què una magnitud augmenta quan l'altra augmenta sense complir proporcionalitat directa, per exemple: el costat d'un quadrat i la seva àrea.

Arribats aquest punt, notem que aquesta confusió està força arrelada en el nostre alumnat i fins i tot després d'estudiar amb profunditat les relacions entre angles i costats en els triangles rectangles amb les raons trigonomètriques. Amb els estudiants de batxillerat científic costa vèncer una primera intuïció que $\tan(2a) = 2 \cdot \tan(a)$, que vindria a amagar la mateixa concepció errònia que deixant per exemple el catet contigu fix, si doblem el catet oposat (l'alçada) es dobla l'angle.

Per a la resta de respostes tant les acabades com les inacabades, els alumnes han donat respostes molt curtes en la seva redacció i que dificulten la interpretació del que pot haver pensat l'alumne.

L'alumne 1.1. escriu: "Podem calcular l'alçada de la classe per graus". Amb només aquestes paraules es fa difícil saber què ha pensat aquest alumne. Hi ha darrere una argument similar al de l'alumne 4.3? Proposa que mesurem els graus amb que veiem el punt més alt de la classe en graus i que després en podem deduir l'alçada de la classe en cm fent simplement "un canvi d'unitats" com es fa en altres magnituds?

L'alumne 2.1 es pregunta: "Podriem utilitzar la geometria?" amb condicional i amb interrogant. Estem davant d'un acte de prudència, d'inseguretat,... també és difícil donar-ne una interpretació.

Per altra banda hi ha els alumnes que es dediquen a omplir les respostes amb la paraula teodolit, intuïnt que per alguna banda ha de sortir el nou instrument explicat.

L'alumne 3.4. a la primera pregunta només respon: "Per escales / Teodolit" i després a la pregunta 2 dóna una explicació amb una mica de profunditat, esperarem a l'anàlisi de la segona pregunta en aquest cas.

I per últim l'alumne 3.5. anota "Podriem calcular l'alçada amb un triangle" i dibuixa un triangle:

Podriem calcular l'alçada amb un triangle 

fig. 27: Detall resposta de la pregunta 1 de la pràctica 3.1. Part 2 de l'alumne 3.5

En aquest cas també ens trobem que la resposta és massa curta per poder fer-ne cap interpretació. En aquest cas no hi ha cap resposta en les següents preguntes que complementi o matisi aquesta breu resposta.

Després de l'anàlisi sobre la primera pregunta, tot seguit passem a fer l'anàlisi de la segona pregunta:

Pregunta 2: Quines mesures i instruments necessaries per dur a terme el mètode que has pensat?

En aquesta segona pregunta la majoria dels alumnes es limiten a contestar respostes del tipus "Utilitzar el teodolit", resposta que s'ha comptabilitzat com una resposta acabada però que no aporta gaire informació per a ser analitzada.

En el cas de l'alumne 3.4. ja havíem avançat que és en aquesta segona pregunta on explica una mica més el mètode que ha pensat per calcular l'alçada de la classe. En la primera pregunta havia respost:

Per escalas / Teodolit

fig. 28: Resposta a la pregunta 1 de la pràctica 3.1. Part 2 de l'alumne 3.4

I és en aquesta segona pregunta on afegim:

Tendria que dibuixar un plànol de la classe amb escala de reducció / És necessària un teodolit. / per a la escala de reducció necessitem escuadre i cartabo.

fig. 29: Resposta a la pregunta 2 de la pràctica 3.1. Part 2 de l'alumne 3.4

En aquest alumne es menciona el fet d'haver de dibuixar un plànol amb escala de reducció. És en l'únic cas que es menciona el concepte d'escala i de necessitar de dibuixar la situació a reducció per poder calcular l'alçada, fet certament interessant, encara que la idea no està prou desenvolupada per poder saber fins a quin punt l'alumne anava ben encaminat. Per altra banda, és curiosa la utilització de la paraula plànol: el triangle imaginari format per la paret, la visual i la distància de la paret al teodolit és difícil relacionar-ho amb el concepte de plànol, però segurament és el concepte més proper que tenen els alumnes per explicar-ho.

Ens tornem a adonar de la dificultat que tenim per a analitzar les respostes dels alumnes a partir de la brevetat de les seves respostes. És molt difícil tot i demanar-ho explícitament que els alumnes escriguin els raonaments i les idees que estan tenint.

Anem ara a analitzar la tercera pregunta:

Pregunta 3: Té alguna importància la distància a la qual està situat el teodolit?

Respecte a aquesta tercera pregunta tenim un "No" i un "Pot ser" sense cap més explicació.

En la banda de les respostes afirmatives tenim respostes una mica més raonades que ens permetran almenys fer-ne alguna comentaris al respecte:

Hi ha dues respostes que contenen la idea que tot i mesurar l'angle de visió sota el qual veiem el punt més alt de la paret de la classe, aquest angle variarà segons la proximitat del teodolit a la paret:

L'alumne 2.4 anota: "Sí perquè la mesura canvia més lluny és el teodolit més petit és la mesura."

L'alumne 4.3. escriu: "Si com més a prop de la paret, menys camp de visió tenim i per tant els angles sortiran més grans"

I una tercera resposta en què hi reflexiona al respecte però no amb tanta claredat:

L'alumne 2.1 respon "Si; perquè si està molt a prop no sortiria la mesura real; te que estar una mica allunyada; però no tant."

Notem que en aquest cas, l'alumne 4.3 del qual hem fet una anàlisi en profunditat de la seva primera resposta, torna a deixar patent que estableix una relació en aquest cas entre la distància del teodolit a la paret i l'angle de visió i que en aquest cas quan la distància disminueix, l'angle augmenta. La dificultat radica en saber la relació exacta entre aquestes dues magnituds.

En el cas de l'alumne 2.1. costa deduir que vol dir amb l'expressió "mesura real". Podria ser que s'adonés del fet que si col·loquem el teodolit molt a prop de la paret, tindrem un angle molt proper a 90° i per tant una mesura amb poca precisió amb el nostre teodolit de l'angle ens portaria a una mesura amb poca precisió de l'alçada ja que el $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan(x) = +\infty$. Però altre cop, és impossible extreure'n conclusions

amb seguretat amb respostes tan breus.

Pregunta 4: Té alguna importància l'alçada a la qual està situada el teodolit?

A la quarta pregunta hi ha dos alumnes que responen "Sí", un altre que respon "Crec que no" i un tercer "No importa l'alçada" sense cap més informació que puguem analitzar.

En canvi, l'alumne 2.4 que ja havia donat una resposta raonada a l'apartat 3, escriu en aquesta quarta pregunta el següent: "Sí perquè la mesura canvia més alt és el teodolit més petit és la mesura".

Aquest alumne se n'adona que deixant el teodolit fix en un punt i mirant el punt més alt de la paret, la mesura també canviarà depenent de l'alçada del terra a la qual estigui situada el teodolit. A més a més, estableix que l'angle de visió disminuirà a mesura que el teodolit estigui més alt.

Resum de la 1a Anàlisi de la pràctica 3.1. Part 1 i 2.

Després d'haver fet aquesta anàlisi de la pràctica 3.1. Iniciació al teodolit. Part 1 i part 2 a continuació es fa un resum dels seus resultats:

- Els alumnes han entès com mesurar amb el goniòmetre vertical del teodolit: el 47,05% han pres una mesura correcta de la visual amb el punt més alt de l'alçada de la classe en la seva primera mesura. Un 17,64% més van prendre una mesura només amb un marge d'error d'un grau.
- Els errors en les mesures poden provenir principalment de dues fonts, per extreure conclusions més acurades en l'aplicació de les següents pràctiques tindrem més dades sobre les mesures preses pels alumnes. No n'hi ha prou amb la dada de l'alumne anotada ja que no podem saber si l'error està en la presa de la mesura o en la

lectura de la mesura. Per minimitzar els errors en la transcripció de dades també es procurarà que els alumnes anotin les dades tan bon punt les prenguin i les llegeixin. Tots aquests aspectes ja s'havien tingut en compte en el disseny de la recollida de dades i es podran treure conclusions més acurades en les posteriors preses de mesures amb el teodolit per part dels alumnes.

- Cap dels alumnes ha sabut, de manera individual, com calcular la mesura de l'alçada de la classe a partir de la mesura amb el teodolit tot i poder consultar el llibre. Hi ha hagut per això alguns intents interessants. S'analitzarà si el treball en grup ajuda a acabar de donar forma a les idees que apunten alguns alumnes a partir de les dades recollides en les sessions posteriors.
- Hi ha seriosos problemes perquè els alumnes anotin tot allò que pensen tot i insistir-hi. Aquest fet complica l'extracció de conclusions.

5.2.2.- Pràctica 0.2: Activitat inicial de mesura. Activitat 2.

Per a recollir les dades de la pràctica 0.2. Activitat 2 es va dissenyar la taula AI_PiA que es troba a continuació:

Taula 5.7. – AI_PiA- Pràctica 0.2.- Activitat 2 – Activitat inicial de mesura				
Alumne	Ordre presa dada	Posicionament de la cinta per mesurar	Inclinació	Dada observada
alumne 1.1	6è – 2n torn	En acabar la goma negra	Poc inclinat cap amunt	56 cm
Observació	Li he demanat que tornés mesurar per poder observar la dada i en tornar-ho a col·locar ho ha inclinat més			
alumne 1.2	2n – 2n torn	Correcte	En principi poc inclinat, després en concentrar-se en la dada se li ha inclinat una mica més	55 cm
Observació	Ha preguntat quin era el resultat de la mesura, en haver de fixar-s'hi s'ha posat nerviós i se li ha inclinat la cinta una mica més.			
alumne 1.3	3è – 1r torn	En acabar la goma negra	No inclinat	57 cm
alumne 1.4	1r – 2n torn	En acabar la goma negra	Inclinat cap amunt, refà la presa de mesura i no ho inclina tant	58 cm
Observació	Dubte a l'hora d'escriure el resultat amb les unitats amb què ha mesurat			
alumne 1.5	4è – 2n torn	En acabar la goma negra	No inclinat	57 cm
Observació	En començar a desenrotllar la cinta aguantant el rotlle amb la dreta i extraient amb l'esquerra, en anar a mesurar de dreta a esquerra ha exclamat "està al revés" i ha canviat i el rotlle de mans i s'ha posat a mesurar d'esquerra a dreta.			
alumne 1.6	5è – 2n torn	Primer malament i després rectifica. Comença als 10	No inclinat	64 cm - 10cm=54 cm

		cm		
Observació	Primer comença a mesurar en acabar la goma negra, després pregunta des d'on ha de començar, jo li comento que jo només observo, que intenti esbrinar-ho ella mateixa. No sap per on ha de començar, dubta i al final tira pel dret i comença a mesurar per 10 cm			
alumne 2.1	5è – 1r torn	En acabar la goma negra	Inclinat cap amunt	56'5 cm
Observació	Ha revisat la mesura abans de donar el resultat i aleshores ha disminuït la inclinació. En no donar-li una mesura exacta s'ha mostrat contrariada i ha revisat la mesura intentant que donés exacte i disminuint la inclinació.			
alumne 2.3	8è – 2n torn	En acabar la goma negra	No inclinat	57 cm
Observació	No dubta a l'hora de començar			
alumne 2.4	3r – 2n torn	En acabar la goma negra	Una mica inclinat cap avall	57 cm
alumne 2.5	1r – 1r torn	Ben col·locada	Una mica inclinat cap amunt	54 cm
alumne 3.1	2n – 1r torn	En acabar la goma negra	Una mica inclinat cap amunt	57 cm (2 ^a mesura)
Observació	Ha tornat a prendre la mesura i ho ha inclinat diferent, menys la segona vegada i se n'ha adonat que no li donava el mateix, però ha donat un resultat			
alumne 3.2	7è – 1r torn	En acabar la goma negra	Inclinat	57 cm
Observació	Ha mesurat de dreta a esquerra			
alumne 3.3	8è – 1r torn	En acabar la goma negra	No inclinat	56'5
Observació	S'ha preocupat molt i s'ha estat uns segons per donar els decimals. Li preocupava la precisió			
alumne 3.5	4t – 1r torn	En acabar la goma negra	No inclinat	56 cm
Observació	No s'ha preocupat de tensar gaire la cinta.			
alumne 4.2	7è – 2n torn	En acabar la goma negra	Inclinat cap amunt	57 cm
Observació	Dubta d'on ha de començar a posar la cinta per mesurar. Mou la cinta disminuint la inclinació perquè li doni una dada exacta.			
alumne 4.3	6è – 1r torn	Posa a la cinta en els 7 cm	No inclinat	62 cm???
alumne 4.4	9è – 2n torn	En acabar la goma negra	Poc inclinat cap amunt	56 cm

Observem que aquesta taula només hi ha les dades dels 17 dels 21 alumnes que van realitzar la pràctica. Els alumnes 2.2, 3.4, 4.1 i 4.5 no van assistir-hi i per això no hi consten. Observem que ara però el resultat ha estat més desnivellat ja que el grup 1 tenia els seus 6 membres i en canvi només hi havien 3 membres del grup 4. A partir de les dades recollides per aquesta pràctica ens fem 4 preguntes:

- **Pregunta 1:** Comencen a mesurar pel 0 ?
- **Pregunta 2:** Posen la cinta mètrica recta per mesurar?

- **Pregunta 3:** La dada que escriuen és la dada presa?
- **Pregunta 4:** Han mesurat correctament l'amplada de la columna?

Per a respondre a les dues primeres preguntes, elaborarem una taula AI_PiA2 que trobem a continuació:

Taula 5.8. – AI_PiA2- Pràctica 0.2.- Activitat 2 – Activitat inicial de mesura		
Alumne	Posicionament de la cinta per mesurar	Inclinació
alumne 1.1	En acabar la goma negra	Poc inclinat cap amunt
alumne 1.2	Correcte	En principi poc inclinat, després en concentrar-se en la dada se li ha inclinat una mica més
alumne 1.3	En acabar la goma negra	No inclinat
alumne 1.4	En acabar la goma negra	Inclinat cap amunt, refà la presa de mesura i no ho inclina tant
alumne 1.5	En acabar la goma negra	No inclinat
alumne 1.6	Primer malament i després rectifica. Comença als 10 cm	No inclinat
alumne 2.1	En acabar la goma negra	Inclinat cap amunt
alumne 2.3	En acabar la goma negra	No inclinat
alumne 2.4	En acabar la goma negra	Una mica inclinat cap avall
alumne 2.5	Ben col·locada	Una mica inclinat cap amunt
alumne 3.1	En acabar la goma negra	Una mica inclinat cap amunt
alumne 3.2	En acabar la goma negra	Inclinat
alumne 3.3	En acabar la goma negra	No inclinat
alumne 3.5	En acabar la goma negra	No inclinat
alumne 4.2	En acabar la goma negra	Inclinat cap amunt
alumne 4.3	Posa a la cinta en els 7 cm	No inclinat
alumne 4.4	En acabar la goma negra	Poc inclinat cap amunt

Respecte a la primera pregunta:

Pregunta 1: Comencen a mesurar des del 0?

La resposta és contundent: només 2 dels 17 alumnes ho fan. Per tant, només el 11'76% comencen a mesurar des del zero de la cinta mètrica. Hem de tenir en compte que d'aquí no podem deduir directament que no han sabut mesurar amb la cinta mètrica llarga ja que la resposta final no ha de perquè ser incorrecta d'entrada, per exemple hi ha el cas de l'alumne 1.6 (acolorit de color groc) que davant el dubte va començar a mesurar als 10 cm i després ho va tenir en compte a l'hora de donar el resultat final.

No obstant aquest darrer comentari final i que es redueix a un únic cas els resultats són molt contundents.

Pregunta 1: Comencen a mesurar des del 0?

Resposta 1: No. Només el 11'76%

Per analitzar amb més detall la segona pregunta:

Pregunta 2: Posen la cinta mètrica recta per mesurar?

s'ha realitzat la següent taula tot agrupant les respostes de la columna "Inclinació" de la taula anterior segons les tres classificacions establertes. S'hi ha indicat tant el recompte com el percentatge:

Activitat	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Posició de la cinta	6	35'29%	5	29'41%	6	35'29%

Els resultats no són tant dramàtics com els de la pregunta 1 però no són massa encoratjadors tenint en compte que són alumnes de 3r d'ESO.

Recordem que en aquesta primera anàlisi de les activitats d'avaluació inicial s'ha anat fent una anàlisi de la situació per grups ja que en aquestes activitats encara s'estava a temps de poder fer reajustaments puntuals dels grups de cara al gruix de la unitat didàctica. A continuació trobem els resultats de la taula anterior però ara desglossats per grups:

Grup	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Grup 1	3	50%	1	16'67%	2	33'33%
Grup 2	1	25%	2	50%	1	25%
Grup 3	2	50%	1	25%	1	25%
Grup 4	0	0%	1	33'33%	2	66'67%
Total	6	35'29%	5	29'41%	6	35'29%

En aquest cas el grup 1 i el grup 3 obtenen uns resultats sensiblement millors que les altres, i realment destaca el grup 4 que a més d'acumular dues de les quatre baixes, els tres membres del grup assistents no tenen cap interval verd i només un de taronja.

Pregunta 2: Posen la cinta mètrica recta per mesurar?

Resposta 2: Majoritàriament no. Només ho fan el 35'29%

A continuació anem a analitzar la relació entre la dada presa i la dada anotada en el full. És a dir, anem a analitzar la tercera pregunta que ens havíem fet:

Pregunta 3: La dada que escriuen és la dada presa?

Per fer-ho s'ha elaborat la taula AI_P1a3 que s'adjunta a continuació. La descripció en detall de la metodologia emprada es troba a l'apartat 4.3.2.b.

Taula 5.11.- Correspondència entre la dada observada i la dada anotada per l'alumne. Pràctica 0.2- Activitat 2.

Alumne	Ordre presa dada	Dada observada (D _o)	Dada anotada en el full de respostes (D _a)
alumne 1.1	6è - 2n torn	56 cm	57
alumne 1.2	2n - 2n torn	55 cm	55 cm
alumne 1.3	3è - 1r torn	57 cm	58 cm
alumne 1.4	1r - 2n torn	58 cm	5,5 cm m
alumne 1.5	4è - 2n torn	57 cm	5,7
alumne 1.6	5è - 2n torn	64 cm -10cm= 54 cm	54 cm
alumne 2.1	5è - 1r torn	56'5 cm	56 cm
alumne 2.3	8è - 2n torn	57 cm	57 m
alumne 2.4	3r - 2n torn	57 cm	57
alumne 2.5	1r - 1r torn	54 cm	54 cm
alumne 3.1	2n - 1r torn	57 cm	56
alumne 3.2	7è - 1r torn	57 cm	57
alumne 3.3	8è - 1r torn	56'5	56.6 cm
alumne 3.5	4t - 1r torn	56 cm	58
alumne 4.2	7è - 2n torn	57 cm	5,7 cm
alumne 4.3	6è - 1r torn	62 cm	57 cm
alumne 4.4	9è - 2n torn	56 cm	56 cm

Com hem fet per a la segona pregunta, analitzarem els resultats primer en global i després per grup.

Taula 5.12.- Estadística de la correspondència entre la dada observada i la dada presa per l'alumne. Pràctica 0.2						
Activitat	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Correspondència	6	35'29%	6	35'29%	5	29'41%

En aquest cas els resultats són més positius: més d'un 35% dels alumnes anoten la dada mesurada amb una diferència menor o igual a mig centímetre i a més hi anoten les unitats. Si hi afegim l'interval groc hi tenim més d'un 70% dels alumnes. Anem per això a fer una anàlisi amb més detall dels resultats de l'interval groc.

En aquesta pràctica es va anotar per cada alumne la dada que ells havien mesurat i l'alumne anotava just després de la lectura la dada en el full elaborat a tal efecte. Cada alumne a més a més va realitzar la presa de la dada de manera individual i tenint tot el temps que requerís per a fer-la. Per tant, en l'anàlisi d'aquestes dades i en la seva interpretació en termes d'errors en la lectura de la dada obtinguda amb una cinta mètrica llarga podem ser força acurats.

Si analitzem els alumnes en l'interval groc notem que tres alumnes anoten la dada amb menys de 0,5 cm amb la dada mesurada però es deixen de posar les unitats; en dos casos (alumne 2.4 i alumne 3.2) anoten 57 que podem pensar que són cm però en el tercer cas (alumne 1.5) anota 5,7 que hem de pensar en una conversió a dm, en no indicar les unitats no podem concloure res més.

L'alumne 1.3 anota la dada amb la unitat correcta i amb un diferència d'un centímetre i que es pot atribuir a problemes amb l'arrodoniment. Els dos últims casos (alumne 1.1 i alumne 3.1) corresponen a una diferència d'un cm però a més a més si han deixat d'anotar la dada.

En l'interval vermell hi tenim menys d'un 30% dels alumnes. Notem que el cas de l'alumne 4.2 no és un problema de presa de la mesura ni de lectura sinó de conversió d'unitats (fet per altra banda també força greu en alumnes de 3r d'ESO). En la dada de l'alumne 1.4 també s'evidencien dubtes i dificultats en l'ús de les unitats de longitud del SMD afegit en aquest cas en un error també en la lectura. En aquest grup també hi hem d'encabir l'alumne 2.3 amb una resposta de 57 m per una columna de poc més de dos pams!

L'alumne 3.5 dóna una resposta dos centímetres allunyada de la mesura presa i a més a més no hi indica les unitats. Aquí podem concloure que hi hagut un error en lectura de la cinta mètrica llarga. En el cas de l'alumne 4.3 també podem concloure que hi ha hagut un error en la presa de la mesura ja que hi ha una diferència de 5 cm. En aquest darrer cas pot haver-hi hagut una confusió de la marca diferenciada dels 5 cm amb la dels 10 cm. Vegi's la figura següent.

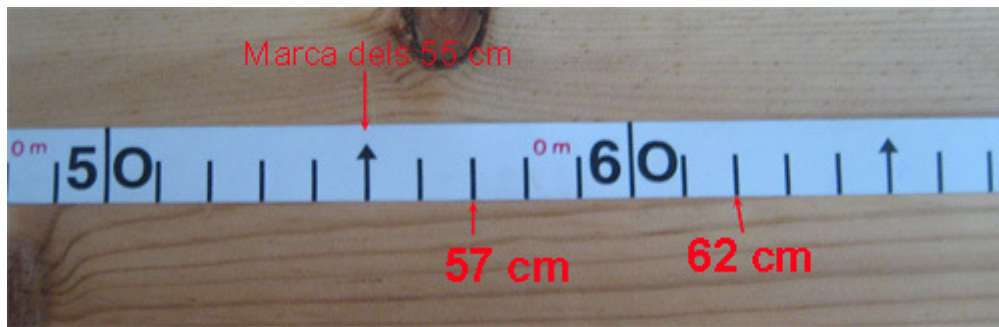


fig. 30: Detall cinta mètrica llarga

Com en els casos anteriors fem una anàlisi per grups. En la següent taula desglossem els resultats anteriors per cada grup. S'hi indica el nombre d'integrants de cada grup que es troba en cada un dels tres intervals establerts així com el percentatge que representen també respecte al total dels 17 alumnes que van realitzar la pràctica:

Taula 5.13.- Estadística de la correspondència entre la dada observada i la dada presa per l'alumne i segons grup. Pràctica 0.2

Grup	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Grup 1	2	11'76%	3	17,64%	1	5'88%
Grup 2	2	11'76%	1	5'88%	1	5'88%
Grup 3	1	5'88%	2	11'76%	1	5'88%
Grup 4	1	5'88%	0	0%	2	11'76%
Total	6	35'29%	6	35'29%	5	29'41%

En aquest cas els resultats estan força repartits. Els grups 1 i 2 destaquen lleugerament en el sentit positiu i per l'altre banda es situaria el grup 4.

Pregunta 3: La dada que escriuen és la dada presa?
Resposta 3: Només poc més del 35% dels alumnes anoten la dada presa amb precisió i correctament.

A l'hora d'exposar la realització d'aquesta pràctica es va mencionar el fet que a mesura que els alumnes acabaven de prendre la dada i es dirigien cap a l'aula la resta dels companys els hi preguntaven què havien de fer i en saber-ho quina resposta els hi havia donat. Aquest fet es va donar tant en el primer com en el segon torn tot i que amb molta més facilitat en el primer torn. Ja es va apuntar en aquell moment que es faria una anàlisi sobre si aquest fet havia tingut alguna repercussió en les dades anotades pels alumnes, és a dir, ens preguntem:

Pregunta 3.1: L'ordre amb què van prendre les dades ha tingut alguna repercussió?

Per fer-ho s'ha elaborat la taula AI_P1a4 a partir de la taula AI_P1a3 però amb les seves files ordenades no per la columna alumne i l'ordre segons el grup i el seu

ordre dins el grup, sinó ordenada segons l'ordre amb què van realitzar la presa de la dada i que quedava recollida en la columna "**Ordre presa dada**":

Taula 5.14.- Correspondència entre la dada observada i la dada anotada per l'alumne segons l'ordre en què es va fer la presa de mesures. Pràctica 0.2- Activitat 2.

Alumne	Ordre presa dada	Dada observada (D _o)	Dada anotada en el full de respostes (D _a)
alumne 2.5	1r - 1r torn	54 cm	54 cm
alumne 3.1	2n - 1r torn	57 cm	56
alumne 1.3	3è - 1r torn	57 cm	58 cm
alumne 3.5	4t - 1r torn	56 cm	58
alumne 2.1	5è - 1r torn	56'5 cm	56 cm
alumne 4.3	6è - 1r torn	62 cm	57 cm
alumne 3.2	7è - 1r torn	57 cm	57
alumne 3.3	8è - 1r torn	56'5 cm	56.6 cm
alumne 1.4	1r - 2n torn	58 cm	5,5 € m
alumne 1.2	2n - 2n torn	55 cm	55 cm
alumne 2.4	3r - 2n torn	57 cm	57
alumne 1.5	4t - 2n torn	57 cm	5,7
alumne 1.6	5è - 2n torn	64 cm -10cm= 54 cm	54 cm
alumne 1.1	6è - 2n torn	56 cm	57
alumne 4.2	7è - 2n torn	57 cm	5,7 cm
alumne 2.3	8è - 2n torn	57 cm	57 m
alumne 4.4	9è - 2n torn	56 cm	56 cm

En principi els resultats del primer torn s'assemblen però no s'hi veu un patró on els alumnes responguin la mateixa dada. També s'observa que les dades s'assemblen a les del segon torn on no hi ha va haver tanta facilitat perquè es produís aquest traspàs d'informació (ja que estaven a l'aula amb la tutora i fent altres activitats). També observem que en la majoria de casos la dada anotada correspon amb la dada mesurada i només en el cas de l'alumne 4.3 (el sisè del primer torn) anota una dada allunyada de la dada presa, sent aquesta dada anotada més semblant a la resta de dades que donen els companys que a la que ell va mesurar. Aquesta també podria ser una interpretació a afegir a la que s'ha donat en analitzar aquest error en l'apartat anterior.

També hem d'afegir que els alumnes no tenien la certesa que els hi preguntaria a tots el mateix i per tant la seva inquietud per saber què havien fet els altres i què els hi havia donat és natural entre companys però a partir de les dades sembla que

té una influència relativa a l'hora de donar la seva resposta. A partir de les anàlisis de les preguntes 1 i 2 va tenir molta més influència en el resultat final els problemes que els hi va causar la dificultat de saber on estava el zero de la cinta i les inclinacions que no van tenir en compte que saber quin resultat havia anotat el company.

Pregunta 3.1: L'ordre amb què van prendre les dades ha tingut alguna repercussió?

Resposta 3.1: No, no s'observa cap patró.

Per últim i després d'haver analitzat en detall les tres preguntes anteriors ens fem la darrera:

Pregunta 4: Han mesurat correctament l'amplada de la columna?

La mesura correcta de l'amplada de la columna és de 54 cm.

Arribats aquest punt notem que els alumnes han fet bàsicament dos errors:

- començar a mesurar a partir de la goma negra i per tant, "sumen" una mica més de 2 cm a la mesura
- inclinar la cinta mètrica, per tant segons la inclinació també estan afegint longitud a la mesura.

Anem a analitzar més detalladament la influència que té la inclinació de la cinta en el resultat. En anotar que els alumnes van inclinar la cinta al mesurar, en la majoria del casos ja es va matisar que només era "una mica inclinat". No estem parlant d'inclinacions de 20° que ens portarien a que si l'amplada de la paret és de 54 cm, la mesura presa fos de 57'46 cm. Estaríem parlant més aviat d'una inclinació d'entre uns 5-10° i que per tant refent els càlculs anteriors, ens donarien unes longituds entre 54'2 i 54'83. Per tant, aquest error és difícilment detectable a partir del resultat final de la mesura on diferències de menys d'un centímetre també es podrien atribuir a arrodoniments finals de la dada presa, però ens pot ajudar ara a interpretar les mesures preses pels alumnes

A continuació s'ha elaborat la taula AI_P1a5 on s'han recollit només les dades referents a la mesura presa i s'han acolorit les cel·les segons la correcció emprada per mesura la dada. La metodologia es troba en l'apartat 4.3.2.b.

Taula 5.15.- Relació de dades observades sobre la mesura de la columna. Pràctica 0.2. Activitat 2

Alumnes	Dada observada			
	Grup 1	Grup 2	Grup 3	Grup 4
alumne 1	56 cm	56'5 cm	57 cm	FALTA
alumne 2	55 cm	FALTA	57 cm	57 cm
alumne 3	57 cm	57 cm	56'5	62 cm
alumne 4	58 cm	57 cm	FALTA	56 cm
alumne 5	57 cm	54 cm	56 cm	FALTA
alumne 6	64 cm - 10cm=54 cm			

Observant la taula notem que només hi ha dos alumnes que van començar a mesurar en el zero (alumne 1.2 i 2.5) i un altre alumne que va prendre la decisió de davant del dubte de no saber on estava el zero, va decidir començar a mesurar a 10 cm i després restar aquesta quantitat del resultat final.

Després observem que l'alumne 1.2 inclina la cinta mètrica i en conseqüència la mesura que anota és superior a 54 cm però no gaire (55 cm) tal i com hem observat anteriorment això correspondria a una inclinació d'uns 10° .

En el cas de l'alumne 2.5 fa una petita inclinació que notem que no afecta al resultat.

Per la seva banda, l'alumne 1.6, tot i no començar a mesurar pel zero, emprava una estratègia correcta i dona la resposta correcta.

Amb els alumnes que han començat a comptar a partir de la goma negra notem que les seves mesures augmenten en conseqüència. Amb diferents colors s'ha distingit segons que no inclinessin la cinta (color groc), la inclinessin poc (taronja) i hi hagués una major inclinació (vermell).

Notem que les mateixes accions no comporten la mateixa mesura. Això ho provoca el fet que per molt que s'ha intentat quantificar (gens- poc- molt) la inclinació no està mesurada i és una dada de camp. El punt "on acaba la goma negra" tampoc és un punt exacte per als alumnes que en ser una columna ho col·locaven la goma a la cantonada de diferent manera. Finalment es prenien la dada observada aproximada a l'enter més proper, només en una ocasió es va considerar el 0'5. La cinta mètrica no tenia mil·límetres.



fig. 31: Detall del posicionament inicial de la cinta mètrica llarga amb la cinta recta

També es va observar que el fet d'inclinar la cinta mètrica tenia diferents repercussions en on començar a mesurar. Entre aquells que inclinaven la cinta es van observar principalment dues posicions inicials de la cinta: en la figura 32 veiem representada la situació en què es col·locava el punt mig de la cinta a l'inici de l'objecte a mesura.



fig. 32: Detall del posicionament inicial de la cinta mètrica llarga amb la cinta inclinada. Versió 1.



fig. 33: Detall del posicionament inicial de la cinta mètrica llarga amb la cinta inclinada. Versió 1.

En la figura 33 veiem representada la situació en què s'hi col·locava el punt més alt de la cinta. Aquest fet no es va analitzar en profunditat ja que es va prioritzar observar la inclinació i la dada que estava mesurant.

Com a observació final d'aquesta primera anàlisi es mencionarà el fet que en realitat no cal una cinta mètrica llarga per mesurar una columna de 54 cm, però aquesta activitat es va plantejar per tenir dades recollides de cada alumne. En les següents pràctiques ja es va plantejar als alumnes la presa de dades per parelles de longituds més llargues.

Pregunta 4: Han mesurat correctament l'amplada de la columna?

Resposta 4: Només un alumne va donar una resposta correcta i va prendre la mesura de manera correcta.

Resum de la 1a Anàlisi de la pràctica 0.2.

Després d'haver fet aquesta anàlisi de la pràctica 0.2. es fa un resum dels seus resultats:

- Només dos alumnes de 17 van col·locar en el zero per començar a mesurar
- Només poc més del 35% dels alumnes no va inclinar la cinta mètrica al mesurar.
- També només poc més del 35% dels alumnes van escriure la dada presa amb precisió i correctament.
- No s'ha observat cap patró que relacioni la dada anotada amb l'ordre amb què l'alumne va prendre aquesta mesura respecte als companys.
- Només un alumne dóna una resposta correcta prenent la mesura correctament. Un segon alumne dóna una resposta correcta però va inclinar la cinta en prendre la mesura (aquesta inclinació no va ser suficient com per donar una resposta errònia).

A partir dels estudis amb les dades desglossades per grups que s'han fet no s'han observat diferències importants en la distribució dels alumnes i per tant es decideix que els grups previstos seran els definitius per al desenvolupament de tota la unitat didàctica

5.2.3.- Pràctica 0.1: Activitat inicial de mesura. Activitat 1.

Per analitzar la pràctica 0.1 es van recollir les dades referents a les dues primeres preguntes en la taula l'AI_Pib1.1 seguint la metodologia recollida a l'apartat 4.3.2.c. La taula es troba a continuació:

Taula 5.16.- AI_Pib1.1- Pràctica 0.1.- Activitat 1 - Activitat inicial de mesura. Exercicis 1 i 2.

Alumne	Exercici 1			Exercici 2	
	a	b	c	A	B
alumne 1.1	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	77 mm
alumne 1.2	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	77 mm
alumne 1.3	2'9 cm	5'8 cm	10'1 cm	4'6 cm	77 mm
alumne 1.4	3'1	6'1	10'2	4'2 cm	76 mm
alumne 1.5	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	7-8 mm
alumne 1.6	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	77 mm
alumne 2.1	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	77 mm
alumne 2.2	2'9 cm	5'8	10'1	10'6 cm	----
alumne 2.3	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	77 mm
alumne 2.4	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	77 mm
alumne 2.5	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	7-8 mm
alumne 3.1	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	77 mm

alumne 3.2	2'9 cm	5'8 cm	10'1 cm	4'6 cm	77 mm
alumne 3.3	2'9 cm	5'8 cm	10'1 cm	4'6 cm	77 mm
alumne 3.4	2'9 cm	5'9 cm	9'1 cm	4'6 cm	77 mm
alumne 3.5	2'9 cm	5'8 cm	10'1 cm	4'6 cm	77 mm
alumne 4.2	2'9	4'8	8'1	4'6 cm	77 mm
alumne 4.3	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	77 mm
alumne 4.4	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	77 mm
alumne 4.5	2'9	5'8	10'1	4'6 cm	7-8 mm

Aquesta pràctica la van realitzar 20 dels 21 alumnes (tots excepte l'alumne 4.1). Notem que en aquesta pràctica els resultats han estat força bons. No obstant hi ha hagut errors.

Per a l'anàlisi s'ha elaborat la següent taula recollint el nombre d'alumne i el percentatge que representen respecte al total per cada un dels tres apartats de la primera pregunta i pels dos apartats de la segona pregunta.

Taula 5.17.- Estadística respostes als dos primers exercicis. Pràctica 0.1. Activitat 1.

Exercici		Interval "verd"		Interval "vermell"	
		Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
exercici 1	a	19	95%	1	5%
	b	17	85%	3	15%
	c	17	85%	3	15%
exercici 2	A	18	90%	2	10%
	B	15	75%	5	25%

Es constata que aquesta pràctica i sobretot aquests dos primers exercicis han anat força bé tot i que hem de destacar l'extrema facilitat de la tasca.

Els tres següents exercicis (exercicis 3, 4 i 5) tenen una major casuística. Les dades referents a aquests tres exercicis es van recollir en la taula l'AI_Pib1.2 seguint la metodologia recollida a l'apartat 4.3.2.c. La taula es troba a continuació:

Taula 5.18.- AI_Pib1.1- Pràctica 0.1.- Activitat 1 - Activitat inicial de mesura. Exercicis 3, 4 i 5.

Alumne	exercici 3 (M ₃)	exercici 4 (M ₄)	exercici 5 (M ₅)
alumne 1.1	8'7	12'3	6'6-6'7 cm
alumne 1.2	8'7	12'2	6'8 cm
alumne 1.3	8'7 cm	12'2 cm	6'7 cm
alumne 1.4	8'7 cm	12'3 cm	6'6 cm
alumne 1.5	8'2 cm	12'2	6'7 cm
alumne 1.6	8'2 cm	12'2 cm	6'7-6'8 cm
alumne 2.1	8'7 cm	12'2 cm	6'7-6'8 cm
alumne 2.2	8'7	12'2	6'8 cm

alumne 2.3	8'7 cm	12'2 cm	6'7 cm
alumne 2.4	8'7 cm	12'3 cm	6'7 cm
alumne 2.5	8'7 cm	12'2 cm	6'6-6'7 cm
alumne 3.1	8'7 cm	12'3 cm	6'7-6'8 cm
alumne 3.2	8'7	12'2	6'8 cm
alumne 3.3	8'7 cm	12'2 cm	6'7 cm
alumne 3.4	8'6 cm	12'2 cm	6'8 cm
alumne 3.5	8'7	12'2	6'8 cm
alumne 4.2	8'7 cm	12'2 cm	6'8 cm
alumne 4.3	8'6	12'2	6'7 cm
alumne 4.4	8'2	12'2	6'7-6'8 cm
alumne 4.5	8'7 cm	12'2 cm	6'7-6'8 cm

En la següent taula es recullen el nombre d'alumnes que tenen respostes en cada interval i el percentatge sobre el total d'alumnes que van realitzar aquesta activitat (20):

Taula 5.19.- Estadística respostes exercicis 3, 4 i 5. Pràctica 0.1. Activitat 1.

Intervals		Exercici 3	Exercici 4	Exercici 5
Interval verd clar	Nombre alumnes	10	3	6
	Tant per cent	50%	15%	30%
Interval verd fosc	Nombre alumnes	5	1	
	Tant per cent	25%	5%	
Interval groc	Nombre alumnes	1	9	14
	Tant per cent	5%	45%	70%
Interval taronja	Nombre alumnes	1	7	
	Tant per cent	5%	35%	
Interval vermell clar	Nombre alumnes	2	0	0
	Tant per cent	10%	0%	0%
Interval vermell fosc	Nombre alumnes	1	0	
	Tant per cent	5%	0%	

Excepte en l'exercici 5 els resultat són força bons com caldria esperar d'unes activitats tant relativament senzilles per uns alumnes de 3r d'ESO. Per tant, es pot concloure que saben mesurar amb el regle.

Per altra banda, cal mencionar que hi ha un gruix important d'alumnes que no indiquen la unitat a l'hora de donar una resposta numèrica. Aquesta menció que s'ha anat repetint al llarg d'aquestes primeres anàlisis que hem fet d'aquestes activitats d'avaluació inicial caldrà ser analitzada en la segona anàlisi de les dades.

Per continuar amb aquesta primera anàlisi de la pràctica 0.1 es va elaborar la taula AI_P1b2 amb les respostes donades pels alumnes als exercicis 6, 7 i 8. En aquests exercicis es feien preguntes obertes als alumnes sobre errors habituals en la presa

de mesures de longitud. La taula es troba a l'annex (A42) per la seva longitud. Amb aquesta taula es poden veure les tres respostes sobre errors de mesura a l'hora per cada alumne, però per aquesta primera anàlisi tractarem cada un dels tres exercicis per separat.

A continuació tenim la taula AI_P1b2.1 amb les respostes donades pel alumnes a l'exercici 6 de la pràctica 0.1.

Taula 5.20.– Exercici 6 de l'activitat 1. Pràctica 0.1. Activitat prèvia de mesura.	
Alumne	Resposta
alumne 1.1	Està malament perquè no ho va mesurar bé perquè la regla no està en línia recta.
alumne 1.2	No, perquè té el regle torçat hi ha d'estar recte
alumne 1.3	No, perquè el regle no esta posat correctament. Per mesurar correctament, és te que posar la regla horitzontal.
alumne 1.4	No, perquè fa 7,1 cm
alumne 1.5	No perque no a posat en horitzontal la regla
alumne 1.6	No, perque no va posar recte la regla i si ho hagués fet li donaria 7 cm.
alumne 2.1	No ha mesurat be. Perque l'amplada mesura 7 cm i la regla està mal possada, té que ser recte.
alumne 2.2	No perque el regle no esta recte
alumne 2.3	Crec que en Pere ho ha mesurat malament, perquè ell posà el regle sobre l'agenda inclinat. Si, ell posa el regle bé la mesura seria 7,1 cm.
alumne 2.4	No, perquè ha mesurat 7'2 cm i la verdadera mesura és 7 cm i perquè ha mesurat malament amb el seu regle i no està ben posat.
alumne 2.5	No ho a mesurat bé perquè la regla està posada d'una manera que no queda recta, o sigui que no queda oritzontal
alumne 3.1	esta mal mesurat perque la regla esta girada
alumne 3.2	No perquè el regle està tort.
alumne 3.3	No, perquè ha mesurat de manera inclinadament, té que posar la regla paral·lela que la línia d'amplada.
alumne 3.4	No, perquè el regle l'ha posat torçat
alumne 3.5	Si; Per què agafat el regla i a indicat el 0 a la punt de l'agenda
alumne 4.2	ho ha mesurat bé
alumne 4.3	No ha mesurat bé perquè el regle ha d'estar perpendicular a l'alçada
alumne 4.4	Crec que no, perquè el regle no esta perpendicular a l'agenda
alumne 4.5	No, perquè

Recollim les dades segons el nombre d'alumne que estan en cada interval i també el percentatge que representen respecte al total dels 20 alumnes que van realitzar la pràctica:

Taula 5.21.- Estadística de les respostes de l'exercici 6. Pràctica 0.1

Activitat	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Resposta	15	75%	2	10%	3	15%

Observem que només hi ha dos alumnes que consideren que la mesura està presa correctament. Els altres dos alumnes amb resposta a l'interval vermell indiquen que la mesura no està presa correctament. En el cas de l'alumne 4.5 sap que ha de raonar la seva resposta però no completa la frase.

Tant en la resposta de l'alumne 1.4 com en la de l'alumne 2.4 es deixa entreveure que l'alumne identifica l'error, però la resposta no és suficient clara com saber-ho amb certesa.

La majoria dels alumnes donen la resposta en l'interval verd, per tant no només detecten l'error sinó que donen una resposta raonada. Entre totes les respostes anem a destacar la resposta de l'alumne 3.1.

L'alumne 3.1: "esta mal mesurat porque la regla esta girada". Aquesta expressió a primer cop d'ull sembla errònia ja que donat el regle en la següent posició

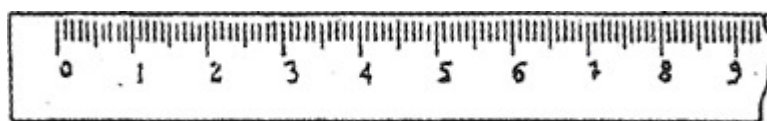


fig. 34: Regle

en llenguatge habitual entendríem per regla girada si l'haguéssim col·locada a l'inrevés com mostra la següent figura:

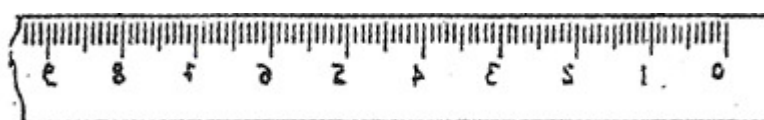


fig. 35: Regle girat opció 1

o de cap per avall com podem observar a continuació:

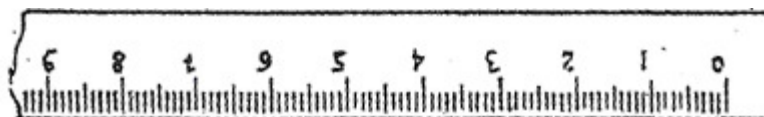


fig. 36: Regle girat opció 2

Però en realitat al regle de la fig 34 li hem aplicat un gir (una rotació) per obtenir la posició amb què es troba a l'enunciat de l'exercici 6. I per tant, tot i que no seria l'expressió que usaríem habitualment no la podem considerar incorrecta, sobretot des del punt de vista matemàtic.

Després de l'anàlisi de les respostes de l'exercici 6 procedim a l'anàlisi de les respostes de l'exercici 7. Per a realitzar aquesta anàlisi s'ha elaborat la taula AI_P1a2.2 on s'han recollit les respostes que els alumnes van donar a l'exercici 7 de la pràctica 0.1. A l'apartat 4.3.2.c hi ha exposada la metodologia que s'ha emprat per al tractament de les dades. A continuació trobem la taula:

Alumne	Resposta
alumne 1.1	Que no és 1'3 cm sinó 1'8 cm.
alumne 1.2	Si, la Glòria no ho a contat bé, medeix 1,8 cm
alumne 1.3	El gruix de l'agenda és de 1'8 cm. L'error de la Glòria ha sigut de 5 cm menys que ha mesurat
alumne 1.4	ha comès l'error de començar per zero
alumne 1.5	Crec que no ha comes cap error
alumne 1.6	No ha posat bé la mida ja que dona 1,8 cm
alumne 2.1	Ha dit malament la mesura; perquè el gruix mesura 1,8 cm.
alumne 2.2	que no mideix 1'3 cm si no 1'8 cm.
alumne 2.3	La mesura ha de ser 1,8 cm.
alumne 2.4	L'error que ha comès la Gloria és en posar la mesura ha dit que mesura 1'3 cm però l'imatge indica 1,8 cm.
alumne 2.5	Doncs que no ha mesurat bé perquè el que mesura es 1'8 cm.
alumne 3.1	Dons se ha equivocat al mesurar ja que no mesura 1,3 sinó 1,8.
alumne 3.2	El gruix mesura 1'8 .
alumne 3.3	No és 1'3 cm és 1'8 cm.
alumne 3.4	L'Error a sigut que com ha vist que hi quedaven 3 mm fins arribar al 2 Ha dit que mesura 1'3 enlloc de dir 1'8.
alumne 3.5	La mesura no és 1'3 cm. Però a la mesura de la Glòria hi posar 1'8 cm. A la mesura que he fet amb la regla meva sobre el divuix en dona 1'5 cm.
alumne 4.2	És 1'8
alumne 4.3	S'ha equivocat en 5 mm
alumne 4.4	Ha pensat que del 1,5 era només 1 per tant ha comptat 1,3
alumne 4.5	-----

A continuació fem l'estudi habitual:

Activitat	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Resposta	11	55%	6	30%	3	15%

Tot i que amb un primer cop d'ull podem considerar que aquest exercici ha anat força pitjor que l'anterior si fem una anàlisi qualitativa notem que a la majoria de les respostes de l'interval verd l'alumne s'ha limitat a donar la resposta correcta (alumne 1.1, alumne 1.2, alumne 1.6, alumne 2.1, alumne 2.2, alumne 2.3, alumne 2.4, alumne 3.2 i alumne 3.3). Respecte a les respostes d'aquest interval verd destacar-ne dues: l'alumne 4.3 a la pregunta "Quin error ha comès" no explica l'error sinó que dóna la resposta numèrica de l'error comès (5 mm) i per la seva banda l'alumne 4.4 sí que dóna una possible causa de l'error i proposa una confusió entre la marca de l'1'5 cm i la d' 1 cm. Aquestes dues respostes són les més completes de totes les donades.

Hi ha però uns altres dos alumnes que tot aventurant-se a donar una resposta raonada cometen algun error en l'explicació. L'alumne 1.3 quantifica l'error de "5 cm" enlloc dels 5 mm que seria el correcte. Per la seva banda l'alumne 3.4 també dóna una resposta raonada sobre les causes del possible error "L'Error a sigut que com ha vist que hi quedaven 3 mm fins arribar al 2 Ha dit que mesura 1'3 enlloc de dir 1'8.", és una resposta molt completa i raonada però ha comès l'error de dir que quedaven 3 mm enlloc dels dos que seria el correcte.

En el cas de l'alumne 3.5 s'ha considerat que la resposta era de l'interval groc ja que hi ha confusions entre la representació que suposa el dibuix i mesurar la realitat.

Els altres dos casos també s'han considerat que pertanyien a l'interval groc ja que han parlat d'error en la mesura quan en realitat no hi ha error en la mesura sinó en la lectura d'aquesta mesura presa, però tampoc s'ha volgut considerar un error greu ja que pot error es pot atribuir a un error en la utilització del llenguatge i no en el concepte que hi ha darrera.

Els tres casos que s'han considerat que pertanyien a l'interval vermell són força clars. L'alumne 1.4 indica un causa de l'error incorrecte. L'alumne 1.5 respon que no hi ha hagut cap error i l'alumne 4.5 no respon aquest exercici.

Després d'una anàlisi acurada notem que la majoria dels alumnes han sabut reconèixer que hi havia un error en la presa de la mesura representada a la situació i amb més o menys encert donar la resposta correcta o una explicació raonada de l'error (tot i que en alguns casos no hagi estat tant acurada com seria desitjable).

A continuació repetim el procés per a l'exercici 8.

Taula 5.24.- Exercici 8 de l'activitat 1. Pràctica 0.1. Activitat prèvia de mesura.

Alumne	Resposta
alumne 1.1	Que la Marta ho va mesurar des del principi del regle no al 0 cm. Hauria de ser al 0 cm.
alumne 1.2	Lo esta fent malament perquè tindria que utilitzar un altre estri de mesura
alumne 1.3	L'error que ha fet la Maria ha sigut que ha mesurat el clau ha partir del punt zero, pero el punt zero no esta situat en la punta del regle, i de la punta del regle al punt zero també hi ha una distancia, pero ella no l'ha contat. Per mesurar correctament el tros de clau, tindria que posar el punt zero del regle sobre la punta del clau, o sino, saber quina distancia hi ha entre la punta del regle i el zero, i sumar-se-lo a 3,2.
alumne 1.4	-----
alumne 1.5	Que no ha posar la regla a l'inici del clau Tendria que haver posat el 0 al inici del clau de manera que aixi es podria mesurar be el clau
alumne 1.6	Tindria que haver posat el 0 de la regla a rang de la fusta i el clau.
alumne 2.1	Ha posat malament; té que posar-ho desde on sobresurt el clau i no sobre la taula
alumne 2.2	Dons, mesurar abans quan mide l'alçada de la fusta y restar-sels a la clau sobre la fusta
alumne 2.3	L'error que ha fet la Marta es que va posar sobre la taula. Ho hauria de fer es que ha de començar a mesurar per al costat de la taula i el clau sobresurt mesurarà 3'6 cm.
alumne 2.4	L'error que ha comés la Marta es que no va començar des de zero. Ella hauria de començar des de zero. Posar el regle al revés i mesurar fins a la taula.
alumne 2.5	Hauria de mesurar el clau i posar la línia 0 desde el començament del clau.
alumne 3.1	Dons a pusat el canto damunt la taula i tindria que aver-lo posat al 0
alumne 3.2	La Marta hauria de posar el 0(zero) on comença el tros de taula i no per el mig
alumne 3.3	Està mal, perquè ha començat mesura al principi del regle i haver de començar a punt 0 cm.
alumne 3.4	L'Error a sigut que a posat el regle recolzat a la taula sense adonar-se que els numeros comencen més a dalt. La Marta hauria de posar el regle de manera que els números comencin on comença el clau.
alumne 3.5	La Marta té que afagar el regle i mesurar el clau fins al final de la taula. Aqui (assenyalant el punt entre la taula i el clau amb una fletxa) es tindria que posar el 0 i no més amunt, el resultat correcta seria 3'6 cm.
alumne 4.2	No, posar el 0 el costat de la taula
alumne 4.3	Hauria de posar el 0 a l'altura de la taula
alumne 4.4	Ha començat pel principi del regle i no hon posa cero.
alumne 4.5	Hauria d'haver començat a mesurar des del punt on esta clavada la clau.

En aquest cas:

Activitat	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Resposta	13	65%	3	15%	4	20%

Els tretze alumnes que estan a l'interval verd reconeixen que l'error està en el fet que no han col·locat "el zero" del regle al començament del clau. Notem que en aquest exercici els alumnes han donat respostes més raonades i completes que ens dos exercicis anteriors.

En les respostes d'aquest exercici 8 els alumnes no s'han limitat a mencionar l'error observat sinó que han donat una resposta raonada. Destaquem la resposta de l'alumne 1.3 que és molt completa.

Hi ha tres alumnes a l'interval groc. L'alumne 2.3, la resposta està essencialment bé però no acaba de ser correcta, en no saber com expressar l'error opta per donar la mesura "correcta", tot i que com ja hem assenyalat abans no es pot confondre la situació representada amb una situació real.

L'alumne 4.2 també sembla apuntar a la resposta correcta però no és completa del tot. Per la seva banda, l'alumne 4.5 és una mica més enigmàtica ja que ens comenta que s'ha de començar a mesurar on comença el clau, però no ens acaba d'escriure per on hauria de començar a mesurar respecte al regle.

A l'interval vermell s'hi han indicat quatre respostes. L'alumne 1.2 no és capaç de fer cap proposta amb el regle per poder calcular l'alçada del clau i directament creu que es necessita un altre instrument. L'alumne 1.4 deixa la resposta en blanc. Les respostes dels alumnes dels alumnes 2.1 i 2.2 també són errònies sense res més a destacar.

A partir de la realització de l'observació en la presa de mesures de la pràctica 0.2 de les dificultats que tenien els alumnes per saber per on començar a mesurar amb la cinta mètrica llarga que se'ls hi va proporcionar es va decidir incloure un parell de preguntes al respecte a la pràctica 0.1. En la pregunta 9 es pretén fer reflexionar als alumnes sobre on es troba el zero de la cinta mètrica llarga. En la pregunta 10 es pretén que els alumnes reflexionin sobre la mesura que van prendre en la pràctica 0.1.

