

Revoicing. **Estudio de discursos de profesores en clase de matemáticas**

Anexos

Kaouthar Boukafri i Itahriouan

Tesis doctoral dirigida por Núria Planas i Raig

Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals

Universitat Autònoma de Barcelona

Bellaterra, septiembre de 2017

kaouthar.boukafri@uab.cat

Índice

Índice	I
A Resolución de las tareas	1
A.1. Tarea 1: La araña y la mosca	1
A.2. Tarea 2: Empaquetando vasos	5
B Instrumento Horizontal	9
B.1. Instrumento Horizontal aplicado en T1 de PA	11
B.2. Instrumento Horizontal aplicado en T1 de PB	19
B.3. Instrumento Horizontal aplicado en T2 de PA	29
B.4. Instrumento Horizontal aplicado en T2 de PB	41
C Instrumento Vertical	61
C.1. Instrumento Vertical aplicado en T1 de PA	63
C.2. Instrumento Vertical aplicado en T1 de PB	67
C.3. Instrumento Vertical aplicado en T2 de PA	71
C.4. Instrumento Vertical aplicado en T2 de PB	77
D Instrumento Turnos origen	85
D.1. Instrumento Turnos origen aplicado en T1 de PA	87
D.2. Instrumento Turnos origen aplicado en T1 de PB	89
D.3. Instrumento Turnos origen aplicado en T2 de PA	93
D.4. Instrumento Turnos origen aplicado en T2 de PB	97

E Instrumento Conectividad	103
E.1. Instrumento Conectividad aplicado en T1 de PA	105
E.2. Instrumento Conectividad aplicado en T1 de PB	106
E.3. Instrumento Conectividad aplicado en T2 de PA	107
E.4. Instrumento Conectividad aplicado en T2 de PB	108

Resolución de las tareas



A.1. Tarea 1: La araña y la mosca

Una araña está situada en medio de una de las paredes más pequeñas de mi salón y una mosca está en la ventana de la pared opuesta, 1.5 m por encima del suelo y 0.5 m de la pared adyacente (pared con cuadros).

La sala mide 5 m de largo, 4 m de ancho y 2.5 m de alto.

¿Cuál es el camino más corto que la araña deberá recorrer para cazar a la mosca?

Suponed que la araña no utiliza telarañas para desplazarse, lo hace caminado por las paredes.

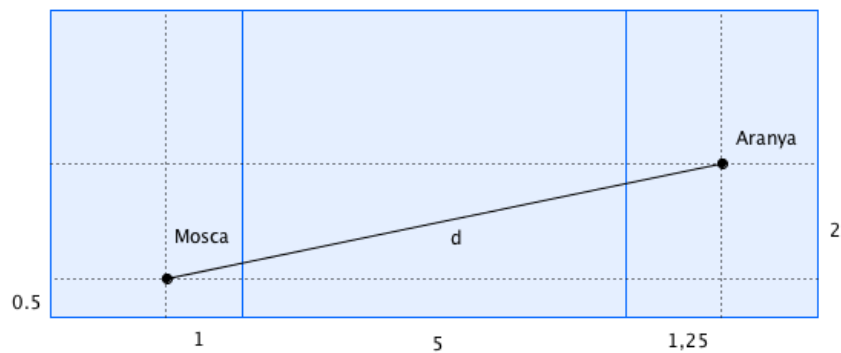
Hi ha 4 candidats a ser el camí més curt des de l'aranya fins la mosca: pel sostre, pel terra i per les dues parets. Tenint en compte que estan a altures diferents, és clar que la trajectòria no podrà estar formada per segments paral·lels a les arestes de l'habitació, sinó que haurà de ser oblíqua. Podem fer el càlcul en cada cas, usant el teorema de Pitàgores.

Abans, però, notem que en qualsevol trajectòria possible passarem per: la paret on hi ha inicialment l'aranya, la paret on hi ha inicialment la mosca, i una de les 4

parets restants: sostre, terra o les altres dues parets laterals, és a dir, per 3 parets. Així podem visualitzar la nostra trajectòria desplegant sobre un pla 3 costats del paral·lelogram que és l'habitació.

Els quatre casos són molt similars.

1. En el cas de la trajectòria pel sostre, podem pintar la trajectòria en un pla on la x sigui la distància en horitzontal en l'habitació, al llarg del sostre i parets, i la y sigui la distància mesurada des de la paret del fons en el dibuix, perpendicularment a aquest. Obtenim el següent esquema:



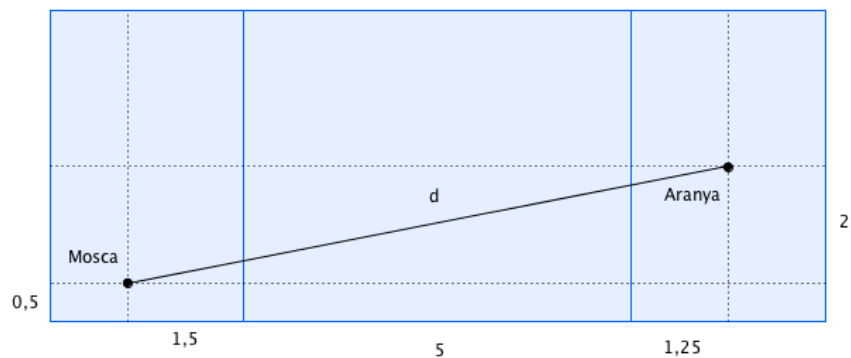
La distància que hem de calcular en aquest cas surt del teorema de Pitàgores sobre el triangle rectangle d'hipotenusa d ,

$$d^2 = (1 + 5 + 1,25)^2 + (2 - 0,5)^2,$$

per tant

$$d = 7,404 \text{ m.}$$

2. Per la trajectòria pel terra, l'esquema següent mostra el càlcul a efectuar (que obtenim de forma similar al de dalt),



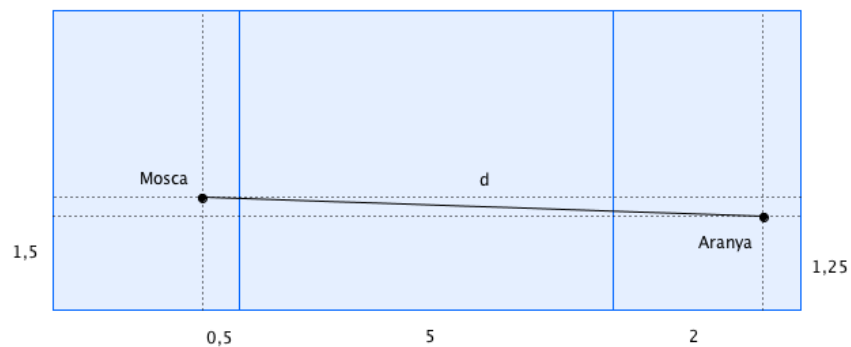
i aquí

$$d^2 = (1,5 + 5 + 1,25)^2 + (1,5)^2,$$

per tant

$$d = 7,8938 \text{ m.}$$

3. En el cas de la paret, només cal calcular la distància de la trajectòria corresponent a la del fons en l'esquema de l'enunciat, atès que la mosca està més aprop d'aquesta que de l'altra. De manera similar obtenim l'esquema següent,



on ara la distància a calcular satisfà

$$d^2 = (5 + 2 + 0,5)^2 + 0,25^2,$$

per tant $d = 7,504 \text{ m.}$

Veiem, doncs, que la distància més curta és la corresponent a anar pel sostre.

Ampliació: Si la mosca se situa en qualsevol punt entre la posició inicial i el terra, hi ha algun punt d'aquests on sigui millor que l'aranya canviï la seva ruta (respecte la ruta que has triat en l'apartat anterior)? Justifica la teva resposta.

Aquí se'ns pregunta si, en modificar verticalment i cap a baix la posició de la mosca, la trajectòria pel sostre continua essent la més ràpida.

En primer lloc, cal dir que el fet que, en la situació anterior, la mosca estés a 1m del sostre feia que la trajectòria pel sostre fos la més curta. Ara, és clar que si aquesta està a 1.25m del sostre (i del terra), la distància serà la mateixa pel sostre i pel terra, i en cas que l'altura sigui, comptada des del terra, menor a 1.25m, la trajectòria pel terra serà la més curta. Ara, les solucions per les parets poden ser més curtes que les solucions del sostre i del terra en altures intermitges. Es dóna aquest cas?

Anomenem h la altura de la mosca, comptada des del terra. La distància a recórrer per la paret d_p del fons en el dibuix inicial (que és la més curta d'entre les dues) té la següent expressió (que s'obté de forma similar a la de dalt)

$$d_p^2 = 7,5^2 + (h - 1,25)^2$$

mentre que les distàncies pel sostre d_s i terra d_t són

$$d_s^2 = (8,75 - h)^2 + 1,5^2, \quad d_t^2 = (6,25 + h)^2 + 1,5^2$$

Si comparem les distàncies pel sostre i la paret ($h > 1,25$),

$$\begin{aligned} d_s^2 &\leq d_p^2 \\ (8,75 - h)^2 + 1,5^2 &\leq 7,5^2 + (h - 1,25)^2 \\ h &\leq \frac{7,5^2 + 1,25^2 - 8,75^2 - 1,5^2}{15} = 1,4 \text{ m} \end{aligned}$$

Per tant, és més ràpid anar pel sostre sempre que $h > 1,4\text{m}$, si $h = 1,4\text{m}$ és igual de ràpid anar pel sostre que per la paret, i és més ràpid per la paret si $1,25 < h < 1,4\text{m}$. Similarment, comparant d_t amb d_p per $h < 1,25\text{m}$, trobarem que per $1,25 > h > 1,1\text{m}$ és més ràpid per la paret, per $h = 1,1$ és igual de ràpid per la paret i pel terra i per $h < 1,1$, la trajectòria pel terra és la més curta.

A.2. Tarea 2: Empaquetando vasos

Disponemos de 12 vasos. Cada vaso mide 92 mm de altura y 74 mm de diámetro del borde por donde se bebe. Queremos construir una caja lo más económica posible que contenga los 12 vasos.

Además, queremos que:

- La base de la caja sea rectangular.
- Los vasos estén mirando hacia arriba en la caja.
- Los vasos no estén situados uno dentro de otro.

Con las restricciones anteriores, ¿qué hace falta minimizar para construir la caja más económica posible? Razona tu respuesta.

Anomenem d el diàmetre dels gots, i h la seva altura. Tenim 3 opcions per a fer la caixa:

1. Posant les 12 en una mateixa fila,
2. disposant-les en 2 files de 6 gots, i
3. disposant-les en 3 files de 4 gots.

Solucions analítiques: Calculem l'àrea en cada un dels 4 casos.

1. Si disposem els 12 gots en fila en un paral·lelogram, L'àrea de cartró que necessitarem serà

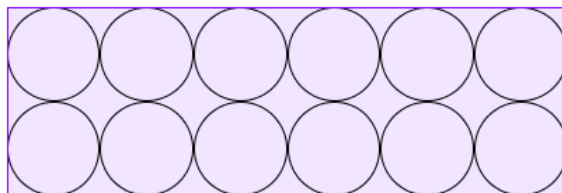


$$\text{Àrea total} = 2 \times \text{Àrea base} + 2 \times \text{Àrea cosat llarg} + 2 \times \text{Àrea cosat curt}.$$

Es pot veure fàcilment que, com que els gots són tangents entre elles i als costats del paral·lelogram, l'àrea total serà:

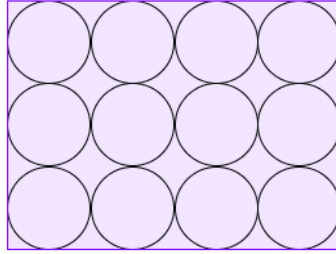
$$\text{Àrea total} = 2 \times (12d^2 + 12dh + dh) = 2 \times (12d^2 + 13dh) = 24d^2 + 26dh.$$

2. Si les disposem en un paral·lelogram en dues files de 6 gots, l'àrea de cartró que necessitem té la mateixa expressió que en el cas anterior, i en termes de d i h s'escriu



$$\text{Àrea total} = 2 \times (12d^2 + 6dh + 2dh) = 2 \times (12d^2 + 8dh) = 24d^2 + 16dh.$$

3. Finalment, en un paral·lelogram en tres files de 4 gots, l'àrea de cartró que necessitem torna a tenir la mateixa expressió que en primer cas, i en termes de d i h s'escriu



$$\text{Àrea total} = 2 \times (12d^2 + 4dh + 3dh) = 2 \times (12d^2 + 7dh) = 24d^2 + 14dh.$$

Amb el càlcul analític ja es veu que la solució que minimitza l'àrea és la de la caixa 4×3 .

Solucions numèriques: Aquí usarem els valors $d = 74\text{mm}$ i $h = 92\text{mm}$.

1. Àrea total=308432 mm².
2. Àrea total=240352 mm².
3. Àrea total=226736mm².




Per tant, la caixa que dóna una àrea mínima d'entre les proposades és aquella en què els gots estan disposats en 3 files de 4 gots, tal i com es mostra a la següent figura.




Instrumento Horizontal

**B**

El instrumento Horizontal muestra qué contenido matemático se re-expresa y cómo mediante revoicing. Consiste en una tabla con cuatro columnas. En la primera columna se enumeran los turnos transcritos y se señalan aquellos con revoicing (verde). En la segunda columna figura la transcripción multimodal con los turnos de origen (cursiva) de aquellos con revoicing (verde). Así se marcan parejas de turnos de origen y turnos con revoicing. Identificamos *auto-revoicing* (asterisco) cuando la misma persona comunica los turnos con revoicing y los de origen. La tercera columna donde se indican las formas lingüísticas. En un mismo turno con revoicing se puede identificar más de una forma lingüística. Finalmente, en la cuarta columna se indican las funciones discursivas del turno con revoicing (entre paréntesis).

B.1. Instrumento Horizontal aplicado en T1 de PA

#	TRANSCRIPCIÓN	FORMA LINGÜÍSTICA	FUNCIÓN DISCURSIVA
1	<p>PA: A veure, anem a començar. No direm la solució final sinó que anem a començar per les primeres idees que us han sortit. Quan us heu hagut de trobar amb el problema aquest... Primer situem la mosca i l'aranya amb els gomets. Tothom els ha sabut situar més o menys? Alguns ho heu fet exacte, fent proporcionalitats, i alguns ho heu fet una mica a ull... està a la meitat, l'heu posat a ull. Sí o no? Sí? Un cop teníeu, les teníeu posades, quina ha sigut la primera intuïció que us ha sortit? A veure, Sara.</p> <p>Sara: Nosaltres volíem <i>que pugés u vint-i-cinc, després cinc metres de llarg i després un metre per arribar a la mosca.</i></p>		
3	<p>PA: A veure, pujar, què vols dir? que la mosca puja u vint-i-cinc... no que l'aranya puja u vint-i-cinc, llavors camina cinc pel sostre i...</p> 	REFRASEAR ₂	Examinar propuesas (concatenación de dos movimientos de un camino)
4	<p>Sara: <i>Baixa un metre per agifar a la mosca.</i></p>		
5	<p>PA: La Sara el què ha dit, hi ha una cosa que a mi no em quadra. I és que si l'aranya està aquí i puja, i després camina cinc metres, es fica aquí al sostre i camina cinc metres, ara em queda aquí, si ara jo baixo vaig com al mig d'aquesta cara. Però mira on està el gomet. <i>Aquí et falta encara baixar i llavors anar cap al gomet. Ho entens o no?</i></p> 	RELATAR _{2,4}	Problematizar propuestas (no coincidencia entre punto final del camino y coordenadas de mosca)
6	<p>Sara: Sí...</p>		
7	<p>PA: Bé, això és una primera intuïció, però després veieu que s'ha de millorar. Per exemple, Cris, vosaltres com ho havíeu fet, la millora?</p>		
8	<p>Cris: <i>Hem fet dos metres en línia recta, llavors, havíem fet com en diagonal i després...</i></p>		
9	<p>PA: A veure, pintem-ho. [i] A veure, la Sara el que havia fet era: Pujava l'aranya fins aquí. Aquest punt va a parar aquí. Tothom veu que això enganya? Apareix aquí, camina cinc metres. Apareix aquí i baixa un metre [ii] i després encara ha d'anar cap aquí. [iii] Elles diuen: Fan que l'aranya vagi recte i aquí també vagi recte i aquí en</p> 	RELATAR _{2,4} RELATAR* ₅ RELATAR ₈	Comparar propuestas (movimientos horizontales y verticales - movimientos oblicuos)

	comptes de fer escaleta vaig en diagonal. [iv] Llavors feien una diagonal aquí. Però aquest tros el deixaven recte i aquest tros el deixaven recte i lo que feien diagonal era aquest.		REFRASEAR ₈	Enfatitzar idees (moviment oblicuo respecto a los ejes)
10	Maria: Però el millor és fer una diagonal des de l'aranya fins la mosca.		REPETIR ₁₀ REFRASEAR ₁₀	Examinar propuesas (movimiento único oblicuo)
11	PA: [i] Fer una diagonal [ii] tota ella. Per tant, des d'aquest punt fins aquest punt anar en diagonal directe. Sense fer aquí recte ni recte. Anar directament en diagonal. Això ens sortirà més curt?		REFRASEAR ₁₀ REFRASEAR _{8,*9}	Comparar propuesas (movimientos horizontales y oblicuo – movimiento único oblicuo)
12	Alumnes: Sí.		AMPLIAR ₁₄	Formalitzar conceptos (distancia entre dos puntos del plano)
13	PA: Val, de moment de les opcions que estem donant aquesta és la millor. Com ho sabem això de que aquesta serà més curt que fer recte, baixar i recte?		REFRASEAR ₁₆	Identificar propuesas (movimientos por otras caras de un ortoedro orientado: techo)
14	Albert: Perquè hi vas recte.		REFRASEAR _{14,*15}	Enfatitzar idees
15	PA: Sempre la distància més curta entre dos punts és la que és recta. A veure, Albert, què proposes.			
16	Albert: Nosaltres també ho hem fet anant per dalt. Pel sostre.			
17	PA: Què vol dir anant pel sostre?			
18	Albert: Anar en diagonal passant pel sostre. Passant pel sostre anar en diagonal fins la mosca.			
19	PA: A veure, enteneu el que està dient l'Albert? A veure, si jo he desplegat això, m'ha quedat d'aquesta manera. Tots els que heu desplegat la capsa, penso que us ha anat millor per poder imaginar com l'aranya va en diagonal per arribar a la mosca. Perquè si la veus plegada és quan intentes anar recte cap a l'aresta i recte i recte. [i] Però un cop la teniu desplegada o sigui passar pel sostre és [ii] fer algo tipus		RELATAR ₁₆ AMPLIAR ₁₆	Examinar propuesas (movimientos curvilíneos)
			REFRASEAR _{14,*15}	Enfatitzar idees

	així. [iii] No hem quedat que lo més curt entre dos punts és anar en línia recta?		(camino óptimo: línea recta)
20	Albert: <i>Si tu retalles els costats i les poses per dalt, com s'enganxarien...</i>		
21	PA: A veure... ho teniu fet?		
22	Cris y Alma: Sí.		
23	PA: Mireu això, quina diferència hi ha entre aquesta habitació i aquesta? Clara?		
24	Clara: És la mateixa només que les parets s'han ajuntat de maneres diferents.		
25	PA: Però llavors si tornem a plegar-les, aquesta habitació serà la mateixa que aquesta?		
26	Alumnes: Sí.		
27	PA: I què són llavors això?		
28	Josep: Semblants.		
29	Albert: <i>Iguals.</i>		
30	PA: Bueno, sí, són habitacions iguals, però llavors són dos què, diferents... ho vam fer l'altre dia.		Solicitar expresiones (desarrollos del ortoedro)
31	Poli: <i>Dos hexaminós diferents.</i>		REPETIR ²⁹
32	PA: [i] Dos hexaminós diferents, és a dir, [ii] dos desplegaments del cub diferents. [iii] Hem desplegat de dues maneres diferents. [iv] Aquí hem desplegat així, veieu on hem posat les pestanyes? I aquí és com si haguéssim desplegat d'una altra manera. Val. Llavors, clar què passa? Que anar d'aquí a aquí recte vol dir que vas per la paret dels quadres i us ha sortit, ara mireu com ho calculem, uns metres que cal recórrer. [v] Ara podríem fer l'opció d'anar pel sostre, per tant, m'interessa enganxar-me les parets al costat del sostre per poder anar-hi en línia recta. Val?		REPETIR ³¹ REFRASEAR ³¹ REFRASEAR ³¹ AMPLIAR ³¹ RELATAR ²⁰
33	Algunos alumnos: Sí.		Conectar conceptos (hexaminós y ortoedro) Examinar propuestas (correspondencia entre movimientos y desarrollo óptimo)

