

Estudio de la resolución de problemas matemáticos con alumnos recién llegados de Ecuador en Secundaria

Paula López Serentill

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

- 3.1. Introducción
- 3.2. Sistema educativo en Cataluña
 - 3.2.1. Organización
 - 3.2.2. Planes de estudio de la ESO
 - 3.2.3. Objetivos generales de la ESO
 - 3.2.4. Currículum del área de matemáticas en la ESO
 - 3.2.5. Principios metodológicos
 - 3.2.6. Evaluación
- 3.3. Sistema educativo en Ecuador
 - 3.3.1. Organización
 - 3.3.2. Planes de estudio de la educación secundaria
 - 3.3.3. Objetivos generales de la educación secundaria
 - 3.3.4. Currículum del área de matemáticas en la educación secundaria
 - 3.3.5. Recomendaciones metodológicas
 - 3.3.6. Evaluación
- 3.4. Diferencias significativas entre el sistema educativo de Cataluña y de Ecuador
 - 3.4.1. Diferencias generales del sistema educativo
 - 3.4.2. Diferencias entre los currículums de matemáticas
- 3.5. Resumen

3.1. Introducción

Uno de los problemas que es más evidente cuando una alumna o alumno ecuatoriano se incorpora en el aula ordinaria de matemáticas y que, en general más preocupa al profesor o profesora, es la diferencia que puede haber entre los conocimientos matemáticos del alumno recién incorporado y los conocimientos matemáticos del grupo clase en el cual se incorpora (aunque como ya hemos apuntado anteriormente en repetidas ocasiones, no es el único “problema” o diferencia ni el más importante). Aquí nos referimos a los conocimientos matemáticos tal como son entendidos por la epistemología conceptual, es decir, conocimiento descontextualizado.

Actualmente, para poder determinar los conocimientos matemáticos del alumno recién llegado, se suelen realizar pruebas de nivel de ejercicios básicos de matemáticas, no adaptadas para ellos, con modelos propios del país de acogida y siguiendo la tipología de ejercicios y problemas locales.

En este capítulo centramos la atención en la forma cómo la matemática aparece en los sistemas educativos y en los currículos oficiales de Ecuador y Cataluña. Para este trabajo entendemos currículo de forma amplia, como la estrategia de la acción educativa de acuerdo con D’Ambrosio (2008). A lo largo de la historia el currículo es organizado como reflejo de las prioridades nacionales y del interés de los grupos que están en el poder. El currículo refleja lo que la sociedad espera de las distintas disciplinas que lo componen.

Posteriormente se presenta una comparación entre los dos currículos, marcando las diferencias más significativas, con el fin de poder ayudar a determinar de una forma más precisa las competencias matemáticas que el alumno ecuatoriano tiene al incorporarse en nuestro centro. Pero, como veremos más adelante, no es suficiente basarse en esta comparativa para determinar el nivel del alumno en competencia matemática puesto que en muchos centros ecuatorianos, por causas de diversa índole, los currículos no se suelen cumplir.

En el caso del currículo de Cataluña hemos creído oportuno exponer aquí el referente a los cuatro años de la Enseñanza Secundaria Obligatoria puesto que es el correspondiente a los cursos del estudio, en caso de querer consultar el currículo vigente en otros cursos

(primaria o bachillerato) pueden encontrarse en la página web del Departamento de Educación¹. En cambio, en el caso de Ecuador, exponemos todo el currículo de la Educación Básica y el de Bachillerato puesto que los cursos a estudio pertenecen a los dos y por otro lado creemos que es desconocido por la mayoría de nosotros y puede ser de utilidad para la integración de cualquier alumno o alumna ecuatoriano al incorporarse en nuestros centros escolares en cualquier periodo escolar.

3.2. Sistema educativo de Cataluña

En Cataluña, igual que en el resto del Estado Español, hay tres grupos de centros educativos: los públicos, los concertados y los privados. Nuestro estudio se centra y se basa en alumnos de centros públicos puesto que, como ya se ha comentado en el capítulo 2, la mayoría de los alumnos procedentes de Ecuador, se escolarizan en este tipo de centros.

Aunque las competencias en educación son de la *Generalitat*, los currículos de Cataluña difieren en muy poco (temas relacionados básicamente con la asignatura de catalán) respecto a los del resto de España. Por lo tanto, aunque aquí nos refiramos al currículo de Cataluña, se puede hacer extensible para el resto del Estado Español.

El calendario escolar es como el de la mayoría de los países del Hemisferio Norte, de septiembre a junio y consta de dos períodos vacacionales de dos semanas en Navidades y en Semana Santa y otro de dos meses en verano.

El año escolar en secundaria comprende de 35 semanas lectivas por curso, repartidas en tres trimestres, a razón de 30 horas por semana, dando un total de 1050 horas anuales. La semana escolar comprende cinco días laborables consecutivos, de lunes a viernes por las mañanas todos los días y algunos días por las tardes (dependiendo del centro).

¹ www.gencat.net/educacio

3.2.1. Organización

Según la LEY ORGÁNICA 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE núm. 106) que regula el sistema educativo de nuestro país, las enseñanzas que ofrece el sistema educativo se dividen entre educación básica, educación secundaria y educación superior.

La educación primaria y la educación secundaria obligatoria constituyen la educación básica. La educación secundaria se divide en educación secundaria obligatoria y educación secundaria post-obligatoria. Constituyen la educación secundaria postobligatoria el bachillerato, la formación profesional de grado medio, las enseñanzas profesionales de artes plásticas y diseño de grado medio y las enseñanzas deportivas de grado medio. La enseñanza universitaria, las enseñanzas artísticas superiores, la formación profesional de grado superior, las enseñanzas profesionales de artes plásticas y diseño de grado superior y las enseñanzas deportivas de grado superior constituyen la educación superior.

A continuación se muestran las características básicas de las enseñanzas obligatorias y del bachillerato:

- **EDUCACIÓN INFANTIL**: La educación infantil constituye la etapa educativa con identidad propia que atiende a niñas y niños desde el nacimiento hasta los seis años de edad. La educación infantil tiene carácter voluntario y su finalidad es la de contribuir al desarrollo físico, afectivo, social e intelectual de los niños.
- **EDUCACIÓN PRIMARIA**: La educación primaria es una etapa educativa que comprende seis cursos académicos, que se cursarán ordinariamente entre los seis y los doce años de edad. La finalidad de la educación primaria es proporcionar a todos los niños y niñas una educación que permita afianzar su desarrollo personal y su propio bienestar, adquirir las habilidades culturales básicas relativas a la expresión y comprensión oral, a la lectura, a la escritura y al cálculo, así como desarrollar las habilidades sociales, los hábitos de trabajo y estudio, el sentido artístico, la creatividad y la afectividad.
- **EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**: La etapa de educación secundaria obligatoria comprende cuatro cursos, que se seguirán ordinariamente entre los doce y los dieciséis años de edad. La finalidad de la educación secundaria obligatoria consiste en lograr que los alumnos y alumnas adquieran los elementos

básicos de la cultura, especialmente en sus aspectos humanístico, artístico, científico y tecnológico; desarrollar y consolidar en ellos hábitos de estudio y de trabajo; prepararles para su incorporación a estudios posteriores y para su inserción laboral y formarles para el ejercicio de sus derechos y obligaciones en la vida como ciudadanos.

- BACHILLERATO:** El bachillerato tiene como finalidad proporcionar a los alumnos formación, madurez intelectual y humana, conocimientos y habilidades que les permitan desarrollar funciones sociales e incorporarse a la vida activa con responsabilidad y competencia. Asimismo, capacitará a los alumnos para acceder a la educación superior. Podrán acceder a los estudios del bachillerato los alumnos que estén en posesión del título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria. El bachillerato comprende dos cursos, se desarrollará en modalidades diferentes, se organizará de modo flexible y, en su caso, en distintas vías, a fin de que pueda ofrecer una preparación especializada a los alumnos acorde con sus perspectivas e intereses de formación o permita la incorporación a la vida activa una vez finalizado el mismo. Las modalidades del bachillerato son las siguientes: a) Artes, b) Ciencias y Tecnología y c) Humanidades y Ciencias Sociales.

3.2.2. Planes de estudio de la Educación Secundaria Obligatoria

Según el DECRETO 143/2007, de 26 de junio, del Diario Oficial de la *Generalitat de Catalunya* (Núm. 4915-29.6.2007) por el cual se establece la ordenación de las enseñanzas de la educación secundaria obligatoria², el currículum en la etapa de la ESO (Educación Secundaria Obligatoria) es el siguiente:

Curso	1º	2º	3º	Total
Lengua catalana y literatura	3	3	3	9
Lengua castellana y literatura	3	3	3	9

² Basado en el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre.

Lengua extranjera	3	3	3	9
Matemáticas	3	3	3	9
Ciencias de la Naturaleza	3	3	4	10
Geografía e historia	3	3	3	9
Educación física	2	2	2	6
Música	3	-	1	4
Educación visual y plástica	-	3	1	4
Tecnología	2	2	2	6
Educación para la ciudadanía	-	-	1	1
Religión (opcional)	2	1	1	4
Tutoría	1	1	1	3
Materias optativas	2	3	2	7
Total	30	30	30	90

Tabla 3.1: Distribución horaria de los tres primeros cursos de la ESO

Curso	4º
Lengua catalana y literatura	3
Lengua castellana y literatura	3
Lengua extranjera	3
Matemáticas	3
Geografía e historia	3
Educación ético-cívica	1
Educación física	2
Proyecto de investigación	1
Religión (opcional)	1
Tutoría	1
Materia optativa	3
Materia optativa	3
Materia optativa	3
Total	30

Tabla 3.2: Distribución horaria del cuarto curso de la ESO

El alumnado en este último curso de la educación obligatoria debe escoger tres materias optativas entre las siguientes: biología y geología, física y química, educación visual y plástica, música, tecnología, latín o segunda lengua extranjera.

3.2.3. Objetivos generales de la educación secundaria

Según la Ley Orgánica de Educación, la Educación Secundaria Obligatoria contribuirá a desarrollar las habilidades y las competencias que permitan a los chicos y a las chicas:

- a) Asumir responsablemente sus deberes y ejercer sus derechos con respecto a los otros, entender el valor del diálogo, de la cooperación, de la solidaridad, del respeto a los derechos humanos como valores básicos para una ciudadanía democrática.
- b) Desarrollar y consolidar hábitos de esfuerzo, de estudio, de trabajo individual y cooperativo y de disciplina como base indispensable para un aprendizaje eficaz y para conseguir un desarrollo personal equilibrado.
- c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres.
- d) Fortalecer las capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en la relación con los otros, y rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver los conflictos pacíficamente.
- e) Desarrollar el espíritu emprendedor y la y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
- f) Conocer, valorar y respetar los valores básicos y la manera de vivir de la propia cultura y de otras culturas, y respetar el patrimonio artístico y cultural.

- g) Identificar como propias las características históricas, culturales, geográficas y sociales de la sociedad catalana, y progresar en el sentimiento de pertenencia al país.
- h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, textos y mensajes complejos en lengua catalana, en lengua castellana y, en su caso, en aranés, y consolidar hábitos de lectura y comunicación empática. Iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.
- i) Comprender y expresarse de manera apropiada en unas o más lenguas extranjeras.
- j) Desarrollar habilidades básicas en el uso de fuentes de información diversas, especialmente en el campo de las tecnologías, para saber seleccionar, organizar e interpretar la información con sentido crítico.
- k) Comprender que el conocimiento científico es un saber integrado que estructura en diversas disciplinas, y conocer y aplicar los métodos de la ciencia para identificar los problemas más propios de cada ámbito para su resolución y toma de decisiones.
- l) Adquirir conocimientos básicos que capaciten para el ejercicio de actividades profesionales y al mismo tiempo faciliten el paso del mundo educativo en el mundo laboral.
- m) Disfrutar y respetar la creación artística y comprender los lenguajes de las diferentes manifestaciones artísticas y utilizar varios medios de expresión y representación.
- n) Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo y el medio ambiente, y contribuir a su conservación y mejora.
- p) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afirmar los hábitos de salud e incorporar la práctica de la actividad física y el deporte en la vida cotidiana para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad.

3.2.4. Currículo del área de matemáticas en la educación secundaria obligatoria

Antes de pasar a los objetivos y contenidos que establece el currículo vigente en Cataluña para el área de matemáticas en la ESO, veamos cómo entienden la educación matemática y qué enfoque se le da en términos amplios:

“Las matemáticas son un instrumento de conocimiento y análisis de la realidad y al mismo tiempo constituyen un conjunto de saberes de un gran valor cultural, cuyo conocimiento debe ayudar a todas a las personas a razonar, de manera crítica, acerca de las diferentes realidades y problemáticas del mundo actual. Por ello la educación matemática en las etapas obligatorias debe contribuir a formar ciudadanos y ciudadanas que conozcan el mundo en que viven y que sean capaces de fundamentar sus criterios y sus decisiones, así como adaptarse a los cambios, en los diferentes ámbitos de su vida. Asimismo, las matemáticas posibilitan la creación de modelos simplificados del mundo real que permiten una interpretación acotada de éste y al mismo tiempo generan problemas adecuados al momento educativo del alumno facilitando su espíritu crítico y despertando su creatividad.”

“De acuerdo con lo dicho anteriormente, el currículum de matemáticas en la educación secundaria obligatoria pretende contribuir a la formación integral del alumnado. Las capacidades que potencia el currículum de matemáticas deben ayudar al alumnado a: establecer razonamientos cuantitativos sobre situaciones de la vida real y del mundo que nos rodea; organizar el espacio y el plano a base de nombrar y establecer relaciones precisas de comparación, semejanza o equivalencia entre sus elementos, y su identificación en el mundo real; modelizar situaciones de la vida real y vinculadas a otras áreas del conocimiento y traducirlas a modelos matemáticos, con el fin de buscar soluciones con más facilidad y certeza; apreciar estructuras y relaciones abstractas.”

(...)

“Aunque los contenidos que se proponen son los necesarios para la adquisición de la competencia matemática, hay que tener en cuenta que ésta difícilmente se adquiere si no se orienta el aprendizaje de los contenidos de manera que se posibilite su

utilización fuera de las clases de matemáticas, tanto en la vida diaria de los alumnos como en todas las demás materias.”

(...)

“La competencia matemática debe adquirirse a partir de contextos que tengan sentido tanto para el alumnado como para el conocimiento matemático que se pretende desarrollar. Aprender con significado es fundamental para capacitar al alumnado en el uso de todo lo que aprende y para capacitarle a continuar aprendiendo, de forma autónoma, a lo largo de su vida. Por ello, hay que proporcionar en todas las clases de matemáticas oportunidades a fin de que el alumnado aprenda a razonar matemáticamente, proponiendo actividades de aprendizaje donde la resolución de problemas, entendida en un sentido amplio, se convierta en el núcleo de la enseñanza.”

(Fragmentos extraídos íntegramente del DECRETO 143/2007 Pg. 21927)

Dado que los cursos a los que pertenecen los alumnos analizados en este trabajo, son los del segundo ciclo de la educación secundaria obligatoria³, por ser donde más fracaso escolar presentan los alumnos recién llegados de Ecuador, veamos a continuación qué contenidos matemáticos establece el currículo vigente en Cataluña en estos cursos. Pero, para poder compararlo luego con el correspondiente a Ecuador y ver las posibles carencias que pueden tener los alumnos ecuatorianos cuando se incorporan en nuestros centros educativos, también hemos creído necesario introducir los contenidos de los cursos anteriores para poder saber qué deberían y se espera que sepan los alumnos al iniciar el curso.

OBJETIVOS

Los objetivos que marca el currículo de Cataluña en el área de matemáticas son los siguientes:

³ Extraídos del DOGC Núm. 4915 del 2007 donde también se pueden encontrar los correspondientes a los cursos de primaria que no hemos considerado necesario incluir aquí.

1. Valorar las matemáticas como parte de la cultura, tanto desde el punto de vista de la historia como desde la diversidad cultural del mundo actual, y utilizar la competencia matemática para analizar todo tipo de fenómenos de nuestro mundo y para actuar de manera reflexiva y crítica en los diferentes ámbitos de la vida.
2. Plantear y resolver problemas, abordables desde las matemáticas, que surjan en situaciones del entorno, en otras disciplinas y en las propias matemáticas, aplicando y adaptando diversas estrategias y justificando su elección.
3. Reconocer el razonamiento, la argumentación y la prueba como aspectos fundamentales de las matemáticas, así como el valor de actitudes como la perseverancia, la precisión y la revisión.
4. Organizar y consolidar el pensamiento matemático propio y comunicarlo a los compañeros/ as, profesores/as y demás personas con coherencia y claridad, utilizando y creando representaciones matemáticas que posibiliten esta comunicación.
5. Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos, integrándolas en el conjunto de saberes que se ha ido adquiriendo desde las diferentes materias así como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual.
6. Mostrar confianza en la propia capacidad para resolver problemas, afrontar la resolución con actitud positiva y alcanzar un nivel de autoestima que le permita disfrutar de los aspectos creativos, de manipulación, estéticos y útiles de las matemáticas.
7. Comprender el significado de los diferentes tipos de números y de las operaciones. Calcular Con fluidez, hacer estimaciones razonables y utilizar los medios tecnológicos para obtener, tratar y representar información, así como para calcular.
8. Utilizar diferentes lenguajes (verbales, numéricos, gráficos y algebraicos) y dotar de significado relaciones cuantitativas de dependencia entre variables.

9. Identificar las formas y relaciones espaciales presentes en el entorno, y utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para descubrir y probar propiedades geométricas y para resolver problemas.

10. Reconocer la importancia de la medida tanto en la vida cotidiana como en el desarrollo de la ciencia y aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiadas para obtener medidas (de manera directa e indirecta) y hacer estimaciones razonables, en contextos diversos.

11. Identificar los elementos matemáticos presentes en todo tipo de informaciones con el fin de analizar de manera crítica, y formular preguntas abordables con datos, utilizando los métodos estadísticos apropiados (recogida, organización, análisis y presentación de datos) para poder responderlas.

CONTENIDOS

Los contenidos del área de matemáticas, que integran el uso de las TIC y de los medios tecnológicos, expresan los aspectos fundamentales en relación a los conceptos y a los procesos matemáticos que deben ir desarrollándose a medida que se va progresando en el aprendizaje y en el uso de la competencia matemática⁴. Asimismo hay que desarrollar en el alumnado actitudes positivas hacia el conocimiento matemático, teniendo en cuenta su dilatada historia y su contribución a la cultura. Coherentemente con estos supuestos, el currículum de Matemáticas para la ESO se ha desarrollado en estrecha relación con el currículum de Matemáticas de la Educación primaria.

Los cinco bloques de contenidos en que se ha estructurado tienen continuidad con los establecidos en la Educación primaria y son:

1. Numeración y cálculo
2. Cambio y relaciones
3. Espacio y forma
4. Medida
5. Estadística y azar

⁴ Comentada y analizada en el capítulo 4

1. NUMERACIÓN Y CÁLCULO: Enseñar y aprender numeración y cálculo debe significar potenciar la comprensión de los números, de sus usos diversos, de sus formas de representación y del sistema de numeración en el cual se expresan; también la comprensión de los significados de las operaciones y de las relaciones que hay entre unas y otras, y la comprensión de la funcionalidad del cálculo y de la estimación.
2. CAMBIO Y RELACIONES: Enseñar y aprender relaciones y cambios significa desarrollar la comprensión y análisis de los patrones y el uso de modelos y expresiones matemáticas para representar las relaciones, y el trabajo en torno al concepto de función. También se trata de dotar de significado a las variables que intervienen en una situación de cambio y de identificar las relaciones de dependencia entre variables.
3. ESPACIO Y FORMA: En cuanto al espacio y forma, hay que desarrollar el análisis de las características y propiedades de las figuras de dos y tres dimensiones; localizar y describir relaciones espaciales; identificar y aplicar transformaciones geométricas, y utilizar la visualización y modelos geométricos para resolver problemas.
4. MEDIDA: En cuanto a la medida, es muy importante desarrollar la comprensión de las magnitudes mesurables, de la necesidad del establecimiento de unidades y del proceso de medir, y de la aplicación de técnicas e instrumentos adecuados para medir de forma directa e indirecta. Hay que tener en cuenta que, en esta etapa, la medida constituye un núcleo que permite desarrollar gran parte de los contenidos no sólo de este bloque sino también de otros como el de números y el de geometría. La medida también interviene en la identificación de patrones.
5. ESTADÍSTICA Y AZAR: En relación con la estadística y el azar, hay que potenciar la elaboración de preguntas que se puedan responder con datos (recogida, organización y representación de datos); la selección y uso de métodos estadísticos para analizar datos, sacar conclusiones y hacer predicciones basadas en datos; y la comprensión y aplicación de los conceptos básicos de azar.

**CONTENIDOS
POR CURSO****PRIMER CURSO****Procesos que se desarrollan durante el curso a través de los diferentes contenidos**

- Resolución de problemas (recogida de datos, diseño, identificación, distinción, predicción, simulación, estimación, desarrollo de estrategias, comprobación)
- Razonamiento y prueba (uso/utilización, interpretación, análisis, distinción, comparación, comprensión, selección, significado, efecto)
- Comunicación y representación (descripción, argumentación, expresión, representación, dibujo, elaboración, generación)
- Conexiones (aplicación, contextualización, relación, generalización, investigación, exploración, detección, reconocimiento)

Numeración y cálculo

- Comprender los números y las diferentes formas de representación
- Reconocimiento del significado de diferentes tipos de números en contextos diversos.
- Utilización de números enteros para expresar valores o variaciones (cantidades, valor monetario, tiempos, temperaturas, etc.) para resolver problemas en diferentes contextos.
- Utilización de fracciones, decimales y porcentajes para resolver problemas en diferentes contextos.
- Comparación y ordenación de fracciones, decimales y porcentajes.
- Utilización de factorizaciones, múltiplos y divisores en la resolución de problemas.
- Expresión de los números: lenguaje verbal, representación gráfica y notación numérica.
- Utilización de modelos matemáticos para la resolución de problemas recreativos y para la determinación de estrategias de resolución de juegos de estrategia de tipo numérico.
- Comprender el significado de las operaciones
- Significado y efecto producido por las operaciones con fracciones, decimales, porcentajes y números enteros.

- Utilización de las relaciones inversas entre la adición y la sustracción, la multiplicación y la división para simplificar cálculos y resolver problemas.
- Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables
- Uso de algoritmos para calcular con fracciones, decimales, porcentajes y números enteros. Uso de la jerarquía y propiedades de las operaciones.
- Selección y uso de la herramienta más adecuada para calcular con fracciones, decimales y porcentajes (cálculo mental, estimación, calculadora y ordenador, papel y lápiz). Argumentación de la selección.
- Desarrollo de estrategias de cálculo mental y de estimación de cálculos, y comparación con los resultados obtenidos a través de los cálculos exactos.

Cambio y relaciones

- Comprender patrones, relaciones y funciones
- Representación, análisis y generalización de patrones diversos a partir de tablas, gráficas, palabras y, cuando sea posible, reglas simbólicas.
- Utilización de las TIC como herramienta de ayuda, en la generación de tablas y gráficas y en el análisis de sus relaciones.
- Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos
- Introducción a la comprensión de los diferentes significados de las variables.
- Utilizar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas
- Modelizado y resolución de problemas utilizando expresiones verbales, tablas y gráficas.
- Analizar el cambio en contextos diversos
- Investigación del cambio que experimenta una variable en relación al tiempo en situaciones concretas (por ejemplo, el crecimiento de una planta).
- Utilización de diferentes expresiones para el análisis del cambio: verbal, tabular y gráfica.
- Interpretación y construcción cualitativa de gráficos que expresan relaciones de cambio.
- Interpretación cuantitativa de tablas y gráficos que expresan relaciones de cambio.

Espacio y forma

- Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos sobre relaciones geométricas
- Descripción de figuras geométricas de dos y tres dimensiones a partir de la observación de objetos de la realidad.
- Exploración de figuras geométricas y análisis de sus características mediante geoplanos, papeles pautados (puntos, líneas), programas informáticos dinámicos, etc.
- Aplicar transformaciones y utilizar la simetría para analizar situaciones matemáticas
- Descripción del tamaño, la posición y la orientación de figuras.
- Detección de simetrías en el entorno próximo (naturaleza, construcciones, etc.) y hacer su representación.
- Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas
- Dibujo de objetos geométricos a partir de datos (longitudes y ángulos), mediante instrumentos de dibujo (regla, escuadra, compás y transportador).
- Representación plana de objetos en la resolución de problemas de áreas.
- Reconocimiento de la forma de los objetos en contextos diversos (la arquitectura, el arte, la naturaleza, el diseño y la vida cotidiana).
- Utilización de modelos geométricos para la resolución de problemas recreativos y para la determinación de estrategias de resolución de juegos de estrategia de tipo geométrico.

Medida

- Comprender los atributos mesurables de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medida
- Utilización de las diferentes unidades de medida en la resolución de problemas.
- Aplicación de las equivalencias entre diferentes unidades en situaciones donde tengan sentido.
- Uso de medidas directas para profundizar en los conceptos de perímetro, área y volumen.

- Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas y hacer estimaciones razonables
- Aplicación de instrumentos adecuados en las medidas de objetos.
- Estimación a vista de medidas de objetos que nos rodean utilizando unidades de medida adecuadas.
- Desarrollo de estrategias para determinar perímetros y áreas de figuras planas a partir del perímetro y el área de figuras elementales (rectángulo, círculo).
- Utilización de la medida del tiempo y de sus unidades en la resolución de problemas.

Estadística y azar

- Formular preguntas abordables con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas
- Diseño de investigaciones para abordar preguntas.
- Recogida o identificación de datos a través de observaciones, encuestas y experimentos.
- Representación de datos utilizando tablas y gráficos adecuados (diagramas de puntos, de barras y de sectores).
- Distinción entre datos cualitativos y cuantitativos.
- Uso de la hoja de cálculo, y de las TIC en general, para la organización de datos, realización de cálculos y generación de gráficos adecuados.
- Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos
- Descripción de la forma y de las características de un conjunto de datos, y comparación de diferentes distribuciones de datos entre conjuntos relacionados.
- Utilización de las medidas de centralización (media y mediana) y análisis de su significado.
- Comparación de representaciones diferentes de un mismo conjunto de datos.
- Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos
- Elaboración de conclusiones y predicciones basadas en datos y diseño de nuevos estudios.
- Interpretación de gráficos y tablas que representan datos estadísticos.
- Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad

- Identificación de sucesos probables o no probables, y discusión del grado de probabilidad (cualitativo) utilizando expresiones como seguro, igualmente probable e improbable.
- Predicción de la probabilidad de resultados de experimentos sencillos y comprobación de las predicciones a través de la prueba experimental reiterada.
- Identificación de la probabilidad de un suceso con un número comprendido entre 0 y 1.
- Utilización de las TIC como soporte para la realización de cálculos y simulaciones.

SEGUNDO CURSO

Procesos que se desarrollan durante el curso a través de los diferentes contenidos

- Resolución de problemas (formulación de preguntas tipo, identificación, simulación, desarrollo de estrategias)
- Razonamiento y prueba (uso/utilización, análisis, selección, clasificación, organización, resolución, aproximación histórica)
- Comunicación y representación (descripción, argumentación, expresión, representación, creación, construcción, elaboración, composición, descomposición, generación)
- Conexiones (aplicación, contextualización, interpretación, relación)

Numeración y cálculo

- Comprender los números y las diferentes formas de representación
- Relación entre las diferentes maneras de expresar un número racional (fracción, decimal, porcentaje) y utilización en la resolución de problemas.
- Utilización de razones y proporciones para representar relaciones entre cantidades.
- Identificación de situaciones de proporcionalidad directa e inversa en la resolución de problemas.
- Identificación de situaciones de proporcionalidad directa e inversa a través de un enunciado, de una tabla, de una gráfica, de una fórmula que expresen una relación entre magnitudes.
- Comprender el significado de las operaciones

- Utilización de las relaciones inversas entre elevar al cuadrado y extraer la raíz cuadrada para simplificar cálculos y resolver problemas.
- Significado y efecto de las operaciones con fracciones: la fracción como división, la fracción como operador y la fracción como razón. Aplicación en la resolución de problemas.
- Significado y efecto del cálculo con porcentajes: aumentos y disminuciones porcentuales. Aplicación en la resolución de problemas.
- Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables
- Utilización de las proporciones para resolver problemas de escalas, figuras parecidas y razones equivalentes.
- Selección del tipo de número más adecuado para cada situación: fracción, decimal y porcentaje. Argumentación de la selección.
- Selección y uso de la herramienta más adecuada para calcular (cálculo mental, estimación, calculadora y ordenador, papel y lápiz). Argumentación de la selección.
- Desarrollo de estrategias de cálculo mental y de estimación de resultados de cálculos, y comparación con los resultados obtenidos a través de los cálculos precisos.
- Utilización de modelos matemáticos para la resolución de problemas recreativos y para la determinación de estrategias de resolución de juegos de estrategia de tipo numérico.

Cambio y relaciones

- Comprender patrones, relaciones y funciones
- Comparación entre diferentes formas de representación de una misma relación.
- Identificación de funciones, lineales o no lineales, y análisis de sus propiedades, a partir de descripciones verbales, tablas y gráficas, en diferentes contextos.
- Utilización de las TIC, como herramienta de ayuda, en la generación de tablas y gráficas y en el análisis de sus relaciones.
- Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos
- Exploración de relaciones entre expresiones verbales, tablas y gráficas, en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.

- Utilización del álgebra simbólica en la representación de situaciones y la resolución de problemas particularmente los que presentan relaciones de proporcionalidad directa e inversa.
- Identificación y utilización de formas equivalentes de expresiones algebraicas sencillas y resolución de ecuaciones lineales.
- Identificación de variables en situaciones donde las variables no están, necesariamente, aisladas.
- Utilizar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas
- Modelización y resolución de problemas utilizando representaciones diversas, como expresiones verbales, tablas, gráficas (y expresiones algebraicas muy simples).
- Analizar el cambio en contextos diversos
- Identificación y descripción de situaciones con tasas de cambio constante o variable, y comparación entre ellas.
- Interpretación local y global de una gráfica.

Espacio y forma

- Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos sobre relaciones geométricas
- Clasificación de objetos de dos y tres dimensiones utilizando las propiedades que los definen.
- Relación entre ángulos, longitudes y áreas de figuras parecidas de dos dimensiones.
- Creación y uso de argumentos inductivos y deductivos respecto a la congruencia, la semejanza y la relación pitagórica en diferentes contextos.
- Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación
- Representación de figuras geométricas en un sistema de coordenadas a fin de ayudar a la descripción de relaciones espaciales.
- Aplicar transformaciones y utilizar la simetría para analizar situaciones matemáticas
- Descripción de tamaño, posición y orientación de figuras a partir de mosaicos y elementos del entorno real.

- Aplicación de los teoremas de Tales y Pitágoras en la resolución de problemas relativos a la obtención de medidas.
- Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas
- Representación plana de objetos tridimensionales en la resolución de problemas de áreas y volúmenes.
- Uso de herramientas visuales en la representación y resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Construcción, composición y descomposición de objetos de dos y tres dimensiones. Uso de croquis con papel y lápiz, modelos geométricos y programas informáticos dinámicos.
- Uso de modelos geométricos para representar y explicar relaciones numéricas y relaciones algebraicas.
- Utilización de modelos geométricos para la resolución de problemas recreativos y para la determinación de estrategias de resolución de juegos de estrategia de tipo geométrico.

Medida

- Comprender los atributos mesurables de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medida.
- Relación entre longitudes y áreas, y entre áreas y volúmenes de figuras.
- Selección y uso del tipo de unidad para cada situación de medida.
- Relación entre unidades y conversión entre unidades de un mismo sistema en la resolución de problemas.
- Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas y hacer estimaciones razonables
- Desarrollo de estrategias para determinar superficies y volúmenes de cuerpos del espacio (prismas, cilindros, pirámides, conos y esferas).

Estadística y azar

- Formular preguntas abordables con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas

- Formulación de preguntas, diseño de estudios y recogida de datos sobre una característica compartida por dos poblaciones, o sobre diferentes características de una misma población.
- Organización de datos en tablas. Frecuencias absolutas y relativas, ordinarias y acumuladas.
- Selección, creación y utilización de gráficas adecuadas: diagramas de barras, de líneas y de sectores.
- Uso de la hoja de cálculo y de las TIC en general para la organización de los datos, realización de cálculos y generación de los gráficos más adecuados.
- Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos
- Utilización de las medidas de centralización: media, mediana y moda y análisis de lo que representa a cada una.
- Análisis de dispersión: valor máximo, mínimo y rango.
- Utilización conjunta de la media, mediana, moda y rango para realizar comparaciones y valoraciones.
- Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos
- Elaboración justificada de conclusiones y predicciones basadas en datos, y diseño de estudios para investigarlas más a fondo.
- Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad
- Utilización de la proporcionalidad para asignar probabilidades a resultados de experimentos aleatorios o simulaciones y someter a prueba las predicciones.
- Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.
- Utilización de las TIC como ayuda en los cálculos y simulaciones.

TERCER CURSO

Procesos que se desarrollan durante el curso a través de los diferentes contenidos

- Resolución de problemas (identificación, distinción, simulación, desarrollo de estrategias, elaboración de conclusiones)
- Razonamiento y prueba (uso/utilización, análisis, comparación, selección, efecto, decisión, formulación de conjeturas, resolución, cálculo, aproximación histórica)

- Comunicación y representación (argumentación, expresión, construcción, representación, generación, utilización del vocabulario)
- Conexiones (relación, transformación, interpretación, determinación, exploración)

Numeración y cálculo

- Comprender los números y las diferentes formas de representación
- Números racionales. Relación y transformación entre fracción y decimal, aproximación por exceso y por defecto, representación sobre la recta.
- Utilización de números grandes y números muy pequeños en la resolución de problemas en diferentes contextos.
- Expresión de números grandes y números muy pequeños: lenguaje verbal, representación gráfica y notación científica.
- Comprender el significado de las operaciones.
- Efecto producido por la multiplicación, la división y el cálculo con potencias de exponente enteros en el orden de magnitud de las cantidades.
- Propiedades de las operaciones con potencias de exponente entero y relación con el cálculo en la resolución de ecuaciones y en la resolución de problemas.
- Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.
- Uso de la notación científica para grandes números y números muy pequeños.
- Uso de las TIC para calcular con números racionales (decimales y fracciones) grandes números y números muy pequeños.
- Selección y uso de la herramienta más adecuada para calcular con números racionales (decimales y fracciones), grandes números y números muy pequeños (cálculo mental, estimación, recursos TIC, papel y lápiz). Argumentación de la selección.
- Desarrollo de estrategias de cálculo mental y de estimación de cálculos con números racionales (decimales y fracciones), grandes números y números muy pequeños y comparación con los resultados obtenidos a través de cálculos exactos.

Cambio y relaciones

- Comprender patrones, relaciones y funciones

- Análisis de funciones de una variable: dominio de definición, crecimiento/decrecimiento y puntos de intersección con los ejes, incluyendo las funciones lineales y de proporcionalidad inversa.
- Utilización de las TIC en la generación de gráficos y en la expresión simbólica de las funciones.
- Construcción de una gráfica de una expresión simbólica, a partir de una gráfica más simple.
- Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos
- Relación entre expresiones simbólicas y gráficas lineales, presentando especial atención al significado de la ordenada al origen y de la pendiente.
- Resolución de ecuaciones de 1º y 2º grado y sistemas de ecuaciones lineales con fluidez. Interpretación gráfica.
- Utilización de las TIC como ayuda en la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones y análisis del significado y la razonabilidad de los resultados.
- Práctica del cálculo mental en la resolución de ecuaciones, en la manipulación de expresiones algebraicas y en la aceptación de los resultados obtenidos con medios tecnológicos.
- Utilización del álgebra simbólica en la representación de situaciones y en la resolución de problemas, particularmente los que presentan relaciones lineales.
- Utilizar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas
- Identificación de relaciones cuantitativas en una situación y determinación del tipo de función que la modeliza, con especial referencia a las funciones lineales.
- Uso de expresiones simbólicas, particularmente lineales, para representar relaciones que provienen de diferentes contextos.
- Elaboración de conclusiones razonables de una situación, una vez modelizada, particularmente en situaciones lineales.
- Analizar el cambio en contextos diversos
- Utilización de gráficas o tablas de valores para analizar la naturaleza de los cambios cuantitativos en relaciones lineales.
- Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones que provienen de contextos diversos.

Espacio y forma

- Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos sobre relaciones geométricas
- Relación entre perímetros, áreas y volúmenes de figuras parecidas de tres dimensiones.
- Uso de la proporcionalidad geométrica y de la semejanza.
- Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación
- Uso de coordenadas cartesianas para analizar situaciones geométricas.
- Aplicar transformaciones y utilizar la simetría para analizar situaciones matemáticas
- Relación entre semejanza, ampliaciones y reducciones. Factor de escala.
- Exploración de las características de reflexiones, giros y translaciones mediante objetos físicos, dibujos, espejos, programas de geometría dinámica, etc.
- Uso de las transformaciones geométricas para establecer propiedades de figuras geométricas.
- Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas
- Utilización de conceptos y propiedades geométricos para resolver problemas de otras disciplinas, como por ejemplo el dibujo y las ciencias de la naturaleza.

Medida

- Comprender los atributos mesurables de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medida
- Toma de decisión sobre unidades y escalas apropiadas en la resolución de problemas que impliquen medidas.
- Utilización de los números decimales para expresar una medida y relación entre el número de decimales y el grado de precisión de la medida.
- Utilización de la proporcionalidad geométrica y la semejanza para obtener medidas indirectas.
- Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas y hacer estimaciones razonables

- Utilización de instrumentos para medir ángulos y longitudes de la realidad y aplicación en la resolución de problemas para obtener medidas indirectas, haciendo estimaciones previas de las mismas.

Estadística y azar

- Formular preguntas abordables con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas
- Utilización de muestras en los estudios estadísticos: necesidad, conveniencia y representatividad.
- Distinción entre variables discretas y continuas.
- Agrupación en clases o intervalos. Histogramas y polígonos de frecuencias.
- Identificación del gráfico más adecuado de acuerdo con los datos que hay que presentar.
- Uso de la hoja de cálculo y de las TIC en general para la organización de datos, realización de cálculos y generación de los gráficos más adecuados.
- Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos
- Cálculo e interpretación de la media, moda, cuartiles y mediana.
- Análisis de la dispersión: rango y desviación típica.
- Interpretación conjunta de la media y la desviación típica para realizar comparaciones y valoraciones. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación; interpretación de la información y detección de errores y falacias.
- Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos
- Utilización de observaciones relativas en las diferencias entre dos muestras para la formulación de conjeturas sobre las poblaciones de donde han sido extraídas.
- Formulación de conjeturas sobre posibles relaciones entre dos características de una muestra.
- Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad
- Interpretación de experiencias aleatorias.
- Sucesos y espacio muestral.
- Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.

- Cálculo de probabilidades de sucesos compuestos, en casos sencillos, utilizando tablas de contingencia y diagramas de árbol.
- Utilización de las TIC como soporte en los cálculos y simulaciones.

CUARTO CURSO

Procesos que se desarrollan durante el curso a través de los diferentes contenidos

- Resolución de problemas (identificación, distinción, simulación, caracterización, desarrollo de estrategias, elaboración de conclusiones)
- Razonamiento y prueba (uso, análisis, comprensión, comparación, selección organización, aproximación numérica, resolución, cálculo, aproximación histórica)
- Comunicación y representación (argumentación, expresión, construcción, representación, generación, utilización del vocabulario)
- Conexiones (contextualización, relación, interpretación, determinación)

Numeración y cálculo

- Comprender los números y las diferentes formas de representación
- Los números racionales y los irracionales como ampliación de los conjuntos numéricos en la determinación de la medida, en el resultado de las operaciones, en la resolución de ecuaciones y en la resolución de problemas.
- Aproximaciones numéricas por exceso y por defecto.
- Representación gráfica de los números racionales e irracionales en la recta.
- Relación entre los números irracionales y las potencias de exponente fraccionario.
- Comprender el significado de las operaciones.
- Relación entre el cálculo con potencias de exponente fraccionario y el cálculo con radicales en la resolución de ecuaciones y en la resolución de problemas.
- Uso de las TIC en el cálculo con números racionales e irracionales.
- Selección y uso de la herramienta más adecuada para calcular con números racionales e irracionales (cálculo mental, estimación, calculadora y ordenador, papel y lápiz). Argumentación de la selección.

- Desarrollo de estrategias de cálculo mental y de estimación de cálculos con números racionales e irracionales y comparación con los resultados obtenidos a través de cálculos exactos.

Cambio y relaciones

- Comprender patrones, relaciones y funciones
- Análisis de funciones de una variable: función cuadrática y exponencial.
- Comprensión de relaciones funcionales, selección y utilización de diversas formas de representación y paso de unas a otras.
- Utilización de las TIC en la generación de gráficos y de expresiones simbólicas de las funciones.
- Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos
- Comprensión del significado de formas equivalentes de inecuaciones y relaciones.
- Resolución de inecuaciones con fluidez. Interpretación de relaciones matemáticas.
- Uso del álgebra para la representación y expresión de relaciones matemáticas.
- Utilización de las TIC como soporte en la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones y análisis del significado y la razonabilidad de los resultados.
- Práctica del cálculo mental en la resolución de ecuaciones, en la manipulación de expresiones algebraicas y en la aceptación de los resultados obtenidos con medios tecnológicos.
- Utilizar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas en una situación, y determinación del tipo de función que la modeliza.
- Uso de expresiones simbólicas para la representación de relaciones que provienen de diferentes contextos.
- Elaboración de conclusiones razonables de una situación, una vez modelizada.
- Interpretación y construcción de gráficas de funciones.
- Analizar el cambio en contextos diversos
- Aproximación numérica e interpretación de tasas de cambio a partir de datos expresados en forma verbal, numérica y gráfica.

Espacio y forma

- Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos sobre relaciones geométricas
- Uso de las relaciones trigonométricas para determinar longitudes y medidas de ángulos.
- Resolución de problemas utilizando la trigonometría del triángulo.
- Uso del razonamiento geométrico deductivo para establecer o refutar conjeturas en la resolución de problemas.
- Uso de programas de geometría dinámica como ayuda al razonamiento geométrico.
- Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación
- Uso de coordenadas cartesianas u otros sistemas, como el de navegación, para analizar situaciones donde aparezcan relaciones trigonométricas.
- Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas
- Uso de modelos geométricos para facilitar la comprensión de conceptos y propiedades numéricos y algebraicos.
- Utilización de ideas geométricas para resolver problemas en contextos de otras disciplinas como el arte, la arquitectura y la navegación.

Medida

- Comprender los atributos mesurables de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medida
- Aproximaciones racionales por exceso y por defecto de un número irracional y relación entre el número de decimales y el grado de aproximación.
- Utilización de la trigonometría y la semejanza para obtener medidas indirectas.
- Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas y hacer estimaciones razonables
- Análisis de la precisión, la exactitud y el error en situaciones de medida.

Estadística y azar

- Formular preguntas abordables con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas.
- Caracterización de los estudios estadísticos bien diseñados, elección de muestras y aleatoriedad a las respuestas y a las experiencias.
- Distinción entre datos cuantitativos y cualitativos, datos unidimensionales y bidimensionales.
- Utilización de histogramas, diagramas de caja y nubes de puntos.
- Uso de la hoja de cálculo y de los recursos TIC adecuados, para la organización de los datos, realización de cálculos y generación de los datos, realización de cálculos y generación de los gráficos más adecuados.
- Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos
- Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones entre diferentes poblaciones y características.
- Representación de la nube de puntos, descripción de su forma, y cálculo e interpretación del coeficiente de correlación con medios técnicos.
- Aplicaciones de la Estadística a otras ciencias (Galton i Pearson, s. XIX)
- Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos
- Comparación entre diversos tipos de estudios estadísticos, y determinación del tipo de inferencias que se pueden derivar de cada uno.
- Formulación de conjeturas sobre las posibles relaciones entre dos características de una muestra, a partir de la nube de puntos y de las rectas de regresión aproximadas.
- Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad
- Interpretación de la probabilidad condicionada y de los éxitos independientes.
- Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.
- Cálculo de probabilidades de sucesos compuestos utilizando tablas de contingencia y diagramas de árbol.
- Utilización de los recursos TIC como ayuda de los cálculos y situaciones.

3.2.5. Principios metodológicos

En el caso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, las consideraciones metodológicas que, según la LOE se deben tener en cuenta, son las siguientes:

Relevancia de los contextos: Es necesario que los contenidos curriculares se trabajen en contextos significativos y ricos que muestren el origen concreto de los conceptos matemáticos, la relación entre ellos y su aplicación a problemáticas diversas. Las situaciones cotidianas, las culturalmente significativas, las principales temáticas de las diversas disciplinas, pero también los juegos y las propias matemáticas, y en particular su historia, deben ser las fuentes que nos proporcionen los contextos más relevantes para aprender matemáticas.

Equilibrio, conexión entre los contenidos y trabajo interdisciplinario: La ordenación de los bloques de contenidos no implica su jerarquización. Hace falta encontrar un equilibrio entre el desarrollo de los diferentes bloques y tener en cuenta que existen diversas secuenciaciones posibles de los contenidos: hay contenidos que se pueden trabajar de manera transversal, otros que se pueden trabajar con contenidos de un bloque diferente, y también en el marco de un proyecto interdisciplinario, lo que posibilita el desarrollo de la competencia matemática.

Valoración de actitudes relacionadas con las matemáticas: Para hacer matemáticas, y conseguir actitudes positivas hacia ellas, hay que desarrollar la curiosidad, la creatividad, la imaginación, el interés por hacer preguntas, para encontrar respuestas y para resolver problemas; también es muy importante que el alumnado participe en todos los niveles, adquiera confianza en las propias posibilidades y encuentre el aliciente por realizar un descubrimiento y por resolver un reto. Actitudes como la tenacidad, la precisión y valorar el trabajo bien hecho son muy importantes cuando se hacen matemáticas.

Diversidad en las formas de trabajo: Hay que combinar el trabajo en grupo numeroso, en grupo reducido y el trabajo individual, respetando los estilos de cada uno. Plantearse preguntas, resolver problemas, realizar pequeñas investigaciones, practicar las técnicas aprendidas, exponer las ideas propias y discutir sobre ellas.

Utilizar la manipulación de objetos y de materiales didácticos: Para no perder de vista el origen concreto de las matemáticas, así como la visualización para realizar y fundamentar razonamientos matemáticos y desarrollar los propios sistemas de representación. En definitiva, las clases de matemáticas deberían proporcionar a todo el alumnado posibilidades de pensar matemáticamente.

Introducir una manera de actuar en el aula: El alumno debe aprender a hacer (y hacerse) preguntas y el profesor debe guiarle para que se las haga: ¿Qué estoy haciendo? ¿Por qué lo hago? ¿Con qué finalidad lo hago? Si lo consigo, ¿cómo lo voy a utilizar después? Hay también otros factores que interfieren en la toma correcta de decisiones, en la realización de actividades y en la resolución de problemas: inflexibilidad a la hora de considerar alternativas, rigidez en la ejecución de procedimientos, falta de previsión de las consecuencias de una cierta acción, falta de evaluación de lo que se está haciendo, etc.

Utilizar las TIC: Estas facilitan la interacción del alumnado con objetos matemáticos y sus relaciones, la construcción de figuras geométricas, ayudan a la resolución de problemas, a aprender de los errores a través de una retroalimentación inmediata y efectiva, a trabajar con cálculos y entornos que con otros medios pueden llegar a ser pesados y complejos, y favorecen la presentación, la colaboración y la comunicación de las experiencias.

Considerar la evaluación como parte del proceso de enseñanza-aprendizaje: La evaluación incluye la reflexión sobre el qué se aprenderá, se aprende y ya se ha aprendido. Hay que tener presente la diversidad de instrumentos para realizar la evaluación: discusiones en grupo numeroso y reducido, preguntas y respuestas orales, trabajos individuales y en grupo reducido, exposición en el aula de los trabajos, problemas o investigaciones realizadas, y realización de pruebas. Todos ellos se complementan y proporcionan información, tanto al profesorado como al alumnado, acerca de los adelantos en el aprendizaje. Los criterios de evaluación que se incluyen al final de cada curso pretenden explicitar los objetivos generales de las matemáticas en esta etapa, y se refieren tanto a los procesos matemáticos como a la comprensión y capacidad de aplicar los diferentes contenidos aprendidos.

3.2.6. Evaluación

La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de la Educación secundaria obligatoria, según la Ley Orgánica de Educación, debe cumplir con los puntos siguientes:

- Debe ser continua y diferenciada según las distintas materias del currículo.
- Los profesores evaluarán a sus alumnos teniendo en cuenta los diferentes elementos del currículo.
- Los criterios de evaluación de las materias serán referente fundamental para valorar tanto el grado de adquisición de las competencias básicas como el de consecución de los objetivos.
- El equipo docente constituido por el conjunto de profesores del alumno, coordinados por el profesor tutor, actuará de manera colegiada a lo largo del proceso de evaluación y en la adopción de las decisiones resultantes del mismo, en el marco de lo que establezcan las administraciones educativas.
- En el proceso de evaluación continua, cuando el progreso de un alumno no sea el adecuado, se establecerán medidas de refuerzo educativo. Estas medidas se adoptarán en cualquier momento del curso, tan pronto como se detecten las dificultades y estarán dirigidas a garantizar la adquisición de los aprendizajes imprescindibles para continuar el proceso educativo.
- Los profesores evaluarán tanto los aprendizajes del alumnado como los procesos de enseñanza y su propia práctica docente.

Al finalizar cada uno de los cursos y como consecuencia del proceso de evaluación, el equipo docente tomará las decisiones correspondientes sobre la promoción del alumnado. El alumno promocionará al curso siguiente cuando se hayan superado los objetivos de las materias cursadas o se tenga evaluación negativa en dos materias como máximo y se repetirá curso con evaluación negativa en tres o más materias. Excepcionalmente, podrá autorizarse la promoción con evaluación negativa en tres materias cuando el equipo docente considere que la naturaleza de las mismas no le impide seguir con éxito el curso

siguiente, que tiene expectativas favorables de recuperación y que dicha promoción beneficiará su evolución académica.

A parte de las indicaciones generales de evaluación para toda la ESO, el currículo marca unos criterios de evaluación específicas para cada curso y para cada materia o área en relación a los contenidos desarrollados.

3.3. Sistema educativo de Ecuador

Los centros docentes en Ecuador se diferencian entre los que pertenecen a la Administración Pública y los Privados. Dentro del primer grupo nos encontramos con *centros fiscales*, aquellos que dependen del Ministerio de Educación y Cultura y *centros fiscomisionales* particulares religiosos y laicos financiados principalmente por el Estado en convenio con misiones religiosas.

Dentro del mismo país existen dos regímenes distintos diferenciados por la zona geográfica: el régimen Costa y el régimen Sierra. Esto es debido a las inclemencias meteorológicas que sufren durante el año las distintas zonas en diferentes épocas del año que dificultan o imposibilitan la asistencia a clase en muchas poblaciones. Así, mientras en los centros con régimen Costa las clases empiezan en abril y terminan en enero, en los otros empiezan en septiembre y terminan en junio.

El año escolar comprende doscientos días laborables en todo el sistema educativo nacional, contados desde el primer día de clase hasta la finalización de los exámenes del tercer trimestre. Se consideran días laborables: los de clases, exámenes, juntas de curso y los destinados para actividades educativas programas por las autoridades ministeriales, provinciales o del establecimiento.

La semana escolar comprende cinco días laborables consecutivos, de lunes a viernes o de martes a sábados, de acuerdo con las necesidades socio-económicas de la localidad.

El horario escolar dependerá del plan, diurno (matutino o vespertino) o nocturno. Nosotros nos centraremos en los dos planes diurnos, por ser en los que asisten la mayoría de los escolares. Dependerá del colegio al que asistan que tengan horario matutino o vespertino. El primero empieza entre las siete y siete y media de la mañana y termina entre las doce y media y una de la tarde. El segundo empieza entre la una y una y media de la tarde y termina entre seis y media y siete de la tarde. Por lo tanto, los dos sistemas realizan 5 horas diarias.

El período de clase establecido por el Ministerio es de cuarenta y cinco minutos, en los planteles diurnos, y de treinta y cinco minutos, en los nocturnos. Así pues, en el caso de los planes diurnos, tenemos un total de 750 horas anuales.

En 1998 se inició un *Plan Estratégico para el desarrollo de la Educación Ecuatoriana* con una reforma curricular de todo el sistema educativo. Según el Ministro de Educación y Cultura de Ecuador de entonces, el Dr. Mario Jaramillo Paredes, se realizó tal reforma:

“Con la participación de representantes de los más importantes sectores sociales del país y el aporte de organismos internacionales y no gubernamentales comprometidos con el desarrollo de la educación ecuatoriana, el Consejo Nacional de Educación, asumió la formulación de una Propuesta de Reforma Curricular, que responda a la urgente necesidad de mejorar la calidad de la educación en función de las necesidades y expectativas nacionales.

Este trabajo, fruto de un amplio proceso de consulta, discusión y elaboración es uno de los documentos fundamentales para el desarrollo de la reforma de la educación ecuatoriana, por lo cual, tiene que ser conocido y manejado fundamentalmente por maestras y maestros.” (Reforma Curricular para la educación básica de Ecuador, pp.3)

Pero, aunque afirma que *debería ser conocido y manejado fundamentalmente por maestras y maestros*, en ningún colegio de los que asistí pude encontrar un solo ejemplar de la reforma curricular ni del currículum vigente de la educación básica ecuatoriana. En el Ministerio de Educación tampoco tuve mucha más suerte, después de una larga búsqueda me entregaron uno como si de oro se tratara, teniendo que realizar fotocopias por ser el único ejemplar que había en esos momentos.

3.3.1. Organización

Según la Reforma Curricular para la Educación del año 1998 - 2001, la organización por etapas es la siguiente:

- EDUCACIÓN INICIAL:** El Ministerio de Educación emprendió a partir del año 2001 la estructuración del nivel de educación inicial para niñas y niños, menores de cinco años, *con el fin de alcanzar un desarrollo óptimo en sus capacidades y habilidades naturales, especialmente de aquellos niños en situación de riesgo* (Reforma Curricular de Ecuador, 2001).

- EDUCACIÓN BÁSICA:** Comprende diez cursos de los 5 a los 15 años. Esta etapa tiene carácter obligatorio. *Tiene como propósito asegurar un perfil básico de educación* (Reforma Curricular de Ecuador, 2001).

- BACHILLERATO:** Comprende tres cursos de los 15 a los 18 años. No tiene carácter obligatorio, con una participación que no alcanza el 40% de la población comprendida entre esta edad. Actualmente hay una reforma curricular del bachillerato que se está intentando implantar en algunos centros. Dentro del bachillerato existen diferentes líneas de oferta educativa:
 - Bachillerato en Ciencias general (plan nuevo)

 - Bachillerato en Ciencias con especializaciones:
 - Bachillerato Físico- Matemático
 - Bachillerato Químico – Biológicas
 - Bachillerato en Ciencias Sociales

 - Bachillerato Técnico:
 - Bachillerato Agrícola
 - Bachillerato Industrial
 - Bachillerato en Comercio y Administración
 - Bachillerato Técnico Polivalente
 - Bachillerato en Informática

(plan antiguo)

- Bachillerato en Artes:
 - Bachillerato en Música
 - Bachillerato en Teatro
 - Bachillerato en Danza
 - Bachillerato en Artes Plásticas

Dado que en algunos centros educativos de Ecuador siguen utilizando la nomenclatura anterior a la reforma educativa para referirse a los cursos escolares, presentamos a continuación el antiguo sistema educativo:

- ✚ NIVEL PRE-PRIMARIO: Llamados jardines de infantes que tenía una duración de un año lectivo durante el período de cinco años de edad.
- ✚ NIVEL PRIMARIO: Los centros educativos donde se imparte son las escuelas y tenía una duración de seis años organizados en grados. Comprende de los seis a los doce años. Tenía carácter obligatorio.
- ✚ NIVEL MEDIO: Los centros educativos donde se imparte son los colegios y tenía una duración de seis años organizados en cursos. Comprende de los doce años a los dieciocho. Solo eran obligatorios los tres primeros años.

3.3.2. Planes de estudio de la educación secundaria

Dado que nuestro estudio se ha realizado con alumnos de tercero y cuarto de ESO, es decir, de décimo de la educación básica y primero de bachillerato según el sistema educativo ecuatoriano, presentaremos a continuación el currículum de la educación básica y el currículum de bachillerato en ciencias.

EDUCACIÓN BÁSICA

El número de horas (de 45 minutos) por semana y porcentaje de cada materia del “pénsum” de la educación básica ecuatoriana es:

ÁREA	AÑO										TOTAL	%
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
LENGUAJE Y COMUNICACIÓN		12	12	10	10	8	8	6	6	6	78	27
MATEMÁTICA		6	6	6	6	6	6	8	8	8	60	21
ENTORNO NATURAL Y SOCIAL		5	5	--	--	--	--	--	--	--	10	4
CIENCIAS NATURALES		--	--	4	4	4	4	6	6	6	34	12
ESTUDIOS SOCIALES		--	--	4	4	5	5	5	5	5	33	12
CULTURA ESTÉTICA		3	3	3	3	3	3	3	3	3	27	9
CULTURA FÍSICA		2	2	2	2	2	2	2	2	2	18	6
LENGUA EXTRANJERA		--	--	--	--	--	--	3	3	3	9	3
OPTATIVA		2	2	1	1	2	2	2	2	2	16	6
TOTAL	30	30	30	30	30	30	30	35	35	35	285	100

Tabla 3.3: Distribución horaria de la educación básica de Ecuador

Como podemos ver en la tabla, durante los primeros siete cursos se imparten seis clases de matemáticas y en los tres últimos, se incrementan dos horas, aunque debemos recordar que las clases en Ecuador no son de horas completas sino de cuarenta y cinco minutos.

BACHILLERATO

En el Bachillerato en Ciencias general (plan nuevo) los años se dividen en quimestres. Hay asignaturas que se cursan durante todo el año y otras solo en algún quimestres.

AÑOS	PRIMERO		SEGUNDO		TERCERO		TOTAL
CURSOS (Quimestres)	Q1	Q2	Q1	Q2	Q1	Q2	
MATERIAS BASICAS							
Matemáticas	5	-	5	-	5	-	15
Física	-	6	-	6	-	-	12
Química	6	-	-	6	-	-	12
Biología/Ecología	-	6	-	6	-	4	16
Historia	5	-	5	-	5	-	15
Geografía/ Realidad Nacional	-	5	-	5	-	5	15
Economía	-	-	-	-	4	-	4
Cívica	-	-	-	-	-	4	4
Lenguaje, Comunicación y Literatura	5	-	5	-	-	-	10

Desarrollo del Pensamiento	-	4	-	4	-	-	8
Optativas	-	-	-	-	14	15	29
Total Básicas	21	21	21	21	28	28	140
MATERIAS FORMACION							
Cultura Física	3	3	3	3	3	3	18
Idioma	4	4	4	4	4	4	24
Educación en Valores	4	-	4	-	-	-	8
Cultura Estética	-	4	-	4	-	-	8
Computación	3	-	3	-	-	-	6
Desarrollo Vocacional	-	3	-	3	-	-	6
Total formativas	14	14	14	14	7	7	70
TOTAL DEL PLAN	35	35	35	35	35	35	210

Tabla 3.4: Distribución horaria del bachillerato de ciencias de Ecuador

En el Bachillerato en ciencias con especializaciones (plan antiguo) hay unas asignaturas que son comunes a todas las modalidades llamadas asignaturas de cultura general. Estas asignaturas son:

Asignaturas generales	1º	2º	3º	Total
Literatura General	5	6	7	18
Historia General	5	5	6	16
Geografía Económica General y del Ecuador	2	2	2	6
Cívica	2	2	1	5
Lógica y Ética	2	2	2	6
Problemas Filosóficos	1	2	2	5
Psicología general	2	2	2	6
Idioma Extranjero	1	1	2	4
Educación Física	15	13	11	39
Asociación de Clase	35	35	35	105

Tabla 3.5: Distribución horaria de las asignaturas generales del bachillerato antiguo de ciencias de Ecuador

A parte, hay otras asignaturas que son específicas de cada modalidad, llamadas asignaturas de especialización. A continuación se muestran los cuadros de asignaturas específicas para cada modalidad y la distribución horaria para estas:

Físico-matemático	1º	2º	3º	Total
Matemáticas	5	6	7	18
Física	5	5	6	16
Química	2	2	2	6
Economía	2	2	1	5
Dibujo Técnico	2	2	2	6
Biología	1	2	2	5
Laboratorio	2	2	2	6
Investigación	1	1	2	4
Asignaturas Generales	15	13	11	39
Total	35	35	35	105

Tabla 3.6: Distribución horaria del bachillerato físico matemático de Ecuador

Químico-Biológicas	1º	2º	3º	Total
Química	5	6	7	18
Biología	5	5	6	16
Matemáticas	2	2	2	6
Física	2	2	2	6
Anatomía y Fisiología e Higiene Humana	2	2	2	6
Bases Biológicas de la Psicología	1	2	-	3
Laboratorio	2	2	3	7
Investigación	1	1	2	4
Asignaturas Generales	15	13	11	39
Total	35	35	35	105

Tabla 3.7: Distribución horaria del bachillerato químico-biológicas de Ecuador

Sociales	1º	2º	3º	Total
Literatura	5	4	4	13
Historia de Límites del Ecuador	-	-	2	2
Historia Universal del Ecuador	3	4	4	11
Geografía Humana y problemas geo-políticos del Ecuador	3	4	4	11
Filosofía	2	3	1	6
Economía	2	2	1	5
Sociología	2	2	2	6
Psicología Social	-	-	2	2
Matemáticas	2	2	2	6
Investigación	1	1	2	4
Asignaturas Generales	15	13	11	39
Total	35	35	35	105

Tabla 3.8: Distribución horaria del bachillerato de sociales de Ecuador

A parte de en la modalidad de bachillerato físico-matemáticas donde las horas semanales son de 5, 6 y 7 para los tres cursos respectivamente, en las otras dos modalidades se pierden muchas horas de matemáticas respecto la educación básica pasando a realizar solo dos horas semanales. En cambio en el bachillerato en ciencias general del nuevo plan, todos deben realizar 5 horas semanales cada año durante un quimestre.

3.3.3. Objetivos generales de la educación secundaria

Para este trabajo hemos creído conveniente conocer los objetivos generales de la educación secundaria de Ecuador y no solo los de matemáticas para poder hacernos una idea de la orientación que se le quiere dar a la enseñanza desde el Ministerio de Educación y poder compararlo con nuestros objetivos.

Objetivos de la Educación Básica

La Educación Básica Ecuatoriana se compromete a ofrecer las condiciones más propicias para que los jóvenes, al finalizar este nivel de educación, logren el siguiente perfil:

1. Conciencia clara y profunda del ser ecuatoriano, en el marco del reconocimiento de la diversidad cultural, étnica, geográfica y de género del país.
2. Conscientes de sus derechos y deberes en relación a sí mismos, a la familia, a la comunidad y a la nación.
3. Alto desarrollo de su inteligencia, a nivel del pensamiento creativo, práctico y teórico.
4. Capaces de comunicarse con mensajes corporales, estéticos, orales, escritos y otros. Con habilidades para procesar los diferentes tipos de mensajes de su entorno.
5. Con capacidad de aprender, con personalidad autónoma y solidaria con su entorno social y natural, con ideas positivas de sí mismos.
6. Con actitudes positivas frente al trabajo y al uso del tiempo libre.

Objetivos generales del bachillerato

Los objetivos generales del bachillerato según la Reforma Curricular del Bachillerato del 2001 son:

1. Formar jóvenes ecuatorianos con conciencia de su condición de tales y fortalecidos para el ejercicio integral de la ciudadanía, la vivienda en ambientes e paz, de democracia y de integración.
2. Formar jóvenes capaces de conocer conceptualmente el mundo en el que vive, utilizando todas sus capacidades e instrumentos del conocimiento.
3. Formar jóvenes con identidad, con valores y capacidades para actuar en beneficio de su propio desarrollo humano y de los demás, en medio de una realidad pluriétnica, pluricultural y regionalizada.
4. Formar jóvenes capaces de aplicar eficientemente sus saberes científicos y técnicos en la construcción de nuevas alternativas de solución a las necesidades colectivas.
5. Formar jóvenes con valores y actitudes para el trabajo colectivo, en base del reconocimiento de sus potencialidades y las de los demás.

6. Formar jóvenes capaces de emprender acciones individuales y colectivas para la estructuración y logro de un proyecto de vida.

3.3.4. Currículo del área de matemáticas en la educación secundaria

Para ilustrar las líneas generales de la educación matemática que marca la Reforma Curricular de la Educación Básica de Ecuador, cómo se entiende y se afronta esta disciplina y desde qué puntos de vista, incluimos a continuación unos fragmentos de dicha reforma:

“La mayoría de las actividades cotidianas requieren de decisiones basadas en la Matemática. La necesidad del conocimiento matemático crece día a día al igual que su aplicación en las más variadas profesiones y las destrezas más demandadas en los lugares de trabajo, son en el pensamiento matemático, crítico y en la resolución de problemas pues con ello, las personas que entienden y que pueden “hacer” Matemática, tienen mayores oportunidades y opciones para decidir sobre su futuro. El tener afianzadas las destrezas con criterio de desempeño matemático, facilita el acceso a una gran variedad de carreras profesionales y a varias ocupaciones que pueden resultar muy especializadas. No todas y todos los estudiantes, al finalizar su educación básica y de bachillerato, desarrollarán las mismas destrezas y gusto por la matemática, sin embargo, todos deben tener las mismas oportunidades y facilidades para aprender conceptos matemáticos significativos bien entendidos y con la profundidad necesaria para que puedan interactuar equitativamente en su entorno.”

(...)

“En esta propuesta, hemos enfocado el currículo de la matemática de educación básica en el desarrollo de destrezas necesarias para, comprensión de reglas, teoremas y fórmulas, la resolución de problemas y para el desarrollo del sentido común de las estudiantes y los estudiantes. Para ello el profesorado debe comprobar que el estudiantado ha captado los conceptos, teoremas, algoritmos y aplicaciones con el fin de lograr una sólida base de conocimientos matemáticos.”

(...)

“A través del estudio de la Matemática, las estudiantes y los estudiantes aprenderán valores muy necesarios para su desempeño en las aulas y más adelante como profesionales y ciudadanos. Estos valores son rigurosidad (los estudiantes deben acostumbrarse a aplicar las reglas y teoremas correctamente, a explicar los procesos utilizados y a justificarlos); organización (tanto en los lugares de trabajo como en sus procesos deben tener una organización tal que facilite su comprensión en lugar de complicarla); limpieza (las estudiantes y los estudiantes deben aprender a mantener sus pertenencias, trabajos y espacios físicos limpios) respeto (tanto a las docentes, los docentes, autoridades, como a sus compañeros y a los espacios físicos) y conciencia social (las estudiantes y los estudiantes deben entender que son parte de una comunidad y que todo aquello que ellos hagan afectará de alguna manera a los demás miembros de la comunidad) por lo tanto, deberán aprender a ser buenos ciudadanos.”

(Fragmentos extraídos íntegramente de la Reforma curricular de la educación básica de Ecuador pp.56)

Una vez hecha esta primera introducción de los puntos generales de ésta área, pasamos a continuación a describir los objetivos y contenidos curriculares por curso de toda la educación básica y del primer año de bachillerato de Ecuador, según el currículo vigente:

CURRÍCULO DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

OBJETIVOS

Durante el período correspondiente a la educación básica, con el fin de que el estudiante alcance el perfil ideal, el proceso de interaprendizaje de la matemática está orientado a que el alumno logre:

1. Desarrollar las destrezas relativas a la comprensión, explicación y aplicación de los conceptos y enunciados matemáticos.
2. Utilizar los conocimientos y procesos matemáticos que involucren los contenidos de la educación básica y la realidad del entorno, para la formulación, análisis y solución de problemas teóricos y prácticos.

3. Utilizar la matemática como herramienta de apoyo para otras disciplinas, y su lenguaje para comunicarse con precisión.
4. Desarrollar las estructuras intelectuales indispensables para la construcción de esquemas de pensamiento lógico formal, por medio de procesos matemáticos.
5. Comprender la unidad de la matemática por medio de sus métodos y procedimientos.
6. Desarrollar las capacidades de investigación y de trabajo creativo, productivo; independiente o colectivo.
7. Alcanzar actitudes de orden, perseverancia y gusto por la matemática.
8. Aplicar los conocimientos matemáticos para contribuir al desarrollo del entorno social y natural.

CONTENIDOS

La propuesta presentada en la reforma curricular estructura los conocimientos de matemáticas utilizando un enfoque sistémico con el objetivo de *unificar todas las ramas de esta ciencia, garantizar de mejor manera su estudio y facilitar su articulación con otras áreas del conocimiento* (Consejo Nacional de Educación, 1998).

Los sistemas propuestos para la educación básica son:

1. Numérico
2. De funciones
3. Geométrico y de medida
4. De estadística y probabilidad

Según lo establecido en la Reforma Curricular de la Educación Básica, estos sistemas se entienden de la siguiente manera:

1. **SISTEMA NUMÉRICO:** El sistema numérico comprende la conceptualización de número, sus relaciones y operaciones, y es uno de los soportes básicos para el estudio de los demás sistemas y sus aplicaciones. El aprendizaje gradual y progresivo de las diferentes estructuras numéricas garantiza que el estudiante

identifique las semejanzas y diferencias de su funcionamiento, y la acumulación de experiencias que le permitan integrar conocimientos y hacer generalizaciones.