En la taula que podem trobar a continuació es recullen les respostes que els alumnes van donar a les preguntes 9 i 10 de la pràctica 0.1:

Taula 5.26.- Exercicis 9 i 10. Pràctica 0.1. Activitat 1.			
Alumne	Exercici 9	Exercici 10	
		a	b: Raonament
alumne 1.1	B	Sí	
alumne 1.2	B	Sí	
alumne 1.3	B	No	Crec que no, perquè per mesurar-la bé tindria que haver posat totalment recte (horitzontal) el regle, i potser el vaig posar massa tort cap a dalt o potser cap a baix. Tindria que haver mesurat per a baix del tot de la columna, així hauria posat la cinta mètrica recta, perquè se suposa que el sòl té que estar recte.
alumne 1.4	6 cm. 11 cm	No	No vaig mesurar bé perquè havia posat 5 m i en realitat eren 55 cm
alumne 1.5	B	Sí	
alumne 1.6	A	Sí	
alumne 2.1	B	Sí	
alumne 2.2	5 cm	No presa de la mesura	
alumne 2.3	A	No	Crec que no. Perquè quan vaig posar la cinta mètrica a la columna del passadís vaig posar-la malament perquè vaig començar pel punt B que no és el punt zero.
alumne 2.4	B	Sí	Crec que vaig mesurar bé. Vaig posar la cinta el començament de la cinta, que és el de color groc. Vaig mesurar fins al final de la columna.
alumne 2.5	A	Sí	Jo crec que sí, encara que potser vaig començar una mica enradera i es va contar menys longitud.
alumne 3.1	B	No	Crec que ho vaig fer malament al posar el zero.
alumne 3.2	A	Sí	
alumne 3.3	A	No Sí	
alumne 3.4	B	-----	
alumne 3.5	A	No	Crec que la mesura que vaig mesurar a la columna ne vaig afegir un (1 cm) més, en va sortir 58 cm, Però no se bé si la mesura exacta era 57, PEro no ho sé.
alumne 4.2	B	Sí	
alumne 4.3	B	Sí	
alumne 4.4	B	Sí	
alumne 4.5	B	No	Crec que no, que vaig utilitzar una cinta mètrica però només mesuran l'allargada, i em faltava mesurar l'amplada.

En primer lloc farem una anàlisi de les respostes de l'exercici 9.

Taula 5.27.- Estadística de les respostes de l'exercici 9. Pràctica 0.1				
Activitat	Interval "verd"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Resposta	6	30%	14	70%

Tot i ser un resultat força decebedor tenen una lectura positiva si tenim al cap els problemes que hi va haver en la presa real de la mesura de la pràctica 0.2. Deixarem aquesta comparativa per a anàlisis posteriors.

Respecte a la pregunta 10 notem que hi ha molt poca crítica no obstant els errors que hi va haver. També notem que no es preguntava només per si havien fet un error amb el zero però en ser la pregunta immediatament anterior la majoria de gent i fa referència. Hi ha però excepció.

Resum de la 1a Anàlisi de la pràctica 0.1.

Després d'haver fet aquesta anàlisi de la pràctica 0.1 es fa un resum dels seus resultats:

- Com a mínim el 85% dels alumnes saben situar correctament mesures de longitud sobre un regle graduat quan les mesures es donen amb centímetres. El percentatge baixa al 75% si la mesura es donada amb mil·límetres.
- El 70% dels alumnes dibuixen amb una imprecisió d'un mil·límetre un segment demanat.
- Com a mínim el 85% dels alumnes detecten els errors en la mesura en les situacions proposades tot i que a l'hora de donar un raonament les respostes correctes baixen fins a un mínim d'un 55%.
- L'error més detectat ha estat el de la inclinació de l'estri de mesura, després el de no començar a mesurar pel zero i per últim l'error en la lectura.
- Només el 30% dels alumnes han sabut indicar correctament on es troba el zero d'una cinta mètrica llarga donada. Els resultats tot i ser pobres milloren el 11'76% de la pràctica 0.2.
- Es van mostrar poc crítics en reflexionar sobre la presa de la mesura que van prendre en la pràctica anterior. Només 8 dels 19 alumnes que van realitzar tant la pràctica 0.2 com la 0.1 indiquen que creuen que no van prendre la mesura correctament. Recordem que només un alumne va realitzar correctament la mesura.

5.2.4.- Pràctica 1:

5.2.4.a.- Lliurament del croquis individual del pati petit

En aquesta primera anàlisi s'han recollit les primeres impressions dels croquis en la taula AI_PIC1_2 que es troba a l'annex (A43). Mirant la taula s'observa que:

- 5 alumnes no van lliurar el croquis.
- només dos dels alumnes que van lliurar el croquis el van fer a mà. Els altres van realitzar el plànol amb regle.

- Els alumnes han tingut molts problemes per representar les parets de les vidrieres. Hi ha representacions realment caòtiques tal i com s'ha indicat. Aquest serà un aspecte que serà estudiat amb més profunditat.
- També han tingut molts problemes amb l'amplitud del pati. Aquest també serà un aspecte que serà estudiat amb més profunditat.
- Només tres alumnes no han dibuixat cap altre element. La majoria dels alumnes han dibuixat els bancs del pati, altres han dibuixat també els parterres o fins i tot les papereres. Cal destacar que molt pocs han dibuixat la porta d'entrada i ningú ha dibuixat ni indicat on es troben les finestres.

Analitzar un croquis és més complex que analitzar les respostes escrites d'un qüestionari ja que conté una més gran quantitat de dades. A l'hora d'elaborar la taula AI_P1c1_2 a partir de l'observació dels croquis en destaca, tal i com s'ha recollit en el resum anterior, que una de les majors dificultats amb què es van trobar els alumnes va ser en la representació de la zona de les vidrieres. Per tant aquest serà el primer aspecte a analitzar.

Anàlisi de la zona de les vidrieres:

Per a fer una anàlisi de les vidrieres, a continuació tenim un detall de la zona:

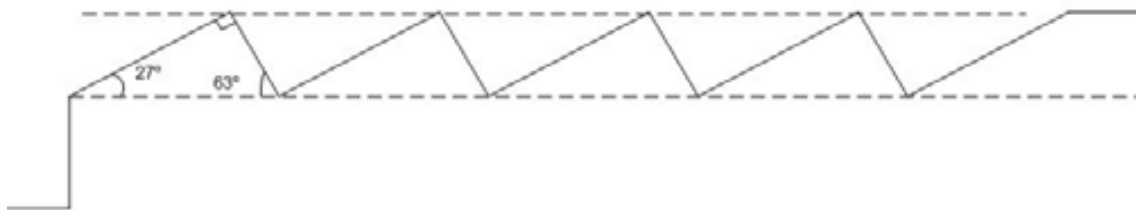


fig. 37: Detall de la zona de les vidrieres

Observem que a la zona de les vidrieres, els triangles són triangles rectangles ja que com està indicat en aquest detall del plànol, els angles que formen són rectes, a més a més notem que els vèrtex superiors estan a la mateixa alçada que la paret de després i els vèrtexs inferiors estan situats sobre una paral·lela a aquesta.

En el plànol també s'han dibuixat totes les vidrieres iguals tot i que la primera paret mesura uns 15-20 cm més que les altres per les irregularitats de la paret.

També s'han posat en la figura els angles que formen entre elles les parets de la zona de la vidriera. No s'ha repetit en totes les parets per ser les mateixes mesures.

A continuació adjuntem una fotografia de la sessió de la presa de mesures on es pot observar l'angle recte que formen les dues parets i que els vèrtex estan alineats:



fig. 38: Fotografia detall de la zona de les vidrieres

Els alumnes han dibuixat aquestes vidrieres de moltes maneres, la majoria fent angles realment aguts i és per això que en les observacions s'han descrit com a punxes, ja que s'ha considerat com la descripció més acurada a la situació.

A continuació procedirem a fer una anàlisi dels detalls de les vidrieres dels croquis dels alumnes, per a facilitar la descripció de la situació seguirem la nomenclatura que tenim en la següent figura sobre la zona de les vidrieres del plànol:

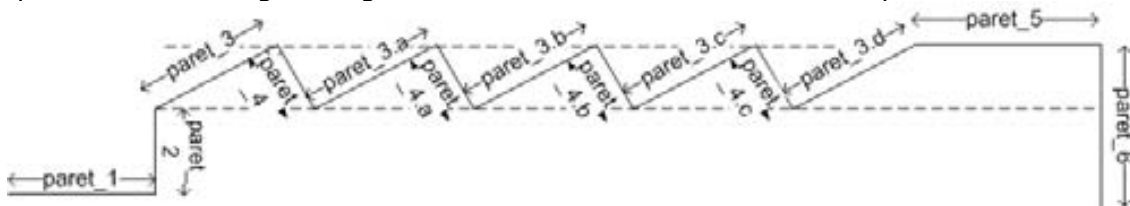


fig. 39: Nomenclatura dels diferents elements de la zona de les vidrieres

A continuació fem una descripció d'algunes de les situacions tal i com s'han descrit en la taula AI_PIC1_2, no es fa un estudi de tots els croquis sinó de tota la varietat de les diferents situacions que s'han trobat. S'analitzaran la zona de les vidrieres dels croquis dels alumnes 1.1, 2.2, 3.4 i 4.3.

Alumne 1.1

L'alumne 1.1 no dibuixa la paret_2. La paret_3 forma un angle de 40° amb la horitzontal (superior a la inclinació de 27° que hauria de ser) i després la paret_4 enlloc de ser ortogonal a la paret_3 és ortogonal a l'horitzontal, fent que l'angle entre les parets que formen la vidriera facin un angle més petit del que els hi correspon a la realitat i faci aquesta sensació de punxa que s'ha descrit. Observem el detall de la zona de la vidriera en el croquis d'aquest alumne:

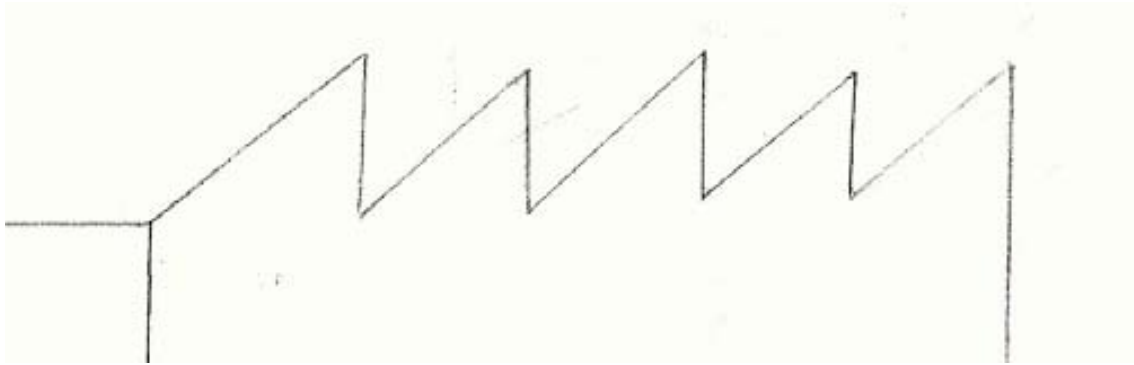


fig. 40: Detall vidriera croquis alumne 1.1

Alumne 1.5

En el croquis de l'alumne 1.5, la paret_2 és molt curta, però aquest fet ja l'analizarem en el següent apartat. Respecte a la zona de les vidrieres, observem que ha dibuixat com si la paret_3 tingues dues parts, una de molt petita orthogonal a la paret_2 i després continués ara sí ja formant angle amb l'horitzontal, encara que un angle força pronunciat (53°) i després forma un angle entre la paret_3 i la paret_4 de 70° lluny de l'angle recte que hauria de ser. A més a més, observem que falten tres parets en la zona de les vidrieres i que la paret_5 està a menys alçada que la paret_1:

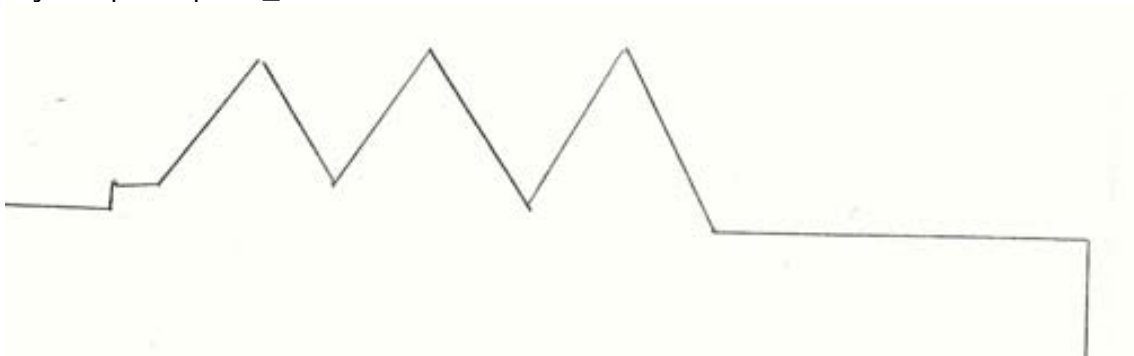


fig. 41: Detall vidriera croquis alumne 1.5

Alumne 2.2

A continuació tenim el que s'ha descrit com a "Les vidrieres són caòtiques" :



fig. 42: Detall vidriera croquis alumne 2.2

Observem que no hi ha paret_2 i que hi ha dibuixades 9 parets (en faltaria una) i que no hi ha cap control sobre l'angle que formen aquestes parets, no sobre on estan situats els seus vèrtexs i per tant el conjunt mostra una situació caòtica.

Alumne 3.4

L'alumne 3.4 comença les parets de les vidrieres després de la paret_2, però notem a simple cop d'ull que els angles entre les parets són petits i per tant dóna aquesta sensació de punxes encara més marcades que les de l'alumne 1.5. A més a més, notem que en aquest cas la paret_3 i la paret_4 són gairebé iguals i ha recolzat els vèrtex en una horitzontal donant la sensació que les vidrieres formen un triangle isòsceles, el mateix passa amb les altres vidrieres, tot i que la seva mida va disminuint. Finalment no hi ha paret_3.d ja que la paret_4.c va a parar directament a la paret_5:

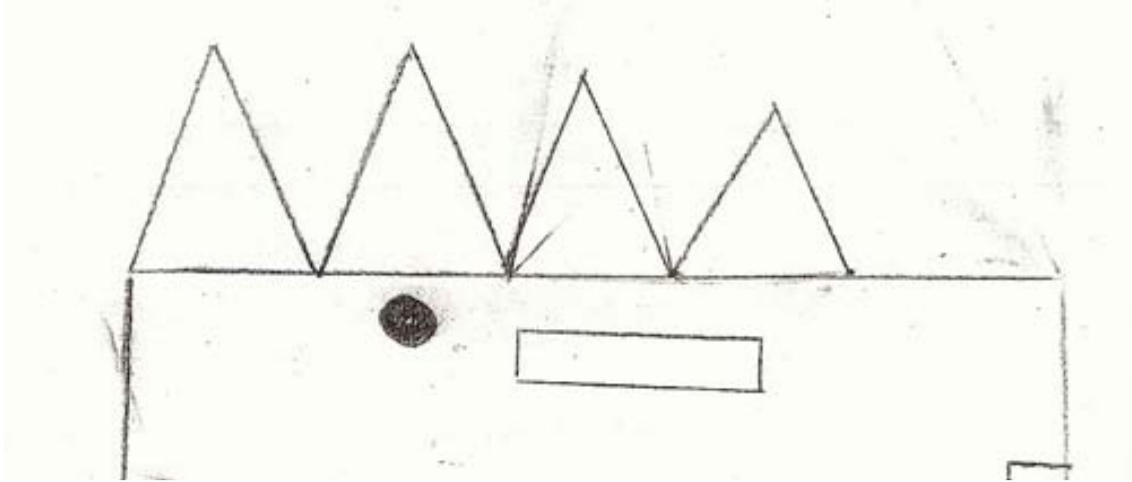


fig. 43: Detall vidriera croquis alumne 3.4

Alumne 4.3

En el detall de la vidriera de l'alumne 4.3 notem que la paret_3 és ortogonal a la paret_2 i aleshores la paret_4 forma un angle de 107° amb la paret_3. A partir d'aquí les parets que conformen la vidriera formen angles més petits de 90° com en altres croquis que ja hem comentat. En aquesta situació també és curiós la manera com ha situat els vèrtexs: els vèrtexs superiors estan situats sobre una horitzontal i aquesta està alineada amb la paret_3 i amb la paret_6 ambdues perpendiculars a la paret_2. Per altra banda els vèrtexs inferiors no estan tan clarament alineats, però estan tots a una alçada propera a la de la paret_1:

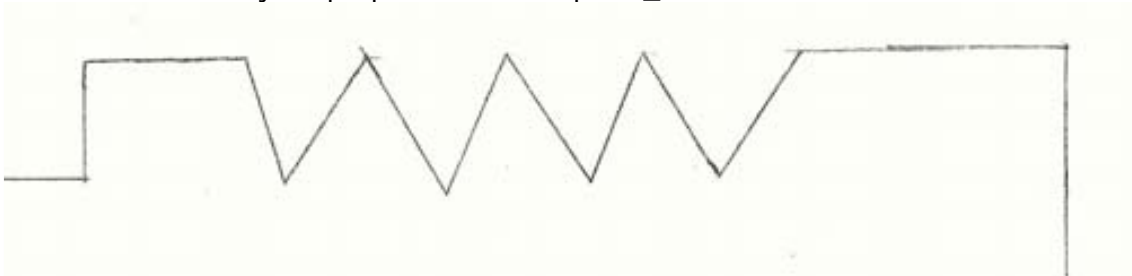


fig. 44: Detall vidriera croquis alumne 4.3

Anàlisi de les longituds

Després d'haver analitzat la zona de les vidrieres es farà una anàlisi de la forma del croquis, per fer aquest primer estudi es va decidir recollir totes les longituds excepte aquelles que conformen la zona de les vidrieres, zona que acaba de ser analitzada. Per facilitar la comprensió de l'anàlisi que s'ha fet anomenarem les longituds seguint la nomenclatura que trobem a continuació:

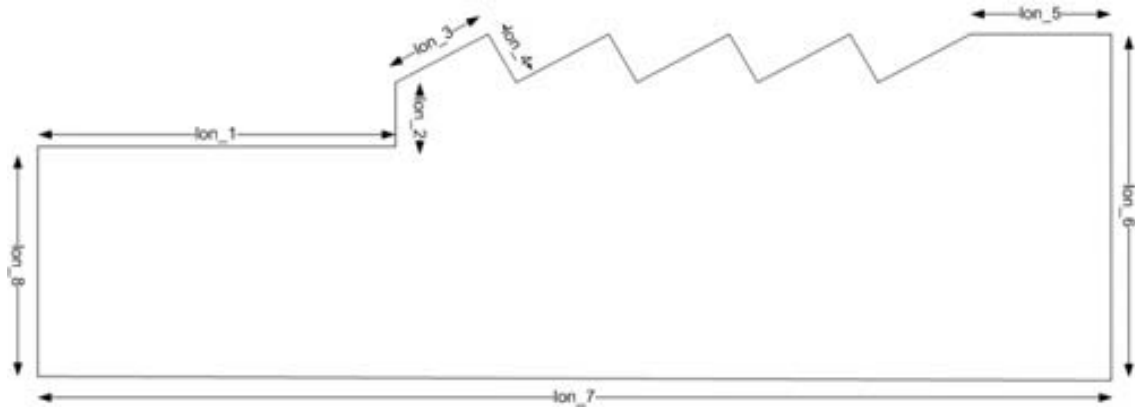


fig. 45: Nomenclatura de longituds a analitzar dels croquis dels alumnes

A la taula AI_PIC2 estan totes les mesures exactes d'aquestes 8 longituds en els croquis que van presentar els alumnes. La taula es troba a l'annex (A44).

Observem que allà on han tingut més problemes ha estat amb la representació de les parets que hem anomenat longitud 2 (5 dels 16 croquis lliurats no l'han representat) i la longitud 5 (4 alumnes tampoc l'han dibuixada), és a dir, les parets anterior i posterior a la zona de les vidrieres.

En el croquis l'important és que la forma sigui la que correspon al pati petit que havien de representar. Per fer-ho analitzarem les proporcions entre els elements dibuixats.

Per tal de fer una anàlisi sobre les proporcions entre els elements dibuixats s'han considerat les següents proporcions:

- la proporció entre la longitud 1 i la longitud 8. És a dir, la proporció entre el sortint on està la porta d'entrada i l'amplitud del tros quan s'entra.
- la proporció entre la longitud 6 i la longitud 5. És a dir, la proporció entre la paret del fons i entre la paret que hi ha entre les vidrieres i aquesta paret del fons.
- la proporció entre la longitud 7 i la longitud 6. És a dir, la proporció entre la paret llarga que es veu quan s'entra per la porta i la paret del fons.
- la proporció entre la longitud 7 i la longitud 8. És a dir, la proporció entre les parets que queden al davant i a la dreta quan s'entra per la porta.

La zona de les vidrieres per la dificultat que els hi va comportar l'hem exclòs d'aquest estudi.

Aquestes proporcions s'han recollit en la taula AI_PIC3_2 i que es troba a continuació:

Taula 5.28.- Proporcions entre longituds dels croquis					
Grups	Nom	$\frac{lon\ 1}{lon\ 8} =$ 1'5714	$\frac{lon\ 6}{lon\ 5} =$ 2'4667	$\frac{lon\ 7}{lon\ 6} =$ 3'1081	$\frac{lon\ 7}{lon\ 8} =$ 4'6939
Grup 1	alumne 1.1	1,0621		1,4463	1,5901
	alumne 1.3	0,7455	34,0000	1,1176	1,7273
	alumne 1.5	0,6731	1,7541	2,1682	2,2308
	alumne 1.6	0,9189	3,1800	1,6981	1,8243
Grup 2	alumne 2.1	0,5214	3,8889	1,5714	1,8803
	alumne 2.2	0,8474		1,4127	1,4053
	alumne 2.3	0,9021		1,5680	1,8531
	alumne 2.4	0,6154		1,2789	1,5577
Grup 3	alumne 3.3	0,8475	9,2105	1,6057	2,3814
	alumne 3.4	0,6726	7,2083	1,0867	1,6637
	alumne 3.5	0,8933	3,3333	1,3850	1,8467
Grup 4	alumne 4.1	0,4660	3,2432	1,4417	1,6796
	alumne 4.2	0,3904	4,5952	1,4611	1,5080
	alumne 4.3	0,3137	3,1316	1,4454	1,6863
	alumne 4.4	0,5676	4,2927	1,5227	1,8108
	alumne 4.5		3,3478	1,5714	1,5714

Observem que les proporcions dels croquis no estan gaire ajustades a les proporcions de la realitat que estan assenyalades en negreta a la capçalera.

És especialment rellevant el fet de la primera columna on tots els alumnes excepte el primer han considerat que la paret de l'entrada (longitud 1) és més petita que l'amplitud que es veu en entrar (longitud 8) quan en realitat és just al contrari.

En les primeres impressions dels croquis que van ser recollides en la taula AI_P1c1_2 ja es va indicar que els croquis mostraven un pati massa ample. Aquest fet es veu refermat per la cinquena i la sisena columna. En aquesta última columna observem que la paret "longitud 7" és més de quatre vegades i mitja més llarga que la paret que queda a la dreta quan els alumnes entren al pati ("longitud 8") i en canvi els alumnes la veuen poc més que el doble de llarga i la resta menys del doble i tot.

Si ens fixem amb la relació que estableixen els alumnes en els seus croquis entre la paret "longitud 7" i la paret "longitud 6" que seria la proporció que establiria ara la forma rectangular màxima del pati notem que passa aproximadament el mateix que abans. Tot i que a la realitat la longitud de la paret longitud 7 és més de tres vegades la longitud de la paret longitud 6 els alumnes estableixen una relació que només en el cas de l'alumne 1.5 supera a 2.

Si fem la mitjana de les 16 proporcions donades pels alumnes obtenim la dada de 1,4863. Tornant a observar els croquis notem que els alumnes han tendit a dibuixar un croquis que omplís el full DINA4, fins i tot alguns han començat a dibuixar ifent coincidir algun dels extrems amb l'extrem del full. El fet d'haver de dibuixar el croquis d'un espai amb una estructura força rectangular, en un full també rectangular però amb una altra proporció (recordem que la proporció entre el llarg i l'ample d'un full DINA4 és $\sqrt{2} \approx 1'4142$) sembla haver influït en els alumnes.

Si ens fixem amb les dades de la proporció entre la llargada (longitud 7) i l'amplada màxima (longitud 6) i amb la seva mitjana ($\bar{x} = 1,4863$) és força significativa la proximitat a la proporció del full DINA4 ($\sqrt{2} \approx 1'4142$) i la distància a la proporció real: 3'1081. És a dir, les dades semblen indicar que la proporció del full on han dibuixat el croquis ha tingut una forta influència a l'hora d'establir les proporcions de la forma general del pati.

Els problemes amb les proporcions entre parets contigües no es limiten a les dues que hem assenyat ja que en la segona columna es veu que també han tingut problemes per establir la proporcionalitat entre aquestes dues parets, aquells alumnes que han representat la paret 5 en el seu croquis.

Hem de pensar però que el croquis es va establir com una eina amb la qual començar a treballar i per tant els alumnes ho van treballar com a part d'un procés, ja se'ls hi havia explicat que el que haurien de lliurar seria el plànol amb paper mil·limetrat del pati petit i que el croquis era una eina sobre la qual prendrien les mesures. Per tant tot anàlisi que fem sobre aquests croquis no ha d'oblidar que als alumnes els van dibuixar com una eina sobre la qual després hi anotarien les dades que mesuressin i no com un resultat final de cap exercici proposat. Tot i així, no deixa de ser força interessant aquestes regularitats que hem detectat entre els croquis dels alumnes però que disten considerablement de la realitat del pati petit que volien representar.

Resum de la 1a Anàlisi del lliurament del croquis de la pràctica 1.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi dels croquis lliurats de la pràctica 1 es fa un resum dels seus resultats:

- 5 alumnes no van lliurar el croquis.
- Els alumnes han tingut molts problemes per representar la zona de les vidrieres així com les parets immediatament anterior i posterior. Dels 16 croquis lliurats 5 no van representar la paret immediatament anterior a la zona de les vidrieres i 4 la immediatament posterior.
- Les proporcions entre la llargada màxima i l'amplada màxima (amb una mitjana de $\bar{x} = 1,4863$) és més propera a la proporció entre la llargada i l'amplada d'un full DIN A4 ($\sqrt{2} \approx 1'4142$) que a la real (3'1081).

5.2.4.b.- Tria del croquis de grup del pati petit

En començar la sessió de la presa de mesures del pati petit els alumnes es van posar en grups: aquells que ja havien lliurat el croquis durant el matí, se'ls hi va tornar a lliurar el seu croquis i se'ls hi va demanar que discutissin en grup els diferents croquis i que a partir de tots els seus croquis elaboressin un croquis de grup sobre el qual prendrien les dades després. Els alumnes que van lliurar el croquis per la tarda van anar a fotocopiar-lo, després van lliurar la fotocòpia que és el que ha pogut ser analitzat a l'apartat anterior i tot seguit s'incorporaven al grup per triar el croquis de grup.

Tots els grups van coincidir triar un croquis d'un alumne del seu grup i no en van fer cap modificació. Volien anar a prendre les mesures tant aviat com poguessin.

Els croquis que van escollir van ser:

- grup 1 -> alumne 1.6
- grup 2 -> alumne 2.1
- grup 3 -> alumne 3.3
- grup 4 -> alumne 4.4

A l'annex (A45) trobem la taula AI_P1c1_2b obtinguda a partir de la taula AI_P1c1_2 on s'hi ha senyalat el croquis triat per cada grup.

Notem que el moment del lliurament del croquis no va ser un element decisor a l'hora de triar el croquis de grup ja que fixant-nos en la columna del "**Lliurament del plànol**" s'observa que en tots els grups hi va haver alumnes que van lliurar el croquis pel matí i per la tarda. En dos grups van triar un croquis lliurat pel matí i en dos un croquis lliurat per la tarda.

Si continuem observant la resta d'elements notem que tampoc hi ha gaire coincidències. Tres dels plànols triats tenen un "Sí" a la columna de "**Forma consistent**" però en el grup 4 han triat un croquis un "A mitges" tot i haver-hi un altre croquis amb un "Sí" a la columna de la forma consistent en el grup.

En l'A46 trobem la taula AI_P1c2b obtinguda a partir de la taula AI_P1c2 i on també s'hi ha assenyalat els quatre croquis triats. En aquest cas podem observar que el croquis triat en el grup 1 no té la longitud 2 perquè no hi ha representada la paret corresponent. Tot i tenir una forma consistent veiem que entrant en més detall no té totes les parets, en canvi hi ha altres croquis del grup que sí que les tenen totes.

A continuació trobem la taula AI_P1c3_2 amb els croquis triats senyalats:

Taula 5.29.- Comparativa de les proporcions entre longituds dels croquis amb els croquis de grup triats					
Grups	Nom	$\frac{lon 1}{lon 8} =$ 1'5714	$\frac{lon 6}{lon 5} =$ 2'4667	$\frac{lon 7}{lon 6} =$ 3'1081	$\frac{lon 7}{lon 8} =$ 4'6939
Grup 1	Alumne 1.1	1,0621		1,4463	1,5901
	Alumne 1.3	0,7455	34,0000	1,1176	1,7273
	Alumne 1.5	0,6731	1,7541	2,1682	2,2308
	Alumne 1.6	0,9189	3,1800	1,6981	1,8243
Grup 2	Alumne 2.1	0,5214	3,8889	1,5714	1,8803
	Alumne 2.2	0,8474		1,4127	1,4053
	Alumne 2.3	0,9021		1,5680	1,8531
	Alumne 2.4	0,6154		1,2789	1,5577
Grup 3	Alumne 3.3	0,8475	9,2105	1,6057	2,3814
	Alumne 3.4	0,6726	7,2083	1,0867	1,6637
	Alumne 3.5	0,8933	3,3333	1,3850	1,8467
Grup 4	Alumne 4.1	0,4660	3,2432	1,4417	1,6796
	Alumne 4.2	0,3904	4,5952	1,4611	1,5080
	Alumne 4.3	0,3137	3,1316	1,4454	1,6863
	Alumne 4.4	0,5676	4,2927	1,5227	1,8108
	Alumne 4.5		3,3478	1,5714	1,5714

A l'annex A47 s'hi han adjuntat imatges reduïdes dels croquis dels alumnes per tal de poder observar la impressió general que aporta cada croquis. Observant els croquis podem interpretar que els alumnes han triat els croquis de grups a partir de la impressió general.

Un cop cada grup van indicar la tria que havien fet, se'ls hi va lliurar a cada grup una cinta mètrica llarga i una cinta mètrica de 3m per a prendre les mesures.

Resum de la 1a Anàlisi de la tria del croquis de grup de la pràctica 1.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la tria del croquis de grup de la pràctica 1 es fa un resum dels seus resultats:

- Tots els grups van triar un dels croquis del grup sense fer-ne cap modificació ni incorporar res dels que van desestimar.
- La decisió sobre el croquis està més condicionada per l'aparença general del croquis que per una anàlisi més en profunditat de cadascun dels croquis dels diferents membres del grup.

5.2.4.c.- Presa de les mesures del pati petit

Durant la presa de mesures es van anar fent observacions que es van recollir al final de la sessió en un document i que es troben en el corresponent apartat. També es van anar fent fotografies per recollir com els diferents grups van realitzar la presa de dades.

Els grups 2 i 4 es van organitzar de tal manera que dues persones sostenien els extrems de la cinta i una tercera procurava que la cinta mètrica estigués tensa i no es cargolés. Observem aquest fet en les següents fotografies:



fig. 46: Presa de mesures pràctica 1 del grup 4

Grup 4: hi ha un alumne controlant la cinta



fig. 47: Presa de mesures pràctica 1 del grup 2

Grup 2: també hi ha un alumne sostenint la cinta perquè estigui tensa

En canvi el grup 1 estava més pendent d'altres coses i no tant per la cinta i notem que la cinta fa una mica de "panxa" en el centre de la imatge.



fig. 48: Presa de mesures pràctica 1 del grup 3



fig. 49: Presa de mesures pràctica 1 del grup 3

I el grup 3 es va subdividir en un subgrup de tres persones i en l'altre de dues persones. Les mesures que van prendre les dues persones no van estar gaire atents a tensió de la cinta tal i com s'observa en la següent fotografia:

També es van observar algunes mesures en què la cinta estava una mica inclinada. En la següent del grup 1 notem que està una mica inclinada. S'ha de fer constar que aquests fets van ser una minoria:



fig. 50: Presa de mesures pràctica 1 del grup 3 (II)

Tal i com es va recollir al final de la presa de mesures, van tenir problemes amb les canonades, bancs i parterres que van solucionar de diferents maneres:



fig. 51: Estratègia del grup 4 per superar obstacles

El grup 4 utilitza la cinta mètrica de 3 m per passar-la per darrera d'aquesta canonada i així poder mesurar sense impediment.

En canvi el grup 1 es troba amb aquesta canonada molt més petita i a una distància de la paret que no li permet no passar la cinta mètrica llarga ni segurament la cinta de 3m, decideix mesurar per sobre i argumenta: "passem per sobre i després restem un cm"



fig. 52: Estratègia del grup 1 per superar obstacles



fig. 53: Estratègies del grup 4 per superar obstacles (II)



fig. 54: Estratègies del grup 4 per superar obstacles (III)

Per no superar la dificultat del parterre i la reixa per les plantes enfiladisses de sobre, el grup 4 mesura just per davant ajudant-se de la petita alçada que hi ha al terra a mode de vorera.

El mateix grup 4 per també superar les dificultats de la paret que ara es veu al fons amb també parterre i plantes enfiladisses mesura més endavant, però com que en aquesta alçada hi ha un banc, decideix mesurar a més d'un metre del terra.



fig. 55: Estratègies del grup 4 per superar obstacles (IV)



fig. 56: Estratègies del grup 2 per superar obstacles

En canvi el grup 2 mesura per sobre del parterre i passant per davant del banc.

També hi va haver moments per preocupar-se per quina dada apuntar:

Aquest alumne del grup 2 dubta quina mesura posar i al final raonen que si està entre 1'61 m i 1'62 m però més a prop de 1'61 m, arrodoniran a 1'61 m ja que no té sentit prendre les mesures amb precisió de mil·límetre.



fig. 57: Aproximacions en les preses de les mesures

Totes aquestes observacions no estan ordenades per ordre d'importància ni de freqüència amb què han estat observades i per tant no tenen més valor que el fet que són observacions fetes en una presa de dades en què es van realitzar moltes observacions però se'n van deixar de realitzar moltes altres. No es pretenia en cap cas que l'alumne es sentís controlat sinó que anés treballant i prenent les seves decisions i resolent els obstacles que s'anessin trobant amb les seves eines i

5.2.4.e.- Anàlisi dels croquis de grup

Juntament amb l'Activitat 1 de la pràctica 1 que acabem d'analitzar a l'apartat anterior, els alumnes van lliurar els croquis de grup amb les mesures que havien pres al pati. D'aquests croquis se'n va fer una còpia per cadascú del grup i se'ls hi va donar per tal que poguessin fer el plànol a escala en paper mil·limetrat.

Grup 1

Com ja hem comentat, aquest grup va escollir el croquis de l'alumne 1.6. En primer lloc anem a analitzar si han fet algun canvi en el croquis i després analitzarem les mesures que hi han indicat.

En la taula AI_PIC1 s'havia indicat que l'alumne 1.6 havia tingut problemes per representar la part de les vidrieres i no havia representat la longitud 2. En la taula següent recordem les característiques del croquis d'aquest alumne.

Taula 5.31.- Croquis individual de l'alumne 1.6 abans de la presa de dades							
Nom	Realització del croquis						Observacions
	Està acabat?	Forma consistent	Parts desproporcionades?	Està fet amb regla?	Hi ha traços a mà alçada?	Hi ha dibuixat altres elements?	
Alumne 1.6	Sí	Sí	Sí	Sí	No	Sí	L'entrada no s'endinsa gaire en el pati Les vidrieres no estan correctes És massa ample

A l'annex A48 trobem el croquis del grup 1 després de la presa de dades (el croquis està reduït)

Ara notem que després de la presa de dades:

- L'entrada ja s'endinsa en el pati i per tant hi ha indicada una longitud 5.
- La part final de les vidrieres s'ajusta més a la realitat

A la figura següent s'adjunta un detall del croquis de la zona amb les rectificacions abans esmentades:

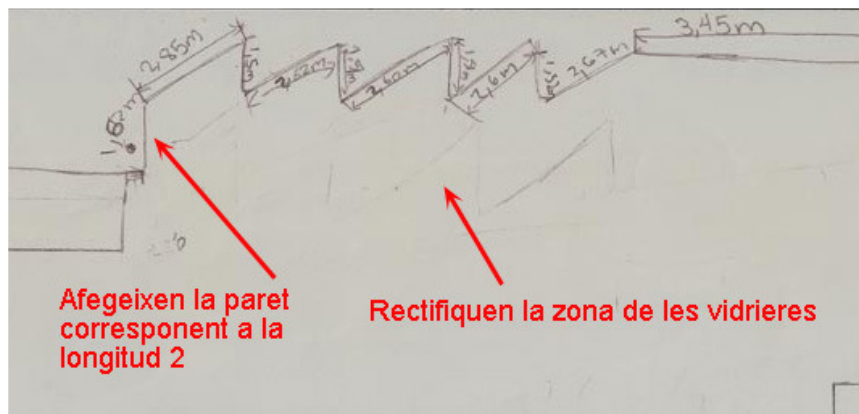


fig. 58: Detall zona de les vidrieres del croquis del grup 1 després de la presa de dades

Però per altra banda, els angles de les vidrieres no han estat modificats i continuen sent incorrectes. Els angles continuen sent molt aguts i seguint la nomenclatura que hem establert a la figura 45 les parets anotades com paret_4, 4a, 4b i 4c són erròniament paral·leles a la paret indicada com a longitud 2.

Per tant, notem que el croquis ha estat modificat per tal d'adaptar-se a la realitat.

Ara entrem a analitzar les mesures concretes que van prendre durant la presa de dades:

Taula 5.32.- Relació de dades preses pel grup 1

Grups	Lon_1	Lon_2	Lon_3	Lon_4	Lon_5	Lon_6	Lon_7	Lon_8	Observacions
	8'87 m	1'62 m	2'85 m	1'49 m	3'46 m	8'60 m	26'70 m	5'59 m	
1	7,99 m	1'62 m	2'85 m	1'5 m	3'45 m	8'69 m	25'89 m ¹	5'68 m	¹ falta el parterre final

Notem que les úniques diferències destacables estan en la longitud 1 i en la longitud 7. En la longitud 7 en el plànol ja està indicat que no han mesurat el parterre i que per tant no han mesurat fins a la pare i és per això que s'ha considerat incorrecta. En la longitud 1 està indicat com si haguessin mesurat des de la paret però tot sembla indicar que aquests 88 cm que els hi falten també deuen ser del parterre. Respecte a les altres longituds les mesures són totalment acceptables amb marges d'errors molt petits.

Grup 2

El grup 2 va triar el croquis de l'alumne 2.1. Com abans anem a recordar les anotacions sobre el croquis que vam fer a la taula AI_Pic1:

Taula 5.33.- Croquis individual de l'alumne 2.1 abans de la presa de dades

Nom	Realització del croquis						Observacions
	Està acabat?	Forma consistent	Parts desproporcionades?	Està fet amb regla?	Hi ha traços a mà alçada?	Hi ha dibuixat altres elements?	
alumne 2.1	Sí	Sí	Sí	Sí	No	Sí	Hi ha una paret recta entre l'entrada i les vidrieres Les vidrieres no estan correctes. És massa ample

El croquis d'aquest segon grup es troba també a l'annex A49.

Anem a veure com han quedat els problemes detectats en la forma general del pati en el croquis de l'alumne en el croquis del grup després de prendre les mesures:

- La paret que hi havia abans de les vidrieres desapareix i per tant la primera paret inclinada de la vidriera s'allarga fins la paret del sortint de l'entrada ja que no es podia refer tot el croquis.
- Les vidrieres continuen tenint el mateix angle agut que provoca que la paret que té la finestra sigui paral·lela a la paret del sortint de l'entrada.

A l'annex A50 també s'hi ha adjuntat el croquis analitzat. A continuació adjuntem el detall de la zona de les vidrieres:



fig. 59: Detall de les vidrieres croquis del grup 2 abans de la presa de dades

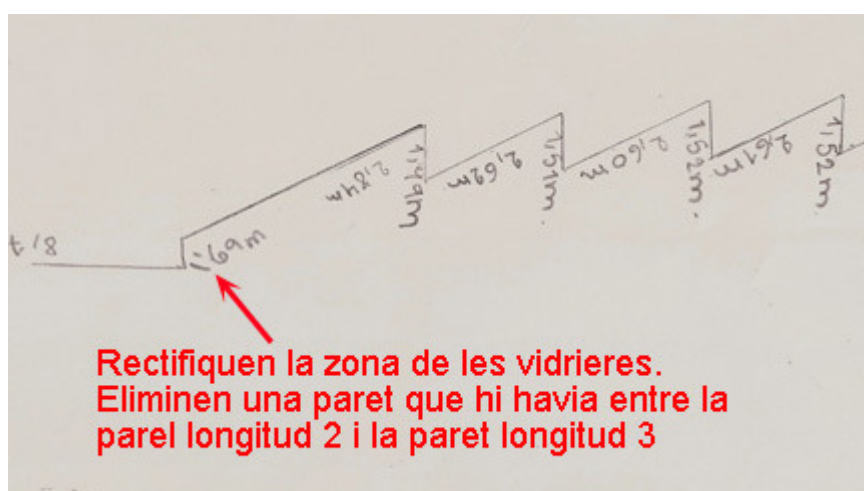


fig. 60: Detall de les vidrieres croquis del grup 2 després de la presa de dades

Taula 5.34.- Relació de dades preses pel grup 2

Grups	Lon_1	Lon_2	Lon_3	Lon_4	Lon_5	Lon_6	Lon_7	Lon_8
	8'87 m	1'62 m	2'85 m	1'49 m	3'46 m	8'60 m	26'70 m	5'59 m
2	8'79 m	1'69 m	2'84 m	1'49 m	3'47 m	8'62 m	28 m	8'68 m

Observem que les mesures fins la longitud 6 són força ajustades. La longituds 7 estan més allunyades, tot i que estaria en el límit d'un error d'un 5% i per tant s'ha considerat correcta. La longitud 8 és incorrecta. Ja es va mencionar que el grup 2 va tenir problemes de temps ja que es van entretenir molt en les primeres mesures i pot ser que les últimes les prenguessin amb més pressa.

Observem que la longitud 8 és molt semblant a la mesura de la longitud 6 i fins i tot una mica superior, resultat que no té massa sentit ni amb la realitat ni amb el propi croquis dels alumnes.⁶¹

Grup 3

El grup 3 va escollir el croquis de l'alumne 3.3:

⁶¹ Aquest detall també està ressaltat en el croquis analitzat que es troba a l'annex A50.

Taula 5.35.- Croquis individual de l'alumne 3.3 abans de la presa de dades							
Nom	Realització del croquis						Observacions
	Està acabat?	Forma consistent	Parts desproporcionades?	Està fet amb regla?	Hi ha traços a mà alçada?	Hi ha dibuixat altres elements?	
Alumne 3.3	Sí	Sí	Sí	Sí	No	Sí	Les vidrieres no estan correctes És massa ample

L'alumne 3.3 va lliurar el croquis per la tarda i es va quedar la fotocòpia i va lliurar l'original. Aquest fet va limitar les modificacions que hi poguessin fer. El grup ho va solucionar, repassant el contorn del croquis amb bolígraf i modificant d'aquesta manera el que van necessitar. En concret van modificar la part final de la vidriera; en el croquis després de la presa de dades l'última paret amb la finestra s'allarga inclinada fins arribar a la paret del fons i per tant queda eliminada la paret que vam anomenar longitud 5. A l'annex (A51) es pot trobar el croquis del grup 3. A continuació adjuntem detalls de la zona on hi va haver les modificacions esmentades:

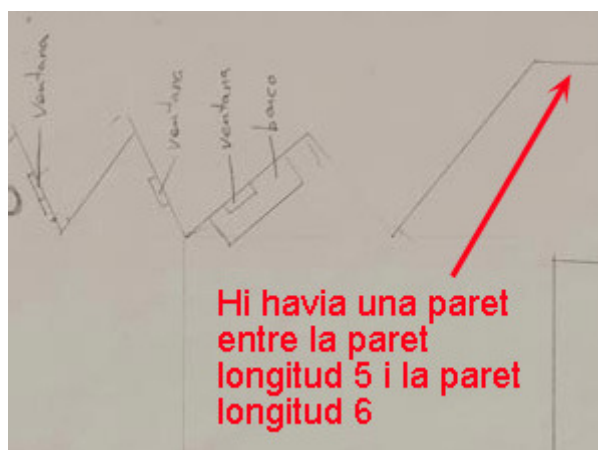


fig. 61: Detall de la cantonada longitud 5-longitud 6 en el croquis del grup 3 abans de la presa de dades

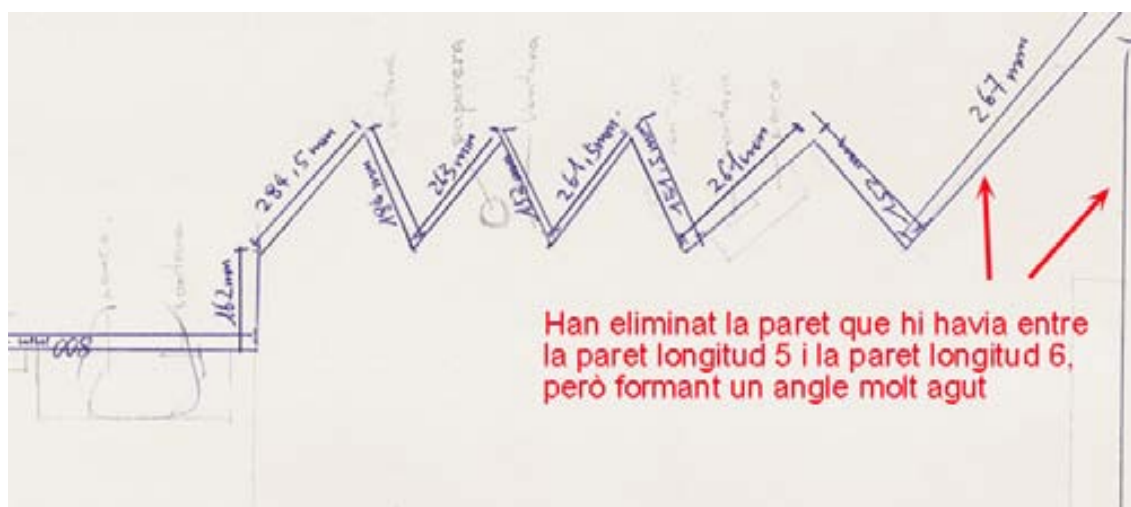


fig. 62: Detall de la cantonada longitud 5-longitud 6 en el croquis del grup 3 després de la presa de dades

A continuació adjuntem la relació de dades

Grups	Lon_1	Lon_2	Lon_3	Lon_4	Lon_5	Lon_6	Lon_7	Lon_8
	8'87 m	1'62 m	2'85 m	1'49 m	3'46 m	8'60 m	26'70 m	5'59 m
3	800 mm	162 mm	284'5 mm	184 mm	267 mm	620 mm	1940 mm	690 mm

Aquest grup com veiem ha tingut molts problemes en la presa de dades. Primer de tot notem que han donat les dades en mil·límetres, unitat no gaire usual per longituds que havien d'indicar, però a més, notem que realment la unitat que haurien d'haver escrit són cm; observem la longitud 2 que és en realitat 1'62 m = 162 cm i ells indiquen 162 mm. El mateix passa amb la resta de mesures. Per tant, en primer lloc hi ha un problema amb la unitat emprada.

Excepte les longituds 2 i 3 la resta disten molt de les mesures donades com a correctes. Per tant aquí hi ha hagut problemes amb la presa de mesures. Observem que també en aquest cas la longitud 6 és més petita que la longitud 8 sent totalment contrari a la realitat i al propi croquis. El croquis analitzat es pot trobar a l'annex A52.

Aquest grup ha tingut molts problemes en la presa de dades. Ja vam comentar que es van subdividir i ja vam indicar que un dels subgrups no estava tenint gaire en compte ni la inclinació ni la tensió de la cinta. Ara constatem que els problemes han anat més enllà. Ells per això se'n van adonar que les dades no estaven correctes i per això van demanar en la sessió següent de tornar a sortir al pati a prendre mesures.

Se'ls hi va comentar que les modificacions sobre les mesures que fessin haurien de quedar recollides en la seva còpia del croquis que lliuressin amb la pràctica. Per tant ara analitzarem els croquis que van lliurar amb la pràctica 1. L'alumne 3.1 no va lliurar la pràctica 1. Els alumnes 3.4 no van lliurar cap croquis amb la pràctica 1 i l'alumne 3.5 va lliurar la còpia del croquis sense modificacions. A continuació recollim les modificacions en els croquis dels alumnes 3.2 i 3.3:

Grups	Lon_1	Lon_2	Lon_3	Lon_4	Lon_5	Lon_6	Lon_7	Lon_8
	8'87 m	1'62 m	2'85 m	1'49 m	3'46 m	8'60 m	26'70 m	5'59 m
3	800 mm	162 mm	284'5 mm	184 mm	267 mm	620 mm	1940 mm	690 mm
3.2	8 m 9'7 m	1'62 m	2'845 m	1'84 m	2'67 m	6'2 m	19'40 m	6'9 m
3.3	8 m	2,1 m	2'8 m	1'8 m	3'6 m	8'61 m	27'88 m	5'7 m

Alumne 3.2

L'alumne 3.2 només ha canviat les mesures de mil·límetres a metres tot corregint l'error que ja havíem comentat, però no ha modificat cap de les mesures. També cal destacar que a la longitud 1 de la fotocòpia de 800 mm hi apareixen dues dades: just a sota està escrit 8 m, però just a sobre està també escrit 9'7 m.

Alumne 3.3

En el croquis de l'alumne 3.3 hi ha més modificacions, s'ha modificat també el problema de les unitats. Observem que la longitud 1 continua igual amb una dada un pèl allunyada de la longitud correcta, la mesura de la longitud 2 que era una de les correctes (sense tenir en compte la unitat) ara es modifica per allunyar-se'n. Les dades 3 i 4 les arrodoneix però no les modifica i per tant la dada quarta continua sent incorrecta. Les dades 5 i 8 són ara acceptablement properes i la dada 6 és gairebé igual. La longitud 7 per això està corregida però ara s'allunya una mica més d'un metre de la dada correcta.

Notem que els alumnes ells mateixos van adonant-se dels problemes i tenen els seus mecanismes per solucionar-los també es veritat que tot escull amb què es troben durant el camí hi ha alumnes que s'hi encallen més que d'altres. Després ja farem una anàlisi amb profunditat del plànols de la pràctica 1 i tindrem en compte les diferents dades d'aquest grup 3.

Grup 4

El grup 4 va escollir el croquis de l'alumne 4.4. Recordem els comentaris recollits a la taula AI_P1c1:

Nom	Realització del croquis						Observacions
	Està acabat?	Forma consistent	Parts desproporcionades?	Està fet amb regla?	Hi ha traços a mà alçada?	Hi ha dibuixat altres elements?	
alumne 4.4	Sí	A mitges	Sí	Sí	No	No	Les vidrieres estan orientades a l'inrevés. Només hi ha tres vidrieres És massa ample

Dels quatre plànols escollits pels grups aquest és el que a priori presentava més problemes, és el que té parts més desproporcionades i la part de les vidrieres és força caòtica, estant els angles a l'inrevés.

Observem el plànol després de la presa de mesures (A53) i notem que:

- el plànol és igual de llarg però és encara més ample. (A54 i A55)
- s'han ampliat el nombre de parets que componen les vidrieres.
- la zona de les vidrieres és encara més caòtica que abans, el fet d'estar les orientacions invertides fa que tan l'inici com al final s'hagin hagut d'adaptar creant parets amb inclinacions que no es corresponen per res amb la realitat.
- per ampliar el nombre de parets que formen la vidriera, s'ha reduït substancialment l'entrada.

A continuació adjuntem imatges de la zona de la vidriera

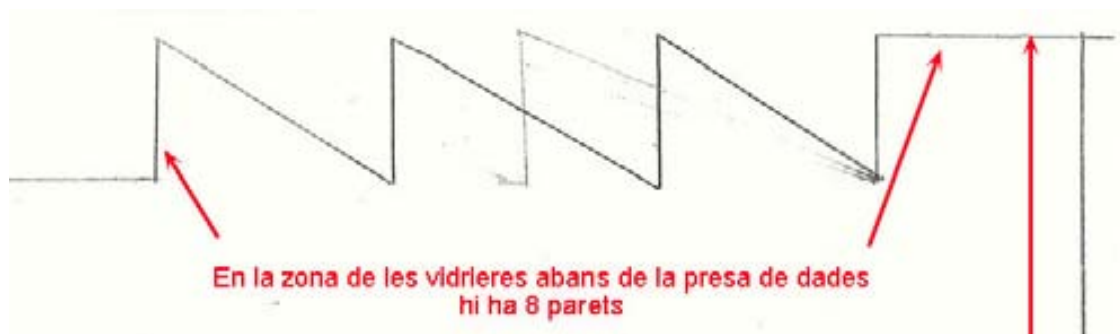


fig. 63: Detall zona de les vidrieres del croquis del grup 4 abans de la presa de dades

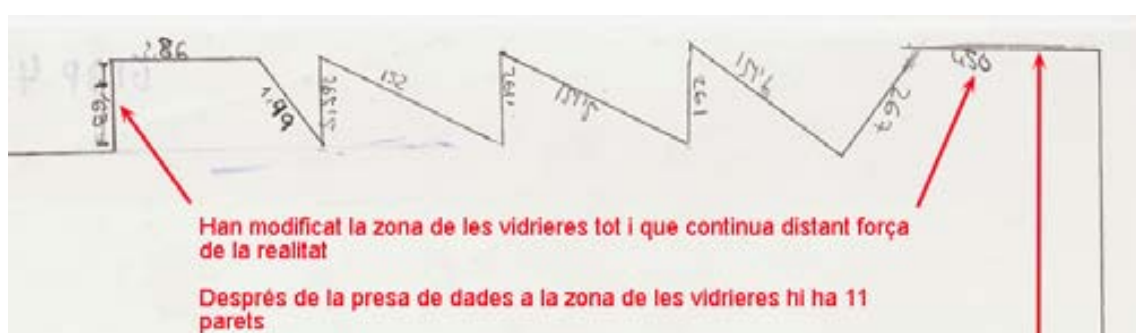


fig. 64: Detall de la zona de les vidrieres del croquis del grup 4 després de la presa de dades

Anem a veure amb totes les limitacions tot just esmentades de completar al màxim la taula de les longituds:

Taula 5.39.- Relació de dades preses pel grup 4

Grups	Lon_1	Lon_2	Lon_3	Lon_4	Lon_5	Lon_6	Lon_7	Lon_8	Observacions
	8'87 m	1'62 m	2'85 m	1'49 m	3'46 m	8'60 m	26'70 m	5'59 m	
4	800	1'63	2'86 ¹	1'49	450	620	3271	568	¹ paret ortogonal a la longitud 2 ² paret que forma un angle 120° amb la longitud 3

En primer lloc observem que no hi ha cap unitat indicada i que si volem interpretar les longituds indicades no ens servirà una única unitat del SMD. Les longituds 2, 3 i 4 que són les úniques que tenen coma decimal, serien correctes com a resposta suposant que estan donades en metres. Les altres longituds disten molt de les respostes correctes i s'hauria d'entendre que estan donades en cm; notem que la longitud 1 i 6 són exactament les mateixes que donades pel grup 3.