34	<p>PA: <i>Quines opcions més tindria?</i> I aquí em donaria una altra mida. Ara la calcularem. <i>Quines opcions més tindria?</i></p>	REPETIR* ₃₄	Solicitar propostes (ampliació de camins solució)
35	<p>Albert: També podríem <i>anar pel terra</i>, però com que la mosca està més amunt, ja veus que anant pel sostre serà més curt que anant pel terra...</p>		
36	<p>PA: Per anar pel terra, aquestes dues parets on les hauria de cosir?</p>	REPETIR ₃₅	Identificar propostes (moviments per altres cares de un ortoedro orientado: suelo)
37	<p>Albert: <i>A baix.</i></p>		
38	<p>PA: És a dir, les hauria de posar aquí i fer-ho, però...</p>	AMPLIAR ₃₇	Puntualitzar dats (orientación de caras de mosca y araña)
39	<p>Albert: <i>Com que està més amunt no cal.</i></p>		
40	<p>PA: Val. I llavors hi havia una altra opció?</p>	REFRASEAR* ₃₄	Solicitar propostes (ampliació de camins solució)
41	<p>Clara: I l'altre costat?</p>		
42	<p>Albert: Bueno, l'altre costat que no té els quadres, però és el mateix, perquè com que <i>està més a prop dels quadres no cal fer-ho.</i></p>		
43	<p>PA: Esta més a prop d'ell i ja. <i>Per tant, el dubte ara el tenim entre anar per la paret dels quadres o entre anar pel sostre.</i></p>	REFRASEAR ₄₂	Proporcionar arguments (posició de la mosca)
44	<p>Albert: Sí.</p>		
45	<p>PA: Anem a calcular-ho bé, perquè hi ha molta gent que no ho ha escrit. Acostumen-vos a escriure bé els càlculs perquè si no després... <i>Fem primer anant per la paret dels quadres. D'acord?</i> A veure, si tenim. Tenim això, la paret dels quadres. <i>Que quant mesurava d'ample? cinc, no?</i></p>	AMPLIAR* ₄₅	Ejecutar propostes (cálculo de la distancia por una cara de un ortoedro orientado: pared con cuadros)
46	<p>Albert: <i>Cinc.</i></p>		

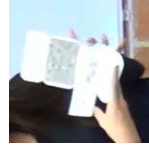
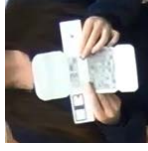
47	PA: Cinc metres. I ara aquí tenim una aranya.		REPETIR ₄₅	Enfatitzar dades (longituds de la tasca)
48	Albert: Estava a la meitat.			
49	PA: Que estava a quant?			
50	Albert y Carles: A dos de la paret dels quadres.			
51	PA: A dos mestres. I aquí tenim una mosca que estava?		REPETIR ₅₀	Enfatitzar dades (interpretació de les longituds de la tasca)
52	Albert y altres: A zero coma cinc.			
53	PA: A zero coma cinc. Val, si jo faig la diagonal aquesta, recordeu com calcular-la? Val, em queda aquí que això és la diagonal de què?		REPETIR ₅₂	Enfatitzar dades (interpretació de les longituds de la tasca)
54	Jana: D'un triangle rectangle.			
55	PA: [i] D'un triangle rectangle. [ii] D'un triangle rectangle així. On aquesta altura exactament quant mesura?		REPETIR ₅₄ AMPLIAR ₅₄	Enfatitzar idees (triangle rectangle cuya hipotenusa da la longitud del camino)
56	Alumnes: Zero vint-i-cinc.			
57	PA: Zero vint-i-cinc. Tothom?		REPETIR ₅₆	Enfatitzar dades (interpretació de la longitud de una altura del triangle rectangle)
58	Algunos alumnos: Sí.			
59	PA: I la base?			
60	Albert: Set coma cinc.			
61	PA: Set coma cinc. D'on surt aquest Set coma cinc?		REPETIR ₆₀	Enfatitzar dades (interpretació de la longitud de una

62	<p>Alumnes: <i>Cinc més dos...</i></p> <p>PA: El [i] cinc més dos [ii] més zero coma cinc. Si ara fem això, vosaltres la diagonal aquesta és la hipotenusa que diem sempre, no? Per tant, vosaltres voleu buscar amb Pitàgoras. [...] Val, si la mosca anés per la paret de quadres, [iii] caminant com hem dit en diagonal, hauria de fer set com a cinquanta metres. Val? Que és molt menys que el que havíeu dit ja [iv] d'anar recte, anar en diagonal i després recte, eh? Però ara ho hem de comparar amb anar pel sostre. Digueu, Alma.</p>		<p>base del triangle rectangle)</p> <p>REPETIR⁶² AMPLIAR⁶²</p> <p>Obtener resultados (longitud de una base del triangle rectangle)</p>
63			<p>RELATAR^{10,*11} RELATAR^{8,*9}</p> <p>Obtener resultados (longitud de un camino candidato a solución con el Teorema de Pitágoras)</p>
64	<p>Alma: Bueno, que anant pel sostre ens ha donat que és <i>menys</i>.</p>		<p>Ejecutar propuestas</p>
65	<p>PA: [i] <i>Menys</i>. Ara ho veurem. Jo crec que sí, perquè a vosaltres també [ii] us ha donat menys... A veure, Mireia, digues.</p>		<p>REPETIR⁶⁴ REFRASEAR⁶⁴</p> <p>(cálculo de la longitud del camino por una cara de un ortoedro orientado: techo)</p>
66	<p>Mireia: Per què és zero coma vint-i-cinc?</p> <p>PA: A veure qui li explica? A veure Albert [...]. Val, ara anem a l'altra. Imaginem que aquí tenim el sostre. Quant mesura el sostre d'ample? [...] Per tant, de les dues opcions que tenim com a candidates. <i>Ens ha sortit que farà set coma cinc, set coma quatre zero tres si anem per la paret dels quadres o set coma quatre zero tres si anem pel sostre</i>. Per tant, amb quina ens quedem?</p>		<p>RELATAR⁶³</p> <p>Comparar propuestas (comparación de longitudes: por pared con cuadros - techo)</p>
68	<p>Josep y otros: <i>Pel sostre</i>.</p>		<p>Validar propuestas (menor longitud)</p>
69	<p>PA: Anant [i] pel sostre. [ii] I les altres dues, serien altres opcions a tenir en compte però ja heu raonat geomètricament que seran pitjors, per tant, ja no fa falta calcular-les. Val. [iii] Però dintre de les dues millors heu triat fent tots els càlculs. Sí, tothom?</p>		<p>RELATAR^{69,42,*43}</p> <p>Proporcionar argumentos (posición de mosca)</p>

		RELATAR ^{*67}	Proporcionar arguments (medida de caminos)
70	Alumnos: Sí. PA: Tothom ha vist la importància de què no només veure que en [i] línia recta és el millor si no que després donar-te compte de què [ii] tens diferents desplegaments del cub que et poden anar a través del sostre, de les parets... M'interessaria fer-me un desplegament així? Perquè aquest vam dir que era un possible desplegament.. Alumnos: No. PA: M'interessaria fer-me un desplegament així? Jo d'aquí a aquí també podria anar en línia recta.. Alumnos: Sí.		
71		RELATAR _{14,*15} RELATAR _{20,*32}	Enfatitzar idees (diferents desenvolups de un ortoedro)
72			
73			
74			
75	PA: Però sempre em quedaria més llarga. Amb aquesta què combinaria?		
76	Albert: <i>Passaries per la paret i pel sostre...</i>		
77	PA: Estaria fent, una mica de la paret de la finestra, com sempre, una mica de la paret dels quadres, una mica de sostre i després una mica de l'altre. Aquesta opció encara m'aniria pitjor. I aquest desplegament? 	AMPLIAR ₇₆	Identificar propuesas (movimients por más de tres caras de ortoedro orientado)
78	Alumnos: <i>Pitjor.</i>		
79	PA: Encara [i] pitjor. [ii] O sigui, de tots els desplegaments primer el que haves de veure és que el que et va millor és posar-se les dues oposades sempre, o aquí dalt, o aquí, o aquí. I llavors ja triem. Però així escalonada segur que no. Val. Sí, tothom?	REPETIR ₇₈ AMPLIAR _{76,78}	Enfatitzar ideas (camino por menor número de caras) Enfatitzar ideas (adecuación de desarrollos en relación a la tarea)

B.2. Instrumento Horizontal aplicado en T1 de PB

#	TRANSCRIPCIÓ	FORMA LINGÜÍSTICA	FUNCIÓ DISCURSIVA
1	PB: Val, anem a explicar. A veure, Emilia! Quina... com has desmuntat la capsa?		
2	Emilia: Bueno, así.		
3	PB: Así, vale? Vale. I què dieu? Explica'm, què heu trobat?	REPETIR ₂	Identificar propuestes (determinación de un desarrollo)
4	Emilia: Hem trobat la distància d'aquí a dintre..		
5	PB: Quin camí, a veure. Quin és el primer camí que feu?		
6	Emilia: El primer era... aquest d'arriba, así per..		
7	PB: I a més per a on? Però per la paret de quadros, per el sostre, per el pis, o per l'altra paret...?		
8	Emilia: <i>Pel sostre.</i>		
9	PB: <i>Pel sostre!</i>	REPETIR _s	Identificar propuestes (ubicación caras de un ortoedro orientado: techo)
10	Emilia: Sí.		
11	PB: O sigui, per aquí. Què feia l'aranya, doncs?	AMPLIAR _{s,*9}	Examinar propuestes (movimientos por una cara de un ortoedro orientado: techo)
12	Emilia: Pues... he buscat la longitud fins al punt de la mosca. I després la distància del punt d'això hasta la mosca, i després he fet Pitàgores.		
13	PB: Vale, vale, enteneu lo que diu?		
14	Alguns alumnes: Sí.		
15	PB: Què ha dit? Què ha dit Mei, digue'm?		
16	Mei: Ha agafat el camí recte des de l'aranya hasta la mosca. Después ha calculat...		



17	<p>PB: El camí recte des de l'aranya hasta la mosca? O sigui baixo per aquí?</p> 	REPETIR ₁₆	Enfatizar ideas (movimiento único y rectilíneo)
18	Mei: No, no. <i>Hasta el cuadro.</i>		
19	PB: Hasta el cuadro...	REPETIR ₁₈	Problematizar propuestas (ubicación de punto final)
20	Mei: Es que el mío está cortado.		
21	PB: Pues por eso, explícalo. Vamos, vamos a ver, si lo hubiéramos desmontado así, en éste... en éste dibujo, en este 'desmonte' de habitación... Potser és més fàcil potser explicar-ho com ho ha dit l'Emilia? Podria ser més fàcil, no? Perquè aquest és el sostre... i Emilia ha dit que el primer camí que elles han pensat és que caminava pel sostre. Sí? Llavors, surts un segon i me dius el camí que havia fet, el primer, la mosca, què has pensat? Vinga. No el guixem. Un llapis? Vale, vinga.	RELATAR ₈	Examinar propuesas (movimientos por una cara de un ortoedro orientado: techo)
22	Emilia: D'aquí fins aquí, d'aquí fins aquí i d'aquí fins aquí.		
23	PB: Ah, vale. Ja està. Llavors, ja està. Algun dubte?		
24	Manuel: Viste? Nosotros hemos hecho lo mismo pero en la otra.		
25	PB: Clar, perquè està així. Està així desmuntada. Resultarà que no ens hi veiem, eh? Costava molt. Costava molt, sí? Qiu vosaltres com... què heu fet?	AMPLIAR ₂₅	Examinar propuesas (correspondencia entre movimientos y desarrollo óptimo)
26	Qiu: També però... hem fet del de la paret on hi ha...		
27	PB: De quina paret?		
28	Qiu: Seria...		
29	PB: Aquesta?		

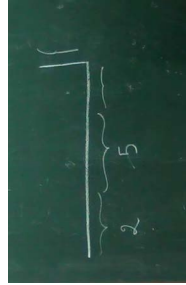
30	<p>Qiu: Havíem fet d'aquí... ai no. <i>Havíem fet d'aquí, fins aquí. Però havíem fet així i després una mica més amunt.</i></p>			
31	<p>PB: Ah, vale. El mateix. La línia és recta i després anava així. Osea, sí, no? [i]L'aranya ve recte recte recte per aquí i després puja per ésta, per la paret de quadros. [i]Va recte recte per aquí i després puja. Però vosaltres teniu desmuntat ésto diferent.</p>		<p>AMPLIAR³⁰ REFRASEAR^{*31}</p>	<p>Examinar propuestas (concatenación de movimientos horizontales y verticales por pared con cuadros)</p>
32	<p>Qiu: Sí...</p>			
33	<p>PB: Per veure tots els camins possibles.</p>			
34	<p>Qiu: Però havíem pensat que no podríem... però hem pogut fer-ho, és fer la <i>diagonal aquí</i>, passa aquí i després aquí.</p>			
35	<p>PB: Ah, com? Diagonal aquí.</p>		<p>REPETIR³⁴</p>	<p>Enfatizar ideas (movimiento oblicuo respecto a los ejes)</p>
36	<p>Qiu: <i>Diagonal aquí, passa per aquí i després aquí. Però no hem tingut temps de...</i></p>			
37	<p>PB: Ah, una diagonal, recte i diagonal.</p>		<p>AMPLIAR³⁶</p>	<p>Examinar propuestas (concatenación de movimientos horizontales y oblicuos respecto a las aristas)</p>
38	<p>Qiu: Sí.</p>			
39	<p>PB: Ya, creant dos diagonals. En parlarem. Ja t'entenc el que vols dir. Un trapezi.</p>		<p>REFRASEAR^{*37}</p>	<p>Examinar propuestas (dos movimientos oblicuos)</p>
40	<p>Qiu: No hem pogut fer...</p>			
41	<p>PB: Creant com un trapezi, no?</p>			
42	<p>Qiu: Sí, però no hem pogut fer els càlculs...</p>			
43	<p>PB: Bueno no, no perquè no serien paral·leles les bases.</p>			
44	<p>Qiu: Ah, no sé. Però no hem pogut fer...</p>			
45	<p>PB: No heu tingut temps. Llavors sí que heu tingut temps d'aquesta, que va recte per la de quadros.</p>			

46	Qiu: Hem pogut fer quatre camins però aquesta l'hem pensat.		
47	PB: Vale. [i] Tenim una que és anar per el sostre que és la que ens proposa Emilia, i [ii] tenim una que és anar per els quadros que és la que ens proposa Qiu. Bé, Emilia i Juliana, i Qiu i Juan. Vale? <i>Qui mos proposa un altre camí?</i> Renato, quin camí mos proposeu vosaltres?	RELATAR ⁸ RELATAR ⁹⁰	Comparar propostes (moviments por techo – movimientos por pared con cuadros)
48	Renato: <i>Nosaltres hem calculat com la, com l'Emilia i la Juliana</i>		
49	Noelia: Sí.		
50	PB: Per el sostre? Sí, sí. Aniria l'aranya, amunt amunt amunt, caminaria pel sostre recte i baixaria.	REFRASEAR ⁴⁸	Identificar propostes (moviments por techo)
51	Noelia y Renato: No.		
52	PB: O el camí més curt, Pitàgores. Perfecte. Heu de fer, primer, éste tros i per després poder calcular Pitàgores. Clar. [i] Nosaltres ja veiem que el camí més curt és que vaja en diagonal. Però, no podem fer la diagonal sense calcular les dos rectes, les dos perpendiculars que formen la diagonal. Eh... Kati i Mei? [ii] Teniu un altre camí possible? Sostre i paret de quadros.	AMPLIAR ^{19,16} REFRASEAR ^{*47}	Emfatitzar idees (moviment oblicuo) Solicitar propostes (ampliació de camins solució)
53	Mei: Emmmh...		
54	Qiu: Però perquè els altres són més llargs.		
55	PB: Ah, per què? Espera, espera, espera. Qiu, perquè dius que els altres són més llargs?	REPETIR ⁶⁴	Solicitar arguments (longitud de camins candidats a solució)
56	Qiu: Perquè fa una volta. No és com els altres que fan així.		
57	Manuel: No, no, no fa menys.		
58	Kati: O sigui, puja i baixa. O sigui quant?		
59	PB: A veure, aquest camina per els quadros, i aquest camina per el sostre. L'altre possibilitat quina era? Que no sigui pels quadros i pel sostre.	REFRASEAR ^{*47,*52}	Solicitar propostes (ampliació de camins solució)
60	Manuel: <i>Ir por debajo.</i>		
61	PB: Por el suelo, no?	REFRASEAR ⁶⁰	Identificar propostes (moviments por otras caras de un ortoedro orientado: suelo)
62	Qiu: <i>Per l'altra paret.</i>		
63	PB: [i] O per la otra paret. I Qiu diu directament: [ii] Anar per el terra o per l'altra paret és més llarg. Per què Valeria? Perquè el sostre mesura el mateix que el terra, no?	REPETIR ⁶²	Identificar proposta (moviments por otras caras de un ortoedro orientado: otra pared)