2. SISTEMA DE FUNCIONES: El sistema de funciones parte de las expresiones que conocen los estudiantes y, por ser un lenguaje riguroso e interrelacionador, facilita la comprensión y el aprendizaje de la matemática y de las demás ciencias. De esta manera, a más de evitar ambigüedades en el lenguaje común, contribuye al desarrollo de destrezas propias del pensamiento lógico-formal.

3. SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA: El sistema geométrico y de medida busca formalizar y potenciar el conocimiento intuitivo que tiene el estudiante de su realidad espaciotemporal, por medio de la identificación de formas y medida de sólidos. El tratamiento de la noción de medida favorece la interpretación numérica de la realidad, estimando de manera objetiva las características físicas de distintos elementos y situaciones en su contexto. Este sistema posibilita el desarrollo de destrezas y habilidades relacionadas con la comprensión y el manejo de entes matemáticos distintos de los numéricos, mediante el contacto con formas y cuerpos tomados de su entorno.

4. SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD: Busca que el estudiante interprete objetivamente situaciones tomadas de la vida cotidiana, a partir de la recolección y procesamiento de datos, así como del análisis de información y resultados obtenidos de otras fuentes. Es una herramienta de apoyo para el aprendizaje y la mejor comprensión de otras disciplinas.

Veamos los contenidos de cada sistema:

1. SISTEMA NUMÉRICO

Caracterización de los sistemas numéricos:

Naturales.

Enteros.

Decimales.

Racionales.

Reales.

Orden

Representación de los conjuntos numéricos sobre una recta.

Definición y propiedades del orden.

Valor absoluto.

Operaciones en los distintos sistemas numéricos

Adición y sustracción.

Multiplicación y división.

Potenciación y radicación.

Divisibilidad

Números pares e impares.

Múltiplos y divisores.

Números primos y compuestos.

Divisor común máximo y múltiplo común mínimo.

Sistemas de numeración

Numeración en base 10.

Numeración en base 2 y otras bases.

Otras clases de numeración: romana, maya, etc..

Proporcionalidad

Razones y proporciones.

Proporcionalidad directa e inversa.

Reglas de tres: simple y compuesta.

Porcentajes e interés simple. Documentos comerciales.

2. SISTEMA DE FUNCIONES**Lógica**

Proposiciones: simples y compuestas.

Uso de conectivos lógicos y cuantificadores.

Formas de razonamiento.

Conjuntos

Clasificación de objetos a base de propiedades.

Noción de conjunto y elemento.

Representación.

Subconjuntos.

Igualdad.

Operaciones entre conjuntos: unión, intersección, diferencia.

Funciones

Producto cartesiano.

Plano cartesiano.

Relaciones.

Funciones: noción y representación gráfica.

Funciones reales: raíz cuadrada, valor absoluto, polinomiales, etc.

Operaciones con polinomios.

Factorización.

Divisor común máximo y múltiplo común mínimo de polinomios.

Funciones racionales: operaciones.

Función lineal. Ecuación de la recta.

La ecuación lineal con una incógnita.

La inecuación lineal con una incógnita.

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

3. SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Geometría premétrica

Recorridos.

Líneas y superficies abiertas y cerradas.

Regiones: interior, frontera, exterior.

Propiedades geométricas invariantes por deformaciones.

Puntos y rectas en el plano

Trazos de puntos y rectas.

Rectas paralelas e intersecantes. Rectas perpendiculares.

Semirrecta.

Ángulos.

Segmentos.

Teorema de Thales.

Polígonos

Trazo y construcción de figuras planas.

Caracterización de polígonos.

Polígonos convexos y cóncavos.

Triángulos: clasificación por lados y por ángulos, elementos notables, congruencia y semejanza.

Cuadriláteros: clasificación (cuadrado, rectángulo, paralelogramo, rombo, trapecio)

Polígonos regulares: clasificación.

Perímetros y áreas.

Círculo y circunferencia

Trazo y construcción.

Elementos: centro, radio, diámetro, cuerda, sector y segmento circular.

Longitud de la circunferencia y área del círculo. El número pi.

Sólidos

Trazo y construcción: cubo, paralelepípedo, prisma, pirámide, cilindro, cono, esfera.

Caracterización y elementos: caras, aristas y vértices. Fórmula de Euler.

Áreas y volúmenes.

Transformaciones geométricas planas

Simetrías axiales y centrales.

Rotaciones, traslaciones, ampliaciones y reducciones.

El triángulo rectángulo

Teorema de Pitágoras.

Teorema de Euclides.

Razones trigonométricas.

Medida

Estimación de medidas con unidades no convencionales.

Errores de medición.

Sistema internacional de medidas (SI).

Unidades fundamentales, derivadas y suplementarias.

Unidades monetarias.

Múltiplos y submúltiplos.

Equivalencias con otros sistemas.

4. SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Estadística

Recolección, disposición y clasificación de datos.

Tablas de frecuencias.

Diagramas de barras y circulares.

Medidas de centralización: media, mediana, moda.

Medidas de dispersión: rango, desviación promedio, desviación estándar.

Probabilidad

Noción de probabilidad.

Probabilidad y conjunto de eventos.

**CONTENIDOS
POR AÑOS**

SEGUNDO AÑO

SISTEMA NUMÉRICO

Números naturales del 1 al 99.

Unidades y decenas.

Ordinales: primero.... décimo.

Orden: ... mayor que...; ... menor que...

Representación en la semirrecta numérica.

Asociación entre conjuntos de objetos y números.

Cardinales del 0 al 99.

Adición y sustracción sin reagrupación ("sin llevar"). Aplicaciones.

SISTEMA DE FUNCIONES

Clasificación de objetos a base de propiedades.

Noción de conjunto y elemento. Representación gráfica de conjuntos de objetos con curvas cerradas y con materiales.

Correspondencia uno a uno entre elementos de conjuntos. Cardinalidad.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Relaciones espaciales y temporales.

Figuras planas: representación.

Líneas abiertas y cerradas.
Superficies abiertas y cerradas.
Regiones: interior, frontera y exterior.
Medición de longitudes con unidades no convencionales.
Comparación de longitudes, áreas y volúmenes.
Medidas de tiempo: día, semana, mes.
Unidad monetaria: el sucre.

TERCER AÑO

SISTEMA NUMÉRICO

Números naturales del 0 al 999.
Unidades, decenas y centenas.
Números ordinales.
Orden: ... mayor que...; ... menor que...
Adición y sustracción con reagrupación ("llevando").
Multiplicaciones sin reagrupación.
Aplicaciones.
Números pares e impares.

SISTEMA DE FUNCIONES

Representación gráfica de conjuntos de letras y números.
Noción y representación de subconjuntos.
Unión de conjuntos en forma gráfica.
Correspondencia entre elementos de conjuntos (idea de función).
Operadores aditivos.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Rectas: trazos de paralelas e intersecantes.
Figuras planas: trazo y construcción de triángulos, cuadriláteros y círculos, interior, frontera y exterior
Medición de perímetros y áreas con unidades no convencionales.
Medidas de longitud: metro, decímetro y centímetro.
Medidas de tiempo: horas y minutos.
Lectura del reloj.
Unidades monetarias.

CUARTO AÑO**SISTEMA NUMÉRICO**

Números naturales: unidades, decenas, centenas, unidades de millar.

Orden:mayor que.....; menor que.....

Adición y sustracción con reagrupación.

Multiplicación con reagrupación.

División exacta.

Aplicaciones.

Múltiplos y divisores: aplicaciones.

Generación de sucesiones.

SISTEMA DE FUNCIONES

Representación de conjuntos por extensión y comprensión.

Subconjuntos.

Igualdad de conjuntos.

Unión, intersección y diferencia de conjuntos de objetos.

Operadores aditivos, sustractivos y multiplicativos.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Noción de semirecta, segmento y ángulo.

Clasificación de ángulos: recto, agudo y obtuso.

Triángulos: clasificación por sus lados y por sus ángulos.

Definición de cuadrado, rectángulo, rombo, trapecio, paralelogramo.

Cálculo de perímetros.

Identificación de cubos, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas.

Medidas aproximadas de longitud. Estimación de errores.

Medidas de longitud: múltiplos y submúltiplos del metro.

Medidas de tiempo: horas, minutos y segundos.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Recolección de datos y su representación en diagramas de barras.

QUINTO AÑO**SISTEMA NUMÉRICO**

Números naturales:

Representación gráfica en la semirecta numérica.

Adición, sustracción, multiplicación y división (con reagrupación).

Aplicaciones.

Números fraccionarios:

Representaciones gráficas.

Representación en la semirecta numérica.

Orden: ... mayor que ... ; ... menor que ...

Números decimales:

Expresión decimal de fracciones.

Representación gráfica en la semirecta numérica

Orden: ... mayor que ... ; ... menor que ...

Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.

Aplicaciones.

Números romanos, mayas, etc.: lectura y escritura.

SISTEMA DE FUNCIONES

Operaciones con conjuntos: unión, intersección y diferencia.

Operadores combinados de suma, resta y multiplicación.

Ubicación en una cuadrícula.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Áreas de triángulos y cuadriláteros.

Polígonos regulares: trazo, construcción, identificación y caracterización. Cálculo de perímetros por medición y de áreas como suma de triángulos.

Construcción de prisma, cubo, pirámide y cilindro a partir de modelos.

Medidas de superficie: metro cuadrado, múltiplos y submúltiplos.

Transformaciones de medidas de superficie entre los del sistema internacional y las agrarias.

Medidas de áreas aproximadas. Estimación de errores.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Representación e interpretación de diagramas de barras.

SEXTO AÑO

SISTEMA NUMÉRICO

Números naturales:

Potenciación y radicación.

Números primos y compuestos.

Criterios de divisibilidad.

Divisor común máximo y múltiplo común mínimo.

Números fraccionarios:

Operaciones: adición, sustracción, multiplicación y división.

Aplicaciones.

Generación de sucesiones.

Numeración en base 2. Transformaciones entre la base 10 y la base 2.

SISTEMA DE FUNCIONES

Operaciones con conjuntos.

Operadores combinados de suma, resta y multiplicación con números fraccionarios.

Proposiciones verdaderas y falsas.

Negación de proposiciones.

Ubicación de pares de enteros positivos en el plano cartesiano.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Trazo y construcción de rectas paralelas, rectas perpendiculares, triángulos y cuadriláteros.

Círculo y circunferencia: elementos y regiones; longitud, área, el número pi.

Relación entre el número de caras, aristas y vértices en prismas y pirámides (fórmula de Euler).

Medidas de masa y peso: kilogramo, múltiplos y submúltiplos. Equivalencia con otros sistemas.

Medidas de masa y peso aproximadas. Estimación de errores.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Media, mediana y moda.

Aplicaciones.

SÉPTIMO AÑO

SISTEMA NUMÉRICO

Números fraccionarios: potenciación y radicación.

Números decimales: potenciación y radicación (usar calculadora).

Notación científica.

Numeración en bases diferentes de 10. Transformaciones.

Proporcionalidad:

Razones y proporciones.

Proporcionalidad directa e inversa.

Regla de tres simple y compuesta.

Repartimientos proporcionales.

Porcentajes.

Interés simple, documentos comerciales.

Aplicaciones.

SISTEMA DE FUNCIONES

Ubicación de pares de fraccionarios positivos en el plano cartesiano.

Introducción de la noción de función en forma sagital (casos de potenciación, radicación, etc.).

Proposiciones compuestas con "o" e "y".

Uso de cuantificadores.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Posiciones relativas entre rectas y entre rectas y círculos.

Ángulos: clasificación y congruencia.

Trazo y construcción de sólidos.

Área y volumen de sólidos.

Medidas de volumen: metro cúbico, múltiplos y submúltiplos.

Medidas de capacidad.

Relación entre las medidas de volumen, capacidad y peso.

Medidas de temperatura: grados centígrados.

Medidas angulares: grados, minutos y segundos.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Representación e interpretación de diversos diagramas: barras, circulares, poligonales, de caja, de tallo y hoja, etc.

OCTAVO AÑO

SISTEMA NUMÉRICO

Números enteros.

Enteros negativos.

Representación gráfica en la recta numérica.

Valor absoluto o módulo.

Orden.

Operaciones: adición, sustracción, multiplicación y división.

Potenciación y radicación.

Números racionales.

Racionales negativos.

Representación gráfica en la recta numérica.

Orden.

Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.

Potenciación y radicación.

Aplicaciones.

SISTEMA DE FUNCIONES

Producto cartesiano.

Relaciones.

Plano cartesiano.

Funciones: notación $f(x)$.

Graficación de funciones en el plano cartesiano: lineal, potencia, raíz cuadrada, valor absoluto, etc.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Teorema de Thales.

Triángulos: líneas y puntos notables. Construcción con regla y compás. Congruencia y semejanza.

Equivalencias entre las medidas del sistema internacional de medidas con otros sistemas

Husos horarios: longitud y latitud.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Frecuencias absolutas y relativas.

Frecuencias acumuladas.

Noción de probabilidad: juegos.

Sucesos: ciertos, imposibles y probables.

NOVENO AÑO

SISTEMA NUMÉRICO

Números reales.

Números racionales e irracionales.

Representación gráfica en la recta numérica.

Orden.

Operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Aplicaciones.

SISTEMA DE FUNCIONES

Funciones polinomiales.

Operaciones con polinomios: suma, resta, multiplicación y división.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Inecuaciones de primer grado con una incógnita.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Polígonos inscritos y circunscritos en la circunferencia.

Trazos de polígonos regulares.

Fórmulas para el cálculo de áreas de polígonos regulares.

Transformaciones geométricas: simetría, traslación y rotación.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Medidas de dispersión: rango, desviación promedio, desviación estándar.

Varianza.

Probabilidad y conjunto de sucesos.

DÉCIMO AÑO

SISTEMA DE FUNCIONES

Factorización: factor común, suma y diferencia de potencias iguales, trinomios.

Divisor común máximo y múltiplo común mínimo de polinomios.

Funciones racionales: simplificación de fracciones, operaciones.

Funciones lineales. La ecuación de la recta.

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

SISTEMA GEOMÉTRICO Y DE MEDIDA

Transformaciones geométricas: ampliaciones y reducciones.

Teorema de Pitágoras.

Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.

Resolución de triángulos rectángulos.

SISTEMA DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Aplicaciones de la estadística y probabilidad.

CURRÍCULO DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN BACHILLERATO DE CIENCIAS

A continuación exponemos los objetivos generales del área de matemáticas del bachillerato en ciencias del plan nuevo y los contenidos del primer curso de matemáticas de este bachillerato ya que parte de los alumnos analizados cursaban este curso (equivalente a 4º de la ESO en nuestro sistema educativo) pero, en caso de necesidad o interés se pueden encontrar en la página del Ministerio de Educación de Ecuador⁵ el resto de cursos y de especializaciones.

OBJETIVOS

La Matemática es una ciencia eminentemente formativa, por consiguiente, esta asignatura busca habilitar objetivamente al estudiante en el lenguaje de la ciencia y de la tecnología, por medio del pensar disciplinado y creador, a través del aprendizaje de los procesos que intervienen en la elaboración de los principios y generalizaciones matemáticas.

- ❖ Objetivos Conceptuales: Conocer y demostrar leyes y principios del lenguaje de las matemáticas, empleando procesos lógicos de deducción, apoyados siempre por el análisis y la síntesis, permitiendo así la comprensión de la estructura de la ciencia matemática.
- ❖ Objetivos Procedimentales: Alcanzar el dominio de los procesos lógicos de deducción, demostración, de formulación de hipótesis, control y manipulación de variables, interpretación de datos, construcción de definiciones operacionales, mediante el desarrollo de habilidades, destrezas y aptitudes para la lectura del lenguaje matemático específico y del lenguaje simbólico en general.

⁵ <http://www.educacion.gov.ec/pages/index.php>

- ❖ Objetivos Actitudinales: Conseguir objetividad, positividad y confianza en los procesos matemáticos, como medio para saber formular juicios, extraer conclusiones y tomar decisiones, producto de la madurez lograda gracias a la comprensión de los contenidos de la asignatura.

CONTENIDOS

PRIMERA UNIDAD Ecuaciones lineales e inecuaciones	LOGROS MÍNIMOS POR CONTENIDO
<p><u>Contenidos Conceptuales</u></p> <p>1. Ecuaciones de primer grado con una variable. Sus clases: enteras y fraccionarias, ya sean numéricas o literales (fórmulas).</p> <p>2. Sistemas de ecuaciones lineales. Métodos: gráfico (dos variables), reducción, sustitución.</p> <p>3. Matriz: definición, dimensión, transpuesta e igualdad de matrices.</p> <p>4. Operaciones con matrices: suma, multiplicación de un escalar por una matriz, producto de matrices. Propiedades.</p> <p>5. Inversa de una matriz por transformaciones elementales entre filas: $A^{-1} = I$.</p> <p>6. Resolución de sistemas lineales por el método de Gauss - Jordan (matriz aumentada - matriz triangular).</p> <p>7. Función determinante: signo de un</p>	<p>1. Identificar las clases de ecuaciones lineales con una variable y que sean capaces de formular otros ejemplos, diferenciándolas de las identidades.</p> <p>2. Construir sistemas de dos y tres variables y conocer los distintos métodos de resolución en cuanto las particularidades de cada uno de ellos.</p> <p>3. Reconocer la dimensión en una matriz transpuesta, como también la igualdad de matrices.</p> <p>4. Identificar si las operaciones con matrices están definidas o no, así como las propiedades de estas operaciones.</p> <p>5. Reconocer y comprobar las matrices inversas.</p> <p>6. Expresar un sistema lineal mediante una ecuación matricial para el método de Gauss.</p> <p>7. Comprender la función determinante, el</p>

<p>elemento, menor complementario, desarrollo por menores, propiedades, reducción del orden de un determinante. Resolución de sistemas lineales mediante Kramer.</p> <p>8. Inecuaciones. Clases: Primer grado, grado superior de extremos racionales y con valor absoluto.</p>	<p>desarrollo por menores, propiedades, reducción del orden, así como la disposición de un sistema mediante Kramer.</p> <p>8. Poseer la capacidad de utilizar los intervalos, propiedades de las desigualdades y del valor absoluto en los reales, para reconocer los procesos de resolución de las inecuaciones.</p>
<p><u>Contenidos Procedimentales</u></p> <p>1. Identificación de los procesos operativos para transformar ecuaciones fraccionarias en equivalentes enteras, como también para los diferentes métodos de resolución.</p> <p>2. Graficación de rectas en el plano cartesiano e intervalos en la recta real para ubicar soluciones a los sistemas de ecuaciones e inecuaciones respectivamente.</p> <p>3. Desarrollo de estrategias para determinar soluciones a modelos matemáticos: interpretar, relacionar datos conocidos y desconocidos, plantear la ecuación, resolverla y verificar la solución.</p>	<p>1. Desarrollar la capacidad de resolver ecuaciones fraccionarias de distinto tipo y los sistemas lineales, por cualquiera de los métodos analizados, empleando las operaciones y propiedades de los números reales.</p> <p>2. Desarrollar solvencia en la graficación de la función lineal para la solución de los sistemas en el plano, como también en el manejo de propiedades e intervalos para el tratamiento de las inecuaciones.</p> <p>3. Plantear y resolver modelos matemáticos considerando que la matemática utiliza modelos simbólicos para resolver problemas generales, que posteriormente particulariza, adecuando las soluciones matemáticas a la situación real.</p>
<p><u>Contenidos Actitudinales</u></p> <p>1. Valoración de la persistencia, el razonamiento lógico, la creatividad y la independencia de criterio en las resoluciones de problemas de diversa índole.</p>	<p>1. Demostrar actitudes de persistencia, razonamiento lógico y creativo, así como independencia de criterio a través de la solución de ejercicios y problemas prácticos.</p>

<p style="text-align: center;">SEGUNDA UNIDAD</p> <p style="text-align: center;">Elementos de Trigonometría</p>	<p style="text-align: center;">LOGROS MÍNIMOS POR CONTENIDO</p>
<p><u>Contenidos Conceptuales</u></p> <p>1. El círculo trigonométrico. Tiene como centro el origen (0,0) y $r = 1$.</p> <p>2. Ángulos: medidas angulares. Posición de un ángulo. Ángulos positivos y negativos en posición normal. Ángulos coterminales.</p> <p>3. Funciones trigonométricas y cofunciones: signos de las funciones según el cuadrante. Valores de las funciones de 30°, 60° y 45° y ángulos cuadrantales. Reducción de ángulos.</p> <p>4. Las líneas trigonométricas naturales y las identidades fundamentales.</p> <p>5. El triángulo rectángulo y oblicuángulo.</p>	<p>1. Conocer el grado sexagesimal y el radián con las equivalencias en el círculo trigonométrico.</p> <p>2. Identificar las funciones trigonométricas y sus signos respectivos según el cuadrante.</p> <p>3. Poseer la capacidad de reconocer y utilizar los valores exactos de las funciones para los ángulos especiales y también de los ángulos que limitan los cuadrantes.</p> <p>4. Distinguir las identidades trigonométricas de las ecuaciones trigonométricas (sencillas).</p> <p>5. Reconocer la utilización de las leyes, según sean triángulos rectángulos u oblicuángulos.</p>

<p><u>Contenidos Procedimentales</u></p> <p>1. Empleo de las medidas angulares y las funciones trigonométricas, ya sea en la ubicación en el plano, en las reducciones y resoluciones.</p> <p>2. Simplificación y demostración de expresiones trigonométricas e identidades básicas.</p> <p>3. Graficación de las funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente.</p> <p>4. Demostración de leyes y su utilización para interpretar, relacionar datos conocidos e incógnitas en la búsqueda de soluciones a modelos matemáticos sobre triángulos.</p>	<p>1. Desarrollar la capacidad para transformar grados a radianes y viceversa, de calcular los valores de las otras funciones conocido el de una de ellas, de deducir los valores de los ángulos especiales y los que limitan los cuadrantes.</p> <p>2. Desarrollar habilidad para simplificar y demostrar expresiones e identidades básicas.</p> <p>3. Demostrar un apropiado empleo del plano cartesiano para graficar las funciones trigonométricas.</p> <p>4. Demostrar el manejo de operaciones y propiedades y agudeza de raciocinio para resolver, modelos matemáticos referentes a triángulos.</p>
<p><u>Contenidos Actitudinales</u></p> <p>1. Valoración de actitudes creativas que inviten a buscar caminos inéditos y originales para la solución de problemas.</p>	<p>1. Optar por la originalidad y la creatividad en la búsqueda de soluciones a problemas prácticos.</p>

3.3.5. Recomendaciones metodológicas

Según la reforma curricular, las recomendaciones metodológicas generales son las siguientes:

Para el desarrollo de las destrezas y la enseñanza aprendizaje de los contenidos matemáticos:

1. Los alumnos serán sujetos activos en el proceso de interaprendizaje.
2. El aprendizaje de la matemática se realizará basándose en las etapas: concreta, gráfica, simbólica y complementaria (ejercitación y aplicaciones)

3. Los contenidos matemáticos deben tratarse en lo posible con situaciones del medio donde vive el estudiante.
4. Evitar cálculos largos e inútiles.
5. Se utilizará la calculadora como herramienta auxiliar de cálculo.
6. Desarrollar el cálculo mental y aproximado mediante el proceso de redondeo.
7. Los juegos didácticos deben favorecer la adquisición de conocimientos, aprovechando la tendencia lúdica del estudiante.
8. Orientar al alumno hacia el descubrimiento de nuevas situaciones.
9. Motivar el tratamiento de ciertos contenidos fundamentándose en aspectos histórico-críticos de la matemática.
10. Propiciar el trabajo grupal para el análisis crítico de contenidos y el desarrollo de destrezas.

Para la integración de los contenidos de los diferentes sistemas:

1. Utilizar en forma intuitiva el lenguaje lógico y de conjuntos en todo el proceso de interaprendizaje.
2. Tratar los contenidos de los diferentes sistemas sin privilegiar ninguno de ellos.

Para la selección y resolución de problemas:

1. Utilizar las otras áreas de estudio para la formulación de ejemplos y problemas matemáticos.
2. Aprovechar los recursos que nos ofrece la cultura estética (recreación, dramatización, títeres, etc).
3. Ejercitar la comprensión del enunciado de un problema mediante preguntas, gráficos, uso del diccionario y otros.
4. Motivar en los alumnos la búsqueda de diferentes alternativas en la solución de problemas.
5. Estructurar un banco de ejercicios y problemas secuenciales.
6. En la formulación de ejemplos y problemas matemáticos, utilizar la realidad del entorno (situaciones, vivencias, necesidades, actividades y problemas ambientales).

Para el tratamiento de las prioridades transversales:

1. Hacer de las estructuras naturales y sociales el espacio pedagógico para crear la estructura lógica del pensamiento matemático.
2. Aplicar los conocimientos matemáticos en actividades de la vida diaria y de manejo ambiental (siembra, forestación, control ambiental, cultivos y otros).

Para la selección y producción de material didáctico:

1. El interaprendizaje de matemática será más participativo si se trabaja con material concreto y otros recursos didácticos.
2. Aprovechar los materiales del medio para ejecutar mediciones y construcciones geométricas.
3. Elaborar material didáctico con elementos reciclables.
4. Promover la elaboración de material didáctico con la participación de los alumnos.

Para la integración del área de matemática con las demás áreas del currículo:

1. Realizar la planificación curricular con unidades globales que interrelacionen todas las áreas.
2. Incluir ejemplos que vinculen oportunamente los contenidos de matemática con los de otras áreas.

Para la asignación de tareas y deberes:

1. Toda tarea debe ser programada, graduada, dosificada y evaluada.
2. Las tareas deben fomentar la creatividad del estudiante.
3. Las tareas pueden servir de prerrequisito para la adquisición de nuevos conocimientos.
4. Evitar tareas excesivas dentro y fuera del aula.

Para los recursos didácticos:

1. Elaboración de cuadernos de trabajo para el alumno de los primeros años y textos para los años superiores, en los que se traten los sistemas en forma integrada.

2. Preparación de guías didácticas para los maestros con la teoría matemática y las recomendaciones metodológicas necesarias en cada uno de los temas desarrollados en los cuadernos y textos.
3. Seleccionar una bibliografía básica de los textos de matemática existentes y dotar a cada provincia de un centro de documentación integrado por biblioteca, hemeroteca, videoteca, etc.
4. Establecer convenios entre el Ministerio de Educación y Cultura y editoriales para facilitar la adquisición de textos a bajo precio.
5. Promover la formación del taller de matemática en el aula.

3.3.6. Evaluación

La evaluación en todos los niveles y modalidades del sistema educativo ecuatoriano pretende ser *permanente, sistémica y científica*. Debe permitir reorientar los procesos, modificar actitudes y procedimientos, proporcionar información, detectar vacíos, atender diferencias individuales, y fundamentar la promoción de los estudiantes. La evaluación tiene como finalidades:

“diagnosticar la situación de aprendizaje del estudiante y lograr mejoras en su formación, a través del estímulo, de acuerdo con el desarrollo del aprendizaje y la capacidad individual de cada estudiante.” (Sistema Educativo Nacional de Ecuador, 1998. Ministerio de Educación y Cultura).

Las recomendaciones que da el Ministerio de Educación y Cultura según la reforma curricular de la educación básica para la evaluación del aprendizaje son:

1. Realizar un seguimiento permanente y sistemático del proceso de enseñanza-aprendizaje.
2. Utilizar nuevas formas de evaluación considerando los dominios afectivo y psicomotriz.
3. Las evaluaciones deben medir conocimientos, destrezas, habilidades y actitudes del alumno.

Según estas mismas recomendaciones, la evaluación debe realizarse mediante trabajos individuales o grupales de investigación, tareas escritas, actividades prácticas de ejercitación y experimentación, pruebas orales y escritas, la observación constante del alumno, y mediante pruebas objetivas de rendimiento y otros instrumentos que el maestro considere oportunos.

Los alumnos tienen tres calificaciones en cada una de las áreas o asignaturas, una por cada trimestre. La calificación trimestral es la media aritmética entre la nota del examen trimestral y el promedio de las otras calificaciones parciales.

La escala de calificaciones es del 1 al 20 con las siguientes equivalencias:

20-19: sobresaliente

18-16: muy buena

15-13: buena

12-10: regular

Menos de 10: insuficiente

Serán promovidos de un ciclo al otro aquellos alumnos que obtengan como mínimo una media de 15 en cada trimestre de cada área o asignatura. En caso que esto no suceda los alumnos deben realizar un examen adicional. La aprobación el nivel primario es requisito indispensable para el ingreso al nivel medio básico.

Dada la precariedad laboral de los profesores, se ven en la obligación de pluriemplearse en varios colegios a la vez o en otros trabajos ajenos a la comunidad educativa. Esto conlleva, aparte de muchas otras consecuencias, que no dispongan de las horas indicadas a preparación de clases, a corrección de ejercicios y trabajos, etc. Por lo tanto, en muchos casos la evaluación se limita a una o dos pruebas escritas por trimestre.

3.4. Diferencias significativas entre el Sistema Educativo de Cataluña y de Ecuador

Son muchas las diferencias entre la educación en Ecuador y la educación en nuestro país y no es fácil darse cuenta de la importancia que juegan estas en la integración de los alumnos recién llegados.

En este apartado, a partir de los dos anteriores, vamos a intentar detectar y explicar las diferencias que hacen referencia a los sistemas educativos oficiales de los dos países sin entrar en las diferencias de su aplicación y puesta en escena.

3.4.1. Diferencias generales del sistema educativo

Dependiendo del régimen que se siga en Ecuador (Sierra o Costa) la primera diferencia significativa entre la escolarización en Ecuador y en Cataluña es el calendario escolar. Esta es una de las razones por las que en nuestros centros educativos nos encontramos con tantos alumnos inmigrantes con incorporación tardía, con las consecuencias que ello conlleva, tanto para el centro y profesores como por supuesto para el alumno recién llegado.

Como ya hemos dicho en repetidas ocasiones, en Ecuador nos encontramos con dos calendarios escolares, uno que sigue los calendarios de la mayoría de los países del hemisferio norte y otro que sigue el calendario de los países del hemisferio sur. Así, los alumnos procedentes de colegios y escuelas de la región de la Costa, su calendario escolar no coincide con el nuestro.

Este hecho tiene claras consecuencias. Por un lado nos encontramos con aquellos alumnos que desconocen esta diferencia. Tres alumnos con los que me entrevisté en colegios de la Costa que tenían intención de emigrar a España el próximo año, se sorprendieron cuando les advertí del problema que se encontrarían si viajaban en febrero como tenían pensado. Este desconocimiento provocará en ellos uno de los primeros

encuentros con las dificultades y problemas que conlleva emigrar y la dureza de empezar en otro colegio totalmente distinto al suyo.

Por otro lado, aquellos alumnos con intención de emigrar que sí tienen el conocimiento de esta diferencia, bien por información de los padres o de algún otro familiar o compañero de clase, se encuentran con la “obligación” de perder un curso escolar. O bien asisten a clase en Ecuador hasta septiembre, utilizando como excusa que van a tener que empezar de nuevo el curso en España para no hacer nada durante el primer semestre del curso en Ecuador en el mejor de los casos, muchos se quedan en casa esperando que llegue su hora para emigrar; o bien emigran al acabar su curso escolar en Ecuador y se incorporan en los centros educativos del país de acogida con el pretexto de muchos padres para que se vaya acostumbrando como muestra el siguiente ejemplo:

“Nosotros pensamos que sería mejor que viniese al acabar el colegio en Ecuador para que no se quedara allí sin hacer nada y estuviera con nosotros, así además podía empezar en el colegio acá para ir acostumbrándose porque nos dijeron otros amigos que su hijo había tenido muchos problemas los primeros meses porque acá es todo más difícil. Así estaría más preparado para empezar de nuevo el curso en septiembre”.

Cecilia, procedente de Guayaquil.

Otra diferencia en cuanto al horario o calendario escolar, es la posible elección entre estudiar de mañanas o tardes en Ecuador, para poder trabajar el resto de jornada. En cambio, aquí en Cataluña no existe esa posibilidad por estar mucho más regulada y controlada la prohibición de trabajar si se es menor de dieciséis años. Muchos padres y madres de adolescentes contaban con que éstos podrían ayudarles económicamente como venían haciéndolo en Ecuador pero se encuentran con la imposibilidad de continuar con estos ingresos adicionales.

Por último también es importante destacar la diferencia entre la duración de las clases, en Ecuador como máximo de 45 minutos, y las de aquí de una hora completa. En Ecuador dan 35 clases semanales que a, a razón de 45 minutos por clase da un total de 26 horas y 25 minutos; en el caso de nuestros centros educativos se está impartiendo 30 horas semanales.

En la organización de los cursos escolares también hay algunas diferencias destacables. A nivel aclaratorio presentamos una tabla a continuación donde se pueden comparar los sistemas educativos ecuatoriano y español vigentes actualmente:

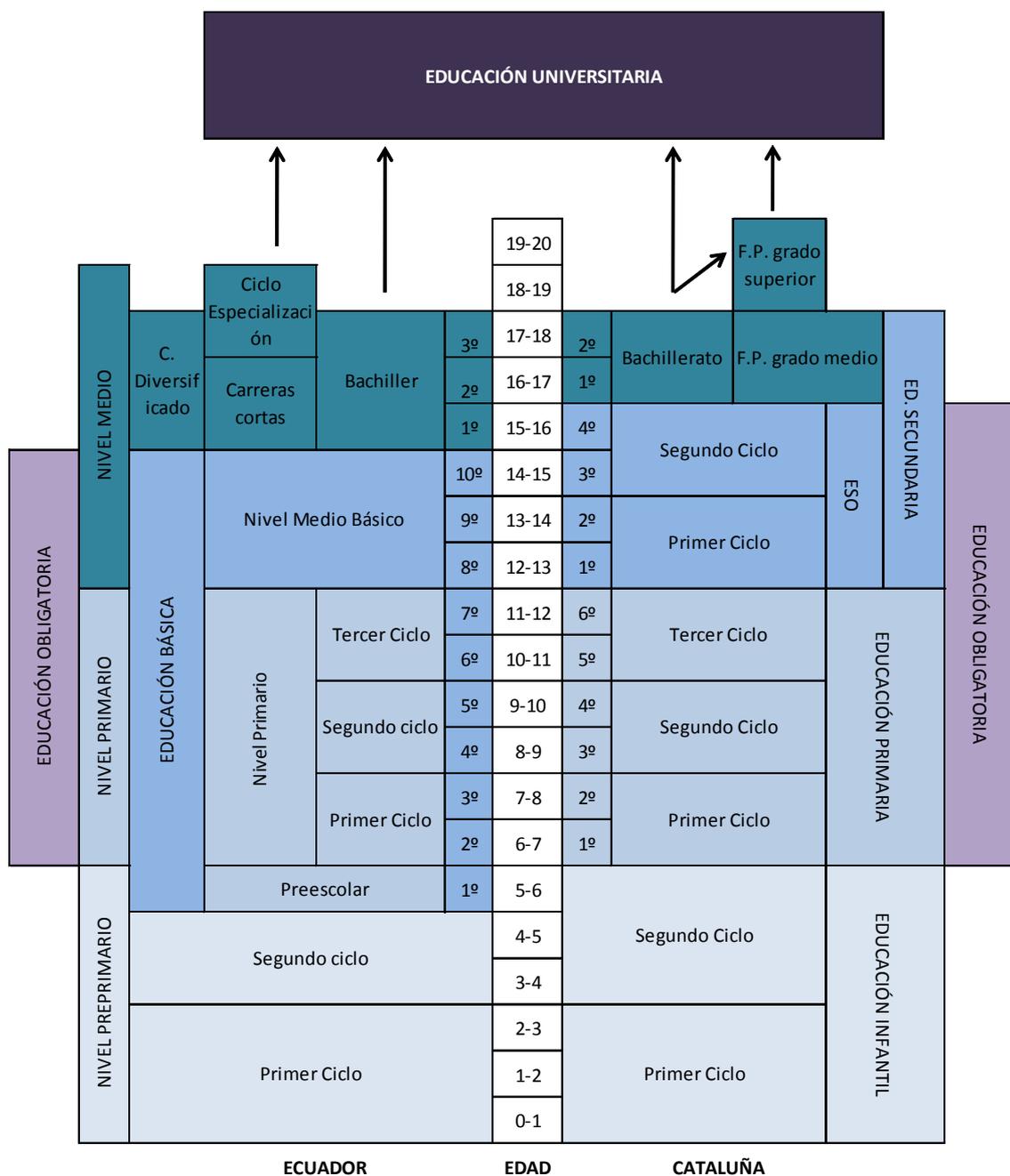


Figura 3.1: Estructura de los sistemas educativos Ecuador-Cataluña. Elaboración propia.

Pero, como sabemos que en muchos centros ecuatorianos aún se rigen por el plan antiguo, causando grandes confusiones, presentamos a continuación un pequeño cuadro más resumido con los cursos escolares de los dos sistemas educativos ecuatorianos (antes y después de la reforma del 1998) y el español considerando que se opta por realizar bachillerato:

Edad	S.E. Ecuatoriano antiguo	S.E. Ecuatoriano nuevo	S.E. Español (Catalán)
4 -5			P4
5-6	Preescolar	1 ^{er} curso básico	P5
6-7	1 ^{er} grado primario	2 ^o curso básico	1 ^{er} curso básica
7-8	2 ^o grado primario	3 ^{er} curso básico	2 ^o curso básica
8-9	3 ^{er} grado primario	4 ^o curso básico	3 ^{er} curso básica
9-10	4 ^o grado primario	5 ^o curso básico	4 ^o curso básica
10-11	5 ^o grado primario	6 ^o curso básico	5 ^o curso básica
11-12	6 ^o grado primario	7 ^o curso básico	6 ^o curso básica
12-13	1 ^{er} curso básico	8 ^o curso básico	1 ^{er} curso ESO
13-14	2 ^o curso básico	9 ^o curso básico	2 ^o curso ESO
14-15	3 ^{er} curso básico	10 ^o curso básico	3 ^{er} curso ESO
15-16	4 ^o curso básico	1 ^o bachiller	4 ^o curso ESO
16-17	5 ^o curso básico	2 ^o bachiller	1 ^o bachillerato
17-18	6 ^o curso básico	3 ^o bachiller	2 ^o bachillerato

Tabla 3.9: Comparación de los cursos de Ecuador y de España por edades

Hemos marcado en color los cuatro cursos que pertenecen a la educación secundaria obligatoria en Cataluña por ser los de más interés en nuestro estudio.

La primera diferencia y quizá la más importante que podemos observar en el primer cuadro es que la educación básica obligatoria en Ecuador termina un año antes que la educación secundaria obligatoria en España, eso implica que la obligatoriedad de la educación en Ecuador termina un año antes que en nuestro país. A raíz de esto nos encontramos a menudo con adolescentes de 15 años que llegan a nuestro país sin intenciones de escolarizarse sino de trabajar y desconociendo la obligatoriedad de nuestro país de estar escolarizado hasta los 16 años. Observar también que empiezan un año antes la

educación básica, por ahora no obligatoria por falta de recursos pero que, a la larga, está previsto que pase a serlo.

Pasemos ahora a comparar los planes de estudio. Si nos fijamos en los cursos de la ESO y los equivalentes en Ecuador, mientras que aquí los alumnos cursan una media de 12 asignaturas por curso, allá cursan 8 asignaturas. Por supuesto que no cursan lengua catalana, pero tampoco música ni tecnología y, desde nuestro punto de vista algo fundamental en la educación obligatoria, no tienen asignada una hora de tutoría a la semana.

En las horas de dedicación semanales a matemáticas (o matemática) también hay alguna diferencia. Así como aquí se le dedica 3 horas semanales a esta materia, suponiendo un 10% del total de la carga horaria de los alumnos; allá en los tres últimos cursos de la educación básica se le está dedicando 8 clases semanales de 45 minutos que dan un total de 6 horas semanales, suponiendo un 21% del total de la semana. Por lo tanto, podemos llegar a pensar que la importancia que se le da a la educación y aprendizaje de la matemática en Ecuador es superior que la de aquí. Hay que puntualizar que, en muchos centros educativos de Cataluña, como mínimo una de las optativas ofertadas es del área de matemáticas, por lo tanto quedarían en 6 horas a la semana la carga horaria dedicada al área de matemáticas para aquellos alumnos que así lo deseen. En el primer año de bachiller de Ecuador, correspondiente al 4º de la ESO aquí, la carga horaria de matemáticas depende de la especialidad.

Por último apuntar que, en los currículos para la educación secundaria de los dos países, los objetivos generales van destinados a formar “buenos” ciudadanos “bien” capacitados.

3.4.2. Diferencias entre los currículos de matemáticas

Como era de esperar existen importantes diferencias entre los currículos de matemáticas de los dos países, desde el enfoque que le dan al área, los objetivos que plantean para la educación secundaria, los contenidos por curso y las orientaciones metodológicas.

La primera diferencia que creemos que hay que destacar es el apelativo que usan los dos ministerios de educación para designar el área en cuestión. Mientras que aquí nos referimos al área o materia de *matemáticas*, en Ecuador es el área o materia de la *matemática*.

Hay numerosa bibliografía que trata sobre la diferencia entre estos dos términos. Mientras que una palabra es singular y en mayúsculas (la Matemática) indicando unicidad, es decir, solo existe una matemática, única y absoluta; la otra es plural (las matemáticas) indicando diversidad, es decir, hay más de una, existen múltiples matemáticas. Si se piensa en una ciencia absoluta, inamovible, universal, entonces hablamos de *la matemática*. Pero si por el contrario, pensamos como algo vivo, dependiente de tiempos y de espacios, relativa, mutable, entonces estamos frente a *las matemáticas* plurales (Oliveras, 2006).

El enfoque que le dan los dos currículos a esta disciplina, se ajusta bastante a los conceptos comentados de *matemáticas* y *Matemática*. Mientras que nuestro currículo entiende las matemáticas ligadas a la cultura y a las diferentes realidades que debe ayudarnos a adoptarnos a los cambios en distintos ámbitos y facilitando el espíritu crítico y la creatividad; nos encontramos que el currículo ecuatoriano enfoca la Matemática como un conjunto de herramientas, reglas, teoremas, aplicaciones, algoritmos, fórmulas y destrezas que nos pueden ser útiles para acceder a una mayor variedad y calidad de carreras profesionales.

Por otro lado, vemos como en Ecuador enfocan la enseñanza de la Matemática también con el fin que los estudiantes aprendan un conjunto de valores, bastante diferentes a los que se pretenden en el currículo catalán. Estos valores que se asocian a la educación matemática son: rigurosidad, organización, limpieza, respeto y conciencia social. Los valores que pretenden inculcar a los alumnos con el aprendizaje de las matemáticas en nuestro país son: saber razonar de manera crítica, capacidad de fundamentar sus criterios y decisiones, adaptación a los cambios, espíritu crítico, creatividad y autonomía.

En cuanto a los objetivos marcados en los dos países, observamos que, mientras en Cataluña se le da una fuerte importancia a lograr que los alumnos sean capaces de resolver problemas en distintos contextos de la vida cotidiana (objetivos 1, 2, 5, 9 y 10) es decir, utilizar las matemáticas para entender la realidad de nuestro entorno; en Ecuador

solo el último objetivo va dirigido a este propósito pues el objetivo 2 habla de solución de problemas (teóricos y prácticos) pero no especifica de nuestro entorno, sino más bien al contrario, es decir, utilizar la realidad del entorno para explicar las matemáticas. Otra diferencia es que en Ecuador abogan por un desarrollo del pensamiento lógico formal (objetivo 4) mientras que en Cataluña se decantan por un pensamiento crítico (objetivo 1). En concordancia con el concepto singular de *la Matemática* comentado anteriormente, en el objetivo 5 de Ecuador vuelve a salir esta idea: “comprender la *unidad* de la matemática”.

A continuación se analizan las posibles diferencias existentes entre los contenidos curriculares en el área de matemáticas de los dos sistemas educativos.

La primera diferencia son los bloques en los que se dividen los contenidos de matemáticas que marcan los dos currículos:

CATALUÑA	ECUADOR
Numeración y cálculo	Numérico
Cambio y relaciones	De funciones
Espacio y forma	Geométrico y de medida
Medida	
Estadística y azar	Estadística y probabilidad

El primer bloque de contenidos es muy parecido en los dos casos, aunque en Ecuador no hagan referencia explícita al cálculo y la estimación y le den más importancia a la conceptualización de número. El segundo bloque se asemeja bastante. El tercero presenta más diferencias, mientras que en Cataluña consideran la medida como un bloque a parte, en Ecuador la consideran dentro del mismo bloque geométrico. En el último bloque, en los dos casos, incluyen los conceptos de estadística y probabilidad (o azar) dándole un enfoque muy parecido.

A parte de estos cinco bloques que presenta el currículo de Cataluña, en todos los cursos se introduce al principio un bloque de contenidos y procesos que se deben desarrollar durante todo el curso a través de los diferentes contenidos, dando una especial importancia y ocupando el primer lugar en todos los cursos, la resolución de problemas.

Como ya se ha ido viendo y se ha comentado al principio, la parte de resolución de problemas es básica en el currículo de Cataluña en todos los cursos y bloques de conocimientos, en cambio en Ecuador, aunque en un principio en la introducción del área parece que le dan importancia, en la parte de contenidos es prácticamente inexistente, salvo en el currículo de bachiller dentro de los contenidos actitudinales.

Donde existen más diferencias y puede ser más interesante el análisis comparativo entre los dos currículos es en los contenidos que se trabajan en cada curso. Para realizar esta comparación hemos partido de los contenidos de 3º y 4º de la ESO (cursos en los que se centra este trabajo) y hemos analizado si, los contenidos básicos que deberían tener los alumnos de otros cursos para poder trabajar los que se incluyen en estos dos cursos, se han trabajado con anterioridad o no en cursos anteriores Ecuador. De esta manera se ha podido detectar si, al incorporarse un alumno ecuatoriano al segundo ciclo de la ESO tiene carencias cognitivas en algún bloque de los descritos anteriormente, necesarias para poder seguir las clases de matemáticas igual que sus compañeros locales (recordemos que nos estamos basando rigurosamente a lo que marcan los currículos que no siempre se ajusta a la realidad, sobretodo en el caso de Ecuador).

En las páginas siguientes se han confeccionado unas tablas con los contenidos de 3º y 4º de la ESO y al lado unas columnas que muestran si estos contenidos se han trabajado o introducido anteriormente en Cataluña (C) y en qué curso, si hay que puntualizar alguna observación, y lo mismo para Ecuador (E).

CONTENIDOS 3º ESO		C	Observaciones	E	Observaciones
Procesos que se desarrollan durante el curso a través de los diferentes contenidos:					
Resolución de problemas (identificación, distinción, simulación, desarrollo de estrategias, elaboración de conclusiones)		1, 2			
Razonamiento y prueba (uso/utilización, análisis, comparación, selección, efecto, decisión, formulación de conjeturas, resolución, cálculo, aproximación histórica)		1, 2			
Comunicación y representación (argumentación, expresión, construcción, representación, generación, utilización del vocabulario)		1, 2			
Conexiones (relación, transformación, interpretación, determinación, exploración)		1, 2			
Numeración y cálculo:					
Comprender los números y las diferentes formas de representación		1, 2		8, 9	
Números racionales. Relación y transformación entre fracción y decimal, aproximación por exceso y por defecto, representación sobre la recta.		2		8, 9	
Utilización de números grandes y números muy pequeños en la resolución de problemas en diferentes contextos.			Aunque no salga explícitamente en el currículo si que se introduce en 2º		Se trabaja la potenciación pero no se especifica la notación científica (1)
Expresión de números grandes y números muy pequeños: lenguaje verbal, representación gráfica y notación científica.					
Comprender el significado de las operaciones.		1, 2		8, 9	
Efecto producido por la multiplicación, la división y el cálculo con potencias de exponente enteros en el orden de magnitud de las cantidades.		2	Cálculo de las potencias en 2º	8, 9	Potenciación y radicación
Propiedades de las operaciones con potencias de exponente entero y relación con el cálculo en la resolución de ecuaciones y en la resolución de problemas.					
Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.					
Uso de la notación científica para grandes números y números muy pequeños.			Puede haberse trabajado en 2º		(1)
Uso de las TIC para calcular con números racionales (decimales y fracciones) grandes números y números muy pequeños.		1, 2			
Selección y uso de la herramienta más adecuada para calcular con números racionales (decimales y fracciones), grandes números y números muy pequeños (cálculo mental, estimación, recursos TIC, papel y lápiz). Argumentación de la selección.		1, 2			
Desarrollo de estrategias de cálculo mental y de estimación de cálculos con números racionales (decimales y fracciones), grandes números y números muy pequeños y comparación con los resultados obtenidos a través de cálculos exactos.					

Cambio y relaciones			
Comprender patrones, relaciones y funciones	1, 2	Se ha trabajado con tablas	
Análisis de funciones de una variable: dominio de definición, crecimiento/decremento y puntos de intersección con los ejes, incluyendo las funciones lineales y de proporcionalidad inversa.	2	Introducción a las funciones lineales	8 Introducción de la notación $f(x)$
Utilización de las TIC en la generación de gráficos y en la expresión simbólica de las funciones.	2		
Construcción de una gráfica de una expresión simbólica, a partir de una gráfica más simple.			
Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos	2	Introducción de los s.algebraicos	9
Relación entre expresiones simbólicas y gráficas lineales, presentando especial atención al significado de la ordenada al origen y de la pendiente.			
Resolución de ecuaciones de 1º y 2º grado y sistemas de ecuaciones lineales con fluidez. Interpretación gráfica.	2	Ecuaciones lineales	9 Ecuaciones e inecuaciones lineales
Utilización de las TIC como ayuda en la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones y análisis del significado y la razonabilidad de los resultados.			
Práctica del cálculo mental en la resolución de ecuaciones, en la manipulación de expresiones algebraicas y en la aceptación de los resultados obtenidos con medios tecnológicos.			
Utilización del álgebra simbólica en la representación de situaciones y en la resolución de problemas, particularmente los que presentan relaciones lineales.	2	Problemas con ec.lineales	
Utilizar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas			
Identificación de relaciones cuantitativas en una situación y determinación del tipo de función que la modeliza, con especial referencia a las funciones lineales.			
Uso de expresiones simbólicas, particularmente lineales, para representar relaciones que provienen de diferentes contextos.			
Elaboración de conclusiones razonables de una situación, una vez modelizada, particularmente en situaciones lineales.			
Analizar el cambio en contextos diversos			
Utilización de gráficas o tablas de valores para analizar la naturaleza de los cambios cuantitativos en relaciones lineales.			
Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones que provienen de contextos diversos.			

Espacio y forma					
Análisis de las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos sobre relaciones geométricas.	1, 2				En 9º se trabaja con polígonos regulares
Relación entre perímetros, áreas y volúmenes de figuras parecidas de tres dimensiones.	1, 2	perímetros, áreas y volúmenes básicos			Áreas de polígonos regulares en 9º
Uso de la proporcionalidad geométrica y de la semejanza.		Teorema de Tales en 2º			Teorema de Tales en 8º
Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.	2	Introducción a las coordenadas			
Uso de coordenadas cartesianas para analizar situaciones geométricas.	2				
Aplicar transformaciones y utilizar la simetría para analizar situaciones matemáticas	1, 2				
Relación entre semejanza, ampliaciones y reducciones. Factor de escala.	2				
Exploración de las características de reflexiones, giros y traslaciones mediante objetos físicos, dibujos, espejos, programas de geometría dinámica, etc.				9	Simetría, traslación y rotación.
Uso de las transformaciones geométricas para establecer propiedades de figuras geométricas.					
Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas.	1, 2				
Utilización de conceptos y propiedades geométricos para resolver problemas de otras disciplinas, como por ejemplo el dibujo y las ciencias de la naturaleza.					
Medida					
Comprender los atributos medibles de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medida.	1, 2			8	
Toma de decisión sobre unidades y escalas apropiadas en la resolución de problemas que impliquen medidas.	2				
Utilización de los números decimales para expresar una medida y relación entre el número de decimales y el grado de precisión de la medida.	2	Números decimales			
Utilización de la proporcionalidad geométrica y la semejanza para obtener medidas indirectas.	2				
Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas y hacer estimaciones razonables.	1, 2				
Utilización de instrumentos para medir ángulos y longitudes de la realidad y aplicación en la resolución de problemas para obtener medidas indirectas, haciendo estimaciones previas de las mismas.					

Estadística y azar					
Formular preguntas abordables con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas.		2			
Utilización de muestras en los estudios estadísticos: necesidad, conveniencia y representatividad. Distinción entre variables discretas y continuas.					
Agrupación en clases o intervalos. Histogramas y polígonos de frecuencias.			Fr. relativa y absoluta en 2º Diagr. de barras y sectores en 2º		Fr. relativa, absoluta y acumulada en 8º
Identificación del gráfico más adecuado de acuerdo con los datos que hay que presentar.					
Uso de la hoja de cálculo y de las TIC en general para la organización de datos, realización de cálculos y generación de los gráficos más adecuados.		1, 2			
Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos.		1, 2			
Cálculo e interpretación de la media, moda, cuartiles y mediana.		1, 2	Media y medida en 1º y moda en 2º		9
Análisis de la dispersión: rango y desviación típica.			Concepto de rango en 2º		9
Interpretación conjunta de la media y la desviación típica para realizar comparaciones y valoraciones.					
Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación; interpretación de la información y detección de errores y falacias.					
Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos.		2			
Utilización de observaciones relativas en las diferencias entre dos muestras para la formulación de conjeturas sobre las poblaciones de donde han sido extraídas.					
Formulación de conjeturas sobre posibles relaciones entre dos características de una muestra.					
Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.		1, 2			8, 9
Interpretación de experiencias aleatorias.					8, 9
Sucesos y espacio muestral.					9
Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.		2			9
Cálculo de probabilidades de sucesos compuestos, en casos sencillos, utilizando tablas de contingencia y diagramas de árbol.					
Utilización de las TIC como soporte en los cálculos y simulaciones.		1, 2			

CONTENIDOS 4º ESO				
	C	Observaciones	E	Observaciones
Procesos que se desarrollan durante el curso a través de los diferentes contenidos:				
Resolución de problemas (identificación, distinción, simulación, desarrollo de estrategias, elaboración de conclusiones)	1, 2, 3			
Razonamiento y prueba (uso/utilización, análisis, comparación, selección, efecto, decisión, formulación de conjeturas, resolución, cálculo, aproximación histórica)	1, 2, 3			
Comunicación y representación (argumentación, expresión, construcción, representación, generación, utilización del vocabulario)	1, 2, 3			
Conexiones (contextualización, relación, interpretación, determinación)	1, 2, 3			
Numeración y cálculo:				
Comprender los números y las diferentes formas de representación.	1, 2, 3		8, 9	
Los números racionales y los irracionales como ampliación de los conjuntos numéricos en la determinación de la medida, en el resultado de las operaciones, en la resolución de ecuaciones y en la resolución de problemas.		Se han visto los racionales y las ecuaciones en 3º.	9	
Aproximaciones numéricas por exceso y por defecto.	3			
Representación gráfica de los números racionales e irracionales en la recta.	2, 3	Representación de los racionales.	9	
Relación entre los números irracionales y las potencias de exponente fraccionario.				
Comprender el significado de las operaciones.	1, 2, 3	No con números irracionales.	8, 9	
Relación entre el cálculo con potencias de exponente fraccionario y el cálculo con radicales en la resolución de ecuaciones y en la resolución de problemas.	2, 3	Potencias de exponente entero.	8, 9	Potencias de exponente entero.
Uso de las TIC en el cálculo con números racionales e irracionales.				
Selección y uso de la herramienta más adecuada para calcular con números racionales e irracionales (cálculo mental, estimación, calculadora y ordenador, papel y lápiz). Argumentación de la selección.	3	Se ha trabajado lo mismo pero solo para números racionales.		
Desarrollo de estrategias de cálculo mental y de estimación de cálculos con números racionales e irracionales y comparación con los resultados obtenidos a través de cálculos exactos.	3			

Cambio y relaciones					
Comprender patrones, relaciones y funciones.	3				
Análisis de funciones de una variable: función cuadrática y exponencial.		En 3º se ve la función lineal.			Solo se ha visto la función lineal.
Comprensión de relaciones funcionales, selección y utilización de diversas formas de representación y paso de unas a otras.	3				
Utilización de las TIC en la generación de gráficos y de expresiones simbólicas de las funciones.	2, 3				
Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos.	2, 3			8,9, 10	
Comprensión del significado de formas equivalentes de inecuaciones y relaciones.				9, 10	
Resolución de inecuaciones con fluidez. Interpretación de relaciones matemáticas.		En 3º se resuelven ecuaciones.		9, 10	
Uso del álgebra para la representación y expresión de relaciones matemáticas.	3			8,9, 10	
Utilización de las TIC como soporte en la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones y análisis del significado y la razonabilidad de los resultados.	3				
Práctica del cálculo mental en la resolución de ecuaciones, en la manipulación de expresiones algebraicas y en la aceptación de los resultados obtenidos con medios tecnológicos.					
Utilizar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas en una situación, y determinación del tipo de función que la modeliza.					
Uso de expresiones simbólicas para la representación de relaciones que provienen de diferentes contextos.	3				
Elaboración de conclusiones razonables de una situación, una vez modelizada.	3				
Interpretación y construcción de gráficas de funciones.					
Analizar el cambio en contextos diversos.	3				
Aproximación numérica e interpretación de tasas de cambio a partir de datos expresados en forma verbal, numérica y gráfica.					

Espacio y forma				
Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos sobre relaciones geométricas.	3			
Uso de las relaciones trigonométricas para determinar longitudes y medidas de ángulos.		Medida de ángulos en 1º	10º	
Resolución de problemas utilizando la trigonometría del triángulo.		Teorema de Pitágoras en 2º		Teorema de Pitágoras en 10º
Uso del razonamiento geométrico deductivo para establecer o refutar conjeturas en la resolución de problemas.				
Uso de programas de geometría dinámica como ayuda al razonamiento geométrico.				
Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.		Coordenadas cartesianas en 3º		
Uso de coordenadas cartesianas u otros sistemas, como el de navegación, para analizar situaciones donde aparezcan relaciones trigonométricas.				
Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas.	3			
Uso de modelos geométricos para facilitar la comprensión de conceptos y propiedades numéricas y algebraicos.				
Utilización de ideas geométricas para resolver problemas en contextos de otras disciplinas como el arte, la arquitectura y la navegación.	3	Los contextos de 3º son diferentes.		
Medida				
Comprender los atributos medibles de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medida.	1, 2, 3			
Aproximaciones racionales por exceso y por defecto de un número irracional y relación entre el número de decimales y el grado de aproximación.		En 3º se ha visto para racionales		
Utilización de la trigonometría y la semejanza para obtener medidas indirectas.		En 3º utilización de la proporcionalidad		
Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas y hacer estimaciones razonables.	1, 2, 3	Cada curso con sus conocimientos.		
Análisis de la precisión, la exactitud y el error en situaciones de medida.	3			

Estadística y azar					
Formular preguntas abordables con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas.	2, 3				
Caracterización de los estudios estadísticos bien diseñados, elección de muestras y aleatoriedad a las respuestas y a las experiencias.					
Distinción entre datos cuantitativos y cualitativos, datos unidimensionales y bidimensionales.		Datos cuantitativos y cualitativos en 2º.		Datos cuantitativos y cualitativos en 7º.	
Utilización de histogramas, diagramas de caja y nubes de puntos.		Histogramas en 2º y 3º.	7	Excepto nubes de puntos.	
Uso de la hoja de cálculo y de los recursos TIC adecuados, para la organización de los datos, realización de cálculos y generación de los gráficos más adecuados.	2, 3				
Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos.	2, 3		10		
Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones entre diferentes poblaciones y características.	3	Se han explicado las medidas.	9, 10		
Representación de la nube de puntos, descripción de su forma, y cálculo e interpretación del coeficiente de correlación con medios técnicos.					
Aplicaciones de la Estadística a otras ciencias (Galton i Pearson, s. XIX)					
Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos.	3				
Comparación entre diversos tipos de estudios estadísticos, y determinación del tipo de inferencias que se pueden derivar de cada uno.					
Formulación de conjeturas sobre las posibles relaciones entre dos características de una muestra, a partir de la nube de puntos y de las rectas de regresión aproximadas.	3				
Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.	1, 2, 3		8,9, 10		
Interpretación de la probabilidad condicionada y de los éxitos independientes.					
Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.	2, 3			8,9, 10	
Cálculo de probabilidades de sucesos compuestos utilizando tablas de contingencia y diagramas de árbol.	3				
Utilización de los recursos TIC como ayuda de los cálculos y situaciones.	1, 2, 3				

Observando estos cuadros vemos que la diferencia más significativa es, como habíamos comentado, la resolución de problemas puesto que no se trabaja en ninguno de los cursos del estudio en el caso de Ecuador, pero en cambio en Cataluña se trabaja en todos los cursos, dándose por hecho que se ha trabajado en los anteriores. Por lo tanto, el profesor sobreentiende que el alumno ya ha adquirido unas mínimas destrezas en este campo pero en cambio el alumno ecuatoriano las desconoce.

En el bloque de numeración y cálculo son pocas las diferencias significativas que puedan afectar a los alumnos ecuatorianos al incorporarse en nuestros centros educativos (de hecho, en Ecuador se trabajan antes los números irracionales que en Cataluña). En cambio, en los bloques de cambio y relaciones y sobretodo espacio y forma y medida, las diferencias sí son más evidentes.

En el bloque de cambio y relaciones vemos como en 3º de la ESO se introducen las funciones y sus características y en 4º se trabajan más a fondo. Pero en los dos cursos se le da mucha más importancia a la parte de representación (es decir, a su interpretación y análisis gráfico) que a la parte analítica de la función. En cambio en Ecuador es al revés, casi no tocan la parte gráfica (ni con lápiz y papel ni utilizando las TIC) pero dan mucha importancia, dedicándole gran parte del curso escolar, a las funciones analíticas (factorización, simplificación de funciones racionales, resolución analítica de sistemas de ecuaciones e inecuaciones, operaciones con polinomios, mcd y mcm de polinomios, etc.).

Si nos fijamos en el bloque de espacio y forma, la diferencia más notable es la geometría en tres dimensiones, inexistente en el currículo de educación básica de Ecuador. En el caso de la geometría plana, en Ecuador solo trabajan con polígonos regulares. El teorema de Pitágoras se ve un año más tarde en Ecuador que en Cataluña. Las coordenadas no se trabajan en Ecuador. En el bloque de medida trabajan mucho los sistemas métricos pero no ven aproximaciones ni calculan medidas indirectas utilizando distintos métodos para hacer estimaciones. A todo esto hay que añadir que, aunque según el currículo ecuatoriano se trabajen estos contenidos de geometría, en la realidad no se suele cumplir esta parte del currículo, siendo casi nulo el tiempo que se le dedica a este bloque durante estos cursos de educación básica.

En el caso de estadística y azar también hay alguna diferencia notable como es el caso de la elaboración, análisis y discusión de estudios estadísticos que no se trabaja en Ecuador,

centrándose solo en los procesos estadísticos; ni la inferencia estadística que tampoco entra dentro del currículo. Pero no entraremos en detalle porqué, ni en Ecuador ni en Cataluña se suele llegar a trabajar esta parte tal como marca el currículo; además, este bloque tampoco forma parte de nuestro estudio.

En grandes rasgos podríamos decir que, en el currículo de matemáticas ecuatoriano, el cálculo aritmético está muy arraigado como base del currículo. El trabajo en álgebra desarrolla técnicas para resolver ecuaciones más y más complejas y para reordenar expresiones complicadas con el fin de poderlas resolver. La geometría, si es que se llega a trabajar, se desarrolla como un área donde se pueden aplicar técnicas aritméticas y algebraicas, sea en la trigonometría o en la geometría analítica.

Estas diferencias (sobretudo resolución de problemas, representación gráfica y geometría) se deberán tener en cuenta cuando se trabaje estos temas en clases con presencia de alumnado ecuatoriano, proporcionándoles una ayuda específica y reforzándoles las posibles deficiencias curriculares que puedan presentar.

Las metodologías propuestas por los dos sistemas educativos dan mucha importancia a la resolución de problemas, a la utilización de distintos materiales didácticos y de distintas formas de trabajo. Igualmente pretenden que se trabajen los contenidos a partir de situaciones del entorno del estudiante, de situaciones cotidianas y desde los orígenes y la historia de las matemáticas. Pero es curioso en qué actividades de la vida diaria nos propone el currículo ecuatoriano que apliquemos los conocimientos matemáticos: siembra, forestación, control ambiental, cultivos, etc. En el currículo catalán también remarcan la importancia e conseguir actitudes positivas de los alumnos hacia las matemáticas e intentar que el alumno aprenda a hacer preguntas y cuestionarse el porqué de las cosas, siendo el profesor quien le guíe para que las haga.

Los dos países establecen el proceso de evaluación como un proceso continuo y diversificado, que sirva como una herramienta más del proceso de enseñanza-aprendizaje. La evaluación debe atender a la diversidad y no deben centrarse solamente en la adquisición de conocimientos. Hay que destacar como diferencia entre los dos sistemas educativos, la escala de calificaciones, siendo en Ecuador del 1 al 20 y en Cataluña del 1 al 10. Además, en Ecuador solo se librarán de un examen adicional al acabar el curso si han superado el curso como mínimo con una media de 15 sobre 20.

3.5. Resumen

En este capítulo se ha incluido un pequeño resumen de las líneas generales de la educación secundaria obligatoria de los dos países del estudio y más detalladamente, la parte que corresponde al área de matemáticas. Dentro de este segundo bloque, se han introducido todos los contenidos por curso que nos han servido posteriormente para analizar las carencias cognitivas que pueden tener los alumnos ecuatorianos en el área de matemáticas, al incorporarse al segundo ciclo de secundaria en nuestro país.

A parte de comparar los contenidos, se ha proporcionado un cuadro aclaratorio de las estructuras de los dos sistemas educativos completos (no solo de la educación secundaria obligatoria) y se han analizado otras posibles diferencias entre los dos sistemas educativos y currículos de secundaria, tanto a niveles más generales como a niveles más particulares del área de matemáticas.

En el capítulo de resultados, se analizan otras diferencias que se pudieron percibir con la observación in situ y que no se corresponden íntegramente con lo que establece y dicta el currículo ecuatoriano.

- 4.1. Introducción
- 4.2. Aspectos multiculturales
 - 4.2.1. La educación intercultural
 - 4.2.2. Etnomatemáticas
 - 4.2.3. Enculturación matemática
 - 4.2.4. La norma en el aula de matemáticas
 - 4.2.5. El déficit del lenguaje
- 4.3. Aspectos emocionales
 - 4.3.1. Dominio afectivo
 - 4.3.2. La identidad
 - 4.3.3. Las relaciones familiares
- 4.4. Resolución de problemas
 - 4.4.1. Fases del proceso de resolución de los problemas
 - 4.4.2. Resolución de problemas y afecto
- 4.5. Competencias matemáticas
 - 4.5.1. Las competencias básicas
 - 4.5.2. Competencia matemática
- 4.6. Las pruebas PISA
 - 4.6.1. Definición y organización del área de matemáticas
 - 4.6.2. Las situaciones o contextos
 - 4.6.3. El contenido matemático
 - 4.6.4. Las competencias o procesos matemáticos
 - 4.6.5. Variables de proceso
 - 4.6.6. Pruebas de resolución de problemas
- 4.7. Resumen

4.1. Introducción

En este capítulo se presenta el marco teórico que se ha tomado como referencia durante toda la investigación. Por las características del problema de investigación es necesaria la aproximación a varios ámbitos de conocimiento. Todas las referencias que se han consultado, se pueden clasificar en dos bloques, las investigaciones realizadas sobre inmigración y las investigaciones realizadas sobre didáctica de las matemáticas; aunque cabe decir que en los últimos tiempos se pueden encontrar algunas investigaciones que pertenecen a los dos grupos a la vez.

En la primera parte de este capítulo nos hemos centrado en los aspectos multiculturales del aprendizaje y en particular del aprendizaje de matemáticas: las etnomatemáticas, la norma en el aula de matemáticas y lo que se conoce como enculturación matemática. El último apartado de este capítulo lo dedicamos a los aspectos emocionales en el aula, parte importante como ya se ha recalcado en la introducción de este trabajo y como veremos más adelante dado que se trabaja con alumnos adolescentes que se sienten diferentes a la mayoría y que, en muchos casos, presentan carencias afectivas importantes.

En la segunda parte incluimos todo aquello que hemos tenido en cuenta sobre la didáctica de las matemáticas: cómo influye el déficit del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas, las fases del proceso de resolución de problemas matemáticos, qué se entiende por competencias matemáticas, su importancia y cómo se trabajan, el marco referencial de las pruebas PISA utilizadas en nuestro estudio.