Els mateixos alumnes del grup 4 també se'n van adonar que amb aquestes dades ho tenien difícil per fer el plànol a escala i per això també van demanar poder tornar a prendre mesures al pati petit. Igual que amb el grup 3 analitzarem els croquis que van lliurar amb la pràctica 1.

Taula 5.40.- Relació de dades preses pels grup 4 en preses de dades extres.

Grups	Lon_1	Lon_2	Lon_3	Lon_4	Lon_5	Lon_6	Lon_7	Lon_8	Observacions
	8'87 m	1'62 m	2'85 m	1'49 m	3'46 m	8'60 m	26'70m	5'59 m	
4	800	1'63	2'86 ¹	1'49	450	620	3271	568	¹ paret ortogonal a la longitud 2 ² paret que forma un angle 120° amb la longitud 3
4.1	?79 m 5'66	1'64 m 1'36	2'87 m 2'39	1'52 m 1'26	3'49 2'9	8'64 m 7'2	28'97 m 24.14 16	5'71 m 4'76	hi ha sempre dues dades una amb unitats i la segona sense unitat i encerclada
4.3	2'04 m	1'56 m	1'44 m	1'56 m	1	6'12 m	32'70 m	5'04 m	¹ ha dibuixat com un sortint i n'ha mesurat la profunditat però no l'amplada
4.4	5'66 m	1'64 m	2'67 m	1'52 m	3'49 m	8'64 m	28'97 m	5'71 m	
4.5	8'79 m	1'64 m	2'87 m	1'52 m	3'49 m	8'64 m	28'97 m	5'71 m	

Alumne 4.1

L'alumne 4.1 anota dues dades noves sobre cada dada que tenia el croquis fotocopiats amb les dades que havien pres durant la primera presa de mesures. En tots els casos hi ha una dada amb unitats (m) i un altra dada a sota o al costat encerclada tal i com es pot observar en el detall del croquis que troben a continuació:

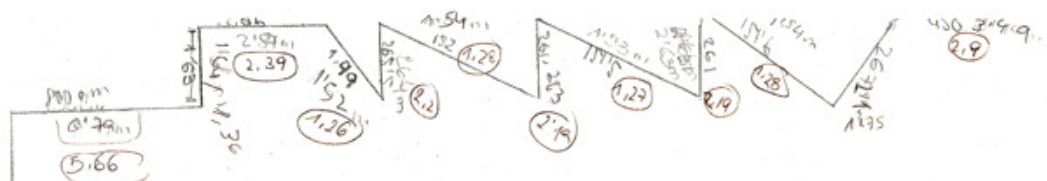


fig. 65: Detall croquis lliurat amb el treball de la pràctica 1 de l'alumne 4.1

S'observa que la dada encerclada correspon a la dada amb unitats en cm i dividida entre 120. Una possible interpretació és que podrien ser càlculs preparatoris per la posterior representació del plànol a escala. A continuació tenim les dades recollides en una taula:

Taula 5.41.- Estudi de les dades del croquis de l'alumne 4.1.

Dades	Lon_1	Lon_2	Lon_3	Lon_4	Lon_5	Lon_6	Lon_7	Lon_8
	8'87 m	1'62 m	2'85 m	1'49 m	3'46 m	8'60 m	26'70m	5'59 m
dada amb unitats (a)	?79 m ?=6	1'64 m	2'87 m	1'52 m	3'49	8'64 m	28'97 m	5'71 m
dada encerclada (b)	5'66	1'36	2'39	1'26	2'9	7'2	24.1416	4'76
100*a/120	5'6583	1'3666	2'3916	1'2666	2'9083	7'2	24'1416	4'7583

Observem que realment la dada encerclada correspon a convertir la primera dada de metres a centímetre i dividir-ho entre 120. Observem que les dades 1 i 8 estan arrodonides a dos decimals, en canvi les dades 2, 4 i 5 no ho estan.

Amb aquestes noves dades preses notem que les dades 2, 3, 4, 5, 6 i 8 serien correctes. La primera dada ha esta modificada però és incorrecta, el mateix passa amb la setena dada. La vuitena dada s'allunya de la dada correcta però està dins del 5% d'error establert.

Alumne 4.2

L'alumne 4.2 no lliura cap croquis amb la seva pràctica 1. L'alumne 4.3 presenta un croquis a mà diferent del que havien acordat amb el grup i amb unes dades completament diferents a les que amb el grup havien pres la primera vegada i també diferents de les de la segona vegada. El croquis per això conté elements similars amb el croquis de grup del grup 4: la primera paret que forma part de la vidriera és ortogonal amb la paret del sortint de l'entrada. El final de la vidriera també es curiós, però de diferents manera, es crea un sortint del qual l'alumne només hi indica la profunditat, sense indicar-hi l'amplada. Només la dada 7 s'assembla a la dada 7 que va donar el grup després de la primera presa de dades. Les altres dades no tenen fàcil interpretació.

Alumne 4.4

L'alumne 4.4 presenta un nou croquis a bolígraf de forma molt semblant al croquis triat pel grup (recordem que era el seu) amb les mesures noves indicades: són les mateixes que les de l'alumne 4.1 amb dues excepcions, la longitud 1 correspon a la dada encerclada i no a la dada amb unitats i la tercera dada canvia un 8 per un 6, per tant aquí sembla que pot haver-hi una errada en la transcripció de dades entre alumnes del mateix grup en passar les dades a net.

Alumne 4.5

L'alumne 4.5 lliura el plànol de grup fotocopiats i en bolígraf hi indica les noves dades, són les mateixes que l'alumne 4.1, a diferència de la primera que és 8'79 m. Aquesta dada és molt propera a la dada correcta. A la vista de les dades ens podríem aventurar a conjeturar que sembla que el grup 4 va prendre bé aquesta mesura en la segona presa de dades, però després aquest 8 és va perdre en l'alumne 4.1 que va escriure un xifra intel·ligible però que va considerar un 6 a l'hora de fer el càlcul de dividir entre 120 i després l'alumne 4.4 sembla que va agafar la dada encerclada com a dada bona.

Resum de la 1a Anàlisi del croquis del grup de la pràctica 1.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi dels croquis del grup de la pràctica 1 es fa un resum dels seus resultats:

Croquis:

- El grup 1 i 2 rectifiquen el seu croquis de grup a partir de la presa de dades. Aconsegueixen uns croquis que representen força bé el pati petit.
- El grup 3 té problemes per realitzar les correccions al croquis perquè va lliurar l'original i es va quedar la fotocòpia. Tot i que introdueixen modificacions correctes aquestes no són suficients perquè la zona de les vidrieres i sobretot la paret longitud 5 representi la realitat.

- El grup 4 no aconsegueix un plànol representatiu de la zona de les vidrieres després de la presa de les mesures.

Primera presa de mesures:

- El grup 1 va prendre 6 de les 8 mesures amb força precisió. En la presa de les mesures van indicar la part que no havien mesurat de les altres dues.
- El grup 2 van prendre també 7 de les 8 mesures correctament. No hi ha indicis que tinguessin control sobre l'error que van cometre en les dues darreres.
- El grup 3 dona les mesures incorrectament. Sense tenir en compte aquest aspecte, només dues de les vuit mesures tenen un marge d'error acceptable.
- El grup 4 no va indicar les unitats de mesura en les seves dades i només una única unitat de mesura no pot donar resposta a les dades numèriques indicades. Intentant interpretar les mesures enteres com a donades en centímetre i les decimals en m, només 4 de les 8 mesures podrien ser considerades com a correctes.

Segona presa de mesures:

- En el grup 3 només l'alumne 3.3 presenta noves dades en el croquis lliurat amb la pràctica 1. Les dades estan expressades amb una unitat correcta. Amb la nova presa de dades es corregeixen 3 de les mesures, però una de les que estava correcta es canvia per una incorrecta. En el croquis presentat en la pràctica 1 per l'alumne 3.3 hi ha 4 dades correctes. Tot i haver-se considerat correcte són força imprecises.
- Cada alumne del grup 4 presenta la majoria de les dades en el croquis de la pràctica 1 diferent a la resta de companys i diferents a les indicades en el croquis de grup.

5.2.4.f.- Lliurament dels plànols de la pràctica 1

Per a analitzar el lliurament de la pràctica s'han elaborat tres taules: AI_PId1, AI_PId2 i AI_PId3:

La primera taula AI_PId1 (A56) correspon a informació sobre la data de lliurament i sobre coses molt bàsiques de la presentació de treballs.

A la taula AI_PId2 es recullen dades sobre la aspectes generals del plànol lliurat. La taula també es troba a l'annex (A57).

A la taula AI_PId3 es recullen algunes longituds dels croquis i dels plànols. La taula es troba també a l'annex (A58).

L'anàlisi amb detall dels plànols de cada alumne es realitzarà en la tercera anàlisi de les dades.

5.2.5.- Pràctica 2:

5.2.5.a.- Activitat 2.2 i 2.3 – Activitats de reflexió en grup i presa de dades

Recordem que les dades d'aquesta reflexió de grup es van recollir en dues sessions diferents que hem anomenat *Primer dia* i *Segon dia*. A continuació s'adjunten escanejors de les respostes dels diferents grups dels primers dies i les del segon dia analitzades tot destacant-ne les diferències.

Els fulls de les activitats 2 i 3 van ser recollides al final de les dues sessions esmentades i per tant observarem que hi ha creuament de dades. Per exemple, en el grup 1 que trobem a continuació podem observar que en aquesta activitat 2 hi indiquen les dades que van prendre i que correspondria a l'activitat 3.

Grup 1

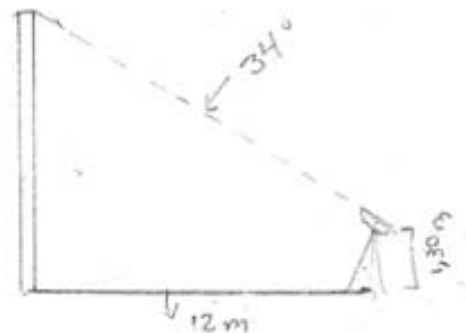


fig. 66: GRUP 1 – Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2. Reflexió en grup – Primer dia

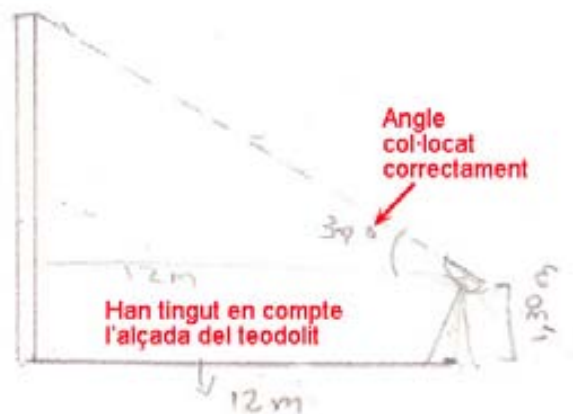


fig. 67: GRUP 1 – Resposta analitzada pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup - Segon dia

El grup 1 va modificar el seu model en dos sentits:

- En la segona figura hi dibuixen el triangle que té en compte l'alçada del teodolit i la distància de 12 m entre el teodolit i la paret també està indicada en el catet inferior d'aquest triangle.
- Els 34° mesurats amb el teodolit deixen d'estar indicant la visual entre el teodolit i el punt més alt (primera figura) per indicar l'angle de visió.

Grup 2

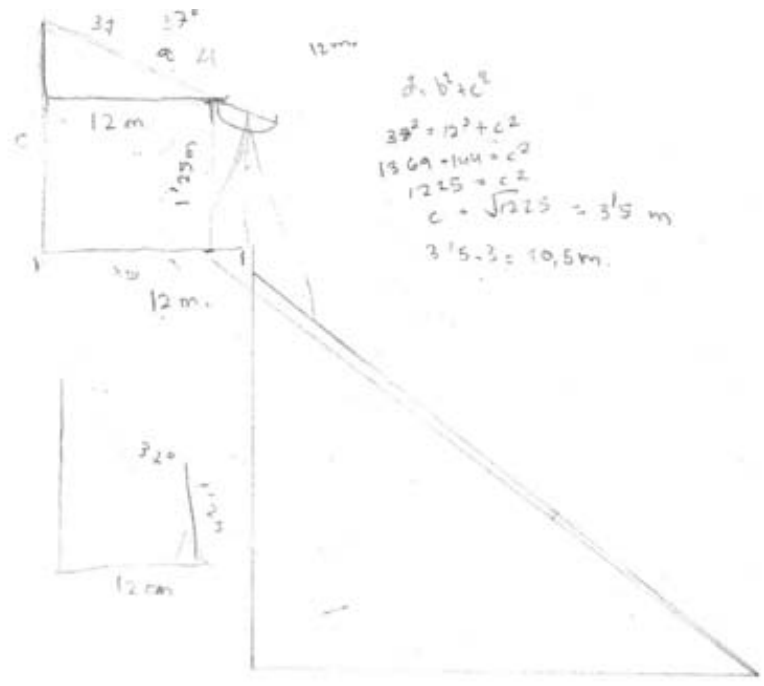


fig. 68: GRUP 2 -Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup -Primer dia

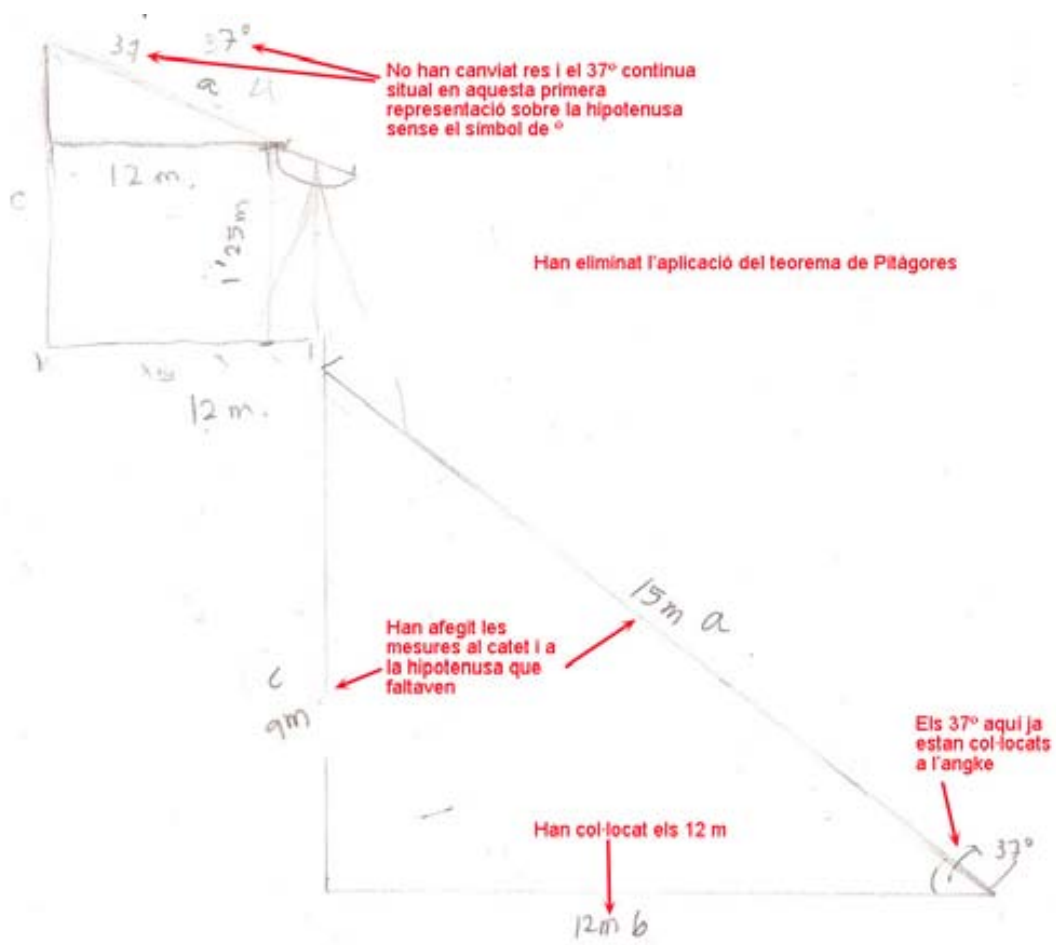


fig. 69: GRUP 2 -Resposta analitzada pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup -Segon dia

Tant en el primer com en el segon dia hi ha un triangle rectangle de catets 9-12-15 dibuixat. Aquest triangle és semblant al triangle rectangle 3-4-5. Sembla que els alumnes han relacionat aquest triangle rectangle amb el triangle rectangle de la resolució de la pràctica a partir de costat de 12 m. Si calculem l'arctangent de 4/3 obtenim l'angle de $36^{\circ} 52' 11.63''$ i d'aquí l'aproximació a partir de la representació a l'angle de 37° . A la vista d'aquests resultats podem indicar com a interpretació possible que els alumnes hagin ignorat la dada de l'angle presa i hagin indicat l'angle obtingut a partir de la representació del triangle de costats 9-12-15 i de la mesura amb el transportador d'angles de l'angle en qüestió.

Notem que en el grup 2 han fet les següents modificacions:

- Han eliminat l'aplicació del teorema de Pitàgores que estava en la zona superior dreta del full de respostes. Tot i que han continuat deixant la representació del triangle rectangle on els 37° perden el símbol de grau i passa a estar situat sobre la hipotenusa del triangle rectangle.
- En la segona representació (més gran i on no hi ha el teodolit representat) els 37° ja estan col·locats correctament. També estan col·locats els 12 m de la mesura de la longitud, però a l'altre catet s'hi indiquen 9 m i a la hipotenusa 15 m que no està registrat d'on surten.

Grup 3

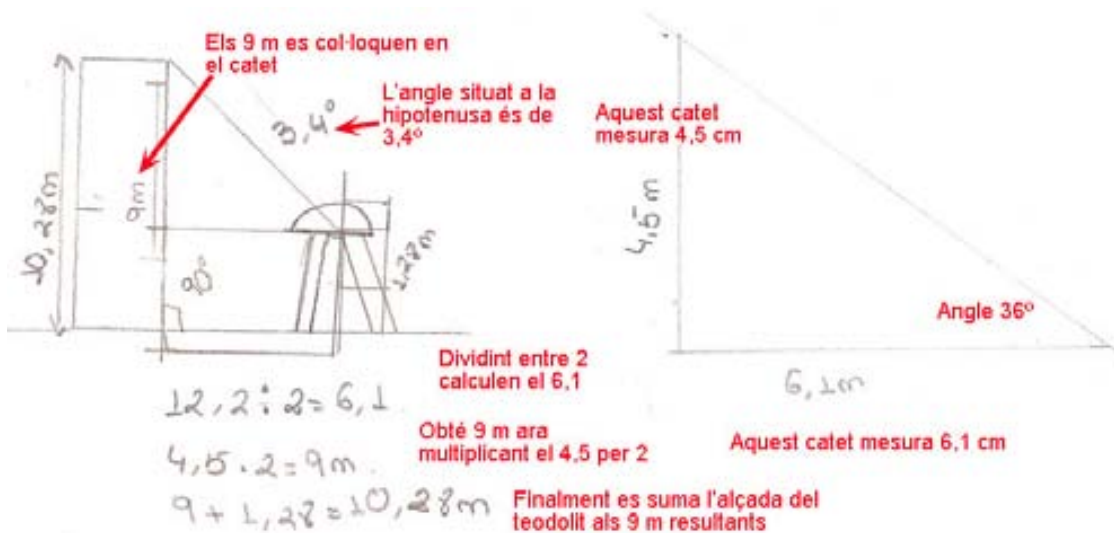


fig. 70: GRUP 3- Resposta analitzada pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup – Primer i Segon dia

El grup 3 no fa cap modificació el segon dia i per això només s'ha adjuntat un escaneig i ja analitzat. Notem que en el grup 3 s'ha fet un croquis de la situació on s'hi han indicat les mesures tot i que s'hi indica un angle de $3,4^{\circ}$ i que està situat sobre la hipotenusa. Després a la part dreta s'hi representa un triangle rectangle amb l'angle de 36° (proper a 34°) i amb un catet de 6,1 m obtingut en dividir la mesura de 12,2 entre 2 tal i com han indicat en el mateix full de respostes. Després mesuren l'altre catet que tal i com s'indica en el full de respostes mesura realment 4,5 tot i que cm. Després multipliquen aquesta dada per 2 i obtenen els 9 m que col·loquen en el croquis i al qual li sumen l'alçada del teodolit (1,28 m) per obtenir l'alçada del gimnàs que també col·loquen adequadament en el croquis.

Notem que tot i haver errors, a grans trets el raonament és força correcte. Haurem d'analitzar l'evolució d'aquest raonament i dels errors en els successius lliuraments.

Grup 4

La podem calcular mesurant un metre en la paret i mirant els graus que hi ha, i després una equació per saber quanta mesura en total

Equació:

$$\frac{1m}{40^\circ} = \frac{Xm}{180^\circ}$$

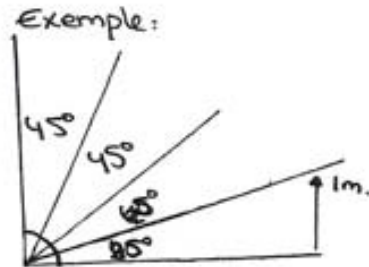


fig. 71: GRUP 4 -Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup -Primer dia

Notem que aquesta resposta és molt semblant a la resposta que va donar l'alumne 4.3 a la pràctica 3.1, però no és exactament la mateixa. Allà l'alumne també proposava mesurar els graus que corresponen a l'alçada d'un metre, aleshores a la pràctica 3.1, l'alumne aleshores proposava mesurar sota quants graus es veia el punt més alt de la paret de la classe a mesurar i aleshores establir una proporció.

En canvi en aquesta resposta els alumnes del grup 4, després de prendre la mesura en graus sota la qual es veu un metre (que a més a l'exemple li donen la mesura de 40° a la fórmula i sembla que de 45°(es llegeix amb dificultat) en el dibuix) i després estableixen la proporció amb 180°. En el gràfic veiem que han dividit un angle una mica més gran que l'angle recte en quatre parts de 45° (45° · 4 = 180°)

La podem calcular mesurant un metre en la paret i mirant els graus que hi ha, i després una equació per saber quanta mesura en total

Equació:

$$\frac{1m}{40^\circ} = \frac{Xm}{180^\circ}$$

Incorrecte

Senyalen com INCORRECTE la proposta de l'anterior sessió

Expliquen un procés alternatiu:

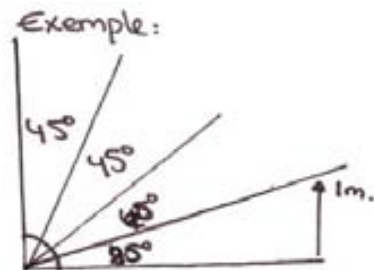


fig. 72: GRUP 4 -Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup -Segon dia. Primera part.

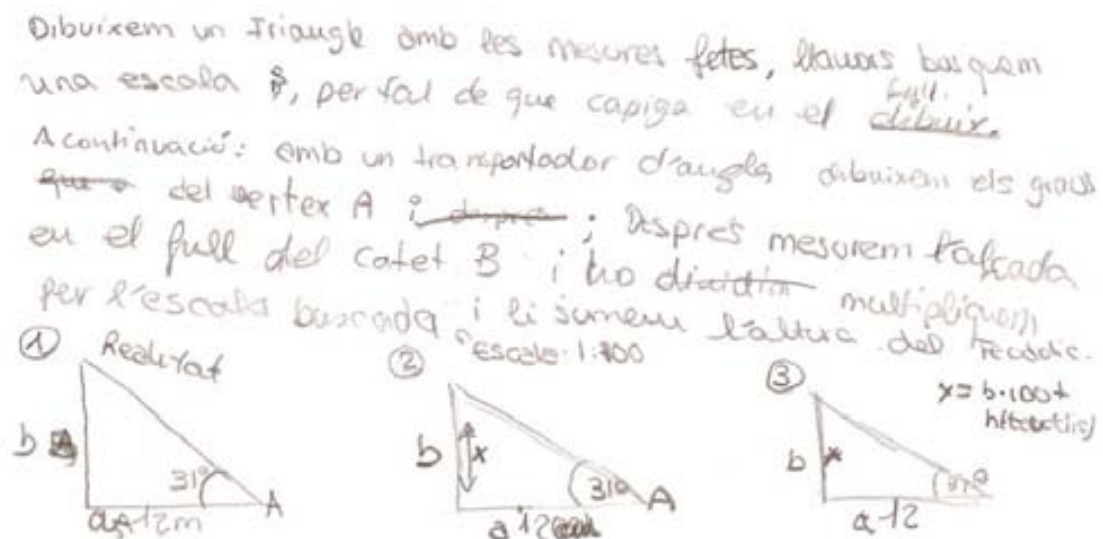


fig. 73: GRUP 4 -Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup -Segon dia. Segona part.

El segon dia van senyalar com a incorrecte la primera estratègia i van escriure una nova estratègia (figura anterior, primera i segona part) que és correcta tot i que a diferència del grup 3 només indiquen l'estratègia i no fan els càlculs.

Resum de la 1a Anàlisi de la reflexió en grup i la presa de les mesures de la pràctica 2.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la reflexió en grup de la pràctica 2 es fa un resum dels seus resultats:

- Els alumnes han tingut molts problemes per trobar una estratègia de resolució per a la situació proposada.
- En les successives recollides de dades s'ha pogut anar observant l'evolució dels alumnes i com han anat resolent els seus errors o les seves estratègies errònies.
- Han tingut problemes per situar en el croquis del triangle rectangle l'angle pres amb el teodolit. Tres grups (els grups 1, 2 i 3) després de la presa de dades van col·locar la mesura de l'angle senyalant a la hipotenusa. Aquest va ser un dels errors que van solucionar amb revisions successives de la seva feina.
- El grup 2 va forçar fins l'extrem l'ús del teorema de Pitàgores per resoldre la situació proposada.
- Els alumnes grup 3 després del primer dia van ser capaços d'elaborar una estratègia per trobar l'alçada del teodolit tot i que conté errors. Malauradament aquests errors no van ser corregits durant la segona sessió.
- El grup 4 va superar una estratègia de resolució errònia consensuada donada durant la primera sessió tot plantejant una estratègia correcta i ben explicada durant la segona sessió.
- L'estudi sobre les dades anotades es farà en el següent punt.

5.2.5.b.- Activitat 3- Presa de mesures

Estimació

En primer lloc es fa un estudi de les estimacions que van fer els alumnes. En la taula següent es recullen les respostes que van donar els alumnes:

Taula 5.42.- Estudi de l'estimació de l'alçada del gimnàs feta pels alumnes.	
Grup	Estimació i raonament
Grup 1	de 8-10
Grup 2	10 m
Grup 3	Creiem que l'alçada de l'institut fa 20 7'5 m metres
Grup 4	Mesura 10,20 m perquè una persona de 1,70m cabria més o menys 6 vegades.

Per determinar l'alçada correcta del gimnàs es van realitzar les mesures amb els mateixos instruments que es donarien als alumnes. A partir d'aquestes mesures es va determinar que l'alçada de l'institut era de 9'45 m i que es considerarien com a vàlides les alçades que distessin d'aquesta menys de 15 cm donada la precisió dels instruments de mesura usats.

El grup 1 dona un rang de resposta correcte. Observem que han donat un rang prou ampli per no tenir massa problemes i que no han exposat cap raonament.

El grup 2, també sense donar cap raonament, dona 10m com a resposta que és una estimació totalment vàlida.

El grup 3 és el que es veu més despistat. Primer donen una estimació de 20 m, més del doble de l'alçada correcta, després però rectifiquen i donen 7'5 m com a resposta final, resposta ara que es queda una mica curta. Cal destacar que la resposta final és força millor que la primera.

Per últim, el grup 4 dona una estimació força bona i a més dona un raonament que ens indica com han trobat l'estimació.

En l'estudi de les dades finals donades s'analitzarà si les respostes que han donat són conseqüents amb les seves estimacions.

Tres dels quatre grups van donar unes estimacions raonables.

Presa de mesures

A partir de les dades anotades en les activitats 2.2 i 2.3 i que s'han analitzat en l'apartat anterior s'ha elaborat la següent taula:

Taula 5.43.- Dades anotades Pràctica 2.2 i 2.3					
Grup	Sessió	Distància anotada	Angle anotat	Alçada teodolit anotada	Observacions
1	1a i 2a	12 m	34°	1,30 m	L'alçada del teodolit només està anotada a la situació de la pregunta 2.
2	1a i 2a	12 m	37°	1'25 m	L'alçada del teodolit només està anotada a la situació de la pregunta 2.
3	1a i 2a	12,2 m*	34°	1'28m	*Treballen amb una longitud de 12,2 m Han anotat la distància de 10,28 m sobre el catet que representa el gimnàs (9m + 1,28 m= 10,28 m)
4	2a	12 m	31°		La situació està representada a la pregunta 2

A continuació es fa l'estudi de les mesures de la distància del teodolit al gimnàs i de l'angle pres amb el teodolit que van ser observades durant la presa de dades.

Dades observades - Grup 1

En la sessió de la presa de dades els alumnes no van prendre una única dada i alguns es van mostrar molt crítics amb la dada que prenen i alhora insegurs per la seva correcció. El grup 1 va prendre la dada tres cops i els diferents alumnes dels grup van anar comprovant la dada.

Segons la recollida de dades de la sessió de la presa de dades que es va dur a terme el 27 de gener tenim que:

L'alumne 1.2 i l'alumne 1.3 van pensar l'estimació. L'alumne 1.1 i 1.5 es van encarregar de mesurar l'angle i els alumnes 1.4 i 1.6 de la mesura de la longitud.

La primera mesura la va prendre l'alumne 1.1 i va obtenir la mesura de 35° (veure figura adjunta)



fig. 74: GRUP 1: Presa de mesures de la pràctica 2. Primera mesura



fig. 75: GRUP 1: Presa de mesures de la pràctica 2. Segona mesura

Després va prendre la mesura l'alumne 1.5 i va obtenir un angle de 48° , encara que ell va verbalitzar que li donava un angle de 44° (veure figura adjunta)

Davant la diferència el mateix alumne 1.5 va demanar que algú més prengués la mesura. L'alumne 1.1 va observar amb el teodolit col·locat tal i com l'havia deixat l'alumne 1.5 i va comentar apuntava massa alt. Aleshores va tornar a prendre ell la mesura i li va donar 34° . A partir d'aquesta tercera dada, l'alumne 1.4 comprova l'última presa de dades i també li va donar 34° .

En la pràctica 2.2 que lliuren al final de la sessió l'angle que indiquen és 34° .



fig. 76: GRUP 1: Presa de mesures amb el goniòmetre de la pràctica 2. Tercera mesura

Respecte a la longitud. Tot i que el detall de la fotografia no és massa clara es pot observar el 90 i que fins la ratlla negra transversal efectivament s'arriba al metre següent que era en aquest cas 12 m.



fig. 77: GRUP 1: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2.

Dades observades - Grup 2

Durant la presa de dades l'alumne 1.3 va prendre la mesura de l'angle, els alumnes 2.1 i 2.5 van prendre les mesures de la longitud i l'alumne 2.4 va pensar

l'estimació. Observem la dada que van prendre a partir de la fotografia realitzada: $34'50''$



fig. 78: GRUP 2. Presa de mesures de la pràctica 2. Primera mesura



fig. 79: GRUP 2: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2.

En el detall d'aquesta fotografia sí que es pot observar entre els cabells de l'alumne la mesura de 12 m i per tant que la mesura presa és de 12'04 m

Dades observades - Grup 3



fig. 80: GRUP 3. Presa de mesures de la pràctica 2. Primera mesura

L'alumne 3.1 va prendre la mesura de l'angle de 34° que s'observa a la fotografia.

Respecte a la presa de la longitud es pot observar que van prendre la mesura de 12'02 m



fig. 81: GRUP 3: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2

Dades observades - Grup 4



L'alumne 4.4 pren la mesura de l'angle que a partir de la fotografia observem l'angle que van ser de 31'5°.

fig. 82: GRUP 4. Presa de mesures de la pràctica 2. Primera mesura



Els alumnes 4.2 i 4.3 van realitzar la presa de la longitud que es pot observar a la fotografia que va ser de 12'01 m

fig. 83: GRUP 3: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2

Recollim la comparativa entre les dades observades i les dades anotades a la següent taula:

Taula 5.44.- Comparativa dades anotades Pràctica 2.2 i 2.3 durant les dues sessions i les dades preses

Grup	Distància presa	Distància anotada	Angle pres	Angle anotat
1	12 m	12 m	34°	34°
2	12'04 m	12 m	34,5°	37°
3	12'02 m	12,2 m	34°	34°
4	12'01 m	12m	31'5°	31°

Respecte a la distància notem que els grups 1, 2 i 4 han fet una lectura correcta de la mesura que van prendre i que han anotat la dada arrodonida.

En canvi en el grup 3 podem observar que la dada anotada no es correspon amb la dada presa. En aquest cas sembla clar que hi ha hagut un error en la lectura de la dada i que a partir de la presa de dades que es pot observar amb detall a la fotografia van llegit 12,2 m i no els 12,02 m que seria la resposta correcta.



fig. 84: GRUP 3: Presa de mesura de longitud de la pràctica 2

Respecte a la presa de la mesura amb el goniòmetre notem que els grups 1, 3 i 4 han fet una lectura de la dada correcta, però no el segon grup. L'arrodoniment del grup 4 és totalment correcte.

Per al grup 2 no s'ha trobat una interpretació senzilla per explicar l'error en la lectura i de $34'50''$ llegir 37° . En canvi s'ha considerat com a interpretació més plausible la donada en l'apartat anterior d'anàlisi de les activitats 2.2 i 2.3. En aquest apartat s'ha estudiat la relació que han establert els intergrants del grup dos entre el triangle rectangle de la situació i el triangle rectangle de costats 9-12-15, sent finalment aquest darrer el que han dibuixat i sobre el que han senyalat l'angle de 37° i que correspon a la seva veritable mesura (amb aproximació al grau més proper).

Per saber si la longitud que havien de mesurar era correcta depenia de l'alçada del teodolit que mesuressin:



fig. 85: Relació longitud-alçada del teodolit. Situació 1.



fig. 86: Relació longitud-alçada del teodolit. Situació 2.

A partir de les fotografies es pot comprovar que els alumnes van mesurar pensant en la situació 2.

A continuació tenim la taula amb la relació de les dades que els alumnes van mesurar durant la presa de dades de la pràctica 2:

Taula 5.45.- Relació de dades preses durant la presa de dades de la pràctica 2.

Grup	Distància presa	Angle pres
1	12 m	34°
2	12'04 m	34,5°
3	12'02 m	34°
4	12'01 m	31'5°

Per tant, respecte a la distància presa, les dades són correctes i amb una precisió molt bona. Respecte a l'angle pres, són correctes les dades dels grups 1, 2 i 3 però no la del grup 4 tal i com s'ha assenyalat a la taula.

Resum de la 1a Anàlisi de la presa de dades de la pràctica 2

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la presa de dades de la pràctica 2 es fa un resum dels seus resultats:

- Els quatre grups van mesurar correctament la distància del teodolit al gimnàs.
- Els grups 1, 2 i 3 van prendre la mesura de l'angle amb el goniòmetre correctament.
- Tres dels quatre grups van fer una lectura correcta de la mesura de longitud presa. Només el grup 3 va cometre un error en la lectura: va mesurar 12,02 m i va anotar 12,2 m.
- En la presa de la mesura de l'angle amb el goniòmetre els grups 1, 3 i 4 van fer la lectura correcta. No s'ha trobat una interpretació sobre l'error en la lectura del grup 2 que va mesurar 34,5° i va anotar 37°. És considera com a interpretació més plausible la indicada en l'anterior apartat d'anàlisi de les activitats 2.2 i 2.3.

Prendre les mesures pensant en la situació 2 comporta certa dificultat a l'hora de mesurar l'alçada del teodolit. Els alumnes van tenir poc temps per pensar en aquest aspecte tenint en compte que era un instrument nou per aquests alumnes.

Una estratègia per mesurar era posar el goniòmetre vertical en el zero i mesurar fins a la marca que a la figura està anotada amb "Alçada 1", aquesta alçada era 1,22 m.

Els alumnes però van mesurar fins a l'"Alçada 2" que seria de 1'26 m.



fig. 87: Detall teodolit

A part d'aquest error notem que les mesures dels alumnes no van prendre aquesta mesura amb massa precisió:

Taula 5.46.- Alçada del teodolit anotada en les activitats 2.2 i 2.3				
	Grup			
	1	2	3	4
Alçada del teodolit anotada	1,30 m	1,25 m	1,28 m	

Aquesta manca de precisió contrasta amb l'excel·lent precisió amb què van mesurar els 12 metres de distància entre el gimnàs i el teodolit. Per tant, les diferències aquí observades sembla que provenen més que d'errors en la presa o lectura de la mesura d'errors conceptuals de la situació amb què estaven treballant, així com també desconeixement de l'eina.

No obstant, aquests errors no alteren el resultat final, ja que els errors en la presa d'aquesta mesura són molt menors que el que produeix la manca de precisió de l'instrument en la mesura de l'angle.

5.2.5.c.- Lliurament pràctica 2

Les dades d'aquells alumnes que van lliurar la pràctica 2 van ser recollides a les taules AI_PIIb1 (A59) i AI_PIIb2 (A60).

Com hem fet anteriorment analitzarem les respostes numèriques donades pels alumnes i segons tres intervals. La informació es troba recollida a la taula AI_PIIc i el codi de colors es troba a la metodologia.

Taula 5.47.- Relació de dades numèriques donades a la pràctica 2.				
Alumnes	Dada observada (D _o)			
	1	2	3	4
alumne 1	No	No	No	No
alumne 2			No	No
alumne 3	17'7 m	9 m	10'28 m	No
alumne 4	No	No	10'28 m	No
alumne 5	No	No	10'28 m	No
alumne 6	No			

Notem que tots els resultats numèrics estan acolorits de color vermell ja que disten més de 15 cm de la resposta correcta 9,45 m

Veiem que els resultats són força negatius. Deixem per a la tercera anàlisi entrar amb més detall per detectar quin errors o omissions hi ha en els càlculs i raonaments que han fet els alumnes.

Resum de la 1a Anàlisi de la pràctica 2.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la pràctica 2 es fa un resum dels seus resultats:

- Els alumnes van elaborar estratègies en grup per resoldre la situació proposada que tot i contenir errors mostren elements força interessants i que s'han analitzat en detall.
- També s'ha observat una certa evolució en el errors en les estratègies emprades. Es necessitarà d'anàlisis posteriors per treure'n conclusions més acurades.
- Les dades preses i les dades anotades són força bones i milloren els resultats individuals obtinguts en les pràctiques d'avaluació individual.
- No hi ha cap dada final en el lliurament de la pràctica 2 en l'interval verd. Es necessitarà d'anàlisis posteriors per treure'n conclusions més acurades.

5.2.6.- Pràctica 3

5.2.6.a.- Activitat 1 – Reflexió individual

Les dades es van recollir en la taula AI_PIIIC anterior.

Grup	Alumne	Respostes
GRUP 1	alumne 1.1	P1: No
		P2: Haurà de moure el teodolit cap a en davant
		P3: Haurà de moure el teodolit cap a en darrera
	alumne 1.2	P1: Sí, el triangle egipci sempre dona el mateix
		P2: Cap endavant
	alumne 1.3	P1: El triangle rectangle isosceles, que medeix 60°
		P2: Haure de moure el teodolit cap endavant
	alumne 1.4	P2: Hem de moure 9° cap adalt
		P3: L'hem de moure cap a baix perquè sino es passa.
	alumne 1.5	P2: S'ha de moure mes endevant
		P3: Cada cop mes endevant quan més t'apropis a la paret més graus hi ha.
	alumne 1.6	P1: Sí, el triangle egipci, els seus costats mesuren 3,4,5
P2: Tindrien que apropar més el teodolit al gimnas.		
P3: Trindrem que ajelar-lo una mica més		
GRUP 2	alumne 2.1	P1: No ho sé
		P2: 9° cap a dalt
		P3: Cap a baix
	alumne 2.2	Totes les respostes en blanc
	alumne 2.3	P2: Hauré de moure el teodolit cap a dalt, hem d'apropar-lo a la paret i comencem a moure el teodolit cap a dalt fins que mesuri 45°
		P3: Hauré de moure el teodolit, hem d'allunyar-lo, des del punt concret del pati i moure el teodolit dins que mesuri 53°

GRUP 3	alumne 3.1	P2: Quan més aprop estigui de la paret + graus P3: Més lluny de la paret
	alumne 3.2	P2: Cap al davant P3: Cap a enrere
	alumne 3.3	Totes les respostes en blanc
	alumne 3.4	P2: S'haurà de col·locar el teodolit més cap endarrere P3: Més cap endavant
	alumne 3.5	P2: Hi ha que moure el teodolit cap a davant
GRUP 4	alumne 4.1	P2: Ho hauré de moure cap endavant P3: Ho hauré de moure cap enrere
	alumne 4.2	P2: Cap damunt Moure'm el teodolit més aprop. P3: Cap baix Moure'm el teodolit més allunyat
	alumne 4.3	P2: L'hauré de moure més endavant. P3: L'hauré de moure més endarrere.
	alumne 4.4	P2: Cap endavant P3: Cap enrere
	alumne 4.5	P2: Tirar-ho pel darrere i així serà molt més fàcil de mesurar. P3: Cap a baix.

Notem que dels 19 alumnes que van realitzar-la 2 van deixar totes les respostes en blanc.

La pregunta 1 és amb la qual va tenir més dificultats. Només 5 alumnes van contestar-la: d'ells 2 només per constatar que no ho sabien. Cap de les 5 respostes és totalment correcta. Destaquem la resposta de l'alumne 1.3 que parla del triangle isòsceles (que seria correcta) però que després afegeix que els angles mesuren 60° (confont amb el triangle equilàter).

En canvi la pregunta 2 i la pregunta 3 han tingut més respostes i també més respostes correctes tal i com es veu a la taula.

5.2.6.b.- Activitat 2 – Reflexió en grup

Les dades es van recollir en la taula AI_PIIId

GRUP	Respostes
1	P1b: Si, el triangle isosceles dos dels seus costats tenen un angle de 45°
	P2b: S'apropa a la paret del gimnàs
	P3b: S'apropa cap enrere des de punt més alt de l'institut
2	P1b: El triangle isòsceles es el triangle especial perquè els seus catets mesuren iguals i també les angles.
	P2b: Tenim que posar-ho més a prop de la paret perquè mesuri 45°
	P3b: Allunyar més de la paret
3	P1b: 8,1 m
	P2b: Tenim que moure el teodolit cap a davant perquè augmenta el grau del vèrtex.
	P3b:(45°) Ara moure el teodolit cap a l'esquerra (darrera) disminueix l'angle.
4	Totes les respostes en blanc

En les respostes donades en grup notem que els tres primers grups responen correctament. Destaca el fet que tot i haver-hi membres dins d'aquests grups que havien donat respostes incorrectes en l'activitat individual, al final donen una resposta de grup correcta. A l'altra banda tenim el grup 4, on 4 dels seus 5 membres havien donat una resposta individual correcta però que després no responen a l'activitat de grup. Recordem que en aquesta tercera pràctica el grup 4 va ser l'últim en prendre les dades i que aquestes es van prendre fora de l'hora. Van tenir però el temps suficient per respondre aquesta activitat abans de prendre les dades.

5.2.6.c.- Lliurament pràctica 3

Les dades de les pràctiques 3 lliurades han estat recollides en la taula AI_PIIIe1 (A61) i AI_PIIIe2 (A62) que es troben a l'annex per qüestions d'espai.

En aquesta primera anàlisi ens reduïrem a analitzar les respostes finals donades a la pràctica 3 i que s'han recollit en la taula AI_PIIIg. Els intervals que s'han usat per colorir cada cel·la es troben a la metodologia:

Alumnes	Dada final (D_f)			
	Grup 1	Grup 2	Grup 3	Grup 4
alumne 1	9,43 m	No	9,38 m	9,60 m
alumne 2			9,38 m	No
alumne 3	No	13,25 m	9,38 m	9,60 m
alumne 4	9,60 m	No	9,38 m	No
alumne 5	No	No	9,38 m	No
alumne 6	9,70 m			

Observem que en aquesta pràctica, dels 19 alumnes que van presentar el treball corresponent, 11 van donar un resultat numèric final. Només aquest fet ja millora els resultats numèrics donats en el treball de la pràctica 2.

A més a més, si analitzem la correcció d'aquest resultat, també notem aquesta gran millora: 10 dels resultats són correctes i només un no ho és.

Les dades de les preguntes que es plantejaven a la pràctica 3 s'han recollit en les taules AI_PIIIIf1 (A63), AI_PIIIIf2 (A64) i AI_PIIIIf3 (A65).

Com en la segona pràctica, deixarem l'anàlisi amb detall de les resolució de cada alumne per a la tercera anàlisi.

Resum de la 1a Anàlisi de la pràctica 3.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la pràctica 2 es fa un resum dels seus resultats:

- Com en la pràctica 2, també s'observa que hi ha una millora de resultats de les reflexions individuals a les reflexions en grup.
- 11 alumnes donen una resposta numèrica final (superant el nombre de respostes finals de la pràctica 2).
- A més a més, dels 11 resultats donats: 10 són correctes i només 1 és incorrecte.

5.2.7.- Examen tema 7

En aquesta primera anàlisi farem un estudi d'aquelles preguntes més directament relacionades amb les activitats proposades a les pràctiques.

5.2.7.a.- Pregunta 10 – Presa de mesura amb el teodolit

A partir de les observacions a l'aula sobre la mesura presa amb el teodolit i de les respostes dels alumnes a la prova es va elaborar la taula AI_EIa1:

Alumne	Mesura en què estava col·locat el teodolit (M_t)	Mesura observada en la presa de mesura de l'alumne (M_o)	Mesura anotada per l'alumne (M_a)	Observacions
alumne 1.1	30°	30,2°	30°	
alumne 4.3	30°	30,8°	31°	
alumne 4.4	30°	31,5°	31°	
alumne 3.3	30°	32°		
alumne 3.2	31°	30,8°	31	
alumne 3.1	31°	30,4°	30°	
alumne 2.5	31°	28,5°	29	
alumne 3.4	31°	39,5°	39	
alumne 4.5	31°	30,2°	30 cm	Ha torçat el goniòmetre vertical
alumne 2.3	31°	31°	31°	
alumne 1.2	30°	30,8°	31°	Ha mogut el teodolit
alumne 3.5	30°	29°	28	
alumne 1.5	30°	36,7°	43	
alumne 2.4	30°	29°	30°	
alumne 1.6	30°	30,6°	30°	Ha torçat una mica el goniòmetre vertical
alumne 4.1	30°	34,2°	46°	
alumne 1.4	30°	30,5°	30 cm	
alumne 2.1	30°	30°	30°	
alumne 4.2	30°	37°	35°	
alumne 2.2	23°	25,5°	20,5 m	
alumne 1.3	23°	22°	22	

Anem a analitzar aquestes dades. A efectes de recompte, les respostes en blanc s'han considerat interval vermell:

Taula 5.52.- Estadística de les respostes de l'exercici 10. Examen unitat 7.

Activitat	Interval "verd"		Interval "groc"		Interval "vermell" ⁶²	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
M _o	8	38,10%	5	23,81%	8	38,10%
M _a	11	52,38%	5	23,81%	4	20%

Notem que hi ha hagut millors resultats en la lectura que en la presa de la mesura. Respecte a la presa de la mesura els resultats són descoratjadors.

Respecte a la lectura, notem que tres dels alumnes són per errors o omissions en la unitat de mesura. També destaquem que l'alumne 3.3 no va indicar la mesura, aquest és un aspecte curiós ja que tots els alumnes van realitzar l'examen i tots van realitzar la mesura. L'alumne 3.3 va respondre el següent quan se li va preguntar per aquest aspecte durant l'entrevista:

"[professor] No vas posar la mesura que havies pres amb el teodolit.
 [Alumne 3.3] [s'ho mira amb atenció] umm?. Sí que he posat, però no el tenia?... ah, perquè pensava que tu també t'he ibas a anotar en tu paper o no sé...
 [professor] I que tu no ho havies de posar.
 [Alumne 3.3] No...ah, era... sí mirar [es senyala l'ull amb el dit] i després quan me iba al sitio a escriure no me'n recordo quant era les mesures.
 [professor] Te'n vas oblidar?
 [Alumne 3.3] Sí. [riu]"

Resum de la 1a Anàlisi de la pregunta 10 de l'examen tema 7.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la pregunta 10 de l'examen tema 7 es fa un resum dels seus resultats:

- El 52,38% dels alumnes van fer una lectura correcta de la dada que van prendre. Un 23'81% més van fer una lectura amb un marge d'error petit.
- El 38'10% dels alumnes van prendre la mesura correctament. Un 23'81% més van prendre la mesura amb un marge d'error entre mig i un grau.
- Els alumnes van obtenir millors resultats en la lectura que en la presa de la mesura.

5.2.7.b.- Pregunta 2 - Trobar les longituds de dos costats que manquen en dos triangles semblants donats

⁶² També s'hi han tingut en compte les respostes en blanc

Després es va elaborar la taula AI_EIa2 amb les respostes dels exercicis intentant reproduir amb la màxima fiabilitat les respostes donades pels alumnes. La taula es troba a l'annex (A66). Per a una primera anàlisi després s'ha creat una segona taula més resumida AI_EIa2b on només estan les respostes numèriques finals donades pels alumnes.

Taula 5.53.- Respostes numèriques finals a l'exercici 2 de l'examen tema 7

Alumne	Respostes finals numèriques		Alumne	Respostes finals numèriques	
alumne 1.1	a) x=7	y=8	alumne 3.1	a) x=8	y=10
	b) x=24	y=24		b)	y=10
	c) x= 6	y= 10		c)	y=10
	d) x=7	y= 9		d) x=8	y=12
	e) x=3	y= 2.65		e) x=12	y=14
alumne 1.2	a) x= 8	y= 10	alumne 3.2	a) x= 8	10
	b) x= 24	y= 24		b) x= 24	y=24
	c) x= 6	y= 10		c) x= 6	y=10
	d)			d)	
	e) x= 3	y= 3,5		e) x= 3	y=3'5
alumne 1.3	a) x=8	y= 10	alumne 3.3	a) x= 8	y= 10
	b) x=24	y= 24		b) x= 24	y= 24
	c) x=6	y=10		c) x= 6	y= 10
	d) x=10	y=15		d) x= 20	y= 15
	e) x=3	y= 3,5		e) x=3	y=3,5
alumne 1.5	a) x=8	y=10	alumne 3.4	a) x=8	y=10
	b) x=9	y=9		b) x=24	y=24
	c) x=6	y=10		c) x= 6	y=10
	d)			d) x=10	y=15
	e) x=3			e) x= 3	y=3,5
alumne 1.6	a) x=8	y=5	alumne 3.5	a)	
	b)			b) x=4	y=4
	c) x=6			c)	
	d)			d)	
	e) x=12	y= 14		e)	
alumne 2.1	a) x= 8	y= 10	alumne 4.1	a) x=8	y=10
	b) x= 24	y= 24		b) x=24	y=24
	c) x= 6	y= 10		c)	y=10
	d) x= 10	y=15		d)	
	e) -			e) x=12	x=14
alumne 2.3	a) x=8	y=10	alumne 4.2	a) x=8	y=10
	b) x=24	y=24		b) x=24	y=24
	c) x=6	y=10		c) x=6	y=10
	d)			d) x=7	y=9
	e) x= 3	y= 3'5		e) x=3	y=3,5
alumne 2.4	a) x=8	y=10	alumne 4.3	a) x=8	y= 10
	b) x=24	y=24		b) x=24	y= 24
	c) x=6	y=10		c) x=6	y= 10
	d) x=10	y=15		d) x= 10	y=15
	e) x=3	y=3,5		e) x= 12	y=14
alumne 2.5	a) x= 8	y= 10	alumne 4.4	a) x=8	y=10
	b) x= 24	y= 24		b) x=24	y=24
	c) x=6	y= 10		c) x= 6	y=10
	d)			d) x=10	y=15
	e)			e) x=3	y=3,5

Per a analitzar aquestes dades i a efectes de recompte les respostes en blanc s'han considerat interval vermell. Aquelles tres alumnes que van deixar els cinc apartats en blanc no consten en aquesta taula però també s'han comptabilitzat:

Taula 5.54.- Estadística de les respostes a l'exercici 4 de l'examen tema 7

Activitat	Interval "verd"				Interval "vermell"			
	Nombre d'alumnes		Tant per cent		Nombre d'alumnes		Tant per cent	
	x	y	x	y	x	y	x	y
Resposta a)	16	15	76'19%	71'43%	5	6	23'81%	28'57%
Resposta b)	14	14	66'67%	66'67%	7	7	33'33%	33'33%
Resposta c)	15	15	71'43%	71'43%	6	6	28'57%	28'57%
Resposta d)	6	7	28'57%	33'33%	15	14	71'43%	61'11%
Resposta e)	11	9	52'38%	42'86%	10	12	47'62%	57'14%

Si considerem sempre la raó de semblança entre el triangle situat primer i el situat segon tenim que les raons de semblança dels diferents apartats són:

$$r_a = 2 \quad r_b = 4 \quad r_c = 2 \quad r_d = 2'5 \quad r_e = 0'5$$

Notem que aquells apartats amb raons de semblança enteres han tingut resultats força millors que aquells amb raons de semblança racionals. L'apartat e) si considerem la raó de semblança inversa obtenim $r'_e = 2$. Aquest apartat ha anat millor que l'apartat d) on $r'_d = 0'4$.