			RELATAR ⁶⁴	Examinar propuesas (longitud de camins por suelo y otra pared)
64	Valeria: Ya pero <i>la mosca</i> está situada en otro... Más cerca de la pared...			
65	Qiu: Està més lluny de...			
66	PB: Ah, la mosca! Ah!		REPETIR ⁶⁴	Enfatizar ideas (posición de mosca)
67	Qiu: Estan més iguals.			
68	PB: <i>Qué le pasa a la mosca?</i>			
69	Qiu: Que està més...			
70	PB: De què està més a prop?		AMPLIAR ^{*68}	Examinar propuesas (posición de mosca)
71	Noelia: <i>Del sostre</i> que del terra.			
72	PB: Del sostre...		REPETIR ⁷¹	Examinar propuesas (posición de mosca: techo-suelo)
73	Qiu: <i>De la paret de quadres.</i>			
74	PB: [i] I d'aquesta paret. I per tant <i>l'altra paret, hi ha més tros segur.</i> Llavors d'entrada, una persona que no ha pensat lo que ha pensat Qiu calcularia quatre vegades Pitàgores i estaria tot el dia sencer per fer aquest problema. Però si pensem el que ha pensat Qiu i alguns també, que segurament ho haguéssiu vist tots però no tan ràpid, és el mètode amb el que menys calculem. No? <i>El que va pel terra i el que va per l'altra paret...</i> [ii] <i>Llavors ens dediquem als dos, el del sostre i el de la paret de quadres.</i> Els tenim acabats de calcular? [iii] El del sostre i el de la paret de quadres?		REFRASEAR ⁷³ RELATAR ^{*74} REFRASEAR ^{*74}	Examinar propuesas (posición de mosca: pared con cuadros -otra pared) Comparar propuesas (movimientos por techo - movimientos por pared con cuadros)
75	Emilia: No			
76	PB: <i>Es que tu estaves fent els quatre.</i> Els quatre camins. No te n'havies adonat de que els quatre no calia calcular-los.		REFRASEAR ^{*76}	Problematicar propuesas (movimientos por suelo y otra pared)
77	Emilia: Si, però els volia fer tots...			
78	Qiu: <i>Per comprovar.</i> Nosaltres els hem fet per comprovar.			
79	PB: <i>Per comprovar.</i> Vosaltres també els acabeu els quatre? Ah, déu n'hi dol!		REPETIR ⁷⁸	Problematicar propuesas

			(movimientos por suelo y otra pared)
80	Qiu: Ja, però és que aquesta en teoria...		
81	PB: No. <i>La teoria de dos diagonals sempre serà més llarga que una.</i>		
82	Qiu: Vale.		
83	PB: Vale. Tu què opines? Si tu per mirar aquests dos punts. Si enlloc d'una única diagonal en fas dos, és igual com ho combines, sempre en faràs més tros que si en fas una. Vale?		
84	Qiu: Vale.		
85	PB: [i] La teoria de dos... de més d'una... El més curt, és aquesta. Heu sentit aquella frase alguna vegada: [ii] <i>la línia recta és el camí més curt?</i> És veritat. [iii] <i>La línia recta. Si poses més entrebancs la fas més llarga. Tenim doncs aquests càlculs... llavors el càlcul del sostre i de la paret de quadros, quants grups l'han acabat? Vosaltres heu acabat els dos càlculs, vosaltres heu acabat els dos càlculs, vosaltres Valeria? Vosaltres heu fet el de la paret de quadros. Vale. Vosaltres Kati i Mei?</i>		Problematitzar propostes (concatenació de dos moviments oblicuos)
86	Mei: El primer sí.		
87	PB: Ah, vale, el primer sí. [...] A veure, una cosa que m'agradaria que quedarà clara. [i] <i>Ja han quedat dos com guanyadors que és el sostre i la paret de quadros. Val? No sé si tenim temps de calcular quin dels dos és el millor. Podem intentar-ho? Va, sí? Però calculem quin dels dos és més bo. [...] Ja ho tenim? Ho tenim calculat? [...] Quin és el camí, [ii] quin és el camí més curt?</i>		Comparar propostes (moviments por techo - moviments por pared con cuadros) Solicitar arguments (camino óptimo)
88	Qiu: El de la, el de la paret dels quadros.		
89	PB: Ah! Quin és, Mei?		
90	Mei: Pel sostre.		
91	Kati: Pel sostre.		
92	PB: Quin és, Emilia?		
93	Emilia: Pel sostre.		
94	PB: Quin és Valeria?		
95	Valeria: Pel sostre.		
96	PB: Quin és Qiu?		
97	Qiu: Al revés.		

98	<p>PB: [i] Per la paret de quadros. Home, si ésto fos una estadística, portes les de perdre, eh? Perquè el grup de... de [ii] Kati i Mei diu que pel sostre se triga menys, [iii] Emilia i Juliana diuen que pel sostre se triga menys, [iv] Julio i Valeria que pel sostre se triga menys. I tu dius que [v] per la paret! [vi] Sostre, sostre i sostre. A veure, com ho has fet? Has aplicat Pitàgores? Repassa els càlculs! Si? Ja ho tenim clar, tots? Sí, ara ho expliquem bé. [...] <i>Donat que cada camí, [vii] donat que cada camí és la hipotenusa resultant d'un triangle, dibuixeu el triangle, si més no. Per què vejам lo que esteu fent... Val? Si la mosca va així, perdó, l'aranya fa així, després així, pos poseu aquí: éste tros, me lo invento, que siga... dos . Este tros... me lo invento... que siga cinc. Vale? Poseu-ho així per què por lo menos sapiguem d'on han sortit les mesures? Sinó sembla que... han sortit d'una... mmh... bolet! [...] Si? [...] A veure, Qiu. <i>Quin és el que penses que és més curt, ana? Quin te surt més curt?</i></i></p>	<p>REFRASEAR⁹⁷ REFRASEAR^{90,91} REFRASEAR⁹³ REFRASEAR⁹⁵ REFRASEAR⁹⁷ REPETIR^{90,91,93,95}</p> <p>AMPLIAR^{*98}</p> <p>REFRASEAR^{*98}</p>	<p>Problematzar propostes (moviments per pared con cuadros)</p> <p>Enfatizar idees (camino solución coincide con la hipotenusa de un triángulo rectángulo)</p> <p>Solicitar argumentos (camino óptimo según su longitud numérica)</p>
99	<p>Qu: Pues, ehm... pues...</p>		
100	<p>PB: No te surt cap dels dos més curt? [...] Encara no ha acabat [...] <i>Quina diferència n'hi ha, d'anar pel sostre a anar per la paret de quadros?</i> Eh, Juliana. [...] <i>Quina diferència n'hi ha?</i></p> <p>[ii] <i>Quant de tros? Anant pel sostre quant mesura, la diagonal?</i></p>	<p>REPETIR^{*100} AMPLIAR^{*100}</p>	<p>Comparar propostes (longitud de caminos por techo-pared con cuadros)</p>
101	<p>Juliana: <i>Set coma quatre.</i></p>		
102	<p>PB: [i] Set coma quatre? <i>Anant pel sostre?</i> [ii] Anant pel sostre quant?</p>	<p>REPETIR¹⁰¹ AMPLIAR^{*102}</p>	<p>Obtener resultados (longitud de un camino por techo)</p>
103	<p>Emilia: Sí.</p>		
104	<p>Juliana: Sí, set coma quatre.</p>		
105	<p>PB: Set coma quatre. I anant per la paret de quadros?</p>	<p>REPETIR¹⁰⁴</p>	<p>Obtener resultados (longitud de un camino por techo)</p>
106	<p>Juliana: <i>Set coma cinc.</i></p>		
107	<p>PB: [i] Set coma cinc. <i>Que no ens semblarà molt a nosaltres però igual a l'aranya sí, eh? Perquè és un tros. [ii] Per nosaltres no, però per l'aranya... Ens ha sortit el mateix resultat?</i></p>	<p>REPETIR¹⁰⁶</p>	<p>Obtener resultados (longitud de un camino por pared con cuadros)</p>




		REFRASEAR*107	Enfatizar ideas (longitud del camino solución y dimensiones de los animales)
108	Mei: Sí.		
109	Kati: Sí.		
110	PB: Sí? I veiem realment els triangles que queden, o no?		
111	Mei: Sí.		
112	Kati: Sí.		
113	PB: Kati fa cara de 'em costa una mica'. Costa! Costa. A veure, els que tenfeu les parets mobibles, a lo millor podeu anar jugant amb això, no? Aquesta base va aquí, crea un triangle, ací és fàcil veure el triangle. Aquí queda un altre. Val? Aquí creo un triangle, i aquí en creo un altre.		
114	Quiu: <i>A mi em surt diferent.</i>		
115	PB: A tí què et surt diferent?	AMPLIAR ₁₁₄	Identificar propuesta (camino por pared con cuadros)
116	Quiu: <i>Més petita, més petita.</i>		
117	PB: Quin et surt més petit?	REPETIR ₁₁₆	Examinar propuesta (camino por pared con cuadros)
118	Quiu: Em surt que això és més petit que això.		
119	PB: Et surt el d'anar per la paret..		
120	Quiu: <i>Més petit que pel sostre, pel sostre.</i>		
121	PB: <i>Més petit que anar pel sostre.</i> A veure què passa amb el sostre. Quant mesura anar pel sostre? [...] No creus que t'hagües vingut bé, Quiu, fer aquest dibuix i mirar cada tros de cada cosa, així no t'estaria passant el que t'està passant? Digo, yo, eh? Digo yo. [...]		
122	Quiu: Ara sí que sé la solució. Quant, quant us surt? [...]		
123	PB: Sí? Tenim la solució? Costa molt, eh? la imatge visual? Tenim varis triangles, eh? dibuixats? D'aquelles maneres? Sí? Vale senyors. Posem el nom!	REFRASEAR ₁₂₀	Problematizar propuestas (camino por pared con cuadros)

B.3. Instrumento Horizontal aplicado en T2 de PA

#	TRANSCRIPCIÓ	FORMA LINGÜÍSTICA	FUNCIÓ DISCURSIVA
1	<p>PA: Hi ha gent que té idees interessants i hi ha gent que té altres idees que són més d'anar fent per comprovar numèricament, veurem les dos opcions. A veure, algú que digui les seves idees, de com a començat el problema. A veure, David.</p> <p>David: <i>Jo crec que s'hauria de fer una capsa de tres per quatre</i> perquè és la que se semblaria més a un quadrat i és la que ocupa menys espai, però també matemàticament perquè si ho fas seria... Si posem que l'altura, suposem, fos u, i agafem el costat tres, llavors seria tres per u... tres, que seria l'àrea d'una cara. Llavors a l'altre costa, també seria tres, llavors sumes...</p>		
2	<p>PA: A veure, a veure... estàs dient moltes coses. Tornem a repescar el que ha dit quan ha començat. [i] Ha dit, ell faria una capsa de tres per quatre, quan dius [ii] tres per quatre et refereixes a gots, no a mil·límetres, ni a metres, ni res... [iii] tres per quatre gots i [iv] el que vols és minimitzar la capsa. Llavors has dit, quedaria... Per què tries la de tres per quatre?</p>	RELATAR ₂	Identificar propuesas (distribución vasos en tres filas de cuatro, 3x4)
3	<p>PA: Ho sigui quan [i] el multipliques per un... vols dir que tu fas tres per quatre això val tres gots i això quatre gots, i [ii] d'altura un. Vale, llavors...</p>	AMPLIAR ₂ REPETIR* ₃	Puntualizar datos (unidad de medida)
4	<p>David: Perquè quan una capsa per exemple és tres centímetres i el multipliquem per un, centímetre...</p>	REFRASEAR ₂	Enfaticzar idees (optimización de material)
5	<p>PA: Ho sigui quan [i] el multipliques per un... vols dir que tu fas tres per quatre això val tres gots i això quatre gots, i [ii] d'altura un. Vale, llavors...</p>	REPETIR ₄ AMPLIAR ₄	Puntualizar datos (longitud altura caja 3x4)
6	<p>David: Llavors sabries... ho hauries de multiplicar per dos, l'àrea que ens ha donat d'una banda tres...</p>		
7	<p>PA: El David fa, [i] tres per u, fa aquesta àrea d'aquí, aquesta paret d'aquí, i fa tres per u. Estàs jugant amb gots, que estem en mil·límetres en el problema. Però bueno, és igual, anem a fer-ho amb gots. [ii] Ell fa tres per u, li dona tres i ara vol multiplicar per dos, perquè diu que de parets d'aquestes n'hi ha dos. Val? I després que vols fer?</p>	RELATAR ₂ RELATAR ₆	Examinar propuesas (área paredes laterales caja 3x4)
8	<p>David: Amb l'altra banda faig al mateix.</p>		
9	<p>PA: I què fas? <i>el quatre per u?</i></p>	AMPLIAR ₈	Examinar propuesas (área paredes laterales caja 3x4)
10	<p>David: Sí.</p>		
11	<p>PA: Quatre per u et dona això i llavors dius que d'aquestes també n'hi ha dos.</p>	REPETIR* ₉ AMPLIAR ₈	Examinar propuesas (área paredes laterales caja 3x4)



12	David: Sí.		
13	PA: I què més té la capsa?		
14	David: <i>Les dos tapes.</i>		
15	PA: [i] <i>Les dos tapes.</i> [ü] <i>La del terra i la de dalt. La de terra li dóna?</i>		
16	David y otros alumnos: <i>Dotze.</i>		
17	PA: [i] <i>Dotze, [ü] que és de tres per quatre. I d'aquestes tapes en té dos. I això és el que vol minimitzar, però tu per què dius que posar-ne tres i quatre és millor que posar-ne dos i sis, o no sé?</i>		
18	David: <i>Perquè he fet amb dos i sis i m'ha donat que és més.</i>		
19	PA: <i>Vale. Aquí, el David ho està fent tota l'estona amb número de gots. Vale. Potser molts heu fet que aquest tres, no heu fet tres, heu fet tres per setanta-quatre. Perquè, vol dir que tinc aquí tres gots, per tant, el diàmetre és setanta-quatre, setanta-quatre, setanta-quatre. I heu fet tot en mil·límetres. Llavors, el David, el seu raonament és... Quins tipus de capsos hi havien? Això ho pot dir qualsevol. Oriol digues.</i>		
20	Oriol: <i>Sis dos.</i>		
21	PA: <i>Posar-ne tres i quatre, posar-ne dos i sis... o posar-ne?</i>		
22	Oriol: <i>Dotze i u.</i>		
23	PA: [i] <i>Dotze i u. Per tant, hi haurà una capsa bastant més llarga i aquí posava dotze. El raonament del David és, [ii] em faig l'àrea tal, [iii] calculo com ha dit que ho faria, d'aquest cas, d'aquest cas i d'aquest cas. Trobo l'àrea de les tres i miro quina és la més petita. I diu, [iii] doncs m'ha donat més petita aquesta. Doncs trio aquesta. Vale, sí? Digues Alma.</i>		
24	Alma: <i>Que també, una manera de saber-ho seria, per exemple, que en el cas dels dotze gots seguits les cantonades que toquen els gots normalment són dos menys el de les cantonades que toquen amb tres, amb tres parets...</i>		
		REPETIR ₁₄ REFRASEAR _{14,4}	Examinar propuesas (área bases caja 3x4)
		REPETIR ₁₆ AMPLIAR ₁₆	Obtener resultados (área de una base caja 3x4)
		REFRASEAR ₂₀	Identificar propuesas (distribución de los vasos en dos filas de seis, 2x6)
		REPETIR ₂₂ RELATAR ₆ RELATAR _{2,4,6} RELATAR ₂	Identificar propuesas (distribución de los vasos en una fila de doce, 1x12) Comparar propuesas (área de las tres cajas)

25	PA: A veure, torna-hi, torna-hi.		
26	Alma: Ho sigui que <i>cada got toca per baix i per dalt</i> .		
27	PA: Cada got, si jo el pogués ficar dintre d'una capsa individual...		REPETIR ₂₆
28	Alma: <i>Tocaria...</i>		
29	PA: Tocaria a fora amb aquí, i aquí.		AMPLIAR _{26,28}
30	Alma: <i>Sí, i el de la cantonada també toca...</i>		
31	PA: I el de la cantonada toca amb tres.		AMPLIAR ₃₀
32	Alma: Però fem servir molta cartolina, en canvi si ho fèssim amb la tres quatre, <i>hi ha molts gots que es queden sense tocar cantonada</i> .		
33	PA: Aquest got, per exemple, només toca a una i [i] aquest no t'acaba tocant en res. Mireu, aquí nosaltres hem construït, amb les mides exactes dels gots que us hem donat, ens hem construït les capsetes aquestes que diu l'Alma. Aquesta capseta, ningú la calculat. Perquè aquesta capseta només inclouria un got i vosaltres volíeu ficar-ne dotze. Però el raonament que està fent l'Alma està molt bé. [ii] Ella el que intenta és carregar-se el màxim possible d'aquestes parets. [iii] Per tant, si jo vull dotze gots d'aquests, val, si jo els poso aquí així, per exemple, en aquesta que és la tres per quatre, jo m'he imaginat que estaria posant: un got aquí, un got aquí, un got aquí, un got aquí... Clar, aquesta quan en poso un al costat, doncs aquestes parets ja queden anul·lades, perquè no formen part de la capsa. La capsa només agafaré el de fora. Val, per tant, hi ha les quatre cantonades contribueixen en dos, amb dos pestanyes d'aquestes, aquesta i aquesta, aquesta i	 	REFRASEAR ₃₂
			RELATAR _{24,26,30,32}

Examinar propuesas
(posición relativa de un vaso)

Examinar propuesas
(paredes laterales con contacto con
vasos)