De forma gráfica el marco teórico que se ha tenido en cuenta para el proyecto de tesis presentado entre los capítulos 2, 3 y 4 de esta memoria sería el siguiente:

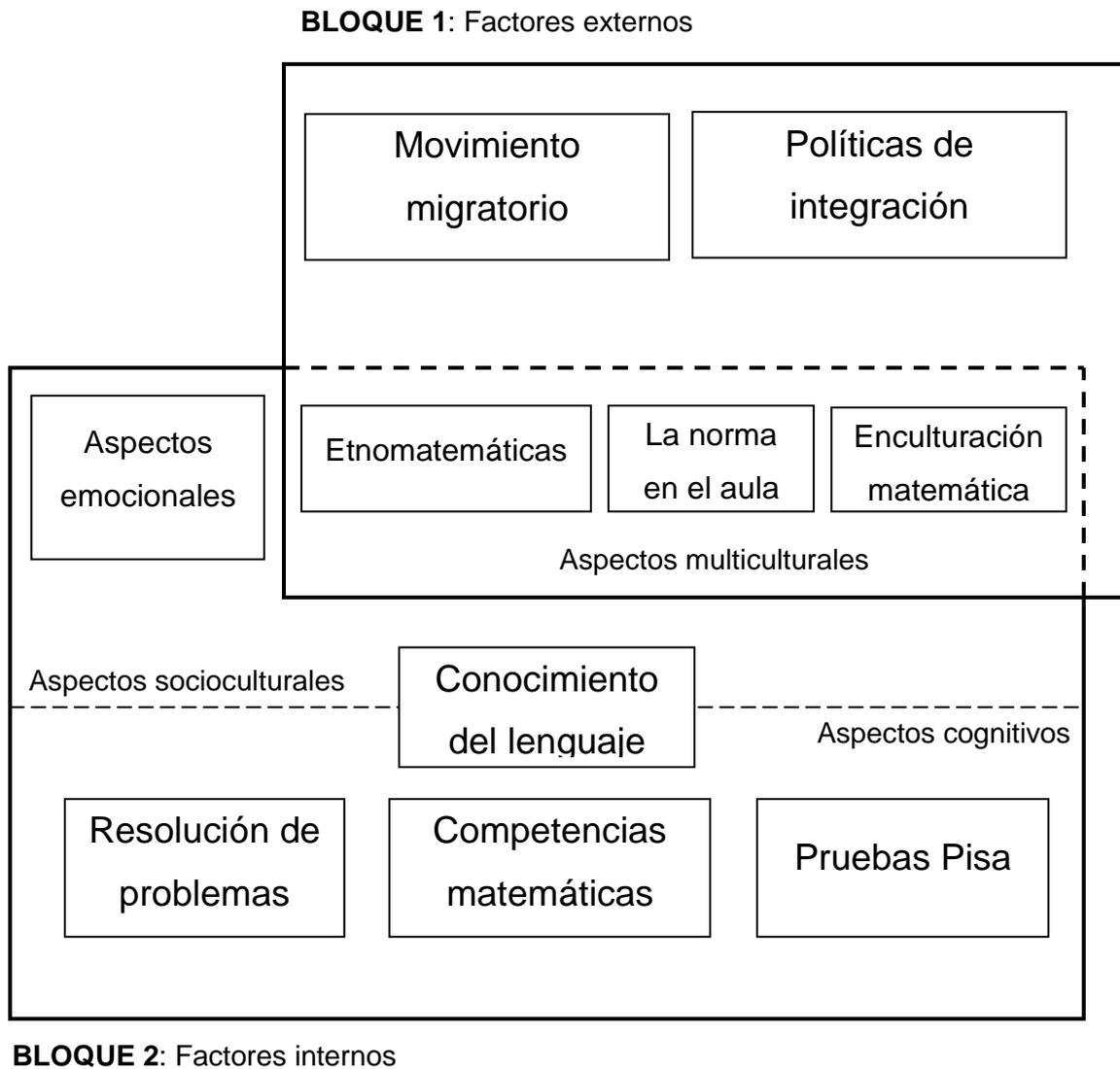


Figura 2.1: Marco teórico

4.2. Aspectos multiculturales

En las últimas décadas se han realizado un gran número de estudios para abordar el problema de los alumnos recién llegados en los centros educativos (Díaz Aguado, 1996; Bartolomé, 1997; Secada, 1997; Ladson-Billings, 1997; Essomba, 1999) con el propósito de mejorar su integración y disminuir su fracaso escolar, centrándose no sólo a las teorías de déficit cognitivo como se había hecho anteriormente, sino considerando los factores sociales y culturales de estos alumnos y cómo influyen en las posibilidades de éxito o fracaso escolar.

En este apartado pretendemos mostrar y discutir qué aspectos multiculturales pueden influir y de qué manera en el aprendizaje de las matemáticas de los alumnos IR basándonos en las investigaciones llevadas a cabo hasta ahora. Por lo tanto antes de continuar, creemos conveniente establecer qué entendemos por multiculturalidad y en consecuencia, de qué noción de cultura partimos.

La **cultura** se define de muchas maneras. La UNESCO, en la Conferencia Internacional de Educación (1992) definía la cultura como:

Conjunto de signos por el cual los miembros de una sociedad se reconocen mutuamente y se diferencian, al mismo tiempo, de los extranjeros.

Según la definición antropológica dada por Geertz (1996):

La cultura denota un esquema históricamente transmitido de significaciones representadas en símbolos, un sistema de concepciones heredadas y expresadas en formas simbólicas por medios con los cuales los hombres comunican, perpetúan y desarrollan su conocimiento y sus actitudes frente a la vida. (pg.88)

En la Declaración Universal de la UNESCO sobre la Diversidad Cultural (2001), la cultura ha sido considerada como:

el conjunto de los rasgos distintivos espirituales y materiales, intelectuales y afectivos que caracterizan a una sociedad o a un grupo social y que abarca, además de las artes y las letras, los modos de vida, las maneras de vivir juntos, los sistemas de valores, las tradiciones y las creencias.

White (1959)¹ en su libro *The Evolution of Culture*, argumenta que:

Las funciones de la cultura son, por un lado, relacionar al hombre con su entorno y, por otro, relacionar al hombre con el hombre.

Este mismo autor va más allá y agrupa los componentes de la cultura en cuatro categorías:

¹ Citado en Bishop, 1999.

- *Ideológica: se compone de creencias, depende de símbolos, filosofías.*
- *Sociológica: costumbres, instituciones, normas y pautas de comportamiento interpersonal.*
- *Sentimental: actitudes, sentimientos relacionados con personas, comportamiento.*
- *Tecnológica: fabricación y empleo de instrumentos y utensilios.*

Partiendo de estas definiciones, entendemos el concepto de cultura como:

El conjunto de formas de vida, de conocimientos, de creencias, valores, costumbres, comportamientos, el modo de interpretar el mundo y situarse en él, formas de comunicación y de relación y estructuras de poder.

De acuerdo con muchos autores (Geertz, 1996; D'Ambrosio, 2008) consideramos la cultura como algo dinámico y cambiante, que está en constante proceso de creación y recreación como consecuencia de la interacción entre los individuos, entre otras culturas, otros conocimientos y quehaceres. No tiene sentido hablar de culturas acabadas o estáticas, las culturas están en incesante transformación, obedeciendo a lo que podemos llamar dinámica cultural.

Por último, puntualizar que no ligamos únicamente el concepto de cultura a un país o región. Podemos encontrar grupos culturales agrupados bajo intereses muy variados, como por ejemplo, culturas ligadas a la sociedad occidental, a los países latinos, ligadas a una religión, un pueblo, una música, deporte o referentes a un aula. Cada grupo tiene en común un conjunto de significados, comportamientos y creencias compartidos, adquiridos como miembros del grupo y que les diferencia de los demás. La cultura es el núcleo de la identidad individual y social y es un elemento importante en la conciliación de las identidades grupales en un marco de cohesión social.

En cuanto al concepto de **multiculturalidad** denota la yuxtaposición de varias culturas en una sociedad, sin implicaciones mutuas. Sería un concepto sinónimo a pluralismo cultural. Tal como hemos remarcado anteriormente en el concepto de cultura, no remite únicamente a la diversidad de culturas étnicas o nacionales, sino también a la diversidad lingüística, religiosa, socioeconómica, etc.

Este concepto no hay que confundirlo con el de **interculturalidad** que denota el conjunto de prácticas generadas por la interacción de culturas en una relación de intercambios recíprocos y en una perspectiva de respeto y reconocimiento de las diferentes culturas que interaccionan.

Según el Artículo 8 de la Convención sobre la protección y promoción de la diversidad de las expresiones culturales (UNESCO, 2005), la interculturalidad se entiende como:

La presencia e interacción equitativa de diversas culturas y la posibilidad de generar expresiones culturales compartidas, adquiridas por medio del diálogo y de una actitud de respeto mutuo.

Como ya hemos apuntado en repetidas ocasiones, nuestros centros presentan una realidad cada vez más multicultural, es decir, un espacio donde coexisten o cohabitan diferentes culturas o subculturas. Pero no hay que confundirlo con un centro intercultural (que sería lo adecuado si queremos la igualdad y equidad entre todo el alumnado) donde se utiliza esta situación de pluralismo cultural para impulsar un proceso de articulación entre los elementos de las diferentes culturas, respetando las diferencias y dando legitimidad a cada cultura. Por lo tanto, el concepto de interculturalidad tiene una dimensión dinámica que no tiene el de multiculturalidad.

Muchos de los estudios sobre educación e inmigración, consideran que en el aula de matemáticas no aparecen conflictos (Vital & Valero, 2003) excepto del desconocimiento de la lengua. No es que nosotros pensemos que las matemáticas son universales, sino que la manera de enseñar y aprender matemáticas no lo es, teniendo que ser contextualizada para poder pasar posteriormente a niveles de abstracción más elevados. En cualquier caso, son pocos los autores que defienden la tesis del déficit cognitivo, donde los grupos culturales minoritarios estarían supuestamente menos dotados desde su propia estructura cognitiva para realizar tareas matemáticas. Como señala Ginsburg (1997), es necesario buscar estos factores en los elementos sociales y culturales que intervienen en los episodios de acción e interacción en el aula.

La educación matemática debe contextualizarse en la realidad social y cultural donde se lleva a cabo (Oliveras, 1996). Coincidiendo con esta autora, creemos que, en alguna medida, todas las aulas son multiculturales, ya sea porqué conviven

estudiantes inmigrantes o de diversas minorías es decir, macroculturas, o en todos los casos dentro de una misma aula nos encontramos siempre con grupos de alumnos con características debidas a sus diversos orígenes socioeconómicos, edades, dando lugar a lo que Oliveras considera como microculturas. En este trabajo cuando hablemos de clases multiculturales nos referimos al primer caso, es decir, entenderemos una clase multicultural como aquella donde conviven estudiantes de diversos países.

Cada vez son más los autores (Bishop, 1998; Boaler, Willim, Zevenbergen, 2000; Planas, 2001) que consideran el aula de matemáticas como una microcultura donde conviven miembros de diversas culturas (sean macro o micro) y donde se modelan las oportunidades de aprendizaje, representada por una red de significados y valores entrelazados de manera exclusiva a partir de los significados iniciales de los participantes.

En las últimas décadas, investigadores en educación matemática han intentado entender cómo afectan las diferencias culturales a los estudiantes en su aprendizaje de las matemáticas, llegando a la conclusión que los valores culturales influyen tanto en la manera de enseñar, la manera de aprender y al currículum matemático (Busch, 2002).

En un aula multicultural, las representaciones acerca del aprendizaje y conocimiento de las matemáticas no son necesariamente compartidas por los alumnos y el profesor, pudiendo generar una distancia cultural entre ellos. Según Planas (2001), entendemos por distancia cultural, la distancia entre las diferentes interpretaciones que desarrollan los individuos a partir de un mismo hecho, situación, persona, evento o norma, resultado de sus vivencias y experiencias desde las distintas perspectivas de las culturas a las que pertenecen.

De la distancia entre los valores y significados atribuidos a situaciones de aula por el profesor y aquellos atribuidos por el alumno pueden derivarse conflictos dentro del aula, "situaciones de crisis" a las que Bishop (1994) se ha referido bajo el término de *conflicto cultural*. haciendo referencia a la pérdida de estabilidad ocasionada por la vivencia del contraste de significados y valoraciones negativas ocasionando que el individuo se sienta desautorizado. En efecto, la intención de las instrucciones enviadas

por el profesor no tiene por qué coincidir necesariamente con la interpretación de las instrucciones recibidas por el alumno (Gorgorió & Planas, 2001).

Según Helle Alro, en una clase multicultural los conflictos están presentes continuamente y son de múltiples naturalezas pudiendo ser:

- ▶ Conflictos relacionados con el contenido matemático y su contextualización.
- ▶ Conflictos relacionados con el aprendizaje y lo que se sabe hasta entonces.
- ▶ Conflictos en las intenciones de los profesores a la hora de enseñar.
- ▶ Conflictos en las relaciones interpersonales entre profesor y alumnos y entre alumnos.
- ▶ Conflictos relacionados con las competencias en matemáticas.
- ▶ Conflictos relacionados con las tradiciones familiares.
- ▶ Conflictos relacionados con las estructuras sociales y el contexto de la escolarización.

Alumnos inmigrantes con un bagaje cultural diferente al de los alumnos locales, podrán desarrollar algunos significados que difieren de los establecidos en el contexto del aula y en el contexto escolar en general, pudiendo dificultarles su aprendizaje y nivel intelectual (Alro & Skovsmose, 1996). Por lo tanto creemos necesario prestar especial atención a los posibles conflictos que puedan surgir de estas diferencias.

Aunque es cierto que el conflicto cultural no se da solo en aquellos alumnos con culturas más distantes al entorno académico, sí es cierto que los alumnos más alejados del sistema de significados y valores del aula tienden a vivir conflictos culturales más intensos y con más frecuencia pudiendo acabar en una profunda tensión psicológica.

4.2.1. La educación intercultural

Como se ha dicho anteriormente, no hay que confundir los términos de multiculturalidad con el de interculturalidad. La educación multicultural solo implica la convivencia en una misma aula de miembros con diferentes culturas y puede recurrir al aprendizaje sobre otras culturas para lograr la aceptación o, por lo menos, la tolerancia para con esas culturas. La educación intercultural se propone ir más allá de

la coexistencia pasiva, y lograr un modo de convivencia evolutivo y sostenible en sociedades multiculturales, propiciando la instauración del conocimiento mutuo, el respeto y el diálogo entre los diferentes grupos culturales.

Dadas las realidades culturales actuales de nuestros centros educativos, cada vez son más los autores e instituciones que plantean la educación intercultural como la única vía para la integración de los alumnos inmigrantes y la aceptación por parte de la sociedad en general. Por ello, aunque los primeros estudios sobre interculturalismo aparecieron en Estados Unidos, en la década de los 80 comienzan a realizarse en Europa investigaciones que analizan, por un lado, los marcos normativos en los que se desenvuelve la inmigración y, por otro, el tratamiento de la diversidad en el ámbito educativo, en un intento de profundizar en el marcado pluralismo que el flujo migratorio introduce en la sociedad y en la escuela. En una y en otra se produce una yuxtaposición de culturas –autóctonas e inmigradas–, si bien desde el marco se tiende a preservar las culturas étnico-grupales, con el fin de que no sean absorbidas por la cultura dominante. El Consejo de Europa, apuntando más allá de este pluralismo de culturas yuxtapuestas, trata de orientar los esfuerzos al logro de una nueva síntesis cultural, de modo que las culturas de los inmigrantes se inserten en la cultura autóctona, a la vez que se refuerzan y renuevan a sí mismas sin perder su identidad, dando lugar a la educación intercultural.

Por lo que se refiere a las investigaciones españolas, en las distintas bases de datos (ERIC, Francis-s, Eudised, Eurybase, Dissertation Abstracts y Teseo) no se encuentran trabajos hasta 1990, si bien existen claras evidencias del interés que a lo largo de la década de los noventa, y especialmente en los últimos años, ha suscitado este tema en nuestro país. Hoy se puede constatar que la investigación sobre educación intercultural, tanto desde el ámbito de las administraciones educativas como desde iniciativas de otras entidades y colectivos sociales, ha avanzado de manera significativa en España.

Estas investigaciones conllevan analizar la interrelación entre culturas diferentes y la forma en que éstas buscan una convivencia estable entre ellas, convivencia que debe estar basada en el postulado de que la verdadera comunicación intercultural sólo es posible sobre unas bases de igualdad, no discriminación y respeto a la diversidad. Esta posición facilita el reconocimiento de los elementos propios de la otra cultura minoritaria como enriquecedores para la cultura mayoritaria.

Si rastreamos el proceso de incorporación de España al estudio y análisis del fenómeno intercultural, encontramos que el primer informe institucional sobre este tema fue realizado en 1992, con el título *La educación Intercultural en España*. Este estudio fue realizado por el Centro de Investigación y Documentación Educativa (CIDE), del Ministerio de Educación y Ciencia (MEC), dando respuesta a una petición de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). En los inicios de los años 90 las referencias en España a la Educación Intercultural se van haciendo cada vez más frecuentes: proliferan los encuentros científicos, se financian investigaciones desde las Administraciones públicas y comienzan a publicarse trabajos originales elaborados por profesionales de la educación, la sociología, la antropología o la psicología, entre otras disciplinas.

Según Aguado (1999) la pedagogía intercultural se define como:

[...] la reflexión sobre la educación, entendida como elaboración cultural, y basada en la valoración de la diversidad cultural. Promueve prácticas educativas dirigidas a todos y cada uno de los miembros de la sociedad en su conjunto. Propone un modelo de análisis y de actuación que afecte a todas las dimensiones del proceso educativo. Se trata de lograr la igualdad de oportunidades (entendida como oportunidades de elección y de acceso a recursos sociales, económicos y educativos), la superación del racismo y la competencia intercultural en todas las personas, sea cual sea su grupo cultural de referencia.

Desde esta pedagogía de la interculturalidad se están produciendo continuamente respuestas a las nuevas necesidades: materiales didácticos, orientaciones psicopedagógicas, buenas prácticas, investigaciones, cursos de formación, etc. El CIDE, por ejemplo, entre otras muchas instituciones públicas y privadas, está permanentemente contribuyendo a aumentar el elenco de investigaciones y editando periódicamente colecciones de materiales. Recursos necesarios pero no suficientes para una creciente demanda. Propuestas aisladas que en muchos casos surgen de una necesidad concreta pero que carecen de un marco teórico compartido y una reflexión y sensibilización colectiva.

El Ministerio de Educación y Ciencia, a través del CIDE, acaba de hacer una apuesta decidida por contribuir y dar respuesta a la constatación de esta necesidad de

aglutinar y aunar esfuerzos. Dicha apuesta se ha materializado finalmente en la creación del CREADE: *Centro de Recursos para la Atención a la Diversidad en la Educación*, que nace como respuesta a una necesidad sentida y manifiesta, una apuesta comprometida con el principio de la igualdad de oportunidades en la educación y la convivencia.

Los principios de la educación intercultural pueden sintetizarse los cuatro definidos por la Comisión sobre la Educación para el Siglo XXI (Delors, 1996). Según las conclusiones de la Comisión, la educación intercultural debe estar basada en general en los siguientes principios:

Principio I: La educación intercultural respeta la identidad cultural del educando impartiendo a todos una educación de calidad que se adecúe y adapte a su cultura.

Principio II: La educación intercultural enseña a cada educando los conocimientos, las actitudes y las competencias culturales necesarias para que pueda participar plena y activamente en la sociedad.

Principio III: La educación intercultural enseña a todos los educandos los conocimientos, actitudes y las competencias culturales que les permiten contribuir al respeto, el entendimiento y la solidaridad entre individuos, entre grupos étnicos, sociales, culturales y religiosos y entre naciones.

La educación intercultural hoy por hoy, tal como señala Pérez², creemos que es una ilusión, en la medida en que no se encuentra realizada en la práctica escolar. Sin duda, queda mucho por hacer, pero también es cierto que se han ido dando pasos hacia la incorporación de la dimensión intercultural en la educación. Existen indicios, pistas, acciones puntuales (de centros, profesores, comunidades) que la reflejan. Es necesario promover, en los profesores y otros agentes implicados, la reflexión acerca de las propias prácticas y recurrir a guías que ejemplifiquen el modelo intercultural.

Parece constatar desde la propia investigación y desde la revisión de la práctica educativa que, hoy por hoy, no es muy correcto hablar del modelo intercultural como

² Director del Centro de Investigación y Documentación Educativa

una realidad en la educación. Es una dirección hacia la que ir y en el punto actual del trayecto la óptica se sigue situando más en torno a acciones compensatorias y dirigidas específicamente a colectivos de inmigrantes que a todo el alumnado desde una transformación real de los enfoques. Se trata de reflexionar con profundidad acerca del modelo de escuela y de sociedad al que se pretende llegar, e ir articulando una transformación social y educativa que deje de poner el foco en algunos de los alumnos para ir, paulatinamente, dirigiéndolo hacia todos, porque una sociedad más justa, más igualitaria, menos excluyente e intercultural es, sin duda, algo colectivo. Se trata de la construcción de una nueva ciudadanía en la que todos y cada uno de los alumnos merecen ser protagonistas y no testigos. Para ello es necesario generar una cultura nueva, mestiza de todas las culturas que conviven y patrimonio común de todos los ciudadanos que habitan un territorio (Oliveras, 2006).

La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no puede desligarse del modelo curricular de la escuela. Por lo tanto, si apostamos por una educación intercultural, ésta deberá llevarse a cabo en todas las disciplinas y en todos los ámbitos educativos, sin ser las matemáticas excepción. Como hemos apuntado anteriormente, el aula de matemáticas es multicultural, es decir, es un espacio-escenario donde confluyen distintas culturas y donde las representaciones acerca del aprendizaje y conocimiento de las matemáticas no son necesariamente compartidas por los alumnos y el profesor, pudiendo generar una distancia cultural. Si queremos disminuir esta distancia cultural, y por consiguiente el fracaso escolar producto de esta distancia, debemos apostar por una educación de las matemáticas intercultural, es decir, una educación de las matemáticas contextualizada en un entorno social y cultural, dando cabida y considerando todas las culturas, lo que se conoce con el término de *etnomatemáticas*.

4.2.2. Etnomatemáticas

A Ubiralan D'Ambrosio matemático y La *etnomatemática* tiene sus orígenes en las actividades matemáticas llevadas a cabo por las personas en cualquier parte del mundo. educador brasileño, se le considera el padre de esta corriente. En los últimos 15 años, a raíz sobretudo del grupo ISGEm (International Study Group of Etnomathematics), se han intensificado los estudios de etnomatemática, concibiendo esta corriente como un nuevo campo de investigación internacional.

Hay numerosos debates en torno a lo que es la etnomatemática. Desde el momento que surgió este término numerosos escritores (Bishop, 1994; Barton, 1996; Presmeg, 1996; Vithal y Skovsmove, 1997; Oliveras, 1998) incluyendo el propio D'Ambrosio, le han dado diferentes significados aunque hay pleno acuerdo sobre su potencial contribución al cambio de nuestras ideas sobre la naturaleza de las matemáticas. Lo que comparten todos estos autores es la idea que las matemáticas no están libres de la cultura, es decir, no se puede separar las matemáticas de la cultura. Según las relaciones que se les asignan a estos dos conceptos y desde que punto de vista, surgen los distintos significados de la etnomatemática.

Etimológicamente la palabra etnomatemáticas se puede entender como *ethno-matema-ticas*: individuos y pueblos, a lo largo de sus existencias y a lo largo de la historia, han creado y desarrollado distintos instrumentos de reflexión, de observación, instrumentos teóricos y asociados a varias maneras, técnicas, habilidades (artes, técnicas, *techné, ticas*) para explicar, entender, conocer, aprender, para saber y hacer como respuesta a necesidades de supervivencia y de trascendencia (*matema*) en distintos ambientes y contextos naturales, sociales y culturales (*ethnos*) de lo más diverso (D'Ambrosio, 2001). Es decir, la etnomatemática trata de entender el saber/hacer matemático a lo largo de la historia de la humanidad, contextualizado en diferentes grupos de interés, comunidades, pueblos, culturas y naciones y abordar las distintas formas de conocer.

Barton (1996), después de revisar y analizar los diferentes autores que hablan sobre etnomatemáticas, identificó cuatro categorías o áreas:

ETNOMATEMÁTICAS	
Matemáticas	Educación matemática
Naturaleza cultural de las matemáticas	Aprendizaje de las matemáticas en otras culturas
Matemáticas a través de otras culturas	Situación cognitiva incluyendo la lengua y el bilingüismo
Historia cultural de las matemáticas	Efectos sociales de la educación matemática
Política de las matemáticas	Relaciones entre las matemáticas y la educación matemática

A partir de este análisis, este autor ofrece una definición alternativa del concepto de *etnomatemáticas* que intenta agrupar estas cuatro categorías:

Ethnomathematics is a research program of the way in which cultural groups understand, articulate and use the concepts and practices which we describe as mathematical, whether or not the cultural group has a concept of mathematics.
pp.214.

Podríamos decir que la etnomatemática se refiere tanto al estudio de las relaciones entre las matemáticas y la cultura como a las prácticas matemáticas concretas que se llevan a cabo dentro de las comunidades donde se halla ubicada la escuela. Es decir, por un lado podemos considerar la etnomatemática como las matemáticas que se practican en distintos grupos culturales, considerando las matemáticas como un producto cultural, aquí podemos destacar los estudios de Harris (1991), con aborígenes en Australia, de Ascher (1991) con los americanos nativos de Norte América, Gerdes (1991) en Mozambique, Díaz (2006) con los mayas, entre otros. Por otro lado, podemos entender la etnomatemática como las relaciones entre la educación matemática y la cultura, es decir, el aprendizaje matemático en otras culturas.

Por lo tanto, en concordancia con este pensamiento, la forma de aprender y enseñar matemáticas no es inherente a la cultura (entendiendo la cultura en todas sus dimensiones posibles) ni al entorno político y social donde se lleva a cabo este aprendizaje. Diferencias culturales conllevan diferencias en la educación matemática, tanto a nivel curricular (teórico) como en el proceso de enseñanza y aprendizaje (práctico).

Por último, la etnomatemática también trata de estudiar los efectos sociales y culturales de la enseñanza de las matemáticas. La importancia que se asigna a la enseñanza de las matemáticas y a la competencia matemática dentro de las sociedades está estrechamente ligada a las creencias y valores que se asignan a las matemáticas en cada sociedad y eso forma parte de su cultura. Por lo tanto, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tendrá una importancia, consecuencias y efectos distintos en cada sociedad en relación a la cultura de esta.

El reconocimiento tardío de otras formas de pensar, inclusive matemático, conlleva a reflexiones más amplias sobre la naturaleza del pensamiento matemático, desde el punto de vista cognitivo, histórico, social y pedagógico. Este es el objetivo del programa etnomatemática según D'Ambrosio (2001). Se trata de incorporar la matemática del momento cultural, contextualizada, en la educación matemática.

D'Ambrosio, en su libro "Etnomatemática" define la cultura como el conjunto de comportamientos y conocimientos compatibles. En una misma cultura, los individuos dan las mismas explicaciones y utilizan los mismos instrumentos materiales e intelectuales en el día a día. El conjunto de sus instrumentos se manifiesta en las maneras, modos, habilidades, artes, técnicas, de entender y explicar los hechos y fenómenos, de enseñar y comprender todo eso, que es lo propio de un grupo, de la comunidad; esto es su etnomatemática. Por lo tanto, en ambientes diferentes, las etnomatemáticas serán diferentes.

Según D'Ambrosio (2008) las diversas dimensiones de la etnomatemática son:

La dimensión conceptual

Esta dimensión trata de reflexionar sobre el origen de las matemáticas. La matemática, como el conocimiento en general, es una respuesta a los impulsos de supervivencia y de trascendencia que sintetizan la cuestión existencial de la especie humana. La especie crea teorías y prácticas que resuelven la cuestión existencial. Estas teorías y prácticas son las bases para la elaboración de conocimiento y las decisiones de comportamiento, a partir de representaciones de la realidad que responden a la percepción de espacio y tiempo.

El comportamiento se basa en conocimientos y al mismo tiempo produce nuevo conocimiento. La realidad percibida por cada individuo de la especie humana es la realidad natural, acrecentada con la totalidad de artefactos (experiencias) y de mentefactos (pensamientos) acumulados por él y por la especie (cultura). Cada individuo procesa esa información, que define su acción, resultando en su comportamiento y en la generación de más conocimiento. El cúmulo de conocimientos compartidos por los individuos de un grupo tiene como consecuencia compatibilizar el comportamiento de esos individuos y,

acumulados, esos conocimientos compartidos y compatibilizados constituyen la cultura del grupo.

La dimensión histórica

Si nos fijamos en la evolución del pensamiento occidental, se ha pasado del raciocinio cuantitativo de los babilonios, al raciocinio cualitativo de los griegos y de nuevo, en la modernidad, al raciocinio cuantitativo, gracias a la aritmética y culminando con las computadoras. Pero más recientemente, de nuevo se está llevando a cabo una búsqueda intensa del raciocinio cualitativo, particularmente a través de la inteligencia artificial. Esta tendencia está en sintonía con el aumento de interés por las etnomatemáticas, cuyo carácter cualitativo es fuertemente predominante.

La dimensión cognitiva

Las ideas matemáticas (particularmente comparar, clasificar, cuantificar, medir, explicar, generalizar, inferir y, de algún modo, evaluar) son formas de pensamiento presentes en toda la especie humana, desde sus orígenes. La atención de los científicos de la cognición gradualmente se dirige hacia esa característica de la especie.

Aunque el conocimiento sea generado individualmente a partir de la información recibida de la realidad, en el encuentro con el otro se da el fenómeno de la comunicación. A través de la comunicación, la información captada por un individuo es enriquecida por la información recibida por el otro. Esto se extiende a otros y al grupo, desarrollándose el conocimiento compartido por el grupo. De la misma forma, el comportamiento de cada individuo, asociado a su conocimiento, es modificado por la presencia del otro en gran medida por el conocimiento de las consecuencias para el otro. Eso se extiende a otros y al grupo, desarrollándose el comportamiento compatibilizado del grupo. El conjunto de los conocimientos compartidos y del comportamiento compatibilizado, forma la cultura del grupo.

Los desafíos de lo cotidiano

En todos los rincones del planeta y en todos los tiempos, se desarrollaron ideas matemáticas que fueron importantes en la creación de sistemas de conocimiento y, consecuentemente, comportamientos necesarios para lidiar con el ambiente, sobrevivir y explicar lo visible y lo invisible.

En una misma cultura, los individuos dan las mismas explicaciones y utilizan los mismos instrumentos materiales e intelectuales en su día a día. El conjunto de esos instrumentos se manifiesta en las maneras, en las habilidades, en las artes, en las técnicas, en las formas de relacionarse con el ambiente, de entender y explicar hechos y fenómenos, de enseñar y compartir todo eso, que es la *matema* propia al grupo, a la comunidad, al *etno*. Es decir, en su etnomatemática. En ambientes diferentes, lo cotidiano es diferente, las etnomatemáticas son diferentes.

La dimensión epistemológica

Los sistemas de conocimiento son conjuntos de respuestas que un grupo da a los impulsos de sobrevivencia y de trascendencia, inherentes a la especie humana. Son los hechos y los saberes de una cultura. La gran controversia en la historia de la ciencia es la relación entre los saberes y hechos, entre lo empírico y lo teórico, que se resume en tres cuestiones directas: 1. ¿Cómo pasamos de las observaciones y las prácticas *ad hoc* a la experimentación y al método? 2. ¿Cómo pasamos de la experimentación y el método a la reflexión y a la abstracción? 3. ¿Cómo pasamos hacia las invenciones y las teorías? Esa secuencia sirve de base para explicar la evolución del conocimiento, es decir, para cimentar una teoría del conocimiento, o epistemología.

La crítica de D'Ambrosio a la epistemología es que se enfoca al conocimiento ya establecido, pero la dinámica de la generación del conocimiento, de su organización intelectual y social, de su difusión y, consecuentemente del regreso de ese conocimiento a aquellos responsables de su producción, constituye un ciclo insoluble y los intentos de estudiar ese ciclo aislando sus componentes es inadecuado para sistemas de conocimiento no occidentales. Eso queda muy claro cuando se buscan enfoques teóricos para la etnomatemática. La

matemática (occidental) es vista como la culminación de un desarrollo secuencial y único del pensamiento humano, confundiendo esa percepción con las epistemologías dominantes.

La dimensión política

Desde hace más de dos mil años han existido las conquistas, llevando e imponiendo las explicaciones y modos de tratar con su entorno, modos y estilos de producción y de poder.

Cuando se habla de conquista, estamos admitiendo un conquistador y un conquistado. La estrategia fundamental en el proceso de la conquista, adoptada por un individuo, un grupo o una cultura (dominador), es mantener inferiorizado al otro individuo, grupo o cultura (dominado). Una forma eficaz de dominar es debilitar las raíces del individuo, removiendo los vínculos históricos y la historicidad del dominado. Así las estrategias del dominado para sobrevivir y trascender son eliminadas y sustituidas.

En las escuelas ocurre una situación semejante. Cada individuo carga consigo raíces culturales que vienen de su hogar. Aprende de los padres, de los amigos, del vecindario, de la comunidad. El individuo pasa algunos años adquiriendo esas raíces. Al llegar a la escuela ocurre un proceso normal de refinamiento, transformación y sustitución de esas raíces. En el encuentro cultural de los niños y jóvenes que tienen sus propias raíces culturales, con la otra cultura, la cultura de la escuela, con la cual el profesor se identifica, tiene una dinámica muy compleja. Esta dinámica escolar podría tener resultados positivos y creativos, que se manifiesten en la generación de lo nuevo; pero generalmente se observan resultados negativos y perversos, que se manifiestan sobre todo en el ejercicio de poder y en la eliminación o la exclusión de lo dominado.

La etnomatemática se plantea nuevas posibilidades reales de acceso para el subordinado, el marginado y el excluido, restaurando su dignidad y reconociendo y respetando sus raíces.

La dimensión educativa

La propuesta de la etnomatemática no significa el rechazo de la matemática académica simbolizada por Pitágoras. Pero sí que se mejoren, incorporando los valores de la humanidad, sintetizados en una ética de respeto, solidaridad y cooperación. Lo esencial de la etnomatemática es incorporar la matemática del momento cultural, contextualizada, a la educación matemática.

El razonamiento cualitativo es esencial para llegar a una nueva organización de la sociedad, pues permite ejercer la crítica y el análisis del mundo en que vivimos. Por lo tanto, debe ser incorporado en los sistemas educativos en todos los niveles de escolaridad, en todos los programas y áreas, sin excepción de las matemáticas. La etnomatemática privilegia el razonamiento cualitativo.

En la misión de los educadores, debe haber mucho más que enseñar a hacer cuentas o a resolver ecuaciones y problemas absolutamente artificiales. La propuesta pedagógica de la etnomatemática es hacer de la matemática algo vivo, tratando con situaciones reales en el tiempo (ahora) y en el espacio (aquí); y a través de la crítica, cuestionar el aquí y ahora. Al hacer eso, la etnomatemática intenta explorar las raíces culturales y practicar la dinámica cultural, reconociendo la importancia, en la educación, de las diversas culturas y tradiciones en la formación de una nueva civilización, transcultural y transdisciplinar.

Según los expertos en etnomatemáticas, consideran que la multiculturalidad en nuestras aulas puede ser un buen aliado en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas si se gestiona de forma adecuada, pudiendo enriquecer a todos los miembros del aula de matemáticas, como ya se ha señalado en la educación intercultural.

En todas las culturas encontramos manifestaciones relacionadas, y de igual forma identificadas, con lo que hoy se llama matemática (esto es, procesos de organización, de clasificación, de cálculo, de medición, de inferencia), generalmente mezcladas o difícilmente distinguibles de otras formas, que son hoy identificadas como arte, religión, música, técnicas, ciencias. En todos los tiempos y en todas las culturas, matemática, arte, religión, música, técnica, ciencia fueron desarrolladas con la

finalidad de explicar, conocer, aprender, saber/hacer y predecir. Todas aparecen mezcladas e indistinguibles como formas de conocimiento, en un primer estado de la historia de la humanidad y en la vida personal de cada uno de nosotros.

La propuesta pedagógica de la etnomatemática es hacer de la matemática algo vivo, ligado a situaciones reales en el tiempo (ahora) y en el espacio (aquí). Y a través de la crítica, cuestionar el aquí y el ahora. Para esto es necesario zambullirnos en las raíces culturales y practicar una dinámica cultural (Ambrosio, 2001). Estamos, efectivamente, reconociendo en la educación la importancia de las varias culturas y tradiciones en la formación de una nueva civilización, intercultural y transdisciplinar.

A cada instante los individuos están comparando, clasificando, cuantificando, midiendo, explicando, generalizando, infiriendo y, de algún modo, evaluando (saber/hacer matemático) usando los instrumentos materiales e intelectuales que son propios de su cultura. Es lo que D'Ambrosio (2008) denomina *el hacer matemático en lo cotidiano* o *etnomatemática de lo cotidiano*. Es una etnomatemática no aprendida en las escuelas, sino más bien, en el ambiente familiar, de juegos, de trabajo, aprendida de amigos y compañeros. Varios autores han puesto de manifiesto los excelentes resultados pedagógicos que se obtienen al utilizar lo cotidiano para enseñar matemáticas: M.L. Oliveras sobre los artesanos de Granada, T. Nunes sobre los niños que ayudan a sus padres en los mercados ambulantes de Recife, A. M. Marafon sobre las prácticas matemáticas propias de los especialistas en neumáticos, L. Shockey sobre los cirujanos cardiólogos, P. Gerdes y C. Zaslavsky sobre los juegos y las tradiciones africanas, entre otros (citados en D'Ambrosio, 2008, pp.23).

En todas las culturas y en todos los tiempos, el conocimiento, que es generado por la necesidad de una respuesta a problemas y situaciones distintas, está subordinado a un contexto natural, social y cultural. La propuesta de D'Ambrosio sobre el proceso de construcción del conocimiento se basa en un enfoque holístico que incorpora lo sensorial, lo intuitivo, lo emocional y lo racional a través de la voluntad individual de sobrevivir y de trascender.

La capacidad de explicar, de aprender y de comprender, de enfrentar críticamente situaciones nuevas, constituyen el aprendizaje por excelencia. Aprender no es la simple adquisición de técnicas y habilidades, ni la memorización de algunas explicaciones teóricas. La educación formal basada en la transmisión de explicaciones

y teorías (enseñanza teórica) y en el adiestramiento en técnicas y habilidades (enseñanza práctica con ejercicios repetitivos), según D'Ambrosio (2008), es totalmente equivocada, como muestran los avances más recientes de nuestro entendimiento de los procesos cognitivos. Según este autor no podemos evaluar habilidades cognitivas fuera del contexto cultural. La capacidad cognitiva es propia de cada individuo. Hay estilos cognitivos que deben ser reconocidos entre culturas distintas, en el contexto intercultural, y también en la misma cultura, en el contexto intracultural.

La alternativa que propone este autor es interpretar las capacidades y la propia acción cognitiva, no de forma lineal, estable y continua, como es característico de las prácticas educativas más ordinarias. Se trata de reconocer que el individuo es un todo integral e integrado y que sus prácticas cognitivas y organizativas no están desvinculadas del contexto histórico y cultural en el cual se da el proceso, contexto que está en permanente evolución.

4.2.3. Enculturación matemática

Tal como defiende Alan J. Bishop (1999), y en concordancia a la corriente de las etnomatemáticas, las matemáticas son un fenómeno-producto cultural, es decir, detrás de las matemáticas que se estudian en la ESO, se encuentran implícitos múltiples factores culturales. Así pues, podemos afirmar que el hecho de que las verdades matemáticas lo sean en todas partes y para cualquier persona, no es ninguna razón para decir que la *educación* matemática deba ser igual en todas partes y para todo el mundo. Por mucho que las matemáticas sean universales, ello no significa que la enseñanza de las matemáticas deba ignorar la individualidad del alumno o el contexto social y cultural de la enseñanza (Bishop, 1999). Este autor defiende la concepción que las matemáticas están estrechamente ligadas con la cultura –la noción de matemáticas como producto cultural, las actividades sociales y relacionadas con el entorno que estimulan conceptos matemáticos, los valores culturales subyacentes a las matemáticas-, es decir, toda la génesis cultural de las ideas matemáticas.

Naturalmente, en el aprendizaje de las matemáticas hay un aspecto “en el que hay acuerdo”: los significados compartidos que tenemos de las verdades matemáticas.

Pero podría discutirse que en estos significados también existe una vertiente personal igualmente importante. El significado se refiere a las conexiones que establecemos entre ideas, y sólo algunas de estas conexiones serán las conexiones y los significados matemáticos acordados, compartidos u “oficiales”. También habrá conexiones personales de imágenes y metáforas, de ejemplos del hogar o de otras experiencias, de sucesos significativos durante el aprendizaje de otras materias o de asociaciones con otras personas. El aprendizaje impersonal de las matemáticas ignora totalmente estas conexiones y significados personales y, en consecuencia, despersonaliza el proceso de aprendizaje. Se supone que todos los alumnos deben aprender exactamente lo mismo; existen no como personas sino como un “alumno” generalizado, sin permitirles casi nunca “ser personas” y expresar sus sentimientos, sus intuiciones, sus significados y sus interpretaciones personales.

Por lo tanto, hay que remarcar que, aunque la materia llamada matemáticas es la única que se enseña en la mayoría de las escuelas del mundo, no existe ninguna razón necesaria por la que las matemáticas escolares deban ser las mismas en una escuela de una sociedad y en una escuela de otra. Lo que no parece suceder es que culturas diferentes produzcan modos de pensamiento completamente divergentes y nada relacionados (Greenfield y Bruner, 1966)³.

Bishop (1999) reconoce la educación como un proceso social y, en consecuencia, la educación matemática también lo es. Este autor considera cinco niveles importantes dentro de los aspectos sociales de la educación matemática: cultural, societal⁴, institucional, pedagógico e individual.

El *nivel cultural* es el más amplio y las matemáticas, como fenómeno cultural, tienen una naturaleza claramente suprasocial. Las matemáticas se utilizan en todas las sociedades y son la única materia que se enseña en la mayoría de las escuelas del mundo; además, el rápido crecimiento de la comunidad internacional dedicada a la educación matemática es un ejemplo de la condición suprasocial de esta materia.

³ Citado en Bishop, 1999.

⁴ El autor introduce el neologismo “societal” para referirse a aspectos sociales de grupo como distinto al término “social” referido a la sociedad en sentido amplio.

En el *nivel societal* las matemáticas están mediatizadas por las diversas instituciones de la sociedad y están sometidas a las fuerzas políticas e ideológicas de esa sociedad. Aunque las matemáticas son un fenómeno internacional y cultural, no existe necesariamente ninguna razón por la cual la educación matemática deba ser igual en todas las sociedades. Unas sociedades diferentes emplean sus distintas instituciones educativas formales e informales para dar forma a la enseñanza de las matemáticas en función de sus aspiraciones y sus metas sociales.

En el *nivel institucional* se determina aún más la educación matemática de los niños. Cada institución trabaja en el currículo intencional y lo implementa en función de los puntos fuertes, los puntos débiles, las limitaciones y los recursos de su personal. Los mecanismos para agrupar alumnos, para examinarlos, para asignar material a las materias y para enseñar estas materias, también tienen unos efectos profundos en la imagen de las matemáticas que tienen enseñantes y alumnos.

En el *nivel pedagógico*, las influencias sociales en la educación matemática del niño se pueden identificar mucho más fácilmente con personas concretas y conocidas: el enseñante y los restantes alumnos del grupo. Dentro de las limitaciones establecidas por la sociedad y por la institución, el enseñante y el grupo moldean, en su interacción, los valores que recibirá cada niño en relación con las matemáticas.

Por último, el *nivel individual* es necesario porque, cuando contemplamos la educación matemática como un proceso social, el individuo negocia, integra y comprende los diferentes mensajes relacionados con valores. Cada niño, como alumno y creador de significados, aporta una dimensión personal a esta experiencia en función de su familia, su historia y su cultura local. Aunque los mensajes que se transmiten acerca de valores se puedan considerar iguales, el mensaje recibido será diferente porque los receptores son diferentes, no hay dos alumnos iguales.

Por lo tanto, un niño que forma parte de un grupo en una clase determinada, con un enseñante concreto, en una escuela particular y en una sociedad dada, participa en una experiencia educativa muy particular. Y si la materia en cuestión son las matemáticas, el niño participa en una experiencia educativa matemática muy particular.

Dentro de la enculturación matemática, si nos centramos principalmente en las condiciones sociales en las que se posibilita la enseñanza, la formación del profesor y el currículum a enseñar, Oliveras (1998) lo denomina **Etnodidáctica**.

Partiendo de la premisa de que todas las culturas participan en actividades matemáticas, Bishop (1988) considera que existen seis actividades humanas universales básicas en cualquier cultura con relación a las matemáticas pero practicadas de formas diferentes en cada cultura: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar.

Counting: *The use of a systematic way to compare and order discrete phenomena. It may involve tallying, or using objects or string to record, or special number words or names.*

Tal como señala Bishop, contar es quizá la actividad que más sugiere un desarrollo matemático, pero a la vez muestra muchos aspectos diferenciales particulares que tienen importancia para la enseñanza de las matemáticas en todos los países. En primer lugar, la gama de sistemas de contar existentes ha sido y sigue siendo enorme.

Múltiples estudios apoyan el pensamiento de este autor sobre la universalidad de *contar* en todas las culturas y de las ideas de *número* de la misma forma que podemos apreciar la universalidad de la *comunicación* y del *lenguaje*. Además, a medida que el desarrollo de sistemas de números ha ido creciendo, los métodos de simbolizar y documentar números han tenido que ser cada vez más sofisticados.

Desde una perspectiva cultural vemos que la actividad de contar implica muchos aspectos, con sutiles variaciones en los tipos de lenguaje y las formas de representación empleados para comunicar los productos de contar. Es una actividad firmemente relacionada con las necesidades vinculadas con el entorno y está sujeta a diversas presiones sociales. Está estimulada por los procesos cognitivos de clasificar y buscar pautas y, al mismo tiempo, influye en estas actividades.

Locating: *Exploring one's spatial environment and conceptualising and symbolising that environment, with models, diagrams, drawings, words or other means.*

Según Bishop, esta actividad es universal en todas las culturas desde el punto de vista de la necesidad de conocer bien el propio terreno y la necesidad de buscar alimento.

La literatura antropológica nos da información sobre fenómenos de orientación y localización en todos los continentes y, además de similitudes, es indudable que podemos reconocer diferencias entre culturas como resultado de distintas presiones del entorno y culturales. Todas las sociedades han desarrollado métodos más o menos sofisticados para codificar y simbolizar su entorno espacial. En particular, sociedades diferentes en lugares geográficos muy distintos dan importancia a aspectos diferentes.

Esta actividad es básica para el desarrollo matemático, no sólo por las ideas geométricas evidentes (muchas ideas geométricas familiares se han desarrollado, y continúan desarrollándose, a partir de la actividad universal de localizar), sino también por las nociones de dirección, orden, finitud, etc., que están estrechamente relacionadas con las imágenes de los números y de contar.

***Measuring:** Quantifying qualities for the purposes of comparison and ordering, using objects or tokens as measuring devices with associated units or using objects or tokens as measuring devices with associated units or 'measure-words'.*

Para Bishop medir es la tercera actividad universal e importante para el desarrollo de ideas matemáticas y se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia. Aunque todas las culturas reconocen la importancia de ciertas cosas, no todas las culturas valoran las mismas cosas en la misma medida. Gran parte depende del entorno local y de las necesidades que éste provoca.

Normalmente el entorno local inmediato es el que proporciona las cualidades que se han de medir además de las unidades de medida, por ejemplo el cuerpo humano. Estas unidades o sus equivalentes existen en la mayoría de las sociedades.

Bishop puntualiza que no se debe necesariamente valorar mucho la precisión, pues su valor depende del propósito de la medición. Para los que viven en culturas más orientadas matemáticamente, la necesidad de que la ciencia tenga una precisión cada vez mayor en sus medidas parece haberse filtrado hacia la cultura general. El peligro que esto tiene es que se tiende a generalizar en exceso la necesidad de medir con precisión y que las imprecisiones son causa de preocupación o incluso de error.

Designing: *Creating a shape or design for an object or for any part of one's spatial environment. It may involve making the object, as a 'mental template', or symbolising it in some conventionalised way.*

Bishop se refiere a las actividades de diseño como a la tecnología, los artefactos y los objetos manufacturados que todas las culturas crean para su vida doméstica, para el comercio, como adorno, para la guerra, para jugar y con fines religiosos. Además, el diseño se puede aplicar al entorno especial mismo como en el caso de las casas, las aldeas, los huertos, los campos, las carreteras y hasta las ciudades.

La esencia de diseñar es transformar una parte de la naturaleza, es decir, tomar un fenómeno natural y transformarlo en otra cosa. Así pues, diseñar consiste en gran medida en abstraer una forma del entorno natural. El producto acabado en sí no es matemáticamente importante; lo que es importante en la educación matemática es el plan, la estructura, la forma imaginada, la relación espacial percibida entre objeto y propósito, la forma abstracta y el proceso de abstracción.

Todas las culturas diseñan cosas pero cada una las diseña de manera diferente y la cantidad de formas diseñadas también difiere notablemente de una cultura a otra. Lo que se diseña depende en gran medida de la necesidad percibida y también del material disponible. Las necesidades, a medida que el hombre ha desarrollado distintas maneras de diseñar, se ha creado una demanda de ideas importantes matemáticas relacionadas con la forma, el tamaño, la escala, la medida, y muchos otros conceptos geométricos.

Playing: *Devising, and engaging in, games and pastimes, with more or less formalised rules that all players must abide by.*

Aunque en un primer momento pueda parecer extraño la inclusión de jugar en una colección de actividades pertinentes al desarrollo de las ideas matemáticas, si miramos la educación matemática desde una perspectiva antropológica y cultural, encontraremos una extensa documentación sobre juegos y sobre la actividad de jugar en todo el mundo, teniendo esta actividad una gran importancia en el desarrollo de la cultura. Además, los juegos suelen ser apreciados por los matemáticos a causa de su conducta gobernada por reglas que, según se dice, es como la matemática misma.

Aunque los juegos infantiles desempeñan diversas funciones, especialmente en el proceso de enculturación, también es importante reconocer el juego como una actividad adulta.

En todas las culturas se juega y se le da una gran importancia al juego y todos los grupos culturales desarrollan juegos de tipos diferentes y en grados distintos. Pero, igual que ocurre en las otras actividades descritas anteriormente, dentro de esta actividad hay unas características comunes en todas las culturas, por ejemplo, hay juegos que se encuentran en todo el mundo.

Los juegos de mesa, abundantes en el mundo, tienen su origen en alguna modelización de la realidad. Esta modelización tiene una importancia fundamental en el desarrollo matemático. Los juegos solitarios también tienen un valor importante para el desarrollo matemático; de hecho muchos de ellos se basan en números, formas, medidas y localizaciones para ver qué estructuras permiten que las ideas encajen satisfactoriamente entre sí, característica básica de la actividad investigadora matemática.

Explaining: *Finding ways to account for the existence of phenomena, be they religious, animistic or scientific.*

La sexta y última actividad universal que define Bishop es la de explicar. Explicar centra la atención en las abstracciones y formalizaciones que se derivan de las otras actividades y, mientras que éstas tienen que ver con la respuesta a preguntas relativamente simples como “¿Cuántos?”, “¿Dónde?”, “¿Cómo?”, “¿Qué?” y “¿Cómo?”, explicar se ocupa de responder a la compleja pregunta “¿Por qué?”. Es decir, es la actividad de exponer las relaciones existentes entre unos fenómenos y la búsqueda de una teoría explicativa.

Uno de los tipos más sencillos de explicación es la clasificación, fundamental y universal en todas las culturas. Pero si bien la actividad de clasificar es universal, las clasificaciones que se obtienen no lo son. La diversidad de los lenguajes conlleva una diversidad de clasificaciones, fundamentales para el conocimiento de una cultura. Bishop defiende la idea que, mientras cada una de las otras cinco actividades permite que una cultura pueda tomar y adoptar términos y nociones de otras culturas (un nuevo juego, una nueva palabra numérica, un nuevo diseño), las maneras en que se

conectan y se relacionan las ideas y los fenómenos dentro del conocimiento de una cultura son mucho más resistentes al cambio.

Esta observación es aún más válida cuando consideramos maneras más complejas de explicación como pueden ser los relatos. El relato es un fenómeno universal cuyo lenguaje presenta un aspecto interesante desde el punto de vista del desarrollo de ideas matemáticas: su capacidad para conectar el discurso utilizando conectores lógicos. Por lo tanto, explicar es universal para el desarrollo cultural y social en general, pero también para el desarrollo matemático en particular.

A partir de la universalidad de estas seis actividades y de su importancia para el desarrollo de los aspectos matemáticos de la cultura, Bishop concluye que todas las culturas desarrollan matemáticas.

Estas actividades han desempeñado en las diferentes culturas un papel decisivo, por separado y en interacción, en el desarrollo de las complejas simbolizaciones y conceptualizaciones matemáticas que conforman la disciplina internacionalizada que conocemos hoy. Sin embargo, esta tecnología simbólica en concreto es el resultado de un conjunto determinado de interacciones culturales y desarrollos sociales. Otras culturas han generado y seguirán generando, otras tecnologías simbólicas que nos permiten comprender la existencia de otras matemáticas. No existen unas matemáticas, es evidente que existen diferentes matemáticas. No hay que confundir el carácter universal de las “verdades Matemáticas” (menos por más es menos estemos donde estemos, y en todos los triángulos la suma de los ángulos internos es 180 grados) con su base cultural, es decir, las raíces culturales de estas verdades.

De acuerdo con Bishop, las matemáticas son una parte de nuestra cultura y la cultura Matemática, como cualquier otro tipo de cultura, es una cosa viva. Esta cultura, igual que las demás, es transmitida por una generación de personas a la siguiente, los niños. Los niños, como alumnos activos, participan en el desarrollo de su conocimiento cultural mediante la interacción social con otras personas de la cultura que son las portadoras de las ideas, las normas y los valores de esa cultura.

Estas interacciones pueden adoptar muchas formas diferentes y pueden variar en función de los intereses y la personalidad de cada niño y, su manera de interpretar será diferente. Las interpretaciones compartidas evolucionan hacia normas culturales,

las distintas interpretaciones del niño se desarrollan, el aprendizaje cultural progresa y se empieza a desarrollar una visión del mundo y una concepción propia de la cultura compartida.

Así pues, el aprendizaje cultural (y en particular el aprendizaje de la cultura matemática) no es un simple proceso unidireccional que va del enseñante al alumno. La *enculturación*, es un proceso creativo e interactivo en el que interaccionan quienes viven la cultura con quienes nacen dentro de ella, y que da como resultado ideas, normas y valores que son similares de una generación a la siguiente, aunque puedan diferir en algún aspecto.

Desde una visión antropológica, Bishop concibe la educación matemática como un proceso de inducción de los jóvenes hacia una parte de su cultura. Hay dos tipos de proceso, por una parte está lo que denomina la enculturación, que consiste en la inducción del alumno en la cultura local o familiar; pero por otra parte, está el proceso llamado aculturación, que consiste en la inducción del alumno a una cultura desconocida y aliena, diferente a su cultura de origen.

Para conseguir el proceso de enculturación, Bishop marca cinco principios que debería cumplir el currículo matemático:

- Formalismo: El currículo debería ofrecer una introducción en el nivel técnico como enfoque de las matemáticas modernas.
- Representatividad: debería representar adecuadamente la cultura matemática, no solo de la parte formal de las matemáticas sino que también debe ocuparse de una manera explícita y formal de los valores de la cultura Matemática.
- Accesibilidad: un currículo de enculturación debería ser accesible a todos los niños, sin dejar en desventaja a los niños que no quieren, o no pueden profundizar en el estudio de las matemáticas, por lo tanto hace falta encontrar maneras de llegar a todos los niños.
- Poder explicativo: debe estar basado de alguna manera en el entorno del niño, por lo tanto en países y sociedades diferentes deberíamos encontrar currículos diferentes que reflejaran las distintas necesidades sociales y del entorno.

- Concepción amplia y elemental: se deberían ofrecer varios contextos porque el poder de explicación se debe manifestar por completo. Pero a la vez, la limitación del tiempo para la enseñanza significa que si la amplitud de la explicación y del contexto es un objetivo importante, entonces el contenido matemático deber ser relativamente elemental.

Una vez definidos los cinco principios, Bishop marca tres componentes esenciales para este currículo de enculturación:

- Componente simbólico: abarca las conceptualizaciones explicativas significativas en la tecnología simbólica de las matemáticas y se organiza en torno a las seis actividades universales descritas anteriormente.
- Componente societal: ejemplifica los múltiples usos que hace la sociedad de las explicaciones matemáticas, tanto en las sociedades del pasado, en la actual y sobre su potencial en la sociedad del futuro.
- Componente cultural: ejemplifica el metaconcepto de las como fenómeno existente en todas las culturas e indica cómo y por qué se generaron estas ideas.

En el proceso de enculturación matemática Bishop considera que debe haber una relación dinámica entre alumno constructor, fuente de ideas y con capacidad de adaptación, y un entorno social que presiona, alienta, limita o libera, donde el enseñante desempeña un importante papel junto con el resto de compañeros. Como cualquier conocimiento cultural, las matemáticas están construidas socialmente por lo tanto es necesario crear maneras de incorporar la construcción social del conocimiento en el proceso de enculturación y desarrollar una comprensión amplia de las matemáticas como fenómeno cultural.

Así pues, como todo proceso de enculturación, la enculturación matemática siempre estará mediatizada por la situación social particular. Una influencia del enseñante que fuera aceptable en una sociedad podría no serlo en otra y, en el proceso de enculturación matemática, la extensión de la influencia realmente lograda por los enseñantes de matemáticas podría variar significativamente.

4.2.4. La norma en el aula de matemáticas

Tanto el conocimiento como los fenómenos de aprendizaje sólo pueden entenderse si quedan contextualizados en la realidad social que los produce (Bourguignon, 1979). En el intento por definir qué parte de esta realidad social resulta inicialmente más significativa para comprender las dificultades de nuestros alumnos, consideramos, tal como señala Voigt (1985), que las normas están en la base misma de los procesos de comunicación matemática en el aula y forman parte de lo que genéricamente llamamos gestión de aula (Gorgorió & Planas, 2001).

Vivir en sociedad de forma civilizada implica el conocimiento, reconocimiento y seguimiento de unas normas preestablecidas (implícitamente o explícitamente) por los miembros de los grupos culturales que la conforman. La escuela, como parte de la sociedad, y como una microsociedad, también tiene unas normas, y el aula de matemáticas, como subespacio de la escuela, se rige por las normas generales de la escuela y por unas normas particulares del aula de matemáticas.

Entendemos las normas, tal como Gorgorió indica, como constructos establecidos desde:

1. la perspectiva psicológica del sujeto que las interpreta y valora en tanto que individuo.
2. la perspectiva microsociológica de la comunidad de aula que las legitima.
3. la perspectiva macrosociológica del grupo que configura la identidad del sujeto que las interpreta y valora.

En este trabajo, las normas en el aula de matemáticas quedan definidas y clasificadas a partir de una reinterpretación de Yackel y Cobb (1996):

- ▶ La norma social es el conjunto de explícitos o implícitos que documentan la estructura de participación y dinámica entre profesor y alumnos, y entre alumno y alumnos, en el trascurso de las acciones e interacciones que ocurren en el aula. Por ejemplo, la organización del trabajo entre los miembros de una clase es una norma social.
- ▶ La norma matemática es el conjunto de prácticas matemáticas en el aula y las diferentes trayectorias posibles en el comportamiento matemático de alumnos y

profesor ante una actividad propuesta. Por ejemplo, los criterios de legitimación de una solución matemática.

- ▶ La norma sociomatemática es el conjunto de explícitos o implícitos en el aula de matemáticas que influyen o regulan el desarrollo y la interpretación de la práctica matemática. Por ejemplo, el rol del alumno en relación con el conocimiento matemático ante una determinada tarea.

Nosotros entendemos la norma sociomatemática como el conjunto de normas que regulan el aula de matemáticas, no solo la práctica matemática, sino también en el ámbito social, es decir las normas que regulan la comunicación, la participación y la relación con los demás.

Las normas forman parte de la gestión del aula, cuando el profesor piensa su acción educativa, debe decidir lo que se puede hacer, lo que no se puede hacer o quien se encarga de hacer las diferentes tareas y en qué momento. Las normas constituyen la estructura interna que regula el aula y el comportamiento de sus participantes. Aprender matemáticas y participar en el aula de matemáticas implica necesariamente conocer las normas sociomatemáticas que la regulan.

El funcionamiento y las formas de participación de los alumnos y profesor, están reguladas por normas hasta el punto que cualquier rutina esperada en el aula se encuentra definida en función de normas que han adquirido la categoría de canónicas. Para comunicarse y aprender matemáticas escolares, el alumno debe aprender a comportarse y relacionarse dentro del microclima del aula, es decir, debe conocer, comprender y respetar las normas del aula de matemáticas.

Por lo tanto, tal como señala Morgan (1998), el aprendizaje matemático del alumno está influenciado por su comprensión de las normas del aula. Si el alumno no comprende bien las directrices de funcionamiento legitimado del aula, tiene dificultades para comunicarse y esto puede acabar obstaculizando la comprensión específica de los objetos matemáticos. El conocimiento de las normas canónicas o legitimadas por el profesor, es fundamental para la comprensión de la dinámica del aula y para la participación en ella.

Después del entorno familiar, la escuela es el siguiente contexto donde los alumnos se enfrentan a un ambiente regulado por normas. El alumno vive la imposición de normas

como una dualidad: por un lado lo ve como una restricción de su libertad; pero por el otro lado, le da seguridad, estabilidad y sentido de pertenencia al grupo.

Más allá de las normas reconocidas como tales, cada uno de los participantes del aula tiene un sistema normativo de referencia independientemente de las obligaciones marcadas por el contexto. El alumno, como alguien con una vida social que le aporta creencias, valores y emociones, genera su propia concepción de lo que es o debe ser una clase de matemáticas, de cómo se comporta o debe comportarse el profesor en el aula y de qué papel tienen o deben tener sus compañeros en su propio proceso de aprendizaje. Por lo tanto, aun reconociendo ciertos significados compartidos, siempre podemos hablar de una distancia entre las normas establecidas en el aula y las normas interpretadas por el alumno.

Asimismo, y tal como señala Voigt (1994), esta distancia es de naturaleza dinámica, puesto que los alumnos desarrollan, en una reconstrucción permanente, el proceso de comprensión y dotación de sentido y significado cuando participan en la negociación, explícita o no, de las normas del aula.

La situación de conflictividad provocada por las discontinuidades entre las normas esperadas y las percibidas, y el encubrimiento de esta situación en muchos casos, tiene importantes implicaciones en los procesos individuales de aprendizaje matemático. El alumno distante de las normas de actuación en el aula, no solo experimenta un conflicto cultural en intentar encajar las prácticas del contexto con las expectativas de participación, sino que también es alguien indefenso socialmente delante del conflicto (Voigt).

Como consecuencia de la distancia cultural, los alumnos IR en general presentan un desconocimiento de las normas sociomatemáticas que rigen el aula y regulan las acciones e interacciones que se originan en ella experimentando un conflicto cultural. Este desconocimiento de las normas casi siempre se traduce en:

- Dificultades comunicativas: Las normas son el factor organizador del aula de matemáticas que regula el uso de los significados matemáticos y los contenidos sociales de los microprocesos de interacción que tienen lugar, aportando puntos de referencia para posibilitar que los participantes encuentren puntos en común entre ellos que les permitan comunicarse y

relacionarse (Planas 2001). Ahora bien, el que en unos casos puede ayudar a la comunicación y relación, en otros casos, si no se comparten o conocen las normas a causa de una posible distancia cultural, puede generar verdaderas dificultades de comunicación.

- Conflictos normativos: El contexto sociocultural del aula contiene interpretaciones de normas sociomatemáticas próximas a las canónicas y otras muy alejadas de las normas reconocidas como legítimas hasta el momento. Esto provoca que los alumnos perciban un contraste entre su interpretación de las normas y las normas que se usan o sugieren en el aula. El contraste produce una contradicción fundamental con la experiencia de seguridad normativa. Esta experiencia no considera la posibilidad que el contexto normativo que debe ordenar la vida social del aula sea un espacio de conflicto que sugiere normas alienas a las personales y no reconoce como propias.
- Conflictos identitarios: Cuando el sistema normativo propio del alumno (que representa su noción de normalidad construida con anterioridad a partir de su bagaje cultural) entra en contradicción con el sistema normativo que regula el aula de matemáticas, este sufre un conflicto de identidad. Las normas que rigen el aula no forman parte de lo que él entiende como normalidad y por lo tanto, o renuncia a partes esenciales de su identidad individual y reconstruye su noción de normalidad (con las inseguridades y trastornos psicológicos que esto genera), o queda al margen de la práctica matemática del aula.
- Valoraciones negativas: El conjunto de normas, aparte de organizar los procesos que se llevan a cabo en el aula de matemáticas y regular el discurso, se encargan de seleccionar qué contribuciones e interpretaciones son válidas, de manera que excluyen unas, dando valoraciones negativas a los participantes que las han propuesto y excluyéndolo de la práctica y el discurso del aula; y afirman y legitiman las otras, valorándolas positivamente.
- Escasa participación: Cuando el alumno entra en una contradicción entre su sistema normativo y el del aula de matemáticas, por miedo a no perder su identidad, puede activar mecanismos de no implicación y participación de forma involuntaria. Por otro lado, si decide participar y recibe una valoración

negativa, puede abandonar la práctica y dificultar su participación en posteriores actividades.

Por lo tanto, para los alumnos IR, el aprendizaje matemático resulta mucho más difícil, ya que a los obstáculos cognitivos que pueda tener como cualquier otro aprendiz, se le unen las dificultades de comprensión, interpretación y asimilación de las normas sociomatemáticas que regulan el aula con todas las consecuencias que esto implica.

4.2.5. El déficit del lenguaje

El lenguaje es una de las formas más universales y diversas de expresión de la cultura humana, y tal vez la más esencial. Constituye la médula de las cuestiones de identidad, memoria y transmisión del conocimiento. Comunicar, es fundamental para la comprensión significativa de las informaciones y la construcción de conocimientos cada vez más complejos. Por lo tanto, las competencias lingüísticas son indispensables para la autonomía y participación de la persona en las sociedades democráticas y pluralistas, ya que condicionan el desempeño escolar, facilitan el acceso a otras culturas y estimulan la apertura al intercambio cultural.

El proceso de enseñanza y aprendizaje consiste en una interacción entre personas con el fin de elaborar y compartir significados, por lo tanto, de ello se deduce que el lenguaje es fundamental en este proceso para que se produzca el desarrollo y la negociación de significados. En consecuencia, para comprender los obstáculos que surgen en el proceso, que limita a los niños de las minorías, no sólo debemos examinar el currículum y las actividades del aula, sino también el discurso, es decir, lo que se dice, a quien, cuándo y cómo se dice (Khisty, 1995).

La normalización en el uso social de la lengua catalana ha sido una preocupación constante de la administración educativa. El Estatuto de Autonomía define el catalán como lengua propia y establece la oficialidad de las lenguas catalana y castellana. Corresponde, pues, al sistema educativo garantizar la competencia lingüística en ambas lenguas de todo el alumnado de Cataluña al final de la escolarización obligatoria. Más allá de estas consideraciones, es evidente que un conocimiento insuficiente entre determinados colectivos de alguna o de las dos lenguas oficiales puede constituir un problema de graves consecuencias para la integración y la

cohesión de nuestra sociedad. La legislación actual y, de manera especial, la Ley 1/1998, de 7 de enero, de política lingüística, establece que el catalán como lengua propia de Cataluña también lo es de la enseñanza, en todas las modalidades y los niveles educativos (artículo 20.1). Esta misma Ley determina, también, que el alumnado de incorporación tardía al sistema educativo de Cataluña tiene que recibir un apoyo especial y adicional de enseñanza del catalán (artículo 21.8) por eso en la actualidad, estos alumnos asisten al aula de acogida durante algunas horas al día hasta adquirir un suficiente conocimiento del catalán.

En el desarrollo de las actividades escolares el papel de la lengua oral es fundamental, es necesario escuchar, hablar, exponer y dialogar para aprender. Esto implica ser consciente de los principales tipos de interacción verbal, ser progresivamente competente en la expresión y comprensión de los mensajes orales que se intercambian con la utilización activa y efectiva de códigos y habilidades verbales y no verbales y de las reglas propias del intercambio comunicativo en diferentes situaciones.

Según el Currículum catalán vigente, una de las competencias básicas que deben adquirir los chicos y chicas para poder incorporarse en la vida adulta de forma satisfactoria, es la **competencia comunicativa**. Esta competencia supone:

Saber interaccionar oralmente (conversar, escuchar, leer y explicarse), (...); saber expresar hechos, conceptos, emociones, opiniones, sentimientos e ideas en contextos sociales y culturales diversos; profundizar en la interpretación y comprensión de la realidad que nos rodea y en el mundo. De esta manera se potencia la autoestima y confianza en uno mismo para ser ciudadanos responsables que estén preparados para aprender a lo largo de toda la vida (...)

La competencia comunicativa es, según la LOE, la base de todos los aprendizajes, y por lo tanto, su desarrollo es responsabilidad de todas las áreas y materias del currículum, ya que en todas ellas hay que utilizar los lenguajes como instrumentos de comunicación de los conocimientos, la representación, interpretación y comprensión de la realidad, y la organización y autorregulación del pensamiento, las emociones y la conducta. Según la misma ley, las matemáticas contribuyen en la adquisición de la competencia comunicativa:

aportando el conocimiento de un lenguaje específico, necesario en el desarrollo de las ciencias y en la resolución de muchos problemas cotidianos. También, en el trabajo matemático, el uso de la lengua, tanto oral como escrita, es fundamental para describir conceptos y procesos, expresar razonamientos, argumentos y pruebas, y en general, para comunicar, discutir, comparar y validar el trabajo realizado.