Seguint l'estudi de Hart (1981) tenim que quan la proporció no es pot pensar en forma entera (el nostre apartat d) per alumnes de 15 anys l'estudi de l'autora obtenia un 14% d'èxits inferiors a les altres situacions que involucraven proporcions enteres. En el nostre cas en una situació no contextualitzada hem obtinguts millors resultats també hem observat una davallada dràstica respecte els altres apartats.

A continuació destaquem alguns dels errors:

Alumne 1.1

Notem que els errors d'aquest alumne en els apartats a) i d) encaixen amb l' "Estratègia de la suma" que exposava Hart(1981):

Taula 5.55.- Comparativa respostes correctes i respostes amb "Estratègia de la suma" de l'exercici 2 de l'examen tema 7

Enunciat	Resposta correcta		Resposta "Estratègia de la suma"	
	x	y	x	y
a) 3,4,5 6,x,y	8	10	7	8
d) 2,4,6 5,x,y	10	15	7	9

Observem que tal i com resumeix l'autora, l'estratègia consisteix en què "l'alumne aplica l'estratègia errònia i es concentra en la diferència $a-b$ enlloc de amb a/b " tal i com hem recollit en el marc teòric.

En la resposta y de l'apartat e) l'alumne ha indicat 2,65 enlloc dels 3,5 que seria la resposta correcta. En aquest cas no s'ha pogut trobar una interpretació plausible de l'error.

Alumne 4.2

També aplica l'"Estratègia de la suma", però en aquest cas només en l'apartat d).

Observem que aquesta "Estratègia de la suma" només ha estat usada per un alumne en el primer apartat i per dos en l'apartat d). Per tant, estem força lluny del 25-50% d'alumnes que van aplicar aquesta estratègia en l'estudi de Hart.

Anem a analitzar les altres respostes errònies:

Alumne 1.5

En l'apartat b) indica tant a la resposta x com a la y un 9. Tampoc en aquest cas hi ha una interpretació senzilla que doni resposta a aquest error.

Alumne 1.6

L'error en la resposta y de l'apartat a) sembla que correspongui a no haver multiplicat per 2 i haver repetit la mateixa longitud del costat del primer triangle.

En l'apartat e) l'alumne dona, com força dels seus companys, la parella de respostes: $x=12$, $y=14$ que correspon a aplicar la raó de semblança $r'_e=2$ i no la inversa.

En l'apartat c) quan la raó entre el primer i el segon triangle era 2 però l' x era un costat del primer triangle i la y estava en el segon, aquest alumne només ha respost el costat x .

Alumne 3.1

Aquest alumne només ha donat una resposta correcta en l'apartat a).

En els apartats b) i c) trobem el següent:

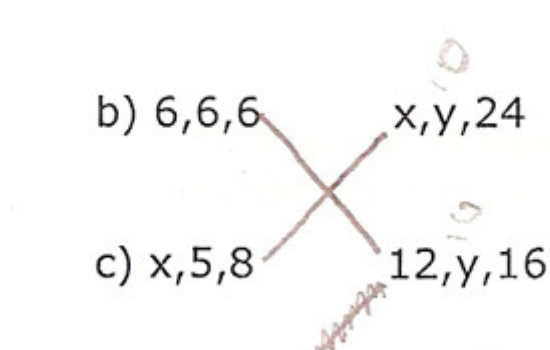


fig. 88: Detall resposta de l'alumne 3.1 a la pregunta 2 de l'examen de la unitat 7. Part 1.

Notem que l'alumne relaciona el primer triangle de l'apartat b) amb una fletxa amb el segon triangle de l'apartat c) i també el primer triangle de l'apartat c) amb el segon de l'apartat b).

Sembla que l'alumne intenta buscar parelles en què hi hagi una raó de semblança dos, però és sense cap més càlcul ni explicació és molt difícil trobar-ne una explicació.

Tot i que aquesta única aplicació de la raó de semblança dos es veuria reforçada per les respostes en els dos apartats següents, on l'aplica de manera reiterada:

d) 2,4,6 — 5,x,y

e) 10,6,7 — 5,x,y

fig. 89: Detall resposta de l'alumne 3.1 a la pregunta 2 de l'examen de la unitat 7. Part 2.

Alumne 3.3

En aquest cas correspon a un error de càlcul:

Error de càlcul: $4 \cdot 2,5 = 10$

d) 2,4,6 5,x,y $t = \frac{5}{2} = 2,5$; $x = 4 \cdot 2,5 = 20$

fig. 90: Detall resposta pregunta 2 examen del tema 7 de l'alumne 3.3

En aquest cas el detall amb que l'alumne ha donat la resposta ha fet que l'error sigui fàcilment identificable i atribuïble.

Alumne 3.5

L'alumne 3.5 és un dels dos únics alumnes que no dona una resposta correcta en la primera resposta de l'apartat a). Aquest alumne només dona resposta a l'apartat b) i tot sembla indicar que amb el "4" vol indicar la raó de semblança i no la resposta final.

Alumne 4.1

Aquest alumne només respon correctament quan ha pogut aplicar la raó de semblança 2 o 4 entre el primer i el segon triangle. A l'apartat c) no ha respost correctament el costat x. L'apartat d) no l'ha respost i a l'apartat e) ha donat la resposta incorrecta $x=12$, $y=14$.

Alumne 4.3

Ha contestat correctament tots els apartats excepte el e) on també ha aplicat erròniament la raó de semblança 2.

Resum de la 1a Anàlisi de la segona pregunta de l'examen tema 7.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la segona pregunta de l'examen tema 7 es fa un resum dels seus resultats:

- Els resultats correctes en els apartats en què es podia treballar amb una raó de semblança entera han estat superiors a l'apartat en què no es podia fer.

- Entre les respostes incorrectes només dos dels 18 alumnes han emprat l' "Estratègia de la suma" que apuntava Hart(1981) en el seu estudi i per tant no hem trobat una utilització tant àmplia com la de l'autora en el seu estudi.
- En l'apartat e) de les nou respostes no correctes del costat y: quatre corresponen a aplicar la raó de semblança 2 enlloc de ½.

5.2.7.c.- Pregunta 3 - Calcular unes longituds a la realitat donada l'escala i la longitud en el plànol numèricament

Per a l'anàlisi de les respostes de la pregunta 3 s'ha creat la taula AI_EIa3 (A67) reproduint al màxim les respostes dels alumnes i després s'ha creat la taula AI_EIa3b prioritzant les respostes numèriques.

Taula 5.56.- Respostes a l'exercici 3 de l'examen tema 7

Alumne	Resposta	Alumne	Resposta
alumne 1.1	a) 3,6 m	alumne 3.1	a) 360000
	b) 9 m		b) 900.000
	c) 49,8 m		c) 498a.000
	d) 13,5 m		d) 1350000
	e) 0,084 m		e) 84.000
alumne 1.2	a) 360000 cm	alumne 3.2	a) 360000 cm
	b) 900000 cm		b) 900000 cm
	c) 558000 cm		c) 498000 cm
	d) 1350000 cm		d) 1350000 cm
	e) 84000 cm		e) 840000 mm
alumne 1.3	a) $6 \cdot 60000 = 360000$ cm	alumne 3.3	a) 360.000
	b) $15 \cdot 60000 = 900000$ cm		b) 80 900.000
	c) $8,3 \cdot 60000 = 498000$ cm		c) 49,8 49800
	d) $235 \cdot 60000 = 1350000$ cm		d) 1410000 cm
	e) $14 \cdot 60000 = 840000$ cm		e) 840.000
alumne 1.4	a) 960.00	alumne 3.4	a) 360000
	b) 24.00000		b) 900000
	c) 83000000'0		c) 498000
	d) 225000000'0		d) 1350000
	e) 11000000'0		e) 84000
alumne 1.5	a) 360000 cm	alumne 3.5	a) 16,6 $\bar{6}$ m
	b) 900000 cm		b) 2,5 m
	c) 489000		c) 138,33 m
	d) 1350000		d) 37'5 m
	e) 840000		e) 23'3 33
alumne 1.6	a) 360000 cm -> 3600 m	alumne 4.1	a) 3.6,0 m
	b) 900000 cm 9000 m		b) 90,0 m
	c) 498000 cm 4980 m		c) 49,8 m
	d) 1350000 cm 13500 m		d) 135,0 m
	e) 840000 mm -> 840 m		e) 840,00 m
	a) 360000 cm		a) 3600000 mm

alumne 2.1	a) 360000 cm	alumne 4.2	a) 3600000 mm
	b) 900000 cm		b) 9000000 mm
	c) 498000 cm		c) 4980000 mm
	d) 1350000 cm		d) 13500000 mm
	e) 840000 mm		e) 840000 mm
alumne 2.2	a) 360000	alumne 4.3	a) 3600000 cm = 3,6 km
	b) 900000		b) 900000 cm = 9 km
	c) 498000		c) 498000 cm = 4,98 km
	d) 1350000		d) 1350000 cm = 13,5 km
	e) 840000		e) 840.000 mm = 8,4 hm
alumne 2.3	a) 360000 cm	alumne 4.4	a) 360000 cm
	b) 900000 cm		b) 900000 cm
	c) 498000 cm		c) 498000 cm
	d) 1350000 cm		d) 1350000 cm
	e) 840000 cm		e) 840000 mm
alumne 2.4	a) 360000 cm = 3,6 m km	alumne 4.5	a) 1. ⁻⁰⁴ mm
	b) 900000 cm = 9 m km		b) 2.5 mm
	c) 498000 cm = 4,98 m km		c) 1.38 mm
	d) 1350000 cm = 13,5 m km		d) 3.75 mm
	e) 84,000 cm = 0,84 m		e) 2.33 mm
alumne 2.5	a) 360000 cm		
	b) 900000 cm		
	c) 498000 cm		
	d) 1350000 cm		
	e) 84000000 cm		

En primer lloc observar que els 21 alumnes han respost aquest exercici a l'examen i que han respost sempre els cinc apartats. Això en certa manera indica que els alumnes han identificat aquest exercici com a assequible. Els resultats però no han estat potser a l'alçada de les expectatives de tots:

Taula 5.57.- Estadística de les respostes a l'exercici 3 de l'examen tema 7

Activitat	Interval "verd"		Interval "vermell"	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Resposta a)	12	57'14%	9	42'86%
Resposta b)	12	57'14%	9	42'86%
Resposta c)	10	47'62%	11	52'38%
Resposta d)	11	52'38%	10	47'62%
Resposta e)	8	38'10%	13	61'90%

Resum de la 1a Anàlisi de la tercera pregunta de l'examen tema 7.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la tercera pregunta de l'examen tema 7 es fa un resum dels seus resultats:

- Només 6 alumnes han respost correctament els 5 apartats.
- 5 alumnes s'han equivocat només en un apartat. D'aquest 5, quatre s'han equivocat només en el darrer apartat.
- Notem que hi ha alumnes que amb la unitat adequada, la resposta passaria a ser correcta.

5.2.7.d.- Pregunta 4 - Calcular l'escala a partir d'una situació i Trobar dues longituds a partir d'una situació

Anàlogament s'ha realitzat el mateix procés per a les respostes de la pregunta 4. Les respostes intentant reproduir amb màxima fiabilitat allò que els alumnes van posar a l'examen es troba a la taula AI_EIa4 (A68). En la taula AI_EIa4b que podem trobar a continuació s'han recollit les respostes numèriques que els alumnes han donat a la pregunta 4 de l'examen del tema 7.

Alumne	Resposta numèrica a)	Resposta numèrica b1)	Resposta numèrica b2)
alumne 1.1	1:200	x= 14 m	y= 12 m
alumne 1.3	1/400	x= 14 m	y= 12 m
alumne 1.4		x= 30 m	y= 35 m
alumne 1.5	1:200	x= 14 m	y= 12 m
alumne 1.6	1/200	x= 14	y= 12
alumne 2.1	1:4	x= 14 m	y= 12 m
alumne 2.2		x= 6 cm	y= 6 cm
alumne 2.3	1:750	x= 12 cm	y= 12 cm
alumne 2.4	1:4	x= 14 m	y= 12 m
alumne 2.5	1:4	x= 14 cm	y= 12 cm
alumne 3.2	Cada mig centímetre equival a dos metres en la realitat	x= 14 m	y= 12 m
alumne 3.3	1:400	x= 14 m	y= 12 m
alumne 3.4	1:2	x= 14 m	y= 12 m
alumne 4.1	4:1	x= 14 m	y= 12 m
alumne 4.2	1:4000	x= 14 m	y= 12 m
alumne 4.3	1:4	x= 14 m	y= 12 m
alumne 4.4	1:400	x= 14 m	y= 12 m
alumne 4.5	1:100	x= 14 m	y= 12 m

Anàlisi de les respostes. A efectes de recompte les respostes en blanc s'han considerat interval vermell:

Taula 5.59.- Estadística de les respostes a l'exercici 4 de l'examen tema 7

Activitat	Interval "verd"		Interval "vermell" ⁶³	
	Nombre d'alumnes	Tant per cent	Nombre d'alumnes	Tant per cent
Resposta a)	4	19'04%	17	80'95%
Resposta b1)	13	61'90%	8	38,10%
Resposta b2)	13	61'90%	8	38,10%

Observem que l'apartat b) ha obtingut moltes més respostes correctes que l'apartat a).

Resum de la 1a Anàlisi de la quarta pregunta de l'examen tema 7.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la quarta pregunta de l'examen tema 7 es fa un resum dels seus resultats:

- Només el 19'04% han estat capaços de calcular l'escala d'una situació proposada.
- Un 61'90% dels alumnes han sabut calcular les longituds demanades.

5.2.7.e.- Pregunta 5 - Calcular la superfície d'un pis a partir del seu plànol i l'escala

Després s'ha recollit les dades de l'exercici 5. En aquest cas també s'ha fet una primera recollida de totes les respostes donades en els tres apartats d'aquesta pregunta en la taula AI_EIa5 (A69) i la versió resumida que es troba a continuació AI_EIa5b:

Taula 5.60.- Respostes a l'exercici 5 de l'examen tema 7			
Alumne	Resposta numèrica final	Alumne	Resposta numèrica final
alumne 1.1	4608 m ² .	alumne 3.3	506000 cm ²
alumne 1.2	35,6 cm ²	alumne 3.4	49580000 75620000
alumne 1.3	24,60 m ²	alumne 4.1	16,75 cm ²
alumne 2.3	35,7 cm	alumne 4.2	34,3
alumne 2.4	28,165 m ²	alumne 4.3	49,7 m ²

⁶³ Recordem que a efectes de recompte les respostes en blanc s'han tingut en compte a l'interval vermell i que en la taula AI_EIa4b s'han eliminat per qüestions d'espai els alumnes que no havien donat resposta numèrica final en cap dels tres apartats.

En primer lloc ja notem la poca quantitat d'alumnes que han respost aquest exercici i que només dos alumnes han donat una resposta correcta.

Resum de la 1a Anàlisi de la cinquena pregunta de l'examen tema 7.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de la cinquena pregunta de l'examen tema 7 es fa un resum dels seus resultats:

- Només dos dels 21 alumnes donen una resposta correcta.

5.2.7.f.- Resta de preguntes

Per últim a la taula AI_EIa6 (A70) es recullen les respostes dels alumnes a l'exercici 6. La taula es troba a l'annex. En aquesta primera anàlisi només mencionar que només 15 dels 21 alumnes van contestar aquesta pregunta a l'examen.

Les respostes numèriques finals de l'exercici 7 s'han recollit a la taula AI_EIa7 que es troba a l'annex (A71).

Les respostes numèriques finals de l'exercici 8 s'han recollit a la taula AI_EIa8 que es troba a l'annex (A72).

Les respostes numèriques finals de l'exercici 1b) s'han recollit a la taula AI_EIa9 que es troba a l'annex (A73).

Els exercicis que s'han analitzat amb més profunditat en aquesta primera anàlisi són els que estan més directament relacionats amb les pràctiques.

Resum de la 1a Anàlisi de l'examen tema 7.

Després d'haver fet aquesta primera anàlisi de l'examen tema 7 es fa un resum dels seus resultats:

- **Pregunta 2:** Poc més d'un 30% de mitjana han sabut trobar els costats proporcionals a dos triangles donats quan la raó de proporcionalitat i també la seva inversa eren no enteres.
- **Pregunta 2:** Entre les respostes incorrectes només dos alumnes han emprat l'"Estratègia de la suma" de Hart (1981).
- **Pregunta 4:** El 61'90% dels alumnes han sabut calcular dues longituds demanades d'una figura representada a escala, tot i que només només el 19'04% n'han sabut trobar l'escala correctament.
- **Pregunta 5:** Només dos dels 21 alumnes han sabut calcular correctament la superfície d'un pis, donat el seu plànol i l'escala.
- **Pregunta 10:** Només el 38'10% van prendre la mesura correctament amb el teodolit. Aquestes resultats empitjoren els resultats de la practica 3.1 d'avaluació inicial.

5.2.8.- Examen bloc unitats 7-9

Els tres primers exercicis de l'examen de bloc corresponien a la unitat 7.

L'exercici 1 es va recollir en la taula AI_EIIa (A74)

L'exercici 2 es va recollir en la taula AI_EIIb (A75)

L'exercici 3 es va recollir en la taula AI_EIIc (A76)

Per l'exercici 1 s'ha elaborat una taula resumida dels resultats finals en la taula AI_EIIa2 i que s'adjunta a continuació:

Taula 5.61.- Respostes numèriques finals a l'exercici 2 de l'examen tema 7					
Alumne	Respostes finals numèriques		Alumne	Respostes finals numèriques	
	amplada (A)	llargada (L)		amplada (A)	llargada (L)
alumne 1.1	2 m	5 m	alumne 3.2	2'2 m	5'2 m
alumne 1.2	2,2 m	7 m	alumne 3.3	2 m	7,4 m
alumne 1.3	2,4 m	7,2 m	alumne 3.4	1,5 m	7 m
alumne 1.4	20'0	22'0	alumne 3.5	88	33'8
alumne 1.6	2'40 m	7'20 m	alumne 4.1	1,2	3,7
alumne 2.3	1360		alumne 4.2		680 mm
alumne 2.4	2 m	6,60 m	alumne 4.3	2,2 m	
alumne 2.5	220 m ²	7 m	alumne 4.4	1,5 m	700 cm
			alumne 4.5	1'3 m	5x10 ⁻⁰³

Notem que els resultats finals no són massa encoratjadors. Només un alumne dona els dos resultats dins l'interval verd.

5.2.9.- Qüestionari sobre la realització de les pràctiques

Les dades es van recollir en la taula AI_QIa. La taula es troba a l'annex (A77).

A partir de les respostes recollides en aquest qüestionari es va decidir establir una sessió extra de presa de dades pel grup 4 i una posada en comú extra per tots els alumnes.

5.2.10.- Qüestionari sobre el treball en grup

Les dades es van recollir en la taula AI_QIIa. La taula es troba a l'annex. (A78).

Taula 5.62.- Estadística de les respostes a la primera pregunta del qüestionari sobre el treball en grup.

Respostes	Molt bona	Bona	Normal	Incòmoda	Difícil	Molt difícil
Grup 1	1	4	1	0	0	0
Grup 2	1	2	2	0	0	0
Grup 3	0	1	2	0	0	0
Grup 4	1	0	3	0	0	0
TOTAL	3	7	8	0	0	0

Observem que cap alumne ha qualificat la relació amb els companys ni com a incòmoda, ni com a difícil ni molt difícil.

Taula 5.63.- Estadística de les respostes a la segona pregunta del qüestionari sobre el treball en grup.

Respostes	Grup 1 (6 al.)	Grup 2 (5 al.)	Grup 3 (4 al.)	Grup 4 (4 al.)	TOTAL
Proposava idees	4	1	4	0	9
Em vaig bloquejar en alguns moments (...)	1	3	1	3	8
Em distreia amb facilitat	1	2	1	0	4
Intentava centrar els meus companys(...)	2	1	0	1	4
Intentava animar els companys (...)	0	3	0	0	3
Parlava amb els companys	2	2	2	1	7
Intentava coordinar els meus companys	1	0	0	1	2
Escoltava amb atenció les idees(...)	3	2	2	2	9
Intentava que la resta de companys fessin(...)	0	0	0	0	0
Em costava molt centrar-me en el treball	1	1	1	1	4
Altres	0	1	0	0	0

Les dues primeres respostes són força significatives, mentre el grup 1 i 3 la majoria o tots els seus alumnes responen que "Proposava idees" en els grups 2 i 4 la majoria dels seus membres s'identifica amb l'enunciat "Em vaig bloquejar en alguns moments i no sabia com continuar".

També podem veure que són un grup molt actiu on 7 alumnes s'ha apuntat al "Parlava amb els companys" però també "Escoltava amb atenció les idees proposades pels meus companys". Aquestes han estat les idees majoritàries.

Taula 5.64.- Estadística de les respostes a la tercera pregunta del qüestionari sobre el treball en grup.

Respostes	Sorollós	Silenciós	Relaxat	Disbau-xat	Incòmode	Agradable
Grup 1	2	1	0	0	1	2
Grup 2	3	0	0	1	2	1
Grup 3	1	0	1	3	0	0
Grup 4	1	0	0	1	1	1
TOTAL	7	1	1	5	4	4

5.3.- 2a Anàlisi de dades

Durant la realització de la primera anàlisi van sorgir unes preguntes de caràcter transversal i que per ser respostes necessitaven de dades que havien estat recollides en diferents activitats. Per això es va establir aquesta segona anàlisi dades on s'analitza i es dona resposta a les quatre preguntes següents:

- **Pregunta 1:** Hi ha un patró en els alumnes que posen o no les unitats? Hi ha coincidència entre les unitats de longitud i la unitat d'amplitud d'angle?
- **Pregunta 2:** Saben mesurar directament longituds? Saben usar la cinta mètrica llarga? Comparació amb l'ús del regle.
- **Pregunta 3:** Reconeixen la semblança com una eina matemàtica per resoldre problemes? Utilitzen la semblança com una eina matemàtica per resoldre problemes?
- **Pregunta 4:** Saben estimar mesures de longitud? Relacionen l'estimació amb el resultat final donat?

En les següents seccions analitzarem i respondrem aquestes 4 preguntes 1 a 1.

5.3.1.- Pregunta 1: Hi ha patró en l'ús o no ús de les unitats? Comparació entre l'ús de les unitats de longitud i amplitud d'angle.

Volem veure com ha respost un mateix alumne a aquelles qüestions que involucraven l'ús de les unitats en la resposta (tant les unitats de longitud com les de l'amplitud de l'angle) i si hi ha per un patró en la respostes que involucren l'ús d'unitats.

Per recollir la informació relacionada s'ha elaborat la taula AII_P1a que trobem a continuació:

Taula 5.65.- Relació de respostes amb l'amplitud de l'angle segons l'alumne.

Grups	Alumne	Pràctica 3.1	Examen tema 7		Examen bloc tema 7-9, exercici 3
			exercici 6	exercici 10	
Grup 1	alumne 1.1	23°		30°	
	alumne 1.2	21'5°		31°	
	alumne 1.3	21		22	
	alumne 1.4			30 cm	"grau: 26°"
	alumne 1.5	24		43	
	alumne 1.6	21		30°	"angle de 28°"
Grup 2	alumne 2.1	22°		30°	
	alumne 2.2			20,5 m	
	alumne 2.3	22°		31°	
	alumne 2.4	31°	"amb 45° aixó"	30°	"el 28° del teodolit"
	alumne 2.5	24		29	
Grup 3	alumne 3.1	23		30°	
	alumne 3.2			31	
	alumne 3.3	10'7°	"l'angle de 45°"		
	alumne 3.4	35° 22°		39	
	alumne 3.5	38		28	
Grup 4	alumne 4.1	22°		46°	
	alumne 4.2			35°	
	alumne 4.3	37		31°	"l'angle de 28°"
	alumne 4.4	21°	"1 m-> 32° 3 m -> 96°"	31°	
	alumne 4.5	23°		30 cm	

S'observa que hi ha tres alumnes que en donar les mesures de l'amplitud d'un angle donen unitats de longitud. En dos d'aquests casos no havien realitzat la pràctica 3.1.

S'observa un cert patró en el "no ús" de la unitat d'angle. En quatre casos no l'utilitzen les dues vegades en què han de donar una mesura. També es podria intuir un cert patró de millora en tres casos no ho utilitzen la primera vegada i en la segona sí per només un alumne que fa el procés invers. Dels quatre alumnes que no van realitzar la pràctica 3.1 només 1 dona una resposta amb unitat a l'examen.

Els alumnes que no donen les unitats a l'examen: o no van realitzar la pràctica 3.1 o ja no la van donar en la pràctica 3.1. Només un alumne passa de donar-la a no donar-la. Per altra banda, tres alumnes donen les unitats a l'examen quan no ho havien fet a la pràctica.

Ara volem fer la mateixa anàlisi amb les unitats de longitud. Amb les unitats de longitud l'anàlisi es diversifica molt més, ja que són usades en més ocasions. En primer lloc farem un estudi també només de si posen o no posen unitats, més endavant ja farem un estudi sobre si la unitat és correcta o no és correcta.

A causa de la gran quantitat de dades a analitzar per a respondre aquesta pregunta només analitzem aquelles que estan han estat analitzades amb més detall en la primera anàlisi.

Les dades han estat recollides en la taula AII_PIB que es troba a l'annex (A79). Observant la taula no s'observa cap patró, sinó un "no ús" de les unitats molt dispers.

Per últim, anem a comparar les dades segons els seu ús en la taula AII_PIC:

Alumne	Respostes en blanc	Respostes donades usant unitats	Respostes donades no usant unitats
alumne 1.1	0	6	3
alumne 1.2	2	5	2
alumne 1.3	0	9	0
alumne 1.4	0	5	4
alumne 1.5	3	4	2
alumne 1.6	0	7	2
alumne 2.1	2	7	0
alumne 2.2	4	2	3
alumne 2.3	0	8	1
alumne 2.4	0	8	1
alumne 2.5	1	8	0
alumne 3.1	5	2	2
alumne 3.2	0	6	3
alumne 3.3	0	8	1
alumne 3.4	2	6	1
alumne 3.5	3	1	5
alumne 4.1	3	4	2
alumne 4.2	1	8	0
alumne 4.3	1	6	2
alumne 4.4	2	5	2
alumne 4.5	1	7	1

Només hi ha cinc alumnes (19'04%) que han usat sempre unitats: l'alumne 1.3, 2.1, 2.5 i l'alumne 4.2. Hi ha 5 alumnes que només una vegada no han usat les unitats.

Per altra banda tenim els tres alumnes que van usar unitats de longitud quan havien de mesurar un angle. L'alumne 1.4 és el segon alumne que ha donat més respostes sense unitats de longitud. L'alumne 2.2 és el segon alumne que ha donat menys respostes amb unitats. L'alumne 4.5 en canvi ha donat 7 respostes amb unitat i només una sense unitat.

Els resultats també són força irregulars respecte als alumnes que van donar les dues mesures d'amplitud d'angle sense unitats. L'alumne 1.5 ha donat 4 respostes amb unitats i dues sense unitats. L'alumne 2.5 ha donat 8 respostes amb unitats i una resposta en blanc. En canvi l'alumne 3.5 ha donat 5 mesures sense unitats i només una mesura amb unitats.

Notem que a partir d'aquest estudi no es pot concloure que hi hagi un patró. Hi ha un gruix d'alumnes (8/21) que ha utilitzat sempre o gairebé sempre les unitats. Tampoc es veu un patró en els errors.

Pregunta 1: Hi ha patró en l'ús o no ús de les unitats? Comparació entre l'ús de les unitats de longitud i amplitud d'angle.

Resposta 1: No hi ha cap patró.

5.3.2.- Pregunta 2: Saben mesurar directament longituds? Saben usar la cinta mètrica llarga? Comparació amb l'ús del regle.

Farem el mateix procés: mirar on han hagut de mesurar amb cinta mètrica i on amb regle i veure si han comès o no errors.

Partim de la informació que ja hem analitzat en la primera anàlisi. En aquesta primera anàlisi hem vist que força alumnes havien inclinat la cinta mètrica en mesurar la columna. Anem a veure la relació que hi ha entre aquest error i quan aquest error se'ls hi mostra en l'exercici 6 de la pràctica 0.1.

La taula AII_PIIa es troba a l'annex (A80)

Observem que dels 21 alumnes del grup, 20 van realitzar la pràctica 0.1. A l'exercici 6, 15 van donar una resposta correcta (pintada a la taula de color verd), 2 van donar una resposta amb problemes d'interpretació del raonament i s'han pintat de color groc i per últim 3 alumnes van donar una resposta incorrecta o incompleta. Per tant, el 75% dels alumnes van adonar-se de l'error i el van raonar adequadament.

Les respostes dels intervals grocs contenen respostes en què s'intueix que l'alumne sap la resposta però el seu raonament no és prou clar. En els dos primers casos ens donen una resposta mesurada amb el seu regle que s'entreveu que han mesurat amb el regle recte, però no es pot saber amb seguretat.

Dels 6 alumnes que creuen que no van mesurar correctament la columna en la pràctica 0.2, només un dels alumnes en el raonament atribueix part de l'error a la inclinació de la cinta:

Crec que no, perquè per mesurar-la bé hauria que haver posat totalment recte (horitzontal) el regle, i pot ser el vaig posar massa fort cap a dalt o potser cap a baix.
 Tindria que haver mesurat per en baix del tot de la columna, així hauria posat la cinta mètrica recta, perquè se suposa que el 001 té que estar recte.

fig. 91: Detall resposta exercici 10 de la pràctica 0.1 de l'alumne 1.3

Precisament un dels pocs alumnes que no inclinar la cinta durant la presa de mesures.

Tal i com ja es va observar en la presa de mesures de la pràctica 0.2, els alumnes eren força inconscients respecte al fet que estaven inclinant la cinta, per això si repetien la mesura, canviaven la inclinació. No era un factor que tenien en compte. Estaven pendents que la cinta estigués tibant i tenien les dues mans ocupades amb els extrems de la cinta. Estaven molt a prop de la columna i això també els hi restava perspectiva per veure la situació en el seu conjunt.

Per tant, notem que tot i comprovar que els alumnes a aquestes alçades han fet molt pràctica de mesura amb el regle (no només a matemàtiques) i haver assolit un cert domini de l'eina tant per mesurar com per poder argumentar errors observats, aquest domini no s'extrapola a la cinta mètrica llarga. Els alumnes comenten errors tant bàsics com inclinar la cinta i no en són conscients ni quan prenen la mesura ni quan se'ls hi fa reflexionar al respecte.

Ara a continuació anem a analitzar el següent error més comú que es va observar en la presa de mesura de la columna: no començar a mesurar pel zero de la cinta mètrica.

La taula AII_PIIb es troba a l'annex (A81).

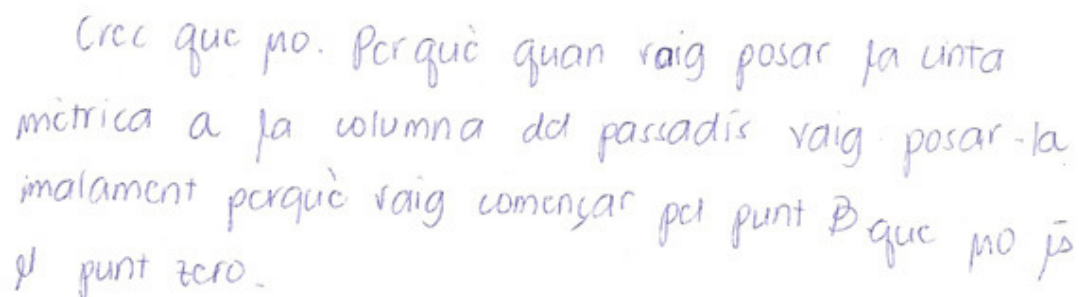
Dels 20 alumnes que responen la pràctica 0.1, 13 se n'adonen de l'error i donen una resposta raonada sobre què està malament. La majoria menciona "el 0" i indiquen on hauria d'haver començat a mesurar. La majoria tenen problemes per expressar on hauria d'haver començat a mesurar i fins i tot en un cas opta per senyalar el punt amb una fletxa. Com en el cas anterior hi ha tres casos en què s'intueix allò que l'alumne vol dir però hi ha marge de dubte. I per últim 4 persones no han donat resposta o han donat una resposta incorrecta.

Com abans, la majoria dels alumnes se n'adonen de l'error i amb més o menys facilitat expliquen com ho hauria d'haver mesurat correctament.

Aquest fet però contrasta amb el fet de la pràctica 0.2 on dels 17 alumnes que la van realitzar només 2 detecten el zero de la cinta mètrica llarga. Fins i tot després que el 65% de la gent respongués correctament la pregunta 8 de la pràctica 0.1 reflexionant sobre on s'ha de començar a mesurar amb el regle, 14 alumnes responen incorrectament el punt B i només 6 donen la resposta correcta.

Fins i tot l'alumne 1.2 que havia mesurat correctament des del punt 0 a la pràctica 0.2, ara dona la resposta incorrecta B. I tot i que 4 alumnes ara se n'adonen que el punt A és "el punt 0" de la cinta, només un d'aquests alumnes reflexiona sobre la

mesura que va prendre i en ser preguntat sobre si va cometre un error contesta afirmativament i senyala:



Crec que no. Perquè quan vaig posar la cinta mètrica a la columna del passadís vaig posar-la malament perquè vaig començar pel punt B que no és el punt zero.

fig. 92: Detall resposta exercici 10 de la pràctica 0.1 de l'alumne 2.3

Per tant, com en la comparativa anterior, tot i comprovar que els alumnes tenen una destresa amb l'ús del regle i que la gran majoria sap localitzar sense problema el zero del regle i adonar-se de l'error quan se li presenta una situació en una exercici, això no comporta que sàpiguen on està el zero de la cinta mètrica llarga.

Arribat aquest punt ens adonem que tal i com en el regle els alumnes tenen clar que no s'ha de començar a mesurar per l'inici del regle sinó pel "0" tal i com es veu en les respostes dels alumnes:

Alumne 1.1: "Que la Marta ho va mesurar des del **principi del regle** no **al 0 cm.** Hauria de ser al 0 cm."

Alumne 1.3: "L'error que ha fet la Maria ha sigut que ha mesurat el clau ha partir del punt zero, pero **el punt zero no esta situat en la punta del regle**, i de la punta del regle al punt zero també hi ha una distancia, pero ella no l'ha comptat. (...)"

Alumne 3.1.: "Dons a pusat **el canto damunt la taula** i tindria que aver-lo posat al 0"

Alumne 3.3.: "Està mal, perquè ha començat mesura **al principi del regle** i haver de començar **a punt 0 cm.**"

Alumne 3.4.: "L'Error a sigut que a posat el regle recolzat a la taula sense adonar-se que **els numeros comencen més a dalt**"

Alumne 4.4.: "Ha començat pel **principi del regle** i no **hon posa cero.**"

Els alumnes tenen clar que l'inici del regle no és el zero del regle i identifiquen el zero perquè està senyalat clarament. El problema prové quan han d'identificar aquest zero en la cinta mètrica llarga on no està tant clarament assenyalat!

Notem que en no trobar el zero en la cinta mètrica els alumnes han tendit a senyalar el zero com el punt on s'acaba la goma negra de cinta, és a dir, no han començat pel **principi de la cinta** sinó que han deixat un espai i han localitzat el zero després.

Els alumnes han reproduït el patró que fan servir pel regle en la cinta mètrica, i. e. han deixat un petit marge i han indicat el zero en acabar aquest marge, en aquest cas, la goma negra.

En aquest cas els alumnes que han demostrat un ús correcte del regle i fins i tot una destresa en detectar i raonar l'error en saber per on començar a mesurar no només no han sabut trobar el "zero" en la cinta mètrica llarga sinó que han fet una analogia errònia entre els dos instruments de mesura que els ha portat a tots ells a assenyalat el final de la goma negra erròniament com el punt per on començar a mesurar.

Pregunta 2: Saben usar la cinta mètrica llarga? Comparació amb l'ús del regle.

Resposta 2:

Localització del zero

El 65% dels alumnes reconeixen l'error de no començar a mesurar pel zero amb el regle i en donen una resposta correctament raonada. Només el 11'76% van començar a mesurar pel zero de la cinta mètrica llarga en la pràctica 0.1. Només el 30% dels alumnes van saber indicar on es trobava el zero de la cinta mètrica llarga.

Només l'alumne 2.4 argumenta que no va prendre correctament la mesura perquè no va començar a mesurar pel zero.

Inclinació

El 75% dels alumnes reconeixen l'error d'inclinar el regle i en donen una resposta correctament raonada. Només el 35'29% van mesurar amb la cinta mètrica llarga recta en la pràctica 2.

Només l'alumne 1.3 expressa en el seu raonament que no va prendre la mesura correctament perquè va inclinar la cinta. Aquest va ser un dels únics 6 alumne que no va inclinar la cinta mètrica en prendre la mesura.

Conclusió

Hi ha una part important d'alumnes que no han sabut usar la cinta mètrica llarga: no han sabut per on havien de començar a mesurar i han inclinat la cinta en prendre la mesura. Tot i que la majoria d'aquests alumnes sí que han demostrat saber mesurar amb el regle i identificar errors que ells han comès amb la cinta mètrica quan es tractava del regle.

Per tant, notem que tot i comprovar una certa destresa en l'ús del regle tant per mesurar com per poder argumentar errors observats, aquest domini no s'extrapola a la cinta mètrica llarga. Els alumnes comenten errors tant bàsics com inclinar la cinta i no en són conscients ni quan prenen la mesura ni quan se'ls hi fa reflexionar al respecte.

5.3.3.- Pregunta 3: Reconeixen la semblança com una eina matemàtica per resoldre problemes? Utilitzen amb propietat la semblança per resoldre problemes?

Per intentar respondre aquesta pregunta en primer lloc analitzarem la resposta que els alumnes van donar a la cinquena pregunta que se'ls hi va fer a la pràctica 2:

5.- *Digues si has utilitzat les següents eines matemàtiques i en cas afirmatiu digues on les has utilitzat*

- a) *Semblança*
- b) *Probabilitat*
- c) *Proporcionalitat*
- d) *Àlgebra*
- e) *Altres. Quines?*

A la taula AI_PIIb2 ja s'ha recollit si els alumnes havien respost o no aquesta pregunta i amb la profunditat amb què ho havien fet. Ara volem recollir i analitzar amb profunditat les respostes què han donat.

Les respostes dels alumnes han estat recollides en la taula AII_PIIIa1 que es troba a l'annex (A82)

A continuació observem les respostes que els alumnes van donar sobre si havien o no utilitzat la semblança en la pràctica 2 i en cas afirmatiu han estat recollides en la taula AII_PIIIa2. No s'hi han indicat les respostes en blanc.

Taula 5.67.- Respostes pregunta 5 apartat a) de la pràctica 2	
Alumne	RESPOSTA: a) Semblança
alumne 1.1	Sí
alumne 1.3	Sí, per passar les nostres mesures a escala.
alumne 1.4	No
alumne 1.6	Sí, per dibuixar el croquis
alumne 2.1	He utilitzat la semblança per trobar l'alçada del gimnàs
alumne 2.4	la semblança de l'alçada del gimnàs en un triangles isòsceles
alumne 2.5	L'hem utilitzat per fer escala.
alumne 3.1	Sí
alumne 3.3	Sí, he dibuixat un triangle semblants amb raó = 2 (proporcionalitat)
alumne 3.4	Sí
alumne 3.5	Sí
alumne 4.1	Sí. Hem fet servir la semblança per poder dibuixar el triangle format entre el teodolit i la paret, hem mesurat la paret a escala i ho hem passat a la realitat.
alumne 4.2	ídem alumne 4.1
alumne 4.3	ídem alumne 4.1
alumne 4.4	Sí, per dibuixar el triangle format entre el teodolit i la paret

Observem que tretze alumnes diuen que sí que han utilitzat la semblança en la pràctica 2. 8 dels alumnes mencionen que ho han utilitzat per "fer l'escala" o per "dibuixar el croquis", "per dibuixar el triangle entre el teodolit i la paret" (el grup quatre 4 dels 5 alumnes han donat la mateixa resposta, tres d'ells la mateixa paraula per paraula).

Només un alumne menciona la semblança com l'eina usada per trobar allò que demanava la pràctica 2 "per trobar l'alçada del gimnàs".

Pregunta 3: Reconeixen la semblança com una eina matemàtica per resoldre problemes?

Resposta 3: La majoria dels alumnes reconeixen la semblança com una eina que han usat per resoldre la pràctica 2 i la meitat dels alumnes que han lliurat la pràctica reconeixen on han usat la semblança i relacionen la semblança amb el concepte d'escala.

5.3.4.- Pregunta 4: Saben estimar mesures de longitud? Relacionen l'estimació amb el resultat final donat?

Recordem que en l'activitat 3 de la pràctica 2.3 de la pràctica 2 els alumnes abans de realitzar les mesures per la pràctica 2 havien de realitzar una estimació de l'alçada del gimnàs i escriure aquesta estimació en el full de respostes així com el raonament que els havia portat a aquella estimació. Aquestes dades van ser recollides en la taula AI_PIIa.

Taula 5.68.- Estudi de l'estimació de l'alçada del gimnàs feta pels alumnes.	
Grup	Estimació i raonament
Grup 1	de 8-10
Grup 2	10 m
Grup 3	Creiem que l'alçada de l'institut fa 20 7'5 m metres
Grup 4	Mesura 10,20 m perquè una persona de 1,70m cabria més o menys 6 vegades.

En la primera anàlisi de la pràctica 2 ja es va apuntar que:

- El grup 1 dona un rang de resposta correcte. Observem que han donat un rang prou ampli per no tenir massa problemes i que no han exposat cap raonament.
- El grup 2, també sense donar cap raonament, dona 10m com a resposta que és una estimació totalment vàlida.
- El grup 3 és el que es veu més despistat. Primer donen una estimació de 20 m, més del doble de l'alçada correcta, després però rectifiquen i donen 7'5 m com a resposta final, resposta ara que es queda una mica curta.
- Per últim, el grup 4 dona una estimació força bona i a més dona un raonament que ens indica com han trobat l'estimació.

Dos grups donen una estimació correcta i el primer grup una estimació àmplia però correcta. Tanmateix observem que hi ha una certa dificultat en donar una estimació raonada.

Ara volem veure si aquesta estimació és té en compte en donar la resposta. La informació s'ha recollit en la taula AII_PIVa que es troba a continuació:

Taula 5.69.- Relació entre l'estimació donada i les respostes numèriques de les pràctiques 2 i 3				
Grups	Alumne	Estimació	Resultat pràctica 2	Resultat pràctica 3
Grup 1	alumne 1.1	8-10	17'7m	9'43 m
	alumne 1.3			
	alumne 1.4			9'60 m
	alumne 1.6			9'70 m
Grup 2	alumne 2.3	10 m	9m	13'25m
Grup 3	alumne 3.1	7'5 m	10'28 m	9'38 m
	alumne 3.2			9'38 m
	alumne 3.3			9'38 m

	alumne 3.4		10'28 m	9'38 m
	alumne 3.5		10'28 m	9'38 m
Grup 4	alumne 4.1	10'20 m		9'60 m
	alumne 4.3			9'60 m

Observem Els alumnes han donat aquests tres resultats de manera deslligada. Hi ha alumnes que han donat respostes força allunyades de les estimacions i en les pràctiques no s'han observat comentaris al respecte.

Dels tres alumnes que es van entrevistar, només un alumne va donar resposta a les dues pràctiques, quan se li va preguntar pel fet de la diferència entre les respostes va contestar:

"[entrevistador] Et va donar diferent. Per què creus que pot ser això?
[alumne 3.3] Bueno, tampoco es tant...la diferència tampoc és tant gran, pot ser que el número està un poco equivocat, que la mida està un poco equivocat i el resultat sale un poco diferent, perquè la diferència no es tan gran."

Observem que hi ha poc sentit crític en relacionar les respostes i es minimitza la diferència entre elles.

Pregunta 4: Saben estimar mesures de longitud? Relacionen l'estimació amb el resultat final donat?

Resposta 4: Les estimacions que donen els alumnes són força apropiades i en tres dels grups són correctes i fins i tot en dos d'ells força aproximades al resultat correcte. El grup 4 a més a més dóna un raonament per l'estimació que han realitzat.

Per altra banda no s'observa que els alumnes hagin tingut en compte aquesta estimació a l'hora de mirar amb esperit crític la resposta final donada a les pràctiques i en aquells casos en què les respostes donades difereixen molt de l'estimació l'alumne no ha fet cap observació ni comentari en donar la resposta en les pràctiques.

En relació a l'estimació hi ha hagut una parell de respostes a la pregunta 5 de la pràctica 2 amb interès suficient com per fer-ne una menció especial. En la taula AII_PIIIa2 hi ha recollides totes les respostes que van donar els alumnes a aquesta pregunta. Destaquem la resposta de l'alumne 1.6 i de l'alumne 2.4:

Alumne 1.6.: "Sí, per dir quan mesura més o menys el gimnàs."

Alumne 2.4.: "la probabilitat de l'alçada del gimnàs a més de 20 m o menys"

En aquestes dues respostes de dos alumnes de dos grups diferents contesten que han utilitzat la probabilitat a la pràctica 2 i a l'hora de situar on ho han usat indiquen que en la part de l'estimació.

Notem que en aquestes respostes hi ha una confusió entre estimar i calcular la probabilitat d'un esdeveniment aleatori. El grau de llibertat que hi ha quan fas una estimació en tant que aproximes el resultat i el fet que hi ha un rang de possibles respostes correctes han fet pensar a aquests alumnes amb la probabilitat on hi ha trobat una certa semblança.

La intenció de la pregunta 5 era veure si eren capaços de detectar la semblança i la proporcionalitat entre les eines que havien hagut d'utilitzar. L'àlgebra podia ser un recurs que algun d'ells hagués usat i la probabilitat es va posar com a resposta negativa. La sorpresa ha estat en aquestes dues respostes, de dos alumnes diferents i de dos grups diferents i que destapa un error conceptual interessant a estudiar amb més profunditat entre el camp de l'estimació i el de la probabilitat.

Dos alumnes han relacionat l'ús de la probabilitat amb realització de l'estimació de l'alçada del gimnàs.

5.4.- 3a Anàlisi de dades

En la primera anàlisi es van organitzar i emmagatzemar les dades que havien estat recollides amb els diferents instruments dissenyats. A partir de la seva anàlisi van sorgir quatre preguntes que necessitaven de dades que es van recollir en activitats diferents i es va decidir establir el que va esdevenir la segona anàlisi de dades.

En aquesta tercera anàlisi reprenen allà on ens vam quedar a la primera anàlisi però ara restringint-nos a les tres pràctiques. Malauradament la gran quantitat de dades recollides ha acabat imposant algunes limitacions a l'estudi; arribat aquest punt n'establim el primer.

5.4.1.- Pràctica 1

5.4.1.a.- Anàlisi plànols de la pràctica 1

Tal i com es va explicar en l'últim apartat de la primera anàlisi de la pràctica 1 per a analitzar el lliurament d'aquesta pràctica s'han elaborat tres taules: AI_PId1, AI_PId2 i AI_PId3:

La primera taula AI_PId1 (A56) correspon a informació sobre la data de lliurament i sobre aspectes bàsics de la presentació de treballs.

A la taula AI_PId2 es recullen dades sobre aspectes generals del plànol lliurat. La taula es troba a l'annex (A57).

A la taula AI_PId3 es recullen algunes longituds dels croquis i dels plànols. La taula es troba a l'annex (A58).

En primer lloc destaquem el fet que tots els alumnes han lliurat el plànol en paper mil·limetrat, tot i que en un cas és un fotocòpia de paper mil·limetrat. Només un parell han presentat plànols que contenen trossos a mà alçada.

Per altra banda, hi ha tres plànols que no tenen una forma consistent amb la forma del pati petit i un d'aquests té trossos incomplets. També hi ha uns altres dos plànols que tenen trossos incomplets.

En analitzar amb més detalls els plànols ja no ens trobem amb tan bones notícies: només en tres plànols hi ha indicades les mesures de la realitat i només en 7 plànols hi consta l'escala i només en un més hi consta l'escala en el treball.

A continuació anem a fer una primera anàlisi dels plànols a partir de les dades:

Anàlisi de les vidrieres

Per a l'anàlisi dels plànols seguirem el mateix procés que amb els croquis. A continuació recordem la nomenclatura que seguirem:

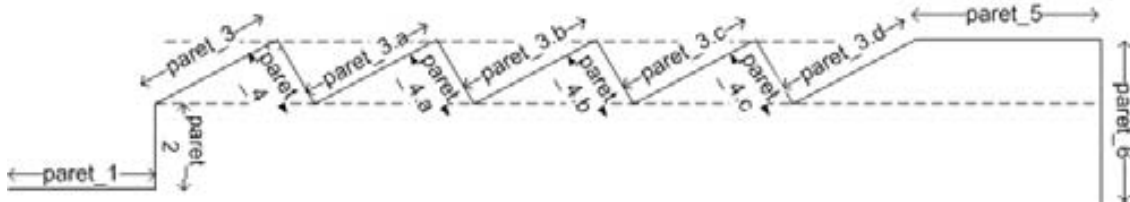


fig. 93: Recordatori de la nomenclatura dels diferents elements de la zona de les vidrieres

Alguns alumnes han dibuixat les vidrieres amb la paret_3 formant un angle d'uns 35° amb l'horitzontal i la paret_4 sent ortogonal a l'horitzontal enlloc de ser ortogonal a la paret_3, per exemple vegi's a continuació el detall de les vidrieres del plànol de l'alumne 1.1:

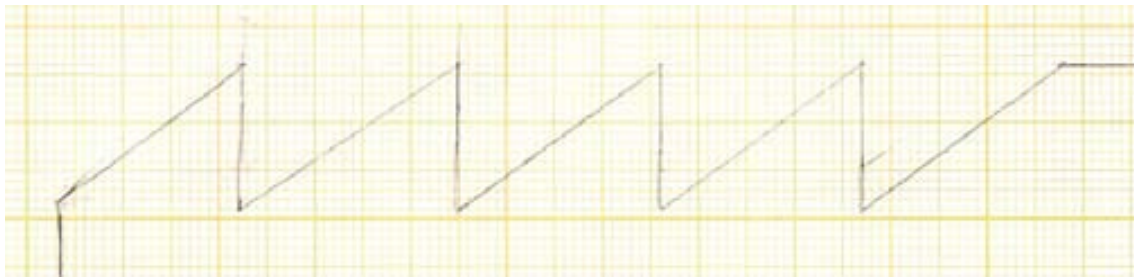


fig. 94: Detall vidrieres plànol de l'alumne 1.1

En la taula AI_PId2 en la columna "Forma consistent" aquells plànols que s'han assenyalat amb "A mitges" i amb "No" han tingut majoritàriament els problemes amb la zona de les vidrieres. Notem que són en total 15 dels 18 plànols lliurats (9 "A mitges" i 6 "No"s). A continuació adjuntarem detalls dels plànols d'alguns alumnes que han tingut problemes amb la zona de les vidrieres.

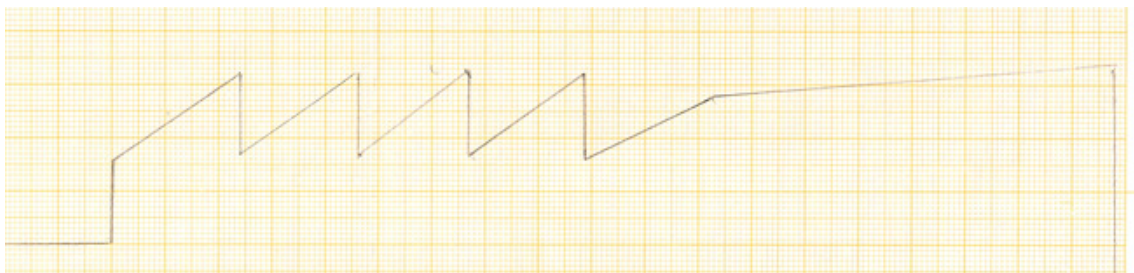


fig. 95: Detall vidrieres plànol de l'alumne 1.3

En primer lloc, notem que l'alumne 1.3 ha dibuixat la zona de les vidrieres d'una forma semblant a l'alumne 1.1.

Hi ha d'altres alumnes que han dibuixat la zona de les vidrieres d'una manera més caòtica:

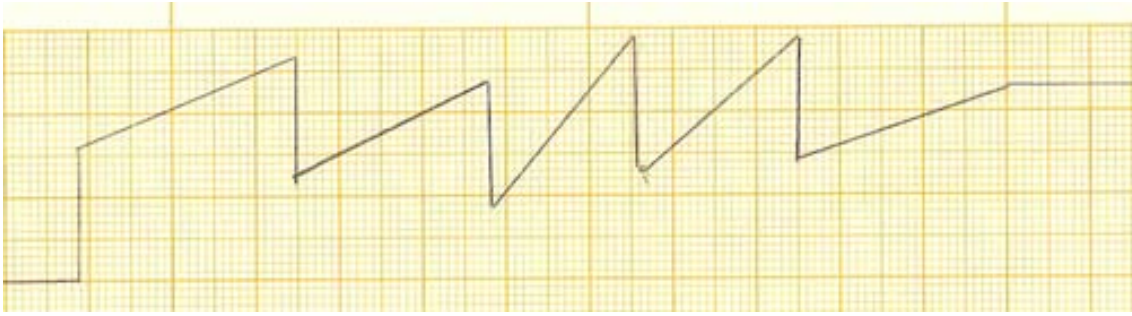


fig. 96: Detall vidrieres plànol de l'alumne 1.5

Ens fixem que primer ha començat a dibuixar les vidrieres com l'alumne 1.2 però després ha trencat el patró i cada vidriera és diferent, totes començant i acabant a diferent alçada i les seves parets formant diferents angles.

Un parell d'alumnes del grup 2 han dibuixat la paret_3 formant un angle molt petit amb l'horitzontal i d'aquesta manera la paret_3 de queda gairebé horitzontal.