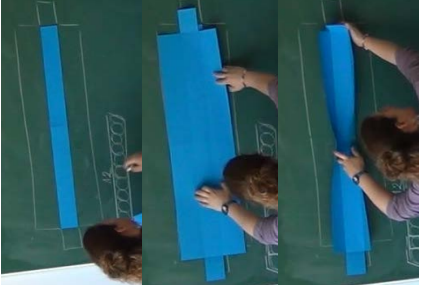
Examinar propuesas
(paredes laterales con contacto con
vasos)


Examinar propuesas
(paredes laterales con contacto con
vasos)

Enfatizar ideas
(minimizar contacto de vasos con
paredes laterales de una caja)

	<p>aquesta, aquesta i aquesta, i aquestes. Però després aquest només contribueixen amb una cantonada, ai amb una paret, i els del mig, no contribueixen amb cap paret. Vale. Digueu Albert?</p>		<p>AMPLIAR^{21,26,30,32}</p>	<p>Ejecutar propuestas (número paredes según la posición de un vaso)</p>
34	<p>Albert: Volia dir una altra manera de resoldre'l. Com ha dit el David, tu calcules l'àrea general. Però en comptes de calcular tota l'àrea general, com que saps que l'àrea de dalt sempre serà la mateixa, la de les tapes, perquè com que sempre seran els mateixos gots...</p>			
35	<p>PA: Aquesta frase que diu l'Albert de l'àrea, tothom l'ha vist?</p>		<p>RELATAR^{2,4,6,8,34}</p>	<p>Examinar propuestas (área total caja)</p>
36	<p>Albert: Són els mateixos gots.</p>			
37	<p>PA: A veure, torna a dir.</p>			
38	<p>Albert: Com que tapes sempre són les mateixes àrees dels mateixos gots. Les tapes de dalt i de baix no les hem de... no cal que les comptis perquè sempre seran iguals.</p>			
39	<p>PA: Sempre seran iguals, no vol dir la de dalt amb la de baix, la de dalt amb la de baix, vol dir que aquesta tapa i aquest tapa sempre seran iguals.</p>		<p>AMPLIAR^{34,36,38}</p>	<p>Enfatzar ideas (igualdad en área de bases de todas las cajas)</p>
40	<p>Albert: MATEIXA ÀREA.</p>			
41	<p>PA: Mireu aquesta, aquesta tapa, mireu aquesta, aquesta és la de l'extrem que hem fet aquí, la de u per dotze. Aquesta tindria aquesta tapa i també aquesta base. Això ho podem mirar com la base o la tapa, com vulguem.</p>			
42	<p>Oriol: Per no són mil·límetres?</p>			
43	<p>PA: setanta-quatre mil·límetres. Està fet a escala, eh. Setanta-quatre mil·límetres tu ho pots penar com zero coma setanta-quatre. Ho seguei, pots fer canvi d'unitats.</p>		<p>AMPLIAR⁴²</p>	<p>Puntualizar datos (diámetro vaso)</p>
44	<p>Oriol: Ah, vale.</p>			

45	<p>PA: Vale, mireu, aquesta és la tapa o la base de la capsa llarga, vale. Tothom veu que [i] tindrà exactament la mateixa àrea que aquest taronja, per exemple? Mireu aquesta, jo la podria posar aquí i tallo, i ara això vinc i ho poso aquí i tallo, i això que em sobra vinc i ho poso aquí. [ii] I m'encaixa perfectament. Per tant, el que diu l'Albert és [iii] aquesta cartolina, aquesta i aquesta són iguals d'àrea. [iv] De forma no, però d'àrea sí que són iguals, s'f. Per tant, això [v] no contribueix a minimitzar la capsa. Això sempre ho tindrem sempre, i [vi] no ens ho podem treure de sobre. [vii] El que ens podem treure de sobre són les parets. Digueu?</p> 	<p>AMPLIAR_{9,4,38} REFRASEAR₄₀ REFRASEAR₄₀ AMPLIAR₄₀ REFRASEAR₄₀ REFRASEAR₃₈ AMPLIAR₃₈</p> <p>Examinar propuestas (igualdad en área de bases de todas las cajas)</p>	
46	<p>Albert: <i>Lavors, no cal calcular l'àrea... Només cal calcular el perímetre dels quadrats aquests i el que et doni menys és el que és.</i></p>		
47	<p>PA: Per què només cal calcular el perímetre?</p>		
48	<p>Albert: Perquè les àrees de les tapes són iguals</p>		
49	<p>PA: Però hi ha una dada que no estàs dient que és important per això.</p>		
50	<p>Josep: Com que només hi ha una tira de gots i estan multiplicant la tira de gots, u pel perímetre, per exemple, <i>per aconseguir la cara d'aquest de color blau.</i></p>		
51	<p>PA: Per aconseguir aquesta...</p>	REFRASEAR ₅₀	Enfatitzar ideas (variación perímetro bases cajas)
52	<p>Josep: El que estàs fent és multiplicar u pel costat.</p>	REFRASEAR ₅₂	Puntualizar datos (correspondencia número-magnitud)
53	<p>PA: Per l'altura de got. Que era no sé quant.</p> 		
54	<p>Albert: <i>Noranta-dos.</i></p>		

55	<p>PA: [i] Noranta-dos. Tothom veu que aquestes parets, com que tots els gots són iguals d'altura i no ens deixen apilar, la capsa sempre serà de noranta-dos d'altura. Per tant, [ii] l'àrea d'aquestes parets sempre serà noranta-dos per la base. Per tant, per això només és important el perímetre. Perquè quan tingui el perímetre el multiplicaré per altura del got. Sif? Tot aquest perímetre, ho sigui l'àrea d'aquestes parets, ara aquí, les pestanyes aquestes que seran les parets, ara a mi m'agradaria sumar aquestes àrees. Sif? Aquestes àrees, quan ho tinc... això ho podria plegar i em pujarien aquí. Vale. Això serien les tapes. Aquestes tapes, si jo ara les retallo i les poso totes una a continuació de l'altra. Tindria, tindria...</p>		<p>REPETIR⁵⁴ AMPLIAR⁵²</p> <p>Enfatizar datos (altura vaso)</p>
56	<p>Oriol: No tindria part de dalt.</p>		
57	<p>PA: Què?</p>		
58	<p>Oriol: No té part de dalt la capsa.</p>		
59	<p>PA: Sí, però ja hem quedat que no contribueix. Perquè serà la mateixa que la tapa de dalt que tindrà aquest i la d'allà. Per després calcular quanta cartolina necessites sí que l'hauràs de calcular. Però ara, per trobar quina de les tres opcions ens interessa més no ens importa. Vale. Mireu, jo ara tindria, aquesta àrea, que té d'altura això i de base tot això. I d'aquestes en tindria dos. Vale. Fins aquí. I després a sobre tindria dos d'aquestes. Fins aquí i fins aquí. Sí, tothom veu que tindria tot això d'àrea, que necessitaria la paret? És bastant, no? És d'altura això i d'amplada tot aquest rectangle. Si ho faig amb la verda, mireu. Amb la verda, vull d'altura això. L'altura és la mateixa. I vull una d'aquestes, una altra d'aquestes, i ara una d'aquestes i una altra d'aquestes. És menys o és més?</p>		<p>RELATAR^{34,38,*39,40,46}</p> <p>Proporcionar argumentos (igualdad en área de bases de las cajas)</p>
60	<p>Albert: Menys.</p>		
61	<p>Otros alumnos: Menys.</p>		

62	PA: Molt menys, no? D'aquí fins aquí és menys que d'allà fins allà. Si ho fes amb la taronja.		AMPLIAR ^{60,61}	Comparar propuesas (perímetros cajas 2x6 - 1x12)
63	Albert: Encara menys.			
64	PA: Encara menys. Tinc una d'aquestes, una altra d'aquestes i ara dos d'aquestes. La d'aquí i una altra. Fins aquí. I ara si ho hagués fet tot ordenat, podríem comprovar més fàcilment, però crec que ja es veu, no? Això d'aquí...		REPETIR ⁶³	Comparar propuesas (perímetros cajas 2x6 - 3x4)
65	Josep: S'assembla més a la verda.		REPETIR ⁶⁵	Comparar propuesas (perímetros cajas 2x6 - 3x4)
66	PA: [i] S'assembla més a la verda, [ii] però és més petita. La verda arribava fins aquí.		AMPLIAR ⁶⁵	Validar propuesas (caja con menor perímetro: 3x4)
67	Jana: Hi ha cent menys... Hem calculat el perímetre, hi havia com cent mil·límetres, o sigui: la de tres per quatre fa <i>mil trenta-sis mil·límetres</i> .		REPETIR ⁶⁷	Obtener resultados (perímetro caja 3x4)
68	PA: Mil trenta-sis.			
69	Jana: Sí.			
70	PA: Mil·límetres de perímetre.		AMPLIAR ⁶⁷	Puntualizar datos (correspondencia unidades-magnitud)
71	Jana: De perímetre, sí.			
72	PA: Perquè és la suma des d'aquí fins aquí. Vale. La verda?			
73	Jana: Mil cent vuitanta-quatre.			
74	PA: Quant?			
75	Jana: Mil cent vuitanta-quatre.			
76	PA: Que és d'aquí fins allà. Per tant, més. I la blava?			
77	Jana: Mil nou-cents vint-i-quatre.			
78	PA: Vale. Per tant, L'àrea de les parets és el perímetre per l'altura del got. Sí. Per tant, el perímetre més petit és el que m'interessa més. Digueu, Clara.			

79	<p>Clara: Que amb les àrees també et dona.</p> <p>PA: Clar, clar, si fas [i] les àrees segur que et dona, perquè és el raonament que hem fet. Sí? Vale. Lo de l'Alma, ha quedat clar? [ii] El que deia de que no feia falta calcular perquè ens estalviàvem parets? [iii] Veieu que aquí de parets d'aquestes en necessitem una, dos, tres, quatre, cinc, sis, set, vuit, nou, deu, onze, dotze, tretze... ja no sé quantes voltes he donat. Necessitem aquestes quatre i aquestes quatre, vuit, i tres, onze i tres, catorze. Vale. En canvi aquí, necessitem, sis i sis dotze, tretze, catorze, quinze i setze. Necessitem setze d'aquestes. Per tant, clar, en necessitem més. I aquí, en necessitem, dotze i dotze vint-i-quatre, vint-i-cinc i vint-i-sis. Per tant, parets d'aquestes en necessitem vint-i-sis. Vale. Sí, tothom? Digues Clara.</p>		<p>AMPLIAR⁷⁹</p>	<p>Identificar propostes (càlculo àrea)</p>
80			<p>RELATAR³²</p>	<p>Examinar propostes (optimització parets segun posició relativa vasos)</p>
81	<p>Clara: Jo crec que és que <i>quants menys gots estiguin tocant a les parets, tot serà més petit.</i></p>		<p>AMPLIAR³²</p>	<p>Ejecutar propostes (número de parets laterales por caja segun posició vasos)</p>
82	<p>Alma: Quant més quadrat.</p>			
83	<p>Clara: Sí.</p>			
84	<p>Jana: Més comprimit.</p>			
85	<p>PA: Vale. [i] Quants menys gots toquin les parets més petit serà [ii] el que ens hem de gastar. I això no us sona a un altre problema que vam fer semblant?</p>		<p>REFRASEAR⁸¹ AMPLIAR⁸¹</p>	<p>Enfatizar idees (optimització perímetro parets laterales)</p>
86	<p>Jordi: Sí.</p>			
87	<p>PA: Ja ha sortit dos vegades aquest curs aquest concepte. Un me la dit la Cris abans, en el Fem Matemàtiques, que hi havia uns cubs, uns cubets, i vam veure que contra més comprimit fessis la figura menys àrea et quedava per fora. Per tant, si aquesta capsa que ens han fet fer pugues ser cúbica, si ens haguessin donat un nombre com un quadrat perfecte de gots, que haguéssim pogut fer tres per tres, molt millor. Vale. Com més cúbica possible millor. I l'altre cop que va sortir això va ser</p>			
88	<p>Jordi: A les botelles Veri.</p>			
89	<p>PA: El de les botelles Veri...</p>		<p>REPETIR⁸⁸</p>	<p>Identificar propostes</p>

		(relación con otras tareas similares)
90	<p>Jana: No.</p> <p>PA: No, perquè allò era proporcionalitat, però en el problema que vam fer d'aquells quadricles d'àrea i perímetre, també vam veure que contra més estirat veies el rectangle, fixant la mateixa àrea, contra més estirat el veies, més perímetre tenia i contra menys comprimit més perímetre tenia. Us en recordeu d'això? Vale, us heu quedat, doncs, amb la idea. Vale. Després, Hi havia altres maneres. A veure, ara anem a liar-la una mica, va. Si ens imaginéssim que no té per què ser rectangular, vale. Ho sigui, aquí ens han posat una norma, que la deia l'enunciat, que era: suposo que la base és rectangular. Vale. Si no, quines altres maneres, encara per comprimir-los més se us hagués acudit, que després s'hauria de mirar a veure si realment és més o menys eh. Però ara amb les idees que hem dit de que el que vull és minimitzar el perímetre.</p> <p>Alma: Una rodona.</p>	
91		
92	PA: Com?	
93	Alma: Una rodona.	
94	PA: [i] Una rodona...? [ii] Circumferència.	<p>REPETIR_{92,94}</p> <p>AMPLIAR_{92,94}</p> <p>Problematizar propuestas (término 'redonda') Formalizar conceptos (término circunferencia)</p>
95		
96	Alma: Ai.	
97	<p>PA: Amb [i] una circumferència. Si els poguessis posar tots així, l'únic que ens n'han donat dotze potser en aquest cas no quedaria bé. Però sí que és veritat, que si per exemple, t'én donessin uns, que quan els poses t'encaixen bé, l'únic que ara t'én sobrien dos que et farien anar malament. Però si et donessin un nombre de gots que et poguessin quedar en [ii] rodona, t'aniria millor encara, perquè el perímetre...</p>	<p>REPETIR_{*95}</p> <p>Enfatizar ideas (caja óptima: distribución en circunferencia)</p> <p>Examinar propuestas (distribución en circunferencia condicionada al número de vasos)</p>
98	Alma: És menys.	





99	PA: És el més petit possible. Tot i que aquí perdries espai... s'hauria de veure, s'hauria de veure. Però aquesta no seria una mala opció per pensar. I alguna altra?		AMPLIAR ⁹⁸	Enfatitzar idees (circumferència, figura con menor área entre sus isométricas)
100	David: <i>No cal, no, que tots els gots estiguin mirant cap amunt.</i>			
101	PA: Vale, [i] si no calgués que tots els gots miressin cap a dalt, alguns ahir ho provàveu, posàveu [ii] cap i culats, llavors el que entrava un... M'enteneu? [iii] Un got boca a baix i amb el got boca dalt, per tant, no perdíeu tant espai pel mig.		REFRASEAR ¹⁰⁰ REFRASEAR* ¹⁰¹ REFRASEAR ¹⁰⁰	Identificar propuesas (vasos intercalados: boca arriba-boca abajo)
102	Albert: Si poguéssim posar un dins de l'altre.		REFRASEAR ¹⁰²	Identificar propuesas (vasos apilados)
103	PA: Llavors ja... No, però jo deia sense apilar-los eh. Oriol.			
104	Oriol: Potser un donut.			
105	PA: Un?			
106	Oriol: Donut.			
107	PA: Un donut i deixant forat al mig.		REPETIR ^{104,106}	Identificar propuesas (distribución en forma de corona)
108	Oriol: Bueno, posar com dos...			
109	PA: Ah, i [i] posar doble paret? [ii] Ho sigui posar paret per fora i paret per dintre.		AMPLIAR ¹⁰⁸ REFRASEAR* ¹⁰⁹	Examinar propuesas (paredes caja con forma de corona)
110	Oriol: Sí			
111	PA: Ja, però llavors necessites la paret de fora i la paret de dintre.			
112	Alma: Però això no surt a compte.			
113	PA: Com?			
114	Alma: És millor que no hi hagi forat, perquè si no has de fer tota l'àrea, ai el perímetre...			
115	PA: Clar pel raonament de l'Alma, [i] si omplés el forat millor perquè així tens menys parets. Contra menys... El que ha dit la Clara. La frase de la Clara: [ii] Contra menys gots toquin la vora millor.		REFRASEAR ^{2,4,*35,*80,114} REFRASEAR ^{8,1,*85}	Problematitzar propuesas (pared interior caja con forma de corona) Enfatitzar ideas (optimización paredes por vaso)


B.4. Instrumento Horizontal aplicado en T2 de PB

#	TRANSCRIPCIÓ	FORMA LINGÜÍSTICA	FUNCIÓ DISCURSIVA
1	<p>PB: Vale, són las tres capsas que heu pensat. Bueno, que us ha obligat a pensar aquest senyor... perquè no volia... agafar la primera. Vale, primer cosa. Molt important, molt important. Disculpeu-me però l'esperit de recerca, investigadora i de ser científics, mmm... el tenim una mica oxidat. Heu trobat una solució i ja està. Us ha semblat fantàstic i meravellós. Us hem hagut d'obligar a que busqueu altres opcions. Val. Jo crec que si me demanen quina és la més bona hauria de pensar totes les possibles. He trobat aquesta, la gran majoria de vosaltres, i us sembla bé. Ja està, ja no busco més. Estem d'acord en perquè una solució no cal demanar-li a un matemàtic. Perquè et digui una solució, qualsevol solució, no cal demanar-li a un matemàtic. Si li estem demanant a una persona que sap matemàtiques és perquè voldrà que mos diga quina és la millor. De totes les que hi ha. D'acord? Heu buscat una. Vosaltres n'heu buscat dos en el fondo perquè heu buscat aquesta i quan he vist que la majoria dels companys feien aquesta. Heu fet no, aquesta. Val. No per recerca, si nó per por. Val. Ara que tenim tres idees. Ara ja sí, bueno, ens hem forçat... ara sí que veiem que n'hi han més. Ara anem a fer de matemàtics. Quina de les tres triem i per què?</p>		
2	<p>Noelia: <i>La del mig.</i></p>		
3	<p>PB: Noelia diu que [i] la del mig. Noelia, per què dius que [ii] la del mig?</p>	<p>REPETIR₂</p> <p>REPETIR₂</p>	<p>Identificar propuestas (distribución de los vasos en tres filas de cuatro, 3x4) Solicitar argumentos (elección caja 3x4)</p>
4	<p>Noelia: Perquè és més lògic i és més com es diu?..</p>		
5	<p>PB: Més lògic...</p>	<p>REPETIR₄</p>	<p>Problematzar arguments (razonamiento intuitivo)</p>
6	<p>Manuel: Más, más, més estrecha...</p>		
7	<p>PB: [i] Més lògic...? què estem en filo? [ii] més lògic...</p>	<p>REPETIR₄</p>	<p>Problematzar arguments</p>

8	Noelia: No, és que és <i>lo més normal</i> ..	REPETIR ₄	(razonamiento intuitivo)
9	PB: És lo més normal.	REPETIR ₈	Problematizar argumentos (razonamiento intuitivo)
10	Manuel: <i>Ocupa menos espacio</i> .		
11	Noelia: Sí.		
12	PB: <i>Ocupa menos espacio</i> ..	REPETIR ₁₀	Problematizar argumentos (razonamiento intuitivo)
13	Algunos alumnos: no, no, no..		
14	Noelia: I... <i>Gasta menys</i> .		
15	PB: <i>Gasta menys</i> .	REPETIR ₁₄	Problematizar argumentos (razonamiento intuitivo)
16	Manuel: Menys no, és que es la misma, son las mismas...		
17	PB: Dignes Noelia, ai Valeria perdona.		
18	Valeria: Jo penso que <i>l'última de allí</i> , porque...		
19	PB: Dignes, si te sembla millor que aquesta última... Perquè jo no sé quina és aquesta última. Digue'm el color.	REFRASEAR ₁₈	Identificar propuestas (distribución de los vasos en una fila de doce, 1x12)
20	Valeria: <i>La blau</i> .		
21	PB: <i>La blava</i> . Vale, per què?	REPETIR ₂₀	Identificar propuestas (caja 1x12)
22	Valeria: Perquè. Puedo hablar en castellano, ¿no?		
23	PB: Puedes hablar en castellano, sí.		
24	Valeria: Porque si te fijas en las otras <i>tenemos más espacios allí</i> . En todas, en la verde y en la naranja <i>van más espacios que se dejan libres</i> .		
25	Manuel: Hay lo mismo.		
26	Valeria: Por ejemplo en la otra, tenemos todos rectos y en un mismo...		