En los centros educativos, actualmente no se recomienda que los alumnos IR asistan al aula de matemáticas porque se cree que los enunciados de los problemas matemáticos dificultan la adquisición de contenidos matemáticos en alumnos que supuestamente padecen, a demás de importantes limitaciones cognitivas, un déficit lingüístico. Se piensa que los alumnos IR no pueden hacer matemáticas hasta adquirir la lengua del aprendizaje, viendo negado el acceso completo al currículum de matemáticas ordinario. Una vez adquirida una cierta competencia lingüística, han quedado descolgados del ritmo de la clase por haber perdido parte del curso y por lo tanto, no haber adquirido los conocimientos curriculares matemáticos establecidos, y se ven con la necesidad de adaptar su currículum y no poder seguir las clases ordinarias con normalidad.

Las dificultades que se les asignan a los alumnos IR en relación al entorno comunicativo, se tiende a pensar que solo hacen referencia al déficit lingüístico. Se supone que el hecho de aprender bien la lengua vehicular y poseer la capacidad cognitiva necesaria, son requisitos suficientes para integrarse plenamente en el discurso del aula, comunicarse con éxito y aprender con normalidad los contenidos que se enseñan.

Si después de haber adquirido una competencia básica en la lengua del aula, el alumno continua mostrando señales de no entender lo que se le pide o se comporta de forma extraña, se buscan explicaciones simples (basadas en la falta de interés, en su mala actitud,...) que responsabilizan únicamente al alumno.

Pero en términos de lenguaje, el problema no sólo radica en el desconocimiento del idioma vehicular del aula. La lengua también puede convertirse en barrera cuando se utiliza un registro diferente, es decir, un vocabulario específico elaborado que no se comparte entre todos los interlocutores ya que el vocabulario matemático utilizado difiere mucho a lo que están habituados. Al no crearse conexiones entre registros

diferentes, no se está dando las mismas oportunidades a todos los estudiantes para que aprendan el vocabulario específico de matemáticas necesario para comunicarse en el aula de matemáticas y ser partícipe de la actividad matemática que se desarrolla (Giménez, 2007).

No hay personas incapaces de relacionarse por causas sociales o culturales, sino circunstancias socioculturales complejas que dificultan y obstaculizan la comunicación. En general, las dificultades aparecen cuando la comunicación se plantea en un contexto donde la persona no dispone de un dominio suficiente de los implícitos de funcionamiento y donde, a demás, no se producen acciones de explicitación de los significados por parte de quien los posee. Para formar parte del discurso matemático del aula, no es suficiente conocer las palabras matemáticas técnicas.

De acuerdo con Barton (2004), creemos que el uso del lenguaje en una aula de matemáticas tiene una importancia vital para el aprendizaje de el proceso de aprendizaje. Muchos significados usados en el aula de matemáticas no se explicitan porque resultan obvios para el sujeto que los piensa y porque este sujeto tiende a pensar que son fácilmente deducibles para el resto de participantes. Pero para el mismo término o frase dentro del registro matemático, puede haber múltiples significados diferentes; por ejemplo, la frase *para cualquier número* tiene diferentes significados dependiendo del contexto o del momento.

Khisty (1995) señala que la comprensión del habla matemática se complica desde el momento que un mismo enunciado (por ejemplo $10-4=6$) se puede expresar de diversos modos (“si a diez le quitas cuatro, quedan seis” o diez menos cuatro son seis”). Moschovich (1999) igualmente afirma que el discurso matemático ha variado y varía a lo largo de la historia, culturalmente y socialmente. Históricamente está claro que las definiciones de los conceptos matemáticos han ido cambiando a lo largo del tiempo (por ejemplo la definición de función). Según los contextos culturales también hay variaciones en el discurso matemático y significado de ciertos términos matemáticos (por ejemplo, en español, el término trapezoide se refiere a los cuadriláteros que no tienen ningún lado paralelo y trapecio se refiere cuando hay dos lados paralelos; estos dos términos tienen el significado inverso en Estados Unidos). Según las distintas comunidades el discurso matemático también puede variar, por ejemplo, entre la comunidad de matemáticos o de economistas o estadísticos, o entre las comunidades de profesores de primaria o secundaria.

Esta multitud de diferentes significados puede crear obstáculos en las conversaciones del aula de matemáticas porque los profesores y algunos alumnos pueden usar significados matemáticos diferentes que los que entienden o usan otros alumnos. Por lo tanto, consideramos que todos los interlocutores son co-responsables de no lograr establecer las condiciones necesarias en el discurso para compartir los significados mínimos necesarios y facilitar el intercambio de significados y valores (Nieto, 1999).

Cuanto mayor sea la distancia cultural de los alumnos IR, aumenta el riesgo de dificultades comunicativas, experimentando más dificultades para integrarse y seguir el discurso, aunque entienda las palabras. Durante las discusiones matemáticas, los alumnos usan múltiples referencias a sus experiencias diarias, tanto de fuera como de dentro de la escuela. Estas experiencias suelen ser comunes y aceptadas por la mayoría de alumnos culturalmente semejantes, pero no sucede lo mismo con los alumnos de culturas diferentes. Los alumnos IR presentan experiencias no compartidas por la mayoría, lo que suele dar lugar a una exclusión del discurso matemático.

Los participantes que se encuentran en una posición privilegiada de control de los implícitos del discurso, se esfuerzan para que otro participante se integre en el sistema de comunicación principal en función de la importancia que este tiene para ellos.

Según Morgan (1998) en función de la distancia social y cultural al discurso legitimado, se otorga la competencia comunicativa o la posibilidad de ejercerla, a unos participantes, a la vez que se les niega a otros. En un aula, se suele considerar que unos determinados alumnos poseen de forma incondicional la competencia comunicativa, mientras que otros tienden a ser incompetentes, coincidiendo mayoritariamente este segundo grupo con aquellos alumnos que se encuentran en una situación de riesgo social.

Planas (2001), en concordancia con el anterior autor, apunta que la mayoría de participantes, incluido el profesor, ponen trabas a la participación de otros miembros del aula que han expresado significados normativos diferentes de los esperados. En general, a la hora de decidir con quien se está dispuesto a establecer comunicación, el criterio utilizado es la existencia de significados compartidos.

Por lo tanto, el hecho que los alumnos IR experimenten una mayor distancia cultural a significados legitimados en el aula de matemáticas, provoca que se encuentren sometidos a un mayor riesgo de dificultades comunicativas. Estos alumnos acostumbran a esconder las dificultades de comprensión y de participación en el discurso del aula por miedo a mostrar estas dificultades propias de su distancia cultural no compartidas con el resto de la clase y evidenciar todavía más sus diferencias con el resto de compañeros.

La interiorización de las bajas expectativas como el encubrimiento de las dificultades comunicativas, son mecanismos psicológicos de autoexclusión que aparecen como reacción a los mecanismos de exclusión social del aula.

4.3. Aspectos emocionales

De la misma manera que para indagar la relación afectiva hacia la matemática y la motivación por el aprendizaje, según Gómez-Chacón (2007) es necesaria una base amplia de comprensión del contexto sociocultural tanto dentro como fuera del ámbito escolar que influye en los profesores y estudiantes; para estudiar cómo afecta el contexto sociocultural de los alumnos en su aprendizaje de la matemática, es necesario comprender los aspectos emocionales relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

4.3.1. Dominio afectivo

Cada vez son más los autores (Kloosterman, 2002⁵; Gómez-Chacón, 2004, 2006; Araujo, 2004) que defienden la importancia y la influencia de los aspectos emocionales y del sistema de creencias de los alumnos, en su proceso educativo y en el aprendizaje de las matemáticas y la existencia de las relaciones entre la dimensión afectiva y la dimensión cognitiva del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El aprendizaje del alumno no solo queda condicionado por sus procesos

⁵ Citado en Araujo, 2004.

cognitivos individuales sino que, a demás y en gran medida, es el producto de una vivencia emocional que interactúa con estos procesos.

La comprensión, de que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no es algo sólo dominio de la pura cognición y de que hay una complejidad social, cultural y afectiva que influencia este proceso, hace que esta investigación centre parte de su interés en los constructos de creencias, actitudes y emociones; aspectos de la dimensión afectiva que están directamente relacionados al entorno sociocultural.

Tradicionalmente, se han separado las componentes cognitiva de la afectiva del conocimiento. Encontrar una definición al término afecto o dominio afectivo en la enseñanza y aprendizaje ha sido un reto. Entendemos **afecto o dominio afectivo** un:

amplio conjunto de aspectos del desarrollo relacionados con las emociones entre los que se incluyen los sentimientos, las creencias, las actitudes, los estados de ánimo, los valores y las apreciaciones. (Araujo, J. 2004).

A continuación situamos y explicamos dichas componentes.

Sistema de creencias

Cada vez son más los autores que defienden que las creencias pueden tener un poderoso impacto en la forma en que los alumnos aprenden y utilizan las matemáticas, pudiendo ser un obstáculo al aprendizaje de las matemáticas. Por lo tanto es necesario analizar y tomar en cuenta las creencias que tienen los alumnos sobre las matemáticas y las implicaciones que estas pueden tener en su proceso de aprendizaje y desarrollo.

Aunque las fronteras entre conocimiento y creencia están a veces poco claras, es clásica la definición de Aberson (1979) citado por Callejo y Vila (2003) atendiendo a los siguientes aspectos: el carácter más objetivo de los conocimientos y más subjetivo de las creencias, pues éstas se pueden mantener con diferentes grados de convicción; los conocimientos están consensuados, sin embargo las creencias no siempre son fruto de un consenso; los conocimientos responden a unos criterios de verdad, que no han de satisfacer las creencias. Según McLeod (1992) citado por Callejo y Vila (2003), las creencias son las experiencias y conocimientos subjetivos del estudiante o del profesor. Por último, para Schoenfeld (1992) citado por Callejo y Vila (2003), entiende

por creencias la comprensión y los sentimientos de un individuo que modelan la forma en que conceptualiza y se implica en la actividad matemática. Es importante destacar estos tres componentes de las creencias: cognitivo, afectivo y contextual.

Las creencias tienen su origen en la experiencia, en la observación directa o provienen de informaciones, y a veces son inferidas de otras creencias. Los diversos espacios de socialización como la familia, los grupos de iguales, los medios de comunicación social, las actividades de ocio y tiempo libre como los mitos sociales sobre esta ciencia, originan, refuerzan o contradicen las creencias sobre la matemática (Callejo y Vila, 2003).

Tal como indica Gómez-Chacón (2006), una creencia nunca se sostiene con independencia de otras, por ello se suele hablar de sistemas de creencias y no de creencias aisladas. No se trata de una suma yuxtaposición de creencias, sino de una red organizada.

Las creencias de los estudiantes sobre la educación de las matemáticas están determinadas por el contexto social en el que participan, así como por sus necesidades psicológicas individuales, los deseos, las metas, etc. En otras palabras, los sistemas de creencias están constituidos por creencias sobre la educación matemática, sobre sí mismos y sobre el contexto (Gómez-Chacón, 2006).

De Corte y Op 't Eynde (2002) citado por Gómez-Chacón (2006) establecen las siguientes categorías y subcategorías de creencias sobre la educación matemática:

- *Creencias sobre la educación matemática*, que incluye:
 - 1) creencias de los estudiantes sobre las matemáticas,
 - 2) creencias sobre el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos,
 - 3) creencias sobre la enseñanza de la matemática.

- *Creencias de los estudiantes sobre sí mismos*, se refieren a:
 - 1) su creencia intrínseca relativa a la orientación de la meta relacionada con las matemáticas,
 - 2) creencia extrínseca de la orientación de la meta,
 - 3) creencia sobre el valor de la tarea,
 - 4) creencia sobre el control,

- 5) creencia sobre la autoeficacia.
- *Creencias de los estudiantes sobre su contexto específico de la clase*, entre las que se puede distinguir:
 - 1) creencias sobre el papel y el funcionamiento de su profesor,
 - 2) creencias sobre el papel y el funcionamiento de los estudiantes en su propia clase,
 - 3) creencias sobre las normas y las prácticas sociomatemáticas en la clase.

Este conjunto de creencias, como se ha apuntado inicialmente, no puede analizarse cada una por separado, todas están en estrecha interacción y se basan en los conocimientos y experiencias previas sobre el aprendizaje de la matemática y las actividades de resolución de problemas en el aula vividos hasta el momento.

Las creencias sobre el contexto social y cultural de las matemáticas se refieren a la visión de los estudiantes y a las percepciones de las normas establecidas en clase, a las percepciones sobre el rol y el funcionamiento tanto de estudiantes como de profesores en el aula. La perspectiva sociocultural indica que la coordinación de la perspectiva psicológica (por ejemplo, creencias de los estudiantes) y sociológica (por ejemplo, normas sociomatemáticas en el aula) puede establecer modelos para la descripción de cambios de creencias y influenciar en las creencias de los estudiantes.

Algunas de las creencias mostradas acerca de las matemáticas provienen del método de problemas usado en la clase, la forma de evaluación, las dinámicas de grupo y las tareas, que contribuyen directamente a que el estudiante desarrolle unas determinadas creencias (Gómez-Chacón, 2006). Por lo tanto, a diferentes métodos usados en clase, a formas de evaluación diferentes, a dinámicas de grupo y tareas diferentes, originarán creencias diferentes.

Como ya se ha comentado, el contexto social y cultural en el que se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje y en el que se encuentra el alumno, determinan en gran parte las creencias del estudiante. Por lo tanto, si el alumno se ve sometido a un cambio brusco de su contexto social y cultural (por ejemplo los alumnos IR al emigrar) sus sistemas de creencias pueden verse afectados notoriamente. Dependiendo del trato que reciban, de su integración y de las valoraciones en sus

primeros días de escolarización, este cambio de creencias de las tres categorías indicadas anteriormente, puede ser en positivo o en negativo.

El alumno, en su participación en clase desarrolla creencias respecto al aprendizaje, la matemática, la enseñanza, etc. Las creencias están estrechamente relacionadas con sus conocimientos anteriores. Por consiguiente, si el conjunto de conocimientos anteriores difiere significativamente entre los estudiantes (caso de alumnos IR con alumnos locales), sus sistemas de creencias serán notablemente diferentes.

De forma parecida como sucede con el conjunto de normas, explicado en el apartado anterior, sucede con los sistemas de creencias. Cuando no se comparten los sistemas de creencias entre los participantes de un mismo grupo, si se quiere formar parte del grupo, participar y seguir el proceso de enseñanza y aprendizaje, será necesario un cambio (tarea difícil tal como señala Muis, 2004 citado por Gómez-Chacón, 2006) de gran parte del sistema de creencias por parte de alguno de los miembros (en este caso de los alumnos IR) para no entrar en contradicción con la práctica llevada a cabo diariamente y con los otros miembros del grupo (profesores y/o alumnos). En caso contrario, el alumno puede perder el interés y la motivación hacia los estudios y en particular hacia el aprendizaje de las matemáticas.

Actitudes

Según Gómez-Chacón el término actitud en educación matemática es usado con menos precisión que para los psicólogos y los instrumentos de investigación son muchas veces diseñados para medir las componentes de la actitud. Frente a ello, nosotros aceptamos su definición de actitud como

una predisposición evaluativa que determina las intenciones personales e influye en el comportamiento. (Araujo, 2006)

La discusión sobre las componentes de la actitud está abierta en el campo de la educación matemática debido seguramente a los enfoques diferentes y el hecho de que se hayan usado escalas y análisis factoriales para reconocer los componentes. Gairín (1987) citado por Araujo (2004) indicaba cuatro componentes (afecto, percepción, comportamiento e implicación), y en la tesis de Giménez (1991) se recoge hasta cinco componentes: cognoscitivo, afectivo, comportamental y de implicación,

creencias del entorno y autoconcepto.). Gómez Chacón (1997) en cambio habla de la componente cognitiva manifestada en las creencias, la afectiva manifestada en los sentimientos y la intencional o de tendencia a cierto comportamiento.

Teniendo en cuenta nuestro objetivo de estudio decidimos considerar los componentes siguientes: (a) interés por la resolución de problemas matemáticos, (b) actitud hacia determinados contenidos, (c) hacia los métodos y forma de estudio, y (d) hacia las matemáticas como asignatura y las matemáticas como aspecto social.

Emociones

Entendemos emoción como

un estado complejo del organismo caracterizado por una excitación o perturbación que predispone a una respuesta organizada. (Araujo, 2006)

Incluye respuestas organizadas más allá de la frontera de los sistemas psicológicos, incluyendo lo fisiológico, cognitivo, motivacional y el sistema experiencial. Las emociones surgen en respuesta a un acontecimiento externo o interno y que tiene una carga de significado positiva o negativa para el individuo. (Gómez-Chacón, 2000: p. 25).

Las emociones suelen ser generadas como respuesta a acontecimientos externos (resultado del aprendizaje, influencia social, influencia cultural, conocimientos previos, etc.) e internos (interpretación de una situación, valoración personal de un hecho o evento como relevante respecto a un objetivo personal (Gómez-Chacón, 2000 y Bisquerra, 2000). Los estados emocionales acostumbra a ir acompañados de reacciones involuntarias (cambios fisiológicos como temblores, taquicardia, sudores, respiración, presión sanguínea, etc.) y reacciones voluntarias (expresiones faciales y verbales, comportamientos, acciones, tono de voz, volumen).

Entre las diversas características de los estados emocionales, en nuestro estudio consideraremos como fundamental la dirección (positiva o negativa) basándonos en la clasificación siguiente dada por Araujo (2006):

- Clasificamos las **emociones positivas** como sigue:

(a) *Euforia y excitación*: son subclases de la alegría que es un tipo de emoción que produce un suceso favorable y que lo clasificamos como de nivel de mayor satisfacción, por ejemplo. la euforia y la excitación son causadas por experiencias positivas. En el sistema educativo pasar un examen, encontrar la solución de un problema difícil de ser resuelto en el caso de las matemáticas, tener buenos resultados en las actividades de evaluación, etc. son motivos que producen euforia y excitación.

(b) *Satisfacción*: como la euforia y la excitación son clases de la alegría que las clasificamos con matices diferenciados de la euforia y la excitación. Podríamos decir que la satisfacción es un nivel de alegría con intensidad menor que la euforia.

- Las llamadas **emociones ambiguas** se caracterizan mediante

(c) *Indiferencia*: considerada como estado de neutralidad en que la persona se encuentra delante de las situaciones. No les importa mucho los obstáculos enfrentados o los resultados ante una determinada situación de prueba. No llega ser una desmotivación completa. El sujeto se involucra, se siente responsable, culpable, temeroso, feliz, etc. ante las situaciones.

- Las **emociones negativas** son varias:

(d) *Inquietud*: es el nivel más bajo de la ansiedad que es una preocupación en la búsqueda de lo que puede ir mal y cómo evitarlo. La inquietud puede o no disminuir a lo largo del tiempo todo depende de cómo el sujeto reacciona delante de las situaciones. Entre las causas relacionadas con la ansiedad y consecuentemente con la inquietud en el sistema educativo se encuentran las dificultades de los exámenes, inseguridad en las tareas, duda momentánea ante la resolución de problemas, etc.

(e) *Abatimiento (Aburrimiento)*: se caracteriza como un estado de tristeza. La tristeza es desencadenada por una pérdida o el caso del sistema educativo por los fracasos. A pesar de que la tristeza sea clasificada como emoción, Bisquerra (2000) la clasifica como un estado de ánimo y es considerada como una respuesta a algo sucedido en el pasado. La tristeza está relacionada con la falta de placer, la pérdida del interés y la desmotivación.

(f) *Temor*. Se da ante un peligro real y se relaciona a algo que lo produce. En el caso de la educación o en el caso específico de esta investigación el temor puede ser a la

prueba, a la demostración, al método adoptado, etc. La experiencia de miedo o temor puede provocar una reacción inmediata del organismo y moviliza una gran cantidad de energía de tal forma que puede producir un bloqueo emocional o un entorpecimiento de la acción.

(g) *Preocupación (Desespero 1) y nerviosismo (Ansiedad 2)*: es el nivel más avanzado de la inquietud que es una respuesta a un peligro futuro y que puede ser intensa de acuerdo con la evaluación que el sujeto hace de la situación y de la relevancia de la situación para él.

(h) *Ira*: es una reacción de irritación ante la vulnerabilidad en determinadas situaciones. La frustración ante un obstáculo a los objetivos que se pretenden alcanzar puede llevar a este estado de emoción, que puede ser impulsivo, explosivo y agresivo. En el caso de esta investigación la ira puede ser ocasionada por la frustración de vencer los obstáculos interpuestos por los problemas matemáticos y la incapacidad del sujeto de encontrar una solución razonable a este problema. La ira es una respuesta de indignación e irritación ante la incapacidad de cambiar por ejemplo el rumbo de la situación de fracaso sentida. Dentro de la ira podemos localizar otras emociones como la *cólera, Rabia o Tensión*.

No hay que confundir estado emocional con estado de ánimo. Según Araujo (2006) las **reacciones emocionales o estados emocionales** son emociones intensas, agudas, transitorias y usualmente pasajeras. Generalmente los estudiantes con dificultades tienen emociones negativas e intensas, mientras aquellos que perseveran parecen oscilar entre emociones positivas y negativas. El nivel de control que a su vez está relacionado con la mayor o menor dificultad para controlar las emociones. En cambio, la misma autora define el **estado de ánimo o de humor** como *estado emocional de mayor duración y menor intensidad que las emociones agudas*. Su duración es indefinida pudiendo variar horas, días, meses o mismos años. Los estados de ánimo dependen más de valoraciones globales del mundo que nos rodea que de un objeto específico.

Cada persona, en función de las experiencias y cambios vividos, construye un escenario emocional u otro. En general, delante de una misma realidad, cada sujeto le aplica un escenario emocional diferente dependiendo de sus vivencias e interpretaciones personales que cada uno hace de su experiencia social.

Los significados de una emoción corresponden a los hechos ocurridos antes de manifestarse la emoción, por lo tanto es necesario buscar el significado o la causa de la emoción en los contenidos de las interacciones sociales que el individuo haya experimentando en episodios anteriores a la vivencia de la emoción y en las reacciones que estos episodios han provocado en su entorno.

Para nosotros, las emociones no causan las dificultades de aprendizaje matemático, sino que expresan la vivencia que el alumno tiene de estas dificultades en el entorno sociocultural donde se generan. El alumno, al percibir que está siendo valorado negativamente, o como consecuencia de la vivencia de dificultades y obstáculos comunicativos, o fruto de una discordancia entre su sistema normativo y el del aula, corre el riesgo de expresar reacciones emocionales negativas de incalculables consecuencias para su aprendizaje.

Sentimientos

Según Araujo (2006) llamamos sentimiento a una

actitud originada a partir de una emoción, pero que perdura más allá del estímulo que lo origina, siendo por lo tanto, más duradero y estable que la emoción y generalmente está asociada con la participación de la voluntad.

Según Planas (2001) los sentimientos, lejos de ser momentos estáticos, son procesos en desarrollo que orientan sobre la interpretación de los significados y permiten localizar significados no verbales.

Dentro de los procesos de comunicación adulta, constantemente se tiene en cuenta el estado de ánimo y los sentimientos de los interlocutores (interpretados a partir de las expresiones faciales de los interlocutores) de forma que esta percepción influencia las futuras actividades y decisiones y el estado de ánimo personal. A pesar que estas influencias ocurren en el terreno más inconsciente de las relaciones entre interlocutores, son una característica fundamental de los actos comunicativos.

4.3.2. La identidad

La adolescencia y la juventud son periodos que marcan el paso de la infancia a la vida adulta. Pero estos periodos no son universales, varían según aspectos sociales y culturales. Por lo tanto, según cada referente cultural, esta etapa se conceptualiza de manera diferente. Durante esta etapa la persona, al mismo tiempo que experimenta cambios físicos importantes, vive un gran desarrollo psíquico y de personalidad que le conducirá de la infancia a la edad adulta. Todos estos cambios pueden provocar conflictos, siendo centrar en esta etapa la construcción de la identidad.

La identidad se forja durante toda la vida, siendo cambiante y múltiple, gracias a las experiencias y aprendizajes individuales. Pero cuando se habla de inmigración, generalmente parece que la única identidad importante es la nacional o la cultural, obviándose el resto de pertinencias, fundamentales para las personas, y olvidando la existencia y la posibilidad de identidades que son fruto de mezclas.

La noción de identidad social, relacionada con la pertenencia a un grupo, está basada en la teoría intergrupos de Tajfel (1978, 1981) citado por Gómez-Chacón (1997). En ella, el concepto de identidad sociocultural se circunscribe a “la parte del autoconcepto del individuo que deriva de su conocimiento como miembro de un grupo social o cultural (o grupos) junto con el valor y significado emocional atribuido a ser miembros” (Tajfel, 1978).

Puesto que una sociedad es una estructura multigrupal, los grupos sociales son diferentes y pueden ocupar posiciones específicas en la estructura. Tajfel afirma que el lugar que cada grupo ocupa en la estructura social, que denomina categorización social, está relacionado con valoraciones diferentes. Estas valoraciones son las que permiten a los individuos o grupos asociarse con categorías positivas o negativas. Las valoraciones son adquiridas por las personas en el proceso de socialización, forman parte de su vida psicológica y se evocarán, habitualmente, en la interacción social.

Si seguimos a Tajfel, se podría decir que el grupo de jóvenes de nuestro estudio conoce que su grupo tiene un marcador de identidad sociocultural negativa. Este autor señala que en estas circunstancias, el individuo luchará por adquirir una identidad positiva y para ello identificará diversas alternativas para resolver estos conflictos de identidad. Estas alternativas, son trasladarse a un grupo con identidad positiva o

reinterpretar la identidad negativa desde nuevos valores. Tajfel (1981) se refiere a éstas posiciones como extremas; la mayoría de las personas adoptarán posiciones intermedias.

Partir de la identidad, entendida como un conjunto estructurado de elementos que permite al individuo definirse en una situación de interacción y actuar como actor social, de acuerdo con Gómez-Chacón (1997) nos posibilitaría precisar elementos de identificación o marcadores de identidad reveladores de dos categorías: los atributos que definen la identidad personal del individuo (lo que es único de cada ser humano y que vendría a coincidir con el perfil del sujeto); y lo que define su identidad sociocultural (el status que comparte con otros miembros de un grupo social y/o cultural). También permite percibir la estructura de identidad como polo organizador que moviliza el conjunto de las reacciones afectivas de cada sujeto en relación con los otros, la situación de interacción donde se entrelazan las estrategias de identificación y las consecuencias sobre las que se producen las posiciones de los sujetos hacia la matemática y su aprendizaje. Es en la interacción del grupo donde se refuerzan los procesos de identificación y donde los sujetos son figuras de identificación para otros; el grupo es el lugar donde se negocia la identidad.

Los procesos de construcción de identidad de los hijos e hijas de familias inmigrantes no están exentos de crisis. En la construcción de la identidad de los adolescentes tanto la familia como los grupos de iguales, juegan un papel importante, ejerciendo presiones de fidelidad del mismo colectivo, por miedo que al mezclarse con otros grupos se pierdan los valores familiares y/o culturales. La existencia de referentes culturales diferentes y las tensiones que se pueden generar entre los valores y normas de la familia y de su entorno, comentadas anteriormente, pueden generar dificultades y conflictos de identidad. Estos conflictos serán los responsables de generar nuevas identidades. Pero, si la identidad de acogida falla a causa de la no aceptación social, se vuelve a la identidad de origen como identidad-refugio (Casas, 2003).

Las complejas características sociales de los alumnos minoritarios y los factores de desestructuración de su identidad psicológica a raíz de experiencias sociales y personales de marginación, han generado un cúmulo de reacciones negativas (y muchas veces tildadas de irracionales) en el ámbito escolar.

4.3.3. Las relaciones familiares

En la emigración ecuatoriana, mayoritariamente ha emigrado la mujer en un primer momento y, posteriormente, cuando ha sido posible la reagrupación (en la mayoría de casos se trata de casi cinco años) han emigrado los hijos (no siempre todos) y/o el marido. Esto ha supuesto un gran coste emocional para todos los miembros de las familias inmigradas.

Tal como muestra el estudio de Pedone (2006), la mayoría de las mujeres ecuatorianas inmigrantes, tenían hijos que tuvieron que dejar a cargo de sus padres (abuelos de los niños), hermanos, tíos o incluso vecinos o amigos. Esto supone un traslado de la autoridad materna hacia otros miembros que, después, costará mucho recuperar cuando los chicos son reagrupados en el país de destino, teniéndose que adaptar de nuevo, a veces con un rechazo del adolescente a emigrar, con nuevos roles y pautas de convivencia diferentes.

En la mayoría de los casos, los niños y jóvenes quedan al margen de las decisiones que toman sus familiares sobre el proyecto migratorio; ajenos a su voluntad son obligados a separarse de sus madres o padres (y muchas veces de sus hermanos) y trasladarse a vivir con otros parientes. A partir de ese momento deberán reconocer una autoridad a estos miembros que hasta ese momento no tenían, viéndose inmersos en un proyecto que afecta íntegramente su vida. En ese momento empiezan múltiples conflictos, problemas de socialización, de autoridad, trastornos emocionales, etc. Estos cambios generalmente afectan al rendimiento escolar del alumno, aumentando vertiginosamente la deserción escolar en sus países de origen.

Cuando posteriormente llega la reagrupación familiar, muchos hijos ven a sus padres o madres en destino como extraños, y muchas veces el reencuentro provoca una situación de rebelión como consecuencia del abandono que sufrieron. De nuevo deben recorrer el camino inverso: readmitir y acatar la autoridad que representan los padres y adaptarse a las nuevas reglas tanto familiares como sociales, culturales y educativas.

Muchas veces los padres han tenido que recurrir a estrategias para convencer a sus hijos de emigrar que, la mayoría de ellas se contradicen con la realidad que se encuentra el hijo cuando llega. Estos chicos no están preparados para enfrentarse a la

precariedad laboral, social y residencial que viven sus padres, en contraposición al “supuesto paraíso” prometido y esperado.

Cuando más tarde se haga este reagrupamiento y cuanto mayor sea el chico o chica, los problemas se agravan. La convivencia con un padre o madre o con un hijo adolescente con quien durante años no se ha convivido, no es nada fácil para ninguna de las dos partes.

Por otro lado, a causa de las diferencias culturales, la contradicción entre los hábitos y normas que rigen la vida dentro y fuera de casa puede ser muy grande entre los hijos e hijas de familias inmigradas. Estas contradicciones pueden vivirse de forma pasiva, llegando a acuerdos y consensos o de forma muy conflictiva. En muchos casos, las expectativas de los adolescentes inmigrantes discrepan de las expectativas de sus familias; en otros, las familias inmigradas desconocen las dificultades que conlleva vivir con un adolescente, fundamentalmente porque en sus culturas de origen no existe la misma experiencia de adolescencia. Por otro lado, muchas familias inmigrantes viven con angustia la reafirmación y búsqueda de nuevas identidades de sus hijos, por miedo a perder parte de su identidad y de su sistema de valores.

4.4. Resolución de problemas

Este trabajo está basado principalmente en el área de matemáticas de la resolución de problemas que, desde hace varios años viene siendo objeto de gran interés por las diferentes corrientes del pensamiento sobre la teoría y la práctica educativa y actualmente considerada como una actividad básica y fundamental en todos los currículos matemáticos. De hecho hay autores como Shoenfeld (1992) que considera la actividad matemática como el estudio de la resolución de problemas y de otras actividades matemáticas complejas como la realización de proyectos. Más adelante veremos que, en la actualidad, la OCDE da especial importancia a la resolución de problemas matemáticos basados en la vida real con el propósito que los alumnos puedan aplicarlos después en situaciones de la vida cotidiana (problemas del estudio Pisa en los que se basa este trabajo explicados más adelante).

En muchos trabajos se ha abordado la cuestión de la definición de *problema* y sus diversas perspectivas, dando lugar a controversias y usos diferentes dependiendo del contexto en el cual se use este término. Parece ser, que en lo que sí existe un acuerdo generalizado es el de considerar un problema como una situación que presenta dificultades y para las cuales no hay soluciones evidentes. Así, Krulik y Rudnik (1980) citados en Casajús (2005) definen el problema como:

“Una situación cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que pide una solución, y para la cual los individuos implicados, no vislumbran un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma”.

Polya (1972) define un problema como:

“Aquella situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claro concebido pero no alcanzable de forma inmediata.”

También ha existido cierta polémica sobre la diferencia que hay entre un ejercicio, un problema o una investigación. Lo que para algunos es un problema, por falta de conocimientos específicos sobre el dominio de métodos o algoritmos de solución, para los que sí los tienen es un ejercicio.

De forma resumida podríamos decir que, cuando se plantea un **ejercicio**, se identifica de inmediato la técnica que se precisa para resolverlo y, en todo caso, la dificultad estriba en aplicarla correctamente.

En cambio, en un **problema** es una tarea cuyos términos y propósitos son globalmente comprensibles por la persona, pero no se sabe de momento como abordar.

Cuando un problema o una tarea incita a una persona a plantearse nuevas preguntas sobre el mismo, por ejemplo, si es posible generalizar el resultado, o qué pasaría si se modifican las condiciones iniciales del problema, puede decirse que se ha embarcado en una **investigación**.

Según Casajús (2005), una de las primeras referencias acerca del significado de la resolución de problemas matemáticos la encontramos en Leif y Delazy (1961). Para

ellos, la resolución de problemas en la enseñanza de matemáticas encuentra su significado en saber aplicar los conocimientos que previamente se han adquirido.

Para estos autores, resolver un problema significa buscar la respuesta a la cuestión planificada, sin necesidad de hacer experimentos reales, que a veces, incluso, son imposibles de realizar. Por lo tanto, se trata de buscar un determinado número de problemas, adecuados a su nivel de conocimientos y lenguaje que les facilite esta aplicación práctica de aquello que han aprendido.

Debney (1971)⁶ dice que el hecho de solucionar problemas significa pensar creativamente. En cambio para Resnick y Claser (1976)⁷, un sujeto soluciona un problema cuando “realiza una tarea que previamente no había realizado y para la que la instrucción no especifica de manera total, la forma de realización del mismo”. Igualmente para el National Council of Supervisor of Math (1977), “la resolución de problemas es el proceso de aplicación de conocimientos adquiridos previamente a una situación familiar o no”.

A partir de 1980 surgen intentos rigurosos por estudiar la naturaleza de los problemas, en los que se considera la idea de proponer el modelo de la resolución de problemas para la comprensión de los conceptos matemáticos y para que los propios profesores tengan una “representación” de los procesos de comprensión de los alumnos.

Actualmente se considera la resolución de problemas como una exigencia cognitiva imprescindible para el aprendizaje de las matemáticas, teniendo un papel importante de forma indiscutible en la mayoría de currículos matemáticos actuales.

4.4.1. Fases del proceso de resolución de problemas

Si, tal como acabamos de decir, la resolución de problemas es una exigencia cognitiva imprescindible para el aprendizaje de las matemáticas, uno de los aspectos a considerar es el proceso resolutor.

⁶ Citado por Casajus, 2005.

⁷ Citado por Casajus, 2005.

Tradicionalmente se han distinguido distintas fases en el proceso de resolución de problemas. Así Dewey (1933), señala las siguientes:

1. Se siente una dificultad: localización de un problema.
2. Se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto.
3. Se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución.
4. Se obtienen consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas.
5. Se acepta o rechaza la hipótesis puesta a prueba.

Polya (1945), en su modelo descriptivo, establece las necesidades para aprender a resolver problemas. Para este autor el principal fin es el de ayudar a que el alumno adquiera la mayor experiencia en la tarea de resolución de problemas, por lo que el profesor será el guía que en todo momento dejará al alumno asumir la parte de responsabilidad que le corresponde.

Este autor, considerado para muchos el padre de la heurística matemática, estableció cuatro fases en la resolución de problemas:

1. Comprender el problema: *¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?*
2. Concebir un plan: *¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿Conoce un problema relacionado con este?, ¿Podría enunciar el problema de otra forma?, ¿Ha empleado todos los datos?*
3. Ejecutar el plan: *¿Son correctos los pasos dados?*
4. Examinar la solución obtenida: *¿Puede verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento?*

Las fases anteriores caracterizan, según Polya, al resolutor ideal. Cada fase se acompaña de una serie de preguntas cuya intención clara es actuar como guía para la acción. En la figura siguiente se pretende ilustrar el proceso de resolución de problemas de Polya basado en las cuatro fases descritas anteriormente:

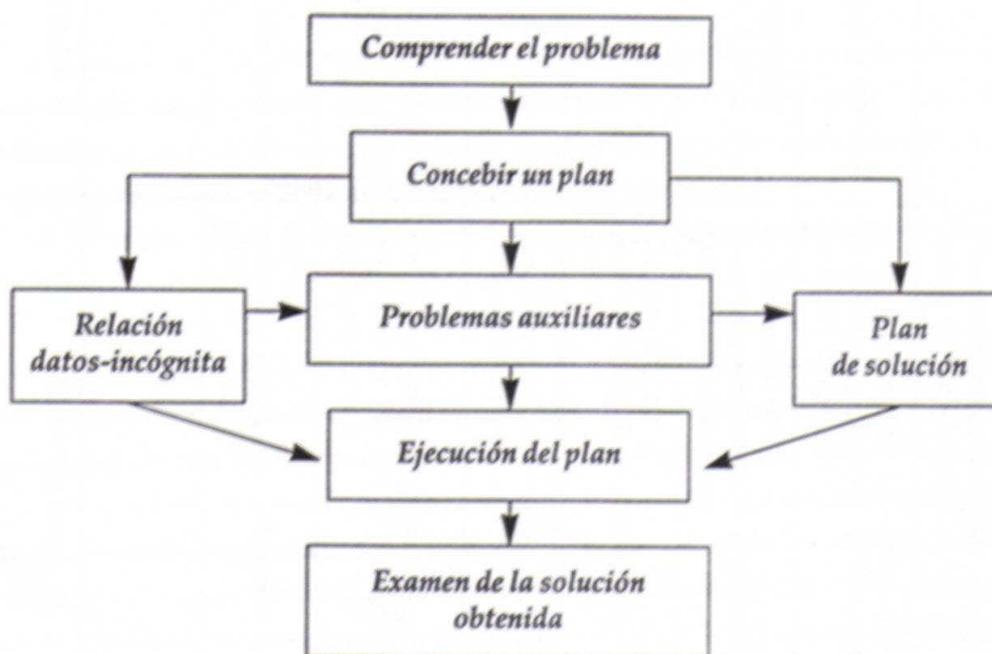


Figura 4.1: Estrategia de Polya para la resolución de problemas

La conveniencia de encontrar una determinada estrategia, aparte de Polya, es abordada por gran cantidad de autores. Shoenfeld (1985), en búsqueda de explicaciones para la conducta de los resolutores reales de problemas, considera insuficientes las estrategias planteadas por Polya para la resolución de problemas y sostiene que el proceso es más complejo e involucra más elementos (como se viene comentando en apartados anteriores) de carácter emocional-afectivo, psicológico, sociocultural, entre otros. Establece por lo tanto la existencia de cuatro aspectos que intervienen y se debe tener en cuenta, en la resolución de problemas y que sirvan para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas:

- Recursos cognitivos: entendidos como conocimientos previos, o bien, el dominio del conocimiento.
- Heurísticas: estrategias o reglas para progresar en situaciones difíciles.
- Control: estrategias metacognitivas, es decir, aquello que permite un uso eficiente de los recursos disponibles.
- Sistema de creencias: conjunto de ideas o percepciones que los estudiantes poseen a cerca de la matemática y su enseñanza.

Cada uno de estos componentes explica las carencias, y por lo tanto, el poco éxito en la resolución de problemas de los resolutores reales. Así, cuando a pesar de conocer las heurísticas no se sabe cuál utilizar o cómo utilizarla se señala la ausencia de un buen *control* de los recursos disponibles. Pero las heurísticas y un buen control no son suficientes, pues puede que el resolutor no conozca un hecho, algoritmo o procedimiento específico del dominio matemático del problema en cuestión. En este caso se señala la carencia de *recursos cognitivos* como explicación al intento fallido en la resolución.

Por otro lado, puede que todo lo anterior esté presente en la mente del resolutor, pero sus creencias de lo que es resolver problemas en matemáticas o de la propia concepción sobre la matemática haga que no progrese en la resolución. La explicación para este fallo, la contempla Schoenfeld en el cuarto elemento del marco teórico, las *creencias*.

Por último están las *heurísticas*. La mayor parte de las veces se carece de ellas. Se dispone de conocimientos específicos del tema o dominio matemático del problema, incluso de un buen control pero falla el conocimiento de reglas para superar las dificultades en la tarea de resolución como podrían ser:

- ✓ Buscar un problema relacionado.
- ✓ Resolver un problema similar más sencillo.
- ✓ Dividir el problema en partes.
- ✓ Considerar un caso particular.
- ✓ Hacer una tabla.
- ✓ Buscar regularidades.
- ✓ Empezar el problema desde atrás.
- ✓ Variar las condiciones del problema.

Shoenfeld señala que, en el proceso de resolución, tan importante como las heurísticas es el control de tal proceso, a través de *decisiones ejecutivas*, es decir, *qué hacer* en un problema. Estas decisiones ejecutivas tienen consecuencias globales para la evolución del proceso de resolución de un problema, determinando la eficiencia de los conocimientos y recursos de todo tipo puestos en servicio para la resolución del problema.

Para abordar el proceso de resolución de problemas, Shoenfeld también indica cuatro pasos:

- Analizar y comprender un problema: dibujar un diagrama, examinar un caso especial, intentar simplificarlo.
- Diseñar y planificar una solución
- Explorar soluciones:
 - considerando una variedad de problemas equivalentes,
 - considerando ligeras modificaciones del problema original, y
 - considerando amplias modificaciones del problema original.
- Verificar la solución.

Mayer (1986) citado en Casajús (2005) también enumera los procesos a seguir en la resolución de problemas en los siguientes:

- Representación del problema: conversión del problema en una representación mental interna. Comprende dos pasos:
 - a) Traducción: capacidad para traducir cada proposición del problema a una representación mental, expresada en una fórmula matemática.
 - b) Integración de los datos: supone un conocimiento específico de los diversos tipos de problemas, a partir de un esquema adecuado a dicho problema.
- Solución del problema: diseñar un plan de solución, lo que implica:
 - a) Planificación: búsqueda de estrategias para la resolución.
 - b) Ejecución: realización de las operaciones/acciones diseñadas.

Bransford y Stein (1984) citado por Casajús (2005) proponen un método que incluye una fase inicial de identificación y consta de cinco fases:

- Identifica que un problema existe y cuál es.
- Definición y representación del problema.
- Exploración de posibles estrategias.
- Actuación con la estrategia seleccionada.
- Logros, observación y evaluación de los resultados.

Maza (1991) citado por Casajús (2005) reformula el modelo de Polya, y diferencia dos procesos en la fase de *Comprensión*, en *análisis y representación* del problema y extendiendo la fase de *Revisión-Comprobación* de la siguiente forma:

- Análisis del problema, lo que implica analizar-descomponer la información que nos da el enunciado (datos, condiciones, etc)
- Representación del problema, relacionando los elementos del problema.
- Planificación, eligiendo la estrategia más adecuada para su resolución.
- Ejecución, o aplicación de la estrategia elegida, donde es conveniente la revisión constante de tal aplicación, detección de errores, corrección de los pasos, etc...
- Generalización, conectándolo con algún principio general que permita resolver ejercicios similares en el futuro.

Destacar también el trabajo de Miguel de Guzmán que, partiendo de las ideas de Polya y Schoenfeld, ha elaborado un modelo para la ocupación con problemas, donde se incluyen tanto las decisiones ejecutivas y de control como las heurísticas. La finalidad de tal modelo es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática a fin de eliminar obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces, es decir, lo que Polya denominó como pensamiento productivo. Este modelo se basa en las siguientes cuatro fases:

- Familiarizarse con el problema: tratar de entender a fondo la situación, jugar con la situación, tratar de determinar el aire del problema, perderle el miedo.
- Búsqueda de estrategias: Empezar por lo fácil, hacerse un esquema, figura o diagrama, escoger un lenguaje adecuado y una notación apropiada, buscar un problema semejante, suponer el problema resuelto, suponer lo contrario.
- Llevar adelante la estrategia: seleccionar y llevar adelante las mejores ideas de la fase anterior, actuar con flexibilidad, no emperrarse con una idea, cambiar de vía si las cosas se complican demasiado.
- Revisar el proceso y sacar consecuencias de él: examinar a fondo el camino seguido, preguntarse cómo se ha llegado a la solución o porqué no se ha llegado, tratar de entender por qué la cosa funciona, mirar si se puede

encontrar un camino más simple, mirar hasta donde llega el método, reflexionar sobre el proceso de pensamiento seguido y sacar conclusiones para el futuro.

Por último, en esta misma tradición, los responsables de matemáticas en el estudio PISA (2003-2006) que se detalla en el apartado siguiente y en el cual se basa gran parte de nuestro estudio, también caracterizan cinco fases en la actividad de resolver problemas matemáticos de la vida real, a esta estrategia la denominan *matematización*.

Los cinco aspectos esenciales que caracterizan este proceso de matematización son:

1. En el primer paso, el proceso se inicia con un problema enmarcado en la realidad.
2. En el segundo paso, la persona que desea resolver el problema trata de identificar las matemáticas pertinentes al caso y reorganiza según los conceptos matemáticos que han sido identificados.
3. El tercer paso implica una progresiva abstracción de la realidad.
4. El cuarto paso consiste en resolver el problema matemático.
5. Por último, pero no menos importante, el quinto paso supone resolver a la pregunta: qué significado adquiere la solución estrictamente matemática al transponerla al mundo real.

Estas cinco fases que define el estudio PISA para la resolución de problemas se pueden representar gráficamente de la siguiente forma:

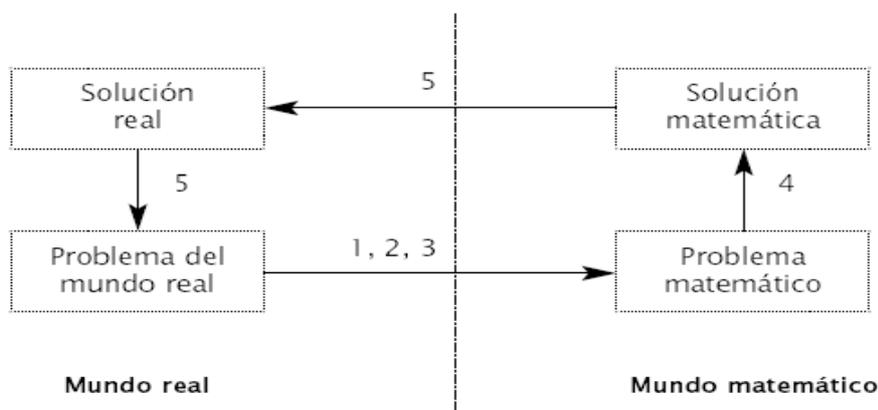


Figura 4.2: Ciclo de la matematización (PISA 2003).

Es la actuación secuenciada por medio de estos procesos lo que caracteriza, según el informe PISA 2003, cómo los matemáticos hacen matemáticas, cómo las personas emplean las matemáticas en una variedad de profesiones y trabajos de manera completa y competente, cómo al abordar la respuesta a cuestiones y problemas abstraen y, por ello, *matematizan* sobre los datos de su contexto de trabajo.

El proceso de hacer matemáticas, que denominan *matematización*, implica en primer lugar traducir los problemas desde el mundo real al matemático. Este primer proceso se conoce como *matematización horizontal* y se sustenta sobre actividades como las siguientes:

- Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema.
- Representar el problema de modo diferente.
- Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos.
- Traducir el problema a un modelo matemático.
- Utilizar herramientas y recursos adecuados.

Una vez traducido el problema a una expresión matemática, el proceso puede continuar. El estudiante puede plantear a continuación cuestiones en las que utiliza conceptos y destrezas matemáticas. Esta parte del proceso se denomina *matematización vertical* que incluye:

- Utilizar diferentes representaciones.
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos; combinar e integrar modelos.
- Argumentar.
- Generalizar.

La conexión entre ambos procesos se puede expresar gráficamente de la siguiente forma:

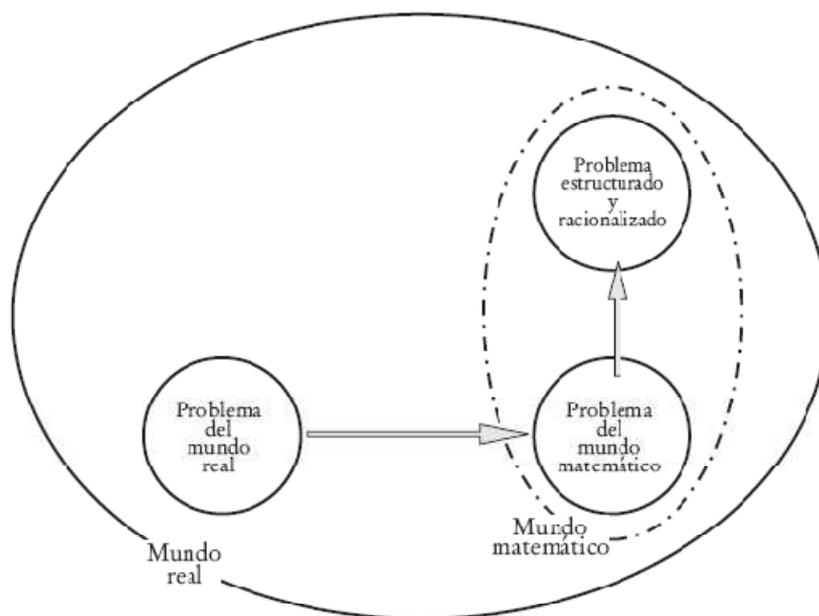


Figura 4.3: Conexión entre la matematización horizontal y la vertical (PISA 2003)

El paso posterior en la resolución de un problema implica reflexionar sobre el proceso completo de matematización y sus resultados. Los estudiantes deberán interpretar los resultados con actitud crítica y validar el proceso completo. Algunos aspectos de este proceso de validación y reflexión son:

- Entender la extensión y límites de los conceptos matemáticos.
- Reflexionar sobre los argumentos matemáticos y explicar y justificar los resultados.
- Comunicar el proceso y la solución.
- Criticar el modelo y sus límites.

En nuestro estudio nos basaremos en estas cinco fases para analizar los resultados obtenidos ya que, como veremos más adelante, los problemas que se han escogido pertenecen al estudio PISA.

4.4.2. Resolución de problemas y afecto

Shoenfeld (1985), como ya hemos visto, considera insuficientes las estrategias planteadas por Polya para la resolución de problemas y sostiene que este proceso es más complejo e involucra más elementos, inclusive de carácter emocional-afectivo, psicológico, sociocultural, entre otros.

Como se ha comentado anteriormente, según este autor, uno de estos elementos son las creencias o sistema de creencias. Estas son un componente afectivo básico del conocimiento y pueden incidir notablemente en la forma en que los estudiantes aprenden matemáticas y pueden afectar en la manera que el estudiante se comporte a la hora de enfrentarse a un problema matemático.

A la hora de resolver un problema, Shoenfeld (1992) plantea un sistema de creencias que tiene el estudiante y, dependiendo del grado que tenga el alumno arraigadas estas creencias, pueden tener fuertes implicaciones en su proceso de resolución de problemas. Según este autor, las creencias más comunes entre los estudiantes son:

- Los problemas matemáticos tienen una y solo una respuesta correcta.
- Existe una única manera correcta para resolver cualquier problema, usualmente es la regla que el profesor dio en clase.
- Los estudiantes que han entendido las matemáticas que han estudiado podrán resolver cualquier problema que se les asigne en cinco minutos o menos.

Según Mandler (1989) citado por Gómez-Chacón (1997), la mayoría de los factores afectivos surgen de las respuestas emocionales a la interrupción de los planes. Cuando el alumno se dispone a resolver un problema matemático, escoge un plan para resolver el problema planteado. Si su plan se ve interrumpido por un bloqueo ante la búsqueda de la solución del problema, surge una reacción afectiva que puede dar lugar o bien a intentar hacer cambios en la resolución del problema o bien a abandonar la resolución de forma frustrada. Gráficamente se puede sintetizar de la siguiente forma:

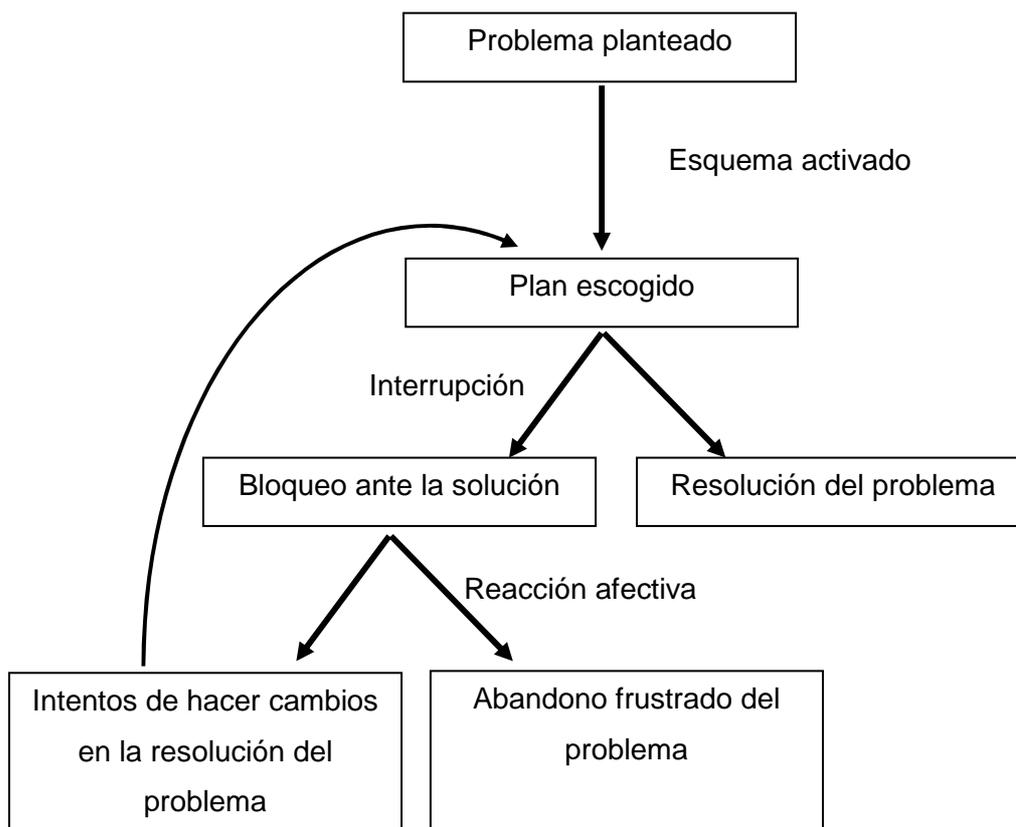


Figura 4.4: Las reacciones afectivas en la resolución de problemas

Una interrupción en un plan de resolución de problemas puede causar frustración y el resolutor puede reducirla retomando el problema y marcando una nueva meta, o realizando un plan diferente que no se vea interrumpido.

Las reacciones afectivas en resolución de problemas son especialmente intensas, pero de relativa corta duración. Los estudiantes mantienen dificultades en resolución de problemas si sus reacciones son intensas y negativas: tienden a abandonar y así pretenden reducir la magnitud de su emoción.

Gómez-Chacón (1997) apunta que, si el resolutor de problemas es consciente de sus reacciones emocionales, puede mejorar su habilidad para controlar sus respuestas automáticas en resolución de problemas y lograr un mayor éxito. Cuando un estudiante comprende que la resolución de problemas involucra interrupciones y bloqueos, puede percibir su frustración como una parte habitual en la resolución y no como una señal que induzca el abandono del problema.

4.5. Competencias matemáticas

El estudio presentado se basa en la resolución de problemas matemáticos. Para poder evaluar las posibles dificultades que pueden presentar los alumnos recién llegados de otros países sobre este tema, hemos considerado conveniente tomar como marco de referencia el concepto de competencia matemática ya que, en un contexto internacional, centrarse en los contenidos del currículum obligaría a centrar la atención en los elementos curriculares comunes a todos o la mayoría de los países. Ello implicaría hacer muchas concesiones y daría como resultado una evaluación demasiado limitada, que no sería provechosa para los objetivos de nuestro estudio.

4.5.1. Las competencias básicas

El concepto de competencia ha recorrido un largo camino hasta llegar a formar parte de nuestros sistemas educativos. En 1995, la Comisión Europea trató el tema de las competencias en profundidad en su *Libro blanco* sobre la educación y formación. A partir de entonces, distintos grupos de expertos de la Unión Europea trabajaron para identificar y definir las competencias, analizar la manera de integrarlas en el currículum y determinar cómo desarrollarlas durante toda la vida en un proceso de aprendizaje continuo.

Una de las primeras definiciones de competencias nace de unos acuerdos de la Unión Europea que tuvieron su inicio en el Consejo Europeo de Lisboa en marzo de 2000 haciéndose hincapié en que "*todo ciudadano debe poseer los conocimientos necesarios para trabajar y vivir en la nueva sociedad de la información*".

A finales de 1997, la OCDE inició un proyecto con el fin de brindar un marco conceptual firme para servir como fuente de información para la identificación de competencias clave y el fortalecimiento de las encuestas internacionales que miden el nivel de competencia de jóvenes y adultos. En el 2003 la OCDE publicó sus conclusiones, uno de los trabajos más relevantes en el campo de las competencias, el Proyecto DeSeCo: *Definición y selección de competencias: los fenómenos teóricos y conceptuales*. En este proyecto se define la competencia como la:

“Capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz”.

En 2005 la Unión Europea hace una propuesta de *Recomendación sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente* a los países miembros. En ella se define la **competencia** como una:

“Combinación de destrezas, conocimientos y actitudes adecuadas al contexto”.
(Anexo 1 pp.15)

Y las **competencias clave** o básicas como:

“aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo. Estas deberían haber sido desarrolladas para el final de la vida adulta y deberían seguir desarrollándose, manteniéndose y actualizándose, como parte de un aprendizaje a lo largo de la vida.” (Anexo 1 pp.15)

El currículum vigente de nuestro sistema educativo, actualmente se basa en las competencias básicas:

“La necesidad de plantear como finalidad educativa la mejora de las capacidades de las personas para poder actuar adecuadamente y con eficacia hace que sea imprescindible centrar el currículum en las competencias básicas.”
(Decreto 143/2007 DOGC núm. 4915)

Goñi (2009) sintetiza estas definiciones de forma clara y concisa afirmando que competencia es: *“uso eficiente y responsable del conocimiento para hacer frente a situaciones problemáticas relevantes”* (pp.36). Es decir, conocimiento es lo que se sabe y competencia saber aplicar lo que se sabe.

Los individuos necesitan de un amplio rango de competencias para enfrentar los complejos desafíos del mundo de hoy, pero producir listas muy largas de todo lo que pueden necesitar hacer en diversos contextos en determinado momento de sus vidas

sería de un valor práctico muy limitado. A través del proyecto DeSeCo, la OCDE ha colaborado con un amplio rango de académicos, expertos e instituciones para identificar un conjunto pequeño de competencias clave, que tengan áreas múltiples de utilidad y sean necesarias para todos.

Según la OCDE, las competencias clave para el aprendizaje permanente son ocho:

1. comunicación en la lengua materna;
2. comunicación en lenguas extranjeras;
3. competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología;
4. competencia digital;
5. aprender a aprender;
6. competencias interpersonales, interculturales y sociales, y competencia cívica;
7. espíritu de empresa, y
8. expresión cultural.

En el marco de la propuesta realizada por la Unión Europea, el *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria* de nuestro país, también se han identificado ocho competencias básicas, agrupadas de la siguiente forma:

- Competencias transversales:

Las competencias comunicativas:

1. Competencia en comunicación lingüística.
2. Competencia matemática.

Las competencias metodológicas:

3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
4. Tratamiento de la información y competencia digital.
5. Competencia social y ciudadana.

Las competencias personales:

6. Competencia cultural y artística.

- Competencias específicas centradas en convivir y habitar el mundo:

7. Competencia para aprender a aprender.
8. Autonomía e iniciativa personal.

Veamos a continuación con más detalle, qué se entiende por competencia matemática y las características de esta ya que es la competencia básica en la cual se centra nuestro estudio.

4.5.2. Competencia matemática

En la actualidad y en el futuro inmediato, todos los países necesitan ciudadanos competentes en matemáticas, capaces de enfrentarse a una sociedad compleja y rápidamente cambiante. La información accesible ha ido creciendo de manera exponencial y los ciudadanos tienen que ser capaces de decidir cómo tratar esta información.

El no saber utilizar las nociones matemáticas puede llevar a adoptar decisiones confusas en la vida personal, a creer más fácilmente en las pseudociencias y a tomar decisiones poco informadas en la vida profesional y social.

Un ciudadano con competencia matemática se da cuenta de lo rápido que se produce los cambios y de la consiguiente necesidad de ir aprendiendo a lo largo de toda la vida. Adaptarse a estos cambios de una manera creativa, flexible y práctica es una condición necesaria para tener éxito como ciudadano. Por eso, una de las competencias básicas que actualmente consideran todas las instituciones educativas, es la competencia matemática.

A continuación se muestran algunas de las definiciones que se le han dado a esta competencia:

Paulo Abrantes ha sido uno de los pioneros en reflexionar sobre las competencias y las matemáticas. A mediados de la década del 90, impulsa el proyecto MAT789 (Abrantes, 1994), cuyo propósito era potenciar capacidades en los alumnos para resolver situaciones inherentes a la vida diaria. Este proyecto estimuló que Abrantes diseñara una propuesta curricular en matemáticas (Currículo Nacional do Ensino Básico, 2001).

El currículo portugués adoptó el concepto de competencia como uso de conocimiento, dando énfasis en la integración de conocimiento, procedimientos y actitudes. Se proponen las siguientes competencias esenciales:

- Conocer, en un adecuado nivel, ideas fundamentales y métodos de las matemáticas, y valorar las matemáticas.
- Desarrollar la capacidad de usar las matemáticas para resolver problemas, razonar y comunicar tan bien como tener confianza para hacerlas.

Mogen Niss (1999, 2002) es otro de los precursores en la competencia matemática. Según este autor, la competencia matemática es la:

“Habilidad para entender, juzgar, hacer y usar las Matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra-matemáticos en los que las matemáticas juegan o podrían jugar su papel.” (Mogen Niss, 1999)

Niss elabora una propuesta de “ocho competencias matemáticas” que se deben considerar en la educación matemática escolar. Las ocho competencias fueron adaptadas por el proyecto KOM (KOM: Competencias y Aprendizaje de las Matemáticas, 2002) que fue iniciado por el Ministerio de Educación de Dinamarca donde el director del proyecto era él mismo, y posteriormente también las adaptó el proyecto PISA aunque bajo el nombre de procesos matemáticos.

Las competencias matemáticas que según Niss se deben considerar en la educación matemática escolar son:

1. Pensar matemáticamente: Incluye las cuatro capacidades siguientes:

- Proponer cuestiones propias de las Matemáticas y conocer los tipos de respuestas que las Matemáticas pueden ofrecer a dichas cuestiones.
- Entender la extensión y las limitaciones de los conceptos matemáticos y saber utilizarlos.
- Ampliar la extensión de un concepto mediante la abstracción de sus propiedades, generalizando los resultados a un conjunto más amplio de objetos.
- Distinguir entre distintos tipos de enunciados matemáticos (condicionales, definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, etc.).

2. Plantear y resolver problemas matemáticos: Incluye las dos capacidades siguientes:

- Identificar, definir y plantear diferentes tipos de problemas matemáticos (teóricos, prácticos, abiertos, cerrados).
- Resolver diferentes tipos de problemas matemáticos (teóricos, prácticos, abiertos, cerrados), planteados por otros o por uno mismo, a ser posible utilizando distintos procedimientos.

3. Modelar matemáticamente: Incluye las tres capacidades siguientes:

- Analizar los fundamentos y propiedades de modelos existentes.
- Traducir e interpretar los elementos del modelo en términos del mundo real.
- Diseñar modelos matemáticos [Estructurar la realidad, matematizar, validar el modelo, comunicar acerca del modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones, controlar el proceso de modelización)].

4. Argumentar matemáticamente: Incluye las cuatro capacidades siguientes:

- Seguir y evaluar cadenas de argumentos propuestas por otros.
- Conocer lo que es una demostración matemática y en qué difiere de otros tipos de razonamientos matemáticos.
- Descubrir las ideas básicas de una demostración.
- Diseñar argumentos matemáticos formales e informales y transformar los argumentos heurísticos en demostraciones válidas.

5. Representar entidades matemáticas (objetos y situaciones): Incluye las tres capacidades siguientes:

- Entender y utilizar diferentes clases de representaciones de objetos matemáticos, fenómenos y situaciones.
- Utilizar y entender la relación entre diferentes representaciones de una misma entidad.
- Escoger entre varias representaciones de acuerdo con la situación y el propósito.

6. Utilizar los símbolos matemáticos: Incluye las cuatro capacidades siguientes:

- Interpretar el lenguaje simbólico y formal de las Matemáticas y entender su relación con el lenguaje natural.
- Entender la naturaleza y las reglas de los sistemas matemáticos formales (sintaxis y semántica).
- Traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico y formal.
- Trabajar con expresiones simbólicas y fórmulas.

7. Comunicarse con las matemáticas y comunicar sobre matemáticas: Incluye las dos capacidades siguientes:

- Entender textos escritos, visuales u orales sobre temas de contenido matemático.
- Expresarse en forma oral, visual o escrita sobre temas matemáticos, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica.

8. Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías): Incluye las dos capacidades siguientes:

- Conocer la existencia y propiedades de diversas herramientas y ayudas para la actividad matemática, su alcance y sus limitaciones.
- Usar de modo reflexivo tales ayudas y herramientas.

Para la elaboración del sector de matemáticas de **PISA**, participó un equipo internacional de expertos en Educación Matemática. Este equipo, con una tendencia enmarcada en la “Matemática Realista” de Hans Freudenthal (1905-1990), propone un marco teórico para PISA que integra el marco trabajado por De Lange (1999)⁸ y las competencias de Niss. De este trabajo surge la noción de *mathematical literacy*, traducido al castellano como *alfabetización matemática*; sin embargo, en los documentos de PISA en versión castellana se ha traducido como *Competencia Matemática*.

Para el equipo PISA, el término *competencia matemática* se ha elegido con el fin de hacer hincapié en el carácter funcional del conocimiento matemático y en la posibilidad

⁸ Citado en PISA 2003.

de aplicarlo de forma variada, reflexiva y perspicaz a una multiplicidad de situaciones de los más diversos tipos. Para que dicho uso sea posible y viable se requiere un considerable volumen de conocimientos y habilidades matemáticas fundamentales y, como es natural, dichas habilidades forman parte de la definición de competencia que considera este equipo.

Basándose en la definición de Niss, el Proyecto PISA (2000) define por primera vez la *competencia matemática* como:

“la capacidad para identificar, comprender e implicarse en las matemáticas y emitir juicios con fundamento acerca del papel que juegan las matemáticas como elemento necesario para la vida privada, laboral y social, actual y futura de un individuo, como ciudadano constructivo, comprometido y capaz de razonar.”

Pisa, 2000. Pp.13

Posteriormente, en el informe PISA 2003 se modificó un poco esta definición. Al ser el proyecto PISA el marco de referencia de este trabajo a la hora de confeccionar las pruebas, será la definición que tomaremos en cuenta para nuestro posterior análisis de resultados. Según este informe, y en los posteriores informes del estudio PISA, se entiende la *competencia matemática* o *alfabetización matemática* como:

“La capacidad de identificar y comprender el rol que las matemáticas juegan en el mundo, hacer juicios bien fundamentados y usar y comprometerse con las matemáticas de formas que se logren satisfacer las necesidades de la vida propia como ciudadano constructivo, preocupado y reflexivo.” Proyecto PISA 2003, pp.28

Según este informe, el término *mundo* significa el entorno natural, social y cultural en que habita el individuo. La expresión *utilizar y participar* se aplica para abarcar el uso de las matemáticas y la resolución de problemas matemáticos. Conlleva también una implicación personal al *comunicar, relacionar, evaluar* e incluso *apreciar* las matemáticas y *disfrutar* con ellas. De este modo, la definición de competencia matemática engloba el uso funcional de las matemáticas en sentido estricto, así como la preparación para poder seguir estudiándolas, y los elementos estéticos y de esparcimiento de las matemáticas. La expresión *“su vida”* incluye su vida privada,

laboral y social con sus compañeros y familiares, así como su vida como ciudadano dentro de una comunidad.

Una capacidad fundamental que comporta esta noción de competencia matemática es la aptitud para plantear, formular, resolver e interpretar problemas a través de las matemáticas en diferentes situaciones y contextos. También es importante destacar que la definición no hace exclusivamente referencia a los conocimientos matemáticos mínimos exigibles, sino también a la realización y utilización de las matemáticas en situaciones que varían entre lo diario y lo inusual, entre lo simple y lo complejo.

Otra observación es que las actitudes y emociones relacionadas con las matemáticas, tales como la confianza en uno mismo, la curiosidad, la percepción de su interés e importancia y el deseo de hacer o comprender las cosas, no forman parte de la definición de competencia matemática, pero, no obstante, contribuyen a ella. En principio, se puede tener competencia matemática sin necesidad de albergar tales actitudes y emociones. No obstante, en la práctica, no es probable que alguien pueda ejercer y llevar a la práctica tal competencia si no cuenta con cierto grado de confianza en sí mismo, curiosidad, percepción de su interés e importancia y el deseo de hacer o comprender cosas que incluyan componentes matemáticos.