L'alumne 2.1 ha dibuixat les vidrieres molt punxegudes, és a dir, amb l'angle entre les dues parets que formen la vidriera molt petit i per tant la zona de les vidrieres li ha quedat massa curta i per això la paret_3d li ha quedat desproporcionadament llarga, tant que ha fet que ell mateix anotés en el plànol "malament" ja que les mesures no li han encaixat:

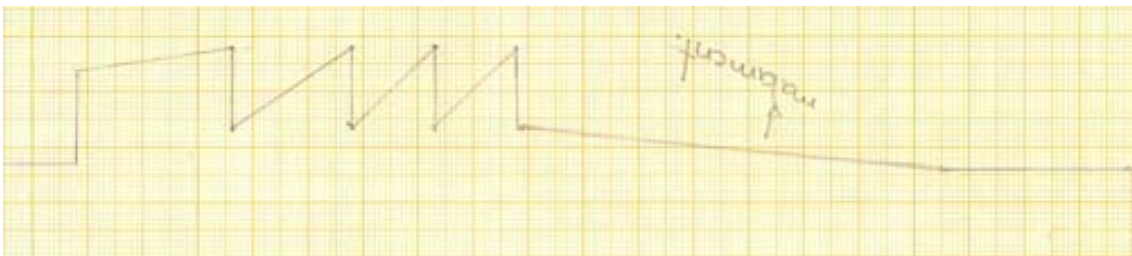


fig. 97: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 1.6

L'alumne 3.3 ha dibuixat uns angles entre les parets més propers a 90° com es pot observar en el detall de les vidrieres que es pot trobar a continuació i on s'hi han marcat l'amplitud dels angles:

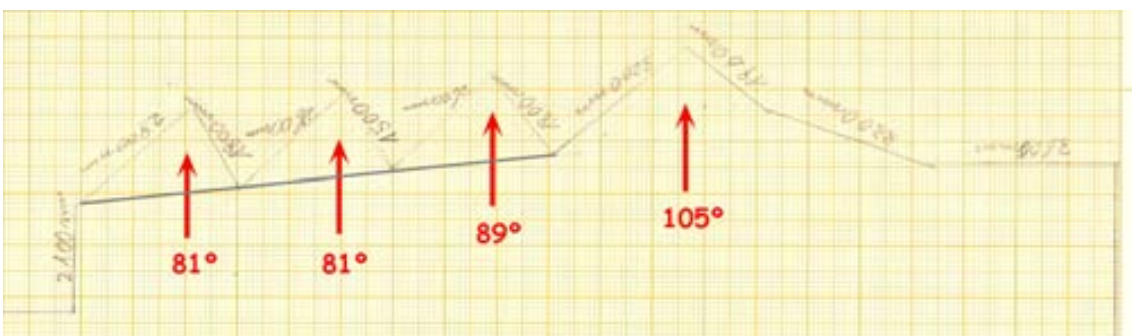


fig. 98: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 3.3

En gris s'ha ressaltat la línia que l'alumne havia marcat sobre el seu plànol per situar-hi els vèrtex i que després estava esborrada. Notem que no situa aquesta línia sobre l'horitzontal i aquest fet és el que després li comporta problemes: la paret_3d forma un angle que no correspon amb la realitat per trobar-se amb la paret_5. En el posterior anàlisi de la pràctica 1 analitzarem amb més detall tot el plànol.

Altres alumnes no han sabut tampoc com acabar la zona de la vidriera i han optat per deixar un tros sense acabar tal i com veiem en el següent exemple:

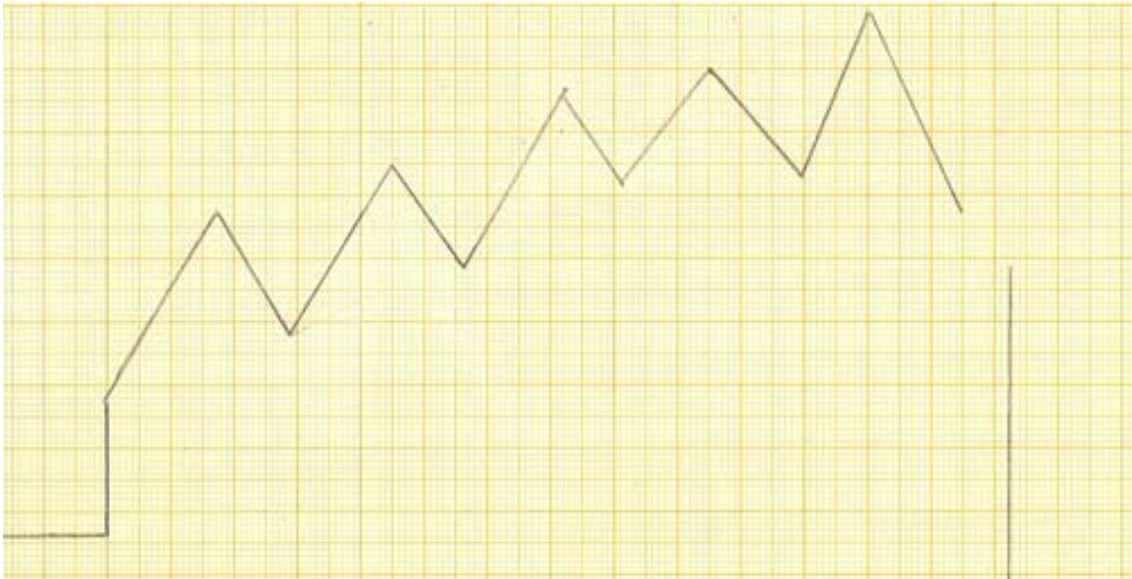


fig. 99: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 3.4

En aquest detall de les vidrieres notem com l'alumne ha anat pujant els vèrtexs de les parets de les vidrieres i tot i allargar la paret_5 i dibuixar-la amb un angle que no li correspon, no li encaixa amb la paret_6. En aquest exemple per altra banda també notem que els angles entre les parets que formen les vidrieres són d'uns 60° , donant la sensació de les vidrieres que hem descrit com a punxegudes.

L'alumne 4.1 dibuixa la paret_3 perpendicular a la paret_2. A partir d'aquí dibuixa la paret 4, però a continuació dibuixa la paret_3.a amb un angle de només 23° enlloc dels 90° que li correspondrien i aquest patró el repeteix en les següents parets de les vidrieres. També es pot observar que els vèrtexs més curts estan a la mateixa alçada que el sortint, situació que no es correspon amb la realitat, tal i com es pot observar a continuació:

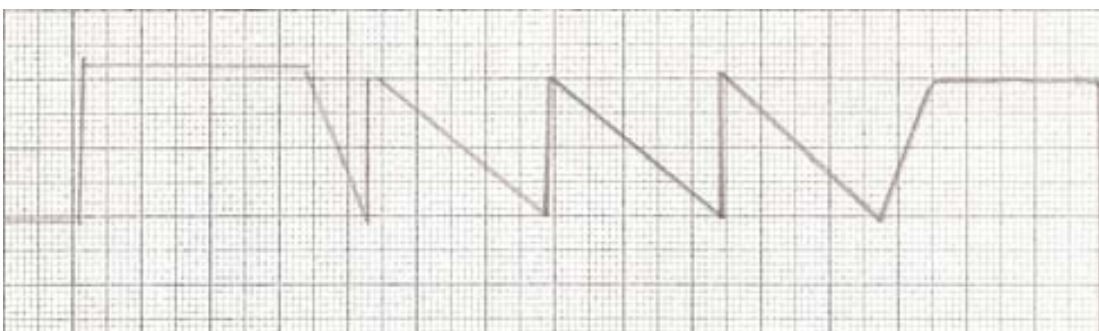


fig. 100: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.1

Començar amb la paret_2 i la paret_3 perpendiculars es repeteix en el plànol de l'alumne 4.2:



fig. 101: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.2

Però notem que a diferència de l'alumne 4.1, aquest alumne ha dibuixat la resta de les parets de les vidrieres amb uns angles més semblants a la realitat i a més a més els vèrtexs inferiors estan força alineats sobre l'horitzontal i per sobre de l'alçada de la paret_2.

L'alumne 4.3 després de diversos intents que després va esborrar i va decidir dibuixar la zona de les vidrieres amb una línia recta traçada matusserament a mà alçada:

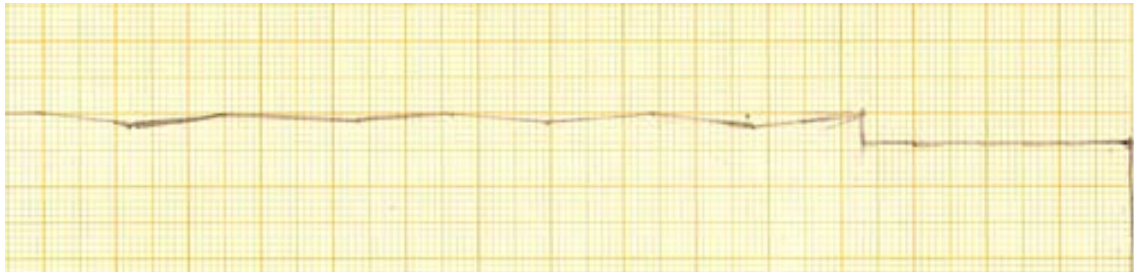


fig. 102: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.3

També observem en aquest plànol un estrany sortint en la part dreta de l'anterior imatge que analitzarem posteriorment.

L'alumne 4.4 lliura dos plànols, en el primer fa com l'alumne 4.3 i va dibuixar una línia horitzontal a la zona de les vidrieres. En segon plànol hi ha un intent de dibuixar les vidrieres però sense gaire èxit com es pot observar a continuació:

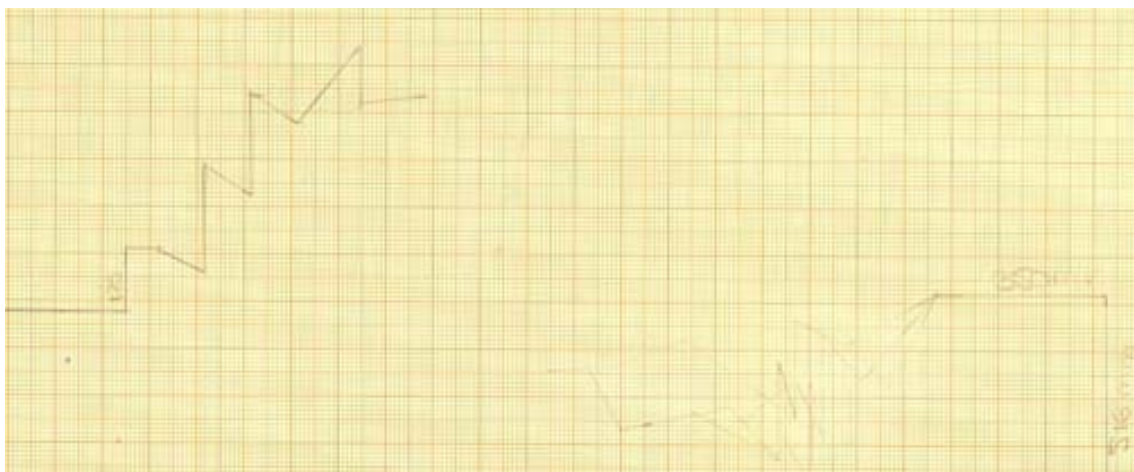


fig. 103: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.4

L'alumne 4.5 simplement va deixar la zona de les vidrieres sense dibuixar:



fig. 104: Detall vidrieres del plànol de l'alumne 4.5

Resum de la 3a Anàlisi de la zona de les vidrieres de la pràctica 1.

Després d'haver fet aquesta tercera anàlisi de la zona de les vidrieres de la pràctica 1 es fa un resum dels seus resultats:

- Notem que la zona de les vidrieres ha estat una dificultat per als alumnes, però que no van ser capaços de preveure-la mentre feien els croquis ni durant les discussions en grup sinó que s'hi van trobar a l'hora de realitzar el plànol individualment i és per això que cadascú ha resolt el problema de diferent manera.

Anàlisi de les proporcions entre les longituds dels plànols

En la taula 5.29 vam recollir les proporcions entre diferents longituds dels plànols.

A continuació adjuntarem els alumnes d'aquesta taula que tenen totes les dades requerides en el croquis. Ens quedaran 11 alumnes:

Taula 5.70.- Proporcions entre longituds dels croquis					
Grups	Nom	$\frac{lon\ 1}{lon\ 8} =$ 1'5714	$\frac{lon\ 6}{lon\ 5} =$ 2'4667	$\frac{lon\ 7}{lon\ 6} =$ 3'1081	$\frac{lon\ 7}{lon\ 8} =$ 4'6939
Grup 1	alumne 1.3	0,7455	34,0000	1,1176	1,7273
	alumne 1.5	0,6731	1,7541	2,1682	2,2308
	alumne 1.6	0,9189	3,1800	1,6981	1,8243
Grup 2	alumne 2.1	0,5214	3,8889	1,5714	1,8803
Grup 3	alumne 3.3	0,8475	9,2105	1,6057	2,3814
	alumne 3.4	0,6726	7,2083	1,0867	1,6637
	alumne 3.5	0,8933	3,3333	1,3850	1,8467
Grup 4	alumne 4.1	0,4660	3,2432	1,4417	1,6796
	alumne 4.2	0,3904	4,5952	1,4611	1,5080
	alumne 4.3	0,3137	3,1316	1,4454	1,6863
	alumne 4.4	0,5676	4,2927	1,5227	1,8108
Mitjana		0,6373	7,0762	1,5003	1,8399

Notem que la mitjana de les dades ara d'aquests 11 alumnes no dista gaire de les 16 dades de les quals n'havíem fet la mitjana en la primera anàlisi.

Ara continuarem també només analitzant aquells plànols que estiguin complets. Farem ara amb els plànols la mateixa anàlisi que vam fer amb els croquis:

Grups	Nom	$\frac{lon\ 1}{lon\ 8} =$ 1'5714	$\frac{lon\ 6}{lon\ 5} =$ 2'4667	$\frac{lon\ 7}{lon\ 6} =$ 3'1081	$\frac{lon\ 7}{lon\ 8} =$ 4'6939
Grup 1	alumne 1.1	1,4286	2,6061	2,5233	3,8750
	alumne 1.3	1,4035	1,1867	3,0000	4,6842
	alumne 1.4	1,3333	1,4000	2,7381	3,8333
	alumne 1.5	1,3860	1,0811	3,3000	4,6316
	alumne 1.6	1,2015	2,8750	1,8261	3,1343
Grup 2	alumne 2.1	1,0233	2,4571	3,2558	3,2558
	alumne 2.3	1,0175	1,0556	3,2632	3,2632
	alumne 2.4	1,1154	3,3636	2,0090	2,8590
	alumne 2.5	0,5000	5,0000	1,7333	2,1667
Grup 3	alumne 3.2	0,5882	3,6111	1,8462	2,8235
	alumne 3.3	1,3684	2,4571	3,2326	4,8772
Grup 4	alumne 4.2	1,7826	2,4828	3,3611	5,2609
Mitjana		1,1790	2,4647	2,6740	3,7221

Notem ara que les dades s'aproximen molt més que en els croquis.

Per facilitar l'anàlisi, fixem-nos amb les diferències entre les proporcions reals i les proporcions de les longituds dels plànols:

Grups	Nom	$\frac{lon\ 1}{lon\ 8} =$ 1'5714	$\frac{lon\ 6}{lon\ 5} =$ 2'4667	$\frac{lon\ 7}{lon\ 6} =$ 3'1081	$\frac{lon\ 7}{lon\ 8} =$ 4'6939	Mitjana
Grup 1	alumne 1.1	0,1428	-0,1394	0,5848	0,8189	0,4215
	alumne 1.3	0,1679	1,2800	0,1081	0,0097	0,3914
	alumne 1.4	0,2381	1,0667	0,3700	0,8606	0,6338
	alumne 1.5	0,1854	1,3856	-0,1919	0,0623	0,4563
	alumne 1.6	0,3699	-0,4083	1,2820	1,5596	0,9049
Grup 2	alumne 2.1	0,5481	0,0096	-0,1477	1,4381	0,5359
	alumne 2.3	0,5539	1,4111	-0,1551	1,4307	0,8877
	alumne 2.4	0,4560	-0,8969	1,0991	1,8349	1,0717
	alumne 2.5	1,0714	-2,5333	1,3748	2,5272	1,8767

Grup 3	alumne 3.2	0,9832	-1,1444	1,2619	1,8704	1,3150
	alumne 3.3	0,2030	0,0096	-0,1245	-0,1833	0,1301
Grup 4	alumne 4.2	-0,2112	-0,0161	-0,2530	-0,5670	0,2618
Mitjana		0,3924	0,0020	0,4341	0,9718	

Tot i que s'aprecia una millora entre els croquis i els plànols lliurats els resultats són força decebedors. Notem que fins i tot els tres plànols que tenen una mitjana dels valors absoluts dels errors menor (mitjanes en negreta a la taula) contenen errors importants en la zona de les vidrieres com s'ha analitzat en el corresponent apartat.

Resum de la 3a anàlisi de pràctica 1.

Després d'haver fet aquesta anàlisi de la pràctica es fa un resum dels seus resultats:

- Tot i les sessions extres que es van deixar als alumnes no s'observen millores notables en els plànols presentats.
- Cap alumne va ser capaç de representar la zona de les vidrieres correctament.
- Tot i que les proporcions entre els diferents elements dels plànols milloren respecte els croquis disten força de les proporcions reals.

5.4.2.- Pràctica 2

5.4.2.a.- Anàlisi de la presa de dades

En la primera anàlisi d'aquesta pràctica vam veure que els tres primers grups van prendre la distància i l'angle correctament (el quart grup va prendre només la dada de l'angle incorrectament).

Per altra banda vam veure que els alumnes van tenir força problemes per trobar una estratègia de resolució. També vam comprovar que només 5 alumnes van donar una resposta numèrica i que aquesta estava en el que vam considerar interval vermell per estar massa allunyades de la resposta correcta.

Per tant ara analitzarem acuradament els treballs de la segona pràctica lliurats pels alumnes. En la següent taula trobem la taula AIII_PIIa on es recullen les dades anotades en la pregunta 4 de la pràctica 2. Es fa la comparació amb les dades anotades en la recollida de dades de les activitats 2.2 i 2.3 (recollides a la taula 5.44)

Ara farem l'anàlisi de les dades que van anotar els alumnes a la pràctica recollides en la pràctica AIII_PIIa:

Taula 5.64.- Anàlisi del procediment i resultat final pràctica 2 lliurada							
Grups	Alumne	Pregunta 4 Resolució					Resultat numèric amb el procediment correcte
		Procediment	Angle	Mesura distància	Mesura teodolit	Resultat numèric	
Grup 1	alumne 1.1	No	34°	12 m	1,03 m	No	9,12 m
	alumne 1.3	C	36°	12 m	1,2 m	17'7m	9,92 m
	alumne 1.4	No	36°	12 m	1,2 m	No	9,92 m
	alumne 1.5	No				No	
	alumne 1.6	No	34°	12m= 120 cm	1,30m =130 cm	No	9,39 m
Grup 2	alumne 2.1	No	37°	12 m	1,25 m	No	10,29 m
	alumne 2.3	I	37°	12 m		9m + E	
	alumne 2.4	No	36°	12 m	2 m	No	10,72 m
	alumne 2.5	No	37°	12 m	1,25 m	No	10,29 m
Grup 3	alumne 3.1	No				No	
	alumne 3.2	No				No	
	alumne 3.3	C	34°	12,2 m	1,28 m	10'28 m	9,51 m
	alumne 3.4	C	34°	12,2 m ⁶⁴	1,28 m	10'28 m	9,51 m
	alumne 3.5	C	34°	12,2 m ⁶⁵	1,28 m	10'28 m	9,51 m
Grup 4	alumne 4.1	No				No	
	alumne 4.2	No			1,20 m	No	
	alumne 4.3	No				No	
	alumne 4.4	No				No	
	alumne 4.5	No				No	

Observant la taula AI_PIIb2 (A60) notem que dels 19 alumnes que van lliurar la pràctica 2, 3 no van realitzar cap croquis. De la resta observem que 4 més no van posar cap dada en el croquis. Un altre només va indicar la mesura del teodolit i per últim un alumne que només va posar dues de les tres dades. Per tant, només 10 alumnes van presentar croquis complets respecte les dades. Recordem que el grup 4 no va anotar l'alçada del teodolit en les activitats 2.2 i 2.3.

Per tant, observem que una gran quantitat d'alumnes no ha recollit a la pràctica 2 dades que havien mesurat com a grup. També observem que 4 alumnes (dels només 10 que donen totes les dades) anoten dades que no corresponen a les dades anotades pels seus grups.

En primer lloc anem a analitzar aquests casos.

⁶⁴ en el croquis hi ha posat enlloc de 12,2 m, 90°, però en la resolució hi ha 12,2 m

⁶⁵ Ídem nota peu de pàgina anterior.

Alumne 1.1

En aquest cas la interpretació més plausible és que hi ha hagut un error en la transcripció de la dada i de "1'30" ha passat a anotar "1,03". Errors com aquest atribuïbles a un error de transcripció ja van ser observats en el treball de recerca.

Alumne 1.3 i alumne 1.4

En ambdós casos donen les respostes iguals entre ells però diferents a les dades de grup. Aquestes dades no tenen una fàcil interpretació ja que no són dades que prenguéss cap altre grup.

En l'entrevista amb l'alumne 1.3 no menciona cap problema amb les dades amb la pràctica 2, sí que menciona que no tenia les dades de la pràctica 3 i que per això no la va poder resoldre però no va mencionar res d'aquesta pràctica que ens faciliti la interpretació.

Alumne 2.4

En aquest cas també un únic alumne canvia la dada de l'angle sense que aquest canvi tingui una interpretació senzilla.

Resum de la 3a anàlisi de la presa de dades de la pràctica 2.

Després d'haver fet aquesta anàlisi de la presa de dades de la pràctica es fa un resum dels seus resultats:

- Només 6 alumnes han adjuntat un croquis amb les dades recollides durant la presa de dades en el lliurament de la pràctica 2.
- Com ja es va observar en el treball de recerca, els alumnes tenen problemes per recollir la informació durant les sessions de presa per després usar-la més endavant en l'elaboració del treball.

Les dificultats que han tingut els grups 2 i 4 en superar o no les respectives estratègies errònies: l'ús del teorema de Pitàgores per trobar el catet, donat catet i angle i la no proporcionalitat angle –catet oposat seran estudiades en la propera anàlisi.

5.4.2.b.- Anàlisi dels procediments seguits en la resolució

Ara anem a estudiar amb profunditat on es produeixen els errors ja que cap alumne ha donat una resposta correcta. A partir dels resultats de la taula AIII_PIIa s'analitzaran aquells treballs que tinguin com a mínim un croquis amb algunes dades:

Alumne 1.1

Té un croquis correcte tot i l'error en la dada corresponent a l'alçada del teodolit que ja s'ha mencionat. No hi ha cap càlcul ni cap explicació de raonament. Per tant no es pot fer cap anàlisi més.

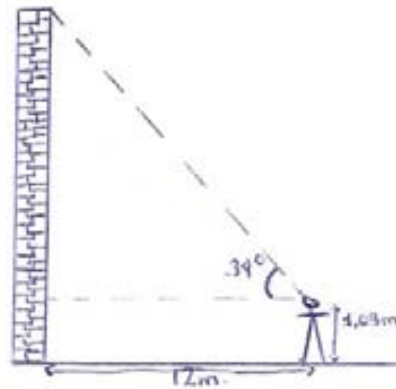


fig. 105: Detall croquis de la pràctica 2 de l'alumne 1.1

Alumne 1.3

L'alumne 1.3 ha realitzat en realitat una "doble escala": ha indicat l'escala 1/100 en una quadrícula que ha fet a mà, però en aquesta quadrícula ha comptat com si cada quadret mesurés 1 cm ja que el catet inferior ha indicat que mesura 12 cm quan el que en realitat mesura 12 quadrets, cadascun d'aquests quadrets mesura 0,4 cm. Per tant en realitat ha fet una escala de 1:250.

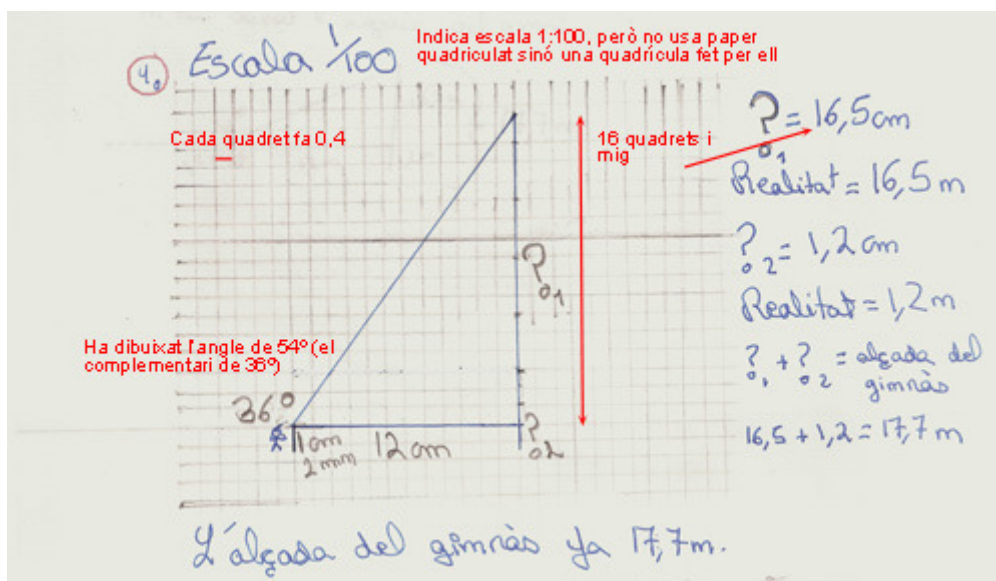


fig. 106: Detall pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.3

L'error en el procés no ha estat aquesta "doble escala" sinó que en el dibuix a escala no ha dibuixat l'angle de 36° sinó que ha dibuixat l'angle complementari: 54°. Això ha fet que el catet oposat mesuri 16 quadrets i mig que l'alumne assimila a 16,5 cm. Aleshores aplica l'escala que creu que està aplicant 1:100 i finalment als 16,5 m hi suma l'alçada del teodolit.

En l'explicació sobre el procés seguit trobem el següent respecte a quan ha de dibuixar l'angle:

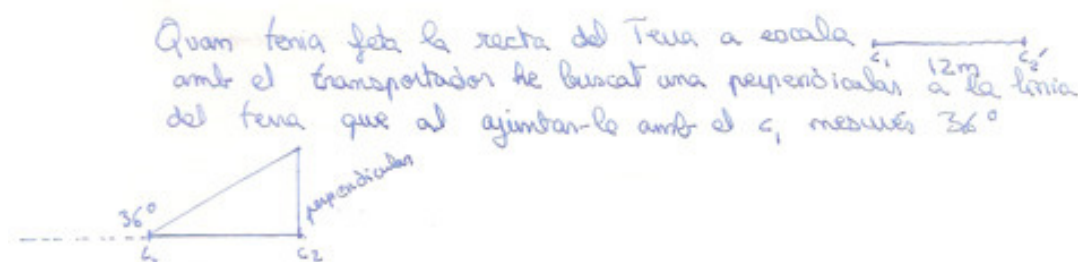


fig. 107: Segon detall pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.3

Notem que aquesta explicació no és gaire clara i podria ser que hagués dibuixat l'angle de 36° entre el catet que representa la paret del gimnàs (la que l'alumne anomena perpendicular en aquest segon croquis) i la hipotenusa.

A més a més dels errors acabats d'esmentar hi hem d'afegir aquells que tenen a veure amb les dades i que s'han mencionat en l'apartat anterior.

Alumne 1.4

L'alumne lliura amb la pràctica la Pràctica 2.1 un croquis fet a mà alçada de la situació on estan les dades 36° i 1,20 m de l'alçada del teodolit.

La situació en paper mil·límetrat l'analtzarem a partir de la imatge de la resposta de l'alumne:

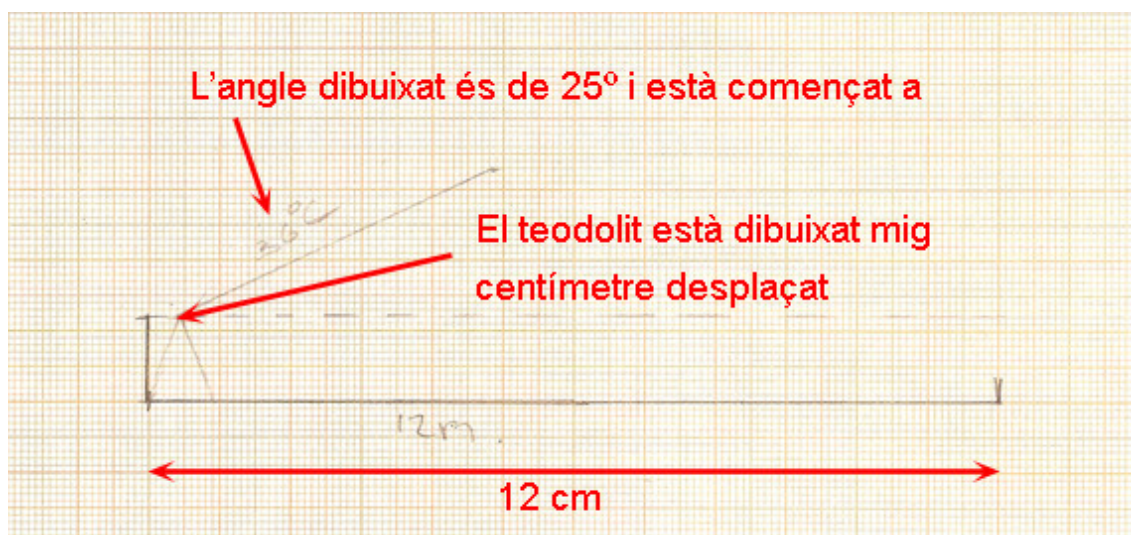


fig. 108: Detall pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.4

En la part alta (no escanejada) està anotada l'escala 1:100. En aquest cas l'alumne usant el paper mil·límetrat sí que representa un segment de 12 cm, però dibuixa el teodolit amb un desplaçament de mig centímetre respecte al segment i l'angle el comença a dibuixar amb aquest desplaçament. A més a més, l'angle dibuixat no és de 36° .

Alumne 1.6

En la pràctica 2 es detecta un problema de conversió d'unitats: a l'apartat 3 dibuixa un croquis on l'alçada del teodolit són 13 cm i la distància del teodolit al gimnàs són 120 cm:

En l'explicació de la pregunta 4 trobem el següent:

$$12.m = 120.cm$$

$$1,30m = 13cm$$

fig. 109: Detall pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.4



fig. 110: Detall pregunta 3 de la pràctica 2 de l'alumne 1.4

Un error de conversió d'unitat força greu a nivell de 3r d'ESO.

Analitzem la resolució en paper mil·limetrat:

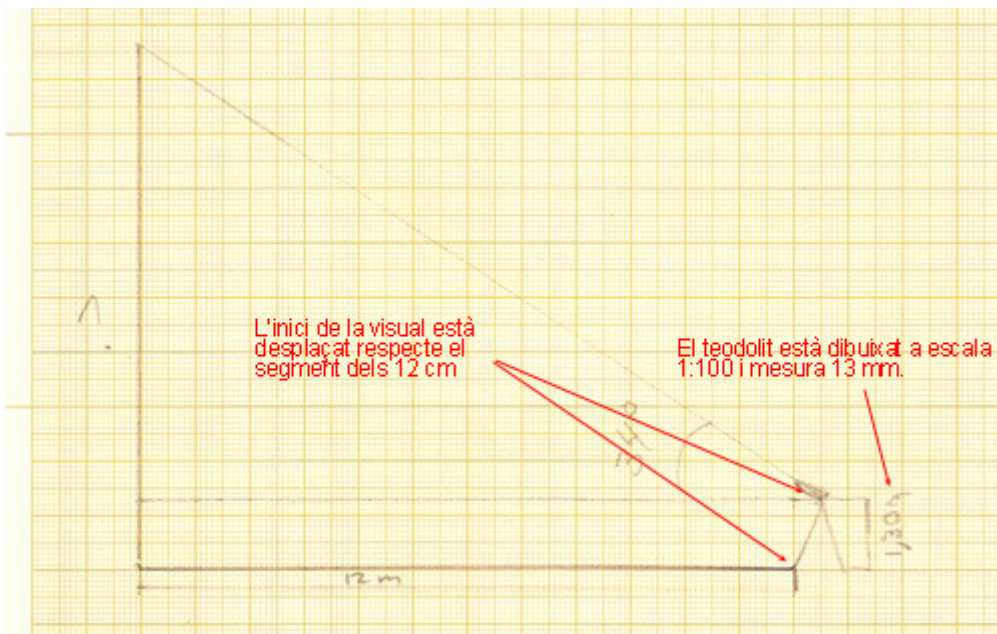


fig. 111: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 1.4

El fet que dibuixi el vèrtex del triangle rectangle a 12'5 cm de la paret del gimnàs i no a 12 cm produeix que l'alçada li doni de 8,4 cm i no els 8 que li haurien de donar. A partir d'aquí no hi ha cap més càlcul ni explicació.

Alumne 2.1

L'alumne 2.1 també té el croquis inacabat i ni tan sols està ben determinat el triangle rectangle. Les dades són les que va prendre el grup.

Analitzem la resolució en paper mil·limetrat:

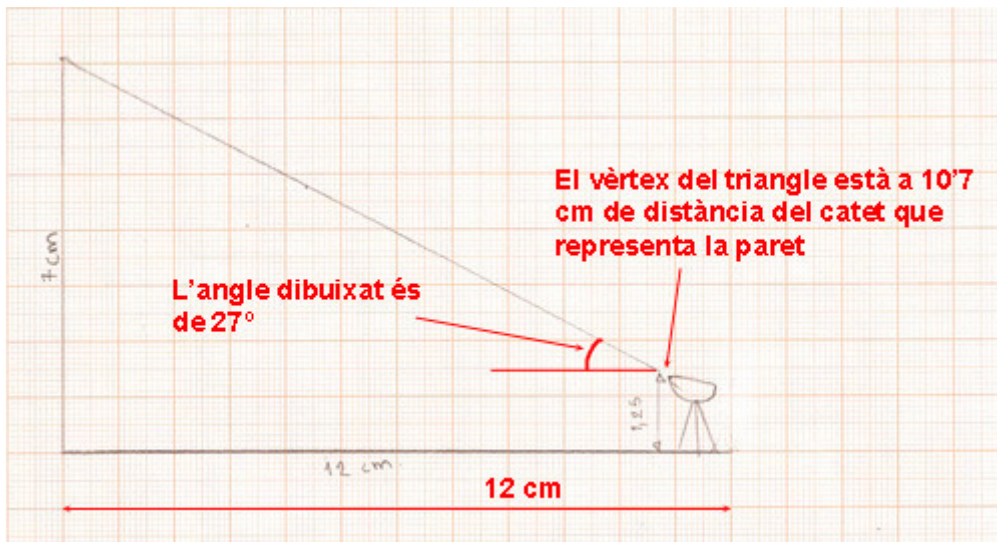


fig. 112: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.1

Alumne 2.3

L'alumne 2.3 dibuixa un triangle rectangle de catet 12 cm i amb l'angle de 37° i troba que l'altre catet mesura 9 cm i la hipotenusa 15 cm. Aplicant implícitament l'escala sense mencionar-ho sempre parla directament de metres.

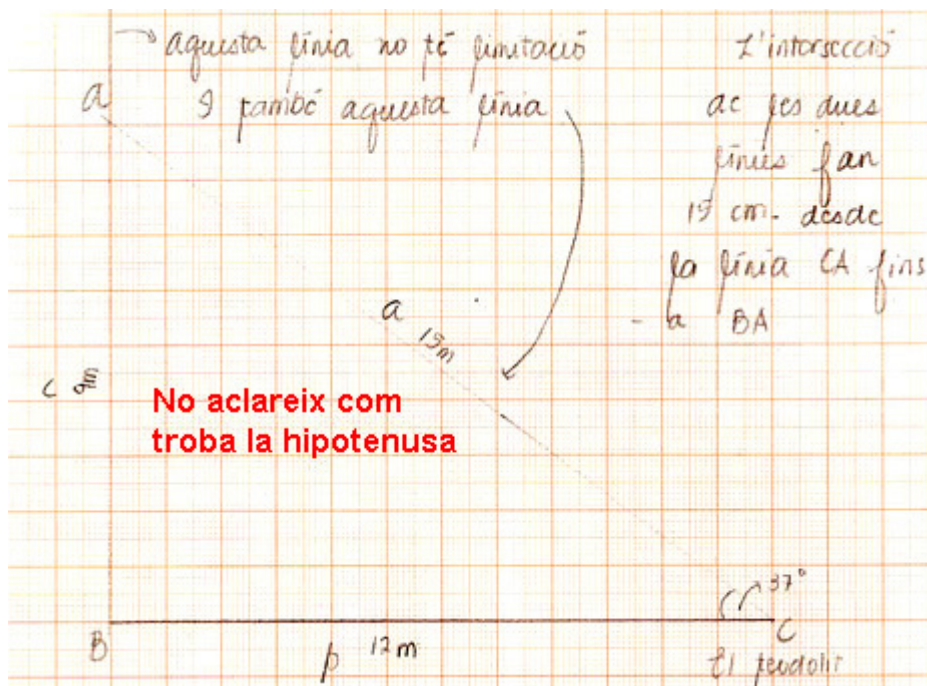


fig. 113: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.3. Part 1.

Aleshores dóna per bona la mesura de 15 m però no la de 9 m que torna a calcular mitjançant el teorema de Pitàgores.

Fórmula de Teorema de Pitagores:

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ perquè el triangle és rectangle}$$

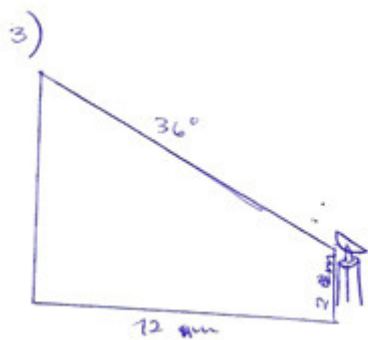
Resolució:

$a^2 = b^2 + c^2$	$a^2 = b^2 + c^2$
$15^2 = 12^2 + c^2$	$15^2 = 12^2 + c^2$
$225 - 144 = c^2$	$225 = 144 + c^2$
$c = \sqrt{81}$	
$c = 9m$	

Tot i ja indicar els 9 m en la representació, el torna a calcular amb el Teorema de Pitàgores

fig. 114: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.3. Part 1.

Alumne 2.4



L'alumne 2.4 només presenta un croquis on les dades no corresponen a les que van prendre com a grup.

fig. 115: Detall croquis de la pràctica 2 de l'alumne 2.4.

Alumne 2.5

L'alumne 2.5 indica en la resolució les dades anotades en el croquis de grup.

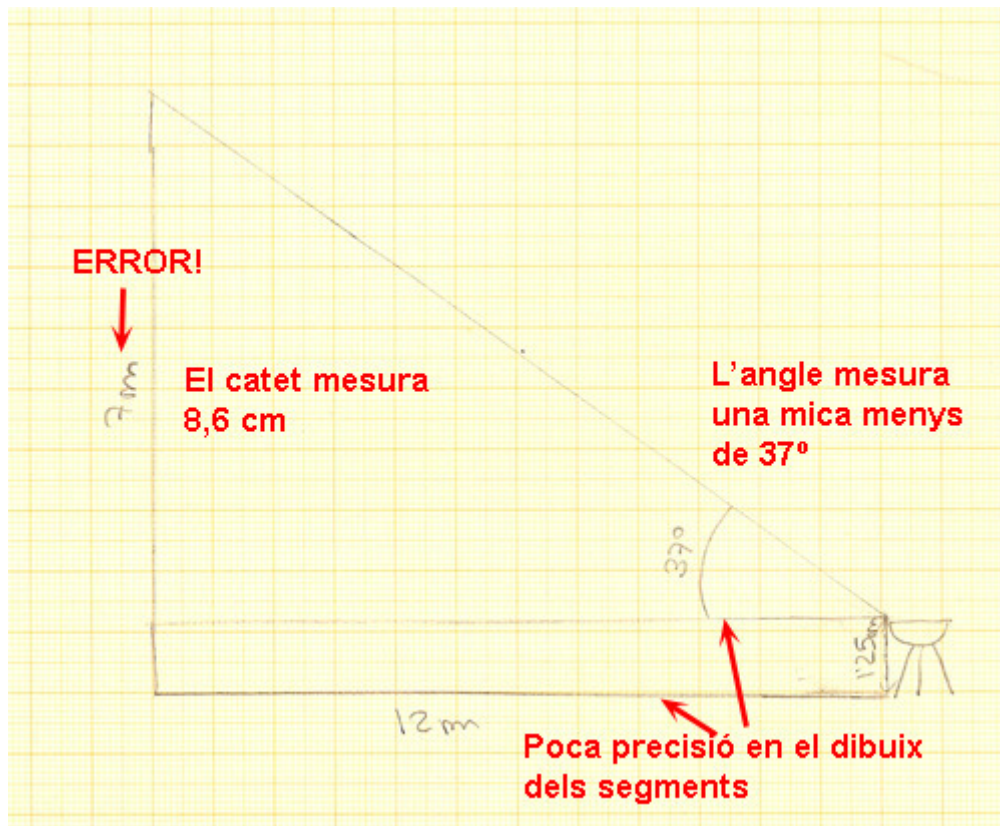


fig. 116: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.5

Tot i que ja hem mencionat que l'angle de 37° és incorrecte.

A part d'aquest error, l'alumne n'ha comès d'altres. Notem la poca precisió amb què realitza la resolució. Els segments estan clarament inclinats. La representació a escala de l'alçada del teodolit (12,5 mm) li és també molt complicada. També la mesura de l'angle es poc acurada.

Tota aquesta acumulació de més que errors, manca de precisió fa que el seu catet mesuri 8,6 cm enlloc dels 9 que hauria de fer. No obstant, la mesura que l'alumne senyala és clarament un error: no són 7 cm.

Alumne 3.3

L'alumne 3.3 representa dues situacions en el paper mil·limetrat. En la primera situació indica que l'escala utilitzada és 1:1000 quan en realitat seria escala 1:100. A més a més la situació no està a escala, sinó que més aviat és un croquis de la situació. Notem que el teodolit està representat força gran i també observem on comença el triangle rectangle.

També és curiós que hagi dibuixat el semicercle del goniòmetre horitzontal a l'inrevés.

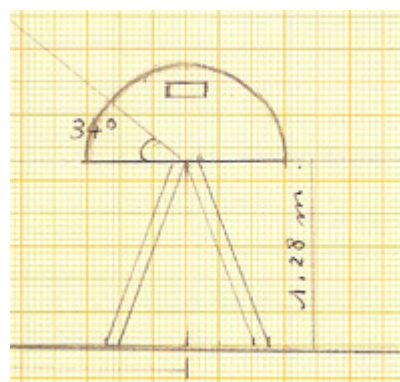


fig. 117: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.5. Part 1.

Hi ha una certa confusió entre croquis i situació a escala. Ja hem comentat que primer ha fet un croquis, però que hi ha indicat una escala. Ara anem a analitzar la segona part:

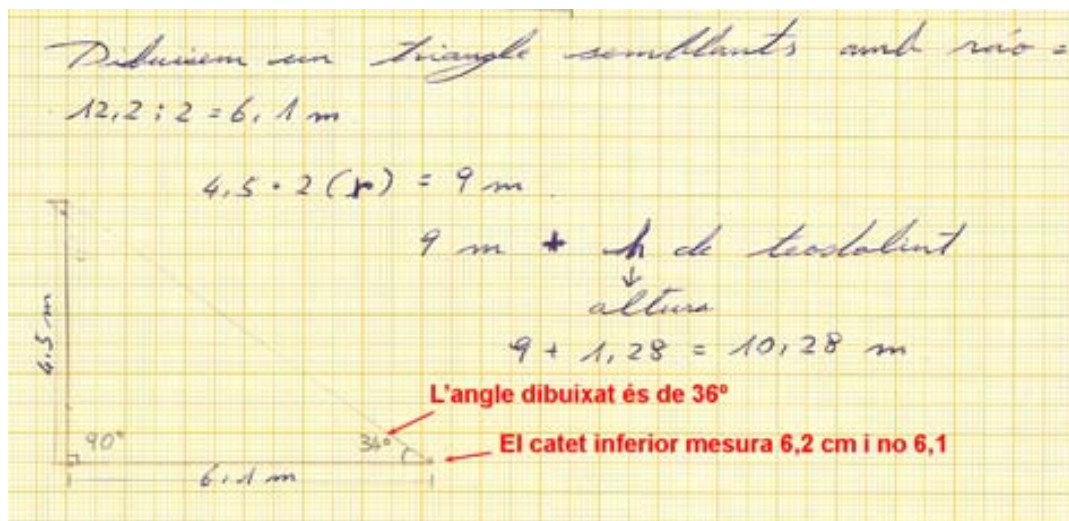


fig. 118: Detall resolució pregunta 4 de la pràctica 2 de l'alumne 2.5. Part 2.

Notem que aquesta segona situació sí que és una situació a escala, hi indica el següent: "Dibuixem un triangle rectangle semblants amb raó = 2"

Com amb altres alumnes notem que indica les mesures en el plànol directament amb metres. També en aquest cas observem certes imprecisions en les mesures dibuixades: l'angle indicat és de 34° però el dibuixat és de 36° ; el catet inferior hauria de mesurar 6,1 cm però en mesura 6,2 cm. El catet que obté mesura 4,4 cm, però hi anota 4,5 m.

La resta del procés i dels càlculs són correctes.

Alumne 3.4 i alumne 3.5

Les pràctiques dels alumnes 3.4 i 3.5 contenen la mateixa resolució que l'alumne 3.3 però no realitzada en paper mil·limetrat.

Resum de la 3a anàlisi de la resolució de la pràctica 2.

Després d'haver fet aquesta anàlisi de la resolució de la pràctica 2 es fa un resum dels seus resultats:

En aquesta anàlisi s'han detectat errors diversos:

- 1.- Hem detectat errors en la precisió de les mesures preses, sobretot en la mesura dels angles. La successió de diverses imprecisions ha comportat l'acumulació d'errors en el resultat final.
- 2.- Tres alumnes han començat el vèrtex de l'angle mesurat amb el teodolit desplaçat de la paral·lela que marcava la distància del teodolit a la paret del gimnàs. En la presa de mesures ja s'havia fet un comentari al respecte. Es confirma que aquest punt no ha quedat clar en tres de les set resolucions amb paper mil·limetrat presentades.

3.- Errors en l'escala: l'alumne 3.3 anota una escala errònia. L'alumne 1.3 dibuixa una quadrícula pròpia amb quadrats de 0,4 cm de costat però hi treballa com si fos paper mil·limetrat.

4.- Errors en representar els angles. A part dels alumnes que han dibuixat els angles de manera imprecisa, hi ha hagut alumnes que s'han equivocat: l'alumne 1.3 ha dibuixat el complementari del que volia representar; l'alumne 2.1 ha dibuixat un angle de 27° enlloc dels 37° que volia.

Per altra banda hem analitzat amb detall els dos procediments correctes: un de l'alumne 1.3 i l'altre de l'alumne 3.3 (i l'alumne 3.4 i 3.5).

5.4.3.- Pràctica 3

En aquesta tercera pràctica tots els grups havien de situar el teodolit en el punt d'una recta perpendicular al gimnàs sota el qual en veien el seu punt més alt. Per cada grup es va fotografiar la mesura de la distància del teodolit al gimnàs.

Grup 1

Amb la línia es representa la vertical del centre del teodolit. En aquest detall la marca dels metres no es prou definida però seguint la cinta sí que es pot visualitzar la marca dels 8 metres i en aquest detall distingim els 40 cm.



fig. 119: GRUP 1 - Detall presa mesura pràctica 3

Grup 2



fig. 120: GRUP 2- Detall presa mesura pràctica 3

En aquest cas anàleg a l'anterior seguint la cinta es pot llegir la dada dels 7 m i en aquest detall apreciem (entre els cabells i l'abric de l'alumne) els 42 cm.

Grup 3

En la dada presa pel grup 3 sí que es pot apreciar tant la mesura dels metres com la dels centímetres: 8'08 m

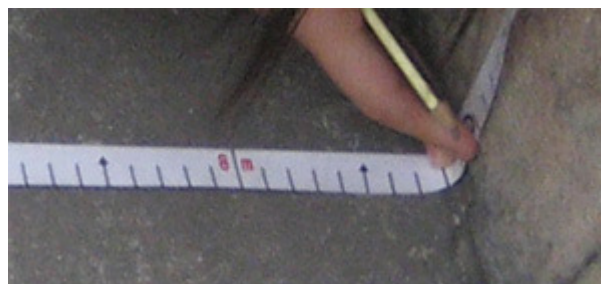
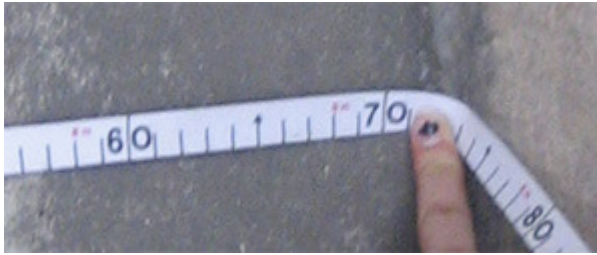


fig. 121: GRUP 3- Detall presa mesura pràctica 3

Grup 4



Durant la sessió de la presa de dades de la pràctica 3 els alumnes dels grups 4 van prendre la mesura de 8'72 m

fig. 122: GRUP 4- Detall presa mesura pràctica 3. Sessió 1.

Durant la sessió extra que van demanar els membres del grup 4 van prendre la mesura de 9'65 m.

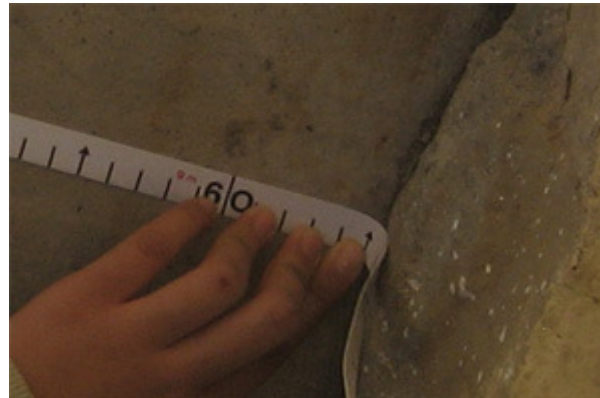


fig. 123: GRUP 4- Detall presa mesura pràctica 3. Sessió 2.

En la següent taula AIII_PIIIa1 es recullen les dades dels 4 grups així com els alumnes que van realitzar la presa de dades:

Taula 5.73.- Presa de mesura pràctica 3.		
Grup	Distància presa	Alumnes que prenen les mesures
1	8'40	alumne 1.1 i alumne 1.2
2	7,42m	alumne 2.2 i alumne 2.3
3	8,08 m	alumne 3.1, alumne 3.2 i alumne 3.3
4	8,72 m	alumne 4.3 i alumne 4.4
	9'65 m	Sessió extra: alumne 4.4 i alumne 4.5

Donat la poca precisió del teodolit s'ha donat un ampli marge per considerar les dades com a bones. Per a la determinació d'aquestes longituds s'ha tingut en compte la decisió que van prendre els alumnes de mesurar fins al centre del teodolit.

A partir d'aquesta classificació observem que el grup 1 hauria situat correctament el teodolit. Els grup 3 estaria dins l'interval groc i els grups dos i quatra no han situat el teodolit correctament.

A continuació es recullen les dades que els alumnes van prendre a la pràctica 3 tal i com es van recollir, després es té en compte quina mesura donaria si el procediment fos correcte, tenim la taula AIII_PIIIa2

Grups	Alumne	Pregunta 4 Resolució				Resultat numèric amb el procediment correcte
		Procediment	Mesura teodolit	Mesura distància	Resultats numèrics	
Grup 1	Alumne 1.1	C	1,03 m	8,40 m	9,43 m	9,43 m
	Alumne 1.3	I				
	Alumne 1.4	No	1,20 m	8,40 m	9,60 m	9,60 m
	Alumne 1.5	No				
	Alumne 1.6	C	1,30 m	8,40 m	9,70 m	9,70 m
Grup 2	Alumne 2.1	C+E				
	Alumne 2.3	I	1,25 m	12 m	13,25m	13,25m
	Alumne 2.4	I		9 m		
	Alumne 2.5	No				
Grup 3	Alumne 3.1	I	1,28 m	8,1 m	9,38 m	9,38 m
	Alumne 3.2	I	1,28 m	8,1 m	9,38 m	9,38 m
	Alumne 3.3	C	1,28 m	8,1 m	9,38 m	9,38 m
	Alumne 3.4	I	1,28 m	8,1 m	9,38 m	9,38 m
	Alumne 3.5	I	1,28 m	8,1 m	9,38 m	9,38 m
Grup 4	Alumne 4.1	I	11,2 m	8,40 m	9,60 m	19,6 m
	Alumne 4.2	No	1,20 m	8,4 m		9,60 m
	Alumne 4.3	I	1,20 m	8,4 m	9,60 m	9,60 m
	Alumne 4.4	No	1,20 m	8,4 m		9,60 m
	Alumne 4.5	No	1,21 m	9,65 m		10,85 m

En la primera anàlisi de la segona pràctica amb les figures 85 i 86 es va fer una reflexió sobre la relació entre la distància del teodolit a la paret del gimnàs i l'alçada del teodolit. Els alumnes van considerar la situació representada a la figura 86.

A continuació procedirem a analitzar la resolució que ha fet cada alumne:

Alumne 1.1

Adjuntem el detall del croquis i de la resolució gràfica de l'alumne 1.1 en aquesta pràctica 3:

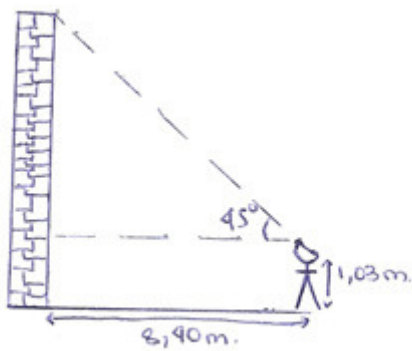


fig. 124: Detall del croquis de l'alumne 1.1 en la pràctica 3

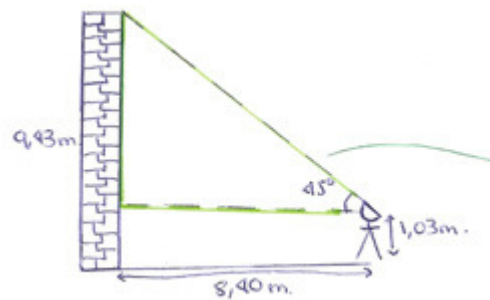


fig. 125: Primer detall de la resolució de l'alumne 1.1 en la pràctica 3

Tant en el croquis com en la resolució tornem a detectar els problemes que han tingut els alumnes per determinar fins on havien de mesurar en el teodolit. En el cas de l'alumne 1.1 en les dues imatges es veu indicat clarament que ha mesurat fins al centre del teodolit. En canvi hi ha dues versions sobre on dibuixa el vèrtex de l'angle en el goniòmetre vertical del teodolit.