27	<p>PB: O sigui Valeria, a tu te sembla que aquí n'hi han un, dos, tres, quatre... espais aquí que queden buits.</p> 	AMPLIAR ²⁴	Comparar propuestas (espacios vacíos entre los vasos de las cajas 1x12; 2x6 y 3x4)
28	<p>Valeria: Sí.</p>		
29	<p>Manuel: Pero allí lo mismo si los juntas también te queda igual.</p> 		
30	<p>PB: I aquí sembla que n'hi ha menos.</p>		
31	<p>Valeria: Sí, els poses tots rectes...</p>		
32	<p>Noelia: Pero si els juntes serà lo mateix.</p>		
33	<p>Otros alumnos: És lo mateix.</p>		
34	<p>PB: No ho sé, jo no ho sé.</p>		
35	<p>Valeria: No perquè si te fixas també hay en el otro.</p>		
36	<p>PB: Tu estàs convençuda que és la blava perquè té menos espais.</p>	REFRASEAR ²⁴	Examinar propuestas (espacios vacíos caja 1x12)
37	<p>Valeria: Sí.</p>		
38	<p>PB: A tu et dóna la sensació, de que té menos espais. Qiu, tu que opines?</p>	REPETIR ^{24,*36}	Problematitzar propostes (espacios vacíos caja 1x12)
39	<p>Qiu: La primera perquè si tenim el nombre igual el nombre de gots.. Si fem, comptem tot això seria igual també perquè tenim el mateix nombre de gots. <i>Són igual</i> aunque estan així o així o...</p>		
40	<p>PB: Llavors tu penses que les tres són iguals?</p>	REFRASEAR ³⁹	Solicitar arguments (similitudes entre cajas)
41	<p>Qiu: Sí</p>		
42	<p>Altres alumnes: Sí</p>		
43	<p>PB: En qüestió de què, són iguals?</p>		

44	Manuel: <i>De todo.</i>		
45	PB: <i>De todo.</i> A veure		Problematizar argumentos (cajas idénticas)
46	Qui: No, no	REPETIR ⁴⁴	
47	Altres alumnos: No, no		
48	PB: A ver yo voy a discrepar con vosotros. Yo no creo que la azul y la naranja sean igual de largas.		
49	Qui: No, <i>de l'área.</i>		
50	PB: ¿De todo?		
51	Altres alumnos: no, no		
52	Qui: <i>De área, de área.</i>		
53	PB: De área, de área. ¿Tú qué has dicho Kati?	REPETIR ^{49,52}	Examinar propuestas (cajas idénticas)
54	Kati: <i>De volumen.</i>		
55	PB: De volumen.	REPETIR ⁵⁴	Examinar propuestas (igualdad de volumen)
56	Manuel: <i>Es lo mismo.</i>		
57	PB: ¿Qué has dicho Manuel?		
58	Manuel: Nada, nada		
59	PB: Has dicho que como son conceptos diferentes en este momento no sabes si estás pensando en área o en volumen... ¿Es lo que has dicho? Me ha parecido que decías que era lo mismo el área que el volumen. A ver, igual? <i>volumen cuál es?</i> Vamos a ver. <i>Área de la base de lo que sería nuestra caja azul.</i> Área de la base de lo que sería nuestra caja azul. Enrique, cuál sería el área de la base?	AMPLIAR ⁵⁶	Enfatizar ideas (área y volumen son magnitudes diferentes)
60	Enrique: No lo sé.		
61	PB: Yo tampoco lo sé. Pues no lo sabemos nadie, verdad? Área de la base, de nuestra caja azul. Cuál sería este área? Doce por?		
62	Manuel y Emilia: <i>Noventa y dos.</i>		
63	PB: ¿Noventa y dos?	REPETIR ⁶²	Problematizar propuestas (consideración de la altura en vez del diámetro del vaso)
64	Juliana i Mohamed: <i>Setenta y cuatro.</i>		


65	PB: Juliana dice doce por <i>setenta y cuatro</i> .			Enfatizar datos (diámetro del vaso)
66	Juliana: Sí			
67	Qiu: Sí. Ah, no!			
68	PB: Ah! no sé.			
69	Qiu: Pero este tiene dos, y para que sean doce vasos			
70	PB: Voy a volverlo a repetir, para ver si tenemos suerte y me escucháis: área de la base de la que sería nuestra caja azul.		REPETIR ⁶⁹	Solicitar resultados (área de una base de la caja 1x12)
71	Qiu: Vale.			
72	PB: Doce vasos en forma de línea. ¿Cómo calculo?			
73	Qiu: La base.			
74	PB: No sé, como calculo algo.			
75	Emilia: La base.			
76	PB: La base.		REPETIR ⁷⁵	Examinar propuestas (determinación del área de una base de la caja 1x12)
77	Juliana: Doce por setenta y cuatro.			
78	PB: Vamos a ver. De aquí a aquí, todo esto. ¿Cuánto mide?			
79	Qiu: Doce por...			
80	PB: Doce por...		REPETIR ⁷⁹	Puntualizar datos (número de vasos)
81	Manuel: Setenta y cuatro.			
82	PB: [i] Setenta y cuatro. Eso sí. Lo he hecho un poco pequeño. Creo que voy a mover la naranja si me lo permitís. [ii] Dotze per [iii] setenta quatre. Algú ho ha calculat què dóna això?		REPETIR ⁸¹ REPETIR ⁸¹	Puntualizar datos (diámetro de un vaso) Solicitar resultados (área de una base de la caja 1x12)

83	Emilia: <i>Vuit cents vuitanta vuit</i>		
84	PB: <i>Vuit cents...</i>	REPETIR ⁸³	Obtener resultados (área de una base de la caja 1x12)
85	Emilia: <i>Vuit cents vuitanta vuit.</i>		
86	PB: <i>Vuit cents vuitanta vuit què?</i>	REPETIR ⁸⁵	Solicitar expresiones (unidades de medida)
87	Emilia y Juliana: mil límetres.		
88	PB: <i>I aquí, d'aquí a aquí quant mesurà?</i>		
89	Emilia: Setanta quatre.		
90	PB: <i> Julián? Aquest tros quan mesura? Julián, es un got! [i] Un got, de part a part, quant mesura? [...] Mira, mira, Julián. Si us plau, podrieu aixecar la mà tots los que sabeu quant mesura aquest? Podrieu aixecar la mà? Julián, gírate por favor! Ahora concéntrate. Por favor, [ii] ,cuánto mide un vaso de parte a parte?</i>	REFRASEAR ⁸⁸ REFRASEAR ⁸⁸	Solicitar argumentos (altura de una base de la caja 1x12)
91	Julián: No lo sé.		
92	PB: <i>Claro que lo sabes hombre! Setenta y cuatro milímetros. Vale? Ahora sí que puedo calcular el área de esa base! Ahora sí. ¿De acuerdo? ¿Sí? ¿Cómo Enrique?</i>		
93	Enrique: No lo sé		
94	PB: <i>Volvemos a levantar la mano los que sabemos calcular el área, Enrique, a ver si nos concentramos y también decimos cómo se calcula el área de esta base, por favor [i] ¿Cómo se calcula el área de la base? [ii] El área de la base de un rectángulo.</i>	REPETIR ⁹⁴ AMPLIAR ⁹⁴	Solicitar propuestas (determinación del área de un rectángulo)
95	Mohamed: <i>Base por altura.</i>		
96	PB: <i>¡Gracias Mohamed! Base por altura. ¿Y cuánto mide la base?</i>	REPETIR ⁹⁵	Enfatizar ideas (área de un paralelogramo)
97	Mohamed: <i>Setenta y cuatro, ¿no? Lo pone ahí.</i>		
98	PB: <i>Sí vale Mohamed, Ahora, mientras no te cambies de nombre, mientras te llames Mohamed, cuando yo diga Enrique, no contestas tú. Cuando te llames Enrique y yo diga Enrique contestas tú, ¿vale? Enrique por favor, ¿cuánto mide ésta base?</i>		
99	Enrique: <i>Setenta y cuatro</i>		
100	PB: <i>¿Y la altura?</i>		
101	Enrique: <i>Ehm... Noventa y dos.</i>		
102	PB: <i>No perdona, perdón, perdón, perdón, perdón Enrique. Estamos mirando aquí. Este área de este cuadrado, de este rectángulo. ¿Sí? Vemos que esta área no es la misma que esta, o sí, no sé. ¿Calculamos ésta ahora? O sea esta sería área de la base... ¿Mej has calculado ésta</i>		

103	Mei: No	área de ésta base? A ti que te da por multiplicar.		
104	PB: ¿No la has calculado todavía? ¿Emilia lo ha calculado? ¿Nadie lo ha calculado?			
105	Noelia: Es <i>cuatrocientos cuarenta y cuatro</i> .		REPETIR ¹⁰⁵	Problematizar resultados (número incorrecto)
106	PB: Cuatrocientos cuarenta y cuatro ¿no? Seguro que no			
107	Qui: setenta y cuatro por... sesenta y cinco mil...			
108	PB: Juliana, dime.			
109	Emilia i Juliana: <i>Seixanta-cinc mil set-cents dotze</i> .			
110	Qui: <i>Seixanta-cinc mil set-cents dotze</i> .			
111	PB: ¿Qué?			
112	Qui i Emilia: mil límetres quadrats.			
113	PB: Ahhh. Muy importante, todos lo tenemos claro.			
114	Noelia: Sí, sí.			
115	PB: Sí, sí, ¿qué Noelia?			
116	Noelia: Que sí que lo tengo.			
117	PB: Sesenta y cinco mil setecientos doce ¿qué Noelia?		REPETIR ^{109,110}	Obtener resultados (área de una base de la caja 1 x 12)
118	Noelia: Ehm... por noventa y dos o sea.			
119	PB: Vamos a ver. ¿Esto qué son?		REFRASEAR* ¹¹⁷	Solicitar expresiones (unidades de medida)
120	Noelia: <i>Milímetros</i> .			
121	PB: Milímetros... ¿Esto qué son? Noelia nadie más.		REPETIR ^{120,*119}	Problematizar expresiones (incoherencia entre unidad-magnitud)
122	Valeria: Milímetros cuadrados. Perdón.			
123	PB: Ehh... La he oído yo, la he oído yo, te lo acaba de chivar y tú ¿no lo has oído? La he oído yo desde aquí.			
124	Noelia: Es que estoy resfriada.			
125	PB: Es que está resfriada. Esto te permite, te perturba el oído y la cognición. Una área! ¿Con qué se mide una área?		AMPLIAR* ^{117,*119}	Solicitar expresiones (unidades de medida)
126	Noelia: Milímetros cuadrados.			

127	<p>PB: A vale, <i>sí es una área, sí</i>. Ya sabemos de lo que estamos hablando. [i] <i>Sí es una área sí, [ii] cuadrados. ¿Vale? Ya tenemos el área de una base. ¿La otra? pues lo mismo habrá que hacer, ¿no? Vamos a ver, va. Juan, ¿cuánto mide de aquí a aquí? [...]</i> Sin prisas, tampoco...</p>		<p>REPETIR*¹²⁷ REPETIR¹²⁶</p>	<p>Enfatizar ideas (unidades asociadas a áreas)</p>
128	<p>Juan: <i>Dos por setenta y cuatro.</i></p>			
129	<p>PB: Ciento cuarenta y qué.</p>		<p>AMPLIAR¹²⁸</p>	<p>Obtener resultados (longitud arista de una base de la caja 2x6)</p>
130	<p>Qui: y cuatro.</p>			
131	<p>Juan: Pero te quieres callar?</p>			
132	<p>PB: Qui, cállate. Que si no te llamaremos como dice Mohamed. ¿Cómo dices Mohamed? ... Ciento... ¿Cuánto da?</p>			
133	<p>Juan: <i>Ciento cuarenta y cuatro</i></p>			
134	<p>PB: ¿Ciento cuarenta...?</p>		<p>REPETIR¹³³</p>	<p>Problematizar resultados (resultado numérico incorrecto)</p>
135	<p>Juan: Y cuatro. Ah, no, no, seis. Ciento cuarenta y seis.</p>			
136	<p>PB: Mira, mira, vamos a hacer una cosa, vamos a hacer una cosa. Con la tabla de multiplicar del dos. Como la tabla de multiplicar del dos es un concepto que ya entra en cursos superiores, no es una cosa que se toque en tercero. ¿Me dices como se consigue, por favor, el resultado?</p>			
137	<p>Juan: <i>Setenta y cuatro por dos.</i></p>			
138	<p>PB: Setenta y cuatro por dos. Y ara es cuando tú, ya, el cuatro por dos, puedes decir que da ocho, tranquilamente...</p>		<p>REPETIR¹³⁷</p>	<p>Ejecutar propuestas (diámetro de un vaso y cantidad de vasos)</p>
139	<p>Juan: Sí,</p>			
140	<p>PB: Vale? Manuel, nos relajamos. Cuánto mide esto de alto, por favor.</p>			
141	<p>Manuel: Ehm.</p>			
142	<p>PB: Juliana, l'altura. Dime Juliana.</p>			
143	<p>Juliana: <i>Sis por setenta y quatre.</i></p>			

144	PB: Perfecte! Ja tenim l'altura. Sis per setanta quatre. Quant dóna això?			Ejecutar propuestas (diàmetre de un vaso y cantidad de vasos)
145	Juliana: <i>Quatre cents quaranta y quatre.</i>			
146	PB: <u>Q</u> uatre cents quaranta quatre què?			Obtener resultados (longitud arista de una base de la caja 2x6)
147	Juliana: Mil·límetres.			
148	PB: Vale, Llavors, l'àrea d'aquesta base quant dóna? Julián. Àrea de la base. Com la calculo?			
149	Julián: Cent quaranta vuit per quatre cents quaranta quatre.			
150	PB: Vale. Segona vegada que estàs despistat. A la tercera... Tenim la solució, veritat que si Emilia?			
151	Emilia: <i>Seixanta cinc...</i>			
152	PB: Seixanta cinc...			Obtener resultados (área de una base de la caja 2x6)
153	Emilia: Mil set cents dotze.			
154	PB: Set cents dotze què.			Solicitar expresiones (unidades de medida)
155	Emilia: Mil·límetres quadrados.			
156	PB: Uí! Uí! Ara què passa? ¿Cuál es el área de esta base? ¿Y de ésta?			
157	Emilia: Lo mismo			
158	Qu: També.			
159	Valeria: Es igual. Es igual.			
160	PB: ¡Vaya! Bueno es que hemos dejado la naranja para el final. La naranja es la que habíamos dicho todos que era la más pequeña. Lo hemos hecho aposta. Ahí va. ¡Valeria! ¿Área de ésta base! Ai, perdó. Longitud de ésta base. ¿Cómo la calculo?			Examinar propuestas (área de una base de la caja candidata a solución, 3x4)

161	Valeria: Pues setenta y cuatro por tres.		
162	PB: Ahí va, muy bien. ¿Lo tienes hecho, el cálculo?		
163	Valeria: No.		
164	PB: Este lo tenéis hecho, que habéis empezado todos por este!		
165	Emilia: <i>Doscientos veintidós.</i>		
166	PB: <i>Dos-cents vint-i-dos, què?</i>	REPETIR ₁₆₅	Obtener resultados (longitud arista de una base de la caja 3x4)
167	Emilia: <i>Mil·límetres.</i>	REPETIR ₁₆₇	Enfatizar ideas (unidades asociadas a longitudes)
168	PB: Mil·límetres, vale, va. L'altre, Mei.		
169	Mei: <i>Setanta-quatre per quatre.</i>	REPETIR ₁₆₉	Enfatizar datos (número de vasos por fila de la caja 3x4)
170	PB: Perfecte, per quatre. Vale, resultat.		
171	Mei: <i>Dos-cents noranta sis.</i>		
172	PB: <i>Dos-cents noranta sis què.</i>	REPETIR ₁₇₁	Obtener resultados (longitud arista de una base de la caja 3x4)
173	Mei: <i>Mil·límetres.</i>		
174	PB: <i>Mil·límetres. Vale. Ara l'àrea d'aquesta base. Com se calcula?</i>		Enfatizar ideas (unidades asociadas a longitudes)
175	Mei: <i>Dos-cents vint-i-dos...</i>		
176	PB: <i>per...?</i>		
177	Mei: <i>Dos cents noranta sis.</i>		
178	PB: Perfecte! I el resultat?		
179	Mei: <i>Seixanta-cinc mil set-cents dotze.</i>		