Otras definiciones que podemos encontrar al término de *competencia matemática* son las dadas por la OCDE en su proyecto DeSeCo o la de nuestro sistema educativo.

Según la **OCDE**, se entiende por competencia matemática:

“La habilidad para utilizar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y fracciones en el cálculo mental o escrito con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas.” Recomendación del parlamento europeo y del consejo sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente, 2005. pp.17, Anexo1.

Según este informe, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos. La competencia matemática entraña —en distintos grados— la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas).

Las capacidades necesarias en el ámbito de las matemáticas incluyen un buen conocimiento de los números, las medidas y las estructuras, así como de las operaciones básicas y las representaciones matemáticas básicas, y la comprensión de los términos y conceptos matemáticos y de las preguntas a las que las matemáticas pueden dar respuesta.

Las personas deberían contar con las capacidades necesarias para aplicar los principios y los procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas de la vida privada y profesional, así como para seguir y evaluar cadenas argumentales. Deberían ser capaces de razonar matemáticamente, comprender una demostración matemática y comunicarse en el lenguaje matemático, así como de utilizar las herramientas de ayuda adecuadas.

Por último, en este informe, marcan como una actitud positiva que se debería tener en matemáticas el respeto de la verdad y la voluntad de encontrar argumentos y evaluar su validez.

Veamos ahora qué entiende por Competencia matemática la **Ley Orgánica de Educación** de nuestro país:

“Habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.”

Decreto 143/2007 DOGC núm. 4915. Pp. 686.

Según esta misma ley, forma parte de la competencia matemática la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorece la participación efectiva en la vida social.

Asimismo esta competencia implica el conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana, y la puesta en práctica de procesos de razonamiento que llevan a la solución de los problemas o a

la obtención de información. Estos procesos permiten aplicar esa información a una mayor variedad de situaciones y contextos, seguir cadenas argumentales identificando las ideas fundamentales, y estimar y enjuiciar la lógica y validez de argumentaciones e informaciones. En consecuencia, la competencia matemática supone la habilidad para seguir determinados procesos de pensamiento (como la inducción y la deducción, entre otros) y aplicar algunos algoritmos de cálculo o elementos de la lógica, lo que conduce a identificar la validez de los razonamientos y a valorar el grado de certeza asociado a los resultados derivados de los razonamientos válidos.

La competencia matemática implica una disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones (problemas, incógnitas, etc.), que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento.

Esta competencia cobra realidad y sentido en la medida que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan. Tal como apunta Goñi (2009), no podemos centrarnos en la “*competencia académica en Matemáticas*” (enseñar matemáticas para usarlas en contextos matemáticos), para desarrollar la competencia matemática, se deben utilizar otros posibles contextos de uso del conocimiento matemático (personal-familiar, social, profesional y escolar) que sirvan para desarrollar otras funciones sociales y para ser un ciudadano culto y comprometido, no sólo para ser un buen científico o matemático.

Por lo tanto, la identificación de tales situaciones, la aplicación de estrategias de resolución de problemas, y la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible están incluidas en esta competencia. En definitiva, la posibilidad real de utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible. Por ello, su desarrollo en la educación obligatoria se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana.

El desarrollo de la competencia matemática al final de la educación obligatoria, conlleva utilizar espontáneamente -en los ámbitos personal y social- los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información, para resolver

problemas provenientes de situaciones cotidianas y para tomar decisiones. En definitiva, supone aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad.

4.6. Las pruebas PISA

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) de la OCDE representa un esfuerzo de colaboración entre los países miembros de la OCDE para medir el grado en que los estudiantes de 15 años –por lo tanto, aproximadamente al final de la escolaridad obligatoria- están preparados para enfrentarse a los desafíos de las sociedades de hoy en día. Combina la evaluación de áreas de conocimiento específicas como la lectura, las matemáticas y las ciencias con la de determinadas áreas transcurriculares que también constituyen una prioridad en los países de la OCDE. Estas áreas se estudian mediante una evaluación del aprendizaje autorregulado y las tecnologías de la información, que se complementa en el año 2003 con una evaluación de la competencia para solucionar problemas. Los resultados se asocian posteriormente con la información de contexto de los estudiantes, familias e instituciones, recogida a través de los cuestionarios.

Este estudio se ha aplicado en 43 países en el primer ciclo (32 en el año 2000 y 11 en el 2002), 42 países en el segundo ciclo (2003) y 56 países en el tercer ciclo (2006). En cada país, por término medio, fueron sometidos a las pruebas de evaluación entre 4.500 y 10.000 alumnos de al menos 150 centros docentes, lo que aporta una muestra suficiente a partir de la cual se pueden desglosar los resultados de acuerdo a una serie de características e indicadores de los alumnos.

El principal objetivo de la evaluación PISA es determinar en qué medida los jóvenes han adquirido esa amplia gama de conocimientos y habilidades en las áreas de las

competencias lectora, matemática y científica que les permitirá desenvolverse en la vida adulta.

En nuestro estudio, para evaluar cuales son las posibles dificultades que tiene el alumnado recién llegado ecuatoriano sobre la resolución de problemas, como ya se ha dicho en varias ocasiones, hemos tomado como marco de referencia el proyecto PISA. Este marco nos ha servido tanto a lo que se refiere al concepto de competencia matemática como a la tipología de los problemas matemáticos que se han escogido para las pruebas de los alumnos. Hemos creído oportuno centrarnos en este tipo de problemas por estar basados en situaciones de la vida real (contribuyendo a adquirir la competencia matemática) y porque no se basan en los contenidos específicos de ningún sistema educativo en particular, lo cual impediría una comparación entre alumnos de distintas nacionalidades. Además, de esta manera, se ha podido contrastar los resultados de este estudio con los que se han desarrollado en la UE.

La evaluación PISA proporciona tres tipos principales de resultados:

- Indicadores básicos, que proporcionan un perfil base de los conocimientos y las habilidades de los estudiantes.
- Indicadores contextuales, que muestran la relación que guardan dichas habilidades con las principales variables demográficas, sociales, económicas y educativas.
- Indicadores de tendencias, que se derivan del carácter continuo de la recogida de datos y muestran los cambios en los niveles y en la distribución de los resultados, así como en las relaciones entre las variables contextuales y los rendimientos, tanto a nivel del alumnado como a nivel de los centros de enseñanza.

Los resultados de estos indicadores son los que nosotros tendremos en cuenta para el análisis de los resultados y conclusiones de nuestro estudio.

4.6.1. Definición y organización del área de matemáticas

El marco conceptual de matemáticas del proyecto PISA proporciona la base y la descripción de una evaluación que determine en qué medida los estudiantes de 15 años son capaces de manejar las matemáticas de una manera bien fundada al hacer frente a problemas del mundo real. O, en términos más generales, una evaluación del grado de *alfabetización matemática* (Mathematical Literacy) de los estudiantes de 15 años. Dicha alfabetización o competencia matemática general, como ya se ha dicho, se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones. Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante está matemáticamente alfabetizado o letrado, es decir, se encuentra suficientemente capacitado para enfrentarse a problemas cotidianos variados por medio de las matemáticas.

Tal como señala Rico (2007) el informe recuerda que, para los individuos, las matemáticas pueden suponer la extensión con la que disponen sus conocimientos matemáticos pero también la amplitud con la que pueden activar los conocimientos y destrezas matemáticas para resolver problemas, principalmente en situaciones de la vida real. El estudio PISA apuesta por entender las matemáticas como conjunto de procesos que proporcionan respuesta a problemas. La concepción en que se sustenta considera que las matemáticas escolares deben priorizar las *tareas de encontrar* (*problemata*), sobre las *tareas de probar* (*teoremata*).

Aunque la adquisición de conocimientos específicos es importante durante el período escolar, la aplicación de este conocimiento en la vida adulta depende de manera decisiva de la adquisición de unas destrezas y nociones más amplias. En matemáticas, cuando se trata de aplicarlas a las situaciones de la vida diaria, es más importante la capacidad del alumno para establecer un razonamiento cuantitativo y representar relaciones o interdependencias que saber responder a las preguntas típicas de los libros de texto. Así pues, el área de matemáticas se ocupa de la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar ideas de un modo efectivo, al plantear, formular, resolver e interpretar problemas matemáticos en diferentes situaciones del mundo real, de modo que va más allá de los casos y problemas que se plantean generalmente en las aulas.

Para describir más claramente el área de conocimiento evaluada deben distinguirse tres elementos:

- las *situaciones o contextos* en que se sitúan los problemas;
- el *contenido matemático* del que hay que valerse para resolver los problemas, organizado según ciertas *ideas* principales; y, sobre todo,
- las *competencias* que deben activarse para vincular el mundo real en el que se generan los problemas con las matemáticas, y, por lo tanto, para resolver los problemas.

Estos elementos están representados de manera gráfica en el siguiente cuadro:

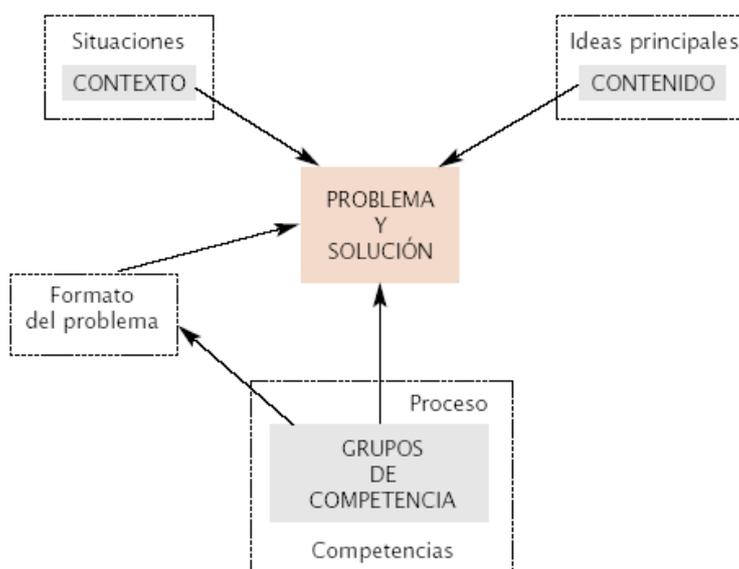


Figura 4.5. Los elementos del área de conocimiento de matemáticas (PISA 2003)

En los siguientes apartados se explican detalladamente cada uno de estos elementos que determinarán la clasificación de los problemas del estudio PISA y por lo tanto también de nuestro estudio.

4.6.2. Las situaciones o contextos

Un aspecto importante de la competencia matemática lo constituye el involucrarse en las matemáticas, es decir, ejercitar y utilizar las matemáticas en una amplia variedad

de situaciones. Se ha reconocido, en efecto, que al resolver un individuo asuntos susceptibles de tratamiento matemático, las representaciones y los métodos que escoge a menudo dependen de las situaciones en las que se presentan los problemas.

La situación es la parte del mundo del estudiante en la que se localizan los ejercicios que se le plantean. Se sitúa a una distancia diversa del estudiante mismo. Dentro de la evaluación OCDE/PISA, la situación más cercana es la vida personal del estudiante. Luego se sitúan la vida escolar, la vida laboral y el ocio, seguidas de la vida en la comunidad local y la sociedad tal y como se presentan en la vida diaria. A mucha distancia de todas ellas están las situaciones de tipo científico. Para los problemas que se presentan en el proyecto PISA, se definen y utilizan cuatro tipos de situaciones: *personal, educacional/profesional, pública y científica*.

- Las *situaciones personales* están relacionadas con las actividades diarias de los alumnos. Se refieren a la forma en que un problema matemático afecta inmediatamente al individuo y al modo en que el individuo percibe el contexto del problema.
- Las *situaciones educativas o laborales* las encuentra el alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo. Se refieren al modo en que el centro escolar o el lugar de trabajo proponen al alumno una tarea que le impone una actividad matemática para encontrar su respuesta.
- Las *situaciones públicas* se refieren a la comunidad local u otra más amplia, con la cual los estudiantes observen un aspecto determinado de su entorno. Requieren que los alumnos activen su comprensión, conocimiento y habilidades matemáticas para evaluar los aspectos de una situación externa con repercusiones importantes en la vida pública.
- Finalmente, las *situaciones científicas* son más abstractas y pueden implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático.

El contexto de un ejercicio lo constituye el modo concreto en que ésta se presenta dentro de una situación. Engloba los elementos específicos utilizados en el enunciado del problema que el ejercicio plantea.

La situación y el contexto de un problema también puede considerarse en términos de la distancia entre el problema y las matemáticas implicadas. Si un ejercicio hace referencia únicamente a estructuras, símbolos y objetos matemáticos y no alude a cuestiones ajenas al universo matemático, el contexto del ejercicio se considera intra-matemático y dicho ejercicio se clasifica dentro de la clase de situación “científica”. El proyecto PISA incluye una variedad limitada de este tipo de ejercicios y en ellos se hace explícito el estrecho vínculo entre el problema y las matemáticas que subyacen en él.

De manera más típica, los problemas que aparecen en la experiencia del día a día del estudiante no se plantean en términos matemáticos explícitos, sino que hacen referencia a objetos del mundo real. Los contenidos de estos ejercicios se denominan extra-matemáticos y, entonces, el estudiante debe traducir estos contextos de los problemas a una formulación matemática.

Por lo general, el proyecto PISA hace hincapié en las tareas que pueden encontrarse en una situación real y que poseen un contexto auténtico para el uso de las matemáticas de un modo que influya en la solución y en su interpretación. Téngase en cuenta que esto no descarta la utilización de ejercicios con un contexto hipotético, siempre y cuando el contexto presente algunos elementos reales, no se encuentre demasiado alejado de una situación del mundo real y en el cual la utilización de las matemáticas pueda resultar auténtica para resolver el problema.

En resumen, el proyecto PISA otorga la mayor importancia a aquellas tareas que podrían encontrarse en diferentes situaciones reales y que poseen un contexto en el que el uso de las matemáticas para resolver el problema sería auténtico. Los problemas con contextos extra-matemáticos que influyen en la solución y en la interpretación se consideran preferentemente como un vehículo para evaluar la competencia matemática, porque estos problemas se asemejan mayoritariamente a los que se presentan en la vida diaria.

4.6.3. El contenido matemático

Los conceptos, estructuras e ideas matemáticas se han inventado como herramientas para organizar los fenómenos del mundo natural, social y mental. En las escuelas, el currículum de matemáticas se ha organizado de una manera lógica alrededor de las diferentes líneas de contenido (p. ej., aritmética, álgebra, geometría) y sus temas subordinados, que reflejan las ramas históricamente establecidas del pensamiento matemático y que facilitan el desarrollo de un plan de estudios estructurado. No obstante, en el mundo real, los fenómenos susceptibles de un tratamiento matemático no aparecen organizados de un modo tan lógico. Por lo general, los problemas no aparecen en contextos y maneras que permitan su comprensión y solución a través de la aplicación del conocimiento de una única área.

Dado que el objetivo del proyecto PISA es evaluar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas reales, la estrategia ha consistido en definir el ámbito de los contenidos que se iban a evaluar utilizando un enfoque fenomenológico para describir los conceptos, estructuras e ideas matemáticas. Ello significa describir los contenidos en relación a los fenómenos y los tipos de problemas para los que se han creado, surgieron, es decir, organizar los contenidos atendiendo a grandes áreas temáticas (Freudenthal, 1973)⁹. Este enfoque garantiza una atención de la evaluación que concuerda con la definición del área de conocimiento y que abarca un ámbito de contenidos que incluye todo aquello que normalmente aparece en otras evaluaciones matemáticas y en los currículos de matemáticas de los diferentes países.

En el proyecto PISA 2003 se utiliza la siguiente lista de ideas principales para adaptarse a los requisitos del desarrollo histórico, la cobertura del área y la plasmación de las líneas principales del currículum escolar: *cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre*.

- ***Cantidad***: Esta idea principal se centra en la necesidad de cuantificar para organizar el mundo. Las características importantes engloban la comprensión del tamaño relativo, el reconocimiento de las regularidades numéricas y la utilización de los números para representar cantidades y atributos cuantificables de los objetos del mundo real (recuentos y medidas). Además, la

⁹ Citado en Rico, 2006.

cantidad tiene que ver con el procesamiento y comprensión de los números que de diferentes maneras se nos presentan.

- *Espacio y forma*: Las regularidades geométricas se encuentran en todas partes: casas, edificios de oficinas, puentes, estrellas de mar, copos de nieve, callejeros, hojas de trébol, cristales y sombras. El estudio de la forma y las construcciones exige buscar similitudes y diferencias al analizar los componentes formales y al reconocer las formas en diferentes representaciones y diferentes dimensiones. El estudio de las formas está estrechamente vinculado al concepto de *percepción espacial*. Esto comporta aprender a reconocer, explorar y conquistar, para vivir, respirar y movernos con mayor conocimiento en el espacio en que vivimos (Freudenthal, 1973). Para conseguirlo es preciso comprender las propiedades de los objetos y sus posiciones relativas. Debemos ser conscientes de cómo vemos las cosas y de por qué las vemos de ese modo. Debemos aprender a orientarnos por el espacio y a través de las construcciones y formas.
- *Cambio y relaciones*: Cualquier fenómeno natural constituye una manifestación de cambio; el mundo que nos rodea presenta una gran cantidad de relaciones temporales y permanentes entre los diferentes fenómenos. Algunos de estos procesos de cambio comportan funciones matemáticas simples y pueden describirse o modelarse mediante ellas. No obstante, muchas relaciones pertenecen a categorías diferentes y, a menudo, el análisis de los datos resulta esencial para determinar qué tipo de relación se produce. A menudo las relaciones matemáticas adoptan la forma de ecuaciones o desigualdades, pero también pueden darse relaciones de una naturaleza más general (p. ej., equivalencia, divisibilidad o inclusión, entre otras). La traducción entre las diferentes representaciones tiene a menudo una importancia fundamental a la hora de ocuparse de diversas situaciones y tareas.
- *Incertidumbre*: La actual “sociedad de la información” proporciona un gran número de informaciones que a menudo se presentan como precisas, científicas y en diverso grado ciertas. No obstante, en la vida diaria nos enfrentamos a resultados de elecciones inciertos, puentes que desmoronan, caídas de la bolsa, predicciones del tiempo poco fidedignas, predicciones desafortunadas del crecimiento de la población, modelos económicos que no funcionan bien y muchas otras demostraciones de la incertidumbre del mundo

en que vivimos. La *incertidumbre* está pensada para sugerir dos temas relacionados: los datos y el azar. Estos dos fenómenos son objeto de estudio matemático por parte de la estadística y de la probabilidad, respectivamente.

El conjunto de las cuatro áreas de contenido contribuye a vincular los ítems con los campos tradicionales del currículo de matemáticas y abarca la diversidad de necesidades matemáticas de los alumnos de 15 años en su preparación como ciudadanos.

4.6.4. Las competencias o procesos matemáticos

Un individuo que deba participar con éxito en la *matematización* en una gran variedad de situaciones, contextos intra y extra-matemáticos e ideas principales necesita poseer un número suficiente de competencias matemáticas que, juntas, puedan ser consideradas como una competencia matemática comprensiva. Cada una de estas competencias puede dominarse a diferentes niveles. Las distintas partes de la *matematización* se sirven de manera diferente de estas competencias, tanto en lo que se refiere a las competencias individuales como en relación con el nivel de dominio necesario. Para identificar y examinar estas competencias, el proyecto PISA ha decidido utilizar ocho competencias matemáticas características o *procesos* que se basan en su forma actual en el trabajo de Niss (1999) tal como ya se ha apuntado anteriormente en el apartado de competencia matemática:

1. Pensar y razonar: Formular preguntas características de las matemáticas («Hay...?», «En ese caso, ¿cuántos?», «Cómo puedo hallar...»); conocer los tipos de respuestas que dan las matemáticas a esas preguntas; diferenciar entre los diferentes tipos de afirmaciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, aseveraciones condicionadas); y entender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados.
2. Argumentar: Saber lo que son las demostraciones matemáticas y en qué se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático; seguir y valorar el encadenamiento de argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener un sentido heurístico («¿Qué puede o no puede pasar y por qué?»); y crear y plasmar argumentos matemáticos.

3. Comunicar: Esto comporta saber expresarse de diferentes maneras, tanto oralmente como por escrito, sobre temas de contenido matemático y entender las afirmaciones orales y escritas de terceras personas sobre dichos temas.
4. Modelar: Estructurar el campo o situación que se quiere modelar; traducir la realidad a estructuras matemáticas; interpretar los modelos matemáticos en términos de “realidad”; trabajar con un modelo matemático; validar el modelo; reflexionar, analizar y criticar un modelo y sus resultados; comunicar opiniones sobre el modelo y sus resultados (incluyendo las limitaciones de tales resultados); y supervisar y controlar el proceso de construcción de modelos.
5. Plantear y resolver problemas: Representar, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (por ejemplo, “puro”, “aplicado”, “abierto” y “cerrado”); y la resolución de diferentes tipos de problemas matemáticos de diversas maneras.
6. Representar: Descodificar y codificar, traducir, interpretar y diferenciar entre las diversas formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y las interrelaciones entre las varias representaciones; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación dependiendo de la situación y el propósito.
7. Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones: Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico y comprender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico/ formal; manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y formulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.
8. Emplear soportes y herramientas: Tener conocimientos y ser capaz de utilizar diferentes soportes y herramientas (entre ellas, herramientas de las tecnologías de la información) que pueden ayudar en la actividad matemática; y conocer sus limitaciones.

Conviene observar que las cuatro primeras tienen que ver con la habilidad de preguntar y contestar las preguntas en y con las matemáticas, en cambio, las cuatro

últimas tienen relación con la destreza o habilidad en el manejo del lenguaje matemático y de las herramientas matemáticas.

La intención del proyecto PISA no consiste en desarrollar preguntas de prueba que evalúen las competencias arriba mencionadas por separado. Dichas competencias se entremezclan y a menudo es necesario, al ejercitar las matemáticas, recurrir al mismo tiempo a muchas competencias, de manera que el intentar evaluar las competencias por separado resultaría por lo general una tarea artificial y una compartimentación innecesaria del área. Las diferentes competencias que presenten los alumnos variarán considerablemente de una persona a otra. Esto es en parte así debido a que todo el aprendizaje tiene lugar a través de experiencias, y «la elaboración del conocimiento propio tiene lugar a través de los procesos de interacción, negociación y colaboración» (De Corte, Greer y Verschaffel, 1996, pág. 510, citado en PISA 2003).

Por esta razón, consideran oportuno definir una serie de grupos de capacidades basados en el tipo de exigencias cognitivas que se requieren para resolver los distintos tipos de problemas matemáticos: grupo de *reproducción*, grupo de *conexiones* y el grupo de *reflexión*. En cada grupo se tratan distintas formas de interpretar cada una de las ocho capacidades descritas anteriormente. A continuación se explican las características básicas de estos tres grupos de capacidades:

- *El grupo de reproducción*: Las capacidades de este grupo comportan básicamente la reproducción de conocimientos que ya han sido practicados. Incluyen, por lo tanto, los tipos de conocimiento que suelen practicarse en las evaluaciones estándar y en las pruebas escolares. Entre estas capacidades se cuentan el conocimiento de los hechos y de las representaciones de problemas más comunes, la identificación de equivalentes, el recuerdo de objetos y propiedades matemáticas conocidas, la utilización de procesos rutinarios, la aplicación de algoritmos y habilidades técnicas estándar, el manejo de expresiones que contienen símbolos y fórmulas conocidas o estandarizadas y la realización de operaciones sencillas.
- *El grupo de conexiones*: Las capacidades del grupo de *conexiones* se cimentan sobre la base que proporcionan las capacidades del grupo de *reproducción*, pero abordan ya problemas cuyas situaciones no son rutinarias, aunque sigan presentándose en unos marcos familiares o casi familiares. Normalmente, los

ejercicios de evaluación de este grupo requieren que se dé algún tipo de prueba de que se ha realizado una integración y conexión del material perteneciente a las diferentes ideas clave o a las diversas líneas curriculares, o que se han vinculado diferentes modos de representar un problema. Los ejercicios de evaluación que miden el grupo de conexiones pueden definirse mediante los siguientes descriptores clave: integración, conexión y ampliación moderada del material practicado.

- El grupo de reflexión:*** Las capacidades de este grupo requieren que el alumno aporte un elemento de reflexión sobre los procesos que se necesitan o se emplean en la solución de un problema. Así pues, se relacionan con la capacidad que tienen los estudiantes de plantear estrategias de solución y aplicarlas a unos marcos de problema que contienen más elementos y pueden resultar más «originales» (es decir, menos familiares) que los que se dan en el grupo de *conexiones*. Los ejercicios de evaluación que sirven para medir las capacidades del grupo de reflexión pueden definirse mediante los siguientes descriptores clave: nivel avanzado de razonamiento, argumentación, abstracciones, generalizaciones y construcción de modelos para su aplicación a contextos nuevos.

La figura siguiente resume las diferencias que existen entre los grupos de capacidades:

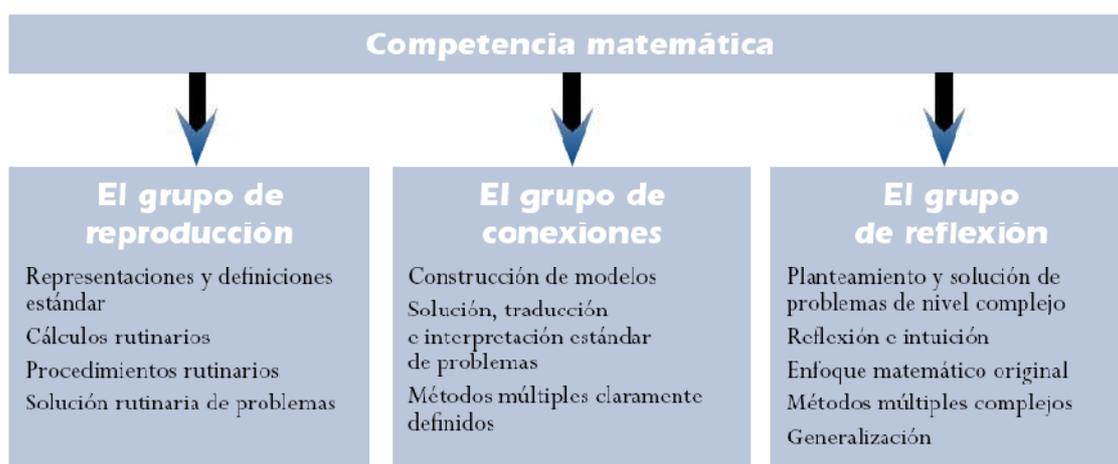


Figura 4.6: Representación gráfica de los grupos de capacidades (PISA 2006, pp. 112)

4.6.5. Variables de proceso

Cada una de las competencias enunciadas admite diferentes niveles de profundidad; las tareas propuestas a los estudiantes plantean diferentes tipos y niveles de demandas cognitivas.

En el ejercicio de caracterizar los ítems en términos de las competencias que ponen en juego, y con ello las capacidades de los alumnos, PISA sugiere otra organización que resulte más operativa para clasificar los ítems en la evaluación PISA. Esta organización es la relativa al nivel de complejidad cognitiva con que se requiere la actuación competente de los estudiantes.

Los expertos del estudio PISA consideran tres niveles de complejidad a la hora de considerar los ítems con los que evaluar las competencias:

El grupo de reproducción: Las competencias de este grupo implican esencialmente a la reproducción del conocimiento estudiado. Incluyen aquellas que se emplean más frecuentemente en las pruebas estandarizadas y en los libros de texto: conocimiento de hechos, representaciones de problemas comunes, reconocimiento de equivalentes, recopilación de propiedades y objetos matemáticos familiares, ejecución de procedimientos rutinarios, aplicación de destrezas técnicas y de algoritmos habituales, el manejo de expresiones con símbolos y fórmulas establecidas y realización de cálculos sencillos.

El grupo de conexión: Las competencias del grupo de conexión se apoyan sobre las del grupo de reproducción, conduciendo a situaciones de solución de problemas que ya no son de mera rutina, pero que aún incluyen escenarios familiares o casi familiares. Plantean mayores exigencias para su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una misma situación, o bien enlazar diferentes aspectos con el fin de alcanzar una solución.

El grupo de reflexión: Este nivel de complejidad moviliza competencias que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos o enlazar conocimientos de distintas procedencias. Las tareas de este nivel requieren competencias más complejas, implican un mayor

número de elementos, exigen generalización y explicación o justificación de los resultados.

El cuadro siguiente ofrece una representación gráfica de los grupos de competencia y resume las diferencias entre ellos.

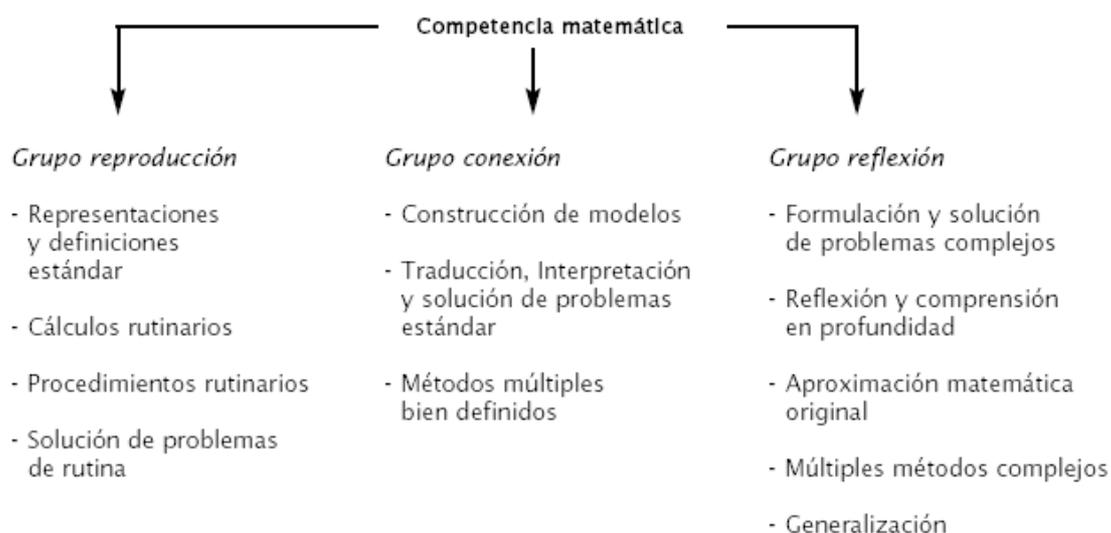


Figura 4.7. Representación sintética de los grupos de competencia (PISA 2003)

Además de las tres variables de tarea mencionadas, en los instrumentos de evaluación de PISA se trabajó con cinco tipos de ejercicios, según el formato de la respuesta:

- Ejercicios de respuesta construida abierta.
- Ejercicios de respuesta construida cerrada.
- Ejercicios de respuesta breve.
- Ejercicios de elección múltiple compleja.
- Ejercicios de elección múltiple.

Todos los ejercicios de las pruebas PISA vienen clasificados según las tres variables anteriores y el formato de respuesta. Esta clasificación será la que se usa en este estudio para clasificar los problemas de las pruebas pasadas a la población de estudio.

4.6.6. Pruebas de solución de problemas

La solución de problemas constituye un objetivo educativo central en los programas escolares de todos los países. Los educadores y encargados de elaborar la política educativa están especialmente preocupados por la competencia de los estudiantes a la hora de resolver problemas en contextos reales. Ello comporta que sean capaces de comprender la información dada, identificar las características más importantes y sus interrelaciones, elaborar o aplicar una representación externa, resolver el problema y evaluar, justificar y comunicar sus soluciones. Los procesos de solución de problemas, entendidos según esta definición, se encuentran a lo largo de todo el currículum, en matemáticas, en ciencias, en ciencias humanas, en ciencias sociales y en muchas otras áreas de contenido. La solución de problemas ofrece una base para el aprendizaje futuro, para una participación efectiva dentro de la sociedad y para la realización de las actividades personales. Por eso en el proyecto PISA 2003, a parte de las pruebas de lectura, de matemáticas y de ciencia, se introduce un nuevo grupo de pruebas basado en la solución de problemas para ver las capacidades e los estudiantes en situaciones del mundo real, que exijan la aplicación de sus conocimientos de lectura, ciencias y matemáticas. Nosotros, en nuestro estudio, también hemos considerado oportuno introducir en la prueba un problema de este grupo.

Según el informe PISA 2003, la *competencia en solución de problemas* se entiende como:

“La capacidad que tiene una persona de emplear los procesos cognitivos para enfrentarse a y resolver situaciones interdisciplinarias reales en las que la vía de solución no resulta obvia de modo inmediato y en las que las áreas de conocimiento o curriculares aplicables no se enmarcan dentro de una única área de matemáticas, ciencias o lectura.” PISA 2003 pp.

En el caso de la resolución de problemas, el estudio PISA organiza esta área de conocimiento según cinco elementos: *los tipos de problemas, el contexto del problema, las disciplinas asociadas, los procesos de solución de problemas y las capacidades de razonamiento.*

Los tipos de problemas:

En la evaluación de la solución de problemas la atención se centra en el proceso y no en el conocimiento. Sin embargo, los procesos no pueden evaluarse si no van vinculados a algún tipo de estructura. Los tres tipos de problemas propuestos proporcionan las estructuras genéricas para poder evaluar los procesos de solución de problemas:

Toma de decisiones: Los problemas de toma de decisiones requieren que se comprenda la información dada, que se identifiquen las limitaciones y alternativas relevantes, que se elaboren o apliquen representaciones externas, que se seleccione la mejor solución de entre varias alternativas y que se evalúe, justifique o comunique la decisión.

Análisis y diseño de sistemas: Los problemas de este grupo requieren que se comprendan las relaciones complejas que se producen entre diferentes variables interdependientes, que se identifiquen sus características fundamentales, que se elabore o aplique una representación dada, que se analice una situación compleja o que se diseñe un sistema para conseguir determinados objetivos. Ello implica normalmente que el alumno compruebe y evalúe su trabajo a medida que va siguiendo los diferentes pasos que conducen a un análisis o diseño.

Tratamiento de disfunciones: Los problemas de tratamiento de disfunciones comportan detectar el problema, proponer una solución y, a veces, llevar a cabo esta solución. En estos ejercicios el estudiante tiene que llegar a entender el funcionamiento de un dispositivo o proceso, identificar los aspectos importantes del ejercicio y crear una representación o aplicar una representación dada.

Estos tres tipos de problemas corresponden a estructuras genéricas de solución de problemas que capturan aspectos importantes del razonamiento analítico propio del día a día y de la vida real, perspectiva buscada por el programa de evaluación. Constituyen una alternativa a las evaluaciones de la lectura, las matemáticas y las ciencias, en las que hay un área de conocimiento bien definida que proporciona la estructura necesaria para delimitar la evaluación.

El contexto del problema:

Este componente trata de ubicar los problemas con relación a la experiencia de los estudiantes en materia de solución de problemas. Los contextos seleccionados deben encontrarse a una cierta distancia de las situaciones escolares y del currículum educativo de los estudiantes. Por consiguiente, los problemas del proyecto PISA 2003 deben emplear contextos *de la vida personal, laboral, del tiempo libre, y de la comunidad y sociedad*. Estos contextos abarcan un continuo que va desde el espacio personal a la conciencia cívica, e incluye contextos tanto curriculares como extracurriculares.

Las disciplinas asociadas:

Para reflejar el acento puesto en la vida real, la solución de problemas de este ciclo PISA engloba una amplia gama de disciplinas, entre ellas las matemáticas, las ciencias, la literatura, las ciencias sociales, la tecnología y el comercio. Como tal, la solución de problemas complementa las áreas de conocimiento principales, matemáticas, ciencias y lectura.

Los procesos de solución de problemas:

¿En qué grado es capaz el alumno de enfrentarse a un problema determinado y avanzar en el camino hacia la solución? ¿Cómo podrá saberse si el estudiante ha comprendido la naturaleza de un problema, ha caracterizado el problema mediante la identificación de variables y relaciones, ha seleccionado y adaptado las representaciones de un problema, ha avanzado hacia una solución, ha reflexionado sobre el trabajo y, por último, ha comunicado los resultados?

El modelo de los procesos de solución de problemas propuesto en el proyecto PISA consta de varios procesos que proporcionan una estructura organizativa para examinar el trabajo del alumno y organizar los ejercicios de evaluación de la solución de problemas. Este proceso ya se ha explicado anteriormente en el apartado de resolución de problemas y consta de las siguientes fases: *comprensión del problema, descripción del problema, representación del problema, resolución del problema, reflexión sobre el problema y transmisión de la solución del problema*.

Las capacidades de razonamiento:

Cada uno de estos procesos de solución de problemas requiere no sólo conocimientos, sino también destrezas o capacidades. Por ejemplo, a la hora de entender la situación de un problema, el alumno puede tener que distinguir entre lo que son hechos y lo que es únicamente una opinión. Para formular una solución, el alumno puede tener que identificar las relaciones entre las variables. Para seleccionar una estrategia, el alumno puede tener que considerar las causas y los efectos. Para comunicar los resultados, el alumno puede tener que organizar la información de manera lógica. Estas acciones precisan a menudo capacidades de razonamiento analítico, cuantitativo, analógico y combinatorio. Estas capacidades o destrezas constituyen las principales competencias implicadas en la solución de problemas.

El razonamiento analítico se caracteriza mediante situaciones en las que el alumno debe aplicar principios de la lógica formal para determinar las condiciones necesarias y suficientes o para determinar si las condiciones y limitaciones que se enuncian en el estímulo del problema implican una relación de causalidad.

El razonamiento cuantitativo se caracteriza mediante situaciones en las que, para resolver un problema dado, el alumno debe aplicar propiedades y procedimientos relativos al sentido numérico y a las operaciones numéricas propias de las matemáticas.

El razonamiento analógico se caracteriza mediante situaciones en las que el alumno debe resolver un problema en un contexto similar al de otro con el cual ya está familiarizado o cuyos elementos de base ya ha resuelto alguna vez. Los parámetros o el contexto del nuevo estímulo han sido modificados, pero los factores inductores o el mecanismo causal son los mismos. El alumno debe poder resolver el nuevo problema interpretándolo a partir de su anterior experiencia con una situación análoga.

El razonamiento combinatorio se caracteriza mediante situaciones en las que el alumno debe examinar diferentes factores, considerar todas sus combinaciones posibles, evaluar las combinaciones relativas a alguna limitación objetiva y realizar una elección entre las combinaciones establecer un orden de prioridad entre ellas.

Gráficamente, los elementos clave que influyen en el área de conocimiento de resolución de problemas del proyecto PISA, se pueden resumir según la siguiente figura:

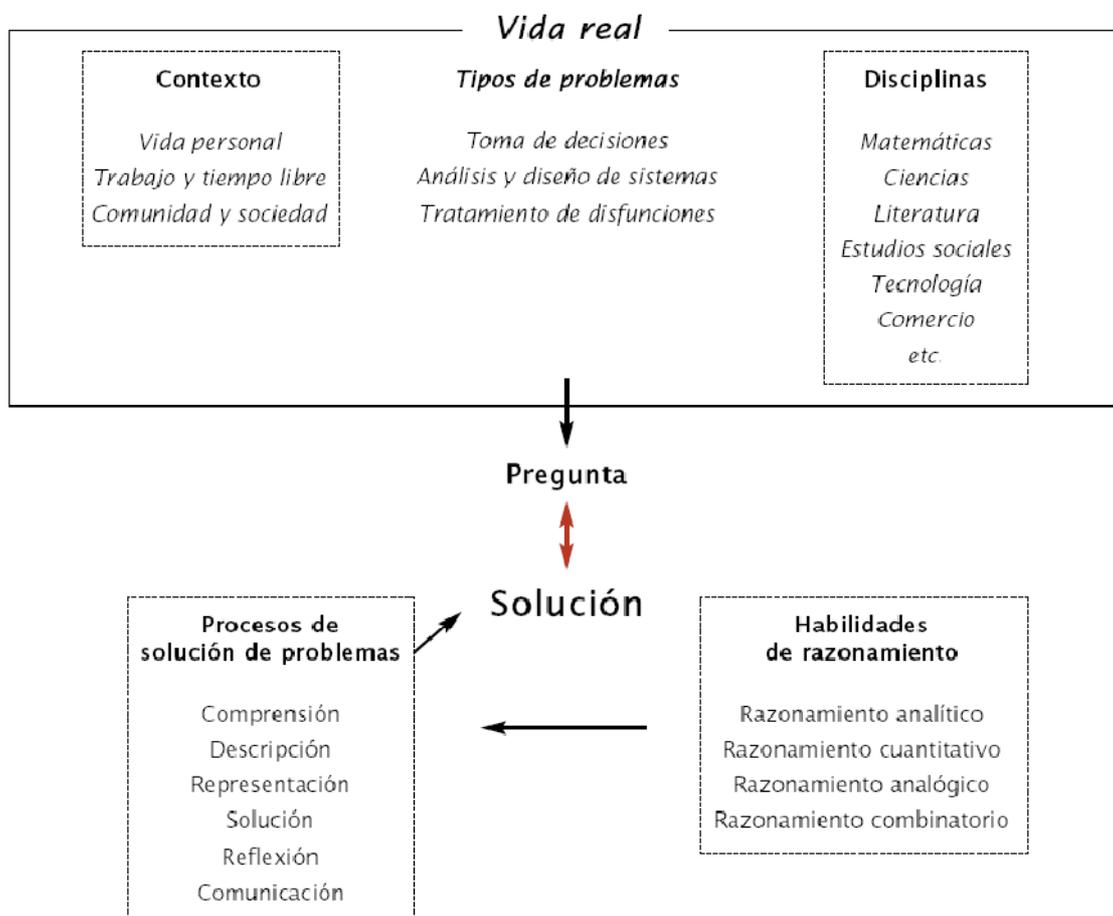


Figura 4.8. Elementos clave del marco conceptual de solución de problemas (PISA 2003)

Por lo tanto, la actividad de solución de problemas es una amalgama de muchos procesos cognitivos diferentes, organizados para alcanzar un determinado objetivo que no podría alcanzarse, al menos de manera obvia, mediante la simple aplicación de un procedimiento, proceso, rutina o algoritmo conocidos y propios de una única área temática.

4.7. Resumen

A lo largo del presente capítulo se ha expuesto el marco teórico de las investigaciones en el entorno de la educación intercultural, de las relaciones entre matemáticas y cultura, cómo influye el déficit del lenguaje en el aprendizaje matemático, el papel que juega la norma en el aula de matemáticas y los aspectos emocionales que pueden afectar a los alumnos recién llegados de otras culturas.

Lo que se ha visto en esta primera parte del capítulo es que, la comunidad científica internacional, en el ámbito de la educación matemática, ha incorporado cada vez más elementos de reflexión multiculturales y se ha ido cuestionando la perspectiva tradicional de la enseñanza de las matemáticas, centrada solamente en la parte cognitiva. Por lo tanto, se ha visto como un gran número de investigadores defienden cada vez más el hecho de que, para asegurar una buena integración del alumnado inmigrante, no sólo debemos trabajar en que estos alumnos aprendan la lengua vehicular del centro, pues hay otros muchos factores que influyen en su proceso de adaptación e integración en el centro educativo en general y en particular, en el aula de matemáticas. Cuando se toman en cuenta estos factores, la investigación reciente desvela que existen diferencias claras entre estudiantes de procedencias culturales distintas.

En este capítulo también se ha hecho un análisis de la literatura existente sobre las fases del proceso de resolución de los problemas, dando una definición de lo que entendemos como problema matemático y se ha hablado de las competencias básicas y la competencia matemática, revisando las distintas definiciones que se han dado a estos conceptos.

Por último, el capítulo acaba con una explicación resumida de las características de las pruebas matemáticas y de solución de problemas del proyecto PISA llevado a cabo por la OCDE y en el cual nos hemos basado para la confección y posterior análisis de las pruebas de nuestra investigación.

Parte III

Metodología, población e instrumentos

- 5.1. Presentación
- 5.2. Metodología
- 5.3. Temporización
- 5.4. Primera etapa de la investigación (Estudio piloto)
 - 5.4.1. Contexto
 - 5.4.2. Población del estudio
 - 5.4.3. Instrumentos utilizados
 - 5.4.4. Categorías para el análisis
- 5.5. Segunda etapa de la investigación (Ecuador)
 - 5.5.1. Contexto
 - 5.5.2. Población del estudio
 - 5.5.3. Instrumentos utilizados
 - 5.5.4. Categorías para el análisis y evaluación
- 5.6. Tercera etapa de la investigación (MigraMat)
 - 5.6.1. Contexto
 - 5.6.2. Población del estudio
 - 5.6.3. Instrumentos utilizados
 - 5.6.4. Categorías para el análisis
- 5.7. Resumen

5.1. Presentación

En este capítulo presentamos el diseño de las metodologías empleadas durante todo el proceso de la investigación con el fin de buscar y organizar datos empíricos que aporten información para lograr nuestros objetivos y responder las cuestiones de investigación planteadas al inicio. Dadas las características del tipo de estudio realizado, ha sido necesario llevar a cabo distintas etapas de investigación.

Cada etapa responde a unos objetivos específicos distintos y por lo tanto, el proceso metodológico seguido, es diferente. Por lo tanto, en este capítulo se explica con detalle las características metodológicas de las tres etapas de la investigación.

A parte de presentar el contexto y justificar en cada caso el tipo de metodología y análisis utilizado, también presentamos las poblaciones de cada estudio y describimos los instrumentos utilizados durante toda la etapa: cuestionarios, pruebas, etc.

Para cada etapa exponemos las condiciones de realización de las pruebas: tiempo de dedicación de las mismas, como se llevaron a término y lengua que se utilizó.

Finalmente, se presentan las categorías utilizadas para la categorización de los datos y resultados obtenidos en las pruebas de las tres etapas.

5.2. Metodología

El estudio en el que se enmarca esta investigación comporta una determinada opción metodológica. Dada las características de este trabajo, nos pareció conveniente decantarnos por una metodología de tipo etnográfico.

Etimológicamente hablando, Martínez, M. M. (1994), menciona que la palabra *etnografía* quiere decir:

"descripción (grafe) del estilo de vida de un grupo de personas habituadas a vivir juntas (athnos)".

Sólo que la etnografía significa mucho más que una mera descripción, es más bien una interpretación crítica que trata de revelar las significaciones de las distintas acciones de un determinado grupo social. En el área de educación, tal como lo manifiestan Goetz y LeCompte (1988):

*"Los etnógrafos analizan los procesos de enseñanza y aprendizaje, las consecuencias intencionales y no intencionales de las pautas observadas de interacción, las relaciones entre los autores del fenómeno educativo, como los padres, los profesores y los alumnos, y los contextos socioculturales en que tienen lugar las actividades de crianza de los niños, enseñanza y aprendizaje. **Investigan la diversidad de formas que adopta la educación en las distintas culturas**, así como en los diferentes subgrupos de una sociedad, las funciones manifiestas y latentes de las estructuras y procesos educativos y **los conflictos que surgen cuando los agentes de socialización se enfrentan a un proceso de transformaciones sociales rápidas**. Documentan las vidas de profesores, alumnos y administradores buscando modelos, únicos a veces y comunes otras, de experiencia, perspectiva y respuestas". (Goetz y LeCompte, 1988, pp 119)*

Vemos que, de acuerdo con la definición dada por estos autores, esta opción metodológica se ajusta a las características de nuestro estudio para conocer las diferencias y dificultades que pueden tener los alumnos ecuatorianos cuando se incorporan por primera vez en un centro educativo catalán y para estudiar las diferencias entre la educación de las matemáticas en Cataluña y en Ecuador.

Un tipo especial de etnografía y que en alguna etapa de la investigación hemos utilizado, lo constituye la *microetnografía* que representa una opción etnográfica adecuada para realizar estudios de situaciones o aspectos precisos en espacios específicos como el aula de clase o la escuela, en donde las interacciones que se presentan en éstas pueden ser motivo de preocupación o análisis de los sujetos que permanentemente se desenvuelven, viven y sienten esa realidad, los profesores. Éstos pueden estar verdaderamente interesados en escudriñar los acontecimientos que día a día se presentan en la interacción con sus alumnos, con los padres de éstos o con otros profesores. Interés que se forja por un deseo íntimo de mejorar su práctica educativa, por un deseo de "transformar la realidad", pero que debido precisamente a esa cotidiana, se pueden esconder tras ella un sin fin de significaciones, por lo que el análisis profundo de éstas encierra la posibilidad de evidenciar su realidad, motivando

la incitación a impulsos que repercutan en la recuperación de la sensibilidad de los sujetos como entes reflexivos, capaces de producir pequeños cambios en sus prácticas, las cuales conjugadas en la interacción contribuirían a mayores y verdaderas transformaciones sociales (Ríos, P.J.A., 1991).

Aunque en líneas generales nos hayamos decantado por la metodología etnográfica, de acuerdo a las finalidades y objetivos de la investigación, en lo que se refiere a la recogida y análisis de datos, se han utilizado dos tipos de metodologías. Se ha optado por una metodología cualitativa para conocer detalladamente cual es el proceso seguido por estos alumnos, y se ha aplicado en algunas de las pruebas la metodología cuantitativa para obtener datos significativos y así poder corroborar o no las hipótesis efectuadas (para la elección de estas metodologías también se ha tenido en cuenta el tamaño de las poblaciones implicadas en el estudio):

Cualitativa microetnográfica de estudio de casos (Abreu, 1998; Bennett, 1991)

no sólo en el tipo de informaciones que se consideran como datos, sino también en el aspecto conceptual, es decir, de planteamiento del tema, en la naturaleza de los objetivos que pretendemos conseguir. Si lo que se pretende es observar, comprender e interpretar el comportamiento sociocultural del alumno en el aula y las dificultades y diferencias que presenta respecto sus compañeros locales, es necesaria esta opción metodológica. Una de las diferencias entre la etnografía y la microetnografía es que, en esta última, las características a estudiar se han originado básicamente dentro del entorno donde se centra la recogida de datos (importancia del contexto) por lo tanto consideramos que esta metodología es idónea para las características de nuestro estudio.

Cuantitativa con un posterior análisis estadístico con el programa SPSS versión 17.0. Esta opción metodológica es necesaria para poder generalizar nuestros resultados sobre las dificultades de los alumnos ecuatorianos en la resolución de problemas y comparar estos resultados con los resultados del estudio PISA y los resultados de los alumnos locales.

En la fase exploratoria del trabajo, se ha optado por un modelo de investigación-acción diagnóstica en el sentido de McNiff (1988) estructurado en cuatro etapas: planificación, acción, observación y reflexión.

De acuerdo con el problema y los objetivos del estudio, la investigación se ha planteado en tres fases bien delimitadas:

- ✚ Primera etapa de la investigación (Estudio piloto): Esta primera etapa se desarrolló en centros de educación secundaria de Cataluña con alumnos recién llegados de otras culturas y alumnos locales. El objetivo era establecer un primer contacto con el alumnado recién llegado, ver sus dificultades en un aula ordinaria de matemáticas y estudiar la influencia del contexto del enunciado del problema matemático en la resolución de problemas. Este estudio se le ha denominado *cualitativo microetnográfico* de estudio de casos.
- ✚ Segunda etapa de la investigación (Estudio cuantitativo): Esta segunda fase se ha realizado en Ecuador. La población de estudio fueron alumnos ecuatorianos de distintos centros educativos de Ecuador a los que se les pasó la prueba diagnóstica de resolución de problemas PISA. También se llevaron a cabo distintas entrevistas con alumnos, profesores de secundaria y de formación del profesorado y autoridades del departamento de educación de Ecuador. El objetivo de esta fase era concretar las diferencias curriculares entre los dos países, las diferencias metodológicas dentro del aula y las diferencias en la resolución de problemas PISA entre alumnos ecuatorianos y catalanes, por ello también se pasó la prueba a alumnos de Cataluña. Para realizar el análisis de los resultados de las pruebas se ha llevado a cabo un estudio *cuantitativo estadístico*. Dentro de esta etapa también hay una parte de estudio cualitativo etnográfico en relación a las observaciones llevadas a cabo en las distintas aulas de matemáticas de Ecuador y las entrevistas llevadas a cabo.
- ✚ Tercera etapa de la investigación (Estudio de casos): Finalmente, para la evaluación de las actividades de la web diseñada a partir de los resultados y conclusiones de las dos etapas anteriores, se ha usado también la metodología *cualitativa etnográfica* de estudios de caso donde la población la constituían alumnos escolarizados en centros educativos de secundaria de Cataluña recién llegados de Ecuador.

El desarrollo del trabajo dividido en las tres etapas anteriores puede ser comprendido esquemáticamente como sigue:

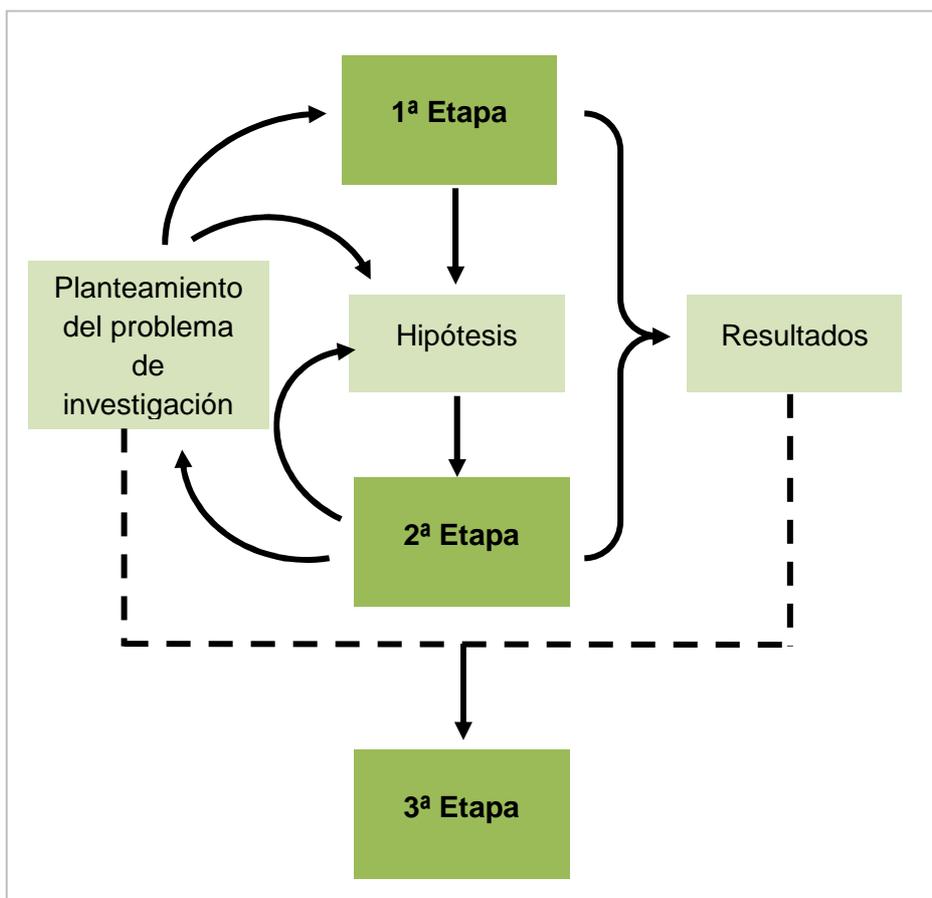


Figura 5.1: Etapas del proceso de investigación

Veamos a continuación resumidamente en forma de tabla las características de cada etapa de la investigación a partir de los objetivos que nos marcamos en el trabajo. En los apartados siguientes se explica más detalladamente cada etapa, la población y los instrumentos utilizados.

	Objetivos	Tipo de estudio	Población	Instrumentos
1ª ETAPA	Saber cómo influye el contexto de los enunciados en la resolución y elaboración de problemas matemáticos.	Estudio cualitativo microetnográfico de estudio de casos	12 alumnos: 8 recién llegados de otras culturas y 4 locales.	<ul style="list-style-type: none"> - Cuestionario del alumno - Cuestionario del profesor del aula de acogida. - Cuestionario del profesor de matemáticas. - Prueba de aritmética y geometría - Observaciones recogidas.

2ª ETAPA	Conocer y comparar los planes de estudio y las dinámicas de clase de la educación secundaria en Ecuador y en el nuestro.	Estudio comparativo curricular Estudio cualitativo etnográfico		<ul style="list-style-type: none"> - Currículos de los dos países. - Observaciones in situ.
	<p>Realizar un estudio comparativo entre los alumnos ecuatorianos y los alumnos catalanes en la dinámica del aula de matemáticas de secundaria y en la resolución de problemas.</p> <p>Conocer las competencias matemáticas de los alumnos ecuatorianos respecto los alumnos locales.</p>	Estudio cuantitativo	<p>564 alumnos de centros de Ecuador</p> <p>124 alumnos de centros de Cataluña</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Prueba diagnóstica de resolución de problemas elaborada a partir del estudio PISA. - Cuestionario del alumno. - Cuestionario del profesor de matemáticas de Ecuador y de Cataluña.
3ª ETAPA	Confeccionar una página web como recurso para ayudar a la incorporación de los alumnos recién llegados en el aula de matemáticas y mejorar su integración.	Estudio cualitativo etnográfico de estudio de casos	<p>3 alumnos recién llegados de Ecuador</p> <p>3 alumnos locales</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Página web MigraMat. - Cuestionario de identificación y del alumno. - Mapa de humor. - Observaciones registradas en audio y video.

Tabla 5.1: Objetivos, metodologías, poblaciones e instrumentos del estudio

5.3. Temporización

El período del proceso de la investigación transcurre desde finales del 2005 a finales del 2009. Este período se inició a finales del 2005 con la presentación del proyecto de tesis. Desde ese momento se procede a la búsqueda y revisión de la bibliografía relacionada con alumnado inmigrante y educación matemática, se define el problema a investigar, los objetivos y la metodología a seguir. Estos puntos se han ido revisando, modificando y readaptando a lo largo de todo el proceso de la investigación.

A inicios del 2006 se llevó a cabo la primera etapa de la investigación. Para ello primero se tuvieron que elaborar las pruebas y los cuestionarios de esta etapa y definir y concretar la población y los centros que iban a formar parte del estudio. Una vez realizada la primera fase, después del análisis de esta, nos centramos en la planificación de la segunda fase de la investigación, en la organización del viaje a Ecuador y en la elaboración del material necesario para esta etapa.

Durante los meses de junio a noviembre del 2006 se llevó a cabo la segunda etapa de la investigación en Ecuador, visitando los distintos centros de que consta el estudio y pasando las pruebas y los cuestionarios a los alumnos ecuatorianos que componen la población del estudio cuantitativo. Los meses siguientes al regreso de Ecuador se dedican al vaciado y análisis de los cuestionarios, corrección y codificación de las pruebas y organización del material recopilado en Ecuador.

Durante el curso 2007-2008 se realizaron las mismas pruebas y cuestionarios para alumnos catalanes. Con las dos poblaciones se procedió a hacer el análisis conjunto y comparativo entre los alumnos ecuatorianos y los alumnos locales en la resolución de problemas.

Posteriormente, después de analizar y sacar los primeros resultados, se diseñó la página web MigraMat con la finalidad de ser una ayuda para la integración del alumno recién llegado de Ecuador en el aula de matemáticas. Una vez confeccionada la página web, durante el curso 2008-2009, se llevó a cabo la tercera y última etapa de la investigación con el fin de implementar, discutir y analizar los resultados del trabajo con la página web confeccionada.

Por último, durante la segunda mitad del 2009, se concluye el análisis de resultados de toda la investigación de forma conjunta y global, se redactan las conclusiones y la memoria de la tesis.

Veamos resumidamente en forma de tabla la temporización de todo el proceso de la investigación presentada:

Período de realización del estudio	Proceso de la investigación
Finales 2005	Definición del problema a investigar, objetivos y delimitación del estudio. Revisión bibliográfica relacionada con alumnado inmigrante y educación matemática.
Enero-abril 2006	1ª etapa de la investigación. Análisis de los resultados de la 1ª etapa. Planificación de la 2ª etapa de la investigación, en la organización del viaje a Ecuador elaboración del material necesario para esta etapa.
Junio-noviembre 2006	Viaje a Ecuador: realización de la 2ª etapa de la investigación.
Primera mitad del 2007	Vaciado y análisis de los cuestionarios, corrección y codificación de las pruebas y organización del material recopilado en Ecuador.
Curso 2007-2008	Pruebas y cuestionarios para alumnos catalanes. Análisis conjunto y comparativo entre los alumnos ecuatorianos y los alumnos locales en la resolución de problemas.
Curso 2008-2009	Realización de la página web MigraMat. 3ª etapa de la investigación.
2ª mitad del 2009	Redacción de la memoria de tesis.

Tabla 5.2: Resumen del proceso de temporización de la investigación

En los puntos siguientes se describen más detalladamente las características (contexto, población e instrumentos utilizados) de cada una de las tres etapas de la investigación.

5.4. Primera etapa de la investigación (Estudio piloto)

Esta primera etapa realizada al inicio de esta investigación, forma parte del trabajo *Pruebas de conocimientos matemáticos para alumnos inmigrantes* (López, P. 2005) presentado para obtener el Diploma de Estudios Avanzados (DEA).

Los objetivos que pretendíamos lograr con este estudio eran:

1. Establecer un primer contacto con alumnos recién llegados de otras culturas y tener una visión general de la situación de estos alumnos en el aula de matemáticas, qué dificultades presentaban, cómo lo vivían ellos y cómo lo gestionaban los profesores implicados.
2. Realizar un estudio comparativo entre alumnos culturalmente diferentes respecto alumnos locales en dos pruebas de competencias básicas, una en aritmética y la otra en geometría.
3. Saber cómo influye el contexto en la resolución de problemas aritméticos y geométricos de las competencias básicas en secundaria, qué interpretaciones hacen de los problemas y cómo los resuelven según las distintas culturas.

Para ello se optó por una metodología microetnográfica de estudio de casos con 12 alumnos (4 recién llegados latinoamericanos, 4 recién llegados asiáticos y 4 locales) y 4 profesores (2 de matemáticas y 2 del aula de acogida). A partir de la triangulación de los resultados y observaciones de estos grupos se pretendía intentar delimitar más nuestro estudio, rechazar supuestos y levantar nuevas hipótesis.

En este estudio trabajamos con alumnos de distintas nacionalidades con el fin de intentar encontrar dificultades y diferencias que compartieran todos los alumnos recién llegados respecto los locales, pero poco a poco nos dimos cuenta que, si dentro de un país ya hay muchas diferencias dependiendo de la procedencia (provincia, tipo de colegio, rural o urbano) y las características de cada alumno, englobar alumnos de procedencias con características tan distintas y analizarlos todos bajo el mismo punto de vista, era inadecuado. Esta sería una de las delimitaciones que llevamos a cabo a partir de la realización de este estudio, para nuestro posterior trabajo de investigación.

5.4.1. Contexto

Para la realización de este estudio se decidió coger toda la población del mismo centro educativo de secundaria porque, como estudio piloto, se quería tener una primera idea de las posibles diferencias y dificultades por ser alumnos recién llegados de otras culturas y no queríamos que éstas pudieran deberse a la diferencia entre los centros.

El centro que se escogió para llevar a cabo el trabajo fue el I.E.S Margarida Xirgu del Hospitalet de Llobregat. Este centro se escogió por su heterogeneidad en sus aulas y por ser uno de los centros de Cataluña con gran afluencia de alumnos recién llegados en los últimos años, tanto de países latinos como de países asiáticos, que convivían con alumnos nacidos y criados en el Hospitalet de Llobregat (alumnos locales). Todos los alumnos, en el momento del estudio, pertenecían al tercer curso de ESO de dos clases diferentes, cada clase tenía un profesor de matemáticas diferente.

La realización del trabajo de campo se llevó a cabo durante los meses de febrero y marzo del 2006. Durante este período se realizaron varias visitas al centro con distintas finalidades:

- En la primera visita se habló con el equipo directivo, con los profesores del aula de acogida donde asistían todos los alumnos varias horas de clase para el aprendizaje del catalán y con los tutores de los alumnos que iban a formar parte de la población de estudio con el fin de darnos a conocer, explicar nuestro proyecto y coordinar la metodología de trabajo.
- En la segunda visita se llevaron a cabo las entrevistas y la cumplimentación de los cuestionarios con los dos profesores del aula de acogida que atendían a los alumnos y con los dos profesores de matemáticas de los alumnos a estudio.
- Posteriormente se realizaron tres encuentros con cada alumno, según el horario que acordamos el primer día con sus profesores. En el primer encuentro con cada alumno se hicieron las presentaciones y explicaciones necesarias y se pasaron los cuestionarios destinados al alumno. En el segundo encuentro se pasó la prueba de aritmética y en el tercero la prueba de geometría.

5.4.2. Población del estudio

De acuerdo a las finalidades del estudio los criterios para la selección de la muestra fueron:

- ✓ Alumnos inmigrantes procedentes de países asiáticos o latinoamericanos. Se escogieron estos dos bloques por ser culturalmente distintos y muy diferenciados entre ellos y entre nuestra cultura.
- ✓ Alumnos locales como punto de referencia para el estudio que nos permita comparar las diferencias multiculturales entre las distintas muestras.
- ✓ Los alumnos inmigrantes del estudio debían ser recién llegados a nuestro país para que no hubiera influencias de adaptación de nuestra cultura muy avanzadas.
- ✓ Alumnos que en el momento del estudio estuvieran cursando segundo ciclo de secundaria.
- ✓ Tener una distribución uniforme entre alumnos y alumnas.
- ✓ Pertener todos al mismo centro educativo y del mismo curso para que sean más comparables con las mismas condiciones educativas.

De esta forma la muestra de la población para el estudio quedó configurada de la siguiente manera:

- * 4 alumnos de Latinoamérica, dos chicos y dos chicas.
- * 4 alumnos asiáticos, tres chicos y una chica.
- * 4 alumnos locales, dos chicos y dos chicas.

A continuación pasamos a hacer una breve descripción de cada uno de los miembros que configuraron la población de esta fase de la investigación:

Elisabeth¹: Nacida el 28 de agosto de 1991 en Ecuador donde hasta su llegada a España asistió a la escuela con normalidad. Llegó a Cataluña el 4 de junio del 2005 y se escolarizó en el centro el primer mes de su estancia aquí. Vive con sus padres y su hermana. Su padre trabaja en una carpintería y su madre en una cafetería. Entre ellos hablan castellano aunque tanto ella como su hermana y su madre hablan y entienden bastante el catalán. Es una chica muy sociable, alegre y extrovertida. Respecto al trabajo en el aula no es muy aplicada y le cuesta

¹ Los nombres de todos los alumnos son ficticios para preservar su identidad.

seguir el curso. Piensa que la enseñanza en su país es más fácil que la de aquí y en particular las matemáticas. Las materias que más le gustan son las lenguas y las que menos son las sociales y la biología. Reconoce que tiene dificultades con las matemáticas por que le cuesta seguir las explicaciones del profesor y porque nunca había estudiado algo parecido. De vez en cuando recibe ayuda de su padre para hacer los deberes de matemáticas. En general opina que las matemáticas no sirven de nada excepto las operaciones básicas.

Randor: Nacido el 26 de noviembre de 1991 en Ecuador donde hasta su llegada a España asistió a la escuela con normalidad. Llegó a Cataluña el 14 de setiembre del 2005 y se escolarizó el mismo mes de su llegada. Vive con su madre y dos hermanos, su padre está en Puerto Rico con su otro hermano. Su madre llegó con anterioridad hace más de 5 años y trabaja en un hotel; uno de sus hermanos asiste con él al mismo centro y el otro trabaja de peluquero. En casa siempre hablan castellano. Es un chico que no muestra mucho interés ni ilusión por el estudio aunque es respetuoso y en general en el centro presenta una actitud bastante favorable. Es muy sociable y autónomo. En el ámbito académico podría hacer mucho más. Piensa que la enseñanza en su país es más fácil que la de aquí y en particular las matemáticas le parecen igual. Las materias que más le gustan son matemáticas y castellano y las que menos inglés y catalán. Según él no tiene dificultades a la hora de seguir las explicaciones del profesor aunque reconoce que le cuesta entenderlas. Opina que las matemáticas sirven para resolver problemas de la vida.

Marzabel: Nacida el 1 de enero de 1991 en Bolivia donde hasta su llegada a España asistió a la escuela con normalidad. Llegó a Cataluña el 10 de enero del 2006 y se escolarizó en el centro el primer mes de su estancia aquí. Vive con sus padres y sus dos hermanos. Su padre es pintor y su madre canguero. Entre ellos hablan castellano aunque tanto ella como sus hermanos hablan y entienden bastante el catalán, a veces también hablan en su lengua propia. Es una chica muy educada y trabajadora. El curso lo sigue sin ningún problema, le van muy bien los estudios, de hecho le gusta mucho estudiar y asistir a clase. Las materias que más le gustan son las matemáticas y sociales y las que menos el catalán y el inglés. No tiene ninguna dificultad con las matemáticas. De vez en cuando recibe ayuda de su tía para hacer los deberes de matemáticas. En

general opina que las matemáticas sirven de mucho, tanto para trabajar como para la vida en general.