La mesura de la distància (8'40 m) tot i que l'hem situada en interval verd, està en el seu extrem. En canvi l'alçada del teodolit conté el mateix error que en la pràctica 2.

La part del gimnàs fa 9,43m. perquè:

Triangle isòsceles: 2 costats iguals.

Si un costat fa 8,40m, doncs l'altre costat serà 8,40m. també.

I sumem el tros que queda: $8,40 + 1,03 = 9,43m$.

A part de l'error en la transcripció de l'alçada del teodolit que ja es va produir en la segona pràctica i de les inconcrecions en la situació del vèrtex de l'angle mesurat amb el teodolit, notem que la resolució és clara i demostra que l'alumne ha entès l'estratègia de resolució d'aquest segon mètode.

fig. 126: Segon detall de la resolució de l'alumne 1.1 en la pràctica 3

Alumne 1.3

Tot i que l'alumne no ha indicat cap dada de la pràctica 3 anem a analitzar la seva resolució:

4 Les mesures que estan al dibuix del punt 3, són les de la pràctica 2, perquè les de la pràctica 3 no sabem com mesurar-les, perquè no sabem com es feia aquesta pràctica.
 Però el que el professor ha sigut que si passem el teodolit en un punt on faci 45° , tots els angles menys el recte (90°) faran 45° . Per tant mesurant el terra, podem saber l'alçada del gimnàs, ja que el costat de "l'alçada", i el del "sol" mesuren el mateix.

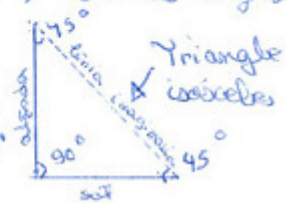


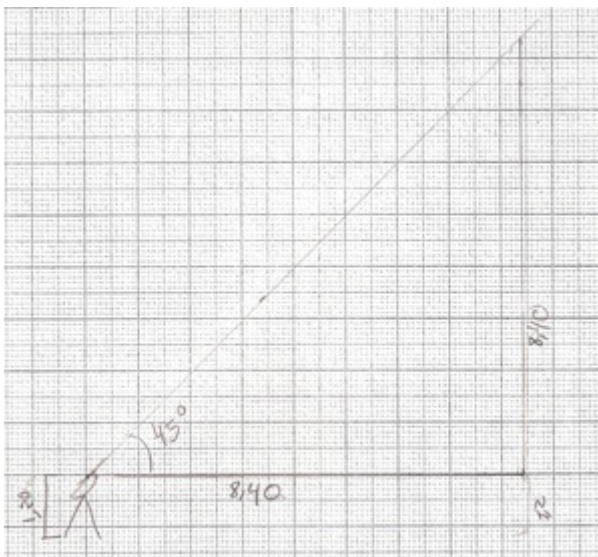
fig. 127: Detall de la resolució de l'alumne 1.3 en la pràctica 3

Notem que l'alumne explicita la manca de dades corresponents a aquesta tercera pràctica, però aporta una resolució. Aquesta resolució és parcial ja que no fa cap referència al teodolit ni a la seva alçada. La part del procediment que explica és correcta.

En aquest cas tornem a observar la dificultat que han tingut els alumnes per gestionar la recollida de dades. En aquesta tercera pràctica va haver-hi una distribució de tasques i en aquest cas es detecta un problema en la distribució de la informació.

Alumne 1.4

Notem que l'alumne indica en el croquis la mesura que van prendre de la distància del teodolit a la paret del gimnàs. Respecte a l'alçada del teodolit i com en el treball de la pràctica 2 indica l'alçada d' 1'20 m.



L'alumne 1.4 ha emprat una fotocòpia de paper mil·limetrat on hi ha representat a escala 1:100 la situació. Podem observar que hi estan correctament representades tant l'alçada del teodolit, la distància de 8'40 cm i l'angle de 45° .

fig. 128: Primer detall de la resolució de l'alumne 1.4 en la pràctica 3

Per acabar la resolució indica:

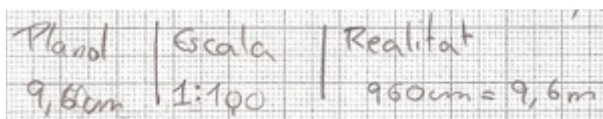


fig. 129: Segon detall de la resolució de l'alumne 1.4 en la pràctica 3

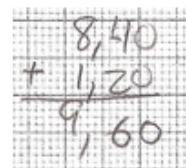


fig. 130: Tercer detall de la resolució de l'alumne 1.4 en la pràctica 3

Per tant observem que ha fet una resolució molt sintètica però correcta i a més a més ha donat un resultat final correcte.

Alumne 1.6

L'alumne 1.6 indica un procediment correcte, tot i que en aquest cas notem que la imprecisió de les mesures preses porta a un resultat que hem considerat d'interval groc. En aquest cas també notem que els alumnes d'aquest grup no van reflexionar prou sobre on havien de considerar que començava el vèrtex de l'angle mesurat amb el teodolit per prendre les mesures de distància i alçada amb conseqüència. Aquest fet ha produït uns resultats finals poc acurats.

Observem un detall de la resolució:

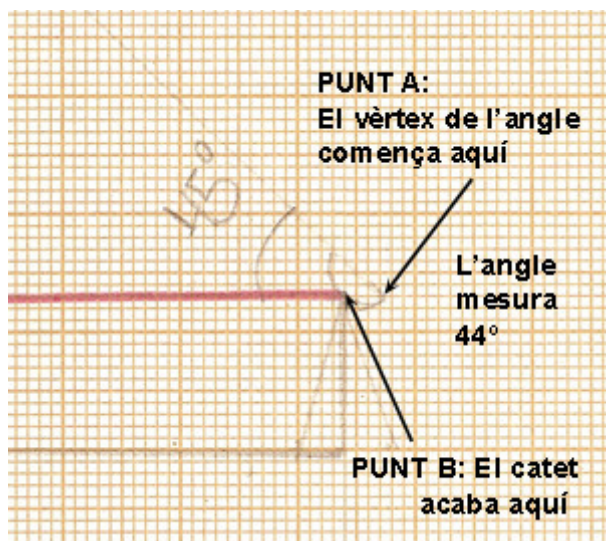


fig. 131: Detall de la resolució de l'alumne 1.6 en la pràctica 3

Observem que el vèrtex de l'angle comença en el punt que hem assenyat com a A i que difereix del punt B que és on acaba el catet que representa la distància del teodolit al gimnàs.

Per tal que la representació amb paper mil·limetrat doni exacta, l'angle representat mesura 44° i no els 45° que s'hi indiquen.

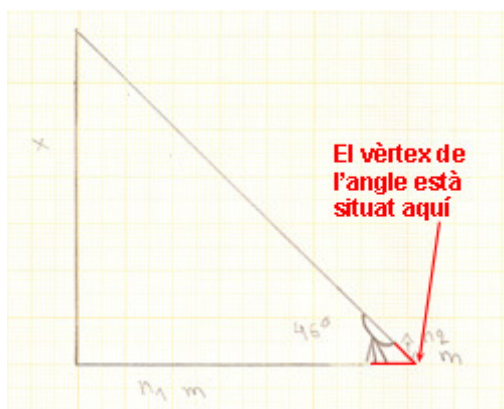
L'alçada del teodolit també ha estat representada a escala.

Comentaris al grup 1

A partir dels treballs lliurats a la pràctica 3 pels membres del grup 1 observem que han tingut problemes amb la presa, recollida, difusió, gestió i distribució de les dades. L'alumne 1.3 expressa que no té dades que companys seus de grup sí que tenen. Per altra banda notem que hi ha dues alçades de teodolit diferents (si donem per bona la interpretació d' $1'03$ com un error de transcripció).

Alumne 2.1

Com en el cas de l'alumne 1.3 tot i no indicar les mesures en la pràctica podem trobar un croquis i una proposta de resolució sense mesures:



També podem observar les dificultats que han tingut els alumnes a l'hora de representar amb una certa precisió la situació. En aquest croquis que l'alumne ha dibuixat el triangle rectangle isòsceles i després ha situat el teodolit esborrant-ne la part del vèrtex (la part que s'ha reproduït amb les línies més gruixudes).

fig. 132: Detall del croquis de l'alumne 2.1 en la pràctica 3

A continuació exposa la resolució de la següent manera:

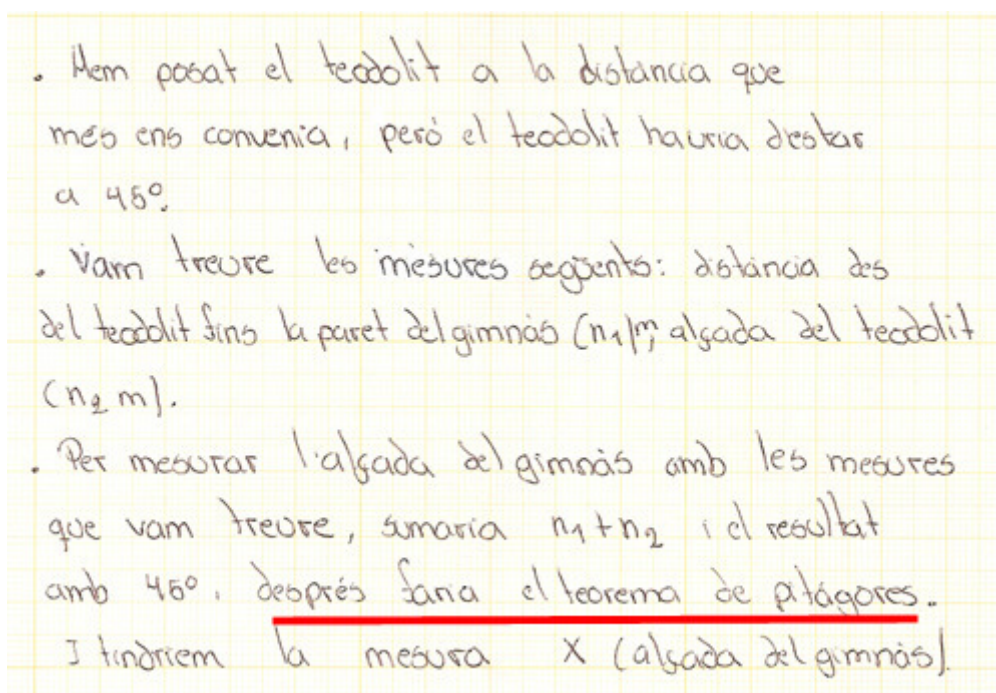


fig. 133: Detall de la resolució de l'alumne 2.1 en la pràctica 3

Observem que la mesura que indica com a n_1 i n_2 no estan definides de manera massa clara si ens fixem amb el seu croquis. També hem senyalat com després de sumar les dues distàncies, l'alumne no considera que trobaria el resultat final i li caldria a més a més utilitzar el Teorema de Pitàgores. Analitzarem amb més detall els successius intents dels membres del grup 2 per usar el teorema de Pitàgores en la darrera anàlisi de les dades.

Alumne 2.3

En aquest cas veiem que tot i que l'alumne 2.3 va ser un dels alumnes que va prendre la mesura per aquesta tercera pràctica no la incorpora en la seva resolució i tornen a aparèixer els 12 m de la pràctica 2 com a la distància entre el teodolit i la

paret del gimnàs. Això sí, per a la resolució de la situació emprada que el triangle és isòsceles i que per tant si tenim un catet aleshores l'altre catet mesura el mateix.

Per a l'alçada del teodolit indica els 1'25 m que era l'alçada indicada pel seu grup en la pràctica 2 tot i que aquest alumne no la va indicar en el treball d'aquesta segona pràctica.

Alumne 2.4

Adjuntem la seva resolució:

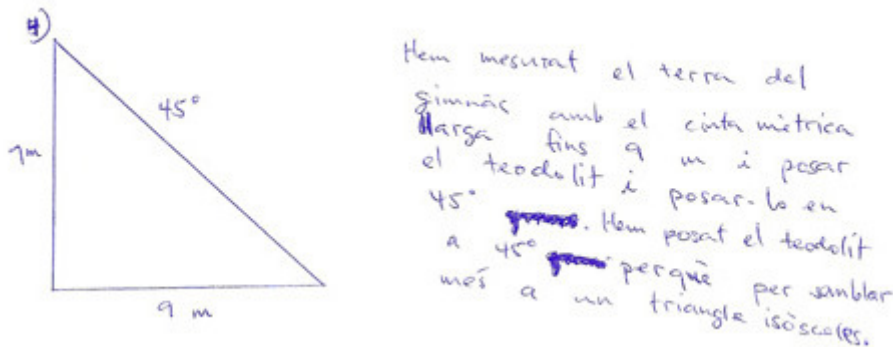


fig. 134: Detall de la resolució de l'alumne 2.4 en la pràctica 3

Els 9 m que indica per a la distància fins a la paret no és la mesura que va prendre el seu grup. També observem que els 45° estan indicats sobre la hipotenusa i que no hi ha cap indicació del teodolit.

Grup 3

Les resolucions del grup 3 tenen molts elements en comú en la seva presentació tot i que hi ha en alguns casos una certa confusió entre croquis i resolució i fins i tot entre la pràctica 2 i la pràctica 3. En primer lloc adjuntarem els seus croquis i resolucions:

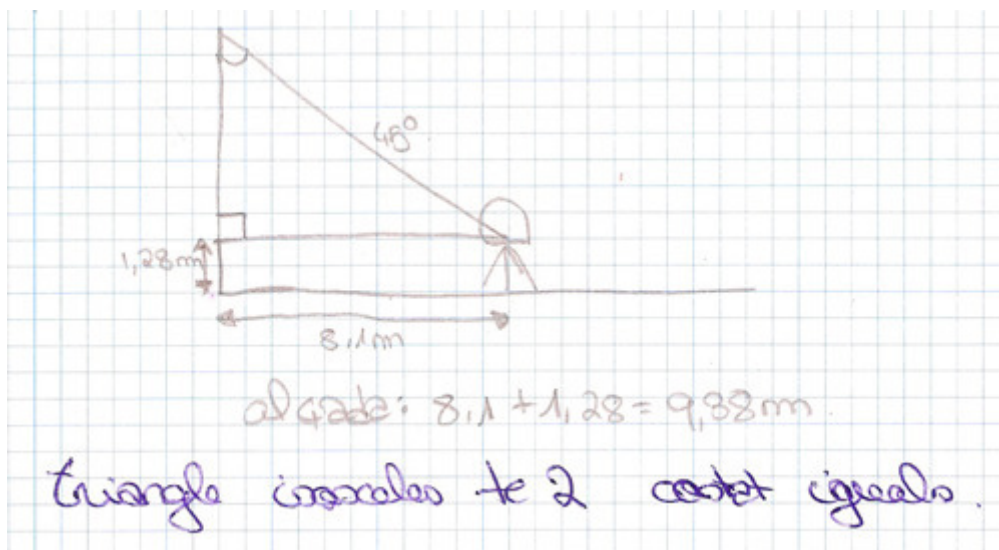
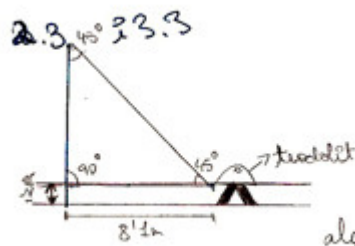


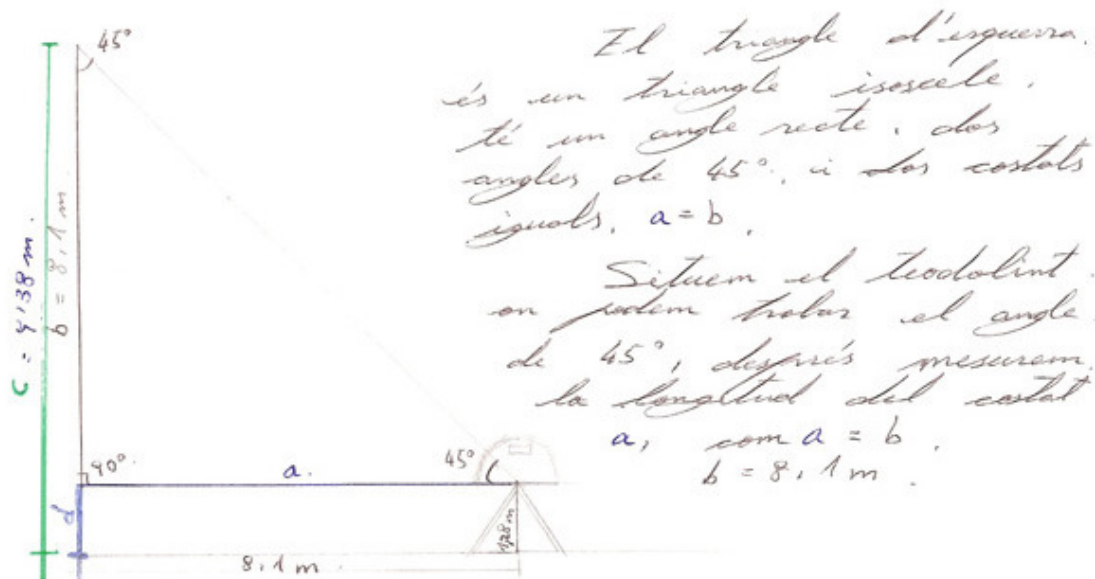
fig. 135: Detall de la resolució de l'alumne 3.1 en la pràctica 3



És un triangle rectangle i isòsceles que té dos costats iguals.

alçada d'edifici = $8,1 + 1,28 = 9,38\text{m}$

fig. 136: Detall de la resolució de l'alumne 3.2 en la pràctica 3

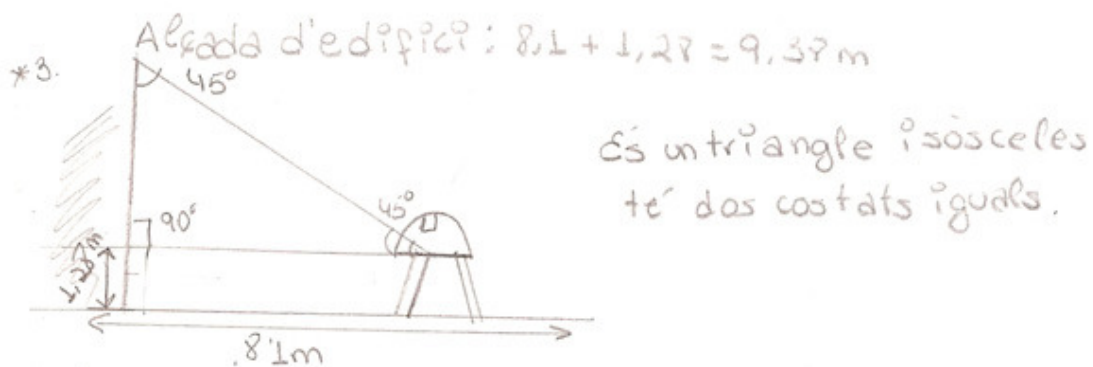


El triangle d'esquerra, és un triangle isòsceles, té un angle recte, dos angles de 45° , i dos costats iguals, $a = b$.

Situem el teodolint, on podem trobar el angle de 45° , després mesurarem la longitud del costat a , com $a = b$, $b = 8,1\text{m}$.

$c =$ l'alçada d'edifici
 $c = b + d = 8,1 + 1,28 = 9,38\text{m}$.

fig. 137: Detall de la resolució de l'alumne 3.3 en la pràctica 3



És un triangle isòsceles que té dos costats iguals.

fig. 138: Detall del croquis de l'alumne 3.4 en la pràctica 3

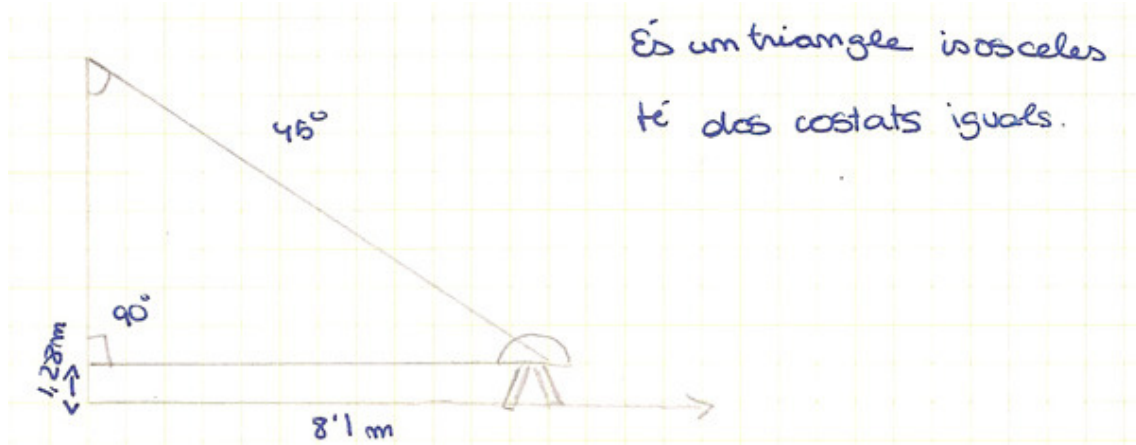


fig. 139: Detall de la resolució de l'alumne 3.4 en la pràctica 3

Desde la posición \perp fins la pared feia 8,1m de llargària, feia un triangle de 45° isosceles que té 2 costats iguals.

Alçada d'edifici: $8,1 + 1,28 = 9,38m$.

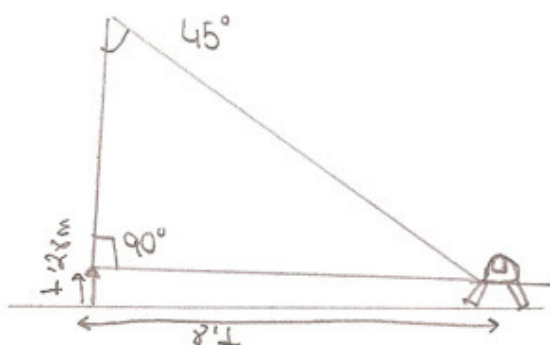


fig. 140: Detall del croquis de l'alumne 3.5 en la pràctica 3

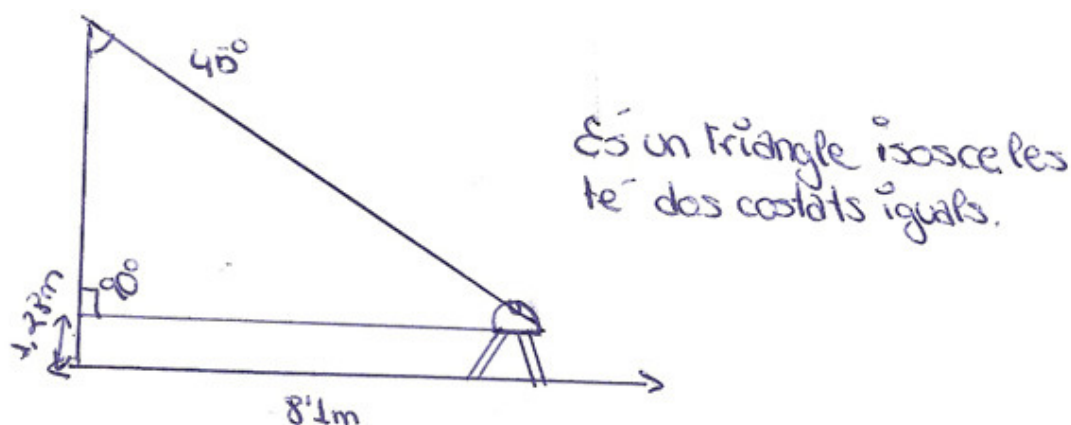


fig. 141: Detall de la resolució de l'alumne 3.5 en la pràctica 3

Notem que tots els alumnes indiquen les mateixes dades. La dada que van prendre va ser de 8'08 m que han arrodonit a 8'1 m. L'alçada del teodolit han emprat la mateixa de la segona pràctica.

Tots també indiquen que en ser un triangle isòsceles té dos costats iguals. Els cinc alumnes segueixen el mateix procediment de resolució i arriben al mateix resultat final: 9'38 m.

La resolució més acurada i amb una explicació més detallada correspon a la de l'alumne 3.3. En els croquis i resolucions dels alumnes es poden apreciar errors i imprecisions que ja hem anat trobant i comentant amb els detalls d'altres alumnes:

- Els alumne 3.4 i 3.5 no situen la mesura del catet (8'1 m) en el vèrtex de l'angle mesurat amb el teodolit.
- La situació del vèrtex respecte la representació del teodolit varia segons l'alumne i fins i tot en el cas de l'alumne 3.5 entre el seu propi croquis i la seva resolució.
- Només ha representat la situació a escala l'alumne 3.3 tot i que no l'ha indicada.

Alumne 4.1

Adjuntem la resolució de l'alumne 4.1:

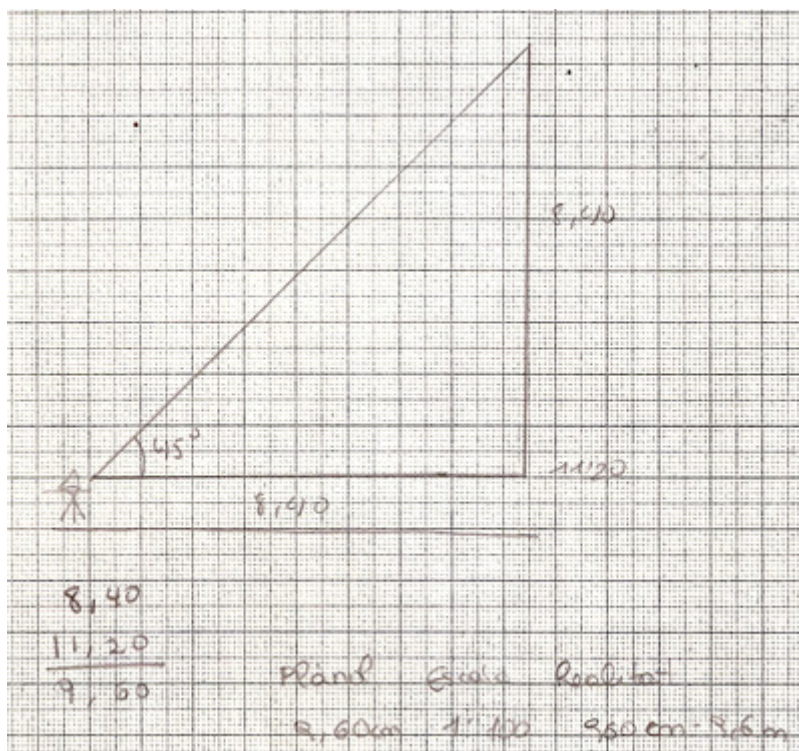


fig. 142: Detall de la resolució de l'alumne 4.1 en la pràctica 3

L'alumne 4.1 va realitzar la resolució en un fotocòpia de paper mil·limetrat.

Hi va dibuixar el teodolit però hi indica l'alçada de 11'20 m.

La distància fins a la paret: 8'40 està representada amb força exactitud. L'angle en canvi està més a prop de 44° que de 45°. Notem en tota la representació una manca de precisió.

En la resolució final no trobem cap explicació i només una suma incorrecta però amb el resultat final desitjat.

Alumne 4.2

L'alumne 4.2 només adjunta un croquis no fet a escala i amb les mesures que s'han indicat a la taula AIII_PIIIa2.

Alumne 4.3

Adjuntem la seva resolució:

L'alumne 4.3 també va resoldre la situació en una fotocòpia d'un paper mil·limetrat amb una estructura molt semblant a la del seu company de grup anterior i també de l'alumne 1.4.

En aquest cas però la representació no està feta escala tal i com s'ha indicat en l'anàlisi de la resolució de l'alumne.

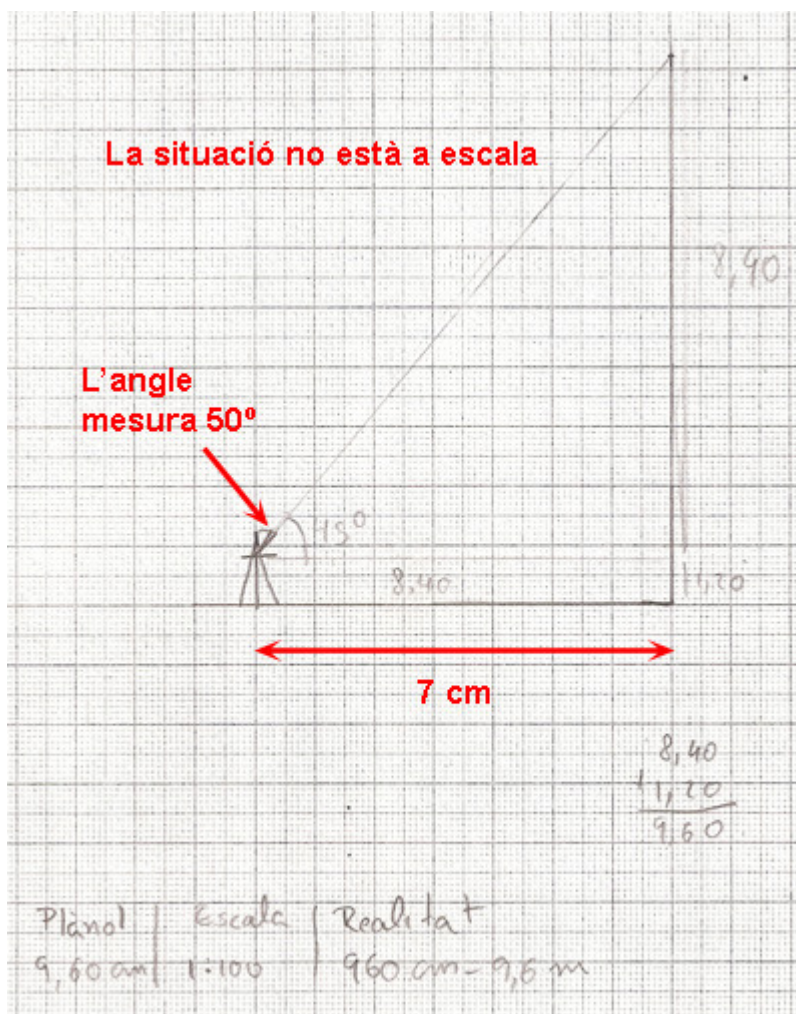


fig. 143: Detall de la resolució de l'alumne 4.3 en la pràctica 3

Alumne 4.4

L'alumne només adjunta un croquis amb les dades que s'han indicat a la taula AIII_PIIIa2 sense cap més resolució ni explicació.

Alumne 4.5

En aquest cas l'alumne també només ha adjuntat un croquis amb les dades que s'han indicat.

Grup 4

Caldria destacar que el grup 4 va demanar una presa de mesures extres per aquesta tercera pràctica i que la dada que van prendre els alumnes 4.4 i 4.5 el dia 6 de març (9'65 m) només ha estat reflectida en el treball de l'alumne 4.5. Els altres alumnes tot i lliurar la pràctica 3 posteriorment a la data de la segona presa de dades han indicat la distància de 8'40 m que és la mesura que van prendre els alumnes del grup 1.

Resum de la 3a anàlisi de pràctica 3.

Després d'haver fet la 3a anàlisi de la pràctica tres es fa un resum dels seus resultats:

- Durant la sessió de preses de dades de la pràctica 3 només el grup 1 va prendre la mesura de la longitud en l'interval verd i el grup 3 en l'interval groc.
- El grup 4 va demanar una presa extra de dades on també van prendre una dada incorrecta.
- Tenint en compte la poca precisió del teodolit l'interval verd té una amplitud considerable. Tanmateix només un grup va prendre una mesura considerada correcta.
- L'alumne 1.3 i l'alumne 2.1 adjunten resolucions sense dades tot i que altres companys del grup sí que les han adjuntades. Tornem a detectar que hi ha un problema d'organització de les dades entre els diferents membres dels grups.
- Es detecten mètodes de resolució molt similars entre membres del mateix grup (grup 3) però també entre membres de grups diferents: alumne 1.4, alumne 4.1 i alumne 4.2. La longitud de la dada que va prendre el grup 1 ha estat emprada en els croquis dels alumnes 4.1, 4.2, 4.3 i 4.4 enlloc de les dues dades que aquest quart grup va prendre.
- Els alumnes han tingut molts problemes per representar amb exactitud la situació plantejada sobretot a l'hora de situar el vèrtex de l'angle mesurat amb el teodolit en relació a la distància mesura amb la cinta mètrica llarga.
- S'han tornat a observar croquis on en aquest cas la dada dels 45° mesurats amb el teodolit estaven situats sobre la hipotenusa (alumne 2.4 i alumne 3.1).
- Hi ha alumnes que no han representat la situació a escala, el fet que per aquest segon mètode de resolució no fos imprescindible ha estat un element determinant en la millora de resultats finals.

5.5.- 4a Anàlisi de dades

De manera anàloga al procés que va passar durant la primera anàlisi de dades, durant el procés de la tercera anàlisi de dades, també va sorgir una pregunta de caràcter transversal que requeria de dades de diferents activitats i pràctiques per a ser estudiada i resposta. Per aquest motiu es va establir aquesta quarta anàlisi de dades que es troba a continuació:

5.5.1.- Pregunta 5.- Què fan quan plantegen una estratègia de resolució errònia?

En el currículum (DOGC (2007)) trobem que un dels continguts a treballar en tots els cursos de l'ESO és:

" Processos i actituds que cal desenvolupar de manera general en tots els cursos(...)

Perseverança i flexibilitat en la cerca de solucions als problemes i en la

millora de les proposades."(DOGC (2007), pàg. 21.929)

Ara volem analitzar què han fet els nostres alumnes quan han plantejat una estratègia de resolució que era errònia i que per tant no portava a la correcta resolució de la situació. Han estat flexibles? Han perseverat en la cerca d'una nova estratègia? S'han quedat encallats en l'estratègia errònia?

5.5.1.a.- Estudi del grup 4. Estudi de la no proporcionalitat directa angle – catet oposat.

En l'activitat 2.2, el grup 4 a l'hora de pensar en grup com podrien calcular l'alçada del gimnàs van ser els únics en pensar un estratègia pròpia i que era una estratègia molt semblant a la que l'alumne 4.3 havia proposat a la pràctica 3.1 part dos i que ha estat analitzada a l'apartat 5.2.2.

Resposta de l'alumne 4.3 a la pràctica 3.1. Part 2.

Amb un regle mesurem 100 cm de la paret, fem una marca i veiem quants graus de visió tenim per a 100 cm, que mesurem quants graus hi ha fins al sostre, llavors fem aquesta equació:

$\frac{100\text{cm}}{x^\circ} = \frac{y}{x_2^\circ}$ $y = \text{alçada de la classe}$
 $x = \text{graus}$

fig. 144: Detall resposta alumne 4.5 a la pràctica 3.1. Part 2.

En la pràctica 2.2 els alumnes del grup 4 responen:

La podem calcular mesurant un metre en la paret i mirant els graus que hi ha, i després una equació per saber quan mesura en total

Equació:

$$\frac{1\text{m}}{40^\circ} = \frac{x\text{m}}{180^\circ}$$

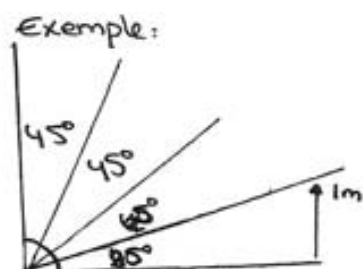


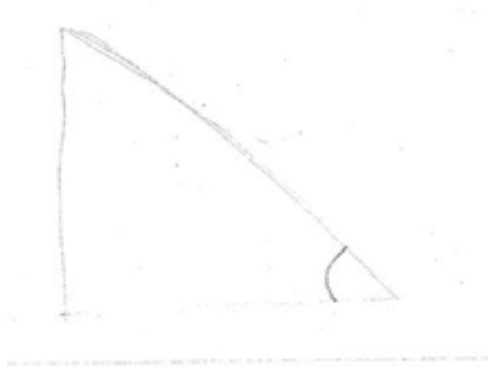
fig. 145:GRUP 4 –Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Primer dia

Aquesta resposta ha estat també analitzada en profunditat en el corresponent apartat (5.2.5.a)

D'aquestes respostes podem deduir que a l'hora de la posada en comú de la pràctica 2, l'alumne 4.3 va exposar la seva estratègia errònia establint la proporcionalitat directa entre angle i catet oposat i la resta dels companys accepten l'estratègia i aleshores esdevé l'estratègia del grup. Notem però que aquesta estratègia ha estat adaptada i no és exactament la mateixa. En la sessió del dimarts 27 de gener de la presa de dades de la pràctica 2, després d'analitzar les respostes de la pràctica 3.1 part 2, a l'inici de la sessió i abans de la discussió en petit grup, es va fer una posada en comú en gran grup i es van establir les línies generals de l'argument que vam anar deduint entre tots. No obstant això, el grup 4 va establir com a estratègia pròpia una versió de la idea de l'alumne 4.3.

Abans de la presa de dades, grup per grup, es va preguntar l'estratègia que havien pensat tant a partir de la seves reflexions individuals i de grup, així com de la discussió en gran grup què havíem fet. En arribar al grup 4 es va discutir sobre la seva estratègia i es va arribar a la conclusió que no era bona ja que les dues magnituds en qüestió no eren directament proporcionals. Quan l'angle augmentava (fins a 90°), la longitud de la paret augmentava però sense ser una proporcionalitat directa i que per tant no es podia calcular d'aquesta manera.

En acabar aquella sessió, es va recollir el full de la pràctica 2.3 pregunta 3.2a (fig. 136).



Notem que el croquis és força incomplet i que no hi ha indicades les dades que van prendre.

fig. 146: GRUP 4 -Resposta pregunta 3.2a Pràctica 2.3 Presa de mesures - Primer dia

En la següent sessió (dijous 29 de gener), se'ls va tornar a lliurar les activitats 2.2 i 2.3 per si havien de completar alguna explicació (la feina feta en l'anterior estava degudament fotocopiada i recollida per l'anàlisi, els originals els hi van ser retornats). En aquesta sessió en tornar a passar grup per grup, amb el grup 4 tornem a comentar perquè el mètode de la proporcionalitat directa angle - catet oposat no és correcte. Es nota que els hi costa abandonar un mètode que havien consensuat entre tots com a correcte. En aquesta sessió sembla que ja tenen clar que aquesta estratègia és errònia ja que la pràctica 2.2 hi apareix un "Incorrecte" ben gran a la part de l'estratègia que havien establert a l'anterior sessió. A continuació del mateix full van escriure la nova estratègia:

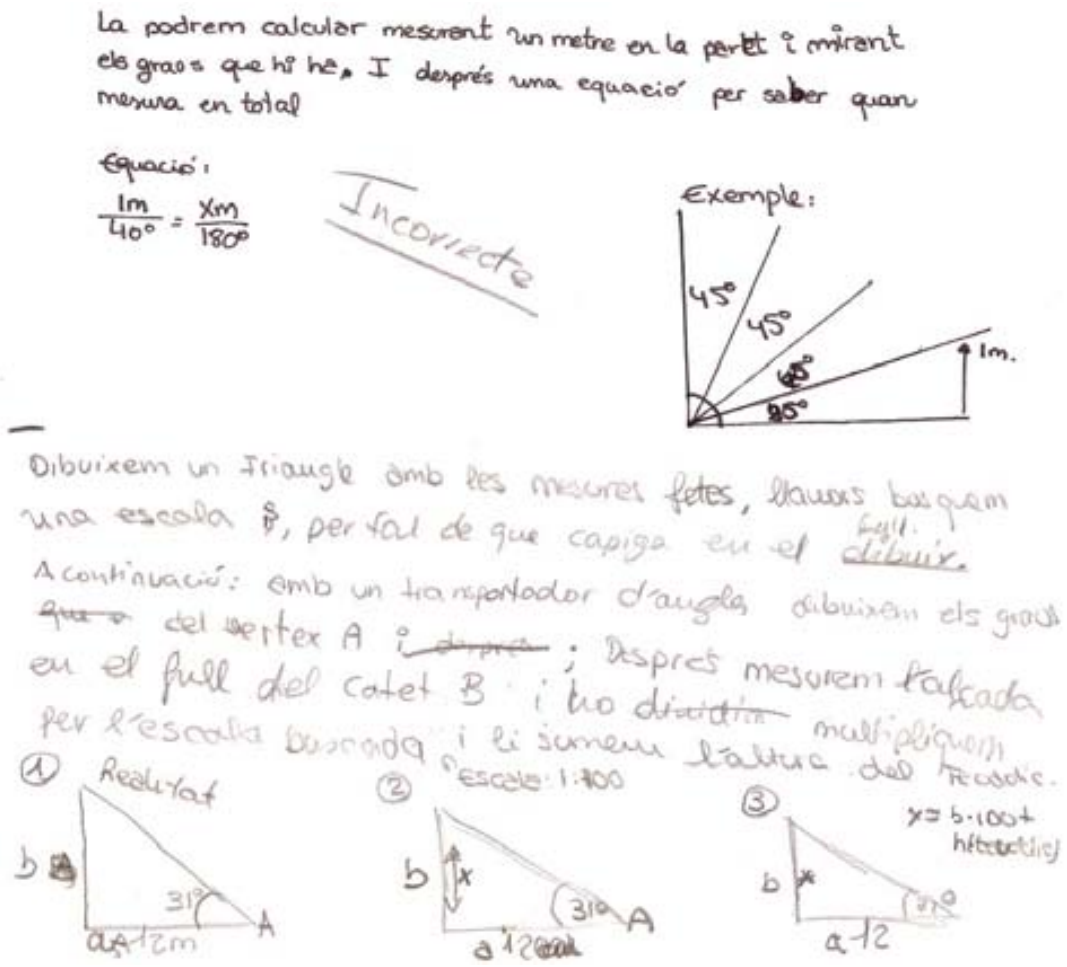


fig. 147: GRUP 4 -Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup -Segon dia

El raonament és correcte i es dedueix que han entès què havien de fer. A més a més en aquest croquis ja hi consten les mesures que van prendre. Per tant el grup 4 tenia les dades i sabia com resoldre la situació. No obstant això, observem en la taula AI_PIIb2 (A60) que en les pràctiques lliurades no hi ha cap croquis complet, ni fet amb paper mil·limetrat, tampoc hi ha càlculs i és l'únic grup on cap alumne dona un resultat numèric.

Si analitzem les respostes que van donar a pregunta 6 l'examen del tema 7 (Recordem que podien respondre amb qualsevol dels dos mètodes, tant el corresponent a la pràctica 2 com el corresponent a la pràctica 3).

Taula 5.75.- Extracte taula AI_EIa6 dels alumnes del grup 4	
Alumne	Raonament
alumne 4.2	Hem mesurat l'alçada
alumne 4.4	1 mesura: (era errònea) (hi ha un croquis de la situació) 1 mesura: un 1 m a la paret i mirem quants graus son Exemple: 1 m -> 32° 3 m -> 96° Però no podia ser així, varem veure que no es proporcional.

alumne 4.5	Primer, vaig mesurar mesurar els costats en <u>m</u> amb una cinta mètrica, i per dibuixar-ho en un paper mil·limetrat, ho he tingut que pasar-ho en <u>cm</u> després dividir-ho en una escala (per exemple 1:150) i el resultat que donara serà en <u>mm</u> . Per obtenir quant fa l'alçada, amb un teodolit, ho coloquem des de un punt del gimnàs i et donarà quant cm va des del punt on has posat/colocat el teodolit.
------------	---

Els alumnes 4.1 i 4.3 deixen la resposta en blanc. L'alumne 4.2 gairebé també. L'alumne cinquè dona una resposta molt embolicada on el principi encara té una certa coherència però el final és força caòtic. La resposta més curiosa és la del quart alumne ja que contesta amb l'estratègia errònia tot indicant que és errònia.

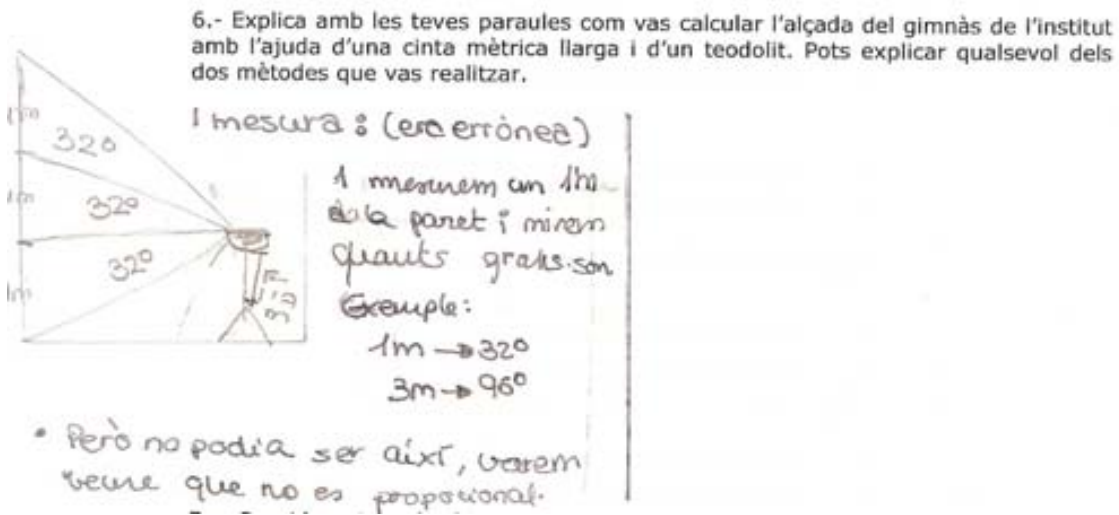


fig. 148: Resposta alumne 4.4 a la pregunta 6 de l'examen unitat 7.

En el detall de la resposta es veu que l'alumne ha separat la resposta en dues parts, però només ha sabut emplenar aquella part que conté l'estratègia errònia. Per altra banda l'explicació és clara i també deixa molt patent que l'alumne ha entès que no és una estratègia correcta i a més a més el motiu. No obstant això no ens exposa la resposta correcta.

És a dir, notem que aquest quart grup, tot i escriure l'estratègia correcta en la pràctica 2.2, no l'acaba d'assimilar i no la respon ni a l'examen del tema 7 ni a la pràctica. Fins i tot l'alumne 4.4 es queda força encallat en l'estratègia errònia sent l'únic que recorda. En canvi a la pràctica 3 i fixant-nos en la taula AI_PIIIe2 (A62) observem que en aquesta els alumnes sí que han donat els croquis (4 complets, dos per això amb errors) i dos alumnes han donat resposta numèrica final.

Anem ara a analitzar l'examen de bloc 7-9.

Ara anem a estudiar les respostes de la tercera pregunta de l'examen de bloc. L'enunciat es pot trobar a l'annex (A31).

Alumne	Respostes
alumne 4.1	Col·loquem el teodolit en una línia recta i mirant per l'objectiu, busquem el punt més alt.
alumne 4.2	Fer la semblança. Acabar estan mides i la posem en escala.
alumne 4.3	Com que tenim un catet i l'angle de 28° podem dibuixar en un

	paper a escala 1:100 el triangle semblant d'aquest. (croquis de la situació) Mesurariem l'alçada i la multiplicariem per 100, després li sumem l'1,21 m de l'alçada del teodolit.
alumne 4.4	Es podria fer de moltes maneres. 1ª. sumem els 1,21 que fa el teodolit i amb una escala i un metre mesurem l'altura que queda. 2ª
alumne 4.5	Materials: teodolit cinta mètrica llapis/boli paper Primer hem de situar el teodolit on ens indiqui el professor/a. Des d'allà prenem quant mesura en ° grau, que pot ser que el teodolit estigui lluny i prop de la pared on vols mesurar l'alçada. Després d'haver prè la mesura, ara has d'aprendre en quants metres estas des del punt on has situat el teodolit dins a la pared amb una cinta metrica en m. Despres de tot, si el tenim que dibuixar, totes les mesures ho tenim que pasar en mm per poder-lo dibuixar en un paper mil·limetrat, per fer el plànol de croquis.

Els alumnes 4.1, 4.2 i 4.4 donen respostes incompletes. L'alumne 4.5 té alguna idea però la seva explicació és imprecisa i només explica la meitat del procés.

A continuació adjuntem l'escaneig de la resposta de l'alumne 4.3:

Com que tenim un catet i l'angle de 28° podem dibuixar en un paper a escala 1:100 el mateix triangle semblant d'aquest.



Mesurariem l'alçada i la multiplicariem per 100, després li sumem l'1,21 m de l'alçada del teodolit.

fig. 149: Resposta alumne 4.3 a la pregunta 3 de l'examen de bloc unitats 7-9

Notem ara en el detall de la seva resposta manuscrita que en el triangle ha posat 16,40 cm i que per tant ha fet un croquis del triangle a escala que s'hauria de dibuixar. La pregunta demanava un explicació detallada, aquesta resposta és per tant del tot ajustada a allò que es requeria.

Pregunta 5.- Què fan quan plantegen una estratègia de resolució errònia?

Resum estudi del grup 4: estudi de la no proporcionalitat directa angle – catet oposat.

Al grup 4 li costa molt superar l'estratègia errònia. Aquesta sorgeix a

l'alumne 4.3 en la primera pràctica 3.1 part 2, torna a sortir a la posada en comú de la pràctica 2 esdevenint l'estratègia de grup i fins i tot a l'examen de la unitat per part de l'alumne 4.4. tot indicant això sí que és incorrecta.

El grup 4 és el que presenta les segones pràctiques més incompletes tot i haver escrit una estratègia correcta en la pràctica 2.2.

Cal esperar fins a l'examen de bloc per a que l'alumne 4.3 i només ell doni una resposta correcta a la situació plantejada.

5.5.1.b.- Estudi del grup 2. Estudi de la relació triangle rectangle – teorema de Pitàgores.

En la pràctica 2.2 durant la primera sessió el grup 2 escriu després de la presa de dades:

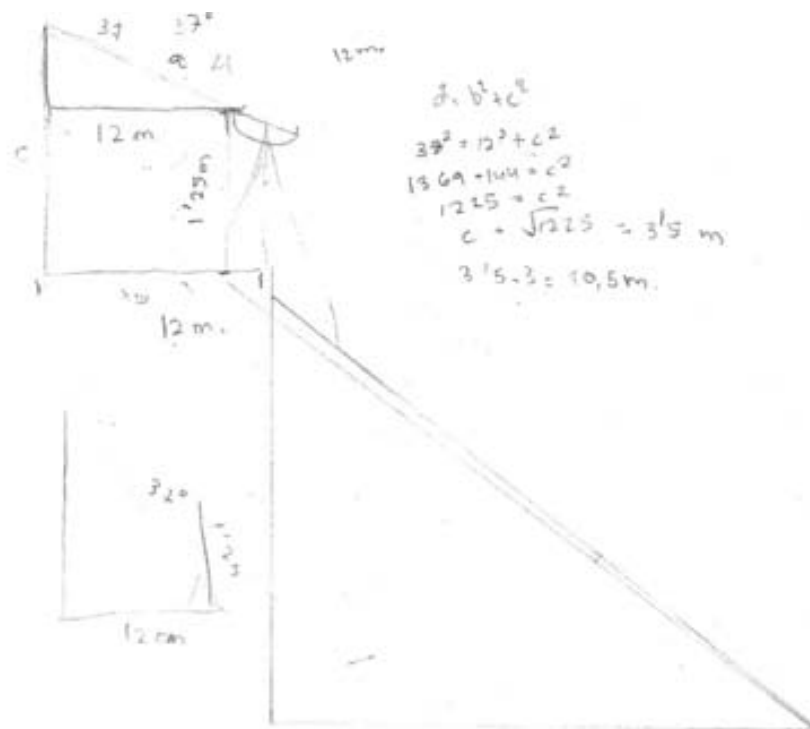


fig. 150: GRUP 2 –Resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup –Primer dia

Notem en el croquis de la part superior com la dada de l'angle presa 37°, després es converteix en 37 i passa a ser la hipotenusa "a" i a la part de la dreta veiem com han aplicat el teorema de Pitàgores on efectivament tenen la hipotenusa a= 37 i b=12 m. Apliquen el teorema de Pitàgores amb aquestes dades:

$$\begin{aligned}
 & "a^2=b^2 + c^2 \\
 & 37^2= 12^2 + c^2 \\
 & 1369 -144= c^2 \\
 & 1225 = c^2 \\
 & c= \sqrt{1225} =3'5 \text{ m} "
 \end{aligned}$$

Observem que $\sqrt{1225} = 35$ i que han posat 3'5 m. 35 m els hi devia semblar un nombre massa gran. O bé pel croquis o bé per la realitat que representa el croquis on ells ja havien estimat en la mateixa sessió que l'alçada era 10 m.

El fet que l'estimació influeixi en la resposta que donen, és coherent amb el fet que a continuació fan:

$$3'5 \cdot 3 = 10'5 \text{ m}$$

Sembla que busquin un factor a multiplicar de manera que doni una resposta propera a l'estimació que han donat.

No obstant, si ens fixem amb el triangle que està dibuixat a la part inferior esquerra veiem que:

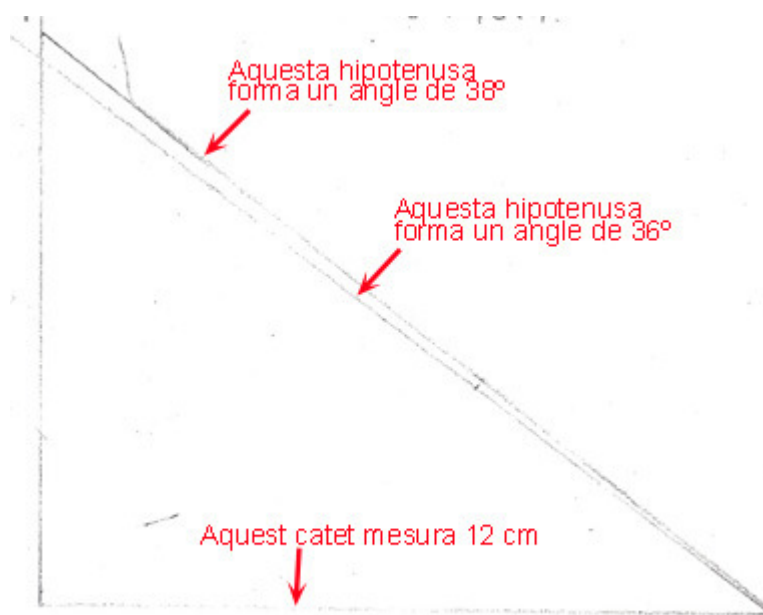


fig. 151: GRUP 2 -Detall de la resposta pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup - Primer dia

El catet inferior mesura 12 cm com en el croquis que hi ha a la seva part esquerra. I l'angle entre aquest catet i la hipotenusa mesura exactament 36° o 38° (mirar anàlisi en la figura anterior). Per tant, tenen la resolució força encaminada, però barrejada amb una aplicació del Teorema de Pitàgores forçant que el valor de l'angle actui d'hipotenusa.