180	PB: Hala, hala, hala. I ara què? I ara què? Ara tornaré a fer la pregunta. Quina és la base més petita?		
181	Emilia: Són iguals		
182	PB: Ehm... pues... resulta que...		
183	Qui: <i>Són tots iguals.</i>		
184	PB: Són les tres iguals. I ara què? Per què haviem triat tots la taronja en un principi? Què li passava?	REFRASEAR ¹⁸³	Comparar propostes (igualdad del área de las bases de las cajas seleccionadas, 1x12, 2x6 y 3x4)
185	Valeria: Porque hemos hecho tres por cuatro.		
186	PB: Quina diferència té la taronja de les altres dues? Què ens resulta potser més pràctica, no? A simple vista? Ens resulta que, quan hem posat tots els gots... si em permeteu... bé, aquí tenim les capsas.		
187	Mohamed: <i>Nos resulta familiar.</i>		
188	PB: Nos resulta familiar... Familiar no seria la palabra de mates. Aquí tenim les capsas. Val? Val? Alguns he vist que multiplicàveu per dos, cada costat. Això és veritat. Ningú ha parlat que les capsas haguéssin de tapar o no.		Problematizar argumentos (razonamiento intuitivo)
189	Mohamed: ¿Hay cajas así en serio?		
190	PB: Sí. Aquesta capsa? Què passa con aquesta capsa? Nosaltres... què passa amb les meves mans? No és còmode. No és còmode. Aquesta és la que ens ha costat més de posar, eh? Aquesta us he hagut d'obligar a posar-la. I té la mateixa, la mateixa base. Però no ens resultava còmode. Val. Però en canvi, a quina hem anat? A aquesta. A la capsa més, <i>més familiar</i> . Hem dit <i>més familiar</i> . Però en canvi no és veritat, eh? El Mohamed i el Manuel no han anat a aquesta. Han anat a aquesta. S'han empenyat en pensar en aquesta.		Proporcionar argumentos (distribución de vasos usada en contextos cotidianos)

191	Manuel: Yo las he pensado todas. PB: Manuel las ha pensado todas, pero no lo ha dicho por no agobiaros con su inteligencia. Pero ha pensado en todas. És diferent aquesta. Val, És curió, no? perquè ara, clar, què passa? Que Emilia ja ha dit una cosa abans: que quan calculem el volum d'aquests tres prismes, d'aquests tres prismes, són capsos però són prismes. En el volum sempre passarà una cosa. El volum què és? El volum d'un prisma? Eh Mei?		
192	Mei: Es diferente		
193	PB: A veure si ara ho dius bé, però en el examen no.		
194	Qiu: Área de la base por altura...		
195	PB: Hola Mei! Te noto cambiada hoy. Quiero hablar con la otra Mei de la clase. El volum d'un prisma? Sí, sí, que te lo has d'estudiar jo ho sé. Tinc les notes ja en parlarem d'esto. Emilia, volum d'un prisma?		
196	Emilia: Es que jo, a veure... Es que, no, no.		
197	PB: Si Emilia falla...		
198	Emilia: Siempre hago: <i>área por eso de la altura.</i>		
199	PB: Hago [i] 'el área por eso de la altura, y si siempre sacas un diez y haces eso, pues ¿cuál va a ser la fórmula? Pues Claro, ¡digo yo! si hago Siempre [ii] 'el área por eso de la altura' Pues va a ser esa la fórmula, no? Si tú haces siempre eso Emilia y siempre tienes un diez, va a ser eso la solución, digo yo.		
200	Mei: Ah, vale.		
201	PB: Cada uno a su ritmo. Mei, cada uno a su ritmo. Calma		
202	Mei: No, es porque me confundió... Esto yo me confundido esto con área por altura partido por dos.		
203	PB: Sí, ya lo sé. Tú has decidido que todos los prismas son pirámides y divides por tres cuando te da la gana. Ya lo sabemos, esto ya lo sabemos. Tú no te confundes cuando pones las fórmulas, Mohamed. Nunca te confundes, Mohamed nunca se confunde cuando pone una fórmula, jamás.		
204	Valeria: Es que no las pone!		
205	PB: Ni una, ni una! Pero ni una! Es que no hay manera! Entonces ¿qué va a pasar? ¿La altura de los vasos aquí cuál es?		
206	Emilia: Noranta-dos		
207	PB: ¿La altura de los vasos aquí cuál es?		
208		REFRASEAR* ⁵⁹	Solicitar resultados (volumen de las cajas)
		REPETIR ¹⁹⁹ REPETIR ¹⁹⁹	Enfatizar ideas (volumen caja con forma de ortoedro)
		REPETIR* ²⁰⁶	Solicitar datos (determinación de la altura de un vaso)

209	Todos: Noranta-dos				
210	PB: ¿La altura de los vasos aquí cuál es?			REPETIR* ₂₀₆	Solicitar datos (determinación de la altura de un vaso)
211	Emilia: Noventa y dos.				
212	PB: ¿Qué tenemos de volumen?				
213	Kati: ¿Pero una pregunta, por qué no tienen tapa? O sea porque no se...				
214	PB: ¿Por qué no hemos dicho de que poner tapa...? En verdad no hemos dicho nada. En este momento no hay tapa, pero...				
215	Todos: Ah, vale.				
216	PB: Ya tiene tapa. Solucionado el tema.				
217	Kati: Y otra cosa, que bueno la base sí que es setenta y cuatro pero la otra que está arriba es diferente. Y si caben en una caja tienen que ser más amplio, ¿no?				
218	PB: Perdón, perdón, perdón, perdón, perdón, perdón. Kati, el <i>diámetro de setenta y cuatro</i> . Qué estropicio estoy montando aquí. El <i>diámetro de setenta y cuatro</i> es el de la parte superior o es el de la parte inferior?			REPETIR* ₂₁₈	Problematizar propuestas (diámetro superior o inferior de un vaso)
219	Valeria: Superior porque dice por				
220	PB: ¡El de la superior! ¡Si no, no caben!			REFRASEAR ₂₁₉	Puntualizar datos (diámetro superior de un vaso)
221	Kati: Ya				
222	Valeria: Lo pone aquí				
223	PB: [i] ¡Si no, no caben señores! [ü] Si el setenta y cuatro fuera el de la parte inferior no cabrían! Ah, no lo habíamos pensado			REPETIR* ₂₂₀ AMPLIAR* ₂₂₀	Proporcionar argumentos (mayor diámetro de un vaso para garantizar volumen suficiente)
224	Valeria, Emilia, Julián: Lo pone aquí.				
225	PB: Entonces tú lo has hecho al revés, querida!				
226	Kati: Lo que pensaba era... lo que he dicho...				

227	<p>PB: Pensabas otra cosa pero lo has dicho mal para despistarme, muy bien, lo has conseguido. Si el objetivo era despistarme lo has conseguido, muy bien. Es evidente, i estem tots d'acord que encara que no ho dignés, si sols se'ns dóna aquesta informació, hem de pressuposar que ens està donant la part de dalt. Millor si ho diuen, evidentment. Però sinó amb la part de baix nosaltres no fem res. Estem d'acord que ens és igual que el got sigui... ja sabeu com dibuixo eh?, no parlarem avui d'això, siusplau... Que el got sigui això o que sigui això. Ens importa la part de dalt. La part de sota ens és igual. Perquè ens és igual? Perque aquest senyor en què s'ha empenyat? Aquest s'ha empenyat en algo prou estúpid, que és esto. Quan tots, bueno tots, la gran majoria, heu fet esto. quan busqueu un espai més petit. Heu pensat en posar-los així i posats així guanyeu espai. Aquí sí que guanyaríem. Però estem d'acord que si jo aquí sapigués quant mesura la longitud que va d'aquí a aquí, la puc multiplicar setanta-quatre per dos. Per què ésta és setanta-quatre i ésta és ni idea? Setanta-quatre más ni idea, da aproximadamente...</p>		
228	<p>Mohamed: Ni idea.</p>		
229	<p>PB: Ni idea. Val?</p>	<p>REPETIR²²⁸</p>	<p>Examinar propuestas (diámetro de la base inferior de un vaso)</p>
230	<p>Manuel: Pues coges la regla y lo mides y ya está.</p>		
231	<p>PB: Pues me parece una idea genial. Oye, ¿te molesta que lo hagamos? ¿Medimos aquí cuánto mide el diámetro? ¿Cuánto mide el diámetro de la base?</p>		
232	<p>Manuel: Porqué habré abierto la boca.</p>		
233	<p>PB: Y luego mañana hacemos este ejercicio nosotros, aparte de los que nos diga Kaouthar, de los que tenía pensados. Vale? Vamos a pensar ésta caja a ver cómo de verdad sería buena idea. Y ya hablaremos con este señor y le diremos que no hay que poner los vasos hacia arriba.</p>		
234	<p>Mohamed: Cinco! Cinco centímetros!</p>		
235	<p>PB: Pues apunteu-ho i ja ho farem demà. Llavors, llavors, de les tres. Quina ens quedem?</p>		
236	<p>Mohamed: La naranja.</p>		

237	Emilia: La naranja.		
238	Qui: La verde.		
239	Valeria: <i>Pero no es lo mismo.</i>		
240	PB: Es lo mismo en volumen, en área de la base, pero qué diferencia hay?	AMPLIAR _{5,2,54,183,*184,239}	Comparar propuestas (igualdad en volumen de las cajas y áreas de las bases)
241	Manuel: Es más estrecho		
242	Mohamed: La gordura		
243	PB: [i] ¿Qué diferencia hay? Si yo tuviera que coger y regalársela a alguien y ponerle un lazo alrededor. <i>Eso de alrededor tiene un nombre en matemáticas. Se llama... [ii] Alrededor se llama en matemáticas...</i>	REPETIR _{*240} REFRASEAR _{*243}	Solicitar argumentos (diferencias entre las cajas seleccionadas) Examinar propuestas (perímetro)
244	Julián: Perímetro.		
245	PB: Gracias Julián. ¿Lo hemos oído, Juan?		
246	Mohamed: Sí el <i>perimètre</i> (mal pronunciat).		
247	PB: Tú realmente tienes un nombre raro: te llamas Mohamed-Enrique-Juan nosecuantos. [i] Perímetro. <i>Si habiéramos puesto un lazo alrededor de cada caja para regalarlas, hay,... espera espera. [ii] Un lazo alrededor de esta caja, un lazo alrededor de esta o un lazo alrededor de esta, ¿cuál os va mejor?</i>	REFRASEAR ₂₄₆ AMPLIAR _{*247}	Formalizar conceptos (perímetro) Examinar propuestas (longitud de lazos para rodear cada caja)
248	Manuel: <i>La naranja.</i>		
249	Mei: <i>La naranja.</i>		
250	PB: [i] La naranja. Ah, entonces la naranja tiene una ventajeta. Aparte del área de la base, aparte del volumen había otra cosa a comparar. Nos da más cómoda. Nos da más cómoda por su perímetro. Vale? El perímetro. Si yo le quería dar la vuelta, [ii] tú le das la vuelta éste doscientos noventa y seis más doscientos veintidós más doscientos noventa y seis más doscientos veintidós. Calculad los perímetros de las bases, va! Calculadlo, calculadlo, calculadlo, va. [...] Farem una cosa, farem una cosa. El perímetro se calcularà en casa. I demà me direu els perímetres dels tres. Però, però està clar. Ja ho hem decidit, la taronja guanya de carrer. Perquè ocupa... Perquè pensem que la taronja té menys perímetre?	REPETIR _{248,249} AMPLIAR _{*250}	Enfatizar ideas (caja óptima: 3x4) Examinar propuestas (perímetro de la caja 3x4)
251	Qui: <i>Menys perímetre?</i>		

		REPETIR ²⁶¹	Entatzar ideas (caja óptima tiene menor perímetro)
252	PB: Sí, menys.		
253	Qiu: Perquè menys?		
254	PB: No, Dóna dóna! Quan ho calculis en casa ja veuràs que sí que dóna més perímetre. Per què?		
255	Qiu: Més o menys?		
256	PB: Menys.		
257	Qiu: Té menys perímetre que les dos?		
258	PB: A veure, tu ara en casa vas a calcular: setanta-quatre més vuit-cents vuitanta-vuit més setanta-quatre més vuit-cents vuitanta-vuit i tindràs el perímetre d'aquest. Després tindràs el perímetre d'aquest. I després calcularàs el perímetre d'aquest. I evidentment ja ho heu dit, la taronja té menys perímetre, perquè?		
259	Qiu: Perquè les unitats..		
260	PB: Sí, ja, porque la suma da un número más pequeño. Ya me has quitado el sudor. ¡Por algún motivo será!		
261	Qiu: Eso y eso.		
262	PB: ¿Eso y eso?	REPETIR ²⁶¹	Solicitar argumentos (selección de la caja 3x4 como solución óptima)
263	Qiu: No están, no tienen mucha diferencia como el... como en los otros. Imagina: en uno hay cuatro, en otro hay seis y en otro hay ocho.		
264	PB: Aquí hay doce		
265	Qiu: Y la base es uno. <i>Hay mucha diferencia</i> entre los números		
266	PB: Hay mucha diferencia.	REPETIR ²⁶⁵	Examinar propuestas (diferencia numérica)
267	Qiu: También, no sé. Porque ahí hay...		
268	PB: Os fijáis que este vaso... que le pasa? toca la caja?		
269	Alumnos: Sí		
270	PB: Y este?		

271	Alumnos: Sí, sí, sí... No.		
272	PB: Anem a parlar-ne, d'això.		
273	PB: ¿Ese vaso toca la caja?		
274	Alumnos: No.		
275	PB: Esa es la diferencia de todo. ¿Este vaso por donde toca la caja? Por dos lados. ¿Este vaso? un lado. Vamos a verlo, vamos a verlo. ¿Emilia, que pasa con todos?		
276	Emilia: Todos tocan la caja.		
277	PB: Todos. ¿Y éste por cuántos lados?		Examinar propuestas (contacto entre los vasos y las paredes laterales de la caja 1x12)
278	Emilia: Tres. (cast)	REPETIR ₂₇₆	
279	PB: Los doce vasos, me faltan dedos, los doce vasos tocan toda la caja. Y en la naranja?		
280	Qui: Solamente, solamente...		
281	Emilia: Hay dos que no.		
282	PB: Hay dos que no tocan. Por qué pensamos que puede ser más interesante el naranja, ¿qué construcción podría ser más interesante?		Examinar propuestas (contacto entre los vasos y las paredes laterales de la caja 3x4)
283	Qui: Porque podemos poner cosas dentro.	AMPLIAR ₂₈₁	
284	PB: Porque podemos poner cosas dentro. Y aquí también, ¿no?	REPETIR ₂₈₃	Problematizar argumentos (rellenar vasos es irrelevante para determinar la caja óptima)
285	Qui: Sí. Pero esos dos vasos no tocan el esto y hay menos perímetro porque no han estado en...		

286	<p>PB: Muy bien. Esa idea. [i] Estos dos vasos no tocan la caja. Entonces es como si en el fondo los hubiéramos restado del perímetro total. Porque no están tocados por fuera. Ya, en este caso es casi como si estuviéramos envolviendo los vasitos. ¿Qué pasa? Gastamos más. A éste, no tanto. Pero es que en éste hay vasos que incluso ni tocamos. Entonces claro nos hemos ideado a esta. [ii] La palabra que ha dicho Mohamed, es más familiar. En el fondo se construye esta, porqué: se gasta menos, pero también existe una segunda razón: ¿cuántos golpes pueden recibir estos vasos? En cambio aquí, estos ninguno. Esto la convierte en incluso más segura, tiene menos perímetro pero es de aquellas situaciones en la que es mucho más favorable para un constructor, para un señor, para... tener ésta, que ésta.</p> <p>Qiu: Porque es largo y también es más fácil de doblar.</p>	REFRASEAR ²⁸⁵	Enfatizar ideas (vasos que no contribuyen al perímetro)
287	<p>PB: Más fácil de doblar, para embolicar, para poner un lazo. Tenemos los vasos más protegidos. ¿Lo vemos? Tiene muchísimas ventajitas la naranja. Quizás por eso se nos hace más familiar. Porque a lo mejor alguien ha pensado esto antes que nosotros y ha decidido hacer esta. ¿Vale? Por eso vemos ésta más veces que ésta. Porque es más económica en muchos aspectos.</p>	RELATAR ¹⁸⁷	Proporcionar argumentos (razonamiento intuitivo)
288	<p>Noelia: Por ejemplo los huevos vienen así.</p>	REPETIR ²⁸⁷	Proporcionar argumentos (facilidad para rodear la caja)
289	<p>PB: Por ejemplo los huevos vienen así.</p>	REPETIR ²⁸⁹	Proporcionar argumentos (distribución de vasos usada en contextos cotidianos)
290	<p>Qiu: No, vienen en el verde.</p>	REPETIR ²⁹¹	Problematicar propuestas (no hay ejemplos en contextos cotidianos)
291	<p>PB: ¿Los huevos vienen en el verde?</p>		
292	<p>Valeria: No, vienen así</p>		
293	<p>Qiu: Hay algunos que vienen en el verde.</p>		
294	<p>Noelia: Si son seis vienen así pero si son doce vienen así.</p>		
295	<p>PB: La verdad es que estos es más facilidad encontrar un huevo roto que en estos. Siempre porque aquí se pueden dar un golpe, y los de aquí en medio no. Es cuestión de hacer números. Si hay dos huevos que no pueden recibir golpe, esos se salvan seguro. ¿Si? Perfecte senyors. Ho apuntem tot.</p>		
296			

Instrumento Vertical



El instrumento Vertical consiste en una tabla con seis columnas. En la primera y segunda columna aparece la numeración de los turnos con revoicing y sus expresiones clave, respectivamente. En la tercera columna se retoman los complementos matemáticos de las funciones discursivas. En la cuarta y quinta columna se indican las expresiones clave de los turnos intermedios entre turnos con revoicing expresados por alumnos y la numeración de estos turnos, respectivamente. En la sexta columna se indica la numeración de episodios y se nombran con un título explicativo según la actividad matemática en la agrupación de turnos.