Amaurys: Nacido el 26 de noviembre de 1991 en República Dominicana donde hasta su llegada a España asistió a la escuela solo durante cuatro años. Llegó a Cataluña el 8 de enero del 2006 y se escolarizó el mismo mes de su llegada. Vive con su madre y seis hermanos (en total tiene 8 hermanos). Su madre llegó con anterioridad hace más de 10 años y trabaja como limpiadora; uno de sus hermanos asiste con él al mismo centro y otro va a la escuela de primaria, un tercer hermano trabaja en una inmobiliaria. En casa siempre hablan castellano. Es un chico que actualmente se encuentra muy perdido y le cuesta seguir mucho el nivel del centro; tiene dificultades para leer y escribir y le da vergüenza reconocerlo, muestra mucho interés en integrarse. Piensa que la enseñanza en su país es mucho más fácil que la de aquí y en particular las matemáticas. Las materias que más le gustan son las matemáticas y las que menos historia y catalán. Reconoce que le cuesta mucho seguir las explicaciones de matemáticas porque el profesor va demasiado rápido y nunca había estudiado algo parecido. A veces le ayuda su hermano. Cree que no recibe la atención debida. Opina que las matemáticas sirven tanto para encontrar trabajo como para la vida en general.

Wenyng: Nacida el 18 de junio de 1990 en China donde hasta su llegada a España asistió a la escuela con normalidad. Llegó a Cataluña el 26 de setiembre del 2004 y se escolarizó en el centro el tercer mes de su estancia aquí. Vive con sus padres y su hermana. Sus padres vinieron hace más de diez años. Su padre es contable, su madre camarera su hermana dependienta. Entre ellos hablan siempre su propia lengua, sus padres desconocen el catalán y castellano. Es una chica muy educada, tímida y trabajadora. El curso lo bastante bien y le gusta bastante ir a la escuela. Opina que la enseñanza aquí es más fácil que la de su país. Las materias que más le gustan son las matemáticas y la plástica. Le cuesta seguir las explicaciones del profesor de matemáticas porque no entiende bien el catalán y considera que debería recibir más atención por parte de los profesores por ser de fuera y tener más dificultades. De vez en cuando recibe ayuda de su hermana para hacer los deberes de matemáticas. En general opina que las matemáticas no sirven de nada.

Rizwan: Nació el 30 de julio de 1990 en Pakistán donde estuvo 5 años escolarizado. Llegó a Cataluña el 6 de febrero del 2005 y se escolarizó a los tres meses de su llegada. Vive con sus padres y sus tres hermanos. Su padre llegó con anterioridad hace más de 10 años y trabaja en la obra, sus hermanos también están escolarizados. En casa siempre hablan su lengua propia. Es un chico educado e intenta complacer, en general su actitud es positiva en el centro. En el ámbito académico va un poco justo y las matemáticas le cuestan bastante porque nunca había estudiado nada parecido aunque opina que las matemáticas de aquí son más fáciles que las que había estudiado hasta ahora. Las materias que más le gustan son inglés y catalán y las que menos plástica y sociales. Opina que las matemáticas sirven para resolver problemas de la vida.

Faisal: Nació el 7 de junio de 1989 en Pakistán donde estuvo 5 años escolarizado. Llegó a Cataluña el 15 de setiembre del 2004 y se escolarizó a los tres meses de su llegada. Vive con sus padres y sus cuatro hermanos. Su padre trabaja de cocinero, sus hermanos también están escolarizados. En casa siempre hablan su lengua propia. Es un chico educado y aplicado, en general su actitud es positiva en el centro. En el ámbito académico va bastante bien; las matemáticas le cuestan un poco porque nunca había estudiado nada parecido y el profesor va demasiado rápido. Opina que la enseñanza aquí es más difícil que lo que había estudiado hasta ahora. Las materias que más le gustan son inglés y matemáticas y las que menos plástica y sociales. Opina que las matemáticas sirven para resolver problemas de la vida.

Sukwinder: Nació el 29 de agosto de 1988 en India donde estuvo 5 años escolarizado. Llegó a Cataluña el 15 de setiembre del 2004 y se escolarizó a los tres meses de su llegada. Vive con sus padres y sus tres hermanos. Su padre vino con anterioridad hace 7 años y trabaja en la obra y su hermana trabaja en una panadería, sus hermanos también están escolarizados. En casa siempre hablan su lengua propia. Es un chico educado y bastante tímido e inseguro, en general su actitud es positiva en el centro. Depende bastante de sus compañeros de Pakistán. En el ámbito académico le cuesta bastante seguir el curso y las matemáticas le cuestan porque nunca había estudiado nada parecido y el profesor va demasiado rápido. Opina que la enseñanza aquí es más difícil que lo que había estudiado hasta ahora. Las materias que más le gustan son

inglés y catalán y las que menos plástica y sociales. Opina que las matemáticas sirven para resolver problemas de la vida.

Fernando: Nació el 3 de febrero de 1991 en España. Su padre es camarero y su madre mujer de limpieza. Es un chico trabajador y muy bueno en el ámbito académico. Las matemáticas no le cuestan y cree que sirven para la vida en general. Las asignaturas que más le gustan son matemáticas e inglés y las que menos plástica y castellano.

Laura: Nació en España el 19 de mayo de 1991. No tiene hermanos y su padre trabaja en el mantenimiento comercial y su madre como canguro. No le gusta mucho estudiar. Las materias que más le gustan son educación física y los créditos variables y las que menos matemáticas y biología. Las matemáticas le cuestan bastante y recibe ayuda de un profesor de refuerzo. Es ordenada y pulcra. En su casa suelen hablar siempre en castellano. Cree que las matemáticas sirven para encontrar trabajo.

Sara: Nació en España el 30 de diciembre de 1991. No tiene hermanos y su padre trabaja en una fábrica de pastelería. No le gusta nada estudiar e ir a la escuela. Las materias que más le gustan son educación física y plástica y las que menos matemáticas y biología. Las matemáticas le cuestan bastante y recibe ayuda de sus padres de vez en cuando. Es muy sociable y extrovertida. En su casa hablan siempre en castellano. Cree que las matemáticas sirven para encontrar trabajo.

Marc: Nació en España el 11 de diciembre de 1991. No tiene hermanos y su padre es abogado y su madre administrativa. Con ellos siempre habla castellano aunque todos hablan perfectamente el catalán. Le gusta bastante estudiar e ir a la escuela. Las asignaturas que más le gustan son castellano y catalán y las que menos biología y sociales. Las matemáticas le cuestan bastante y desde hace poco recibe ayuda de un profesor de refuerzo. Cree que las matemáticas sirven para la vida en general.

En la siguiente tabla se han resumido las características básicas de cada alumno de la muestra:

Alumno	Género	País de procedencia	Fecha de nacimiento	Años de escolarización	Tiempo de escolarización en Cataluña	Lengua materna
Elisabeth	F	Ecuador	28/08/1990	9 años	6 meses	castellano
Randor	M	Ecuador	26/11/1991	8 años	4 meses	castellano
Marzabel	F	Bolivia	01/01/1991	9 años	2 meses	castellano quechua
Amaurys	M	República Dominicana	26/11/1991	4 años	2 meses	castellano
Wenying	F	China	18/06/1990	10 años	16 meses	mandarín
Rizwan	M	Pakistan	30/07/1990	5 años	12 meses	pakistaní
Faisal	M	Pakistan	07/06/1989	5 años	16 meses	pakistaní
Sukwinder	M	India	29/08/1988	5 años	16 meses	Indú
Fernando	M	España	03/02/1991	10 años	Todo	castellano
Laura	F	España	19/05/1991	10 años	Todo	catalán
Sara	F	España	30/11/1991	10 años	Todo	castellano
Marc	M	España	11/12/1991	10 años	Todo	catalán

Tabla 5.3: Población de la primera etapa de la investigación

5.4.3. Instrumentos utilizados

De acuerdo a las finalidades del estudio y el problema a investigar, se han elaborado los siguientes instrumentos:

- Cuestionario de identificación
- Cuestionario del alumno
- Cuestionario del profesor del aula de acogida
- Cuestionario del profesor del aula de matemáticas
- Prueba de competencias básicas de resolución de problemas de proporcionalidad directa
- Prueba de competencias básicas de geometría

A continuación explicaremos detalladamente cada uno de estos cuestionarios y pruebas. Todos ellos se han adjuntado en el anexo 1 de este trabajo.

□ Cuestionario de identificación

La finalidad de este cuestionario es tratar de conocer la situación del alumno recién llegado y de su familia, así como su pasado académico. Éste ha sido contestado por los alumnos con ayuda de algunos compañeros para traducir y del profesor del aula de acogida para completar algunos datos.

La primera parte del cuestionario hace referencia a la inmigración, lugar de procedencia, familiares que se encuentran con el alumno actualmente y los que no, si es la primera vez que emigran y situación laboral actual de los otros miembros de la familia. Consideramos también importante, saber si provienen de una zona rural o urbana pues la escolarización varía bastante en estos dos casos en los países subdesarrollados.

La segunda parte es para conocer el nivel del lenguaje catalán/castellano en las familias de los alumnos del estudio y por último nos interesamos por el tiempo de escolarización en el país de origen y cuanto tardó en escolarizarse al llegar aquí. Esta última pregunta creemos que es interesante para detectar la importancia que dan sus familias a la escolarización de sus hijos y las posibles dificultades administrativas y/o organizativas que pudieron tener.

Al realizar este cuestionario junto a los alumnos, permite llevar a cabo un primer contacto con los alumnos, conocer al alumno, darse a conocer, crear un ambiente de confianza para las posteriores sesiones y extraer más información de la que propiamente se pide, pues siempre salen comentarios y el entrevistador según qué respuesta reciba por parte del entrevistado, puede interrogar más a fondo al alumno sobre algún tema en particular que crea oportuno en el momento según la circunstancia.

□ Cuestionario del alumno

Si el cuestionario anterior era para conocer las características generales de los alumnos, este cuestionario se centra más en cómo se encuentran los alumnos recién llegados en los centros educativos de acogida y en el aula de matemáticas.

Para poder intuir su integración en el centro creímos adecuado preguntar con quien están más a gusto en el aula y con quien no, así poder detectar si solo se relacionan con alumnos inmigrantes o se sienten integrados y se relacionan también con alumnos locales.

Las dos preguntas siguientes intentan detectar si parte de su bajo rendimiento es por la dificultad de la educación en nuestro país con relación al de procedencia y de igual forma las matemáticas.

A continuación nos centramos en los posibles problemas que puedan tener en el aula de matemáticas. Nos parece importante saber su opinión según la atención recibida por parte de los profesores de matemáticas para saber si se sienten discriminados o no.

Por último se trata de ver la importancia que le dan a las matemáticas y a su estudio para detectar la motivación que puedan mostrar en aprender esta materia.

□ Cuestionario del profesor de acogida

Con este cuestionario lo que pretendemos es conocer la práctica del profesor de acogida con alumnos recién llegados y sus creencias y conocimientos en relación a estos alumnos. Nos pareció de gran importancia este cuestionario al ser estos profesores los que pasan la mayor parte del tiempo con los alumnos del estudio, sobre todo durante los primeros días.

La primera parte del cuestionario hace referencia a su experiencia como profesionales tanto en educación como en educación en aulas de acogida.

A continuación hay un conjunto de preguntas para detectar su opinión sobre la importancia de realizar cambios en la enseñanza a causa de los alumnos recién llegados de otras minorías y en particular en el aula de matemáticas. También se les pregunta por el conocimiento-desconocimiento de ayudas y recursos para afrontar esta problemática y ayudar a estos alumnos.

Al final del cuestionario se les pide que citen aspectos que ellos creen que pueden ayudar a integrar a los alumnos de minorías en la dinámica escolar. Con estas preguntas, indirectamente se ha querido observar que causas creen ellos que son las

causantes del bajo rendimiento que presentan estos alumnos y quien debería implicarse más (administración, centro, profesorado, aula de atención especial, alumnos) para solucionar este problema.

□ Cuestionario del profesor de matemáticas

El objetivo principal de este cuestionario es conocer las actitudes del profesorado de matemáticas ante la educación multicultural. Este cuestionario se divide en dos partes, la primera es sobre el profesor y su práctica y la segunda es sobre la relación profesor-alumno recién llegado; esta segunda parte la tuvieron que responder los profesores de matemáticas pero un cuestionario por cada alumno del estudio que tienen en sus aulas.

Las primeras preguntas de la primera parte de este cuestionario son similares a las del cuestionario del profesor del aula de acogida para conocer su experiencia como profesionales tanto en educación como en educación en aulas multiculturales. Después hay un conjunto de cuestiones para detectar sus creencias en relación con las aulas multiculturales y la importancia de introducir conceptos de otras culturas en sus clases. A continuación se les realizan preguntas sobre la utilización y conocimiento de ayudas y recursos para los alumnos recién llegados otros países.

En la segunda parte del cuestionario, se trata de ver qué conocimientos tiene el profesor de matemáticas sobre la procedencia, cultura, familia, educación, etc. de estos alumnos; si ha recibido algún tipo de asesoramiento para ayudar a estos alumnos; si hace alguna distinción entre los alumnos locales y los recién llegados; y por último, sus creencias sobre las posibles dificultades que pueden tener en el aula de matemáticas estos alumnos.

□ Prueba de proporcionalidad directa

La prueba que presentamos la hemos considerado una prueba inicial de aritmética sobre proporcionalidad directa, porque nos permite conocer qué conocimientos tenían los alumnos sobre proporcionalidad directa y así poder darnos cuenta de sus dificultades. Los criterios que se adoptaron para la confección de esta prueba fueron:

- Qué los contenidos aritméticos de las diferentes actividades fueran los correspondientes al currículum de primer ciclo de E.S.O.
- Que la resolución de todos los problemas fuera muy parecida para poder detectar la influencia que tiene el contexto.

Los objetivos generales de la prueba eran:

- Determinar la importancia del contexto (conocido/desconocido) de los enunciados.
- Comprensión del enunciado: determinar la influencia del déficit de lenguaje.
- Conocer el procedimiento y mecanismos de resolución de problemas de proporcionalidad directa.

A continuación se describen y analizan los problemas de esta prueba y sus características:

Problema 0 (inicial):

Elabora un enunciado de un problema que se corresponda con los datos que te damos a continuación:

$$100*4$$

$$3*4$$

$$25*4$$

Objetivos del problema:

- Confección de un enunciado de un problema de proporcionalidad directa dados los datos.
- Ver qué explicaciones dan sobre como resolverían el problema propuesto para un compañero.
- Conocer el contexto que proponen los alumnos según las distintas muestras estudiadas.
- Ver qué procedimientos utilizan en sus explicaciones.

Problema 1:

En mi casa normalmente cenamos mi padre, mi madre, mi hermano y yo. Para hacer arroz para todos se necesitan las siguientes cantidades de cada ingrediente:

- 200 gramos de arroz.
 - 1 litro de agua.
 - 2 cucharadas de aceite.
 - 1 cebolla.
- a) *¿cuántas personas somos para cenar en casa normalmente?*
- b) *Si mañana vienen a cenar mi tío, mi tía y mis dos primos, ¿qué cantidad necesitaremos de cada ingrediente para hacer arroz para todos?*
- c) *¿Y si solo vienen mis dos primos porque mis tíos no pueden venir?*
- d) *¿Y si solo cenamos mi madre y yo?*

Objetivos:

- Comprensión del enunciado.
- Contexto del problema (conocido para ambas muestras)
- Proporcionalidad directa
- Procedimiento de la resolución (interpretación)

Problema 2:

Una tarjeta de 10 viajes en metro o autobús a Barcelona cuesta 7€ y una de un viaje cuesta 1€.

- a) *Si hago 8 viajes, ¿qué me sale más a cuenta comprar?*
- b) *Si hago 23 viajes, ¿cuánto me costarán de la manera más barata posible?*

Explica cómo has resuelto el problema, pensando que un compañero tuyo no lo sabe resolver. Puedes utilizar dibujos o palabras o las dos cosas.

Objetivos:

- Contexto del problema (desconocido para el alumnado inmigrante)
- Proporcionalidad directa
- Procedimiento de la resolución (interpretación)

Problema 3:

En la empresa ACIP para tener unas ganancias de cien millones de euros, se necesita fabricar mil trescientos objetos de la clase A, seis mil de la clase B y veinticuatro de la clase C.

- a) *¿Cuántos objetos de cada clase necesitan fabricar si quieren tener unas ganancias de trescientos millones?*
- b) *¿y para tener una ganancia de cincuenta millones?*

Objetivos:

- Contexto del problema (desconocido para ambas muestras)
 - Proporcionalidad directa
 - Procedimiento de la resolución (interpretación)
- Prueba de geometría

La prueba que presentamos la hemos considerado una prueba inicial de visualización geométrica, porque nos permitía conocer cuáles eran los conocimientos que tenían los alumnos sobre la visualización geométrica para poder darnos cuenta de sus déficits.

Los criterios que se han adoptado para la confección de la prueba de geométrica han sido los siguientes:

- Qué los contenidos geométricos de las diferentes actividades fueran los correspondientes al currículum de primer ciclo de E.S.O.
- Todas las actividades tienen como más relevante los elementos y destrezas visuales.
- Los enunciados han sido formulados de forma que minimicen en lo posible las dificultades lingüísticas, siendo temas comunes y conocidos por todos los alumnos.

Objetivos generales de la prueba:

- Detectar el grado de visualización geométrica del alumnado recién llegado y si estas destrezas eran comparables con las de los alumnos

locales de su mismo nivel escolar. Para ello se ha tomado como punto de referencia los niveles de Van Hiele y se ha seguido la dificultad creciente de estos niveles.

- Conocer el grado de habilidad de interpretación de destrezas visuales y procesamiento visual (según Bishop, 1983) en actividades geométricas que tiene el alumnado recién llegado y comparar dicho grado con alumnos locales de su mismo nivel escolar.
- Comparar el comportamiento de cada población para la prueba en general, según los conceptos geométricos implicados, según los niveles de Van Hiele, según la dificultad de los enunciados y según el tipo de respuesta.
- Conocer si las poblaciones del estudio tienen comportamientos similares al establecer niveles de conocimiento geométrico.
- Ver si las diferencias o similitudes entre poblaciones que aparecen en los resultados de la prueba de visualización son significativas.

Estas pruebas se pasaron en una sesión con tiempo ilimitado de dos alumnos por sesión pertenecientes al mismo grupo de estudio (locales, asiáticos, latinos). La prueba se realizaba en sesiones presenciales, la de proporcionalidad con el mismo investigador y la de geometría con el profesor de matemáticas, el cual registraba los posibles comentarios de los alumnos. Se daban todas las ayudas posibles si algún alumno de otras culturas no entendía alguna palabra o frase.

El investigador y/o profesor, primero explicaba a los alumnos el objetivo de esta prueba y a continuación debía seguir las siguientes indicaciones:

- ✓ El alumno es el que debe leer los enunciados. En ningún caso el profesor.
- ✓ No dar pistas para resolver las diferentes actividades si estas no son de tipo lingüístico con el objetivo de reconocer los bloqueos con los que el alumno se encuentra.

5.4.4. Categorías para el análisis

Para el análisis de las actividades que constituirían la prueba de proporcionalidad directa y la de geometría, se han considerado como criterio homogéneo de categorización para todas ellas los siguientes:

- 1) el nivel de comprensión de los distintos enunciados de la prueba
- 2) el grado de interpretación de la imagen que acompaña a los enunciados (en la prueba de geometría)
- 3) el grado de argumentación que justifica las respuestas dadas
- 4) el nivel de corrección de las respuestas
- 5) valorar el tipo de respuesta dada
- 6) el grado de coherencia entre la respuesta dada y la justificación

Uno de los aspectos importantes es la comprensión verbal del enunciado, por lo tanto, se ha tenido especial cuidado en evitar un léxico que pudiera producir bloqueos a los alumnos recién llegados y proporcionales todas las ayudas necesarias para evitar el problema lingüístico.

Las categorías para el análisis de los resultados de la prueba de geometría se han tomado las utilizadas por Muria (2005). A continuación mostramos las distintas categorías con las valoraciones de las mismas:

1. Comprensión verbal (Cv): Explica si los alumnos entienden la situación textual del problema a partir de su respuesta.

- **Cv1**: Muestra indicios de entender la situación
- **Cv2**: Parece no entender la situación
- **Cv3**: En blanco (Deja la pregunta sin contestar)

2. Interpretación (Int): Valora si el alumno tiene la capacidad de relacionar el texto con la imagen (en la prueba de geometría).

- **Int1**: Correcto (Hace una buena relación)
- **Int2**: Parcial (Sólo consigue una relación parcial)
- **Int3**: Incorrecto (No relaciona el texto con el gráfico)
- **Int4**: En blanco (Deja la pregunta sin contestar)

- **Int5:** No queda reflejado sólo con la respuesta

3. Argumentación (Arg): Valora la justificación de los motivos por los cuales da una cierta respuesta.

- **Arg1:** Muy buena (Explicitando todos los pasos de la justificación)
- **Arg2:** Buena (Explica correctamente los pasos seguidos)
- **Arg3:** Incompleta (Explica bien el inicio de argumentación fundamental pero no lo termina)
- **Arg4:** Errónea (Argumenta de forma equivocada)
- **Arg5:** Respuesta sin argumentación
- **Arg6:** En blanco (Deja la pregunta sin contestar)

4. Respuesta (Rp): Valora la corrección de la respuesta.

- **Rp1:** Correcto (Da una respuesta acertada a la pregunta)
- **Rp2:** Parcial (Sólo contesta correctamente a una parte de la pregunta)
- **Rp3:** Incorrecta de procedimiento (se equivoca en alguno de los pasos a seguir o en alguna operación)
- **Rp4:** Errónea (La respuesta no se ajusta a la pregunta)
- **Rp5:** En blanco (Deja la pregunta sin contestar)

5. Tipo de respuesta (Tr): Da el formato de la respuesta

- **Tr1:** Gráfica (Utiliza solamente un gráfico o dibujo en la respuesta)
- **Tr2:** Escrita (Utiliza sólo texto para responder)
- **Tr3:** Mixta (Utiliza una combinación de texto y gráfico)
- **Tr4:** En blanco (Deja la pregunta sin contestar)

6. Grado de coherencia de respuesta (Gc): Identifica la adecuación de la respuesta a la comprensión del concepto.

- **Gc1:** Total (Muestra un conocimiento del concepto asociado al problema y responde adecuadamente a este conocimiento)
- **Gc2:** Parcial (Hay alguna incoherencia respecto del contenido)

- **Gc3:** Incoherente
- **Gc4:** No queda reflejado por su respuesta
- **Gc5:** En blanco (Deja la pregunta sin contestar)

5.5. Segunda etapa de la investigación (Ecuador)

Una vez finalizada la primera etapa de la investigación, nos replanteamos el trabajo de la tesis, considerando más oportuno centrarnos en alumnos recién llegados de un único país. Las causas que nos impulsaron a escoger Ecuador ya se han explicado y justificado en el capítulo 1.

Tal como se ha expuesto al inicio de este capítulo, según las características de esta investigación, nos pareció adecuado decantarnos por una metodología etnográfica. Según este enfoque metodológico no basta con decir “hizo esto o aquello”, se trata de explicar, de saber “porqué y para qué lo hizo”. Pero las respuestas a ello no necesariamente se encuentran en el mismo sitio donde se efectuó la acción, desde nuestro punto de vista, en concordancia con la etnografía, creemos que es necesario ir más allá, rebasar los muros para adentrarse en los contextos nativos, en el ser y sentir de los actores mismos. De estas reflexiones y de las dificultades encontradas a la hora de comprender el sistema educativo de Ecuador y su funcionamiento y metodología, consideramos indispensable la realización de un trabajo de campo en el país de origen de los protagonistas de nuestro estudio.

En esta segunda etapa de la investigación se utilizaron varias metodologías, cada una con sus instrumentos de investigación y población. Con el fin de comprender el sistema educativo ecuatoriano, currículo en matemáticas y las dinámicas y metodologías en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, optamos por una metodología cualitativa etnográfica, llevada a cabo a partir de entrevistas y repetidas observaciones en aulas de matemáticas. En cambio, para detectar el grado de conocimiento en resolución de problemas de los alumnos ecuatorianos y las dificultades que estos presentaban, nos decantamos por una metodología cuantitativa

utilizando los mismos problemas, corrección y análisis del proyecto PISA y así poder comprar nuestros resultados con los obtenidos en PISA.

5.5.1. Contexto

Esta etapa de la investigación se llevó a cabo en Ecuador durante los meses de junio a noviembre del año 2006. Durante este tiempo se realizaron entrevistas con el Ministerio de Educación de Ecuador (con el fin de dar a conocer nuestro trabajo, obtener las características del sistema educativo de su país y lograr las autorizaciones convenientes para realizar el trabajo de campo en los distintos centros educativos), con el rector de la universidad de magisterio de Cuenca, con profesores de esta universidad dedicados a la didáctica de la matemática, se llevaron a cabo visitas a colegios de secundaria para realizar observaciones in-situ dentro del aula de matemáticas, entrevistas con los profesores de matemáticas de estos colegios y entrevistas y pruebas a los alumnos.

Los centros en los que realizamos trabajo de campo en Ecuador fueron 12. Estos centros no se escogieron al azar, fueron seleccionados a partir de unos criterios que se marcaron, de acuerdo a las finalidades de nuestro estudio. Queríamos que fueran centros con características similares a los centros educativos donde asistían los alumnos ecuatorianos recién llegados antes de emigrar. Para ello, antes de emprender el viaje a Ecuador, se llevó a cabo un escrutinio de la procedencia (provincia, ciudad y colegio) de todos los alumnos ecuatorianos matriculados en centros educativos públicos de Cataluña².

A partir de estos datos nos dimos cuenta que mayoritariamente, los alumnos ecuatorianos, procedían de la región Costa (el 64%) respecto los alumnos que procedían de la región Sierra (el 36%). Por lo tanto se decidió visitar más colegios de la Costa (8/12 es decir, el 67% de los centros visitados) que de la Sierra (4/12 es decir, el 33% de los centros visitados) respectando el porcentaje de los alumnos encuestados. Las 8 poblaciones de la Costa de donde mayoritariamente venían los

² El Departament d'Educació de Catalunya nos proporcionó una lista de los centros educativos con alumnado Ecuatoriano. Posteriormente cada centro nos facilitó los datos solicitados.

alumnos eran Guayaquil, Santo Domingo de los Colorados, Manta y Machala y en el caso de la Sierra, las 5 poblaciones eran Quito, Cuenca y Loja. Por lo tanto estas fueron las poblaciones que se escogieron para realizar el estudio de campo excepto Loja que se cambió por Saraguro por tener un centro representativo de un pueblo andino.

En el mapa siguiente se indica con una cruz (X) la situación geográfica de estas poblaciones.



Imagen 5.1: Situación geográfica de los centros educativos visitados en Ecuador

Una vez escogidas las poblaciones, debíamos escoger los centros educativos. Para ello se siguieron los siguientes criterios:

- Centros educativos con alumnado de familias de clase social media baja (clase social que más sufre procesos migratorios).
- Combinar centros educativos de zona rural y urbana.
- Combinar centros educativos fiscales (públicos), particulares (privados) y fiscomisionales (concertados).

- d) Combinar centros educativos mixtos y no mixtos (masculinos o femeninos).
- e) Un centro matutino (horario de mañanas) y uno vespertino (horario de tardes) en cada población (siempre que fuera posible) para poder aprovechar el tiempo de permanencia en cada ciudad, pudiendo visitar uno por las mañanas y el otro por las tardes.

Con estas condiciones, los centros escogidos y sus características fueron:

Centro	Ciudad	Zona	Tipo	
Fe y Alegría SD.	Santo Domingo	urbana	fiscomisional	mixto
Eloy Alfaro	Santo Domingo	urbana	fiscal	femenino
5 de Junio	Manta	urbana	fiscal	mixto
Fe y Alegría M.	Manta	rural	fiscomisional	mixto
La 40 (F.A.)	Guayaquil	urbana	fiscomisional	mixto
Agustín Vera Loor	Guayaquil	urbana	fiscal	mixto
Kleber	Machala	urbana	fiscal	mixto
Henríquez Coello	Machala	urbana	fiscal	mixto
Celina Vivar Espinosa	Saraguro	rural	fiscomisional	mixto
La Salle	Cuenca	urbana	particular	masculino
La Dolorosa (F.A.)	Quito	rural	fiscomisional	mixto
Idrobo	Quito	urbana	fiscal	femenino

Tabla 5.4.a: Centros educativos visitados de Ecuador

En la tabla siguiente se indica el número de alumnos de estos centros, el número de profesores totales y de matemáticas, el número de alumnos que tienen algún familiar en España y el número de alumnos que se conoce que emigraron el último año.

Centro	Alumnos totales ³	Profesores totales	profesores matemáticas	% alumnos con familiar en España ⁴	Alumnos que emigraron
Fe y Alegría SD.	719	28	4	21,6	6
Eloy Alfaro	900	48	8	-	-
5 de Junio	2.600	108	13	-	-
Fe y Alegría M.	598	24	1	-	-
La 40 (F.A.)	745	30	3	9,3	2
Agustín Vera Llor	1.000	57	6	12,6	7
Kleber	1.028	75	8	18,8	4
Henriquez Coello	435	25	3	25,2	-
Celina Vivar Espinosa	700	62	9	20,5	5
La Salle	1.138	52	9	-	-
La Dolorosa (F.A.)	900	38	2	15,4	3
Idrobo	2.600	156	30	11,2	-

Tabla 5.4.b: Características de los centros educativos visitados de Ecuador

En esta tabla se puede ver el alto porcentaje de alumnado por centro y el bajo número de profesorado en general (si se compara con los centros educativos catalanes) debido al cargo lectivo de los profesores. Pero lo que sí merece una especial atención es el elevado número de alumnos que tienen al menos un familiar en España, lo que corrobora que los centros educativos escogidos sí cumplen las características demandadas para formar parte de nuestro estudio. Además, muchos de los alumnos con familiares fuera, están en proceso de emigrar con sus familiares.

El orden de visita de los centros fue tal como se ha introducido en la tabla anterior. Empezamos por los de la región de Costa puesto que los de Sierra, durante los meses de julio y agosto estaban de vacaciones.

³ Se contabilizan la suma del total de alumnos de todos los turnos que disponen (matutino, vespertino y nocturno).

⁴ Aquí se entiende como familiar el padre, madre o hermano.

En cada centro se estuvo un mínimo de diez días. Durante estos días se llevaron a cabo las entrevistas con el equipo directivo, con el departamento de matemáticas y con los alumnos, se pasaron las pruebas y los cuestionarios a los alumnos de los cursos escogidos y se asistió como oyente-observadora a un mínimo de cuatro clases de matemáticas de los cursos a los cuales se les iba a pasar la prueba.

Posteriormente, con el objetivo de comparar los resultados obtenidos en Ecuador, se pasaron las mismas pruebas a alumnos de centros educativos de Cataluña. Puesto que ya disponíamos de los datos proporcionados por los estudios PISA 2003 y 2006, el tamaño de la muestra escogida fue menor. Se escogieron tres centros educativos de distintas poblaciones de Cataluña: les Sant Elm de Sant Feliu de Guíxols, les Torras i Bages del Hospitalet de Llobregat y el les Baix Empordà de Palafrugell.

5.5.2. Población del estudio

La población del estudio la conforman distintos grupos en esta segunda etapa de la investigación. Por un lado está:

- La población de Ecuador: formada por las personas entrevistadas (directores y profesores de matemáticas de los centros visitados, alumnos) y por los alumnos que realizaron las pruebas de resolución de problemas.
- La población de Cataluña: para poder comparar los resultados obtenidos en Ecuador en la resolución de problemas con los alumnos de Cataluña, pasamos las mismas pruebas a alumnos catalanes, de esta manera también pudimos contrastar nuestros resultados con los proporcionados en el estudio PISA dando más fiabilidad a nuestro estudio.

La elección de los alumnos de Ecuador que iban a formar parte de la muestra de nuestro estudio cuantitativo estadístico y a los que se les pasó la prueba de resolución de problemas fueron elegidos según los criterios siguientes:

- Alumnos pertenecientes a los centros educativos escogidos.
- Alumnos de los cursos de 10º de la educación básica (equivalente a 3º ESO) y de bachillerato en ciencias, común, físico-químico o informático (equivalente a

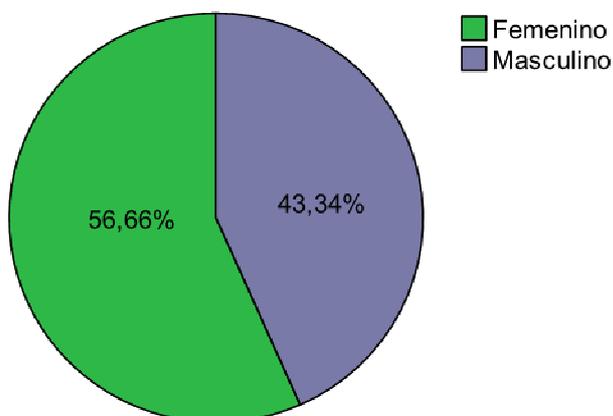
4º ESO) ya que son las especialidades que presentan matemáticas como materia obligatoria.

- Todos los alumnos de cada clase escogida para asegurarnos una muestra heterogénea.

En total se pasó la prueba de resolución de problemas a 563 alumnos de Ecuador. A continuación se presentan unas tablas y gráficos de sectores⁵ con la distribución de frecuencias y porcentajes de las distintas características significativas de la población de la muestra escogida:

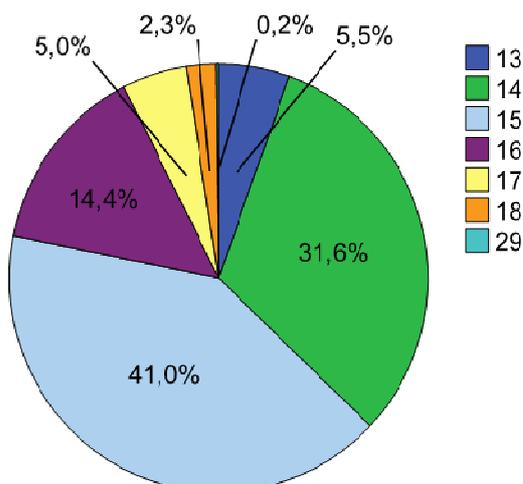
□ Según el género de los alumnos:

GÉNERO		
	Frecuencia	Porcentaje
Femenino	319	56,66
Masculino	244	43,34
Total	563	100



□ Según la edad de los alumnos:

EDAD		
	Frecuencia	Porcentaje
13	31	5,5
14	178	31,6
15	231	41,0
16	81	14,4
17	28	5,0
18	13	2,3
29	1	0,2
Total	563	100,0

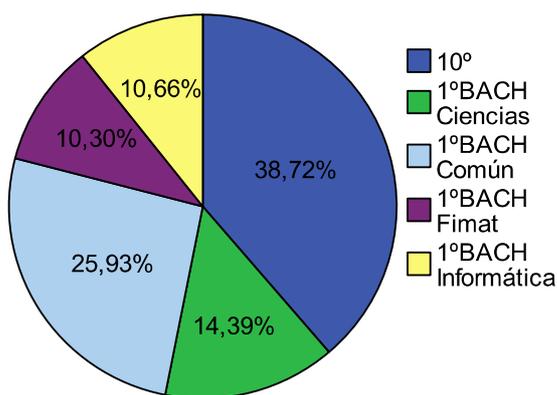


⁵ Realizados con el programa estadístico SPSS 17.0
298

La media de edad entre los alumnos ecuatorianos de la muestra de la población de nuestro estudio es de 14,91 años, ajustándose a la media de edad del proyecto PISA que son alumnos de 15 años.

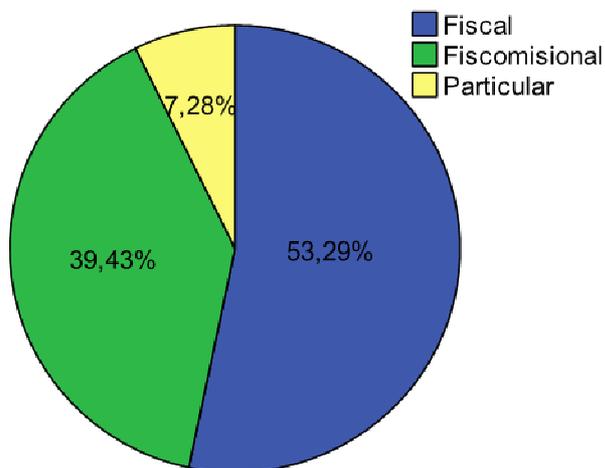
□ Según el curso de los alumnos:

CURSO		
	Frecuencia	Porcentaje
10º	218	38,7
1ºBACH Ciencias	81	14,4
1ºBACH Común	146	25,9
1ºBACH Fimat	58	10,3
1ºBACH Informática	60	10,7
Total	563	100,0



□ Según el tipo de colegio:

TIPO DE COLEGIO		
	Frecuencia	Porcentaje
Fiscal	300	53,3
Fiscomisional	222	39,4
Particular	41	7,3
Total	563	100,0



- Alumnos por centro visitado: (En este caso no hemos introducido el gráfico de sectores por tener demasiados casos con porcentajes pequeños).

COLEGIO		
	Frecuencia	Porcentaje
5 de Junio	62	11,0
Agustín Vera Loor	55	9,8
Celina Vivar Espinosa	41	7,3
Eloy Alfaro	56	9,9
Fe y Alegría (La Dolorosa)	31	5,5
Fe y Alegría la 40	33	5,9
Fe y Alegría M.	29	5,2
Fe y Alegría SD.	88	15,6
Henriquez Coello	29	5,2
Idrobo	45	8,0
Kleber	53	9,4
La Salle	41	7,3
Total	563	100,0

La muestra escogida de alumnos pertenecientes a centros educativos catalanes para pasarles la misma prueba que a los alumnos de Ecuador, estaba constituida por un total de 123 alumnos. La elección de estos alumnos se hizo siguiendo los criterios siguientes:

- Alumnos de los cursos de 3º y 4º de la ESO (segundo ciclo de secundaria) que se les pasó la prueba al principio del tercer trimestre del curso 2007-2008 y alumnos de 1º de bachillerato que se les pasó la prueba al inicio del curso 2007-2008. Se escogió alumnos de bachillerato por tener alumnos un poco más mayores y de esta forma tener una distribución por edades parecida a Ecuador, ya que nos encontramos que, aunque los alumnos escogidos en Ecuador correspondían a los cursos de 3º y 4º de la ESO, por edad a muchos de ellos les correspondía estar en bachillerato. Para que los contenidos dados

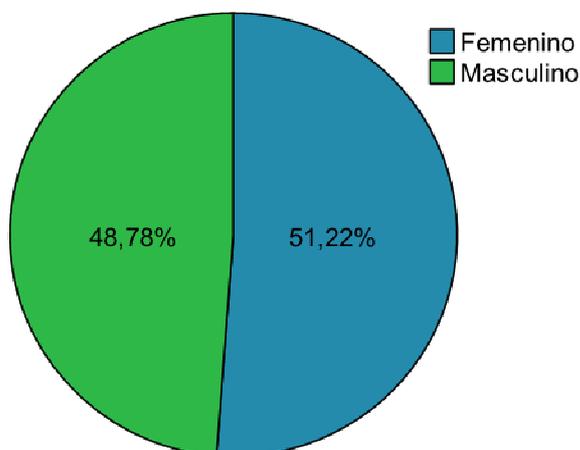
en bachillerato tuvieran la mínima incidencia en los resultados de estos alumnos, se pasó la prueba al inicio de curso.

- Todos los alumnos de cada clase escogida para asegurarnos una muestra heterogénea.

Presentamos a continuación tablas y gráficos de sectores similares a la población de Ecuador, para ver la composición de esta muestra según las características significativas de la población de estudio:

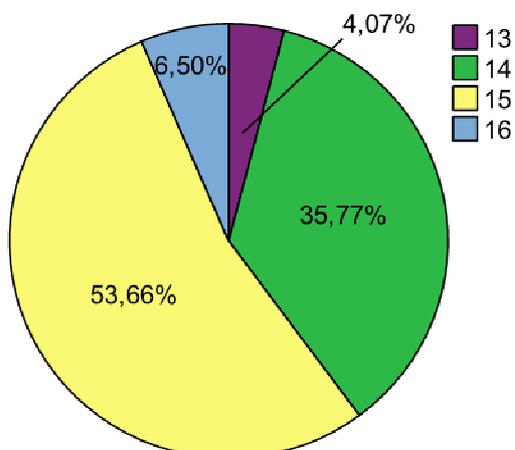
□ Según el género de los alumnos:

GÉNERO		
	Frecuencia	Porcentaje
Femenino	63	51,2
Masculino	60	48,8
Total	123	100,0



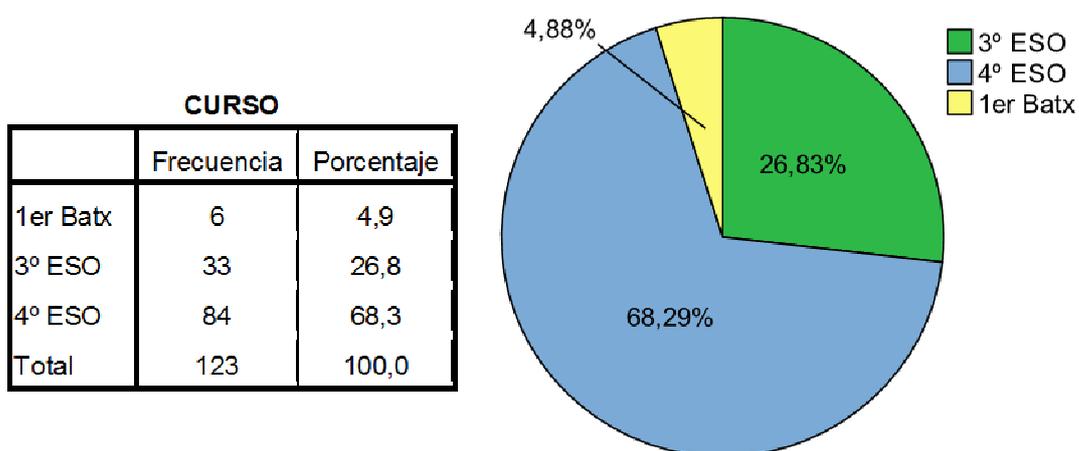
□ Según la edad de los alumnos:

Edad		
	Frecuencia	Porcentaje
13	5	4,1
14	44	35,8
15	66	53,7
16	8	6,5
Total	123	100,0



La edad media de los alumnos catalanes que realizaron la prueba es 14,63 años, un poco por debajo de la media de edad de los alumnos ecuatorianos y del informe PISA.

- Según el curso de los alumnos:



- Alumnos por centro visitado:

COLEGIO		
	Frecuencia	Porcentaje
les Baix Empordà	35	28,5
les Sant Elm	42	34,1
les Torras i Bages	46	37,4
Total	123	100,0

En total, la muestra de la población de nuestro estudio estaba constituida por 686 alumnos que realizaron la prueba de resolución de problemas PISA. El número de alumnos y alumnas es bastante similar y la mayoría de alumnos tienen entre 14 y 15 años (en el momento de la realización de la prueba), por lo tanto se ajusta bastante a las características de la población del estudio PISA, pudiendo comparar nuestros resultados por los obtenidos en este estudio.

Los profesores ecuatorianos de matemáticas entrevistados fueron un total de 32 y los profesores que, aparte de ser entrevistados también fueron observados en su trabajo docente (observaciones dentro del aula de matemáticas) que formaron parte de la población del estudio cualitativo, fueron los profesores de los alumnos que se les pasó la prueba.

Los alumnos encuestados (un total de 92 alumnos ecuatorianos) también fueron escogidos entre los alumnos que realizaron la prueba, con una distribución uniforme entre los colegios visitados y teniendo como prioridad aquellos alumnos que tenían previsto iniciar un proceso migratorio a nuestro país o bien que tenían algún familiar en España. El resto de alumnos fue escogido de forma aleatoria. Las encuestas a los alumnos se realizaban en horas de recreo o bien se les dejaba para que contestasen en casa (con una explicación previa por parte de la investigadora) y la devolvieran cumplimentada el día siguiente.

5.5.3. Instrumentos utilizados

De acuerdo a las finalidades y objetivos marcados en esta etapa de la investigación se han utilizado varios instrumentos. Por un lado estarían los instrumentos necesarios para la recogida de informaciones varias (metodologías usadas, datos personales, creencias, etc.) que serían las entrevistas y cuestionarios. Por otro lado tenemos los instrumentos necesarios para detectar el nivel y las dificultades de los alumnos en la resolución de problemas, que serían las pruebas.

A continuación se muestran las características básicas de los instrumentos de investigación utilizados en esta etapa y sus finalidades. Estos instrumentos se han adjuntado en el anexo 2.

- Cuestionario de identificación (Ecuador)

Este cuestionario es muy parecido al cuestionario de identificación usado para los alumnos recién llegados de la primera fase de la investigación. La estructura es la misma y muchas de las preguntas coinciden para poder hacer comparaciones posteriormente.

La finalidad de este cuestionario, igual que en la primera etapa, es tratar de conocer algunas características personales del alumno y su familia que creemos que pueden ser relevantes para este estudio.

La primera parte del cuestionario hace referencia a la familia del alumno: estudios de los padres, situación laboral, hermanos y otros miembros que vivan con el alumno y el conocimiento de lenguas. Consideramos también importante, saber si provienen de una zona rural o urbana pues la escolarización varía bastante en estos dos casos en los países subdesarrollados.

La segunda parte está constituida por dos preguntas, una referente al tiempo y lugar de escolarización del alumno y la segunda a la dedicación del tiempo libre. Esta última pregunta está enfocada en conocer el tiempo que el alumno puede dedicarle a los estudios y las obligaciones extraescolares que tiene.

Por último, la tercera parte está enfocada a cuestiones de emigración relacionadas con la familia o con el propio alumno.

□ Cuestionario del alumno (Ecuador)

Este cuestionario también es muy parecido al cuestionario del alumno recién llegado de la primera etapa de la investigación. Las únicas diferencias que presentan son que en este caso no se pregunta con quien están más a gusto en el aula ni si le parece más difícil la educación aquí o en su antiguo centro.

La diferencia más significativa entre los dos cuestionarios es que se añaden unas cuantas preguntas más al final del cuestionario (A8-A12) con la finalidad de indagar sobre los conocimientos y creencias que tienen los alumnos ecuatorianos de nuestro país y de nuestra educación.

□ Entrevistas a los profesores de matemáticas (Ecuador)

Las entrevistas fueron diseñadas con preguntas semi-abiertas, muchas de ellas coinciden con las preguntas del cuestionario del profesor de matemáticas de Cataluña.

Las entrevistas fueron pensadas para complementar y contrastar las informaciones recogidas in-situ por la investigadora en las observaciones del aula sobre las

metodologías usadas por el profesor de matemáticas de Ecuador. También se pretendía conocer la formación y experiencia del profesor, su situación laboral y sus creencias sobre la relación entre matemáticas y cultura.

□ Ficha del centro

En la primera visita al centro, la investigadora realizó una breve entrevista con el director del centro. La intención es explicar nuestro proyecto, entregar la carta que nos abala del Ministerio de Educación de Ecuador y de la Universidad de Barcelona y pedir permiso para entrevistarnos con los profesores y alumnos, pasar las pruebas y entrar como oyente-observadora en las clases de matemáticas.

En esta primera entrevista con el director del centro también se piden los datos básicos sobre las características técnicas del centro (estudios que se imparten, número de alumnado, grupos por curso y alumnos por aula, número total de profesorado y de profesorado de matemáticas, horario, etc.) y sobre las directrices metodológicas generales. Esta información se recoge para cada centro en una ficha técnica.

□ Guión de observaciones en el aula

Este instrumento estaba destinado a registrar las sesiones de clase de matemáticas en las que se entraba para realizar observadas in-situ. Consistieron en informes personales de la investigadora donde describíamos los hechos ocurridos en las clases, nuestras observaciones y reflexiones.

La ficha de las observaciones del aula servía como guión básico para la investigadora sobre los temas acordados que debía registrar: datos básicos (día, hora, clase, profesor), tema o temas que se iban a trabajar en la clase, metodologías usadas, intervenciones y comportamiento de los alumnos, trabajos encargados a los alumnos, u otras observaciones que la investigadora pueda creer que son interesantes o relevantes para el estudio. Estas anotaciones se solían tomar en el mismo momento, mientras transcurría la clase.

El objetivo principal de estas observaciones era comparar la dinámica de las clases de matemáticas de Ecuador y las de Cataluña, estas últimas conocidas por la propia investigadora por ser profesora de matemáticas en Cataluña lo cual facilitaba la

selección de la información importante a recoger y sintetizar que servirían posteriormente para dicha comparación.

□ Prueba de resolución de problemas

Con esta prueba se pretendía lograr unos de los objetivos marcados al inicio de la investigación: ver las diferencias, dificultades y habilidades de los alumnos ecuatorianos respecto a los locales en la resolución de problemas con la finalidad de comprender mejor la situación de los alumnos recién llegados de Ecuador en este aspecto y poder diseñar ayudas específicas según los resultados obtenidos.

Esta prueba se realizó utilizando los problemas del proyecto PISA y siguiendo las mismas pautas de realización y corrección definidas en PISA. Las razones que nos llevaron a tomar esta decisión fueron:

- Consideramos que, dentro de las nuevas corrientes de los currículos actuales en la enseñanza de las matemáticas, donde se prioriza la competencia matemática, los problemas del proyecto PISA se ajustaban a este perfil.
- Al utilizar los mismos problemas del proyecto PISA, podríamos comparar los resultados obtenidos en Ecuador con los obtenidos en este proyecto para el caso de Cataluña y España pero también podía servir para compararlo con otros países europeos del proyecto, si en algún momento se considera oportuno, sin tener que pasar las pruebas a alumnos de los otros países.
- El marco de referencia del proyecto PISA llevado a cabo por la OCDE da una mayor rigurosidad a nuestra investigación. Tanto los problemas como las pautas de corrección y evaluación, han estado pensados y diseñados por grandes expertos.
- Los ejercicios y problemas del proyecto PISA son adecuados a alumnos de 15 años. Así pues, los ejercicios y problemas escogidos también son adecuados para nuestra población. A la hora de escoger los problemas tuvimos en cuenta que la edad media de nuestra población podía ser un poco inferior a los 15 años (por los cursos que se decidió pasar la prueba) por lo tanto los problemas escogidos, no pertenecen el grupo de dificultad más elevado.

- Los ejercicios y problemas del proyecto PISA están pensados para ser entendidos y realizados por alumnos de distintas nacionalidades, por lo tanto, *procuran evitar cualquier contexto que pueda comportar un sesgo cultural*⁶ (aunque como se comentará más adelante, después del trabajo de campo, discrepamos sobre este punto, puesto que son problemas con contextos conocidos para alumnos europeos, y no siempre para alumnos de otros países y continentes).

Se escogieron un total de nueve problemas del informe PISA 2003, siete de la parte de matemáticas y dos de resolución de problemas. La elección de los problemas se hizo atendiendo a los siguientes criterios:

- Número de ejercicios idóneo para que la prueba se pudiera realizar en una hora.
- Que pertenecieran a las subescalas (contenido matemático) definidas por PISA de *espacio y forma* y *cambio y relaciones* (3 de cada subescala) y uno de *cantidad*. Como ya se ha justificado anteriormente, decidimos centrarnos en estos contenidos, excluyendo los problemas de *incertidumbre*.
- Que hubiera al menos un problema de cada situación establecida por PISA: *personal, educativa o laboral, pública y científica* pero con preferencia a los problemas de situaciones personales.
- Que hubiera problemas pertenecientes a los tres grupos de capacidades: *reproducción, conexión y reflexión*. En este caso se escogieron tres problemas de reproducción y conexión y uno de reflexión.
- Problemas con distintos grados de dificultad priorizando aquellos que presentan un nivel de competencia medio-bajo (niveles 1, 2 y 3 según la escala propuesta por PISA), aunque se añadió un problema de máxima dificultad (nivel 6).
- Dos problemas dentro del grupo de *resolución de problemas* de PISA 2003 del tipo *toma de decisiones*.

⁶ Extraído del Informe PISA 2003

Los problemas que escogimos y su clasificación según PISA 2003 fueron los siguientes:

DADOS

A la derecha, hay un dibujo de dos dados.

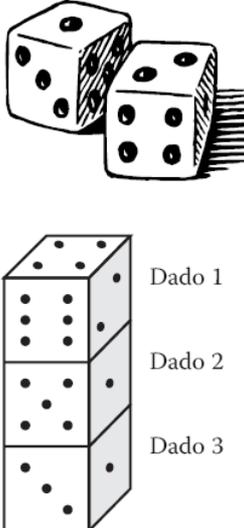
Los dados son cubos con un sistema especial de numeración en los que se aplica la siguiente regla:

El número total de puntos en dos caras opuestas es siempre siete.

Pregunta 34: DADOS
M555Q01

A la derecha se pueden ver tres dados colocados uno encima del otro. El dado 1 tiene cuatro puntos en la cara de arriba.

¿Cuántos puntos hay en total en las cinco caras horizontales que no se pueden ver (cara de abajo del dado 1, caras de arriba y de abajo de los dados 2 y 3)?



The image shows two dice at the top right, one slightly behind the other. Below them is a vertical stack of three dice. The top die is labeled 'Dado 1', the middle one 'Dado 2', and the bottom one 'Dado 3'. The top face of Dado 1 shows 4 dots. The bottom face of Dado 1 is hidden. The top and bottom faces of Dado 2 and Dado 3 are also hidden.

<i>Subescala</i>	Espacio y forma
<i>Situación</i>	Personal
<i>Competencia</i>	Conexiones
<i>Dificultad</i>	Nivel 2

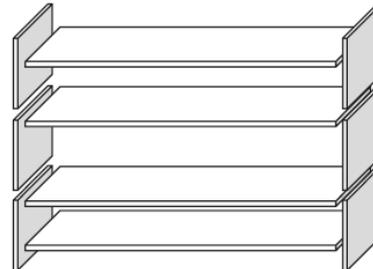
ESTANTERÍAS

Pregunta 19: ESTANTERÍAS

M484Q01

Para construir una estantería un carpintero necesita lo siguiente:

- 4 tablas largas de madera,
- 6 tablas cortas de madera,
- 12 ganchos pequeños,
- 2 ganchos grandes,
- 14 tornillos.



El carpintero tiene en el almacén 26 tablas largas de madera, 33 tablas cortas de madera, 200 ganchos pequeños, 20 ganchos grandes y 510 tornillos.

¿Cuántas estanterías completas puede construir este carpintero?

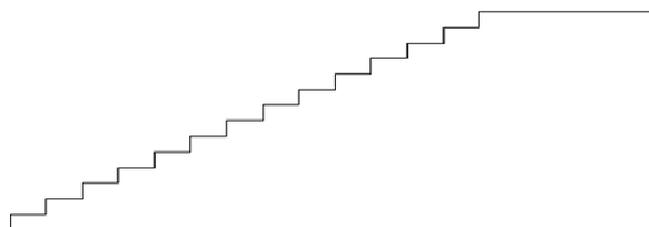
Respuesta:.....estanterías.

<i>Subescala</i>	Cantidad
<i>Situación</i>	Laboral
<i>Competencia</i>	Conexiones
<i>Dificultad</i>	Nivel 3

ESCALERA

Pregunta 33: ESCALERA

El esquema siguiente ilustra una escalera con 14 peldaños y una altura total de 252 cm:



Altura total 252 cm

Profundidad total 400 cm

¿Cuál es altura de cada uno de los 14 peldaños?

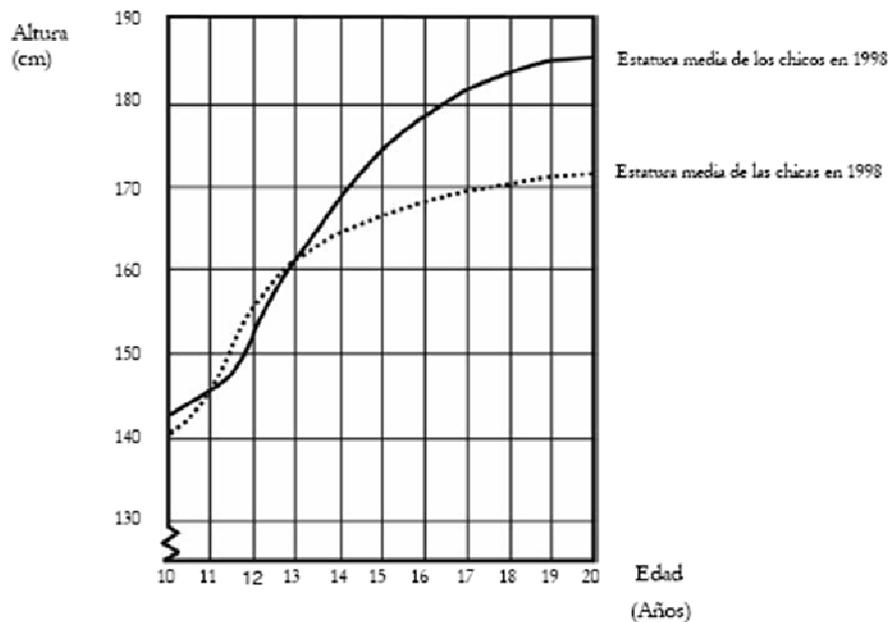
Altura:cm.

<i>Subescala</i>	Espacio y forma
<i>Situación</i>	Laboral
<i>Competencia</i>	Reproducción
<i>Dificultad</i>	Nivel 2

CRECER

La juventud se hace más alta

La estatura media de los chicos y las chicas de Holanda en 1998 está representada en el siguiente gráfico.



Pregunta 6: CRECER

M150Q02-00 11 21 22 99

De acuerdo con el gráfico anterior, como promedio, durante qué periodo de su vida son las chicas más altas que los chicos de su misma edad.

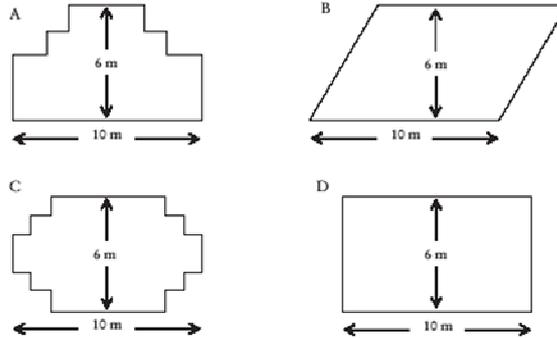
<i>Subescala</i>	Cambio y relaciones
<i>Situación</i>	Científica
<i>Competencia</i>	Reproducción
<i>Dificultad</i>	Nivel 1 (Respuesta parcial) Nivel 3 (Respuesta máxima)

CARPINTERO

Pregunta 8: CARPINTERO

M266Q01

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín. Está considerando los siguientes diseños para el parterre.



Rodea con un círculo *Sí* o *No* para indicar si, para cada diseño, se puede o no se puede construir el parterre con los 32 metros de madera.

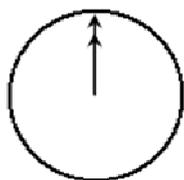
Diseño del parterre	¿Puede construirse el parterre con 32 metros de madera utilizando el diseño?
Diseño A	<i>Sí / No</i>
Diseño B	<i>Sí / No</i>
Diseño C	<i>Sí / No</i>
Diseño D	<i>Sí / No</i>

<i>Subescala</i>	Espacio y forma
<i>Situación</i>	Educativa
<i>Competencia</i>	Conexiones
<i>Dificultad</i>	Nivel 6

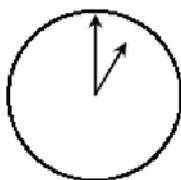
CHATEAR⁷

Mark (de Sydney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo a través de Internet mediante el *chat*. Tienen que conectarse a Internet a la vez para poder "chatear".

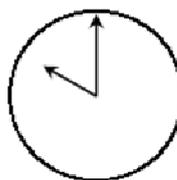
Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:



Greenwich 12 de la noche



Berlín 1:00 de la noche



Sydney 10:00 de la mañana

Pregunta 9: CHATEAR

M402Q01 - 0 1 9

Cuando son las 7:00 de la tarde en Sydney, ¿qué hora es en Berlín?

Respuesta:

Subescala	Cambio y relaciones
Situación	Personal
Competencia	Conexiones
Dificultad	Nivel 3

Pregunta 10: CHATEAR

M402Q02 - 0 1 9

Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo.

¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans? Escribe las respectivas horas locales en la tabla.

Lugar	Hora
Sydney	
Berlín	

Subescala	Cambio y relaciones
Situación	Personal
Competencia	Reflexión
Dificultad	Nivel 5

⁷ Se han incluido las dos cuestiones de PISA 2003. Cada una de ellas presenta una clasificación distinta por separado. Lo mismo ocurre para el problema *ir al cine*.

EL MEJOR COCHE

Una revista de coches utiliza un sistema de puntuaciones para evaluar los nuevos coches y concede el premio de Mejor coche del año al coche con la puntuación total más alta. Se están evaluando cinco coches nuevos. Sus puntuaciones se muestran en la tabla.

Coche	Seguridad (S)	Ahorro de combustible (C)	Diseño exterior (D)	Habitáculo interior (H)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
XK	3	2	3	2

Las puntuaciones se interpretan de la siguiente manera:
 3 puntos = Excelente
 2 puntos = Bueno
 1 punto = Aceptable

Pregunta 37: EL MEJOR COCHE

M704Q01

Para calcular la puntuación total de un coche, la revista utiliza la siguiente regla, que da una suma ponderada de las puntuaciones individuales:

$$\text{Puntuación total} = (3 \times S) + C + D + H$$

Calcula la puntuación total del coche Ca. Escribe tu contestación en el espacio siguiente.

Puntuación total de Ca:

Subescala	Cambio y relaciones
Situación	Pública
Competencia	Reproducción
Dificultad	Nivel 2

IR AL CINE

Este problema trata de cómo buscar un día y hora adecuados para ir al cine.

Isaac, de 15 años, quiere organizar una salida al cine con dos amigos de su misma edad durante la semana de vacaciones escolares. Las vacaciones empiezan el sábado, 24 de marzo, y terminan el domingo, 1 de abril.

Isaac preguntó a sus amigos qué días y a qué horas podrían ir al cine. Recibió las siguientes respuestas.

Federico: *Tengo que quedarme en casa el lunes y el miércoles para practicar música de 14:30 a 15:30*

Sebastián: *Tengo que ir a casa de mi abuela los domingos, de modo que no puede ser en domingo. Ya he visto Pokamin y no quiero verla otra vez.*

Los padres de Isaac insisten en que sólo vaya a ver películas recomendadas para su edad y en que no vuelva a casa andando. Ellos llevarán a los chicos a sus casas siempre que sea antes de las 22 horas.

Isaac mira las horas de comienzo de las películas de la semana de vacaciones. Ésta es la información que encuentra.

<p>Los Niños en la Red 113 minutos 14:00 (sólo Lun. a Vie.) 21:35 (sólo Sab. y Dom.)</p>	<p>No recomendada para menores de 12 años.</p>	<p>Pokamin 105 minutos 13:40 (a diario) 16:35 (a diario)</p>	<p>Con autorización de los padres. Para todos los públicos, pero algunas escenas pueden no ser adecuadas para los más jóvenes.</p>
<p>Monstruos en las profundidades 164 minutos 19:55 (sólo Vie. a Sab.)</p>	<p>No recomendada para menores de 18 años.</p>	<p>Enigma 144 minutos 15:00 (sólo Lun. a Vie.) 18:00 (sólo Sab. y Dom.)</p>	<p>No recomendada para menores de 12 años.</p>
<p>Carnívoro 148 minutos 18:30 (a diario)</p>	<p>No recomendada para menores de 18 años.</p>	<p>El Rey de la Selva 117 minutos 14:35 (sólo Lun. a Vie.) 18:50 (sólo Sab. y Dom.)</p>	<p>Para todos los públicos.</p>

Pregunta 13: IR AL CINE

X601Q01

Teniendo en cuenta la información que ha encontrado Isaac sobre las películas y las condiciones que le ponen sus amigos, ¿cuál o cuáles de las seis películas son las que podrían ir a ver Isaac y sus compañeros?

Rodea *Sí* o *No* para cada película.

Película	¿Pueden los tres chicos ir a ver la película?
Los Niños de la Red	<i>Sí / No</i>
Monstruos de las profundidades	<i>Sí / No</i>
Carnívoro	<i>Sí / No</i>
Pokamin	<i>Sí / No</i>
Enigma	<i>Sí / No</i>
El Rey de la Selva	<i>Sí / No</i>

<i>Subescala</i>	Toma de decisiones
<i>Situación</i>	Personal
<i>Dificultad</i>	Nivel 1 (Respuesta parcial) Nivel 2 (Respuesta máxima)

Pregunta 14: IR AL CINE

X601Q02

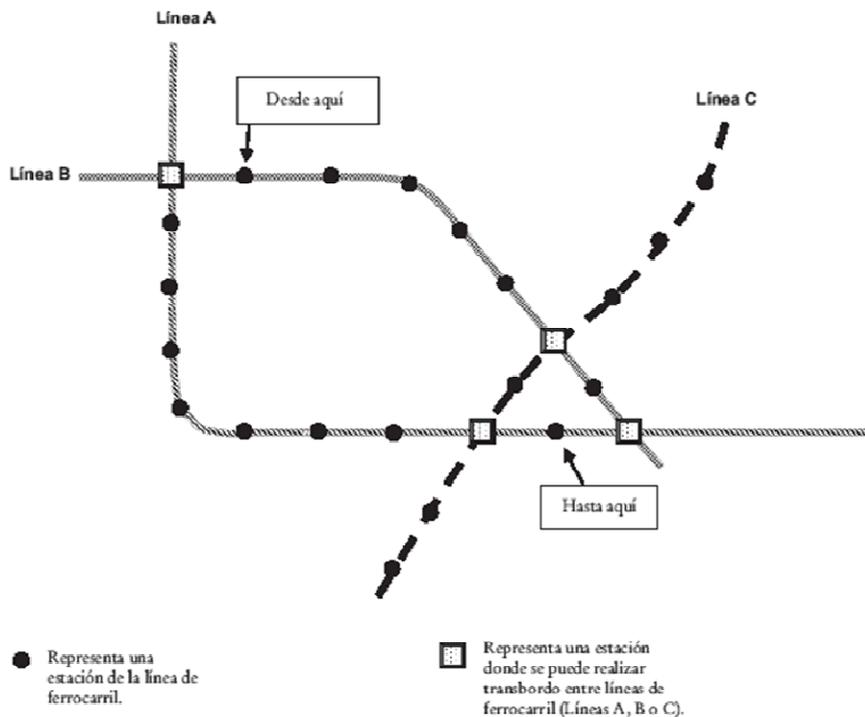
Si eligieran ir a ver "Los Niños en la Red"; ¿cuál de las siguientes fechas sería apropiada para ellos?

- A Lunes, 26 de marzo
- B Miércoles, 28 de marzo
- C Viernes, 30 de marzo
- D Sábado, 31 de marzo
- E Domingo, 1 de abril

<i>Subescala</i>	Toma de decisiones
<i>Situación</i>	Personal
<i>Dificultad</i>	Nivel 1 (Respuesta parcial)

SISTEMA DE TRANSPORTE

El siguiente esquema muestra parte del sistema de transporte de una ciudad de Zedlandia, con 3 líneas de ferrocarril. Señala dónde se encuentra uno y a dónde tiene que ir:



El precio del billete se calcula en función del número de estaciones que se recorren. Cada estación que se recorre cuesta 1 zed.
 El tiempo que se tarda en ir de una estación a la siguiente es de aproximadamente 2 minutos.
 En los transbordos de una línea a otra se tarda unos 5 minutos.

Pregunta 7: SISTEMA DE TRANSPORTE

X415Q01-01 02 11 12 13 21 22 99

En el esquema anterior se señala la estación en la que uno se encuentra en ese momento (Desde aquí), y la estación a donde tiene que ir (Hasta aquí). Marca en el esquema el mejor trayecto en términos de dinero y tiempo e indica abajo el precio del billete a pagar y el tiempo aproximado del viaje.

Precio del billete: zeds.
 Tiempo aproximado del viaje: minutos.

<i>Subescala</i>	Toma de decisiones
<i>Situación</i>	Personal
<i>Dificultad</i>	Nivel 3 (Respuesta parcial) Nivel 4 (Respuesta máxima)

En la siguiente tabla se pueden ver las clasificaciones de todos los problemas de forma sintetizada:

		Subescala	Situación	Competencia	Dificultad
DADOS		Espacio y forma	Personal	Conexiones	nivel 2
ESTANTERIAS		Cantidad	Laboral	Conexiones	nivel 3
ESCALERA		Espacio y forma	Laboral	Reproducción	nivel 2
CRECER	P. parcial	Cambio y relaciones	Científica	Reproducción	nivel 1
	P.máxima	Cambio y relaciones	Científica	Reproducción	nivel 3
CARPINTERO		Espacio y forma	Educativa	Conexiones	nivel 6
CHATEAR	(1)	Cambio y relaciones	Personal	Conexiones	nivel 3
	(2)	Cambio y relaciones	Personal	Reflexión	nivel 5
EL MEJOR COCHE		Cambio y relaciones	Pública	Reproducción	nivel 2

			Subescala	Situación	Dificultad
IR AL CINE	(1)	P.Parcial	Toma de decisiones	Personal	nivel 1
		P.Máxima	Toma de decisiones	Personal	nivel 2
	(2)		Toma de decisiones	Personal	nivel 1
S.TRANSPORTE	P.Parcial	Toma de decisiones	Personal	nivel 3	
	P.Máxima	Toma de decisiones	Personal	nivel 4	

Tabla 5.5: Clasificación de los problemas de la prueba de resolución de problemas

Hay algunos problemas, como veremos en el apartado siguiente, que en la corrección admiten dos puntuaciones (parcial y máxima) según el tipo de respuesta dada por los alumnos. Dependiendo de estas respuestas el nivel de dificultad varía.