Notem que hi ha una relació molt forta entre triangle rectangle i el teorema de Pitàgores. En trobar un triangle rectangle en la situació plantejada el primer recurs matemàtic que els hi ve al cap per a resoldre la situació és el teorema de Pitàgores. Aquest fet es veu clarament en aquesta situació on l'alumne no es resigna i força la situació que té per a poder aplicar el teorema de Pitàgores tot transformant una mesura d'angle en la longitud de la hipotenusa per tal de tenir hipotenusa i catet i poder trobar l'altre amb l'eina escollida: el teorema de Pitàgores. No hi ha més dades per poder aprofundir en aquesta relació tant estreta, però sí que s'ha exemplificat de manera molt clara que per a una part de l'alumnat la relació entre problema que involucra triangle rectangle i resolució mitjançant el teorema de Pitàgores és molt forta. Trencar aquest vincle ha estat un dels obstacles que els alumnes han hagut de superar i de manera particularment costosa en aquest grup 2. Deixar de banda el teorema de Pitàgores i cercar altres eines és costós per

l'alumnat i seria interessant veure la implicació que té aquest fet en les dificultats que tenen els alumnes per entendre la trigonometria a quart d'ESO⁶⁶.

Durant la sessió del dijous 29, amb els alumnes del grup dos reflexionem perquè no es pot aplicar el teorema de Pitàgores en aquesta situació i s'arriba a conclusió que no tenim les dades de dos costats. Només hem mesurat un catet, l'altre és el que busquem i la hipotenusa ni la tenim ni la necessitem. Després d'aquesta reflexió sembla que han entès que l'estratègia d'aplicar el teorema de Pitàgores és errònia ja que en la pràctica 2.2 que lliuren el dijous, han esborrat l'aplicació del teorema de Pitàgores. El primer croquis està igual (amb el 37 fent d'hipotenusa), el segon croquis està també esborrat i el triangle "a escala" hi han afegit dades. L'angle de 37° està molt indicat i ara queda molt clar que no és la hipotenusa. Ara ja no hi ha dues hipotenuses i només queda la de l'angle 38°.

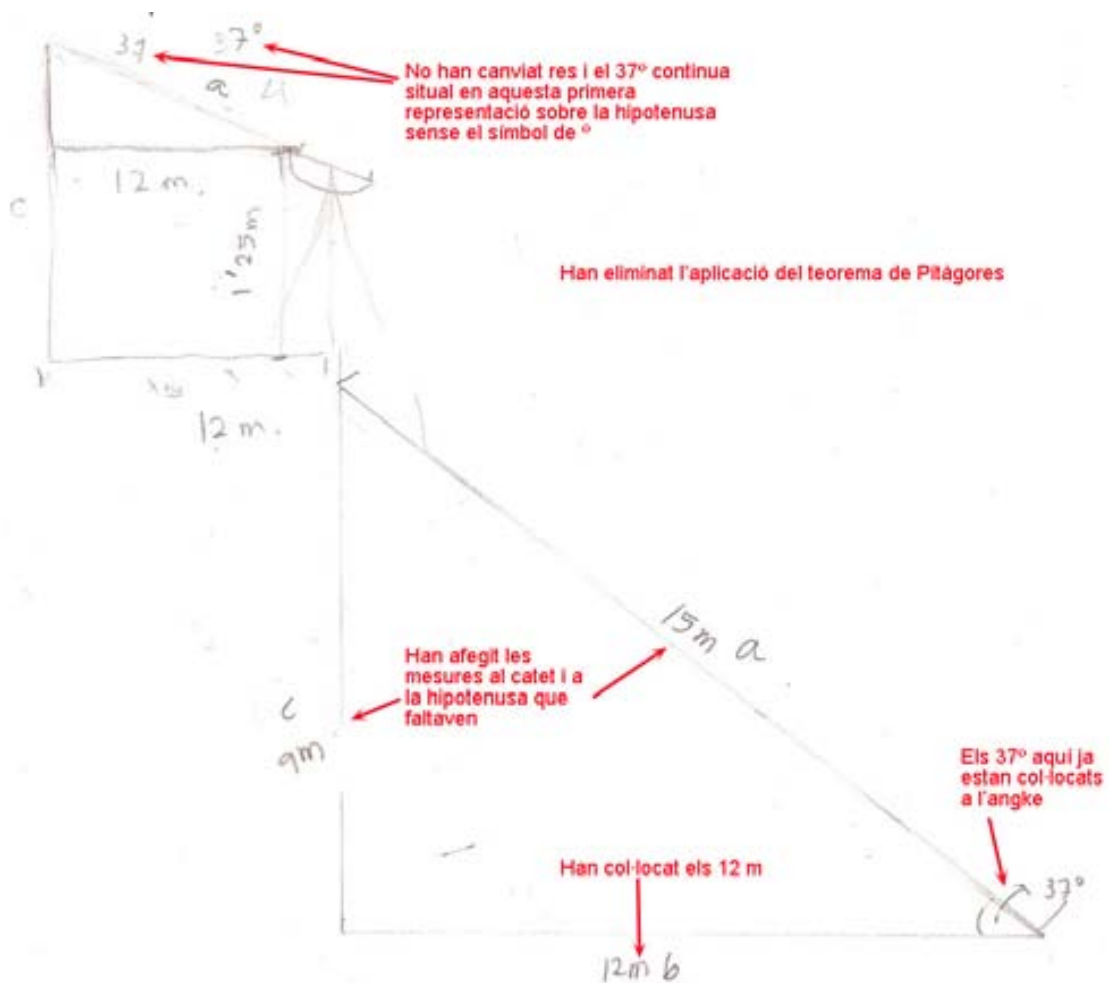


fig. 152: GRUP 2 –Resposta analitzada pregunta 2. Pràctica 2.2 Reflexió en grup – Segon dia

Les mesures indicades són: 9 m, 12 m i 15 m. El 12 m pot ser interpretat com la mesura real dels 12 cm que mesura el catet en el plànol, però l'altre catet mesura 9'3 cm i la hipotenusa 15'2 cm. s'observa que el triangle rectangle 9,12,15 és un triangle semblant al triangle egipci (3, 4 i 5) que hem mencionat a l'aula. Això pot haver influït a l'hora de posar els resultats numèrics. La poca precisió que han

⁶⁶ En el treball de recerca ja s'havia observat aquesta "obsessió" per la utilització del teorema de Pitàgores en activitats que involucren triangles rectangles.

emprat en la representació (el catet està entre 11,9 cm i 12 cm, l'angle és de 38° enlloc de 37°) pot haver fet que creguessin que els 9'3 cm eren en realitat 9 cm per poder aplicar la nova estratègia i fer d'aquest triangle un triangle semblant al triangle egipci.

Tot i semblar que l'aplicació del teorema de Pitàgores ha estat superada ja que es va discutir amb els alumnes i aquests ho van esborrar de la seva pràctica 2.2 i van estar treballant en una altra estratègia anem a veure que han fet els alumnes del grup 2 en el lliurament de la pràctica 2.

Cap dels alumnes del grup 2 és capaç de donar una procediment correcte. Només l'alumne 2.3 fan un intent d'exposar un raonament i va acabar aplicant el teorema de Pitàgores per trobar una dada que havia trobar emprant una estratègia no explicada.

En la pràctica 3 ara és l'alumne 2.1 qui tot i no tenir les dades de la presa de mesures ens exposa la seva resolució l'ús del Teorema de Pitàgores:

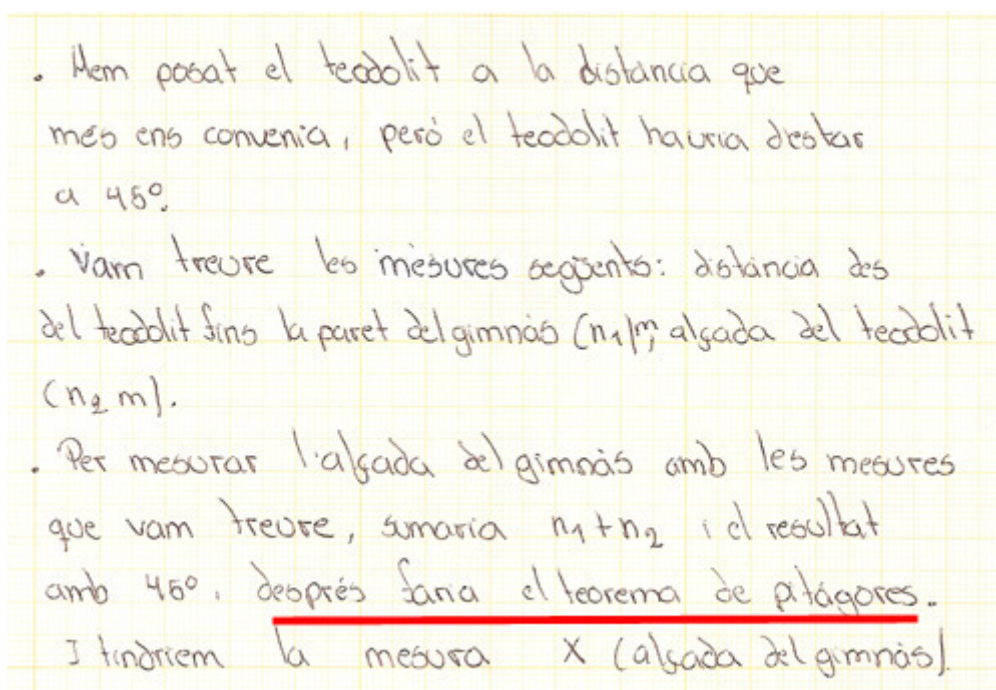


fig. 153: Detall resolució de l'alumne 2.1 a la pràctica 3

Després del lliurament de les pràctiques anem a analitzar la pregunta 6 de l'examen del tema 7:

Taula 5.77.- Extracte taula AI_EIa6 dels alumnes del grup 2	
Alumne	Respostes
alumne 2.1	Vaig mesurar la distància entre el teodolit i la paret; amb la cinta mètrica; després l'alçada del teodolit fins el grau que donaba; a contiució vam mesurar l'angle del gimnàs dins el punt més alt d'aquest; això amb el teodolit. (hi ha croquis de la situació)
alumne 2.2	hem posat el teodolit en una distancia que l'alçada amb el todolit donés la mida que hi buscavem i la mida que el teodolit tenia que donar-nos.

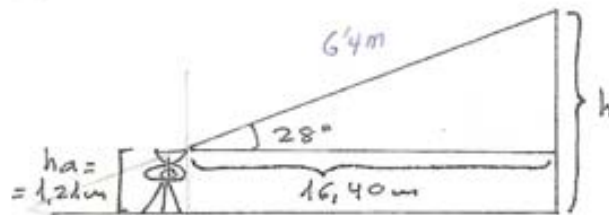
alumne 2.3	Primer, vaig servir el teodolit. Vaig posar-lo a un punt concret del pati i començava a mesurar a quina angle està el gimnas. Després vaig mesurar la distància entre el teodolit fins al gimnas. Finalment, vaig mesurar amb l'ajuda d'una cinta mètrica a quina alçada està el teodolit.
alumne 2.4	He posar el teodolit a un lloc del gimnàs y després vaig apuntar la punta del teodolit fins al cim del gimnàs y el terra he mesurat amb la cinta mètrica. Vaig pensar en un triangle isòsceles amb 45° aixó vam calcular l'alçada del gimnàs.
alumne 2.5	Vam agafar un teodolit i vam mesurar el grau que hi havia en l'angle de l'altura del gimnàs, després vam mesurar amb la cinta mètrica la llargària del terra i també la longitud del teodolit fins al terra.

Els alumnes 2.1, 2.2, 2.3 i 2.4 només expliquen quines mesures van prendre, no hi intervé cap tipus d'estratègia de resolució. L'alumne 2.4 menciona el mètode de la pràctica 3 al final encara que l'explicació és força deficient. Notem que cap alumne en aquest cas empra l'estratègia del teorema de Pitàgores.

Anem ara a analitzar les respostes de l'examen de bloc:

Taula 5.78.- Extracte taula AI_EIIC dels alumnes del grup 2	
Alumne	Respostes
alumne 2.2	La calcularia la mesura des d'on és el teodolit més la que va apartir del teodolit, es a dir, que el teodolit es a terra i mesura desde el terra el teodolit mesura la seva mida i aquesta alçada donará un resultat i apartir de l'alçada del teodolit mesuro el pati i després sumo les dues mesure i donara una resultat així es que jo el mesuraria.
alumne 2.3	(en el croquis sobre la visual hi ha anotat 6,4 m) Calcularia l'alçada de l'institut amb el teorema de l'altura Pitàgores $h^2 = m \cdot n$ $a^2 = b^2 + c^2$ h^2 $h^2 =$ h^2 $16,40^2 = 1'21$ $a^2 = b^2 + c^2$ $16'40^2 = b^2 + 6,4^2$ L'alçada de l'institut és de $268.96 = b^2 + 40,96$ 15'1 m. $268.96 - 40,96 = b^2$ $228 = b^2$ $b = \sqrt{228}$ $b = 15,1 \text{ m}$
alumne 2.4	Posar el teodolit a 45° perquè s'assembli més a un triangle isòsceles. I ca Posar-lo en escala i dibuixar al paper mil·limetrat una línia el 28° del teodolit i obtindràs l'alçada del gimnàs en cm o en mm hauràs de multiplicar-lo per l'escala que ha fet servir.

Notem ara que l'alumne 2.3 torna a insistir en l'estratègia del teorma de Pitàgores:



Explica detalladament com calcularies l'alçada de l'institut.

Calcularia l'alçada de l'institut amb el teorema de Pitàgores

Pitàgores

h² = a² - b²

h² = 6,4² - 16,40²

h² = 40,96 - 268,96

h² = -228

h = √228

h = 15,1 m

L'alçada de l'institut és de 15,1 m.

Pàgina 2

fig. 154: Resposta alumne 2.3 a la pregunta 3 de l'examen de bloc unitats 7-9

Notem que per aplicar el teorema de Pitàgores necessita el valor de la hipotenusa, primer prova de posar-hi el valor de l'alçada del teodolit. Després rectifica i posa el valor de 6,4 m. 6,4 cm és el valor del segment en el dibuix de la situació.

Pregunta 5.- Què fan quan plantegen una estratègia de resolució errònia?

Resum estudi del grup 2: estudi de la relació triangle rectangle - teorema de Pitàgores.

Al grup 2 li ha costat també molt superar l'error en l'estratègia d'usar el teorema de Pitàgores.

En la pràctica 2:

- L'alumne 2.3 calcula el catet i la hipotenusa que li falten sense raonar com els trobar i després torna a calcular el catet que ja ha trobat (tot i que sense justificar) mitjançant el teorema de Pitàgores.
- Els alumnes 2.1 i 2.4 es queden encallats en el primer croquis que van dibuixar sense acabar de dibuixar el triangle rectangle. L'alumne 2.5 segueix el procés però com l'alumne 2.3 tot i tenir la resposta dibuixada no la sap veure.

En la pràctica 3 és l'alumne 2.1 qui tot i explicar el procés de resolució de manera correcta al final exposa l'ús del teorema de Pitàgores.

En l'examen no saben explicar el raonament. Tot i que ja no apareix el teorema de Pitàgores en cap de les respostes.

Malauradament l'alumne 2.3 torna a usar el teorema de Pitàgores de manera errònia en l'examen de bloc.

Aquest fenomen d'usar el teorema de Pitàgores tot i que es podia usar una altra eina més directa (que l'alumne ha demostrat que sap usar) o per calcular una dada ja calculada ja es va veure en el treball de recerca (López(2007)).

En resum:

Pregunta 5: Què fan quan plantegen una estratègia de resolució errònia?

Resposta 5: Als grups que han plantejat en estratègia errònia els ha costat superar-la o fins i tot no l'han arribat a superar. També s'ha comprovat que l'estratègia errònia pot tornar a ser usada després d'haver escrit una estratègia correcta.

5.6.- Avaluació de competències

Després del disseny de la unitat didàctica, de la seva implementació i de l'anàlisi de les dades que s'hi han recollit ens queda afrontar la darrera part: l'avaluació. Com ja hem anat apuntant al llarg de la tesi aquest és segurament la part més complexa d'aquest treball.

En el marc teòric s'ha determinat el model d'avaluació per a la present tesi. Aquest model estableix que per cada activitat es tinguin en compte els següents tres aspectes:

- Blocs de continguts
- Competències
- Nivells de complexitat

és a dir, per a cada activitat es poden treballar els diferents blocs de continguts (en la present tesi hem acotat l'estudi als blocs de contingut: Espai i forma i Mesura), per cada un d'aquests blocs de continguts podem treballar les 7 competències matemàtiques diferents (en la present tesi les competències del currículum) i a més a més cadascuna d'elles pot ser treballada en tres nivells de complexitat diferents: Nivell 1 "reproducció", Nivell 2 "connexió" i Nivell 3 "reflexió" (en aquest cas a partir de l'adaptació del model de PISA).

S'ha emprat aquest model d'avaluació amb totes les activitats de les tres pràctiques i de l'examen que s'han realitzat en la unitat didàctica. Per a recollir tota la informació es va crear l'instrument *avaluacio_competencies_xls* que està explicat amb detall a la metodologia i del qual s'ha adjuntat la taula per a la primera pràctica a l'annex (A83). Aquest procés està explicat amb més detall en el següent punt.

5.6.1.- Determinació del nivell competencial de les activitats

Per a la determinació del nivell competencial es va prendre la decisió de realitzar-la per a les tres pràctiques i per a l'examen de la unitat didàctica. D'aquesta manera es realitza en aquelles activitats més significatives de la unitat didàctica implementada i s'acota en cert grau la feina a realitzar.

En primer lloc es va determinar les diferents activitats que composaven cada un dels quatre treballs proposats als alumnes. A la taula ACI_P1a (A83) podem veure les activitats amb què s'ha desglossat la pràctica 1. Respecte als altres treballs es troben a l'annex (A84) tot i que després també es podran veure en les taules corresponents.

Un cop establertes les activitats que composaven cada treball es va procedir a emplenar la corresponent taula per cadascuna. A la metodologia hi ha l'explicació corresponent a l'instrument emprat. Respecte a la pràctica 1 la taula emplenada es troba a l'annex per qüestions d'espai (A85). També pel mateix motiu a continuació es farà una explicació detallada només de la primera activitat de la primera pràctica.

La primera activitat que els alumnes van haver de realitzar de la pràctica 1 va ser la realització del croquis del pati petit. Per aquesta activitat s'ha considerat que es treballen les competències que es troben a la taula ACI_P1a⁶⁷:

Taula 5.79.- Extracte taula ACI_P1a amb competències treballades en l'activitat 1 de la pràctica 1.

Activitats	CM1 - Pensar matemàticament		CM4 - Obtindre, interpretar i generar informació		CM5 - Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques		CM6 - Interpretar i representar	
	EF	M	EF	M	EF	M	EF	M
1.- Elaboració del croquis individual	5	7	5		5		6	

5.6.1.a.- Espai i forma

En primer lloc començarem analitzant el nivell competencial de cada activitat respecte el bloc de continguts Espai i forma. Abans però recordarem els continguts d'aquest bloc de continguts determinats en el currículum de 3r d'ESO⁶⁸.

EF1.- Analitzar les característiques i propietats de figures geomètriques de dues i tres dimensions i desenvolupar raonaments sobre relacions geomètriques

- *EF1b.- Ús de la proporcionalitat geomètrica i de la semblança.*

EF3.- Aplicar transformacions i utilitzar la simetria per analitzar situacions matemàtiques

- *EF3a.- Relació entre semblança, ampliacions i reduccions. Factor d'escala.*

⁶⁷ En la taula només es mostren aquelles competències que es van considerar que es treballaven. A l'annex (A85) està la taula completa.

⁶⁸ la nomenclatura ha estat afegida per a facilitar-ne la referència i també ha estat emprada en l'elaboració de l'instrument *avaluacio_competencies.xls*

CM1 – Pensar matemàticament

El 5 que consta en la corresponent cel·la indica que s'ha determinat que es treballa la competència matemàtica 1 amb un nivell de Connexió. Tenint en compte els criteris establerts (A14) a continuació adjuntem la part corresponent a la competència *Pensar matemàticament*:

Taula 5.80.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM1

Reproducció	Connexió	Reflexió
Formular les preguntes més simples («¿quants...?», «¿quant és...?») i comprendre els consegüents tipus de resposta («tants», «tant»); comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos ja coneguts o treballats	Formular preguntes («¿com trobem...?», «¿quin tractament matemàtic donem...?») i comprendre els consegüents tipus de resposta (gràfics, àlgebra, xifres, etc.); comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos lleugerament diferents.	Comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos nous o complexos; conèixer els límits dels conceptes matemàtics i generalitzar els resultats; relacionar conceptes i realitzar abstraccions.

En aquesta activitat els alumnes van haver d'“utilitzar conceptes matemàtics en contextos lleugerament diferents [als ja coneguts o treballats]”. En aquest cas els conceptes matemàtics d'*Espai i forma* (EF1) que han hagut d'emprar s'ha considerat que no tenien un nivell de complexitat de *Reproducció* ja que els conceptes matemàtics no havien de ser usats en “contextos ja coneguts”. Les formes geomètriques del pati s'han considerat que no constituïen un context complex suficient com per determinar un nivell de *Reflexió*. En conseqüència s'ha establert un 5 corresponent al nivell de *Connexió*.

CM4 – Obtenir, interpretar i generar informació

En aquest cas també s'ha determinat un 5 a la casella corresponent. S'adjunta la taula corresponent a la quarta competència.

Taula 5.81.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM4

Reproducció	Connexió	Reflexió
Reconèixer i recopilar informacions.	Estructurar la situació amb què s'està treballant; traduir la “realitat” a estructures matemàtiques en contextos diferents als habituals. Saber recopilar informació i dades complexes.	Traduir la realitat a estructures matemàtiques en contextos complexos o molt diferents als habituals pels estudiants. Establir connexions entre diferents àmbits matemàtics i formes de representació i comunicació (esquemes, taules, gràfics, paraules i il·lustracions)

En aquest cas s'ha considerat que els alumnes van haver de “traduir la realitat a estructures matemàtiques en contextos diferents als habituals”. El context ha estat diferent a l'habitual i forma de l'aula, però per altra banda no s'ha cregut que respecte al bloc d'espai i forma la geometria del croquis pogués ser titllada de complexa per ser alumnes de 3r a més amés ja havien treballat en anys anteriors plànols i croquis senzills. En conseqüència s'ha establert un 5 corresponent al nivell de *Connexió*.

CM5 – Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques

En aquest cas també s'ha determinat un 5 a la casella corresponent. S'adjunta la taula corresponent a la cinquena competència 5.

Taula 5.82.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM5

Reproducció	Connexió	Reflexió
Operar, mesurar, organitzar i analitzar dades mitjançant procediments rutinaris. Conèixer i ser capaç d'emprar materials, eines de suport i instruments familiars en contextos, situacions i procediments similars als practicats al llarg de l'aprenentatge.	Operar, mesurar, organitzar i analitzar dades mitjançant procediments menys rutinaris. Conèixer i ser capaç d'emprar materials, eines de suport i instruments familiars en contextos, situacions i procediments diferents als practicats a l'aprenentatge.	Saber tractar amb expressions i llenguatge simbòlic o formal complex i/o inusual. Conèixer i ser capaç d'usar materials, eines de suport i instruments en contextos, situacions força diferents als introduïts i practicats i reconèixer-ne les limitacions.

Per l'elaboració del croquis havien d'emprar els seus coneixements d'Espai i forma i "organitzar[-los] i analitzar[-los] mitjançant procediments menys rutinaris". Per una banda s'ha considerat que el procediment no era rutinari però per altra banda no comporta l'ús de llenguatge simbòlic complex. En conseqüència s'ha establert un 5 corresponent al nivell de *Connexió*.

CM6 - Interpretar i representar

En aquest cas s'ha determinat un 6 a la casella corresponent. S'adjunta la taula corresponent a la sisena competència.

Taula 5.83.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM6

Reproducció	Connexió	Reflexió
Descodificar, codificar i interpretar representacions d'objectes matemàtics de tipus estàndard prèviament coneguts.	Descodificar, codificar i interpretar formes de representació dels objectes matemàtics; seleccionar i diferenciar entre diferents formes de representació (esquemes, taules, gràfics, paraules i il·lustracions).	Seleccionar, canviar, traduir i diferenciar entre diferents formes de representació; combinar representacions de manera creativa i inventar formes no estandaritzades.

En aquest cas s'ha considerat que l'activitat de realitzar el croquis comportava "codificar i interpretar formes de representació dels objectes matemàtics" que no eren de tipus estàndard per la zona de les vidrieres. Tot i que s'ha considerat que no era un nivell de complexitat que hagués d'"inventar formes no estandaritzades", sí que s'ha considerat que era un nivell de *Connexió* alt ja que els alumnes mai s'havien trobat amb aquesta situació que sortia dels típics plànols rectangulars o compostos a base de rectangles. En conseqüència s'ha establert un 6 corresponent al nivell de *Connexió alt*.

5.6.1.b.- Mesura

Comencem recordant els continguts per a 3r d'ESO:

M1.- Comprendre els atributs mesurables dels objectes, i les unitats, sistemes i processos de mesura

- *M1a.- Presa de decisió sobre unitats i escales apropiats en la resolució de problemes que impliquin mesures.*
- *M1b.- Utilització del nombres decimals per expressar una mesura i relació entre el nombre de decimals i el grau de precisió de la mesura.*
- *M1c.- Utilització de la proporcionalitat geomètrica i la semblança per obtenir mesures indirectes.*

M2.- Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables

- *M2a.- Utilització d'instruments per a mesurar angles i longituds a la realitat i aplicació a la resolució de problemes per obtenir mesures indirectes, fent estimacions prèvies de les mateixes.*

CM1 - Pensar matemàticament

S'ha considerat nivell de *Reflexió baix*.

Taula 5.84.- Extracte dels criteris segons el nivell de complexitat per a la CM1

Reproducció	Connexió	Reflexió
Formular les preguntes més simples («¿quants...?», «¿quant és...?») i comprendre els consegüents tipus de resposta («tants», «tant»); comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos ja coneguts o treballats	Formular preguntes («¿com trobem...?», «¿quin tractament matemàtic donem...?») i comprendre els consegüents tipus de resposta (gràfics, àlgebra, xifres, etc.); comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos lleugerament diferents.	Comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos nous o complexos; conèixer els límits dels conceptes matemàtics i generalitzar els resultats; relacionar conceptes i realitzar abstraccions.

Respecte als continguts de la Mesura (M1: Comprendre els atributs mesurables dels objectes) s'ha considerat que era un context complex ja que els alumnes havien de determinar dels diferents elements que componen el pati quins eren aquells que eren rellevants per a l'elaboració d'un croquis i per aquells que ho fossin no havien de pensar només en la longitud sinó també en l'amplitud dels angles de la zona de les vidrieres. Aquesta era la part complexa: adonar-se del paper que no només s'havia de pensar en les parets sinó amb l'angle que aquestes formaven. Aquells alumnes que no se'n van adonar no van poder representar aquesta zona. En conseqüència s'ha establert un 7 corresponent al nivell de *Reflexió baix*.

La resta de les explicacions que s'han pres per a la determinació del nivell competencial de la pràctica 1 s'ha adjuntat a l'annex per la seva longitud. (A89).

Els resultats es troben a l'annex: són les taules ACI_PIIa (A85), ACI_PIIIa (A86), ACI_PIIIa (A87) i ACI_EIa (A88) per a la pràctica 1, pràctica 2, pràctica 3 i l'examen respectivament.

Resum de la determinació del nivell competencial de les activitats.

Seguint el model d'avaluació establert a la tesi es determina el nivell competencial de les activitats de les tres pràctiques i de l'examen de la unitat didàctica.

5.6.2.- Avaluació de competències

Abans d'entrar en una anàlisi més profunda sobre el treball realitzat pels alumnes necessitem fer una primera anàlisi sobre el propi model. Per a que el model d'avaluació sigui conseqüent necessitem que compleixi la següent característica que podríem desglossar en dues:

- Un alumne que no sap realitzar una activitat que involucra el treball d'una determinada competència referida a un determinat bloc de continguts en un nivell inferior no hauria de saber realitzar una activitat que involucrés el treball de la mateixa competència i del mateix bloc de continguts en un nivell superior.

Anàlogament també hauríem de demanar que:

- Un alumne que sap realitzar una activitat que involucra el treball d'una determinada competència referida a un determinat bloc de continguts en un nivell superior hauria de saber realitzar una activitat que involucrés el treball de la mateixa competència i del mateix bloc de continguts en un nivell inferior.

Per altra banda també s'haurà de tenir en compte el factor temps en el treball de la unitat didàctica tot esperant que el produeixi una evolució positiva en les competències treballades per l'alumne al llarg de la realització de la unitat didàctica.

Per a l'anàlisi que ens interessa notem que en la realització de les pràctiques hi ha molta part que els alumnes van realitzar en grup. Per facilitar la tasca analitzarem l'examen de la unitat on tot el treball és individual.

- En l'examen de la unitat es treballa la CM3 "Plantejar-se i resoldre problemes" en el bloc de continguts "Espai i forma" també en els tres nivells de complexitat:
 - Pregunta 1b -> Nivell 1
 - Pregunta 2 -> Nivell 1 alt
 - Pregunta 3 -> Nivell 1
 - Pregunta 4a -> Nivell 1 baix
 - Pregunta 4b -> Nivell 2 alt
 - Pregunta 5c -> Nivell 3
 - Pregunta 7 -> Nivell 1
 - Pregunta 8 -> Nivell 1 alt

Tot i ser del mateix bloc de continguts (Espai i forma) la pregunta 1 és referent al Teorema de Tales i les preguntes 7 i 8 són respecte el Teorema de Pitàgores. Les preguntes 2, 3, 4 i 5 són del concepte de proporcionalitat. Com que és en aquest bloc que trobem activitats amb els tres nivells de dificultat farem l'anàlisi d'aquestes preguntes.

5.6.2.a.- Anàlisi de l'examen

Primer anem a analitzar les preguntes que comportaven treballar la CM3 del bloc de contingut "Espai i forma" amb nivell de complexitat 1.

En primer lloc hem recopilat les preguntes anteriors per ordre creixent de dificultat i s'han acolorit les cel·les segons consta a la metodologia:

Taula 5.85.- Anàlisi de l'examen

Alumne	Nivell 1 baix (P4b)	Nivell 1 (P1b)	Nivell 1 (P3)	Nivell 1 (P7)	Nivell 1 alt (P2)	Nivell 1 alt (P8)	Nivell 2 alt (P4a)	Nivell 3 (P5c)
alumne 1.1	Verd	Amarell	Orange	Verd	Amarell	Orange	Orange	Orange
alumne 1.2			Amarell		Amarell			Orange
alumne 1.3	Verd	Amarell	Amarell	Verd	Verd	Orange	Verd	Orange
alumne 1.4	Orange		Orange	Orange		Orange		
alumne 1.5	Verd		Amarell		Amarell		Orange	
alumne 1.6	Orange	Amarell	Verd	Verd	Amarell	Verd	Orange	
alumne 2.1	Verd		Verd	Verd	Amarell		Orange	
alumne 2.2	Orange		Orange					
alumne 2.3	Orange	Amarell	Amarell	Amarell	Amarell	Orange	Orange	Orange
alumne 2.4	Verd	Orange	Amarell	Verd	Verd	Orange		Orange
alumne 2.5	Orange		Amarell	Orange	Amarell	Orange	Orange	
alumne 3.1			Orange	Orange	Amarell	Orange		
alumne 3.2	Verd		Verd	Orange	Amarell		Verd	
alumne 3.3	Verd	Amarell	Orange	Orange	Amarell	Orange	Verd	Verd
alumne 3.4	Verd		Orange	Orange	Verd		Orange	Orange
alumne 3.5			Orange	Amarell	Orange			
alumne 4.1	Verd		Orange	Amarell	Amarell	Orange	Orange	Orange
alumne 4.2	Verd	Orange	Verd	Orange	Amarell	Orange	Orange	
alumne 4.3	Verd	Orange	Verd	Orange	Amarell	Orange	Orange	Verd
alumne 4.4	Verd	Orange	Verd	Orange	Verd		Verd	
alumne 4.5	Verd	Orange	Orange	Orange			Orange	

Notem que si agafem tots els exercicis en què es treballa la competència matemàtica tres sense tenir en compte d'una manera més acurada quin contingut estem treballant (semblança, teorema de Tales, teorema de Pitàgores) o sense estudiar si la incorrecció del resultat ve donada per un error atribuïble a un altre bloc de continguts o a una altra competència, els resultats són realment caòtics. És per això que procedirem a fer una anàlisi més acurada.

Per realitzar aquesta anàlisi s'ha elaborat la taula ACI_EIb que es troba a l'annex (A90). A partir de la taula observem que a la pregunta tres hi ha molt influència en l'ús de les unitats que correspondria al bloc de Mesura, per tant per aquesta anàlisi tampoc la tindrem en compte. Per elaborar la taula resum AC_EId s'han ordenat les preguntes per ordre creixent de dificultat.

Taula 5.86.- Segon anàlisi de l'examen

Alumne	Nivell 1 baix (Preg 4b)	Nivell 1 alt (Preg 2)	Nivell 2 alt (Preg 4a)	Nivell 3 (Preg 5c)
alumne 1.1				
alumne 1.2		A		
alumne 1.3				
alumne 1.4				
alumne 1.5				
alumne 1.6		B		
alumne 2.1				
alumne 2.2				
alumne 2.3				
alumne 2.4				
alumne 2.5		C		
alumne 3.1		D		
alumne 3.2		E		
alumne 3.3		F		
alumne 3.4				
alumne 3.5				
alumne 4.1				
alumne 4.2				
alumne 4.3				G
alumne 4.4				
alumne 4.5				

En una primera anàlisi observem que la majoria de casos estan en una graduació correcta però n'hi ha més d'un amb problemes. Hem assenyalat cadascuna d'aquestes anomalies amb una lletra i ara en farem un estudi més acurat, intentarem, en la mesura del possible, separar aquells en què l'error és atribuïble a la unitat de mesura i que per tant correspondria al bloc de "Mesura"

Anomalia A- alumne 1.2

Notem que l'alumne 1.2 no ha respost la pregunta 4b i en canvi té groga la casella de la pregunta 2 on a més a més ha contestat 8 dels 10 apartats de forma correcta.

Anomalia B – alumne 1.6

L'alumne 1.6 a la pregunta 4b ha respost correctament la resposta numèrica però no hi ha indicat les unitats, per tant en una anàlisi més fina podríem considerar que és una resposta groga i no hi hauria realment una anomalia.

Anomalia C- alumne 2.5

L'alumne 2.5 ha respost $x=14$ cm i $y=12$ cm, per tant tot i que no podem dir a la lleugera que "només" és un error d'unitat no és el mateix que deixar la resposta en blanc o alumnes que no han arribat fins a aquest resultat numèric per tant, també podríem considerar una resposta groga i per tant té certa coherència.

Anomalia D- alumne 3.1

L'alumne 3.1 només ha respost correctament tres dels 10 apartats, només aquells en què la raó de semblança era 2. Aquesta mateixa raó l'ha aplicada a d'altres apartats de manera errònia. Per tant, amb una anàlisi més acurada tampoc no és un resultat tant inconsistent ja que aquest alumne té moltes mancances en aquesta competència i en aquest bloc de continguts.

Anomalia E- alumne 3.2

En canvi l'alumne 3.2 ha contestat correctament 8 dels 10 apartats i només ha deixat en blanc aquell que corresponia amb una raó de semblança no entera.

Per altra banda notem que la resposta d'aquest alumne a la pregunta 4a no ha estat donar una resposta numèrica a l'escala sinó que ha expressat verbalment la relació: "Cada mig centímetre equival a dos metres a la realitat" per tant que en aquest cas en què l'escala era fàcilment deduïble pel context l'alumne ha estat capaç de trobar-la, però ha expressat una mètode general que resolgués la situació amb altres nombres.

Per tant, notem que en certa manera els dos resultats tenen certa consistència.

Anomalia F- alumne 3.2

En aquest cas el resultat groc es correspon a un error de càlcul completament identificable:

Error de càlcul: $4 \cdot 2,5 = 10$

d) 2,4,6 5,x,y $t = \frac{5}{2} = 2,5$; $x = 4 \cdot 2,5 = 20$

fig. 155: Detall resposta pregunta 2 examen del tema 7 de l'alumne 3.3

Per tant en aquest cas l'error no correspondria al bloc d'Espai i forma.

Anomalia G- alumne 4.3

A la pregunta 2 l'alumne 4.3 ha comès l'error en l'últim apartat on ha aplicat la raó de semblança a la inversa. Tenint en compte que ha realitzat correctament altres apartats amb un nivell de dificultat semblant es pot considerar una manca d'atenció.

A la pregunta 4a l'alumne ha contestat:

Explica tot el procediment que has seguit per trobar l'escala
 He mesurat quant feia la mesura en el plànol, després he dividit la realitat entre el plànol.

mesura real | Escala plànol | $\frac{6}{1,5} = 4$ Escala = 1:4

Error: ha dividit amb les longituds donades amb diferents unitats

El raonament és correcte, per tant el plantejament del problema és correcte. També és correcte la dada que ha pres en el plànol. No és correcte la resolució ja que ha dividit les longituds amb les mesures preses amb diferents unitats. Aquest error està lligat al concepte d'escala i per tant no podem deduir que pertany a una

altra competència o a un altre bloc. Tot i així notem que la decisió només entre correcte (verd) i incorrecte (vermell) també s'ha pogut afinar més.

Resum de l'avaluació de competències.

A partir del model d'avaluació es determina el nivell de complexitat de les competències que estem treballant en cada activitat i ens ajuda a l'hora de dissenyar les unitats didàctiques però no serveix com a eina per a una avaluació immediata d'aquestes competències.

En una mateixa activitat es treballen diferents competències i per tant no es pot decidir si un alumne ha assolit o no una determinada competència només extraient conclusions a partir d'una anàlisi superficial només basada en els resultats finals.

Amb un bon disseny de les activitats i amb una anàlisi més detallada sí que es poden extreure conclusions més acurades.

6.- Conclusions i implicacions didàctiques

En el segon capítol vam establir els objectius de la tesi. Anem ara a establir les conclusions a partir d'ells. Els recordem:

- 6.1.- Determinar les característiques que han de tenir les activitats d'ensenyament-aprenentatge i d'avaluació per tal que desenvolupin el treball de competències
- 6.2.- Analitzar les dificultats que es plantegen a l'hora de dissenyar una unitat didàctica de mesura en termes de competències.
- 6.3.- Dissenyar instruments d'avaluació per a la unitat didàctica de mesura en termes de competències.
- 6.4.- Determinar les competències que es desenvolupen prioritàriament en treballar la unitat didàctica dissenyada.
- 6.5.- Analitzar les dificultats que tenen els alumnes en la realització de la unitat didàctica i de les activitats proposades.
- 6.6.- Analitzar les dificultats dels alumnes per assolir determinades competències relacionades amb el treball de la mesura.

A continuació tractarem cadascun d'aquests objectius.

6.1.- Objectiu 1:

Determinar les característiques que han de tenir les activitats d'ensenyament-aprenentatge i d'avaluació per tal que desenvolupin el treball de competències.

En primer lloc en el marc teòric s'ha realitzat la recerca sobre el concepte de competència i competència matemàtica. Es va començar amb uns apunts històrics del concepte de competència des dels seus orígens en el món professional tal i com senyalen diversos autors (Rychen (2003), Gironde (2005), Coll (2007), Zabala i Arnau (2007)), després seguint la seva introducció en el món de l'educació de la mà de Chomsky en el camp de la lingüística fins a les diferents definicions, reflexions i contribucions realitzades tant per autors com Perrenoud (1997), Abrantes (2001a i 2001b) com per organismes com OCDE i el seu famós projecte PISA (OCDE (2003 i 2006)).

A partir del concepte de competència s'han anat vertebrant els diferents currículums i entre ells el currículum vigent a Catalunya (DOGC (2007)). En el decret 143/2007 de 26 de juny es va establir l'actual currículum de l'Educació Secundària Obligatòria (ESO) a Catalunya on el concepte de competència hi té un paper fonamental. En el marc teòric s'ha realitzat el corresponent estudi sobre el concepte de competència en el currículum i finalment s'ha justificat la tria de la definició de competència donada en el document com a definició de competència per al present treball.

El currículum català tot i donar algunes indicacions sobre l'avaluació no en dóna un marc teòric suficient, és per això que en el tercer capítol s'ha realitzat una recerca

sobre tres models d'avaluació de competències. A partir de l'estudi del model d'avaluació del projecte PISA (OCDE (2006, cat)), del Marc teòric per a l'Avaluació d'Aula de de Lange (1996) i el treball de Rey et al. (2006) es determina com a model d'avaluació per al present treball una adaptació del model piramidal de de Lange (1996). Es respecten dues de les tres dimensions del model original (les referides als blocs de continguts i als tres nivells de complexitat) però se'n modifica la tercera introduint-hi les 7 competències del currículum català (DOGC (2007)).

Aquest model piramidal adaptat pretèn ser una guia per al professorat a l'hora de dissenyar les activitats d'avaluació per, com comenta Dekker (2007) "dissenyar un test equilibrat [...] mostra[nt] la proporció de qüestions o la quantitat de temps a emprar en les tasques dels diferents nivells" (pàg. 57). És a dir, dotar el professorat d'una eina per ajudar-lo a l'hora d'establir la quantitat o la longitud (en temps) de les activitats proposades als alumnes en dissenyar una unitat didàctica "equilibrada". Notem que en el nostre cas s'ha estès l'"equilibri" no només a tests o exàmens finals sinó a totes les activitats de la unitat didàctica com a conjunt.

En la línia d'oferir una guia al professorat, s'ha elaborat un instrument propi "Criteris per determinar el nivell competencial d'activitats"⁶⁹ per a ajudar a determinar el nivell competencial de les activitats segons cada competència que s'hi treballa. L'instrument s'ha creat a partir de l'adaptació dels criteris de PISA (OCDE (2006, cat)) a les competències matemàtiques del currículum (DOGC (2007)). Per a facilitar l'aplicació de l'instrument s'ha elaborat un quadre resum que s'ha anomenat "Criteris per determinar el nivell competencial d'activitats. Quadre-resum" (A14).

Aquests criteris es poden fer servir tant per determinar el nivell competencial d'una activitat com per determinar quines característiques han de complir les activitats per tal d'assolir el nivell competencial desitjat.

Per ajudar en la determinació de les característiques que han de tenir les activitats tant d'ensenyament-aprenentatge com d'avaluació d'una unitat didàctica en termes de competències s'ha elaborat l'instrument "Criteris per determinar el nivell competencial d'activitats" (A14 en la versió de Quadre-resum).

Els criteris es troben organitzats per cada competència i per als tres nivells de complexitat determinats en el model d'avaluació de competències com a adaptació del model piramidal de de Lange(1996). Aquests criteris pretenen servir de guia a l'hora de triar o elaborar activitats d'un determinat nivell competencial.

6.2.- Objectiu 2:

Analitzar les dificultats que es plantegen a l'hora de dissenyar una unitat didàctica de mesura en termes de competències.

A l'hora de dissenyar una unitat didàctica en termes de competències les principals dificultats sorgeixen a l'hora d'elaborar les activitats adequades. Seguint els

⁶⁹ En capítol 3.2.6 del marc teòric es pot trobar l'exposició completa dels criteris recollits per als tres nivells (reproducció, connexió i reflexió). A partir d'aquests criteris s'ha elaborat una versió reduïda recollida en forma de quadre i que es troba a l'annex (A14).

consells de Perrenoud (1997) no vam partir de zero i ens hem basat en propostes d'“activitats complexes” de moviments del que l'autor anomena “escola activa”. Per a la unitat didàctica s'han dissenyat tres pràctiques que involucren activitats per a ser realitzades fora de l'aula i que a més a més són adaptacions de les pràctiques proposades als alumnes en el treball de recerca “Matemàtiques i realitat: anàlisi de pràctiques de mesura a l'ESO” (López (2007)).

La principal dificultat a l'hora de dissenyar una unitat didàctica en termes de competències és trobar unes activitats adequades per a desenvolupar un treball amb un nivell competencial alt.

6.3.- Objectiu 3:

Dissenyar instruments d'avaluació per a la unitat didàctica de mesura en termes de competències

En la present tesi s'han dissenyat els següents instruments d'avaluació:

Avaluació inicial:

- **Pràctica 3.1. Iniciació al teodolit** (A15) .
 - **Part 1:** A partir d'una breu descripció de què és un teodolit i després de veure com la professora feia una petita mostra sobre el seu maneig tots els alumnes havien de prendre una mesura amb el teodolit.
 - **Part 2:** Els alumnes havien d'aplicar tots els seus coneixements per trobar una manera de calcular l'alçada de la classe sense enfilarse enlloc.
- **Pràctica 0.2:** (full alumne A16, full professor A17) Els alumnes havien de mesurar de manera individual amb la cinta mètrica llarga l'amplada d'una columna del passadís de l'institut.
- **Pràctica 0.1:** (A18) Els alumnes havien de mesurar amb regle, determinar i raonar l'existència o no d'errors d'unes situacions donades i per últim reflexionar sobre la seva realització de la pràctica 0.2 tot determinant el 0 de la cinta mètrica llarga a partir d'una fotografia.

Avaluació formativa:

- **Pràctica 1:** Els alumnes havien de realitzar un plànol a escala del pati petit del seu institut.
 - Realització del croquis
 - Activitat 1-Presa de mesures (A20)
- **Pràctica 2:** Els alumnes havien de mesurar l'alçada del gimnàs del seu institut mitjançant la semblança amb el teodolit fixat en una posició.
 - Activitat 1- Reflexió individual (A21)
 - Activitat 2- Reflexió en grup (A22)
 - Activitat 3- Presa de mesures (A23)
- **Pràctica 3:** Els alumnes havien de mesurar l'alçada del gimnàs del seu institut posicionant el teodolit adequadament.
 - Activitat 1- Reflexió individual (A24)
 - Activitat 2- Reflexió en grup (A25)
 - Activitat 3- Presa de mesures (A26)

Avaluació final:

- Treball pràctica 1 (A27)
- Treball pràctica 2 (A28)

- Treball pràctica 3 (A29)
- Examen tema 7: examen de la unitat didàctica (A30)
- Examen bloc temes: 7-8-9 (A31)
- Examen final de curs (A34)

S'han dissenyat activitats procurant proposar als alumnes activitats en què treballassin diferents competències i amb diferents nivells de complexitat seguint els "Criteris per determinar el nivell competencial d'activitats" (A14) que es van elaborar en el marc teòric.

Tots aquests instruments formen part de l'avaluació de la unitat didàctica que no s'ha restringit a una prova final escrita. L'anàlisi de les dades s'ha fet a partir dels diferents instruments i s'han extret conclusions a partir de tots ells.

Per a la unitat didàctica s'han elaborat una gran quantitat d'instruments d'avaluació que s'han recollit en aquest punt. Tots aquests instruments d'avaluació es poden trobar a l'annex a partir de les referències que s'hi han indicat.

6.4.- Objectiu 4:

Determinar les competències que es desenvolupen prioritàriament en treballar la unitat didàctica dissenyada.

Per tal de determinar la quantitat d'activitats que s'estaven proposant als alumnes en què es treballava una determinada competència amb un determinat nivell de complexitat, es va dissenyar l'instrument *avaluacio_competencies.xls*⁷⁰.

Per a les tres pràctiques i per a l'examen de la unitat dissenyats per aquesta unitat didàctica s'ha determinat per a cada activitat, per a cada competència que s'hi treballa i pels blocs de continguts *Espai i forma* i *Mesura* el seu nivell de complexitat seguint els criteris establerts a partir de l'instrument "Criteris per determinar el nivell competencial d'activitats" (A14 en la versió de Quadre-resum).

A partir d'aquesta informació introduïda a l'instrument *avaluacio_competencies.xls*, aquest en fa el pertinent recompte i s'elaboren els gràfics corresponents tot indicant la quantitat d'activitats que s'han proposat per cada competència, per cada bloc de continguts i per als tres nivells de complexitat (reproducció, connexió i reflexió). Aquesta informació pot servir de guia a l'hora de detectar mancances o excessos en la quantitat de les activitats dissenyades d'un determinat tipus.

Per a completar la informació, també s'elabora una taula de resum amb el total d'activitats proposades per als tres nivells de complexitat.

Per a les tres pràctiques i per a l'examen del tema de la nostra unitat didàctica s'han obtingut els gràfics que es troben a continuació:

⁷⁰ Aquest instrument està explicat amb detall a l'apartat 4.4.1.

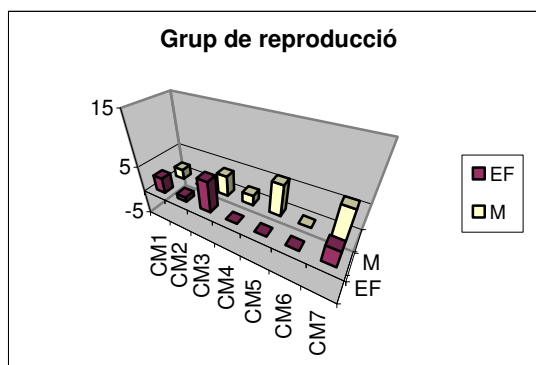


fig. 156: Recompte d'activitats del grup de reproducció proposades segons competència i bloc de contingut

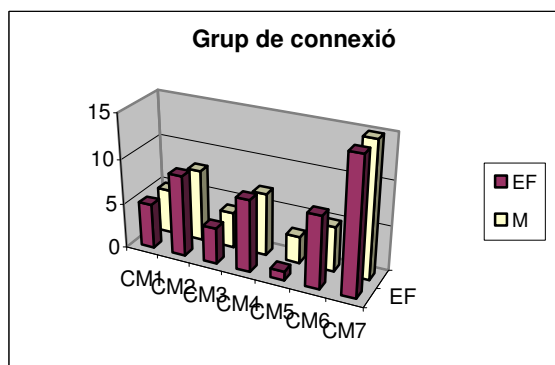


fig. 157: Recompte d'activitats del grup de connexió proposades segons competència i bloc de contingut

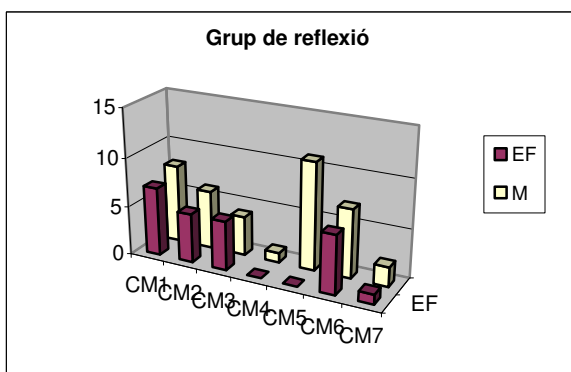


fig. 158: Recompte d'activitats del grup de reflexió proposades segons competència i bloc de contingut

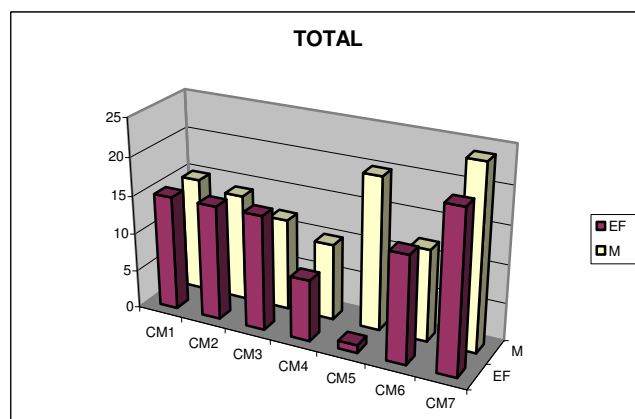


fig. 159: Recompte d'activitats proposades segons competència i bloc de contingut

A partir dels gràfics observem que no s'ha apreciat que en la unitat didàctica dissenyada es treballi prioritàriament cap competència. Potser només cal destacar que la competència 5 es treballa poc en el bloc Espai i forma, però no en el de Mesura.

En la unitat didàctica que s'ha dissenyat i a partir de les gràfiques obtingudes amb l'instrument `avaluacio_competencies.xls` s'observa que no es treballen de manera prioritària unes competències matemàtiques respecte a les altres.

6.5.- Objectiu 5:

Analitzar les dificultats que tenen els alumnes en la realització de la unitat didàctica i de les activitats proposades.

A partir de les reflexions de l'apartat 5.6.2. hem vist que no podem esperar determinar si un alumne ha assolit o no una determinada competència a partir

només dels resultats finals. És per això que es requereix d'una anàlisi més detallada de les diferents activitats proposades.

A partir de la gran quantitat de dades recollides s'han realitzat quatre anàlisis successives. En la primera anàlisi s'han organitzat les dades recollides amb els diferents instruments dissenyats per a les diferents activitats. Després s'ha realitzat una anàlisi de les dades on no s'han acabat d'analitzar amb profunditat totes donada la gran quantitat de dades que es van recollir. Durant aquesta primera anàlisi van sorgir quatre preguntes de caràcter transversal que requerien de dades de diferents activitats per a ser analitzades i per això es va establir una segona anàlisi.

En la segona anàlisi s'han plantejat aquestes quatre preguntes i per cadascuna d'elles s'ha realitzat l'anàlisi de les dades corresponents i al final s'ha donat una resposta per a cada una.

En la tercera anàlisi es va reprendre la primera anàlisi feta i es va continuar en aquelles parts en què encara quedaven dades per analitzar. Aquesta tercera anàlisi s'ha tornat a estructurar per a les diferents activitats. Donada la gran quantitat de dades que han estat recollides en aquest apartat es reprèn l'anàlisi només de les tres pràctiques proposades en la unitat didàctica. Tal i com va passar durant la primera anàlisi de dades, a partir dels resultats que es van obtenir, va sorgir també una pregunta de caràcter transversal. Per a donar-hi resposta es va establir la quarta anàlisi de dades.