C.1. Instrumento Vertical aplicado en T1 de PA

#	EXPRESIONES CLAVE	COMPLEMENTO MATEMÁTICO	EXPRESIONES CLAVE	#	ei
			pugés u vint-i-cinc, després cinc metres de llarg després un metre per arribar a la mosca.	2	e1 Distancia entre dos puntos del plano
3	aranya puja u vint-i-cinc camina cinc pel sostre	concatenación de dos movimientos de un camino	baixa un metre per agafar a la mosca	4	
5	aranya puja camina cinc metres sostre baixa vaig com al mig baixa	no coincidencia entre punto final del camino y coordenadas de mosca	dos metres en línia recta diagonal	8	
9	pujava aranya camina cinc metres baixa un metre encara ha d'anar cap aquí aranya vagi recte en comptes de fer escaleta en diagonal aquest tros recte, aquest tros recte i diagonal	movimientos horizontales y verticales - movimientos oblicuos movimiento oblicuo respecto a los ejes	una diagonal tota ella	10	
11	una diagonal tota ella	movimiento único oblicuo			
13	aquesta (una diagonal) recte, baixar i recte	movimientos horizontales y oblicuo - movimiento único oblicuo	recte	14	
15	distància més curta entre dos punts recta	distancia entre dos puntos del plano			
			sostre	16	
17	pel sostre	movimientos por otras caras de un ortoedro orientado: techo	anar en diagonal passant pel sostre fins a la mosca	18	e2 Desarrollos ortoedro. Correspondencia desarrollo- camino
19	desplegada passar pel sostre el més curt entre dos punts línia recta	movimientos curvilíneos	Els costats per dalt	20	
			la mateixa (habitació) parets de maneres diferents	24	
		camino óptimo: línea recta	semblants	28	
			iguals	29	
30	habitacions iguals	desarrollos del ortoedro	hexaminós diferents	31	
32	dos hexaminós diferents desplegaments del cub diferents desplegat desplegat així les pestanyes aquí desplegat d'una altra	hexaminós y ortoedro			

	manera paret dels quadres sostre enganxarem les parets al costat del sostre línia recta.	correspondencia entre movimientos y desarrollo óptimo			
34	més opcions	ampliación de caminos solución	terra mosca està més a prop sostre serà més curt terra	35	e3 Caminos favorables
36	anar pel terra dues parets	movimientos por otras caras de un ortoedro orientado: suelo	a baix (coser las paredes)	37	
38	aquí	orientación de caras de mosca y araña	està més amunt (mosca) no cal	39	
40	una altre opció	ampliación de caminos solución	altre costat	41	
			altre costat que no té quadres està (mosca) més a prop dels quadres no cal fer-ho	42	
43	més a prop d'ell paret de quadres o sostre	posición de mosca			
45	paret de quadres mesurava d'ample cinc	cálculo de la distancia por una cara de un ortoedro orientado: pared con cuadros	cinc	46	e4 Teorema de Pitágoras
47	cinc metres	identificación de las longitudes de la tarea	a la meitat	48	
			dos de la paret de quadres	50	
51	dos metres	interpretación de las longitudes de la tarea	zero coma cinc	52	
53	zero coma cinc		triangle rectangle	54	
55	triangle rectangle així	triángulo rectángulo cuya hipotenusa da la longitud del camino	zero vint-i-cinc	56	
57	zero vint-i-cinc	interpretación de la longitud de una altura del triángulo rectángulo	set coma cinc	60	
61	set coma cinc	interpretación de la longitud de una base del triángulo rectángulo	cinc més dos	62	
63	cinc més dos més zero coma cinc caminant en diagonal mosca per la paret de recte, en diagonal i recte	longitud de una base del triángulo rectángulo	pel sostre és menys	64	
		longitud de un camino candidato a solución con Teorema de Pitágoras			

65	menys	càlculo de la longitud del camí per una cara de un ortoedre orientado: techo			68
67	dues opcions set coma cinc zero quatre per la paret de quadres set coma quatre zero tres pel sostre	comparación de longitudes: por pared con cuadros - techo	pel sostre		
69	sostre altres opcions pitjors no cal calcular-les dues millors fent tots els càlculs	menor longitud posición de mosca medida de caminos			
71	línia recta es la millor diferents desplegaments pel sostre, paret	diferentes desarrollos de un ortoedro	paret i sostre	76	e5 Desarrollos favorables
77	un mica paret finestra un mica paret de quadres un mica sostre un mica de l'altra	movimientos por más de tres cares de un ortoedro orientado	pitjor	78	
79	encara pitjor desplegaments dues oposades sempre dalt aquí escalonada segur que no	camino por menor número de caras adecuación de desarrollos en relación a la tarea			

C.2. Instrumento Vertical aplicado en T1 de PB

#	EXPRESIONES CLAVE	CONTENDIOS MATEMÁTICO	EXPRESIONES CLAVE	#	ei
			así	2	e1 Desarrollos ortoedro
3	así	determinación de un desarrollo	distància d'aquí dintre	4	
			aquesta d'arriba	6	
			pel sostre	8	
9	pel sostre	ubicación caras de un ortoedro orientado: techo	sí	10	
11	per aquí	movimientos por una cara de un ortoedro orientado: techo			
			longitud fins el punt de la mosca distància del punt d'això hasta la mosca Pitàgores.	12	e2 Distancia entre dos puntos del plano
			el camí recte des de l'aranya hasta la mosca	16	
17	el camí recte des de l'aranya hasta la mosca	movimiento único y rectilíneo	hasta el cuadro	18	
19	hasta el cuadro	ubicación del punto final	el mío esta cortado	20	
21	primer camí pel sostre	movimientos por una cara de un ortoedro orientado: techo	d'aquí fins aquí d'aquí fins aquí d'aquí fins aquí	22	
			lo mismo pero en la otra	24	
25	està així desmuntada	correspondencia entre movimientos y desarrollo óptimo	pared	26	
			d'aquí fins aquí així i un mica més amunt	30	
31	aranya recte recte recte després puja por paret de quadros recte recte per aquí després puja	concatenación de movimientos horizontales y verticales por la pared de cuadros	diagonal aquí passa aquí després aquí	34	
35	diagonal aquí	movimiento oblicuo respecto a los ejes	diagonal aquí passa per aquí després aquí	36	
37	una diagonal, recte i diagonal	concatenación de movimientos horizontales y oblicuos respecto a las aristas	sí	38	

39	dos diagonals	dos movimientos oblicuos			
			quatre camins	46	
47	sostre quadros un altre camí camí	movimientos por el techo - movimientos por la pared de cuadros			
50	sostre	movimientos por el techo	no	51	
52	camí més curt diagonal un altre camí	movimiento oblicuo ampliación de posibles camino solución	els altre són més llargs	54	
55	els altre són més llargs	longitud de caminos candidatos a solución	fa volta	56	
			fa menys	57	
			puja i baixa	58	
59	camina pels quadros camina pel sostre altres possibilitats	ampliación de posibles camino solución	ir por debajo	60	
61	por el suelo	movimientos por otras caras de un ortoedro orientado: suelo	per l'altra paret	62	
63	por la otra pared terra o l'altra paret és més llarg	movimientos por otras caras de un ortoedro orientado: otra pared longitud de caminos por el suelo y la otra pared	mosca situada més cerca de la paret	64	
			està més lluny	65	
66	mosca	posición de la mosca	més iguals	67	
70	està més a prop	posición de la mosca	del sostre que del terra	71	
72	del sostre	posición de la mosca: techo-suelo	de la paret de quadres	73	
74	altra paret sostre i paret de quadros	posición de la mosca: pared cuadros-otra pared movimientos por el techo - movimientos por la pared de cuadros	no	75	
76	els quatre camins	movimientos por el suelo y la otra pared	fer tots	77	
			para comprovar	78	
79	Para comprobar	movimientos por el suelo y la otra pared			

85	la teoria de dos més curt la línia recta és més curt línia recta entrebancs més llarga	concatenación de dos movimientos oblicuos			e4 Dirección camino
			el primer	86	
87	sostre paret de quadros camí més curt	movimientos por el techo - movimientos por la pared de cuadros	paret quadres	88	
		camino óptimo			
			sostre	90	
			sostre	91	
			sostre	93	
			sostre	95	
98	paret de quadros sostre es triga menys paret (quadres) sostre, sostre i sostre camí camí és hipotenusa de un triangle més curt	movimientos por el techo - movimientos por la pared de cuadros	al revés	97	
		camino óptimo movimientos por la pared de cuadros			
		camino solución coincide con la hipotenusa de un triángulo rectángulo		99	
		camino óptimo según su longitud numérica			
100	diferencia pel sostre i paret de quadros quant de tros	longitud de los caminos por el techo- pared de cuadros	set coma quatre	101	
102	set coma quatre sostre	longitud de un camino por el techo	set coma quatre	104	
105	set coma quatre	longitud de un camino por el techo	set coma cinc	106	
107	set coma cinc molt per l'aranya	longitud de un camino por la pared de cuadros	em surt diferent	114	
		longitud del camino solución y dimensiones de los animales			
115	te surt diferent	camino por la pared de cuadros	més petit, més petit	116	
117	més petit	camino por la pared de cuadros	més petit que pel sostre	120	
121	més petit que anar pel sostre	camino por la pared de cuadros	la solució quant surt	122	

e5 | Teorema de Pitàgoras

C.3. Instrumento Vertical aplicado en T2 de PA

#	EXPRESIONES CLAVE	CONTENDIOS MATEMÁTICO	EXPRESIONES CLAVE	#	ei
			capsa tres per quatre quadrat ocupa menys espai altura u costat tres tres per u àrea d'una cara l'altre costat sumes	2	e1 Àrea de un ortoedro
3	capsa tres per quatre gots no mil·límetres no metres tres per quatre gots minimitzar la capsa	distribución vasos en tres filas de cuatro, 3x4 ----- unidad de medida ----- optimización de material	tres centímetres multipliquem per un centímetre	4	
5	multipliquem per un altura un	longitud altura caja 3x4	multiplicar per dos àrea tres	6	
7	tres per u aquesta àrea aquesta paret tres per u multiplicar per dos parets d'aquestes dos	àrea paredes laterales caja 3x4	l'altra banda al mateix	8	
9	quatre per u	àrea paredes laterales caja 3x4	sí	10	
11	quatre per u d'aquestes n'hi ha dos	àrea paredes laterales caja 3x4	dos tapes	14	
15	dos tapes terra i dalt	àrea bases caja 3x4	dotze	16	
17	dotze tres per quatre	àrea de una base caja 3x4	dos i sis és més	18	
			sis dos	20	
21	tres i quatre dos i sis	distribución de los vasos en dos filas de seis, 2x6	dotze i u	21	
23	dotze i u àrea més petita	distribución de los vasos en una fila de doce, 1x12			
		àrea de las tres cajas			
			dotze gots seguits cantonades toquen dos menys toquen amb tres tres parets ----- cada got toca baix i dalt	24 26	
27	cada got	posición relativa de un vaso	tocaria	28	
29	tocaria a fora aquí i aquí	paredes laterales que están en contacto con un vaso	el de la cantonada també	30	

31	el de la cantonada toca amb tres	paredes laterales que están en contacto con un vaso	molta cartolina tres quatre gots sense tocar cantonada	32	
33	aquest no toca carregar-se el màxim de parets dotze gots tres per quatre got aquí parets anul·lades no formen part de la capsa agafaré el de fora quatre cantonades en dos dos pestanyes una cantonada el mig cap paret	paredes laterales que están en contacto con un vaso			
		minimizar contacto de los vasos con paredes laterales de una caja			
		número paredes según la posición de un vaso			
			àrea general àrea de dalt sempre serà la mateixa la de les tapes sempre seran els mateixos gots	34	e3 Invariancia de ortocedros favorables: àrea base
35	àrea	àrea total caja	són els mateixos gots	36	
			tapes sempre mateixes àrees mateixos gots tapes de dalt i baix no cal que comptis sempre seran iguals	38	
39	sempre seran iguals aquesta tapa i aquesta tapa sempre seran iguals	igualdad en área de bases de todas las cajas	mateixa àrea	40	
			mil·límetres	42	
43	setanta-quatre mil·límetres zero coma setanta-quatre	diàmetro vaso			
45	tapa o base caps llarga mateixa àrea que taronja encaixen aquesta cartolina, aquesta i aquesta són iguals d'àrea forma no no contribueixen a minimitzar podem treure de sobre parets	igualdad en área de bases de todas las cajas			

			no cal calcular àrea cal calcular perímetre dels quadrats doni menys	46	e4 Perímetro base ortoedro
			àrees tapes iguals	48	
			només una tira u pel perímetre aconseguir la cara color blau	50	
51	aconseguir aquesta	variación perímetro bases cajas	multiplicar u pel costat	52	
53	per l'altura del got	correspondencia número-magnitud	noranta-dos	54	
55	noranta-dos àrea d'aquesta paret sempre noranta-dos	altura vaso	part de dalt	56	
			part de dalt	58	
59	no contribueix serà la mateixa tapa de dalt d'aquesta i d'aquella	igualdad en área de bases de todas las cajas	menys	60	
			menys	61	
62	molt menys	perímetros cajas 2x6 - 1x12	encara menys	63	
64	encara menys	perímetros cajas 2x6 - 3x4	s'assembla més a la verda	65	
66	s'assembla més a la verda més petita	perímetros cajas 2x6 - 3x4	cent menys perímetre	67	
		caja con menor perímetro: 3x4	cent mil·límetres mil trenta-sis mil·límetres		
68	mil trenta-sis	perímetro caja 3x4	sí	69	
70	mil·límetres de perímetre	correspondencia unidades-magnitud	de perímetre	71	
			mil cent vuitanta-quatre	73	
			mil cent vuitanta-quatre	75	
			mil nou-cents vint-i- quatre	77	
			àrea també dóna	79	e5 Optimización de vasos en el contorno
80	àrees segur que donen estalviàvem parets parets d'aquestes en necessitem catorze necessitem setze necessitem vint-i-sis	càlculo área	quants menys gots estiguin tocant més petit	81	
		optimización paredes según posición relativa vasos			
		número de paredes laterales para cada caja según posición vasos			
			més comprimit	84	
85	menys gots toquin parets més petit el que hem de gastar	optimización perímetro paredes laterales			

			les botelles de Veri	88	e6 Optimización modificando condiciones iniciales
89	les botelles de Veri	relación con otras tareas similares	no	90	
			una rodona	92	
			una rodona	94	
95	una rodona circumferència	término 'redonda' término circumferencia	ai	96	
97	una circumferència rodona	caja óptima: distribución en circumferencia distribución en circumferencia condicionada al número de vasos	és menys	98	
99	el més petit possible	circumferencia, figura con menor área entre sus isométricas	no cal tot els gots mirant cap amunt	100	
101	si no cal cap i culats got boca a baix i got boca dalt	vasos intercalados: boca arriba-boca abajo	un dins de l'altre	102	
103	apilar-los	vasos apilados	un donut	104	
			un donut	106	
107	un donut	distribución en forma de corona	posar com dos	108	
109	doble paret paret per fora i paret per dintre	paredes caja con forma de corona	sí	110	
			no surt a compte	112	
			millor que no hi hagi forat tota l'àrea tot el perímetre	114	
115	si omplés el forat millor contra menys gots toquin la vora millor	pared interior caja con forma de corona optimización paredes por vaso			

C.4. Instrumento Vertical aplicado en T2 de PB

#	EXPRESIONES CLAVE	CONTENDIOS MATEMÁTICO	EXPRESIONES CLAVE	#	ei
			la del mig	2	e1 Espacios entre vasos
3	la del mig	distribución de los vasos en tres filas de cuatro, 3x4 elección caja 3x4	més lògic	4	
5	més lògic	razonamiento intuitivo	más, més, estrecha	6	
7	més lògic	razonamiento intuitivo	més normal	8	
9	més normal	razonamiento intuitivo	ocupa menos espacio	9	
12	ocupa menos espacio	razonamiento intuitivo	gasta menys	14	
15	gasta menys	razonamiento intuitivo	menys no es la misma son las mismas	16	
			l'última de allí	18	
19	millor aquesta última	distribución de los vasos en una fila de doce, 1x12	la blau	20	
21	la blava	caja 1x12	tenemos más espacios verde y naranja más espacios libres	24	
			hay lo mismo	25	
			en la otra todos rectos un mismo	26	
27	hi ha quatre... espais queden buits	espacios vacíos entre los vasos de las cajas 1x12; 2x6 y 3x4	allí lo mismo juntas te queda igual	29	
			poses totes juntes	31	
			juntes serà lo mateix	32	
			és lo mateix	33	
			tambien hay en el otro	35	
36	la blava té menos espais	espacios vacíos caja 1x12	sí	37	
38	té menos espais	espacios vacíos caja 1x12			

			la primera igual nombre de gots són igual a què esten així o així	39	e2 Invariancia entre ortocedros: àrea y volumen
40	les tres són iguals	similitudes entres cajas	de todo	44	
45	de todo	cajas idénticas	àrea	49	
			de àrea, de àrea	52	
53	de àrea, de àrea	cajas idénticas	volumen	54	
55	de volumen	igualdad de volumen	es lo mismo	56	
59	conceptos diferentes àrea volumen	àrea y volumen son magnitudes diferentes			
			noventa y dos	62	e3 Àrea de bases
63	noventa y dos	consideración de la altura en vez del diámetro del vaso	setenta y cuatro	64	
65	doce por setenta y cuatro	diámetro del vaso	tiene dos doce vasos	69	
70	àrea de la base caja azul	àrea de una base de la caja 1x12	la base	73	
			la base	75	
76	la base	determinación del àrea de una base de la caja 1x12	doce por setenta y cuatro	77	
			doce por	79	
80	doce por	número de vasos	setenta y cuatro	81	
82	setenta y cuatro	diámetro de un vaso	vuit cents vuitanta vuit	83	
		àrea de una base de la caja 1x12			
84	vuit cents	àrea de una base de la caja 1x12	vuit cents vuitanta vuit	85	
86	vuit cents vuitanta vuit	unidades de medida	mil·límetres	87	
			setanta quatre	89	
90	aquest tros es un got un got de part a part un vaso de parte a parte	altura de una base de la caja 1x12			
94	àrea de esta base àrea de la base de un rectángulo	determinación del àrea de un rectángulo	base por altura	95	
96	base por altura la base	àrea de un paralelogramo	setenta y cuatro	97	
			setenta y cuatro	99	
			noventa y dos	101	
			cuatrocientos cuarenta y cuatro	105	