Las condiciones y pautas para la realización de esta prueba fueron las siguientes:

- a) El tiempo máximo es de 60 minutos.
- b) El profesor les entregará a cada alumno, las hojas con los enunciados y una hoja en blanco (o más si fuera necesario) donde realizarán los problemas.
- c) Los alumnos deberán anotar nombre y apellidos y fecha de nacimiento (día, mes y año) en las hojas en blanco que utilicen.
- d) Es importante que todos los cálculos que necesiten realizar para resolver la prueba los anoten en las hojas que se les ha facilitado y no en otras y entreguen todas las hojas utilizadas.
- e) Es indiferente el orden en que se realicen los problemas.
- f) NO es permitido uso de calculadoras, móviles, etc.
- g) La prueba es personal.

- h) El profesor anotará en una hoja todas las preguntas que le hagan los alumnos durante la prueba y, en caso que dé alguna orientación (no recomendable salvo que se trate de alguna palabra que no entiendan su significado) también lo anotará, especificando el nombre del alumno.
- i) El profesor anotará en una hoja el nombre del colegio, curso, clase, día y hora de comienzo y finalización de la prueba.

□ Prueba control

Dado los malos resultados obtenidos en la prueba PISA en las primeras sesiones con los alumnos ecuatorianos, se decidió confeccionar esta prueba para descartar dificultades de resolución de problemas debidas a fallos en la resolución de las operaciones básicas necesarias para resolver los problemas.

Para ello se confeccionó esta prueba que, para cada problema, se dan las operaciones necesarias para resolver el problema (sin dar el enunciado del problema, solo el enunciado de las operaciones) y se pide que resuelvan estas operaciones.

□ Cuestionario de opinión de la prueba

A los alumnos realizaron la prueba de resolución de problemas PISA, se les pedía al finalizar la prueba (en el caso que les sobrara tiempo) o en la siguiente sesión, una pequeña opinión sobre la prueba, qué les había parecido, dificultades que habían tenido, qué fue lo que menos y más les costó, qué fue lo que menos y más les gustó y cómo se habían sentido al realizarla.

Con este cuestionario pretendíamos complementar las impresiones captadas por la investigadora y detectar posibles causas de la dificultad presentada en la resolución de la prueba.

□ Recogida de intervenciones

Durante la realización de la prueba, la investigadora recogió todas las intervenciones, preguntas, dudas, comentarios, que realizaban los alumnos. También anotó las apreciaciones que consideró interesantes sobre el comportamiento, actitud y predisposición de los alumnos y el tiempo que tardó cada alumno en acabar/entregar la prueba.

5.5.4. Categorías para el análisis y evaluación

Para la consecuente corrección de la prueba de resolución de problemas y la realización de las diferentes categorías que se han utilizado, nos hemos basado en nuestro marco teórico referencial PISA 2003, que se explican a continuación.

El formato de las preguntas de la evaluación PISA es variado. Algunas preguntas requieren que los alumnos seleccionen o propongan respuestas sencillas que pueden compararse directamente con una respuesta correcta única, como preguntas de elección múltiple o preguntas de respuesta construida cerrada. Otras piden más elaboración: los estudiantes tienen que desarrollar su propia respuesta, diseñada para medir conceptos más generales que los recogidos en estudios más tradicionales; estas preguntas permiten aceptar una gama más amplia de respuestas y un sistema de calificación más complejo que puede considerar respuestas parcialmente correctas.

Cada problema de PISA pertenece a un nivel de dificultad pero, a la vez, se le asigna una puntuación determinada entre 350 y 800 dependiendo de la dificultad. La escala de la puntuación de los problemas según el nivel de dificultad es la siguiente:

Nivel 1: [350, 420)

Nivel 2: [420, 482)

Nivel 3: [482, 544)

Nivel 4: [544, 606)

Nivel 5: [606, 668)

Nivel 6: [668, 800)

En los problemas que escogimos para la prueba de resolución de problemas de esta investigación, la puntuación asignada por PISA es:

		Puntuación			Puntuación	
DADOS		478 (nivel 2)				
ESTANTERIAS		499 (nivel 3)				
ESCALERA		421 (nivel 2)				
CRECER	Parcial	420 (nivel 1)	IR AL CINE	(1) Parcial	442 (nivel 1)	
	Máxima	525 (nivel 3)		Máxima	522 (nivel 2)	
CARPINTERO		687 (nivel 6)				
CHATEAR	(1)	533 (nivel 3)				
	(2)	636 (nivel 5)	(2)	468 (nivel 1)		
EL MEJOR COCHE		447 (nivel 2)	S.TRANSPORTE		Parcial	608 (nivel 3)
					Máxima	725 (nivel 4)

Tabla 5.6: Puntuación otorgada a cada problema de la prueba según PISA

En el estudio PISA, utiliza la misma escala de niveles para otorgar a los alumnos el nivel de competencia matemática que tienen. Nosotros en nuestro análisis solo hemos utilizado estas puntuaciones para ponderar la dificultad de los problemas y puntuar la prueba realizada según estos niveles de dificultad, pero no hemos clasificado los alumnos siguiendo los mismos niveles puesto que nuestra prueba no contenía el mismo número de problemas por niveles igual que la diseñada por PISA. Por lo tanto, hemos comparado los resultados totales entre las dos poblaciones de nuestro estudio. En el caso del análisis de cada problema individualmente, sí que se ha podido comparar con los resultados de PISA 2003.

En la corrección de las pruebas, se han otorgado unos códigos y una puntuación para cada problema según las respuestas dadas por los alumnos.

Las puntuaciones posibles oscilan entre 0 y 2 puntos por pregunta (en PISA hay uno en el que se asigna 3 puntos), siempre en unidades enteras, sin decimales. Una respuesta errónea obtiene 0 puntos. La mayor parte de las preguntas, entre ellas todas las de respuesta cerrada, tienen una puntuación máxima de 1 punto. Buena parte de las preguntas abiertas reciben una puntuación máxima de 2 puntos o una puntuación parcial de 1 punto.

La puntuación se asigna a través de códigos, normalmente de una cifra. Cuando los códigos previstos son de dos cifras, la primera expresa la puntuación y la segunda una indicación del tipo de respuesta. Esta segunda cifra trata de identificar regularidades típicas en las respuestas (como un tipo de error habitual o una estrategia concreta

utilizada para llegar a la respuesta correcta) susceptibles de ser estudiadas posteriormente.

La mayoría de códigos usados para la codificación de las respuestas dadas por los alumnos, son los mismos que se utilizaron en PISA 2003 excepto en algún caso que, aunque el significado sea el mismo, se ha añadido un dígito para que todos los códigos fueran de dos dígitos.

Si se ha añadido algún código más que creíamos conveniente para destacar algún tipo de respuesta particular no codificada en el estudio PISA, por ejemplo el código 08 para designar que se ha dado una respuesta incoherente (importante para detectar aquellos alumnos que no han entendido qué les pedía el problema), se especifica con un asterisco en el código.

A continuación se explica el significado de los códigos usados para cada problema escogido de la prueba de resolución de problemas:

DADOS

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
10	Respuesta correcta.	• 17 puntos.	1
01*	Da los puntos de cada cara de los dados pero no suma el total.		0
00	Otras respuestas.		0
09	Sin respuesta.		0
08*	Respuesta incoherente.		0

ESTANTERÍAS

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
10	Respuesta correcta.	• 5 estanterías.	1
00	Otras respuestas.		0
09	Sin respuesta.		0
08*	Respuesta incoherente.		0

ESCALERA

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
10	Respuesta correcta.	• 18 cm.	1
01*	Divide la profundidad por el número de peldaños.		0
00	Otras respuestas.		0
09	Sin respuesta.		0
08*	Respuesta incoherente.		0

CRECER

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
21	Se proporciona el intervalo correcto.	<ul style="list-style-type: none"> • Entre la edad de 11 y 13. • Desde los 11 a los 13 años, las chicas son más altas que los chicos. • 11-13. 	2
22	Respuesta correcta en lenguaje cotidiano.	<ul style="list-style-type: none"> • Las chicas son más altas que los chicos cuando tienen 11 y 12 años. • 11 y 12 años. 	2
11	Otros subconjuntos de (11, 12, 13), no incluidos en la sección de máxima puntuación.	<ul style="list-style-type: none"> • 12 a 13. • 12. • 13. • 11. 	1
00	Otras respuestas.	<ul style="list-style-type: none"> • 1998. • Las chicas son más altas que los chicos cuando son mayores de 13 años. • Las chicas son más altas que los chicos desde los 10 a los 11 años. 	0
09	Sin respuesta.		0
08*	Respuesta incoherente.		0

CARPINTERO

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
10	Las cuatro respuestas correctas.	Diseño A: Sí Diseño B: No Diseño C: Sí Diseño D: Sí	1
00	Otras respuestas.	Tres o menos respuestas correctas.	0
09	Sin respuesta.		0
08*	Respuesta incoherente.		0

CINE (1)

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
20	Se dan todas las respuestas correctas.	• Sí, No, No, No, Sí, Sí, en ese orden.	2
10	Una respuesta incorrecta.		1
00	Otras respuestas.		0
09	Sin respuesta.		0

CINE (2)

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
10	Respuesta correcta.	C. Viernes, 30 de marzo	1
00	Otras respuestas.		0
09	Sin respuesta.		0
08	Respuesta incoherente.		0

CHATEAR (1)

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
10	Respuesta correcta	<ul style="list-style-type: none"> • 10 de la mañana • 10:00 a.m. 	1
01*	Respuesta correcta pero no indica mañana o tarde.	<ul style="list-style-type: none"> • 10 horas. • Las diez. 	0
00	Otras respuestas.		0
09	Sin respuesta.		0

CHATEAR (2)

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
10	Cualquier hora o intervalo de tiempo que satisfaga las 9 horas de diferencia y que se encuentre dentro de uno de estos intervalos: Sydney:4:30- 6:00p.m; Berlín:7:30 9:00a.m Sydney:7:00- 8:00a.m;Berlín:10:00 -11:00p.m.	<ul style="list-style-type: none"> • Sydney 17:00, Berlín 8:00. 	1
01*	Respuesta correcta pero no indica mañana o tarde.		0
00	Otras respuestas, incluyendo una de las dos horas correctas, pero la otra incorrecta.	<ul style="list-style-type: none"> • Sydney 8 de la mañana, Berlín 10 de la noche. 	0
09	Sin respuesta.		0

EL MEJOR COCHE

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
10	Respuesta correcta.	<ul style="list-style-type: none"> • 15 puntos. 	1
01*	Planteamiento correcto pero cálculos incorrectos.		0
00	Otras respuestas.		0
09	Sin respuesta.		0

SISTEMA DE TRASPORTE

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
21	Se indica la ruta correcta y se dan las respuestas correctas.	<ul style="list-style-type: none"> • Línea B, cambio y una parada en la línea A. Precio del billete 8 zeds; Tiempo aproximado del viaje: 21 minutos. 	2
22	No se señala la ruta pero se da la respuesta correcta para el precio y el tiempo.		2
11	Se señala la mejor ruta, con Precio o el Tiempo correctos, pero no ambos.	<ul style="list-style-type: none"> • Se muestra la mejor ruta; Precio: 8 zeds; Tiempo: 26 minutos • Se muestra la mejor ruta; Falta el Precio; Tiempo: 21 minutos 	1
12	Se muestra una de las otras dos rutas posibles, con el Precio y el Tiempo correctos para dicha ruta.	<ul style="list-style-type: none"> • La ruta que se muestra es la que primero va "izquierda"; Precio 10 zeds; Tiempo 25 minutos • La ruta que se muestra es la que va a través de las Líneas B, C y A; Precio 8 zeds; Tiempo 26 minutos 	1
13	No se muestra ninguna ruta, pero se da el Precio y el Tiempo correcto para una de las otras dos rutas.	<ul style="list-style-type: none"> • No se muestra ninguna ruta; Precio 10 zeds; Tiempo 25 minutos • No se muestra ninguna ruta; Precio 8 zeds; Tiempo 26 minutos. 	1
01	Se señala la mejor ruta, pero faltan o son incorrectos tanto el Precio como el Tiempo	<ul style="list-style-type: none"> • Se muestra la mejor ruta; Falta el Precio; Tiempo 26 minutos 	0
00	Otras respuestas.		0
09	Sin respuesta.		0

En esta etapa de la investigación, dadas las características del planteamiento del estudio, tal como ya se ha justificado al inicio de este capítulo, se ha procedido a un análisis estadístico correlacional para variables cuantitativas, buscando con éste el grado de asociación. Para el análisis cuantitativo hemos optado por

tratamiento estadístico de los datos mediante el paquete estadístico Statistical Package for Social Science, versión 17.0 de PC (SPSS). Se ha escogido este paquete estadístico porque todos los archivos de datos y de sintaxis de PISA se analizaron con este programa (versión anterior) y se encuentran disponibles en la página web oficial: www.pisa.oecd.org.

Para valorar de forma general los resultados obtenidos se ha considerado útil calcular las medidas centrales del conjunto de la población, distinguiendo entre la población formada por los alumnos de Ecuador y la población formada por los alumnos de centros catalanes. A partir de este análisis podremos conocer cuál ha sido el nivel de dificultad de las distintas actividades que conforman la prueba.

También realizaremos un estudio de frecuencias de los resultados de cada actividad para conocer la distribución de las puntuaciones que se han obtenido en cada una de ellas y nos mostrará que tipo de actividades genera más dificultades al alumnado considerado de forma global.

A continuación volveremos a realizar un estudio descriptivo pero en este caso agrupando las actividades según la puntuación total obtenida en la prueba, por las características de clasificación de los problemas PISA.

Finalmente este análisis descriptivo se realizará teniendo en cuenta las diferentes tipologías del alumnado que ha realizado la prueba con la finalidad de que estos resultados nos permitan comparar las diferencias entre los mismos.

5.6. Tercera etapa de la investigación (MigraMat)

A raíz de las dos etapas anteriores y de los resultados obtenidos, nos dimos cuenta que era necesario confeccionar algún tipo de ayudas para minimizar las diferencias y dificultades detectadas en la resolución de problemas de los alumnos recién llegados de Ecuador.

Con el fin de que los alumnos pudieran trabajar de forma autónoma, antes de llegar desde Ecuador o una vez incorporados en nuestros centros, se decidió que el recurso fuera en formato web.

A partir de las observaciones realizadas en Ecuador y de los alumnos recién llegados (primera y segunda etapa) se diseñó el portal web MigraMat explicado en el capítulo 6.

Una vez realizado el diseño inicial de la web, se escogió una pequeña muestra para ver la efectividad del portal y para añadir o modificar la página según las necesidades observadas durante el trabajo con estos alumnos que es lo que hemos denominado tercera etapa de la investigación. Durante esta fase, hemos utilizado la metodología microetnográfica de estudio de casos con 3 alumnos recién llegados de Ecuador y 3 alumnos locales, que nos permiten comparar los resultados obtenidos.

Aparte de confeccionar herramientas útiles para mejorar la integración de estos alumnos, durante esta tercera fase también pretendíamos profundizar más en la parte emocional de los alumnos recién llegados, puesto que habíamos detectado la influencia de los aspectos emocionales durante la ejecución de las tareas. Por eso, a parte de las entrevistas que se fueron llevando a cabo con estos alumnos a lo largo de toda la etapa, se les pasó un cuestionario de tipo mapa de humor.

5.6.1. Contexto

Para la realización de este estudio se escogieron tres alumnos recién llegados de Ecuador de la provincia de Girona puesto que la investigadora trabaja en un centro educativo en la misma provincia y así se evitarían desplazamientos largos que imposibilitarían pasar las pruebas durante el horario lectivo de los alumnos.

Los centros que se escogieron estuvieron condicionados por la población escogida para el estudio. A partir de los datos ofrecidos por el *Servei Territorial de Girona* de Educación, los tres alumnos ecuatorianos que se ajustaban más a las características que buscábamos, pertenecían a los centros siguientes:

- a) IES Tossa de Mar (Tossa de Mar)
- b) IES Narcís Xifra (Girona)

c) IES Sobrequés (Girona)

La realización del trabajo de campo se llevó a cabo durante los meses de febrero y marzo del 2009. En total se realizaron 5 sesiones con cada alumno recién llegado de Ecuador y 2 sesiones con cada alumno local (que coincidían con la primera y la última de los alumnos ecuatorianos):

- 1) Durante la primera sesión se hicieron las presentaciones y se pasaron los cuestionarios de identificación y del alumno. Posteriormente se les presentó el portal web MigraMat y realizaron la prueba inicial de resolución de problemas incluida en la página web. Durante esta prueba, cada alumno disponía del mapa de humor que debían ir rellenando a medida que transcurría la prueba.
- 2) La segunda sesión consistía que el alumno ecuatoriano realizara la primera parte de las actividades de preparación de la web MigraMat con la ayuda de la investigadora.
- 3) La tercera sesión consistió en finalizar las actividades de preparación de la web MigraMat con la ayuda de la investigadora y comentar las dificultades que habían encontrado y cómo se habían sentido. Si daba tiempo se empezaba con las actividades de seguimiento.
- 4) Durante la cuarta sesión, los alumnos ecuatorianos trabajaron las actividades de seguimiento.
- 5) En la quinta sesión, tanto los alumnos ecuatorianos como los alumnos locales, realizaron las actividades de la evaluación final de la página web MigraMat y rellenaron de nuevo la primera parte del mapa de humor.

5.6.2. Población del estudio

Para esta tercera fase de la investigación se escogieron tres alumnos inmigrantes recién llegados ecuatorianos y tres alumnos locales. De acuerdo a los objetivos marcados para esta última etapa de investigación, las características que debían cumplir los alumnos inmigrantes de la muestra eran:

- ✓ Alumnos inmigrantes de Ecuador.

- ✓ Alumnos recién llegados que como máximo llevaran escolarizados en nuestros centros educativos un curso.
- ✓ Alumnos de segundo ciclo de la ESO.

Los alumnos locales pareja de los alumnos ecuatorianos, para poder contrastar los resultados de unos con los otros, debían cumplir las siguientes condiciones:

- ✓ Pertener al mismo centro educativo que los alumnos inmigrantes recién llegados y al mismo curso y grupo.
- ✓ Ser de la misma edad que sus alumnos pareja.
- ✓ Ser del mismo género que su alumno pareja.
- ✓ Tener un nivel de matemáticas medio respecto todo el grupo.

A continuación pasamos a hacer una breve descripción de cada uno de los miembros que configuraron la población de esta fase de la investigación:

IES TOSSA DE MAR

Kevin⁸: Nació en Guayaquil (Ecuador-Costa) el 27 de enero de 1994. En Ecuador asistió al colegio particular La Salle de Guayaquil, el último curso que realizó en Ecuador fue 2º curso básico (según el sistema educativo ecuatoriano antiguo) que equivale a 2º de la ESO. Llegó con su padre y su hermana menor en junio del 2008 y se escolarizó el septiembre del mismo año, por lo tanto, en el momento que se pasaron las pruebas llevaba escolarizado en un centro de Cataluña cinco meses en 3º de la ESO. Su madre fue la primera que emigró hace 7 años. Cuando pudo formalizar sus papeles, pidió la reagrupación familiar de su marido y sus dos hijos. Su padre no acabó la secundaria y actualmente está trabajando de ayudante en una cocina. Su madre acabó la secundaria y el bachillerato técnico y ahora trabaja de mujer de la limpieza. La lengua que utilizan en casa es el castellano. Es un chico educado, responsable y un poco tímido. Su actitud con la investigadora es buena y presenta buena disposición al trabajo y a colaborar en lo que se le pide. Las asignaturas que más le gustan son tecnología y biología y las que menos inglés y sociales.

⁸ En todos los casos el nombre es ficticio para preservar la identidad del alumno.

Nil (alumno pareja): Nació en Girona el 20 de septiembre de 1994. Su padre acabó la primaria y trabaja como jardinero, su madre acabó el bachillerato y trabaja en la administración del ayuntamiento. Es hijo único. En casa siempre hablan catalán. Reconoce que las matemáticas le cuestan un poco porque el profesor va demasiado rápido en las explicaciones. Es un chico sociable y bastante charlatán. Las asignaturas que más le gustan son catalán y química, las que menos le gustan son inglés y sociales.

✚ IES NARCÍS XIFRA

Yajaira: Nació en Cuenca (Ecuador-Sierra) el 24 de diciembre de 1993. En Ecuador asistió a un colegio público hasta el 9º curso de básica (plan nuevo) equivalente a 2º de la ESO. Llegó a Cataluña en enero del 2008 pero no se escolarizó en Girona hasta septiembre, según ella por problemas de plazas. En el momento que se pasaron las pruebas llevaba escolarizada en un centro de Cataluña cinco meses en 4º de la ESO. Su padre reside en Ecuador donde ejerce de militar. Ella convive en Girona con su madre y sus dos hermanas mayores (una de ellas con un hijo de tres meses) que llegaron hace 6 años. Su madre actualmente trabaja como agente de seguridad en un parking y su hermana mayor es militar. Aunque su madre y sus hermanas entienden el catalán, entre ellas siempre hablan en castellano. Es una chica muy educada y agradecida, introvertida y tímida, muy responsable y con muy buena predisposición. Las asignaturas que más le gustan son plástica y sociales y las matemáticas es la asignatura que menos le gusta.

Úrsula (alumna pareja): Nació en Girona el 7 de junio de 1993. Sus padres están separados, acabaron la EGB, el padre trabaja de albañil y su madre de dependienta. Tiene un hermano más pequeño. En casa hablan en castellano. Según ella le cuesta entender las matemáticas. Las materias que más le gustan son física y química y francés y las que menos le gustan son sociales y castellano. Es una alumna con unas formas de actuar un poco chulescas y su actitud es un poco pasota.

✚ IES SOBREQUÉS

Jonathan: Nació en Guayaquil (Ecuador-Costa) el 2 de julio de 1992 y estuvo escolarizado en un colegio fiscal (público) hasta 4º curso de básica (plan antiguo) equivalente a 4º de la ESO. Llegó a Girona en abril del 2008 y no se escolarizó hasta octubre del 2008 por desconocimiento de cuando empezaba el curso aquí y cuando debía matricularse, por lo tanto cuando se pasaron las pruebas llevaba 4 meses escolarizado en Cataluña. Actualmente está en 4º de la ESO en un grupo de aprendizaje lento. Su madre vive en Ecuador. En Girona vive con su padre (llegó hace 7 años) que trabaja de camionero, con la mujer de su padre (también es Ecuatoriana) y con tres hermanos, dos de ellos llegaron dos años antes que él, entre ellos hablan castellano. Jonathan es un chico despistado y con una actitud un poco pasota. No hace ningún esfuerzo, en cuanto algo no le sale, enseguida se desespera y abandona. Las asignaturas que más le gustan son castellano y educación física y las que menos le gustan economía y sociales.

Joan (alumna pareja): Nació en Girona el 4 de junio de 1993. Vive con su padre que trabaja en la autopista, su madre que es profesora de cocina y su hermana pequeña. Las asignaturas que más le gustan son biología y matemáticas y las que menos le gustan catalán y castellano. En matemáticas no tiene ningún problema según ella. Es una chica responsable y trabajadora.

5.6.3. Instrumentos utilizados

De acuerdo con las finalidades que nos marcamos para esta última etapa de la investigación, se utilizaron los siguientes instrumentos:

- Cuestionario de identificación
- Cuestionario del alumno
- Mapa de humor
- Portal web MigraMat: evaluación inicial, actividades de preparación y de seguimiento y evaluación final.
- Observaciones registradas en audio y video.

A continuación explicaremos detalladamente cada uno de estos cuestionarios y pruebas. Todos ellos se han adjuntado en el anexo 3 de este trabajo.

□ Cuestionario de identificación

Este cuestionario es el mismo que se utilizó en la primera fase de la investigación.

□ Cuestionario del alumno

Este cuestionario es el mismo que se utilizó en la primera fase de la investigación.

□ Mapa de humor

El mapa de humor es un instrumento icónico que fue pensado a partir de los mapas del tiempo y utilizado por Gómez-Chacón, desde 1994, para detectar las reacciones emocionales, en las clases de matemáticas, de los jóvenes en formación profesional en Educación Secundaria (Gómez-Chacón, 1997). Para nuestra investigación, con la finalidad de detectar cual es el estado de ánimo de los alumnos cuando resuelven problemas matemáticos, hemos utilizado el mismo formato utilizado por Araujo (2004) que era una reinterpretación del instrumento utilizado por Gómez Chacón. Al principio del cuestionario se introdujeron tres mapas de humor. En todos los mapas de humor hay preguntas cerradas que contienen íconos que expresan diferentes sentimientos: felicidad, miedo, neutralidad⁹, rabia y tristeza.



Imagen 5.2: Iconos utilizados para el mapa de humor

⁹ Hemos optado por este sentimiento y no por tranquilidad como Araujo, puesto que según la situación y el alumno, consideramos que esta cara puede indicar tranquilidad pero al mismo tiempo también puede indicar un sentimiento de insatisfacción o de duda.

Estos sentimientos se han valorado en diferentes momentos durante la resolución de la prueba inicial y final (inicio, a la mitad y al final de la prueba). Se eligieron estos sentimientos por ser los que más a menudo observábamos que ocurrían cuando los alumnos resuelven problemas de matemáticas.

Además de este tipo de preguntas, en el mismo cuestionario también se elaboraron preguntas semi-abiertas y preguntas politómicas de más o menos en desacuerdo (cinco niveles) sobre las concepciones, sentimientos y actitudes de los estudiantes respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas, la resolución de problemas y la realización de la prueba.

- Portal web MigraMat

Explicado con detalle en el capítulo siguiente (*Diseño inicial e implementación de la web MigraMat*).

- Observaciones registradas en audio y video

Todas las sesiones que se realizaron con los alumnos se registraron en audio y video con la finalidad de poder estudiar y analizar las actitudes de los estudiantes y algunas de las emociones expresadas (a partir del lenguaje gestual y corporal) así como los comentarios hechos a la investigadora durante las sesiones y las formas de razonamiento desarrolladas en las tareas realizadas.

5.6.4. Categorías para el análisis

Para el análisis de las pruebas de resolución de problemas correspondientes a la evaluación inicial y final de la web MigraMat, al tratarse de problemas del proyecto PISA, se ha seguido el mismo análisis descrito en la segunda etapa de la investigación para la prueba de resolución de problemas PISA.

Para el análisis las actividades de preparación y seguimiento, a partir de las respuestas dadas por los alumnos y los registros de audio y video, se han tenido en cuenta los siguientes factores:

- 1) El nivel de comprensión de los enunciados.
- 2) El grado de interpretación de la imagen que acompaña a los enunciados.
- 3) El grado de argumentación que justifica las respuestas dadas.
- 4) El nivel de corrección de las respuestas.
- 5) Las ayudas consultadas y el tiempo que ha transcurrido antes de acceder a las ayudas.
- 6) El grado de coherencia entre la respuesta dada y el problema.

Las categorías para el análisis de estas actividades se han definido a partir de las categorías utilizadas en la prueba de geometría de la primera etapa (Muria, 2005) con alguna modificación y adaptación a las características de esta tercera etapa. Se han utilizado las mismas categorías Cv (Comprensión verbal) y Rp (Respuesta) que se utilizaron en la primera fase, y se ha añadido la categoría Ay (Ayudas consultadas) con las siguientes valoraciones:

Ayudas consultadas (Ay): Consulta las ayudas para realizar las actividades

- **Ay1:** Consulta todas las ayudas rápidamente.
- **Ay2:** Consulta las ayudas después de intentarlo durante un rato.
- **Ay3:** Consulta alguna ayuda pero no todas.
- **Ay4:** No consulta ninguna ayuda.

Para desarrollar el análisis sobre las emociones a través de la comunicación no verbal, es decir, facial y corporal utilizamos los mismos cuadros que Araujo (2004) como categorías de análisis para detectar las cinco de las seis emociones básicas (miedo, cólera, disgusto, alegría y tristeza) en la zona del rostro de Knapp (1982) y a través de la comunicación corporal de Weil e Tompakow (1986).

Estado emocional	Efectos de las emociones en las expresiones faciales
<p>Miedo</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - cejas levantadas y contraídas al mismo tiempo - arrugas de la frente situadas en el centro y no extendidas por toda la frente - párpado superior levantado, mostrando la esclerótica, con el párpado inferior en tensión y alzado - boca abierta o labios bien tensos y ligeramente contraídos hacia atrás o bien estrechados y contraídos hacia atrás
<p>Disgusto</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - labio superior levantado - labio inferior también levantado y empujando hacia arriba el labio superior, o bien tirado hacia abajo y ligeramente hacia adelante - nariz arrugada - mejillas levantadas - aparecen líneas debajo del párpado inferior, y el párpado está levemente levantado, pero no tenso - cejas bajas, empujando hacia abajo al párpado superior
<p>Cólera (Rabia)</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - cejas bajas y contraídas al mismo tiempo - líneas verticales entre las cejas - párpado inferior tenso; puede estar levantado o no - párpado superior tenso y pudiendo estar bajo o no por la acción de las cejas - mirada dura en los ojos, que pueden parecer hinchados - labios mutuamente apretados, con las comisuras rectas y bajas; o bien abiertos, tensos y en forma cuadrangular, como se gritaran - las pupilas pueden estar dilatadas, aunque esta posición no es exclusiva de la expresión facial de cólera, y puede adoptarse también en la tristeza - ambigüedad, a menos que la cólera se restringe en la tres zonas faciales
<p>Alegría</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - comisura de los labios hacia atrás y arriba - la boca puede estar abierta o no, con o sin exposición de dientes - una arruga (naso-labial) baja desde la nariz hasta el borde exterior, más allá de la comisura de los labios - mejillas levantadas

	<ul style="list-style-type: none"> - aparecen arrugas por debajo del párpado inferior que puede estar levantado, pero no tenso - las arrugas denominadas pata de gallo van hacia afuera desde los ángulos externos de los ojos
<p>Tristeza</p> 	<ul style="list-style-type: none"> - los ángulos inferiores de los ojos hacia arriba - la piel de las cejas forma un ángulo interior superior - el ángulo interior del párpado superior aparece levantado - las comisuras de los labios se inclinan abajo o los labios tiemblan

Cuadro 5.1.a: Emociones en las expresiones faciales

Presentamos a continuación las categorías de las reacciones emocionales observadas en la postura del cuerpo.

Comportamiento	Reacción Emocional	Efectos en la postura del cuerpo
<p>Atención, interés</p> 	-	- mirada, inclinación y tensión en dirección al objetivo
<p>Tranquilidad</p> 	-	- piernas y brazos relajados, cuerpo recto, cabeza firme y recta
-	<p>Nerviosismo /Tensión</p> 	- manos y pies que no paran, boca mordiendo uña y dedo, boca en silencio, mirada ausente, tronco en posición de tensión muscular de brazos, espaldas y manos
-	<p>Miedo</p> 	- hombros levantados, ojos abiertos, manos en señal de protección personal

-	<p>Disgusto</p> 	<p>- manos en la línea del cuadril, cuerpo y cabeza levemente tendiendo para frente</p>
-	<p>Cólera (Rabia)</p> 	<p>- cuerpo en señal de enfrentamiento tendiendo para frente, manos y brazos en movimientos firmes y generalmente cerrados</p>
-	<p>Alegría</p> 	<p>- tórax firme pero relajado, manos firmes, codos separados del tronco, cabeza erguida</p>
-	<p>Tristeza</p> 	<p>- hombros caídos, cabeza arqueada, tórax encorvado, brazos abajados</p>

Cuadro5.1.b: Emociones en la postura corporal

5.7. Resumen

En este capítulo hemos presentado las metodologías utilizadas en las tres etapas de la investigación, así como los instrumentos y las pruebas diagnósticas que se han diseñado de acuerdo a las finalidades y objetivos en cada etapa, la temporización y la cronología del estudio.

También se han presentado las distintas poblaciones utilizadas en cada caso, los criterios utilizados para la elección de las muestras de la población en cada etapa del estudio y las características de la muestra y de los sujetos que la componen.

Por último se han indicado los criterios y los códigos que se utilizaran en los distintos análisis de los resultados.

- 6.1. Presentación
- 6.2. Formato y entorno de la web
 - 6.2.1. Diseño de la página
 - 6.2.2. Puntos de acceso
- 6.3. Bases y estructuración de las actividades
 - 6.3.1. Evaluación inicial
 - 6.3.2. Actividades de preparación
 - 6.3.3. Actividades de seguimiento
 - 6.3.4. Evaluación final
- 6.4. Resumen

6.1. Presentación

En este capítulo se presenta el instrumento utilizado en la tercera parte de la investigación, fruto de las observaciones y resultados obtenidos en las dos primeras fases.

Para contribuir a mejorar la integración en nuestros centros educativos de los alumnos inmigrantes recién llegados (objetivo básico y motor de este proyecto de investigación) es necesario, además de identificar, describir y analizar la situación actual de los alumnos inmigrantes en el aula de matemáticas, otorgar ayudas o recursos destinados a mejorar su integración. Por eso nos propusimos, como último objetivo (descrito en el capítulo 1), *confeccionar una página web como recurso para ayudar a la incorporación de los alumnos recién llegados en el aula de matemáticas y mejorar su integración.*

El ingreso de la tecnología informática y de las telecomunicaciones en la evolución de la cultura actual hace que sea necesario tomar conciencia de las grandes ventajas y utilidades que puede aportar estos tipos de herramientas en las situaciones de atención a la diversidad y a distancia.

El poder de internet como escenario adaptado a la educación se ha centrado clásicamente en el hecho de favorecer el proceso de colaboración y acceso a la información, pero no se puede menospreciar la disponibilidad que permite el sistema virtual para ofrecer la intervención educativa curricular usual en alumnos con necesidades especiales.

Esta investigación reconoce las dificultades en las que se encuentran los docentes de matemáticas de Educación Secundaria para atender de forma personalizada al alumnado con necesidades educativas especiales. En particular, a los alumnos recién llegados de otras culturas integrados en clases de matemáticas ordinarias. El aprovechamiento de las nuevas tecnologías nos ha de permitir, coordinadamente con el centro escolar y las familias, ofrecer a estos alumnos la posibilidad de normalizar y personalizar aún más su proceso de aprendizaje. Así, se considera necesario y efectivo poner a su alcance las tecnologías actuales, concretamente la utilización de la navegación hipermedia como medio para ofrecer ayudas en su formación matemática.

La creación de la página web MigraMat nace con la finalidad de ayudar a los alumnos recién llegados, sus familias y profesores de matemáticas para mejorar la integración y seguimiento de las clases de matemáticas de estos alumnos, como punto de entrada a una serie de informaciones, actividades y recursos adaptados a sus necesidades.

El nombre **MigraMat** se escogió entre una selección de nombres que pretendían unir y relacionar las matemáticas con los destinatarios, es decir, los alumnos inmigrantes, pero también los alumnos que tienen pensado emigrar es decir, para que puedan utilizar la herramienta antes de iniciar el proceso migratorio desde sus países de origen. Por lo tanto se unieron las palabras *migración* (engloba la inmigración y la emigración) y *matemáticas*.

Seguidamente pasamos a explicar cómo se estructura la web, como son cada una de las partes que la componen y cómo se organizan las diferentes secciones, las tareas y las ayudas que se ofrece a los alumnos para realizar las actividades.

6.2. Formato y entorno de la web

A partir de los objetivos que pretendíamos lograr con la web MigraMat, se diseñó el portal en tres secciones:

- a) un espacio abierto para familias y docentes;
- b) un espacio de formación para alumnos;
- c) y un espacio de discusión (foros).

Según estas tres partes en las que se ha dividido la página web, la estructura básica del portal se puede esquematizar gráficamente de la siguiente manera:

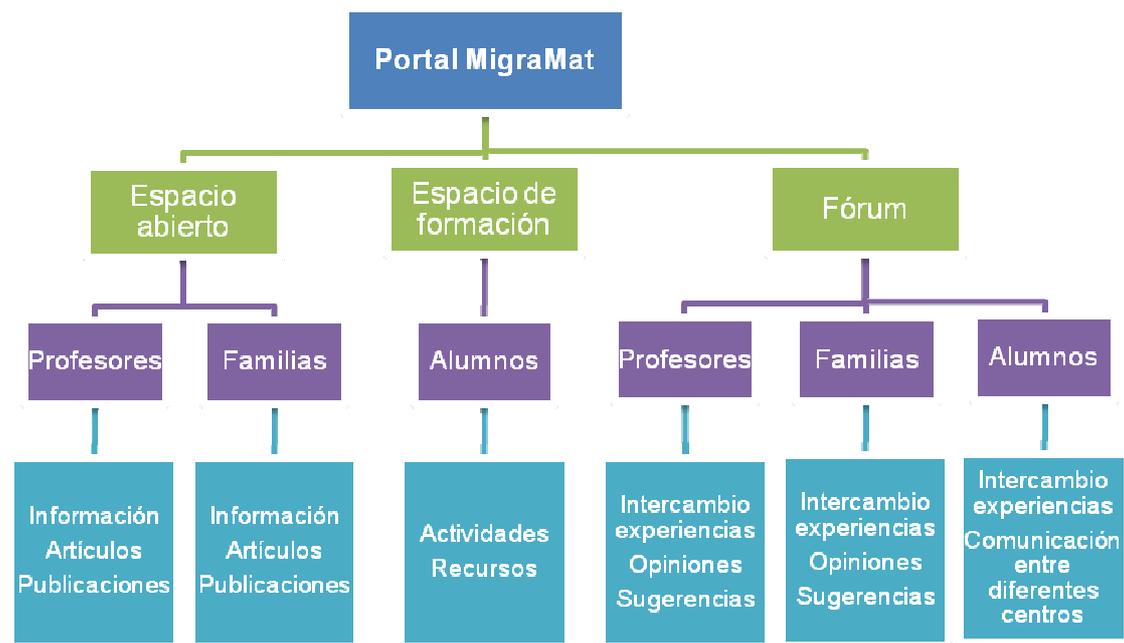


Gráfico 6.1: Estructura del portal MigraMat

Se puede observar que el portal está organizando en diferentes partes, cuyo diseño y contenido va variando dependiendo de la comunidad educativa a la que van dirigidos: alumnos, profesores o familias.

6.2.1. Diseño de la página

A continuación se muestra la página inicial del portal web MigraMat que es la que da acceso a las diferentes partes que conforman el portal:

<http://phobos.xtec.net/plopez38/migramat/presentaciomigramat.htm>



Imagen 6.1: Página inicial del portal web MigraMat

Como se puede ver, desde la portada principal de nuestro entorno se puede acceder a las diferentes partes de la web, que tiene estructura de árbol. Esta estructura permite la organización en pantallas sucesivas de los diferentes contenidos que conforman el portal.

La página principal se subdivide en cuatro marcos diferenciados:

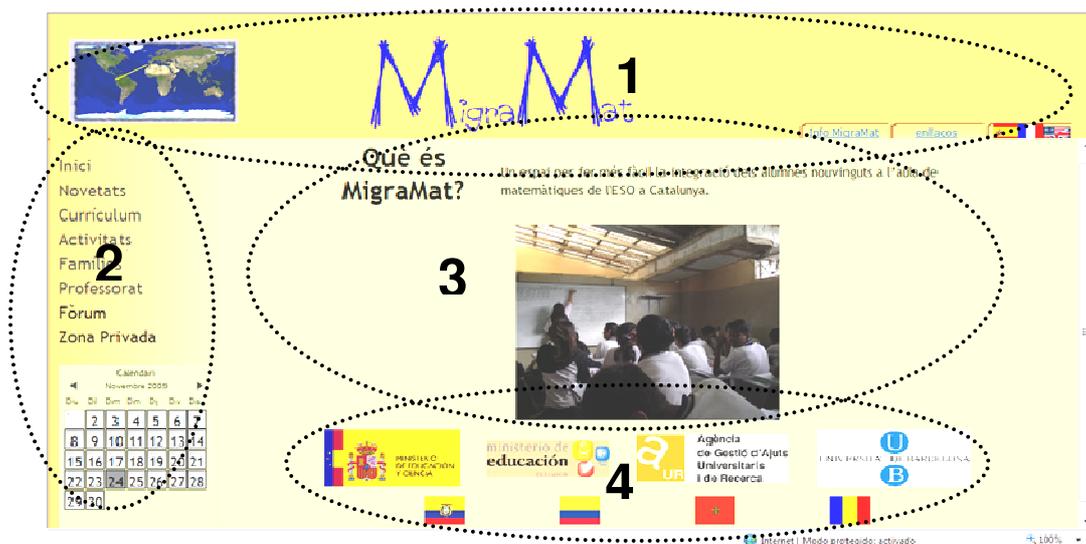


Imagen 6.2: Partes en las que se subdivide la página inicial

Según los números introducidos en la imagen anterior:, las partes en que se divide la página principal son:

1. En la esquina superior izquierda se ha introducido una imagen en movimiento que quiere simbolizar el proceso migratorio de Ecuador a Cataluña. En la parte central el título. En la derecha aparece por un lado, dos pestañitas que dan acceso a los enlaces de interés que hemos creído que pueden ser útiles para los visitantes y un acceso a una página con toda la información básica sobre el proyecto y el grupo de investigación. Por otro lado, en el margen superior derecho también se encuentran los puntos de interactividad que dan la posibilidad de cambiar el idioma (catalán, castellano, inglés o francés).
2. En la parte izquierda tenemos los puntos de acceso a los diferentes bloques y grupos de informaciones: novedades, currículum, actividades, familias, profesorado, fórum y zona privada. También se ha incluido un calendario con la finalidad de resaltar algunos números en rojo con informaciones importantes (fiestas nacionales, periodos de matrículas, vacaciones escolares, etc.)
3. El espacio central es la zona variable dedicada y de trabajo donde se incluyen los cuadros de texto correspondientes. En la página inicial se ha introducido una pequeña descripción del portal y se muestran fotos distintas (cada vez que se accede a la página cambia la foto) realizadas por la investigadora durante su estadía en Ecuador.
4. En el margen inferior de la página se encuentran los países y organismos colaboradores.

Tanto la parte izquierda como la superior se mantienen fijas durante la navegación dentro los contenidos de la web para facilitar el acceso instantáneo a los diferentes recursos a los que dan acceso. Mientras el espacio central va variando en función de las demandas del usuario a la web (profesorado, familias, alumnos, currículum, etc.). Se ha mantenido el criterio de dar preferencia a tener acceso visual permanente a todas las secciones y contenidos de la Web en detrimento del aumento de espacio en pantalla de la zona de trabajo, porque se ha considerado que de esta forma se agiliza y mejora el aprovechamiento de todos los recursos existentes. Pero cuando se carga

una actividad, se abre otra ventana donde desaparecen los márgenes superior e izquierdo para poder visualizar toda la actividad en una hoja.

6.2.2. Puntos de acceso

Los puntos de acceso incluidos en la parte izquierda de la pantalla (zona 2) corresponden a los sub apartados básicos de la página web de fácil acceso y que deben estar siempre visibles por su importancia.

El primer punto de acceso es ***Inicio***, un enlace a la página inicial de MigraMat mostrada anteriormente.

El segundo punto de acceso, ***Novedades***, es la página de novedades donde se da información de las modificaciones y ampliaciones de los contenidos de la Web y se incluyen artículos, publicaciones, presentaciones, etc. relacionados con el proyecto que pueden interesar a los destinatarios del portal.

En el tercer punto de acceso, ***Currículum***, se ha incluido un resumen del estudio comparativo de los currículos de Cataluña y Ecuador (incluidos en el capítulo 3 de este trabajo) con las informaciones y diferencias entre los dos que creemos que pueden ser de más utilidad e interesantes para los destinatarios. Dentro de esta sección, podemos encontrar dos apartados: a) diferencias sobre el calendario escolar y b) organización de los cursos en los dos países.



Imagen 6.3: Página inicial de la parte del *Currículum*

El enlace **Actividades**, da acceso a la página principal a las actividades para los alumnos recién llegados, con una pequeña explicación del trabajo que se presenta y de las tres fases de trabajo: a) Evaluación inicial, b) Actividades de preparación y de control y c) Evaluación final.



Imagen 6.4: Página inicial de la parte de las *Actividades*

Desde aquí cada alumno accede al grupo de actividades que está trabajando, según las indicaciones del profesor de seguimiento.

Dentro de las actividades de preparación hay una pequeña explicación sobre la competencia matemática según PISA y los elementos utilizados para la clasificación de los problemas del proyecto PISA: contextos, contenidos y competencias. En esta página también se encuentra el vínculo para acceder a las actividades de trabajo. Estas actividades se encuentran organizadas según la dimensión y el grupo de competencia de los problemas según la clasificación de PISA.

La evaluación final solo se puede acceder con una clave que le debe proporcionar el profesor correspondiente con quien realice la evaluación final con la finalidad de detectar posibles mejorías de los alumnos en la resolución de problemas después de trabajar con el portal MigraMat.

Tenido en cuenta el rol de las familias en la educación y en el proceso de formación matemática, se ha creado el enlace **Familias** a una página que pretende contener información y links a páginas de asociaciones, revistas y otras webs de interés para las familias de alumnos inmigrantes recién llegados. En la página de inicio de este apartado se puede leer el siguiente mensaje de bienvenida:

“Apreciados padres y madres,

Vuestro hijo o hija está integrado en una escuela de nuestro país y para que podáis conocer un poco mejor nuestras formas de trabajo en el aula de matemáticas en la Enseñanza Secundaria Obligatoria hemos diseñado esta web en la cual podréis encontrar información sobre la organización de los distintos cursos, así como la evaluación de los contenidos.

El portal que hemos diseñado se ha pensado para ayudar a vuestros hijos e hijas a comprender y a razonar mejor las matemáticas escolares, que en esta etapa implica un esfuerzo importante, sobre todo con respecto a la resolución de problemas. La resolución de problemas matemáticos forma parte del pensamiento general (o sea en la resolución de problemas cotidianos) puesto que las capacidades que están implicadas nos ayudan a crecer como personas. Por lo tanto en la Web vuestro hijo o hija encontrará los recursos que le hacen falta para poder resolver los problemas de las actividades.

Encontrará también, un diccionario donde las palabras matemáticas van siempre acompañadas de un dibujo que facilita su comprensión. Los conocimientos matemáticos ayudarán a vuestros hijos no sólo hacer las matemáticas sino que también lo ayudarán a pensar y a estructurar su mente, lo cual los servirá para desarrollar su pensamiento. Gracias por vuestra implicación en la experiencia.”

El enlace **Profesores**, está dedicado tanto a profesores de matemáticas como a los del aula de acogida o tutores de los alumnos recién llegados con el fin de ofrecer información relacionada sobre los alumnos inmigrantes recién llegados que puede ayudar a mejorar la integración de estos alumnos en sus aulas de matemáticas. Se pretende incluir accesos a artículos y links con otras webs de interés para estos profesionales sobre alumnos inmigrantes. En la página de inicio de este apartado se puede leer el siguiente mensaje de bienvenida:

“Apreciados profesores,

El portal Migramat se ha diseñado para ayudar al alumnado inmigrante, especialmente aquellos alumnos acabados de llegar de Latinoamérica, de forma que sea útil para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la Enseñanza Secundaria Obligatoria.

Pensamos que es importante que los profesores conozcáis el currículum que se imparte en el país de origen así como la terminología usada. En esta primera fase hemos dedicado nuestros esfuerzos a conocer Ecuador, aunque es nuestra intención ir trabajando otros países

En la web también encontraréis el currículum que se realiza aquí en España puesto que pensamos que puede ser de gran utilidad para los familiares. Las actividades que se han desarrollado son de distintas temáticas pero atendiendo a la resolución de problemas. Se han adecuado los problemas teniendo en cuenta las competencias básicas según el Informe ('PISA', 2003,2006), y se han diseñado ayudas para facilitar su resolución

atendiendo a las dificultades del contexto. Esperamos que os sirva de apoyo en vuestra tarea profesional.

Gracias por vuestra colaboración.”

El enlace **Fórum** proporciona la posibilidad de chatear entre familias, profesores o alumnos para compartir opiniones, experiencias, dar consejos u orientaciones, formular dudas o cuestiones, etc. Hay tres fórums dados de alta, el de familias, el de profesores y el de alumnos. Para poder dejar un mensaje es necesario registrarse.

Finalmente, existe un enlace llamado **Zona privada** que accede directamente a la prueba final. Para poder entrar se requiere una contraseña que deben facilitar los miembros de MigraMat al profesor responsable que vaya a pasar la prueba.

6.3. Bases y estructuración de las actividades

Dados los malos resultados que han obtenido los alumnos inmigrantes recién llegados en resolución de problemas matemáticos, el objetivo de las actividades diseñadas para el portal MigraMat, van destinadas al aprendizaje y mejora de la competencia matemática en el sentido de PISA. Por lo tanto, las actividades planteadas se basan en problemas del proyecto PISA, con ayudas y actividades complementarias para poder lograr una mínima destreza en este campo.

La implementación en formato de página web de las actividades posibilita que el alumno pueda trabajar en ella de forma autónoma. Las actividades están diseñadas de manera que el alumno puede acceder a un sistema de ayudas propias de cada actividad de diferentes tipos (lingüísticas, visuales, manipulativas) a la vez que puede pedir ayuda al tutor o a otros compañeros vía el fórum de la página web.

Una vez que el alumno ha realizado las actividades, el alumno tiene formularios de respuesta que, o bien envían su resolución por e-mail al tutor para que les corrija las

actividades y les avalúe, o bien el sistema les devuelve la corrección automáticamente. Los formularios de respuesta pueden ser de diferentes tipos: menús desplegados, casillas de verificación, línea de texto, cuadro de texto, etc.

Aunque estas actividades se han diseñado para los alumnos inmigrantes recién llegados, también pueden ser útiles para el resto del alumnado que presente dificultades en resolución de problemas.

Según las finalidades se han diseñado cuatro grupos de actividades:

- 1) Evaluación inicial
- 2) Actividades de preparación
- 3) Actividades de seguimiento
- 4) Evaluación final

A continuación se detallan las características y el tipo de actividades escogidas en cada grupo.

6.3.1. Evaluación inicial

Con el objetivo de identificar los resultados de los alumnos que han trabajado con el portal MigraMat, se diseñó la evaluación inicial que consiste en la realización de una prueba inicial para conocer el punto de partida de los estudiantes.

La evaluación inicial está compuesta por cuatro problemas de la parte de matemáticas del proyecto PISA: *escalera*, *el mejor coche*, *vuelo espacial* y *el monopatín*; y un problema de la parte de resolución de problemas de PISA: *correspondencias*.

Se escogieron dos problemas de matemáticas (*escalera* y *el mejor coche*) y uno de resolución de problemas (*correspondencias*) pertenecientes a la prueba de resolución de problemas utilizada para la segunda fase de esta investigación. Esta decisión se tomó con el fin de poder comparar el nivel de los alumnos que trabajan con el portal, con los alumnos del estudio realizado en Ecuador. Los demás problemas se escogieron dentro de los grupos de *espacio y forma*, de *cambio y relaciones* y de *cantidad* que son las tres dimensiones que se han considerado en esta investigación.

El modo en que se presenta esta evaluación es en formato de libro digital tal como se muestra en la siguiente imagen:

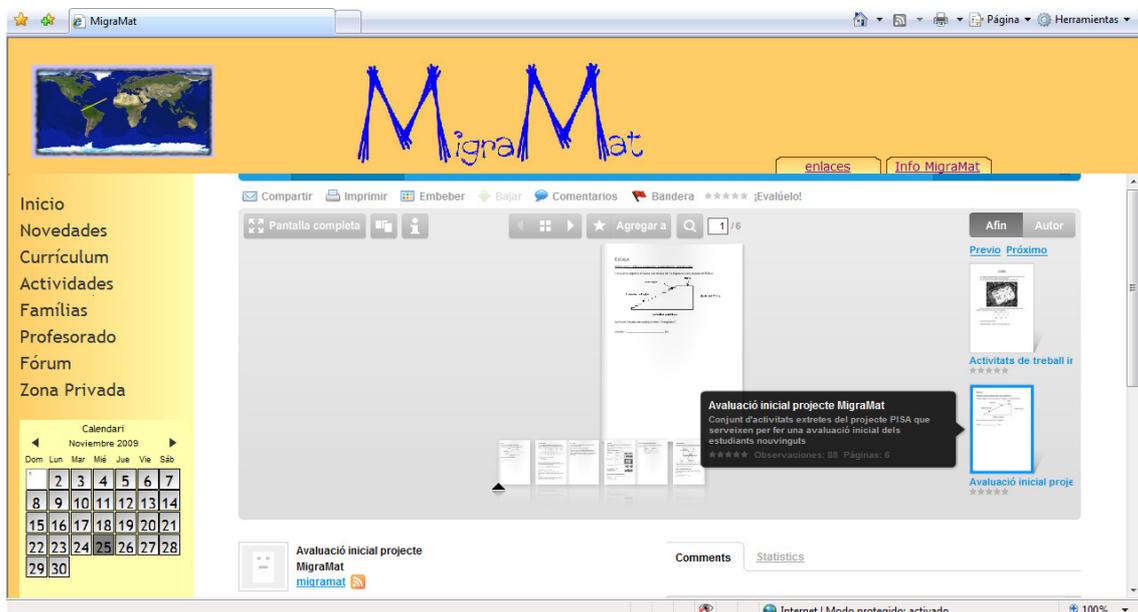


Imagen 6.5.a: Página que muestra las actividades de la evaluación inicial

Este formato permite ver los problemas igual que en formato papel, da información sobre el propósito de los problemas que se presentan (recuadro en negro), se puede contactar con los responsables de MigraMat, se pueden dejar comentario e imprimir. También se puede optar por ver las hojas en pantalla completa tal como se muestra en la imagen siguiente:

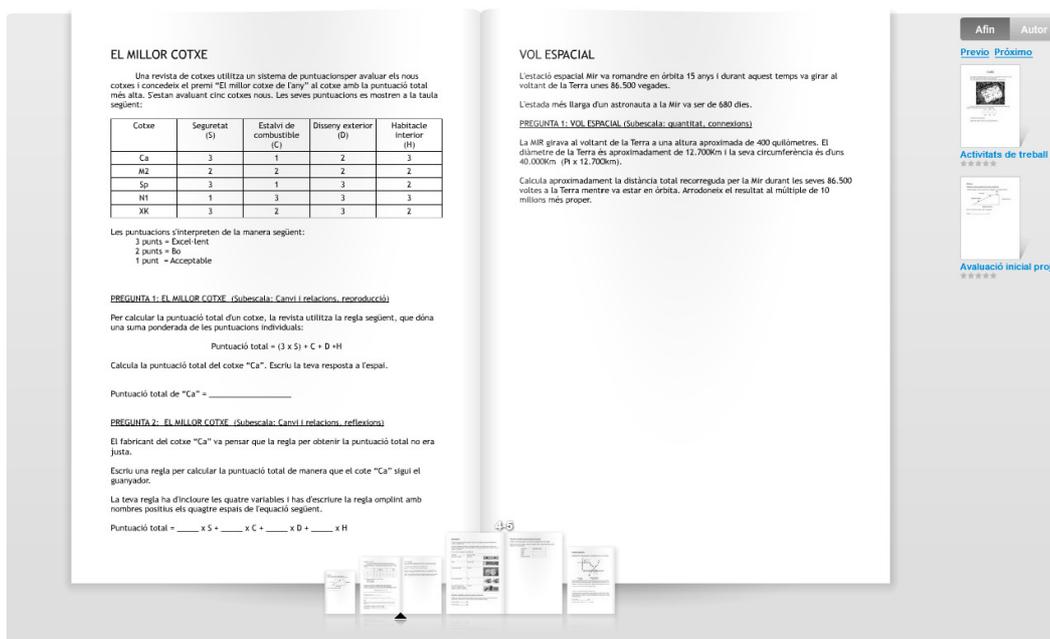


Imagen 6.5.b: Página con las actividades de la evaluación inicial en pantalla completa

La parte inferior de la pantalla permite ver todo el documento y pasar de página de forma cómoda y fácil.

Estos problemas no son interactivos puesto que deben realizarlos con un profesor responsable del proyecto para controlar y registrar su proceso de resolución.

6.3.2. Actividades de preparación

Con el objetivo de ayudar a los alumnos recién llegados a mejorar su competencia matemática, se diseñaron actividades de preparación guiadas para facilitar la preparación de los estudiantes en la resolución de problemas de matemáticas relacionados con la vida diaria, con mayor soltura y eficacia.

Los problemas escogidos para formar parte de este grupo de actividades también son del proyecto PISA pertenecientes a los tres grupos de dimensiones (sub escala) considerados en esta investigación. Se han escogido cuatro problemas de matemáticas y uno de resolución de problemas. A continuación se muestra una tabla de los problemas escogidos y la clasificación según PISA:

		Sub escala	Situación	Competencia	Dificultad
CUBOS		Espacio y forma	Ocupacional	Reproducción	nivel 2
DADOS		Espacio y forma	Personal	Conexiones	nivel 3
TIPO DE CAMBIO	(1)	Cantidad	Pública	Reproducción	nivel 1
	(2)	Cantidad	Pública	Reproducción	nivel 2
	(3)	Cantidad	Pública	Reflexión	nivel 4
CAMINANTE	(1)	Cambio y relaciones	Personal	Reproducción	nivel 5
	(2)	Cambio y relaciones	Personal	Conexiones	nivel 4
ENERGÍA NECESARIA	(1)	Toma de decisiones	Personal	-	nivel 1
	(2)	Toma de decisiones	Personal	-	nivel 3

Tabla 6.1: Clasificación de los problemas de preparación del portal MigraMat

Para cada actividad planteada se abre una nueva ventana con el problema escogido, de esta manera el alumno puede visualizar mejor el enunciado.

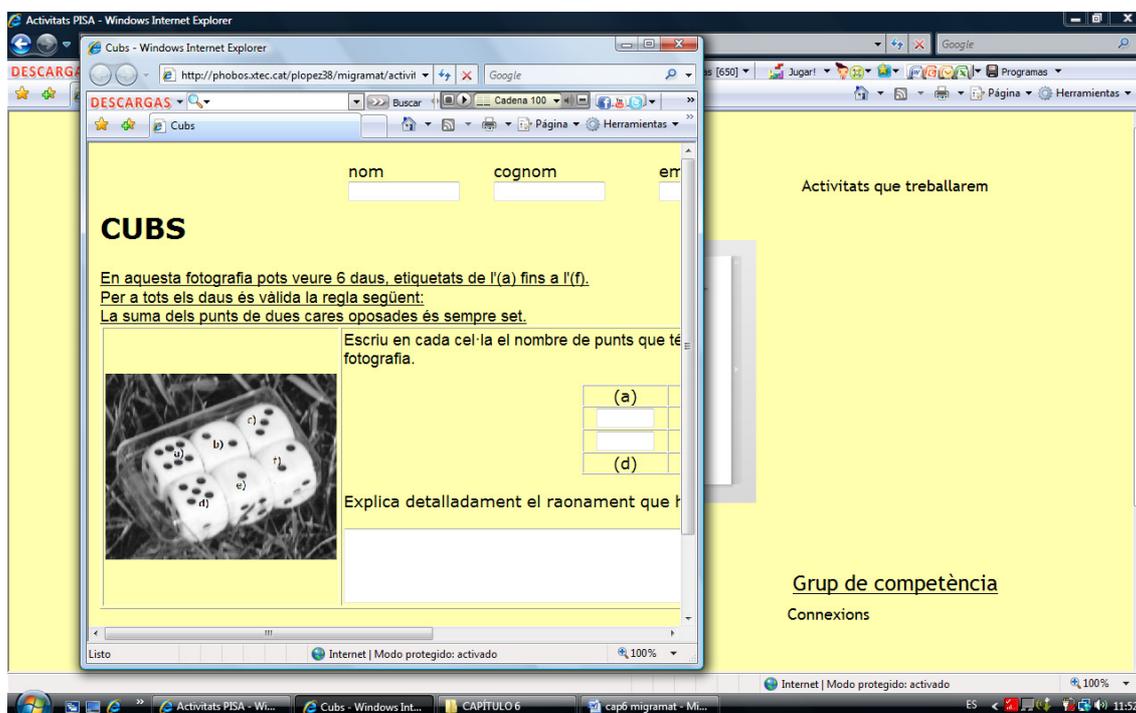


Imagen 6.6: Nueva ventana para cada actividad

En la misma pantalla, en la parte superior, aparecen unos recuadros donde debe registrarse (nombre, apellidos y email) que quedan registrados en el sistema para poder evaluar y hacer un seguimiento del trabajo realizado por el alumno y de su evolución.

nom cognom email

CUBS

En aquesta fotografia pots veure 6 daus, etiquetats de l'(a) fins a l'(f).
 Per a tots els daus és vàlida la regla següent:
 La suma dels punts de dues cares oposades és sempre set.

Escriu en cada cel·la el nombre de punts que té la cara inferior de cadascun dels daus que surten a la fotografia.

(a)	(b)	(c)
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
(d)	(e)	(f)

Explica detalladament el raonament que has seguit en la teva resposta.

[Tornar](#) [Ajuda](#)

Guardar Sortir

Imagen 6.7: Registro de los alumnos

Cada problema incluye un formulario de respuesta que pueden ser de diferentes tipos según la pregunta del problema: menús desplegados, casillas de verificación, línea de texto, cuadro de texto, etc.

Las respuestas dadas por los alumnos quedan debidamente registradas y vinculadas con el alumno que las ha realizado (si el alumno se ha registrado previamente) para que el responsable pueda realizar el control y seguimiento y analizar el tipo de respuestas dadas.

Cada actividad dispone de un sistema de ayudas propias diseñadas específicamente para guiar a los alumnos en la resolución de problemas y que así puedan aprender los pasos y metodologías que hay que seguir en la resolución de problemas.

Estas ayudas se han diseñado teniendo en cuenta por un lado, las cuatro fases del proceso de resolución de problemas planteadas por Polya (1945):

1. Comprender el problema
2. Concebir un plan
3. Ejecutar el plan
4. Examinar la solución obtenida

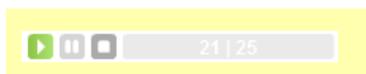
Y por otro lado, las cinco fases del proceso de matematización definidas en el proyecto PISA:

1. En el primer paso, el proceso se inicia con un problema enmarcado en la realidad.
2. En el segundo paso, la persona que desea resolver el problema trata de identificar las matemáticas pertinentes al caso y reorganiza según los conceptos matemáticos que han sido identificados.
3. El tercer paso implica una progresiva abstracción de la realidad.
4. El cuarto paso consiste en resolver el problema matemático.
5. Por último, pero no menos importante, el quinto paso supone resolver a la pregunta: qué significado adquiere la solución estrictamente matemática al transponerla al mundo real.

A partir de estas fases¹ del proceso de resolución de problemas y de las dificultades detectadas en los alumnos recién llegados en la resolución de problemas (mayormente presentan dificultades en los dos primeros pasos, es decir en entender el problema y concebir un plan) se han diseñado dos o tres ayudas para cada problema. En el registro del trabajo de los alumnos en MigraMat, se pretende que haya un registro de las ayudas que utilizan y los tiempos en los que acceden a ellas.

Estas ayudas son de diferentes tipos: lingüísticas, visuales y manipulativas.

- **Ayudas lingüísticas:** Las ayudas lingüísticas que se han diseñado consisten en la escucha de la lectura clara y pausada del enunciado del problema, marcando bien las pausas, las frases afirmativas y las interrogativas. El icono que indica que hay una grabación en voz del enunciado del problema es el siguiente:



¹ Tanto las cuatro fases de Polya como las cinco del proyecto PISA se encuentran explicadas con más detalle en el capítulo 4

Como ven en la imagen se puede parar la escucha, reanudar o escuchar de nuevo tantas veces como quiera el alumno.

- **Ayudas interrogativas:** Hemos detectado que después de leer el problema, a los alumnos les cuesta concebir un plan, saber cómo deben proceder, qué es el siguiente paso que deben realizar. Las ayudas interrogativas que se han diseñado consisten en lanzar preguntas que puedan despertar en los alumnos la chispa básica necesaria para dar el primer paso en la resolución del problema.
- **Ayudas visuales:** Hemos partido de la hipótesis de que la web puede reforzar los aspectos visuales. Las ayudas visuales que se han diseñado consisten en resaltar en negrita algún dato o información básica para la resolución del problema.
- **Ayudas manipulativas:** La información que lleva consigo una imagen dinámica es diferente a la estática, sobretodo cuando se quieren representar procesos de transformación, de movimientos, de perspectiva, etc. Se pretende que el alumnado se ayude con modelos dinámicos, que puede manipular en la pantalla, para entender el problema o la solución del problema.

Se ha cuidado que haya una gradación en los niveles de ayudas de forma que en el primer nivel la ayuda a comprender el problema, en el segundo nivel aporta elementos de su posible resolución y la de tercer nivel da un camino claro para la consecución final del problema. Cada ayuda lleva consigo diferentes tipos de información que van relacionadas con los tipos de actividades a realizar, con los contenidos conceptuales o procedimentales.

A continuación se presenta cada problema de preparación escogido para el portal MigraMat y se detallan las ayudas diseñadas, específicas de cada problema.

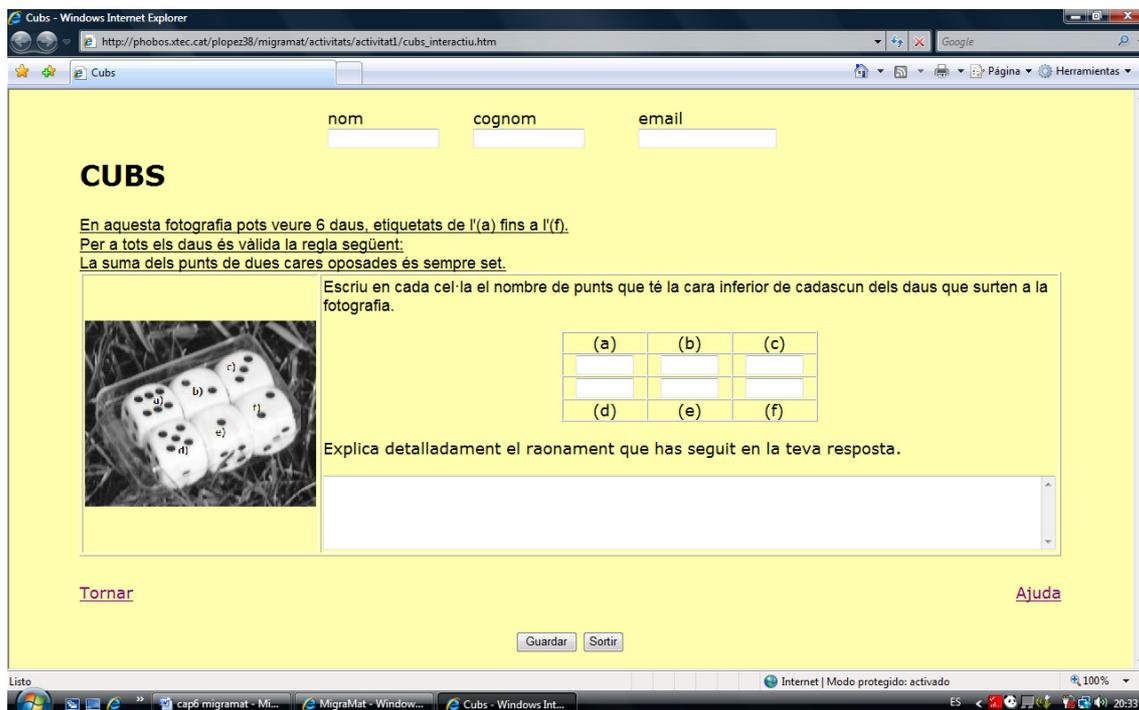
❖ CUBOS

Imagen 6.8.a: Problema de los cubos

Para este problema se han diseñado tres ayudas detalladas a continuación:

Ayuda 1: *Lee el problema con atención. Puedes escuchar el enunciado del problema.*

Por lo tanto, la primera ayuda diseñada para este problema es de tipo lingüística y consiste en la escucha del enunciado del problema.

Ayuda 2: *¿Qué quiere decir caras opuestas?*

En este caso, la segunda ayuda es del tipo interrogativa. Se da una pista al alumno para que preste atención en las caras opuestas de los dados y en la regla que estas deben cumplir, información imprescindible para la resolución correcta de este problema.

En el momento que el alumno accede a la ayuda 2, se marca en negrita el texto *caras opuestas* del enunciado para que el alumno pueda identificar más rápido dónde están

las palabras que le nombra la ayuda 2 por lo tanto también se trata de una ayuda visual.