En la quarta anàlisi es va plantejar una pregunta, se'n va realitzar l'anàlisi de les dades corresponents i se'n va donar una resposta final.

A continuació farem un resum dels principals resultats als quals s'ha arribat amb les successives anàlisis que s'han dut a terme. Per fer-ho en primer lloc agruparem els resultats obtinguts amb la primera i tercera anàlisi i després les preguntes que s'han plantejat en la segona i quarta anàlisi.

6.5.1.- 1a i 3a Anàlisi

Tal i com s'han realitzat aquestes dues anàlisis s'exposaran les dificultats trobades per a les diferents pràctiques i activitats ordenades cronològicament segons la seva realització dins de la unitat didàctica:

6.5.1.a.- Pràctiques d'avaluació inicial

Després d'analitzar amb detall les pràctiques de l'avaluació inicial⁷¹ es van extreure les següents conclusions:

El 47'06% dels alumnes mesuren correctament en la seva primera mesura amb el teodolit i un 17'65% més donen una resposta amb un marge d'error d'un grau.

⁷¹ Les pràctiques de l'avaluació inicial són les pràctiques 3.1, 0.2 i 0.1. Respecte a la pràctica 3.1 l'enunciat es pot trobar a l'annex A15 i l'anàlisi a l'apartat 5.2.1. Respecte a la pràctica 0.2, els enunciats es troben a l'annex A16 (full alumne) i A17 (full professor) i l'anàlisi a l'apartat 5.2.2. Finalment l'enunciat de la pràctica 0.1 es troba a l'annex A18 i l'anàlisi a l'apartat 5.2.3.

Només el 11'76% dels alumnes van començar a mesurar des del 0 amb la cinta mètrica llarga. Després de la reflexió individual aquest percentatge va augmentar fins el 30%.

Només el 35'29% dels alumnes van mesurar amb la cinta mètrica llarga recta i només un alumne va prendre la mesura correctament i va donar la resposta correcta.

El exercicis de mesura amb el regle donen uns resultats entre el 75% i el 95% de respostes correctes. Com a mínim el 85% dels alumnes saben situar correctament mesures de longitud sobre un regle graduat quan les mesures es donen en centímetres. El percentatge baixa al 75% si la mesura és donada en mil·límetres.

També demostren que saben detectar i raonar errors en la presa de mesura amb regle (les respostes incorrectes no superen el 15%).

Es van mostrar poc crítics en reflexionar sobre la presa de la mesura que van prendre en la pràctica anterior. Tot i que només un alumne va realitzar correctament la mesura amb la cinta mètrica llarga, només 8 dels 19 alumnes⁷² indiquen que creuen que no van prendre la mesura correctament.

Per tant,

La majoria dels alumnes mostren destresa en l'ús del regle i del teodolit, però unes dificultats importants en l'ús de la cinta mètrica llarga.

Majoritàriament també detecten i raonen adequadament els errors de la presa de mesures amb regle.

Dels tres instruments emprats (regle, cinta mètrica i teodolit), la cinta mètrica és amb diferència l'instrument amb què mostren més dubtes, dificultats i comenten més errors.

6.5.1.b.- Pràctica 1

L'objectiu final d'aquesta primera pràctica era la realització d'un plànol a escala del pati.⁷³

En primer lloc cada alumne va haver de lliurar un croquis del pati petit; 5 dels 16 alumnes no el van lliurar.

Els alumnes van tenir molts problemes per representar en el croquis el que hem anomenat la zona de les vidrieres i que comportava la representació d'angles diferents a l'angle recte. També han tingut moltes dificultats per representar les parets immediatament anterior i posterior a aquesta zona. Dels 16 croquis lliurats 5 no van representar la paret immediatament anterior a aquesta zona i 4 la immediatament posterior.

⁷² Només s'han tingut en compte els alumnes que van realitzar les dues pràctiques.

⁷³ Els enunciats de les activitats que formen la pràctica 1 es troben a l'annex A20 i A27. Les dues anàlisis de les dades es troben en els apartats 5.2.4 i 5.4.1.

Les proporcions entre la llargada màxima i l'amplada màxima del croquis presentats pels alumnes (amb una mitjana de $\bar{x} = 1,4863$) és més propera a la proporció entre la llargada i l'amplada d'un full DIN A4 ($\sqrt{2} \approx 1'4142$) que a la proporció de les mesures reals (3'1081).

Tot i les mancances que tenien els croquis lliurats no els van millorar durant la posada en comú, limitant-se a escollir aquells croquis que van considerar millors a partir del seu aspecte general.

Després de la discussió dels croquis, els alumnes van realitzar la presa de dades al pati petit i la discussió d'una escala apropiada per a representar el pati. Totes aquestes activitats les van realitzar en grups. Respecte a aquestes activitats s'ha observat que:

Dos dels quatre grups van donar una escala correcta per elaborar el plànol després de la presa de dades.

L'anàlisi dels croquis que van lliurar després de la presa de dades mostra que alguns grups van afegir aquelles parets que els hi faltaven, però van continuar sense representar correctament la zona de les parets amb angles diferents al recte.

El grup 1 va prendre 6 de les 8 mesures correctament només amb una presa de dades. El grup 2 va prendre 7 de les 8 correctament també només amb una presa de dades. Durant la primera presa de dades el grup 3 només va mesurar correctament dues de les vuit dades. Per la seva banda el grup 4 va donar 4 mesures correctes tot i que s'han hagut d'interpretar ja que estaven donades sense unitats. Tant en el grup 3 com en el grup 4 hi ha hagut errors i/o omissions en l'ús de les unitats a l'hora d'expressar els resultats.

Cap dels dos grups van treure profit de la segona presa de dades que van realitzar per aquesta primera pràctica. Només un alumne presenta una lleugera millora però només aconsegueix 4 mesures correctes.

18 alumnes van presentar el treball corresponent a la pràctica 1 tot i que a 6 d'ells els hi falten parets o no han representat la zona on alguns dels angles a representar no eren rectes. Uns altres 9 plànols tenen problemes amb la forma que són detectables a simple vista i només 3 d'ells s'ha considerat que tenen una forma consistent sense tenir en compte la zona amb els angles no rectes esmentada anteriorment i que cap alumne va presentar correctament.

L'estudi de les proporcions dels plànols dóna una millora en els resultats respecte als croquis però no suficient per ser uns plànols correctes.

Els alumnes van ser conscients de les dificultats amb què s'anaven trobant, van ser capaços d'introduir-hi millores, però no van ser capaços de solucionar-los del tot. Cap alumne va lliurar un plànol del pati totalment correcte.

6.5.1.c.- Pràctica 2

L'objectiu final d'aquesta segona pràctica era calcular l'alçada del gimnàs de l'institut emprant la semblança⁷⁴.

Els alumnes van mostrar moltes dificultats amb aquesta pràctica des de l'inici i les posades en comú tant en petit grup com en gran grup no van ser suficients per superar els obstacles que la pràctica els presentava.

A partir de les anàlisis, s'ha constatat que els alumnes van tenir problemes per situar en el croquis del triangle rectangle l'angle pres amb el teodolit. Tres grups (els grups 1, 2 i 3) després de la presa de dades van col·locar la mesura de l'angle senyalant a la hipotenusa. Aquest va ser un dels errors que van solucionar amb revisions successives de la seva feina.

En les sessions de reflexió en grup i de la presa de dades els alumnes del grup 3 després del primer dia van ser capaços d'elaborar una estratègia per trobar l'alçada del teodolit tot i que conté errors. Malauradament aquests errors no van ser corregits durant la segona sessió. El grup 4 va superar una estratègia de resolució errònia consensuada donada durant la primera sessió tot plantejant una estratègia correcta i ben explicada durant la segona sessió. En canvi, el grup 2 va forçar fins a l'extrem l'ús del teorema de Pitàgores per resoldre la situació proposada.

19 dels 21 alumnes van lliurar la segona pràctica, però només van donar una resposta numèrica a l'alçada del gimnàs 5 dels alumnes. Cap de les respostes és correcta.

S'han detectat dificultats per part dels alumnes per recollir la informació, organitzar-la i gestionar-la.

En l'anàlisi de les resolucions lliurades pels alumnes s'han detectat els següents errors:

1.- Manca de precisió de les mesures representades, sobretot en la mesura dels angles. La successió de diverses imprecisions ha comportat l'acumulació d'errors en el resultat final.

2.- Tres alumnes han començat el vèrtex de l'angle mesurat amb el teodolit desplaçat de la paral·lela que marcava la distància del teodolit a la paret del gimnàs. Es confirma que aquest punt no ha quedat clar ja que l'error s'ha detectat en tres de les set resolucions amb paper mil·limetrat presentades.

3.- Errors en l'escala: l'alumne 3.3 anota una escala errònia. L'alumne 1.3 dibuixa una quadrícula pròpia amb quadrats de 0,4 cm de costat però hi treballa com si fos paper mil·limetrat.

4.- Errors en representar els angles. A part dels alumnes que han dibuixat els angles de manera imprecisa, hi ha hagut alumnes que s'han equivocat: per exemple l'alumne 1.3 ha dibuixat el complementari del que volia representar; l'alumne 2.1 ha dibuixat un angle de 27° enlloc dels 37° .

Tot i els resultats finals negatius hi ha aspectes a destacar:

1.- Els alumnes van pensar estratègies pròpies que tot i ser errònies demostra que els alumnes van plantejar-se d'una manera seriosa la situació a resoldre.

⁷⁴ Els enunciats de les activitats que formen la pràctica 2 es troben a l'annex A21, A22, A23 i A28. Les dues anàlisis de les dades es troben en els apartats 5.2.5 i 5.4.2.

2.- En les successives recollides de dades s'ha pogut anar observant l'evolució dels alumnes i com han anat resolent alguns dels seus errors o de les seves estratègies errònies.

3.- Tres dels quatre grups van donar unes estimacions raonables.

4.- La presa de dades va ser força exitosa:

- Els quatre grups van mesurar correctament la distància del teodolit al gimnàs.
- Els grups 1, 2 i 3 van prendre la mesura de l'angle amb el goniòmetre correctament.
- Tres dels quatre grups van fer una lectura correcta de la mesura de longitud presa. El grup 3 va cometre un error en la lectura: va mesurar 12,02 m i va anotar 12,2 m.
- En la presa de la mesura de l'angle amb el goniòmetre els grups 1, 3 i 4 van fer la lectura correcta. No s'ha trobat una interpretació sobre l'error en la lectura del grup 2 que va mesurar $34,5^\circ$ i va anotar 37° .

Els alumnes van tenir molts problemes amb la pràctica 2: només 5 alumnes van donar un resultat final a l'alçada del teodolit i cap d'ells és correcte.

6.5.1.d.- Pràctica 3

L'objectiu final d'aquesta segona pràctica era calcular l'alçada del gimnàs de l'institut ara emprant apropiadament les propietats del triangle rectangle isòsceles⁷⁵.

Tot i les dificultats que els va suposar aquesta pràctica, aquestes van ser molt menors a la segona i fins i tot que a la primera.

Van lliurar aquesta segona pràctica els mateixos 19 alumnes que l'anterior, però en aquest cas van donar una resposta final a l'alçada del gimnàs 11 dels alumnes: 10 dins de l'interval considerat correcte i només 1 amb un resultat numèric incorrecte.

A partir de l'anàlisi de les resolucions dels alumnes s'han fet les següents observacions:

- L'alumne 1.3 i l'alumne 2.1 adjunten resolucions sense dades tot i que altres companys del grup sí que les han adjuntades. Tornem a detectar que hi ha un problema d'organització de les dades entre els diferents membres dels grups.
- Es detecten mètodes de resolució molt similars entre membres del mateix grup (grup 3) però també entre membres de grups diferents: alumne 1.4, alumne 4.1 i alumne 4.2. La longitud de la dada que va prendre el grup 1 ha estat emprada en els croquis dels alumnes 4.1, 4.2, 4.3 i 4.4 enlloc d'alguna de les dues dades que aquest quart grup va prendre.
- Els alumnes han tingut molts problemes per representar amb exactitud la situació plantejada sobretot a l'hora de situar el vèrtex de l'angle mesurat amb el teodolit en relació a la distància mesura amb la cinta mètrica llarga.

⁷⁵ Els enunciats de les activitats que formen la pràctica 3 es troben a l'annex A24, A25, A26 i A29. Les dues anàlisis de les dades es troben en els apartats 5.2.6 i 5.4.3.

- S'han tornat a observar croquis amb la dada dels 45° mesurats amb el teodolit situada sobre la hipotenusa (alumne 2.4 i alumne 3.1).
- Hi ha alumnes que no han representat la situació a escala, el fet que per aquest segon mètode de resolució no fos imprescindible s'interpreta com un element determinant en la millora de resultats finals.

Els alumnes van tenir menys problemes amb la pràctica 3 que amb les dues anteriors: 11 alumnes van donar un resultat final a l'alçada del teodolit amb 10 resultats correctes i només 1 incorrecte.

6.5.1.e.- Examen del tema

En l'examen de didàctica dissenyada s'han analitzat les següents preguntes⁷⁶:

Presa de mesura amb el teodolit - Pregunta 10.

Recollim els resultats que hem trobat en l'anàlisi de la presa de la mesura amb el teodolit:

- El 52,38% dels alumnes van fer una lectura correcta de la dada que van prendre. Un 23'81% més van fer una lectura amb un marge d'error petit.
- El 38'10% dels alumnes van prendre la mesura correctament. Un 23'81% més van prendre la mesura amb un marge petit. Notem que aquests resultats empitjoren els resultats individuals obtinguts en la pràctica 3.1 de l'avaluació inicial.
- Els alumnes van obtenir millors resultats en la lectura que en la presa de la mesura.

Trobar les longituds de dos costats que manquen en dos triangles semblants donats - Pregunta 2.

Recollim els resultats que hem trobat en la seva anàlisi:

- Els resultats correctes en els apartats en què es podia treballar amb una raó de semblança entera han estat superiors a l'apartat en què no es podia fer.
- Entre les respostes incorrectes només dos dels 18 alumnes han emprat l'"Estratègia de la suma" que apuntava Hart(1981) en el seu estudi i per tant no hem trobat una utilització tan àmplia com la de l'autora en el seu estudi.
- En el darrer apartat de les nou respostes no correctes del segon costat (costat y): quatre corresponen a aplicar la raó de semblança 2 enlloc de $\frac{1}{2}$.

Calcular unes longituds a la realitat donada l'escala i la longitud en el plànol numèricament - Pregunta 3.

Recollim els resultats que hem trobat en la seva anàlisi:

- Només 6 alumnes han respost correctament els 5 apartats.

⁷⁶ L'enunciat de l'examen de la unitat es troba a l'annex A30. L'anàlisi de les dades es troba en l'apartat 5.2.7.

- 5 alumnes s'han equivocat només en un apartat, majoritàriament en el darrer en què hi havia un canvi en la unitat emprada.
- Notem que hi ha alumnes que, amb la unitat adequada, la resposta passaria a ser correcta.

Calcular l'escala a partir d'una situació – Pregunta 4a
Trobar dues longituds a partir d'una situació – Pregunta 4b

Recollim els resultats que hem trobat en la seva anàlisi:

- Només el 19'04% han estat capaços de calcular l'escala d'una situació proposada.
- Un 61'90% dels alumnes han sabut calcular les longituds demanades. Per tant, notem que un nombre important dels alumnes ha elaborat una estratègia alternativa per trobar les longituds demanades sense emprar l'escala.

Calcular la superfície d'un pis a partir del seu plànol i l'escala - Pregunta 5.

Recollim els resultats que hem trobat en la seva anàlisi:

- Només dos dels 21 alumnes donen una resposta correcta.

6.5.2.- 2a i 4a Anàlisi

A continuació adjuntem les cinc preguntes de caràcter transversal que s'han analitzat al llarg de la tesi i les respostes que s'hi han donat.

6.5.2.a.- Pregunta 1: Hi ha patró en l'ús o no ús de les unitats? Comparació entre l'ús de les unitats de longitud i amplitud d'angle.

A partir de les dades analitzades no es va trobar cap patró.

6.5.2.b.- Pregunta 2: Saben mesurar directament longituds? Saben usar la cinta mètrica llarga? Comparació amb l'ús del regle.

Hi ha una part important d'alumnes que no han sabut usar la cinta mètrica llarga: no han sabut per on havien de començar a mesurar i han inclinat la cinta en prendre la mesura. Tot i que la majoria d'aquests alumnes sí que han demostrat saber mesurar amb el regle i identificar errors que ells han comès amb la cinta mètrica quan es tractava del regle.

Per tant, notem que tot i comprovar una certa destresa en l'ús del regle tant per mesurar com per poder argumentar errors observats, aquest domini no s'extrapola a la cinta mètrica llarga. Els alumnes comenten errors tan bàsics com inclinar la cinta i no en són conscients ni quan prenen la mesura ni quan se'ls fa reflexionar al respecte.

6.5.2.c.- Pregunta 3: Reconeixen la semblança com una eina matemàtica per resoldre problemes? Utilitzen amb propietat la semblança per resoldre problemes?

La majoria dels alumnes reconeixen la semblança com una eina que han usat per resoldre la pràctica 2 i la meitat dels alumnes que han lliurat la pràctica reconeixen on han usat la semblança i relacionen la semblança amb el concepte d'escala.

6.5.2.d.- Pregunta 4: Saben estimar mesures de longitud? Relacionen l'estimació amb el resultat final donat?

Les estimacions que donen els alumnes són força apropiades i en tres dels grups són correctes i fins i tot en dos d'ells força aproximades al resultat correcte. El grup 4, a més a més, dóna un raonament per l'estimació que han realitzat.

Per altra banda no s'observa que els alumnes hagin tingut en compte aquesta estimació a l'hora de mirar amb esperit crític la resposta final donada a les pràctiques i, en aquells casos en què les respostes donades difereixen molt de l'estimació, l'alumne no ha fet cap observació ni comentari en donar la resposta en les pràctiques.

Per altra banda, dos alumnes han relacionat la probabilitat com a eina matemàtica que van usar per a realitzar l'estimació de l'alçada del gimnàs.

6.5.2.e.- Pregunta 5.- Què fan quan plantegen una estratègia de resolució errònia?

Als grups que han plantejat una estratègia errònia els ha costat superar-la o fins i tot no l'han arribat a superar. També s'ha comprovat que l'estratègia errònia pot tornar a ser usada fins i tot després d'haver escrit una estratègia correcta.

6.6.- Objectiu 6:**Analitzar les dificultats dels alumnes per assolir determinades competències relacionades amb el treball de la mesura.**

En aquest apartat només extraurem conclusions respecte a les dificultats de tres competències, aquelles en què les dificultats han estat més rellevants.

6.6.1.- CM1 – Pensar matemàticament

Comprendre i utilitzar conceptes matemàtics en contextos nous o complexos

Els alumnes han tingut moltes dificultats per emprar la semblança en les situacions que se'ls han proposat.

Ha estat significativa la diferència entre els resultats de la pràctica 2 on es proposava un mètode de resolució que requeria la utilització d'una situació a escala per resoldre-la i el mètode de la pràctica 3 on no era necessari. Cap alumne va donar una resposta final de l'alçada del gimnàs correcta i en canvi van haver-hi 10 resultats finals correctes en la pràctica 3.

Tot i que 61'90% afirmen haver emprat la semblança en la pràctica 2, tenen problemes per raonar en quin punt ho han fet.

Cap alumne dona una resposta final correcta de l'alçada del gimnàs en la pràctica 2 (on el mètode de resolució requereix de la semblança), en canvi de 10 resultats correctes en la pràctica 3 (on la semblança no és requerida).

Per tant, els alumnes són capaços de reconèixer l'ús del concepte matemàtic però no d'utilitzar-lo amb èxit.

6.6.2.- CM4 – Obtenir, interpretar i generar informació

Traduir la realitat a estructures matemàtiques en contextos complexos o molt diferents als habituals pels estudiants

Respecte a aquesta competència s'han detectat les següents dificultats:

En la pràctica 1 tots els alumnes han tingut problemes per interpretar la zona del plànol que involucrava angles no rectes i poder-la representar.

En les pràctiques 2 i 3 els alumnes han tinguts problemes per representar les mesures preses sobre els seus croquis:

- En els croquis de grup després de la presa de mesures de la pràctica 2, tres dels quatre grups van col·locar la mesura de l'angle mesurat amb el teodolit senyalant a la hipotenusa.
- En el lliurament de la pràctica 3 aquest mateix error encara l'han comès dos alumnes.

També han tingut problemes per situar el vèrtex de l'angle mesurat amb el teodolit respecte al mateix teodolit en la representació de la situació. Aquest fenomen s'ha observat en la majoria dels croquis tant de la pràctica 2 com de la pràctica 3.

Al llarg de les tres pràctiques s'ha constatat la dificultat dels alumnes per interpretar i representar les situacions que involucren angles diferents a l'angle recte.

6.6.3.- CM5 – Utilitzar les tècniques matemàtiques bàsiques

Conèixer i ser capaç d'emprar instruments en contextos i situacions diferents als introduïts i practicats.

A llarg de la unitat didàctica aquest aspecte d'aquesta competència s'ha treballat amb diferents nivells de complexitat.

En aquest apartat recollirem els resultats pels instruments de mesura més nous que s'han emprat: el teodolit i la cinta mètrica llarga:

Activitat	Percentatge dades preses correctament	Percentatge dades llegides correctament
Activitat d'avaluació inicial 3.1. Part 1. (individual)	47'06%	
Pràctica 2. Presa de mesures. (grup)	75%	75%
Examen tema 7. Pregunta 10. (individual)	38'10%	52'38%

Notem que els millors resultats amb diferència es donen en la pràctica 2 que és l'activitat que realitzen en grup. Els resultats de la pràctica inicial van ser més bons que els de la prova final de la unitat didàctica.

Els alumnes no han consolidat la utilització del teodolit al llarg de la unitat didàctica.

Respecte a la cinta mètrica llarga:

Activitat	Percentatge dades preses correctament	Percentatge dades llegides correctament
Activitat d'avaluació inicial 0.2. (individual)	11'76%	35'29%
Pràctica 1. Presa de mesures. (grup)	Lon_1: 25%	
	Lon_2: 100%	
	Lon_3: 100%	
	Lon_4: 75%	
	Lon_5: 50%	
	Lon_6: 50%	
	Lon_7: 25%	
	Lon_8: 50%	
Pràctica 2 (grup)	100%	75%

Els resultats de la primera pràctica d'avaluació inicial que els alumnes van fer de manera individual van ser del tot alarmants. Es van detectar les dificultats que s'han anat analitzant:

- Només 11'76% dels alumnes van començar a mesurar pel zero.
- Només el 35'29% dels alumnes van posar la cinta mètrica recta per mesurar.
- El 47'06% dels alumnes no donar les unitats de mesura o en va donar una d'incorrecta en expressar la resposta.

El treball en grup a la pràctica 1 tot i l'augment de la dificultat de la tasca proposada porta a una millora de resultats amb una mitjana de resultats correctes del 59'38%. Aquesta millora es consolida en les mesures preses a la pràctica 2.

Els alumnes van tenir grans dificultats en la utilització de la cinta mètrica llarga en la pràctica d'avaluació inicial. Aquestes, però, han anat disminuint al llarg de la unitat didàctica en les preses de mesures en grup de les pràctiques següents.

6.7.- Implicacions didàctiques

A partir de l'estudi que hem fet es podrien extreure una gran quantitat d'implicacions didàctiques, però per centrar el debat, en donarem només dues que són aquelles que hem considerat més importants.

6.7.1.- Implementació d'un currículum per competències

Per tal que la implementació del currículum per competències sigui real i exitosa, i com a conseqüència de les conclusions a què s'ha arribat en el segon objectiu, el primer repte a superar són les dificultats amb què es troba el professorat a l'hora de trobar activitats amb un nivell competencial alt.

En paraules de Perrenoud (1997) "No es pot esperar que un professor imagini i fabriqui per si sol, contínuament, situacions-problemes totes més apassionants i adequades que les altres" (pàg. 79) i per això demana la complicitat dels "serveis de didàctica" perquè posin a la seva disposició "idees de situacions, pistes metodològiques i materials adequats".

Per facilitar la tasca al professorat s'ha de comptar amb una gran quantitat de propostes i trobar mecanismes per fer-los-les arribar. És a dir, els departaments de didàctica, ICEs i CRPs tenen una gran tasca a fer i aquesta pot ser determinant en l'èxit de la implementació del nou currículum.

Pretendre deixar en mans de cada professor a nivell individual la creació de les diferents unitats didàctiques pot suposar un escull només superable per a professors amb un gran bagatge a les seves esquenes fet que acabaria comportant un fracàs en la implementació d'un currículum per competències perquè "si no canvia res excepte els programes [...] l'enfocament per competències serà, sinó un nou "fer volar coloms", una peripècia en la vida del sistema educatiu" (Perrenoud(1997), pàg. 95)

La principal dificultat a l'hora de dissenyar una unitat didàctica en termes de competències és trobar unes activitats adequades per a desenvolupar un treball amb un nivell competencial alt.

Per tant, la primer implicació didàctica d'aquest treball és que el professorat ha de tenir al seu abast una gran quantitat de propostes d'activitats d'ensenyament-aprenentatge i d'avaluació per, en cas de no comptar amb propostes pròpies, poder triar aquelles que més s'adiguin a les condicions del seu alumnat.

Sense posar a l'abast del professorat els recursos necessaris per portar a l'aula activitats de qualitat aquesta dificultat pot acabar esdevenint un escull insalvable i una seriosa limitació a la implementació d'un currículum per competències a les nostres aules.

6.7.2.- Avaluació d'una unitat didàctica en termes de competències

Realitzar l'avaluació d'una unitat didàctica en termes de competències de manera exclusiva a partir d'una prova final simplificada de manera excessiva tot el procés de treball de l'alumne.

Les restriccions imposades a les proves d'avaluació diagnòstica que realitzen tant el Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya⁷⁷ com l'OCDE a través del seu projecte PISA (OCDE (2003 i 2006)) no necessàriament han d'encotillar els mètodes d'avaluació de les unitats didàctiques.

L'avaluació formativa i certificativa de l'alumnat ha de contemplar mètodes d'avaluació més rics i no han restringir-se a la prova individual escrita amb temps limitat de final d'etapa com les avaluacions diagnòstiques abans esmentades.

En aquest treball hem dissenyat i implementat una unitat didàctica i els seus corresponents instruments de recollida de dades per poder fer una avaluació que involucrés tant activitats individuals com de grup i activitats tant dins com fora de l'aula. D'aquesta manera hem pogut avaluar, per exemple, l'ús d'instruments que generalment queden fora de l'avaluació com són el teodolit i la cinta mètrica llarga.

A partir de recollir dades en diferents moments de la realització per part de l'alumnat de les pràctiques complexes proposades s'ha pogut fer una anàlisi acurada de la feina realitzada per l'alumne.

Malauradament, Perrenoud (1997) ja ens advertia que "No hi ha a dia d'avui alternativa única al sistema de les proves escolars i dels exàmens de coneixements" perquè "els sistemes educatius intentaran inevitablement trobar alguna cosa tan senzilla i econòmica." (pàg. 104). La situació segons Rey et al. (2006) no havia millorat gaire ja que van qualificar de "paradoxament escassa" la quantitat de literatura existent sobre avaluació de competències si es compara amb la quantitat existent sobre el concepte de competència.

La proliferació del concepte de competència en els currículums dels diferents països ha fet que darrerament augmentin les propostes que ja no només parlen del concepte de competència sinó de "Com aprendre i ensenyar competències"(Zabala i

⁷⁷ Avaluació diagnòstica (curs 2009 - 2010) - Departament d'Educació: <http://www20.gencat.cat/portal/site/Educacio/menuitem.a735c8413184c341c65d3082b0c0e1a0/?vgnnextoid=18874bf7a60b5210VgnVCM1000008d0c1e0aRCRD&vgnnextchannel=18874bf7a60b5210VgnVCM1000008d0c1e0aRCRD&vgnnextfmt=default>

Arnau (2007)), sobre com desenvolupar la competència matemàtica (Goñi (2008)) o que proporcionin "eines per ajudar a desenvolupar la competència matemàtica" (Alsina (2010)) on es cita un document elaborat pel CREAMAT⁷⁸ anomenat "Preguntes que poden servir d'indicadors del nivell de riquesa competencial d'una activitat"⁷⁹.

També tenim propostes com les de Sol, Jiménez i Rosich(2007) que a partir de 3 dels 8 grups de competències de Niss, estableixen subcompetències i n'analitzen la feina realitzada pels alumnes dins dels Projectes Matemàtics Realistes sota la seva òptica. Els autors conclouen que "l'esquema de competències i subcompetències elaborat ens ha permès analitzar les produccions dels estudiants de forma detallada de manera que podem usar-lo com a avantsala d'un model d'avaluació competencial"(pàg. 56)

En la present tesi hem dissenyat i implementat una unitat didàctica en termes de competències. Hem establert un model d'avaluació i hem determinat el nivell de complexitat competencial de les seves activitats a partir d'un instrument propi: "Criteris per determinar el nivell competencial d'activitats". Els instruments d'avaluació dissenyats també ens han servit per analitzar les dificultats que han tingut els alumnes en realitzar la unitat didàctica i hem avaluat la unitat a partir de l'anàlisi dels seus treballs.

A partir del model establert hem estat capaços de determinar el nivell de complexitat de les competències treballades pels alumnes d'entre les set competències matemàtiques establertes en el currículum (DOGC (2007)) però el model s'ha mostrat poc útil per determinar el nivell competencial assolit pels alumnes. És a dir, no hem establert un model d'avaluació competencial.

Per tant, la segona implicació didàctica d'aquest treball és que s'ha de continuar la línia de treball començada en el camp de l'avaluació de competències on es troben a faltar propostes sobre marcs teòrics d'avaluació competencial que no es redueixin o es fonamentin en proves escrites.

⁷⁸ CREAMAT (phobos.xtec.cat/creamat) és el Centre de Recursos per a Ensenyar i Aprendre MATemàtiques del Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya. En el web s'hi pot trobar més informació.

⁷⁹ Es pot trobar a: phobos.xtec.cat/creamat

7.- Bibliografia

Abrantes, P. (2001a). Revisiting de goals and the nature of mathematics for all in the context of national curriculum. Conferència plenària al PME25. Actes del PME25. Utrech. Holanda. Juliol 2001. Vol 1, pàg. 25-40.

Abrantes, P. (2001b). Mathematical competence for all: options, implications and obstacles. Proceedings of CIEAEM 53. Verbania. Itàlia. (pàg. 38-51).

Adijage, R., i Pluvillage, F. (2007). An experiment in teaching ratio and proportion. *Educational Studies in Mathematics*, 65(2), pàg. 149-175.
doi:[10.1007/s10649-006-9049-x](https://doi.org/10.1007/s10649-006-9049-x).

Ainley, J. (1991): Is there any mathematics in measurement? En: Pimm, D i Love, E. (eds.) *Teaching and learning in school mathematics*. Hodder and Stoughton-The Open University. Londres. pàg. 69-76.

Almató, A. i altres (1986): Proposta didàctica per treballar la proporcionalitat. Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya – ICE. Barcelona.

Alsina, A. (2010): La "piràmide de la educació matemàtica". Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*. Núm. 189, pàg. 12-16.

Alsina, C i Aubanell, A (2007): Reflexions sobre el desenvolupament de les competències matemàtiques a l'educació secundària obligatòria. *Competències bàsiques 2005-2006. Anàlisi de resultats i orientacions per a la millora*. pàg. 4-11.

Bazzini, L. (1993). The teaching/learning process and assessment practice: two intertwined sides of mathematics education. In M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in mathematics education. An ICMI Study*. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 9-20.

Berini, M. (2001). Angulos, longitudes y proporcionalidad: su aplicación a la cosntrucción de una tabla de orientación y al cálculo de la latitud del lugar. X Jornada para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. Actes del X JAEM. Ponència P82. Saragossa. Espanya. Setembre 2001. Vol II, pàg. 717-726.

Berini, M. (1997). Las matemáticas y la realidad. La utilización del entorno como recurso didáctico. *Uno Revista Didáctica de las matemáticas*. Núm 12. Abril, pàg. 17-28.

Bishop, A. (1999): Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural. Paidós: Barcelona.

Bodin, A. (1993). What does to assess mean? The case of assessing mathematical knowledge. In M. Niss. (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education: An ICMI Study* (ppàg. 113-142). Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers..

Boero, P. (1986). *Insegnare matematica nella scuola di tutti*. Fabbri Editori: Milà.

- Bonals, J. (2000). El trabajo en pequeños grupos en el aula. Graó: Barcelona.
- Boulton-Lewis, G.M et al. (1996): An analysis of young children strategies and use of devices for length measurement. Journal of mathematical behaviour. núm. 15, pàg. 329-347.
- Brown, M. (1993). Assessment in mathematics education: developments in philosophy and practice in the United Kingdom. In M. Niss (Ed.), Cases of assessment in mathematics education. An ICMI Study. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 71-84.
- Callejo, M.L. (2007): Resolución de problemas realistas y el uso del sentido común. UNO, Revista didáctica de las matemáticas. Juliol 2007. Número 46, pàg. 61-71.
- Callejo, M.L. i Vila, A (2004): Matemática para aprender a pensar: El papel de las creencias sobre la resolución de problemas. Narcea: Madrid.
- Callís, J. (2002): Estimació de mesures longitudinals rectilínies i curvilínies. Procediments, recursos i estratègies. Tesi doctoral. UAB. Departament Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals. Barcelona.
- Casadevall, M. (2009): L'educació matemàtica a través del treball en contextos no matemàtics. (Memòria del treball realitzat a la llicència d'estudis)
URL: <http://phobos.xtec.es/sgfprp/resum.php?codi=1877>. (consultat 30/04/2010)
- Chamorro, C. (1996): El currículum de medida en Educación Primaria y ESO y las capacidades de los escolares. UNO, Vol 10, Barcelona. pàg. 43-62.
- Clements, M. A. (1999): Planteamiento y resolución de problemas: ¿Es relevante Polya para las matemáticas escolares del siglo XXI? Suma. Número 30, pàg. 27-36.
- Colera, J., Gaztelu, I., García, J.E., Oliveira, M.J. i García, R. (2003): Matemàtiques 4, 2n cicle ESO. Barcanova: Barcelona.
- Coll, C. (2007). Las competencias en la educación escolar: algo más que una moda y mucho menos que un remedio. Aula de Innovación Educativa. Número 161, pàg. 34-39.
URL: <http://www.ub.edu/grintie> (consultat 21/08/2008)
- Comisión Europea (2004). Competencias clave para un aprendizaje a lo largo de la vida. Un marco de referencia europeo. Bruselas. Dirección General de Educación y Cultura (Grupo de trabajo B "Competencias clave").
- Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu (2006): Proves d'avaluació de les competències bàsiques. Síntesi de resultats. Curs 2005-2006. (http://www.gencat.net/educacio/csda/actuacions/act_fin.htm)
- Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu (2006): Quaderns d'avaluació 9. Estudi Pisa 2006. Avançament de resultats. (<http://www.gencat.net/educacio/csda/publis/quaderns.htm>)
- Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu (2005): Informes d'avaluació 8. Resultats de l'alumnat de Catalunya i ítems alliberats. Informe PISA 2003 (<http://www.gencat.net/educacio/csda/publis/informes.htm>)
- Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu (2003): Relació de competències bàsiques. Generalitat de Catalunya. Barcelona.

URL:

http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Documents/ARXIUS/doc_25861756_1.pdf

(consultat 31/08/2009)

Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu (2002): Conferència Nacional d'Educació 2002-2002. Debat sobre el sistema educatiu català. Conclusions i propostes. Departament d'Ensenyament, Generalitat de Catalunya.

Departament d'Educació (2006). Pacte nacional per a l'educació. Publicacions de la Generalitat de Catalunya. Generalitat de Catalunya. Barcelona.

URL:

http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Documents/ARXIUS/doc_23762990_1.pdf

(consultat 17/09/2009)

Departament d'Ensenyament (2000): Identificació de les competències bàsiques en l'ensenyament obligatori. Generalitat de Catalunya. Barcelona.

Dekker, T. (2007): A model for constructing higher level classroom assessments. *Mathematics Teacher*, núm 101(1). (ppàg. 56-61)

de Lange, J. (1999): *Framework for Classroom Assessment in Mathematics*. Madison, WI. WCER/NCISLA

(<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6279.pdf>)

de Lange, J. (1996): Using and applying mathematics in education, en Bishop et al, *International handbook of mathematics education* (pp 49-97). Kluwer A.P. Dordrecht.

de Lange, J. et al. (1993): *Learning and Testing Mathematics in Context. The Case: Data Visualization*. Madison : National Center for Research in Mathematical Sciences Education.

DeSeCo (2005): La definición y selección de competencias clave. Resumen ejecutivo.

URL: <http://www.deseco.admin.ch/bfs/deseco/en/index/03/02.parsys.78532.downloadList.94248.DownloadFile.tmp/2005.dscexecutivesummary.sp.pdf>

(Consultat 26/08/2008)

DOGC (2007). Decret 143/2007, de 26 de juny, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria. (DOGC núm. 4915, de 29/06/2007, <https://www.gencat.net/diari/4915/07176092.htm>) (consultat 24/08/2010)

European Comision (2007): *Key competences for a lifelong learning*. European reference framework. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities

Fiol, M. L. i Fortuny, J. M. (1990): *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. (Matemáticas: cultura y aprendizaje, 20). Editorial Síntesi: Madrid.

Figueiras, L. (2003): *Historia, matemáticas y realidad. El caso de la medida en la formación inicial de futuros maestros*. Tesi doctoral. Departament de Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals. Universitat Autònoma de Barcelona.

Font, V. (2001): *Processos mentals versus competència*. *Biaix*. Número 18, pàg. 33-36.

Font, V. (2006): Problemas en un contexto cotidiano. Cuadernos de pedagogía, núm. 355, pàg. 52-54.

Freudenthal, H. (1973): Mathematics as an educational task. Reidel: Dordrecht.

Garagorri, X. (2007). Currículo basado en competencias: aproximación al estado de la cuestión. Aula de Innovación Educativa [Versión electrónica] . Núm 161.

Gavilán, P. (2009): Aprendizaje cooperativo y competencias básicas. Actas de las XIV JAEM (pendent de publicació)

Girondo, L. (2006). Competència matemàtica i pràctica educativa. Guix. Número 329, pàg. 16-23.

Girondo, L. (2005). La competència i els aprenentatges escolars: l'àrea de matemàtiques. Comunicació educativa. Número 18, pàg. 14-19
URL: <http://www.fcep.urv.cat> (Consultat 21/08/2008)

Girondo, L. (2004). La competència per ser ciutadà del segle XXI i la contribució de l'escola a la seva adquisició. Comunicació Educativa, Número 17, pàg. 4-5.
URL: <http://www.fcep.urv.cat> (Consultat 21/08/2008)

Girondo, L. (2001). Capacitats, objectius ... i ara competències!. Biaix. Número 18, pàg. 30-32.

Giménez, J.; Rosich, N.; Sol, M. (2007): Competencias y proyectos matemáticos realistas en la ESO. UNO, Revista didáctica de las matemáticas. Juliol 2007. Número 46, pàg. 43-59.

Giménez, J. (1997): Evaluación en matemáticas. Una integración de perspectivas. Síntesis. Madrid.

Goñi, J.M. (2010): ¿Cómo hacer frente a la complejidad de las competencias desde el diseño curricular? Un problema de ingeniería curricular. Aula de innovación educativa. Febrero 2010. Número 189. pàg. 6-11.

Goñi, J.M. (2008): $3^2 - 2$ ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática. Graó. Barcelona.

Graells, J. (2008): Algunes reflexions sobre competències bàsiques. Cinquena Jornada d'Ensenyament de les matemàtiques organitzada per FEEMCAT, XEIX i SCM. Barcelona.

URL:

<http://www.xtec.cat/~ilopez15/materials/competenciesbasiques/algunesreflexionsobrecompetenciesbasiques.pdf>

http://www.xtec.cat/estudis/primaria/06_curriculum_2007/reflexions_competencies.pdf

(Consultat 29/07/2009)

Gravemeijer, K., Terwel, J. (2000): Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum studies*, vol. 32, 6, pàg. 777-796
URL: <http://dx.doi.org/10.1080/00220270050167170>

Gravemeijer, K. (1997): Instructional design for reform in mathematics education in M. Beishuizen, K.P.E. Gravemeijer & E.C.D.M. van Lieshout (eds.) The Role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures. Utrecht : Freudenthal institute. (ppàg. 13-34)

Grupo Beta (1985): Proporcionalidad geométrica y ejercicios de medida. Universidad de Extremadura. Instituto de ciencias de educación. Badajoz.

Hart, K. M. (1984). Ratio: children's strategies and errors. A report of the strategies and errors in secondary mathematics. SESM researcher team. NFER-NELSON. Windsor.

Hart, K.M. (1981). Children's Understanding of Mathematics: 11 to 16. The CSMS Mathematics team. London.

Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE, 2005): PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas. Ministerio de Educación y Ciencia: Madrid.

Jimenez, J., Zaragoza, G. i Edo, M. (2009): La mirada geométrica. Actas de las XIV JAEM (pendent de publicació)

Johnson, D.W. i Johnson, R. T. (1991): Learning together and alone. Cooperative, competitive and individualistic learning. Needham Heights, Allyn and Bacon.

Johnson, D.W. i Johnson, R. T. (1990): Cooperative learning and achievement. In Sharan, S. (eds.) Cooperative learning theory and research. Praeger. New York. pàg. 23-37.

Kilpatrick, J. (1993). The chain and the arrow: From the history of mathematics assessment. In M. Niss. (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education. An ICMI Study*. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 31-46.

Kleijne, W. i Schuring, H. (1993). Assessment of examinations in the Neatherlands. In M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in mathematics education. An ICMI Study*. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 139-154.

Lajoie, S. (1992): A framework for authentic assessment in mathematics. NCRMSE Research Review, 1(1), pàg. 6-12.

Lawton, C.A. (1993): Contextual factors affecting errors in proportional reasoning. Journal for research in Mathematics Education, núm. 24. pàg. 460-466.

Leal, L.C. i Abrantes, P. (1993): Assessment in an innovative curriculum project for mathematics in grades 7-9 in Portugal. In M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in mathematics education. An ICMI Study*. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 173-182.

López, M. (2007): Matemàtiques i realitat: anàlisi de pràctiques de mesura a l'ESO. Treball de recerca (no publicat). Departament de Didàctica de les Ciències i les Matemàtiques, UAB.

Luelmo, M.J. (2001). Medir en secundaria: algo más que fórmulas. X Jornada para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. Actes del X JAEM. Ponència P83. Saragossa. Espanya. Setembre 2001. Vol II, pàg. 727-737.

Martí, E. i Solé, I. (1997). Conseguir un trabajo eficaz. Cuadernos de pedagogía, núm. 255, pàg. 59-64.

Meyer, M., Dekker, T., & Querelle, N. (2001). Context in mathematics curricula. *Mathematics teaching in the middle school*, 9, pàg. 522-527

Meirieu, P. (1996). *Frankestein pédagogue*. ESF éditeur. París.

Traducció al castellà: *Frankestein educador*. Laertes. Barcelona. Traductor: Emili Olcina.

Meirieu, P. (1990): *L'école, mode d'emploi. Des méthodes actives à la pédagogie différenciée*. París, ESF éditeur, 5^a ed.

Monereo, C i Duran, D. (2001): *Entramats. Mètodes d'aprenentatge cooperatiu i col·laboratiu*. Barcelona: Edebé.

Moreno, A.J. (2007). Desarrollo de la competencia matemática. Una estrategia de planificación. *UNO, Revista didáctica de las matemáticas*. Juliol 2007. Número 46, pàg. 33-42.

National Council of Teachers of Mathematics (2000): Principles and standards for school mathematics. Reston, Va.:NCTM. Traducció: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. *Principios y estándares para la Educación Matemática*. Sevilla (2003). Traductor: Manuel Fernández Reyes.

National Council of Teachers of Mathematics (1989): Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

- National Council of Teachers of Mathematics, (1989, cast) Traducció al castellà: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. *Principios y estándares para la Educación Matemática*. Sevilla (1991).

Niss, M. (2005). 2005). Al final, la política de verdad son números. Entrevista de Luís Amiguet - 20/05/2005. *La Contra. La Vanguardia*. Barcelona.

URL: <http://hemeroteca->

paginas.lavanguardia.es/LVE05/PUB/2005/05/20/LVG200505200761LB.pdf

(consultat 8/09/2009)

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM Project. In Gagatsis, A. i Papastavridis, S. (Eds.), 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education, pàg. 115-124. Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society. Athens, Greece.

URL:

http://www7.nationalacademies.org/mseb/Mathematical_Compencies_and_the_Learning_of_Mathematics.pdf (consultat 26/08/2009)

Niss, M. (1993). Assessment in Mathematics Education and its effects: an introduction, in Niss, M. (eds.) *Investigations into Assessment in Mathematics Education – an ICMI study*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. pàg. 1-30

Noss, R. i Hoyles, C. (1996): *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht. Kluwer.

Nunes, T;Light, P i Mason, J. (1993): Tools for thought: The measurement of length and area in *Learning and Instruction*, volum 3, pàg. 39-54.

OCDE (2006): *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy – Framework for PISA 2006*.

- OCDE (2006, cast) Traducció al castellà: Subdirección General de Cooperación Internacional del Ministerio de Educación y Ciencia (2006). *PISA 2006*. Marco

- de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura. Santillana Educación. Espanya Traductor: Borja García Bercero
- OCDE (2006, cat) Traducció al català: Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu (2007): Documents 9. Marc conceptual per a l'avaluació PISA 2006. Traductor: Montserrat Martín Enrile
URL: <http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Documents/ARXIUS/marc%20pisa%202006.pdf> (consultat 28/08/2008)
- OCDE (2003): The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. Paris: OECD.
URL: <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf> (consultat 28/08/2008)
- OCDE (2003, cast) Traducció al castellà: Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE) (2004). Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas. Traductor: Encarnación Belmonte
URL: <http://www.ince.mec.es/pub/marcoteoricopisa2003.pdf> (consultat 28/08/2008)
 - OCDE (2003, cat) Traducció al català: Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu (2005): Documents 1. Marc conceptual per a l'avaluació PISA 2003. Traductor: Carme Rei Granger
URL: <http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Documents/ARXIUS/marc%20pisa%202003.pdf> (consultat 28/08/2008)
- Perrenoud, P. (2008). Construir las competencias, ¿es darle la espalda a los saberes? Red U. Revista de Docencia Universitaria, núm. monograf. II
URL: http://www.um.es/ead/Red_U/m2/perrenoud.pdf (consultat 27/08/2009)
- Perrenoud, P. (1997). Construire des compétences dès l'école. Geneve: ESF.
- Traducció al castellà: Perrenoud (1999). Construir competencias desde la escuela. Santiago de Chile: Dolmen Ediciones. Traductor: Marcela Lorca.
- Puig, L. (2008). Sentido y elaboración del componente competencia de los modelos teóricos locales en la investigación y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. PNA, Volumen 2 (número 3), pàg. 87-107.
- Pujolàs, P. (2002): Aprender juntos alumnos diferentes. Els equips d'aprenentatge cooperatiu a l'aula. Eumo Editorial. Universitat de Vic.
- Rauch, F., Steiner, R. & Streissler, A. (2008) Kompetenzen für Bildung für Nachhaltige Entwicklung von Lehrpersonen: Entwurf für ein Rahmenkonzept. (In German) [*Competences for Education for sustainable development for teacher students: a framework concept*] In B. Bormann, & G. de Haan (Eds.), *Kompetenzen der Bildung für nachhaltige Entwicklung. Operationalisierung, Messung, Rahmenbedingungen, Befunde*. Wiesbaden: VS Verlag.
Resum traduït a l'anglès en el web de CSCS Project: www.csct-project.org/component?option=com_docman/task/doc_download/gid,39/Itemid,42/
- Rey, B. et al. (2006). Les compétences à l'école. Apprentissage et évaluation. De Boeck Université. Bruxelles.
- Rey, B. (2000). ¿Existen las competencias transversales? a Educar, número 26, pàg. 9-17.
URL: <http://www.raco.cat/index.php/Educar/article/view/20724/20564> (consultat 31/08/2009)
- Rey, B. (1996). Les compétences transversales en question. ESF: París.

Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. PNA, Volumen 1 (número 2), pàg. 47-66.

URL: <http://www.pna.es/Numeros/pdf/Rico2007La.pdf> (consultat 31/08/2009)

Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas En: *Revista de Educación*, Ministerio de Educación y Ciencia, 2006, extraordinario, pàg. 275-294.

URL: http://www.revistaeducacion.mec.es/re2006_15.htm (consultat 31/08/2009)

Rico, L. (1993). Mathematics assessment in the Spanish educational system. In M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in mathematics education. An ICMI Study*. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 9-20.

Romainville, M. (1996). L'irrésistible ascension du terme "compétence" en éducation... *Enjeux*, nº37-38, març-juny, pàg. 132-142

Romberg, T.A. (1993). How one comes to know: models and theories of the learning of mathematics. In M. Niss. (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education: An ICMI Study*. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 97-112.

Romberg, T. (1989). Evaluation: a coat of many colors. In D. Robitaille (Ed.), *Evaluation and assessment in mathematics education*. Paris: UNESCO. pàg. 3-17.

Ruthven, K. (2000). Alternativas a la evaluación con exámenes: expectativas y dificultades, en Gorgorio, N.; Deulofeu, J. i Bishop, A. (2000) (eds.). *Matemáticas y educación: retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Graó. Barcelona. pàg. 169-186.

Rychen, D.S. (2003). La naturalesa de les competències clau. Una perspectiva interdisciplinària i internacional. Alguns resultats del projecte DeSeCo de l'OCDE. *Congrés de competències bàsiques*. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Barcelona. 26-27 juny 2003.

URL:

<http://www20.gencat.cat/portal/site/Educacio/menuitem.34c76f20757540d1c65d3082b0c0e1a0/?vgnextoid=02d1f2da8c305110VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD&vgnnextchannel=02d1f2da8c305110VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD&vgnnextfmt=default>
(consultat 31/08/2009)

Sarramona, J.(2003). L'aportació de Catalunya a la identificació, gradació i avaluació de les competències bàsiques. *Congrés de competències bàsiques*. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Barcelona. 26-27 juny 2003.

URL:

<http://www20.gencat.cat/portal/site/Educacio/menuitem.34c76f20757540d1c65d3082b0c0e1a0/?vgnextoid=02d1f2da8c305110VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD&vgnnextchannel=02d1f2da8c305110VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD&vgnnextfmt=default>
(consultat 31/08/2009)

Sarramona, J., Pintó, C. (2000). Identificació de les competències bàsiques en l'ensenyament obligatori a Educar, número 26, pàg. 101-125.

URL: <http://www.raco.cat/index.php/Educar/article/view/20730/20570>

(consultat 31/08/2009)

Segovia, I., Rico, L. (1996): *La estimación en medida*. UNO, Vol 10, Barcelona. (pàg. 29-42)

Shaw, M. (1989). *Dinámica de grupo: psicología de la conducta de los pequeños grupos*. Barcelona. Herder.

Shleicher, A. (2003). L'avaluació de les competències de l'alumnat. PISA 2000: Dades sobre la qualitat i l'equitat del rendiment educatiu. Congrés de competències bàsiques. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Barcelona. 26-27 juny 2003.

URL:

<http://www20.gencat.cat/portal/site/Educacio/menuitem.34c76f20757540d1c65d3082b0c0e1a0/?vgnextoid=02d1f2da8c305110VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD&vgnxtchannel=02d1f2da8c305110VgnVCM1000000b0c1e0aRCRD&vgnextfmt=default>
(consultat 31/08/2009)

Short, E. (1985). The concept of competence: its use and misuse in education. *Journal of Teacher Education*. March/April. pàg. 2-6.

Silver, E. A i Lane, S. (1993). Assessment in the context of mathematics instruction reform: the design of assessment in the QUASAR Project. In M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in mathematics education. An ICMI Study*. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 59-70.

Sol, M. (2008): Anàlisi de les competències i habilitats en el treball de projectes matemàtics amb alumnes de 12-16 anys a una aula heterogènia. Tesi doctoral. Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica. Universitat de Barcelona.

Sol, M.; Giménez, J. i Rosich, N. (2007): Competencias y proyectos matemáticos realistas en la ESO. *Uno*, núm 46, pàg. 43-60.

Solar, H. (2009): Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado en un estudio de caso. Tesi doctoral. Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica. Universitat de Barcelona.

Stephens, M. i Money, R. (1993). New developments in senior secondary assessment in Australia. In M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in mathematics education. An ICMI Study*. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 155-172.

Swan, M. (1993). Improving the design and balance of mathematical assessment. In M. Niss. (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education. An ICMI Study*. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 195-216.

Torra i Burgués (2001). Competències bàsiques a 10 anys de la LOGSE. *Biaix*. Juny 2001. Número 18, pàg. 4-8.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2005): The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the learning of mathematics*. Número 25(2), pàg. 2-9.

Vila, A. (2001). Resolució de problemes de matemàtiques: identificació, origen i formació dels sistemes de creences en l'alumnat. Alguns efectes sobre l'abordatge de problemes. Tesi doctoral. Departament de Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals. Universitat Autònoma de Barcelona.

Vilella, X. (2010): Enriquiment competencial de tasques matemàtiques. *Biaix*. Abril 2010. Número 28-29, pàg. 18-31.

Webb, N.L. (1993). Visualizing a theory of the assessment of students' knowledge of mathematics. In M. Niss (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education*. An ICMI Study. Dordrecht, The Neatherlands: Kluwer Academic Publishers. pàg. 253-264.

Zabala, A. i Arnau, L. (2007): 11 ideas clave. Como aprender y enseñar competencias. Barcelona. Editorial Graó.

7.1.- Recursos web:

CREAMAT (Centre de recursos per ensenyar i aprendre matemàtiques)
URL: <http://phobos.xtec.cat/creammat/joomla/> (consultat 24/08/2010)

DOCG (Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya)
URL: <http://www20.gencat.cat/portal/site/DOGC> (consultat 24/08/2010)

Institut Freudenthal. URL: <http://www.fi.uu.nl/en/> (consultat 24/08/2010)

OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development).
URL: <http://www.oecd.org/home/> (consultat 24/08/2010)

Projecte PISA (Programme for International Student Assessment).
URL: www.pisa.oecd.org. (consultat 24/08/2010)

8.- Annex