106	cuatrocientos cuarenta y cuatro	número incorrecto	setenta y cuatro por setenta y cinco mil	107
			seixanta-cinc mil set-cents dotze	109
			seixanta-cinc mil set-cents dotze	110
			mil·límetres quadrats	112
117	sesenta y cinco mil setecientos doce	área de una base de la caja 1x12	noventa y dos	118
119	esto	unidades de medida	milímetros	120
121	milímetros esto	incoherencia entre unidad-magnitud	milímetros cuadrados	122
125	una área mide	unidades de medida	milímetros cuadrados	126
127	una área cuadrados	unidades asociadas a áreas	dos por setenta y cuatro	128
129	ciento cuarenta y	longitud arista de una base de la caja 2x6	cuatro	130
			ciento cuarenta y cuatro	133
134	ciento cuarenta	resultado numérico incorrecto	y cuatro seis ciento cuarenta y seis	135
			setenta y cuatro por dos	137
138	setenta y cuatro por dos	diámetro de un vaso y cantidad de vasos	sis por setenta y quatre	143
144	sis per setanta quatre	diámetro de un vaso y cantidad de vasos	quatre cents cuarenta quatre	145
146	quatre cents quaranta quatre	longitud arista de una base de la caja 2x6	mil·límetres	147
			cent quaranta vuit per quatre cents quaranta quatre	149
			seixanta cinc	151
152	seixanta cinc	área de una base de la caja 2x6	mil set cents dotze	153
154	mil set cents dotze	unidades de medida	mil·límetres cuadrados	155
			lo mismo	157
			també	158
			es igual es igual	159
160	la naranja la más pequeña	área de una base de la caja candidata a solución, 3x4	setenta y cuatro por tres	161
			doscientos veintidós	165
166	dos cents vint-i-dos	longitud arista de una base de la caja 3x4	mil·límetres	167
168	mil·límetres	unidades asociadas a longitudes	setanta-quatre per quatre	169
170	per quatre	número de vasos por fila de la caja 3x4	dos-cents noranta sis	171
172	dos-cents noranta sis	longitud arista de una base de la caja 3x4	mil·límetres	173

174	mil·límetres	unidades asociadas a longitudes	dos-cents vint-i-dos	175	
			dos-cents noranta sis	177	
			seixanta-cinc mil set-cents dotze	179	
			són iguals	181	
			tots iguals	183	
184	les tres iguals	igualdad del área de las bases de las cajas seleccionadas, 1x12, 2x6 y 3x4			
			tres por cuatro	185	e4
			resulta familiar	187	
188	resulta familiar	razonamiento intuitivo	caja así	189	
190	còmode més familiar	distribución de vasos usada en contextos cotidianos	todas (las cajas)	191	
192	todas volum	volumen de las cajas	es diferente	193	
			área de la base por altura	195	
			área por eso de la altura	199	
200	área por eso de la altura	volumen caja con forma de ortoedro	área por altura partido por dos	203	
			noranta-dos	207	
208	altura de los vasos	determinación de la altura de un vaso	noranta-dos	209	
210	altura de los vasos	determinación de la altura de un vaso	noranta dos	210	
			la base es setenta y cuatro la otra es diferente más amplia	217	e6 Diámetro vaso
218	diámetro de setenta y cuatro	diámetro superior o inferior de un vaso	superior	219	
220	superior	diámetro superior de un vaso	lo pone aquí	222	
223	si no, no caben setenta y cuatro parte inferior no cabrían	mayor diámetro de un vaso para garantizar volumen suficiente	lo pone aquí	224	
			ni idea	228	
229	ni idea	diámetro de la base inferior de un vaso	la regla y lo mides	230	

			cinco cinco centímetros	234	e7 Perímetro ortoedro
			la naranja	236	
			la naranja	237	
			la verde	238	
			lo mismo	239	
240	lo mismo en volumen en área de la base diferencia	igualdad en volumen de las cajas y áreas de las bases	más estrecha	241	
			la gordura	242	
243	diferencia alrededor	diferencias entre las cajas seleccionadas	perímetro	244	
			perimètre	246	
247	perímetre lazo alrededor de esta caja	perímetro longitud de lazos para rodear cada caja	la naranja	248	
			la naranja	249	
250	la naranja le das la vuelta doscientos noventa y seis más doscientos veintidós más doscientos noventa y seis más doscientos veintidós	caja óptima: 3x4 perímetro de la caja 3x4	menys perímetre	251	
252	menys	caja óptima tiene menor perímetro	té menys perímetre	257	
			les unitats	259	
			eso y eso	261	
262	eso y eso	selección de la caja 3x4 como solución óptima	en una hay cuatro en otro seis otro ocho	263	
			hay mucha diferencia	265	
266	hay mucha diferencia	diferencia numérica			
			todos tocan la caja	276	e8 Vasos contacto pared lateral
277	todos	contacto entre los vasos y las paredes laterales de la caja 1x12	tres	278	
			solamente, solamente	280	
			hay dos que no	281	
282	hay dos que no tocan	contacto entre los vasos y las paredes laterales de la caja 3x4	podemos poner cosas dentro	283	
284	podemos poner cosas dentro	rellenar vasos es irrelevante para determinar la caja óptima	dos vasos no tocan hay menos perímetro	285	
286	estos dos vasos no tocan más familiar	vasos que no contribuyen al perímetro	más fácil de doblar	287	

		razonamiento intuitivo			
288	más fácil de doblar	facilidad para rodear la caja	los huevos vienen así	289	
290	los huevos vienen así	distribución de vasos usada en contextos cotidianos	vienen en la verde	291	
292	los huevos en la verde	no hay ejemplos en contextos cotidianos	vienen así	293	
			algunos en la verde	294	
			si son seis así pero si son doce así	295	

Instrumento Turnos origen



El instrumento Turnos origen muestra las relaciones entre episodios mediante la identificación de los turnos origen de cada episodio. Consiste en una tabla en cuya primera columna se indica la numeración de los turnos ordenados cronológicamente y se señalan aquellos con revoicing (verde). En las demás columnas se presentan los episodios identificados mediante el instrumento Vertical. Tomamos los subíndices asociados a cada forma que indican los turnos origen que corresponden a cada turno con revoicing. Para cada episodio se señala la numeración correspondiente a turnos de origen (gris claro) y se resaltan turnos origen re-expresados en más de un episodio (gris oscuro).

D.1. Instrumento Turnos origen aplicado en T1 de PA

#	episodio 1	episodio 2	episodio 3	episodio 4	episodio 5	
1						e1
2	█					
3						
4	█					
5						
6						
7						
8	█			█		
9	█			█		
10				█		
11				█		
12						
13						
14	█	█			█	
15	█	█			█	
16		█				
17						
18						
19						
20		█			█	
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29		█				
30		█				
31		█				
32					█	
33						
34			█			
35			█			
36			█			
37			█			
38						
39				█		
40				█		
41				█		
42			█	█		
43			█	█		
44						
45				█		
46						
47						
48						
49				█		
50				█		
51				█		
52				█		
53				█		
54				█		
55				█		
56				█		
57				█		
58						
59						
60				█		
61				█		
62				█		
63				█		
64				█		
65				█		
66				█		
67				█		
68				█		
69				█		
70						
71						
72						
73						
74						
75						
76					█	
77					█	
78					█	
79					█	
						e5

D.2. Instrumento Turnos origen aplicado en T1 de PB

#	episodio 1	episodio 2	episodio 3	episodio 4	episodio 5	
1						e1
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12					e2	
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						
31						
32						
33						
34						
35						
36						
37						
38						
39						
40						
41						
42						
43						
44						
45						
46						
47					e3	
48						
49						
50						
51						
52						
53						
54						
55						
56						
57						
58						
59						
60						
61						
62						
63						
64						
65						
66						
67						
68						
69						
70						
71						
72						
73						
74						
75						
76						
77						
78						
79						
80						

81					
82					
83					
84					
85					
86					
87					
88					
89					
90					
91					
92					
93					
94					
95					
96					
97					
98					
99					
100					
101					
102					
103					
104					
105					
106					
107					
108					
109					
110					
111					
112					
113					
114					
115					
116					
117					
118					
119					
120					
121					
122					
123					

e4

e5

D.3. Instrumento Turnos origen aplicado en T2 de PA

#	episodio 1	episodio 2	episodio 3	episodio 4	episodio 5	episodio 6	
1							e1
2	█		█				
3	█		█				
4	█		█				
5	█		█				
6	█		█				
7	█		█				
8	█		█				
9	█		█				
10							
11							
12							
13							
14	█						
15	█						
16	█						
17							
18							
19							
20	█						
21	█						
22	█						
23							
24		█				█	e2
25		█					
26		█					
27		█					
28		█					
29		█					
30		█					
31		█					
32		█			█	█	
33							
34			█	█			e3
35			█	█			
36			█	█			
37			█	█			
38			█	█			
39			█	█			
40			█	█			
41			█	█			
42			█	█			
43			█	█			
44			█	█			
45			█	█			
46				█			e4
47				█			
48				█			
49				█			
50				█			
51				█			
52				█			
53				█			
54				█			
55				█			
56				█			
57				█			
58				█			
59				█			
60				█			
61				█			
62				█			
63				█			
64				█			
65				█			
66				█			
67				█			
68				█			
69				█			
70				█			
71				█			
72				█			
73				█			
74				█			
75				█			
76				█			

77							
78							
79							
80							
81							
82							
83							
84							
85							
86							
87							
88							
89							
90							
91							
92							
93							
94							
95							
96							
97							
98							
99							
100							
101							
102							
103							
104							
105							
106							
107							
108							
109							
110							
111							
112							
113							
114							
115							

D.4. Instrumento Turnos origen aplicado en T2 de PB

#	episodio 1	episodio 2	episodio 3	episodio 4	episodio 5	episodio 6	episodio 7	episodio 8	
1									
2	█		█						
3									
4	█								
5									
6									
7									
8	█								
9									
10	█								
11									
12									
13									
14	█								
15									
16									
17									
18	█								
19									
20	█								
21									
22									
23									
24	█								
25									
26									
27									
28									
29									
30									
31									
32									
33									
34									
35									
36	█								
37									
38									
39		█							
40									
41									
42									
43									
44		█							
45									
46									
47									
48		█							
49									
50		█							
51									
52		█					█		
53		█					█		
54		█	█				█		
55									
56		█							
57									
58									
59			█		█				
60									
61									
62			█						
63			█						
64			█						
65									
66									
67									
68									
69									
70									
71									
72									
73									
74									
75			█						
76									
									e1
									e2

155								
156								
157								
158								
159								
160								
161								
162								
163								
164								
165								
166								
167								
168								
169								
170								
171								
172								
173								
174								
175								
176								
177								
178								
179								
180								
181								
182								
183								
184								
185								
186								
187								
188								
189								
190								
191								
192								
193								
194								
195								
196								
197								
198								
199								
200								
201								
202								
203								
204								
205								
206								
207								
208								
209								
210								
211								
212								
213								
214								
215								
216								
217								
218								
219								
220								
221								
222								
223								
224								
225								
226								
227								
228								
229								
230								
231								
232								
								e4
								e5
								e6

233								
234								
235								
236								
237								
238								
239								
240								
241								
242								
243								
244								
245								
246								
247								
248								
249								
250								
251								
252								
253								
254								
255								
256								
257								
258								
259								
260								
261								
262								
263								
264								
265								
266								
267								
268								
269								
270								
271								
272								
273								
274								
275								
276								
277								
278								
279								
280								
281								
282								
283								
284								
285								
286								
287								
288								
289								
290								
291								
292								
293								
294								
295								
296								

e7

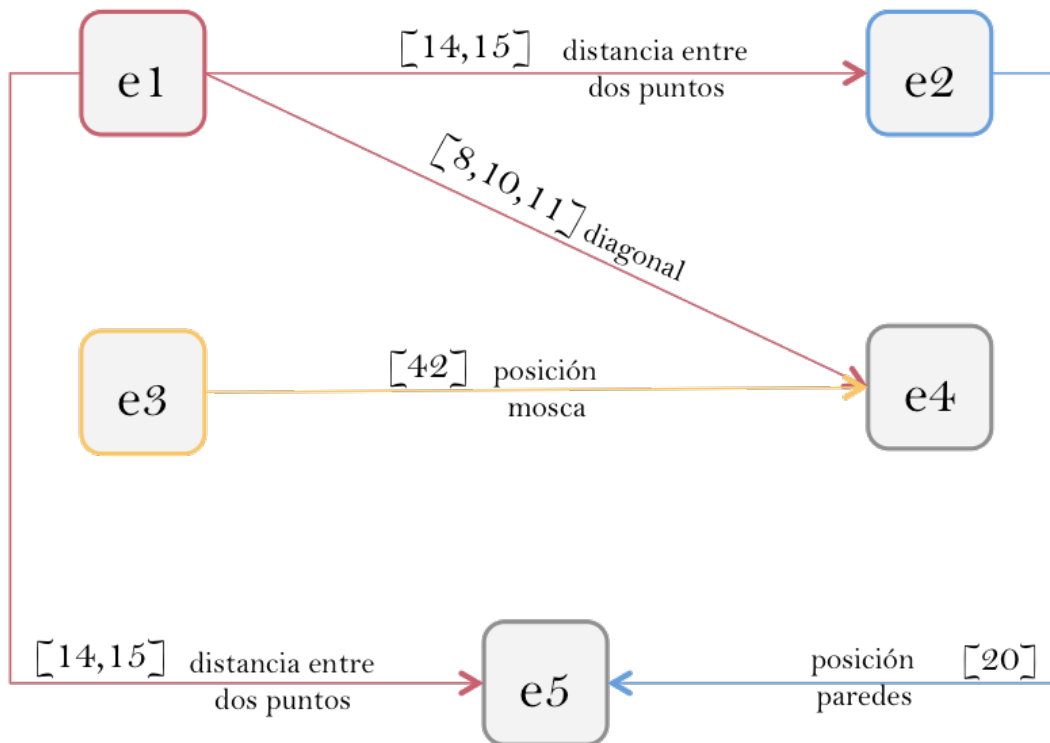
e8

Instrumento Conectividad

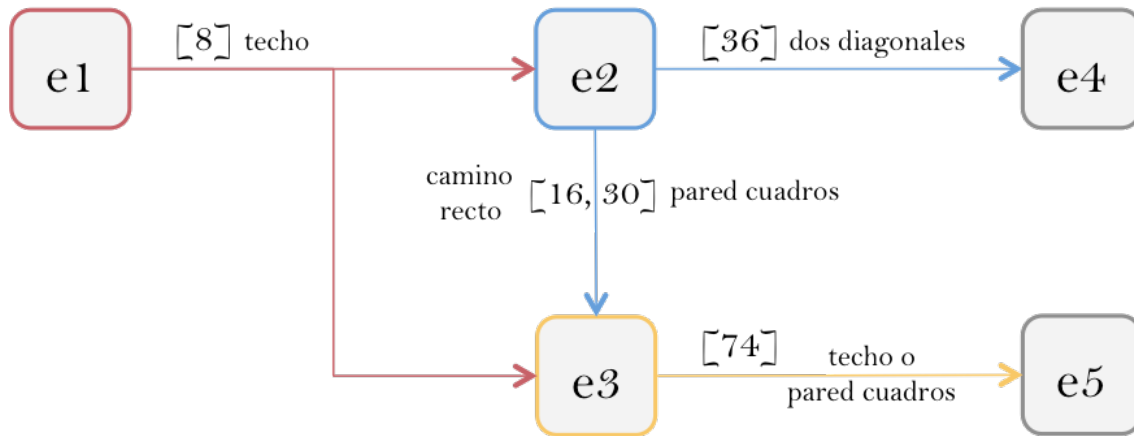


El instrumento Conectividad muestra conexiones entre episodios según la actividad matemática. Consiste en un esquema donde se indican las conexiones entre episodios mediante los turnos origen compartidos a raíz del instrumento Turnos origen. La construcción del instrumento parte del primer episodio (e_1). Se coloca una etiqueta con la numeración del episodio y se le asigna un color. Si el siguiente episodio (e_2) no tiene turnos origen en su anterior (e_1), se coloca la etiqueta del nuevo episodio debajo; en caso contrario, se sitúa a su lado derecho y se enlazan ambos episodios con una flecha (color de e_1) en la que se indican la numeración de turnos compartidos y una referencia que resume las ideas que comunican dichos turnos.

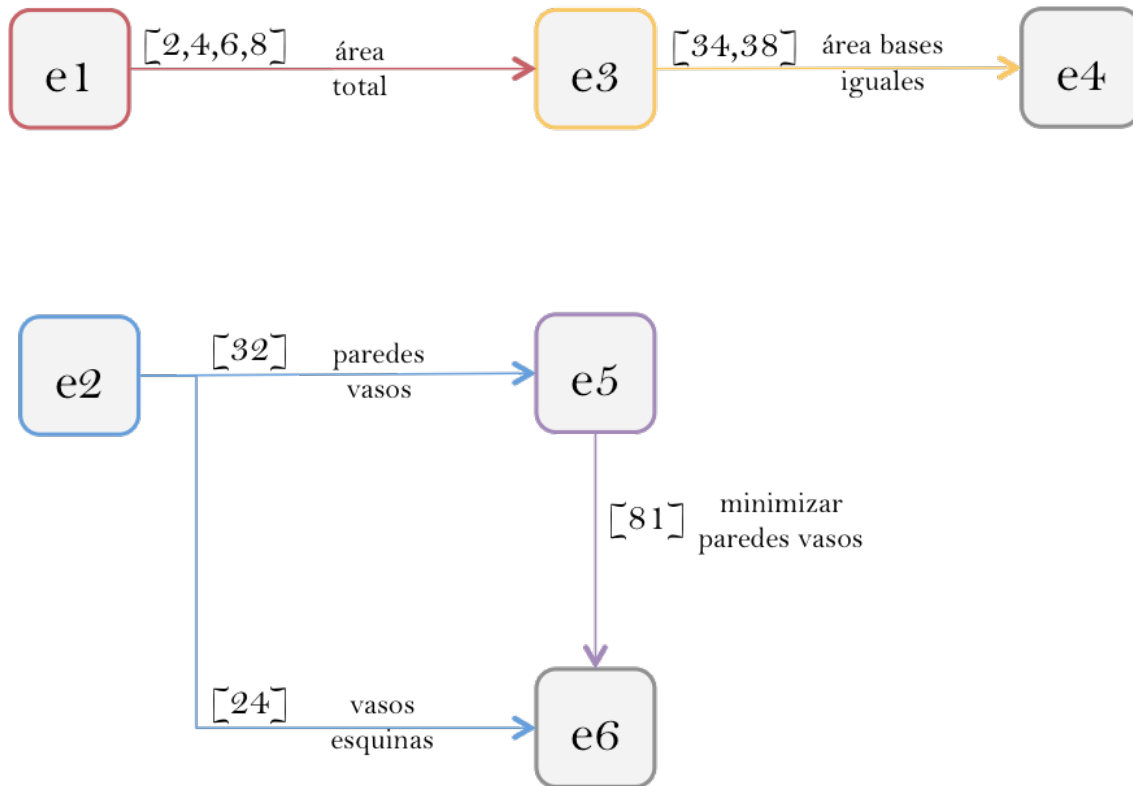
E.1. Instrumento Conectividad aplicado en T1 de PA



E.2. Instrumento Conectividad aplicado en T1 de PB



E.3. Instrumento Conectividad aplicado en T2 de PA



E.4. Instrumento Conectividad aplicado en T2 de PB