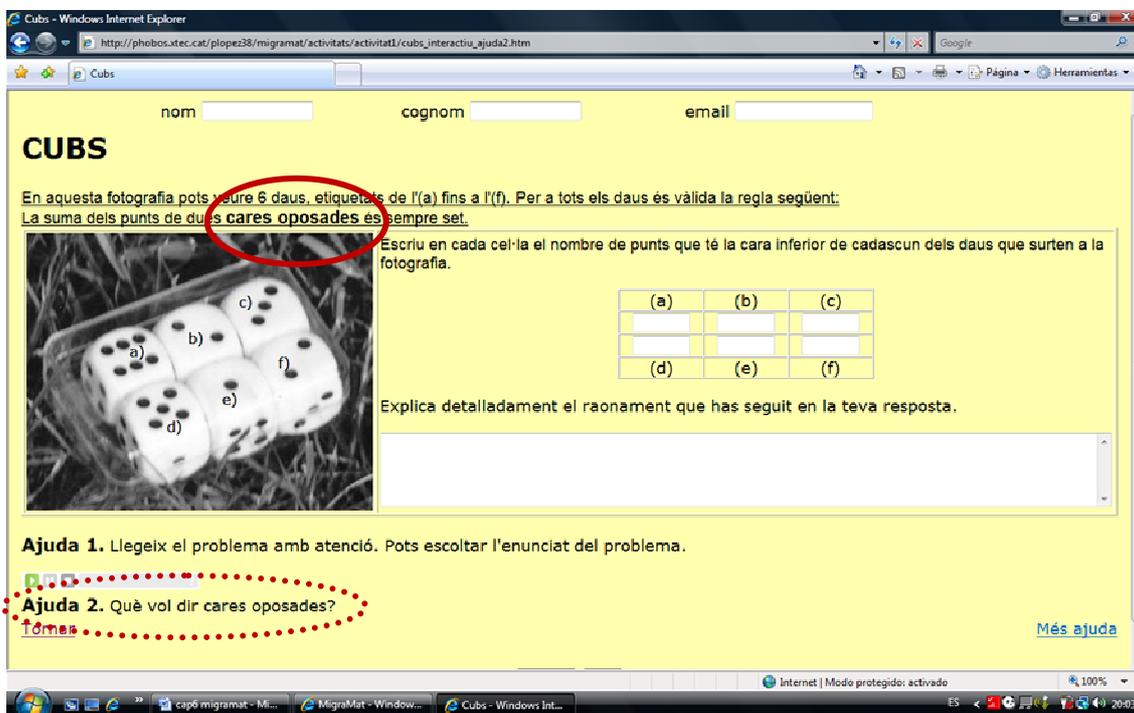


Imagen 6.8.b: Segunda ayuda del problema de los cubos

Ayuda 3: Mueve el cubo para ayudarte a responder la pregunta

La última ayuda es manipulativa. Consiste en un aplet de un dado que se mueve con el movimiento del ratón para poder ver los puntos de las caras opuestas.

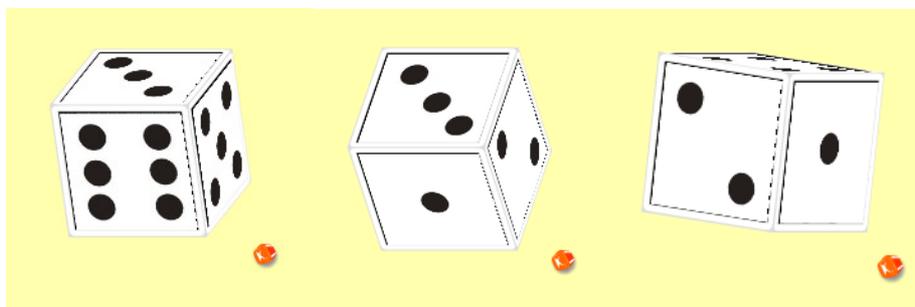


Imagen 6.8.c: Tercera ayuda del problema de los cubos

❖ DADOS

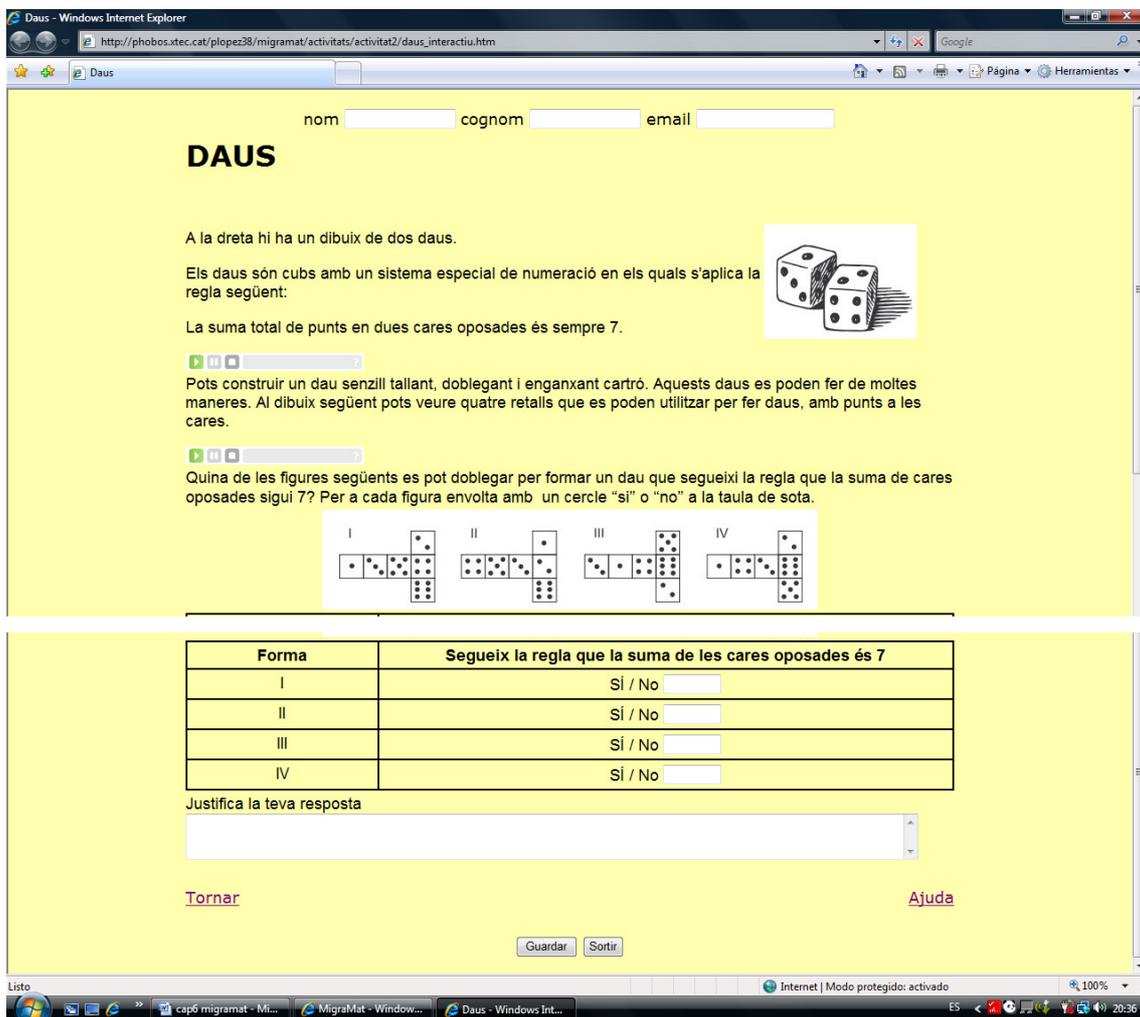


Imagen 6.9: Problema de los dados

Para este problema se han diseñado dos ayudas que se detallan a continuación:

Ayuda 1: Lee el problema con atención.

Por lo tanto, la primera ayuda diseñada para este problema es de tipo lingüística y consiste en la escucha del enunciado del problema. Como el enunciado tiene varias partes, se ha separado la escucha en tres partes remarcando cuál de ellas es la pregunta del problema (cada pregunta tiene su mando para la escucha).

Ayuda 2: Utiliza el dado que puedes ver en esta página para ayudarte a encontrar la respuesta.

Esta ayuda es la misma que la ayuda 3 del problema de los cubos, por lo tanto es manipulativa. Aunque a los alumnos les cuesta pasar del espacio al plano, creemos que con esta ayuda pueden observar qué caras deben tener al lado cada cara y así lograr responder correctamente el problema.

❖ CAMINANTE

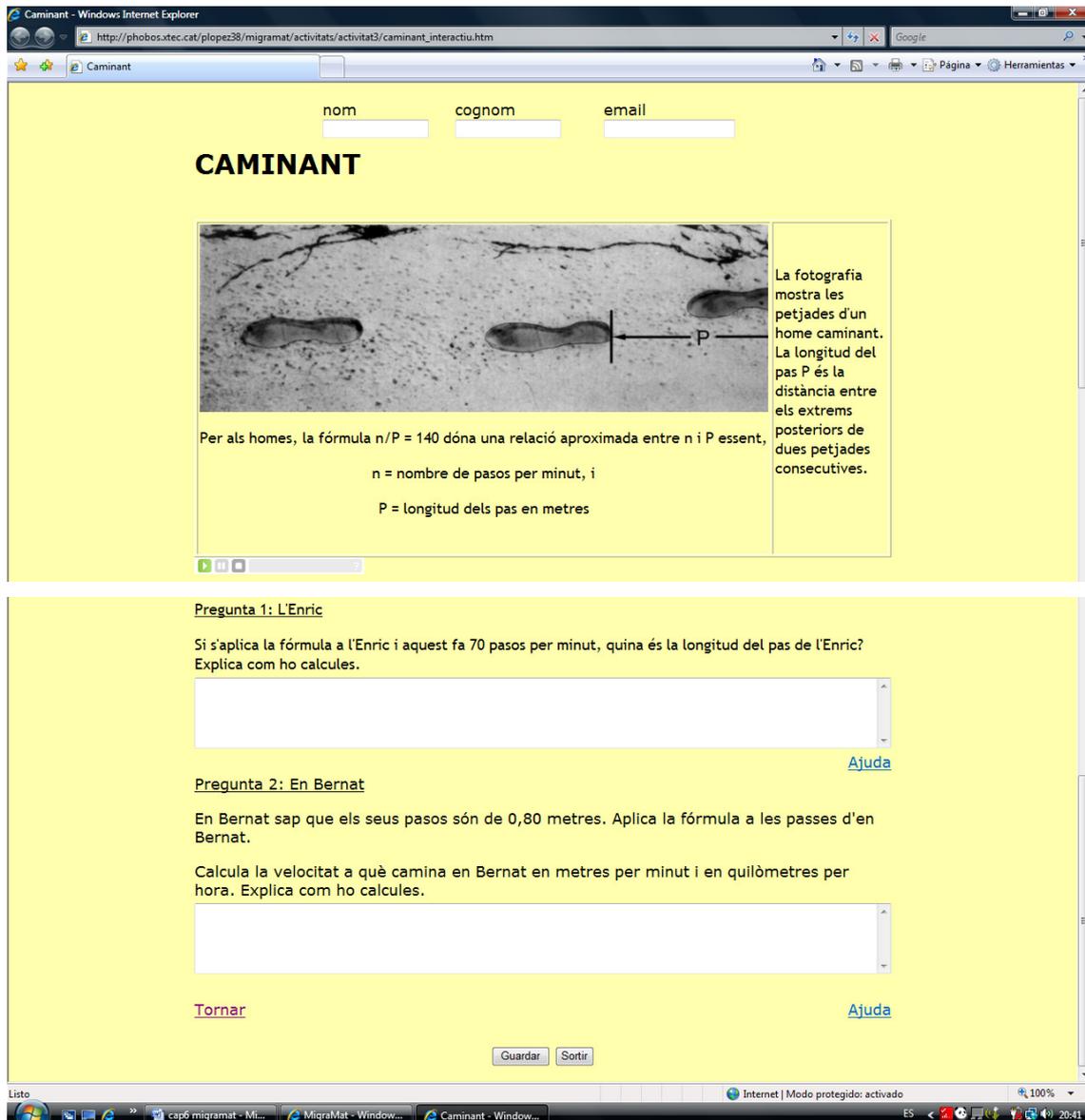


Imagen 6.10.a: Problema del caminante

Las ayudas diseñadas para la primera pregunta de este problema son las siguientes:

Ayuda 1: *Lee atentamente la pregunta.*

Igual que en los casos anteriores, la primera ayuda diseñada para este problema es de tipo lingüística y consiste en la escucha de la pregunta del problema. La posibilidad de escuchar el enunciado del problema se da desde el principio, con la primera ayuda se puede escuchar solo la primera pregunta.

Ayuda 2: Fijate en las expresiones en azul y contesta: ¿qué conoces de la fórmula anterior?

The screenshot shows a web browser window with the following content:

- Image:** A photograph of two footprints on a light-colored surface. A horizontal line with arrows at both ends is drawn between the two footprints, labeled with the letter 'P'.
- Text:**

Per als homes, la fórmula $n/P = 140$ dona una relació aproximada entre n i P essent,

n = nombre de passos per minut, i

P = longitud dels pas en metres
- Text (right side):**

La fotografia mostra les petjades d'un home caminant. La longitud del pas P és la distància entre els extrems posteriors de dues petjades consecutives.
- Question:**

Pregunta 1: L'Enric

Si s'aplica la fórmula a l'Enric i aquest fa 70 passos per minut, quina és la longitud del pas de l'Enric? Explica com ho calcules.
- Instructions (bottom):**

1.- Llegeix atentament la pregunta.

2) Fixa't en les expressions en negreta i contesta: Què conèixes de la fórmula anterior?

Imagen 6.10.b: Ayuda 2 de la primera pregunta del problema del caminante

Esta segunda ayuda es visual (puesto que se resalta parte del texto en otro color) e interrogativa puesto que se lanza una pregunta con el fin de que el alumno interrelacione la fórmula con los datos que le proporciona el problema (tanto la fórmula como los datos están resaltados).

Las ayudas diseñadas para la pregunta 2 de este problema son similares a las de la pregunta 1:

Ayuda 1: Lee atentamente la pregunta.

Igual que en la anterior pregunta, la primera ayuda diseñada para la segunda parte del problema, es de tipo lingüística y consiste en la escucha de la pregunta del problema.

Ayuda 2: ¿qué significa la frase en negrita?

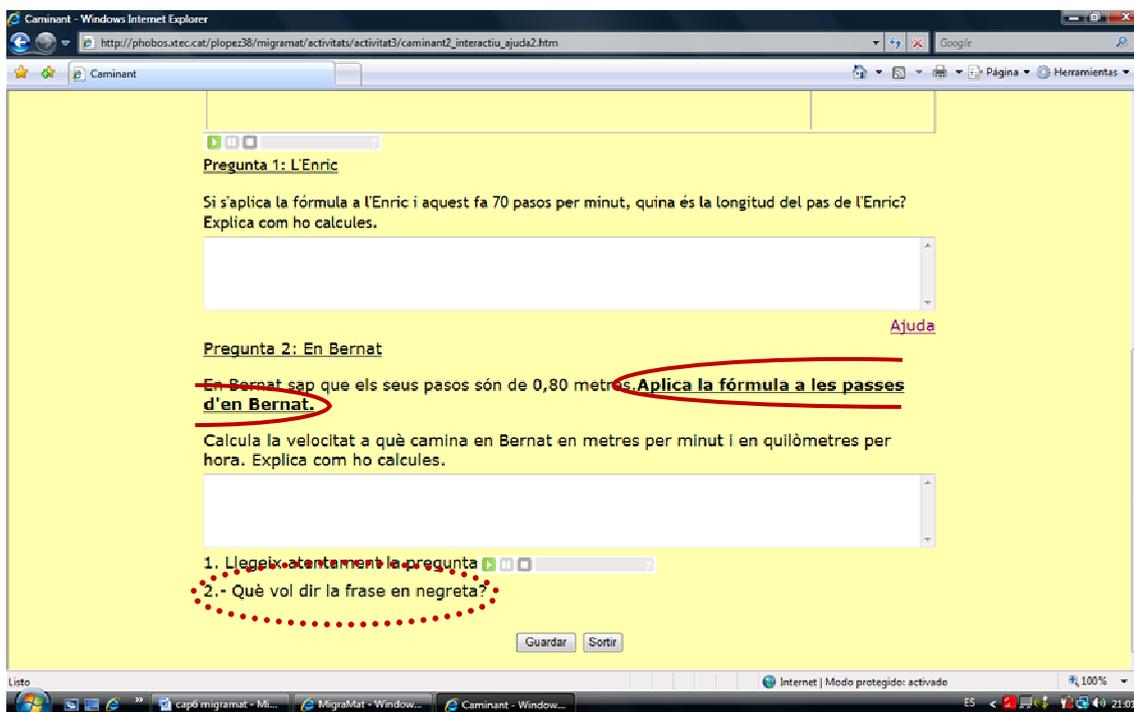


Imagen 6.10.c: Ayuda 2 de la segunda pregunta del problema del caminante

Esta segunda ayuda es muy parecida a la ayuda 2 de la primera pregunta. De nuevo se trata de una ayuda visual e interrogativa. Aunque en este caso, la pregunta que se lanza es un poco distinta, no se da tantas pistas como en la primera pregunta pero se presupone que, si han resuelto la primera, pueden aplicar el mismo tipo de razonamiento, proporcionado en la segunda ayuda de la primera pregunta, para responder esta segunda pregunta.

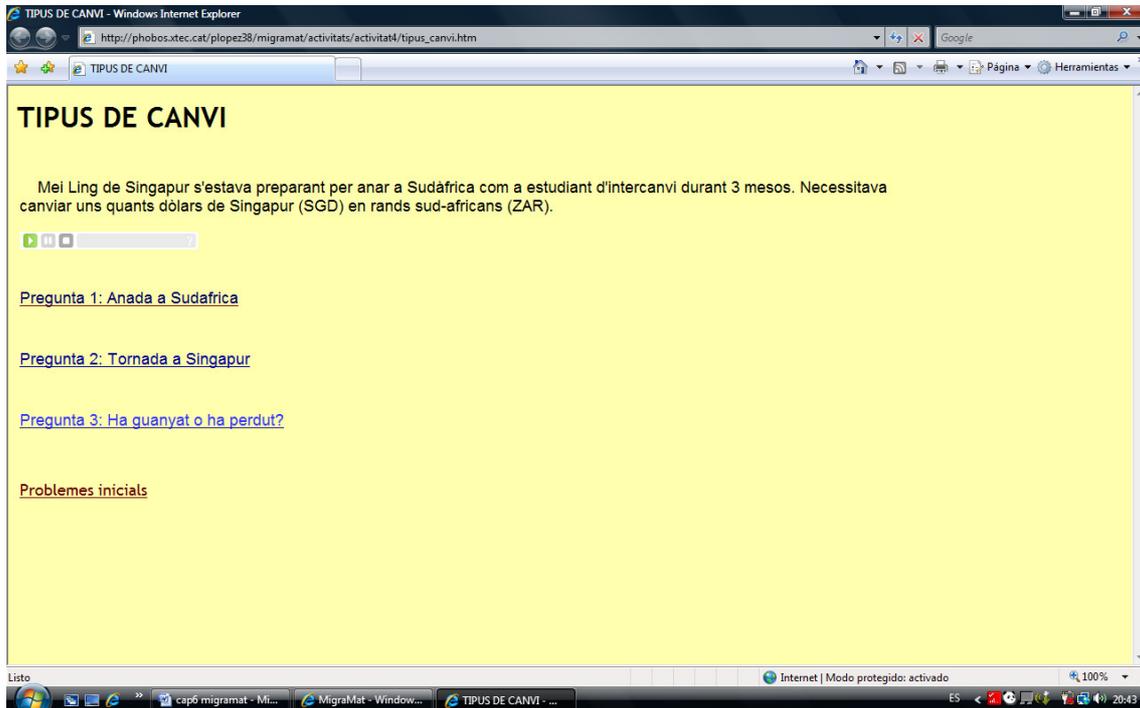
❖ TIPO DE CAMBIO

Imagen 6.11.a: Problema del tipo de cambio

Este problema consta de tres preguntas. Para no confundir a los alumnos, se ha creado un link para cada pregunta, abriéndose una nueva ventana para cada una de ellas. A continuación se muestran las tres preguntas y su sistema de ayudas.

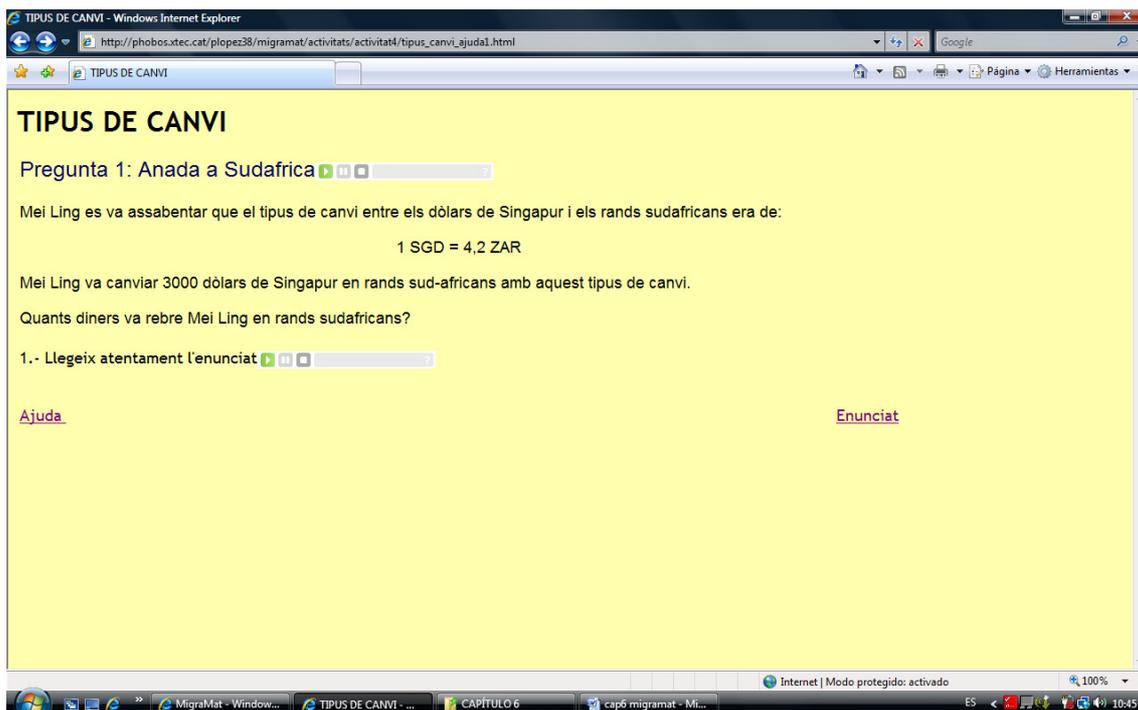


Imagen 6.11.b: Pregunta 1 del problema del tipo de cambio

Las ayudas diseñadas para la pregunta 1 de este problema son:

Ayuda 1: *Lee atentamente el enunciado.*

Igual que en los problemas anteriores, la primera ayuda siempre es de tipo lingüística y consiste en la escucha del enunciado del problema.

Ayuda 2: *Fíjate en los datos importantes del problema.*

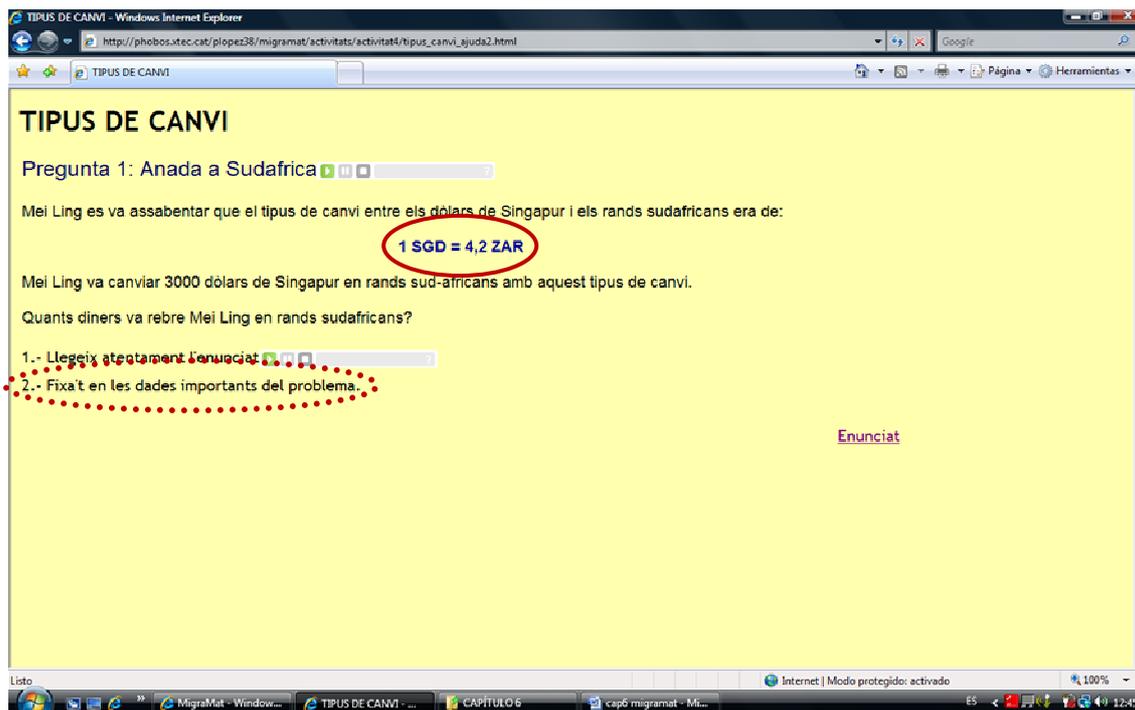


Imagen 6.11.c: Ayuda 2 de la pregunta 1 del problema del tipo de cambio

Esta segunda ayuda es de tipo visual. Se ha resaltado en azul la equivalencia que da el problema entre las dos monedas para que el alumno se fije en este dato y tome conciencia que debe utilizar esta equivalencia para resolver el problema.

La segunda pregunta del problema de tipo de cambio es muy parecida a la primera pregunta pero al revés:

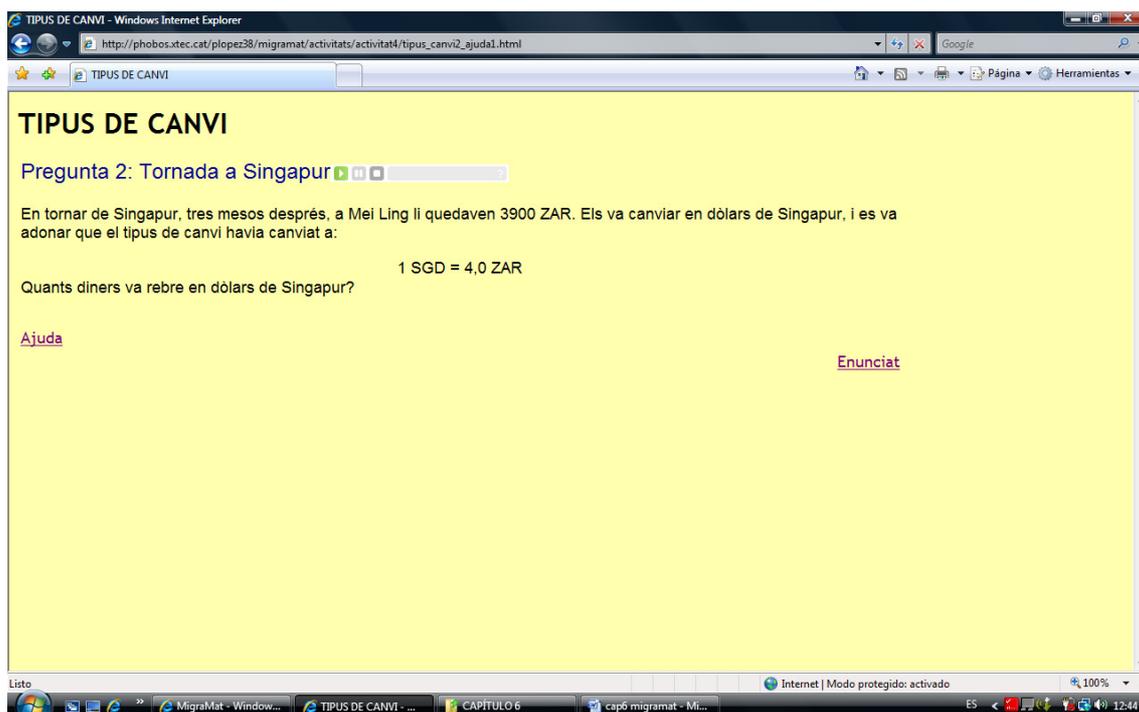


Imagen 6.11.d: Pregunta 2 del problema del tipo de cambio

Para esta pregunta, las ayudas son muy parecidas a la primera pregunta de este problema:

Ayuda 1: *Lee atentamente el enunciado del problema.*

Igual que en los problemas anteriores, la primera ayuda siempre es de tipo lingüística y consiste en la escucha del enunciado del problema.

Ayuda 2: *¿Qué diferencia hay con la pregunta 1?*

Lo que se trata con esta ayuda es que trate de resolver el problema a partir de lo que ya ha aprendido en el primer problema y fijándose con la diferencia que existe entre los dos, tanto en la pregunta del problema como en el tipo de cambio.

Para que el alumno pueda comparar las dos preguntas y los datos que le dan en los dos casos, cuando se accede a la ayuda 2, aparece la primera pregunta y se resaltan las equivalencias de los dos casos.

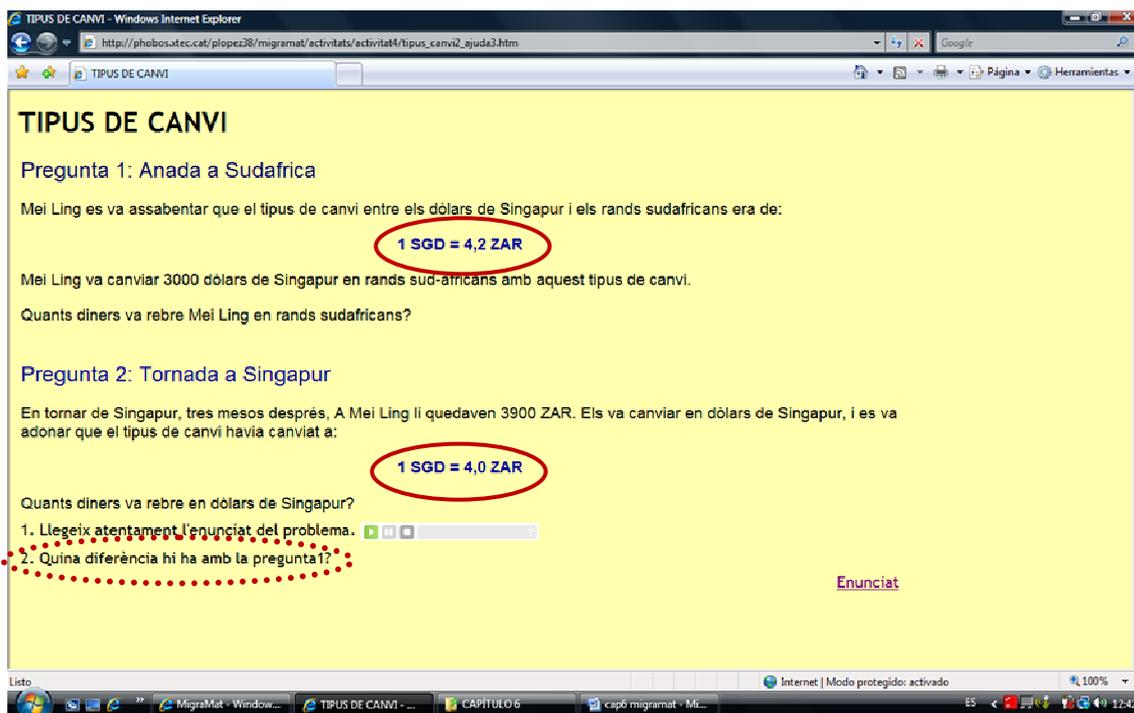


Imagen 6.11.e: Ayuda 2 de la pregunta 2 del problema del tipo de cambio

De nuevo se trata de una ayuda de tipo visual (se resaltan en azul las dos equivalencias para llamar la atención del alumno) e interrogativa (se lanza una pregunta para que el alumno reflexione).

Veamos a continuación la última pregunta de este problema:

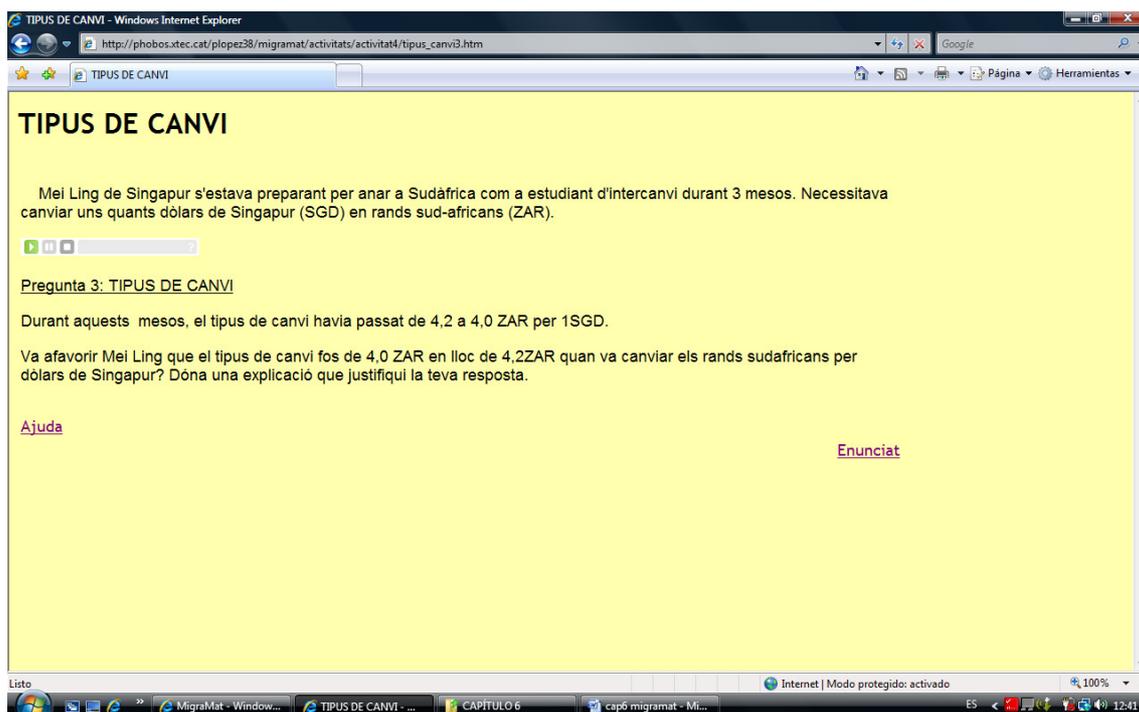


Imagen 6.11.f: Pregunta 3 del problema del tipo de cambio

Esta pregunta es un poco más compleja y pretende relacionar las dos preguntas anteriores y reflexionar sobre las consecuencias que tiene realizar el cambio dos veces.

La primera ayuda es de tipo lingüística como en el resto de preguntas:

Ayuda 1: *Lee atentamente la pregunta.*

La segunda ayuda también es parecida a las otras ayudas dadas en las anteriores preguntas:

Ayuda 2: *¿Qué representa para Mei Ling la frase en negrita?*

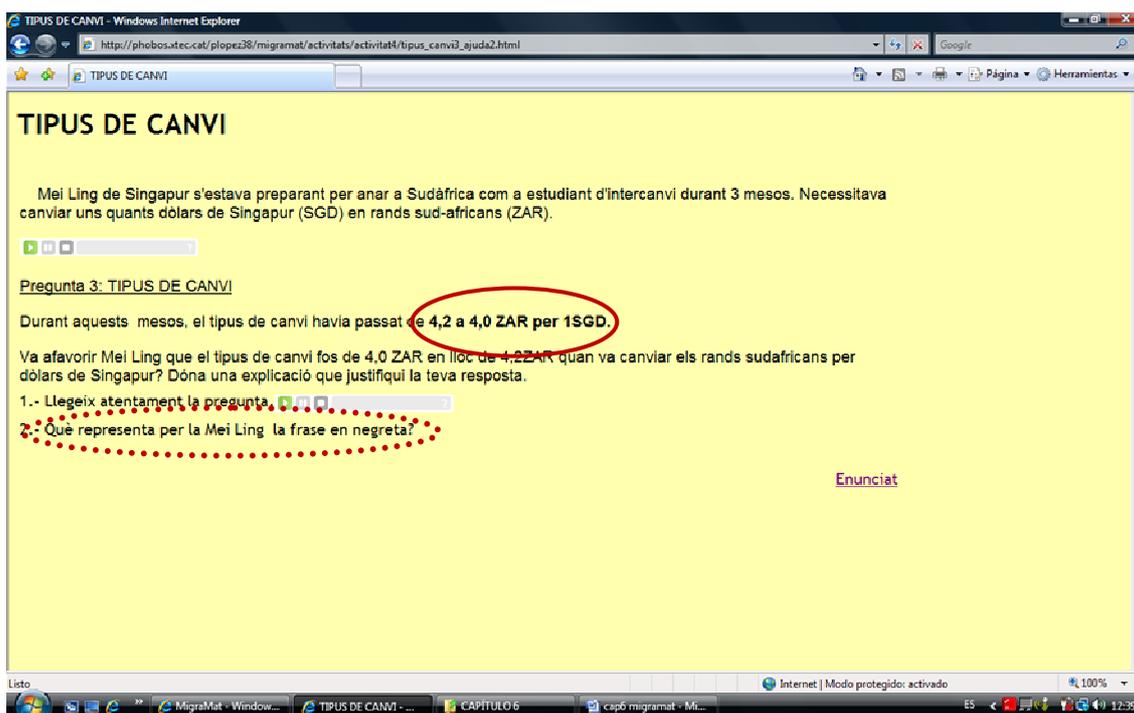


Imagen 6.11.g: Ayuda 2 de la pregunta 3 del problema del tipo de cambio

Como vemos en la imagen anterior, se ha resaltado los dos tipos de cambios que ha habido en negrita, por lo tanto se trata de una ayuda visual. Pero también es interrogativa puesto que al alumno se le lanza una pregunta de reflexión para ayudarle a que se dé cuenta que debe utilizar y relacionar estos datos para resolver el problema correctamente.

❖ ENERGÍA NECESARIA

El último problema de este bloque es un poco más difícil que los anteriores, puesto que el enunciado es más complejo y desconocido, sobretodo la segunda pregunta. Además la interpretación de tablas y la búsqueda de información en ellas, en general suele costar bastante a los alumnos.

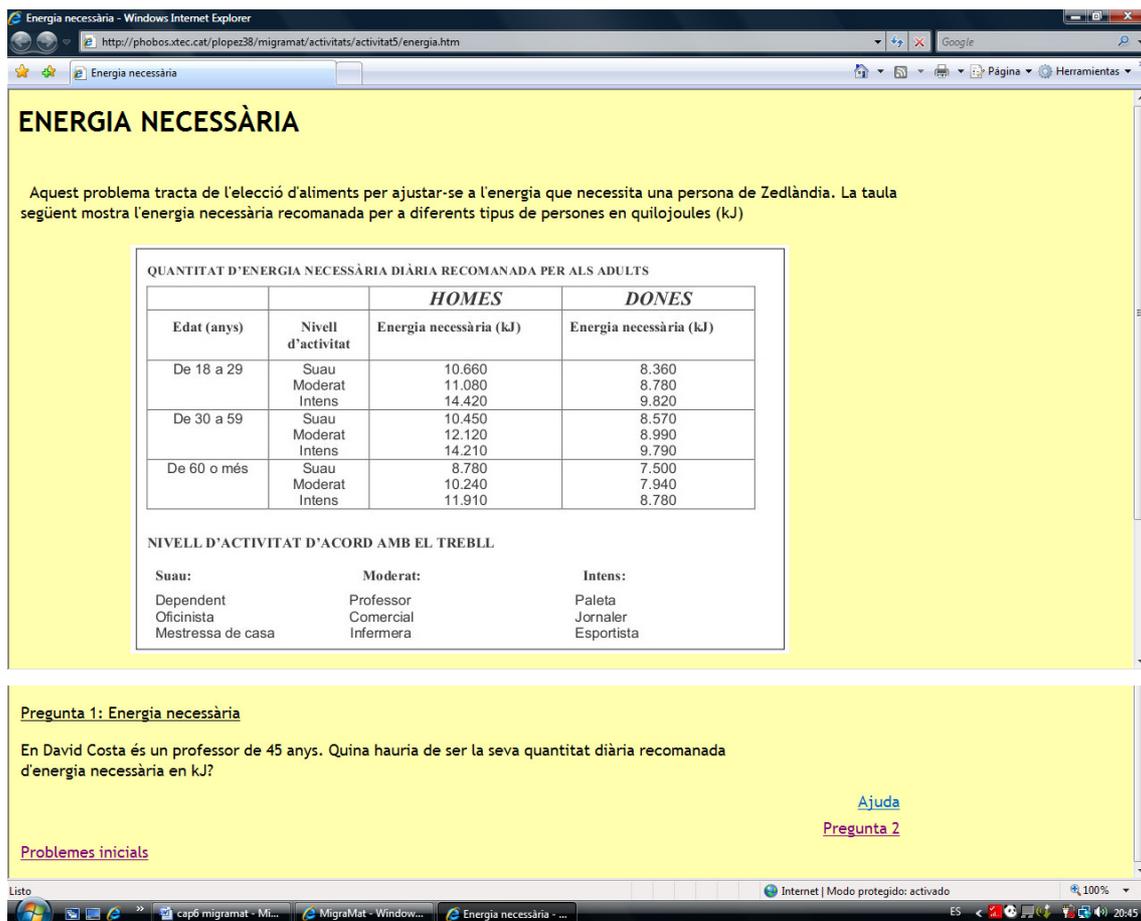


Imagen 6.12.a: Problema de la energía necesaria

En la primera pregunta de este problema solo se facilita una ayuda:

Ayuda 1: *Lee con atención la información importante de David.*

Esta ayuda, aunque no se trate de una pregunta directa, también se puede clasificar dentro del grupo de ayudas interrogativas puesto que sería lo mismo que preguntar: *¿Cuál es la información importante sobre David?* Lo que se trata es de hacer ver al alumno que debe centrarse en la información que se le da sobre David y utilizarla para poder resolver el problema con satisfacción.

A continuación se muestra la segunda parte de este problema:

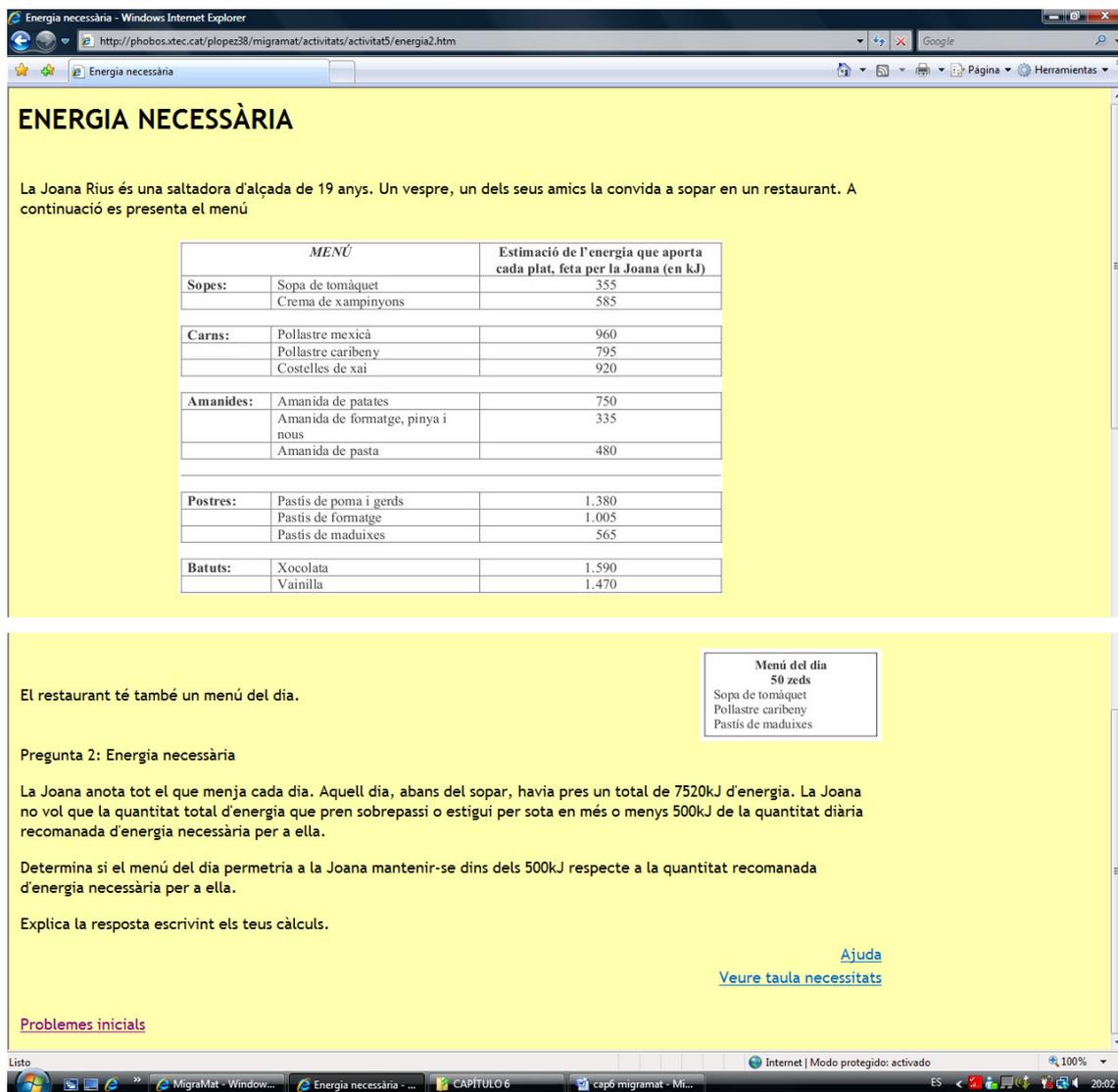


Imagen 6.12.b: Pregunta 2 del problema de la energía necesaria

Como se puede ver en la imagen anterior, al margen inferior derecho hay un link para poder acceder a la tabla de las necesidades y de la energía necesaria recomendada. EL link abre la tabla de las energías del enunciado del problema en otra página para que el alumno pueda consultarla en todo momento sin necesidad de cerrar la ventana del enunciado de la segunda parte del problema:

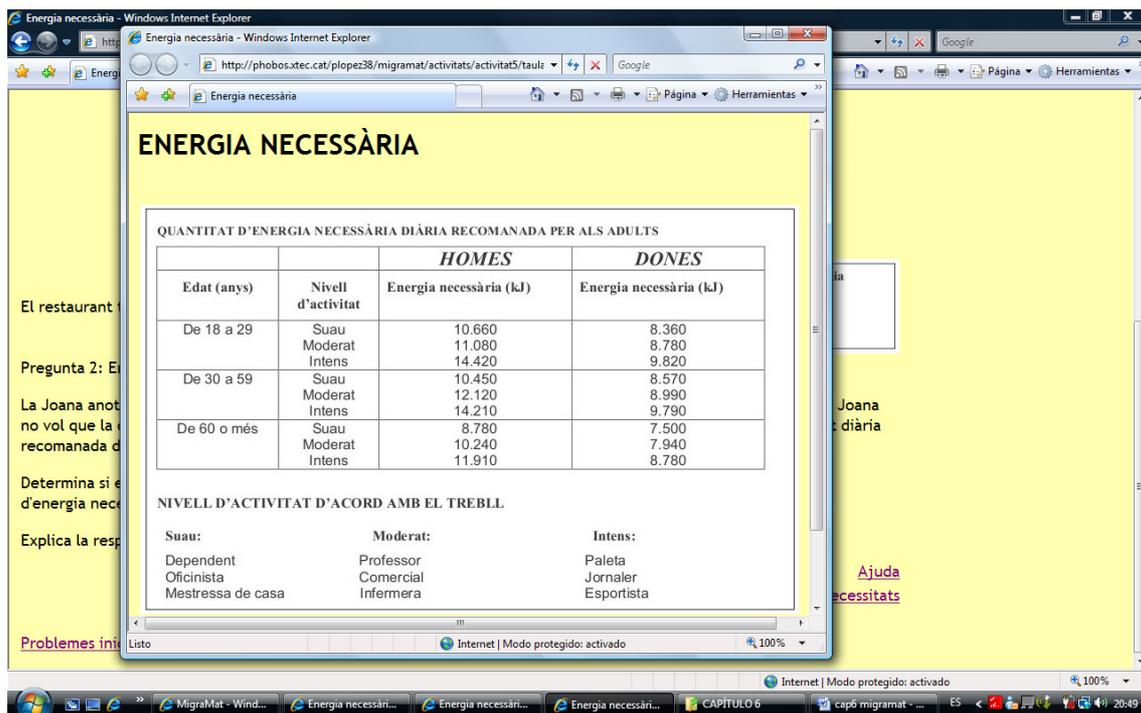


Imagen 6.12.c: Nueva ventana con las necesidades de energía necesaria para la pregunta 2 del problema de la energía necesaria.

Al presentar un grado de dificultad elevada, se han planteado tres ayudas para esta cuestión:

Ayuda 1: *Lee con atención la pregunta y piensa qué necesitas para contestar la pregunta.*

Se trata de una ayuda interrogativa aunque la pregunta sea indirecta *¿Qué necesitas para contestar la pregunta?* Con esta ayuda pretendemos ayudar a los alumnos a identificar qué les está preguntando el problema, es decir, a entender la pregunta, paso básico en todo problema para poder resolverlo correctamente.

Ayuda 2: *¿Qué energía necesita Joana diariamente?*

De nuevo esta ayuda es del tipo interrogativa. Con esta pregunta pretendemos que el alumno se dé cuenta que necesita relacionar los datos del problema con la energía que necesita Joana diariamente. Cuando ven un enunciado tan largo y tantos datos, los alumnos se pierden y no saben cómo afrontar y empezar a resolver el problema,

por lo tanto creímos necesario crear una ayuda para dar el primer paso en la resolución del problema.

Ayuda 3: ¿Qué energía aporta el menú a las necesidades de Joana?

Por último, se proporciona una tercera ayuda de tipo interrogativo para que el alumno se dé cuenta que debe calcular la energía total del menú presentado por el restaurante y relacionarlo con la energía diaria que necesita Joana (ayuda 2).

Tal como se ha mostrado en estos cinco ejemplos, los sistemas de ayudas diseñados en MigraMat para la resolución de problemas, nunca revelan directamente los pasos que debe seguir el alumno para resolver el problema, se dan pistas e indicaciones para que él mismo se dé cuenta de qué debe hacer y cuál es el camino que debe tomar para llegar a la solución correcta.

El sistema de ayudas tiene una continuidad y va de ayudas más generales a más específicas. Además, la mayoría de ayudas dan estrategias que suelen ser apropiadas para resolver la mayoría de problemas: leer el enunciado con detenimiento, identificar qué nos están preguntando, identificar los datos que nos dan y por último, relacionar los datos que nos dan con lo que nos están preguntando.

6.3.3. Actividades de seguimiento

Antes de pasar a la evaluación final, se ha incluido un grupo de problemas denominado actividades de seguimiento. El objetivo de este grupo de actividades es que los alumnos realicen problemas parecidos a los que han trabajado en el grupo de actividades de preparación, pero sin ayudas. De esta manera pretendemos que cojan seguridad en sí mismos y pierdan el miedo a afrontarse solos a problemas de este tipo y no se bloqueen cuando realicen la evaluación.

Los problemas incluidos hasta ahora en esta sección también pertenecen al proyecto PISA 2002 y 2003. A continuación se presenta una tabla con los problemas escogidos y la clasificación dada por PISA:

		Sub escala	Situación	Competencia
FERIA		Incertidumbre	Educativo	Conexiones
ZAPATOS INFANTILES		Cambio y relaciones	Personal	Reproducción
CHATEAR	(1)	Cambio y relaciones	Personal	Conexiones
	(2)	Cambio y relaciones	Personal	Reflexión

Tabla 6.2: Clasificación de los problemas de seguimiento del portal MigraMat

En este bloque se ha introducido un problema que pertenece al grupo de incertidumbre para indagar cómo se sienten los alumnos con este tipo de problemas. También se ha introducido un problema perteneciente a la prueba de resolución de problemas de la segunda fase de la investigación (*chatear*) para comparar los resultados obtenidos de los alumnos que no han realizado las actividades de preparación de MigraMat y los que sí las han realizado.

El plan de trabajo para esta parte consiste en realizar los problemas de forma individual, utilizando los recursos aprendidos en las actividades de preparación, pero con el apoyo del profesor o de otros alumnos vía el chat. Se trata que el alumno utilice estas actividades para practicar de forma individual y autónoma, por lo tanto, en este caso, las respuestas no se mandan al profesor y el alumno, después de realizar el problema, inmediatamente recibe un mensaje de corrección con la puntuación obtenida, la respuesta correcta y una pequeña explicación de la solución del problema.

❖ FERIA

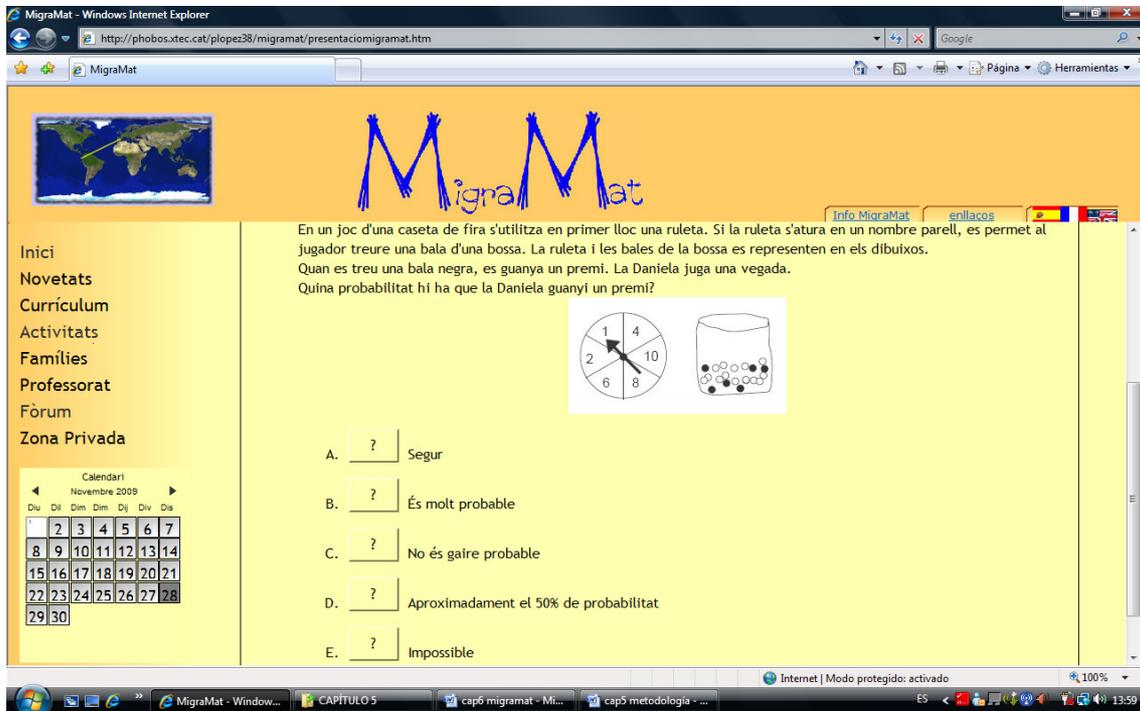


Imagen 6.13.a: Problema de la feria

El tipo de respuesta consiste en 5 casillas de verificación que devuelven una “x” en caso de no ser la solución correcta o “☺” en caso de ser la solución correcta. El orden de las opciones varía cada vez que se accede de nuevo a la actividad.

Cuando seleccionamos una casilla nos devuelve un cuadro de texto anunciándonos si la solución es la correcta o no. En cada caso nos da una explicación de porqué no es correcta o porqué si es la solución correcta para que el alumno pueda darse cuenta de qué errores ha cometido y porqué:

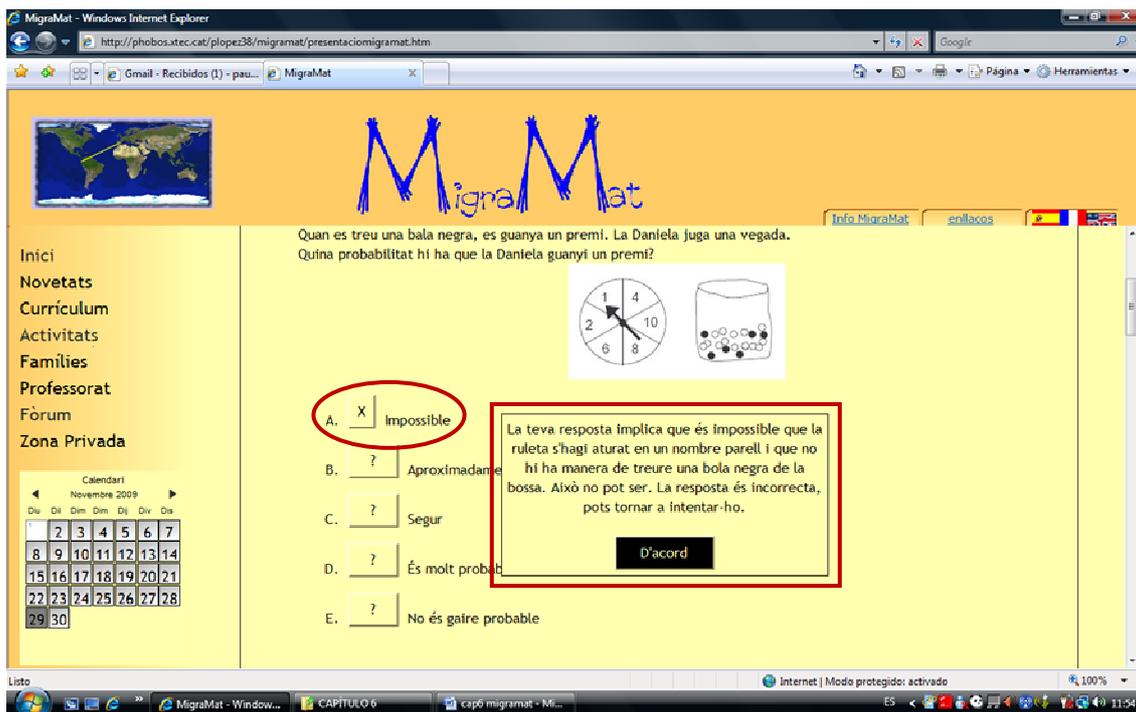


Imagen 6.13.b: Recuadro con la explicación de porqué no es correcta la respuesta dada en el problema de la feria

Para las otras respuestas incorrectas, el cuadro de texto varía, ajustando la explicación a cada caso concreto y explicando porqué no es la respuesta correcta. Cuando se elige la respuesta correcta también aparece un cuadro de diálogo justificando porqué es la respuesta correcta:

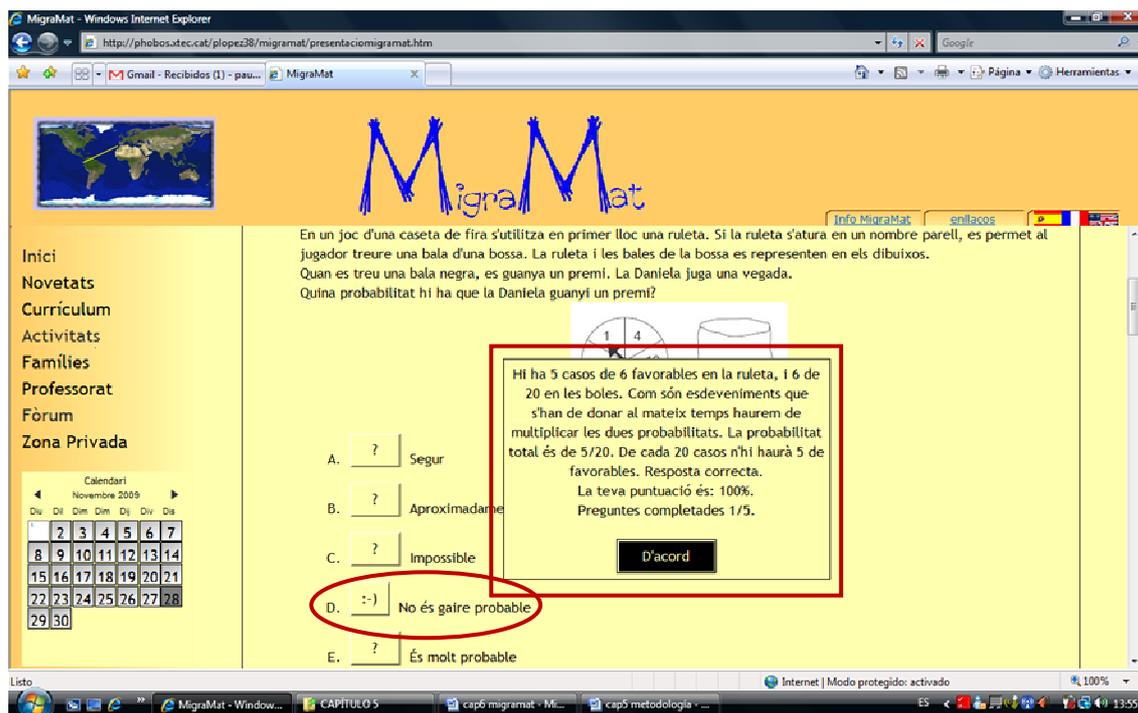


Imagen 6.13.c: Recuadro con la explicación de porqué es correcta la respuesta escogida en el problema de la feria

Según los intentos realizados para llegar a la respuesta correcta, el cuadro de diálogo devuelve la puntuación obtenida y el total de preguntas completadas del conjunto de actividades de seguimiento. A medida que vamos realizando más actividades, la puntuación se va recalculando y aparece en la parte superior del panel de texto de las actividades de seguimiento.

❖ ZAPATOS INFANTILES

Igual que en el caso anterior, el tipo de respuesta de este problema consiste en 7 casillas de verificación que devuelven una “x” en caso de no ser la solución correcta o “☺” en caso de ser la solución correcta. El orden de las opciones varía cada vez que se accede de nuevo a la actividad.

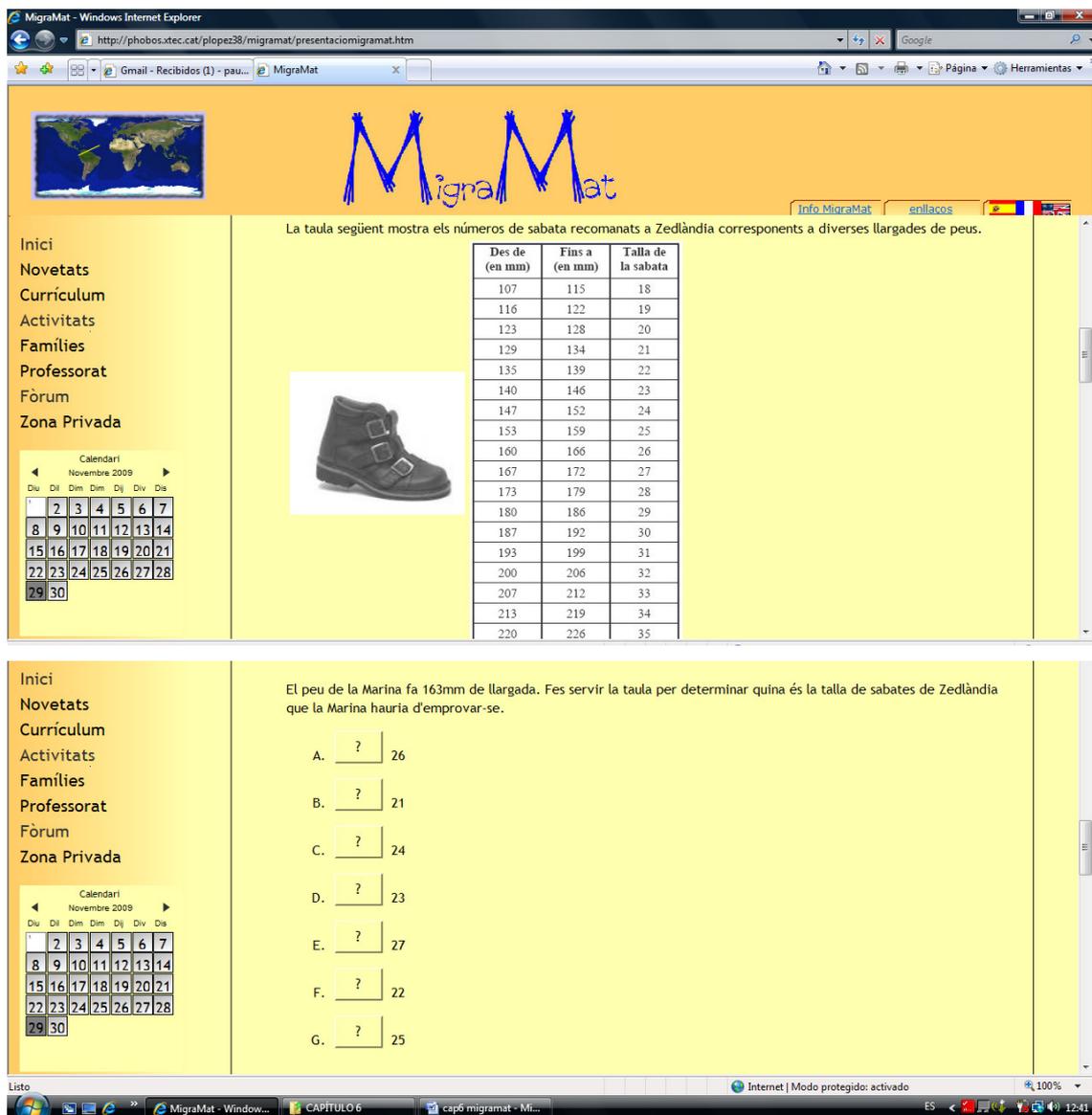


Imagen 6.14.a: Problema de los zapatos infantiles

Igual que en el problema anterior, cuando seleccionamos una casilla nos devuelve un cuadro de texto anunciándonos si la solución es la correcta o no. En este caso, el cuadro de texto nos devuelve el intervalo de centímetros que corresponden al número de talla seleccionado:

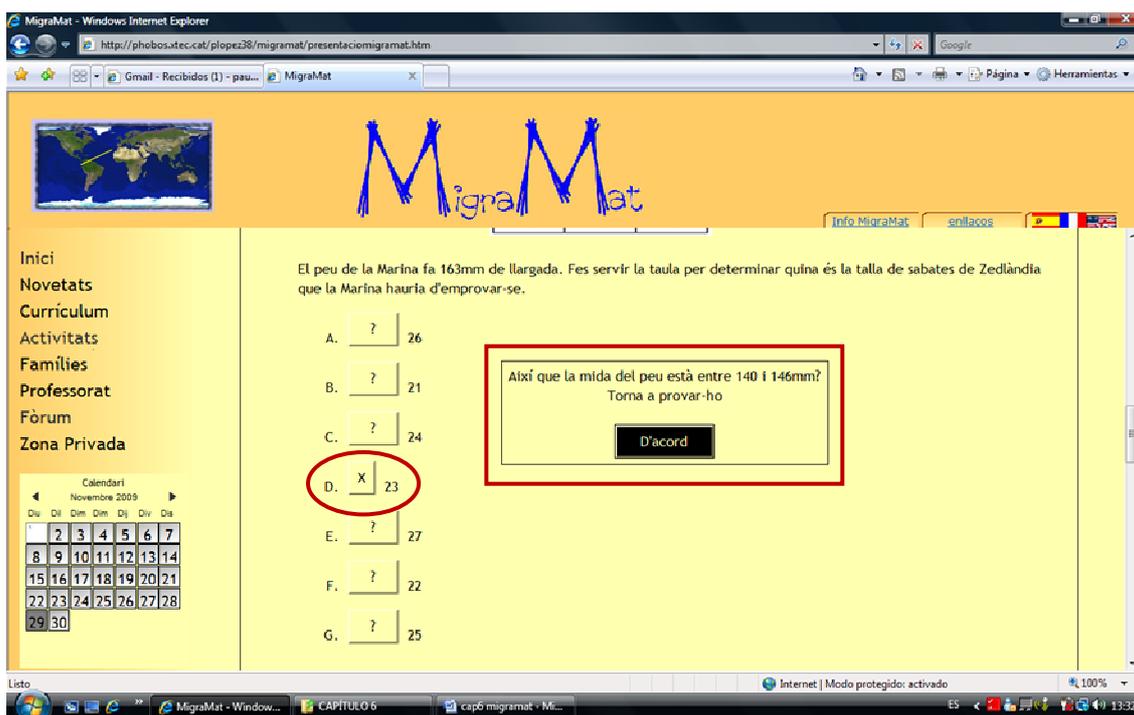


Imagen 6.14: Cuadro de texto que se obtiene cuando no se da la respuesta correcta al problema de los zapatos infantiles

Una vez que se da la respuesta correcta, según los intentos realizados, el cuadro de diálogo devuelve la puntuación obtenida porcentualmente y el total de preguntas completadas del conjunto de actividades de seguimiento.

❖ CHATEAR

Este problema está incluido y explicado en la prueba de resolución de problemas de la segunda fase de la investigación. En este bloque de actividades también se han incluido las dos preguntas de este problema *chatear (1)* y *chatear (2)* pero esta última se ha subdividido en dos partes, una para dar las horas correspondientes a las horas que puede Mark en Australia y la otra para introducir la respuesta de Hans según la hora introducida en el caso de Mark.

En la primera pregunta se debe introducir la hora correcta en el cuadro de texto destinado a ello. En caso de no acertar, se abre un cuadro de diálogo anunciando: *Lo sentimos, esta no es la hora correcta, vuelve a intentarlo*. En caso de acertar la respuesta, el cuadro de texto que aparece es el siguiente:

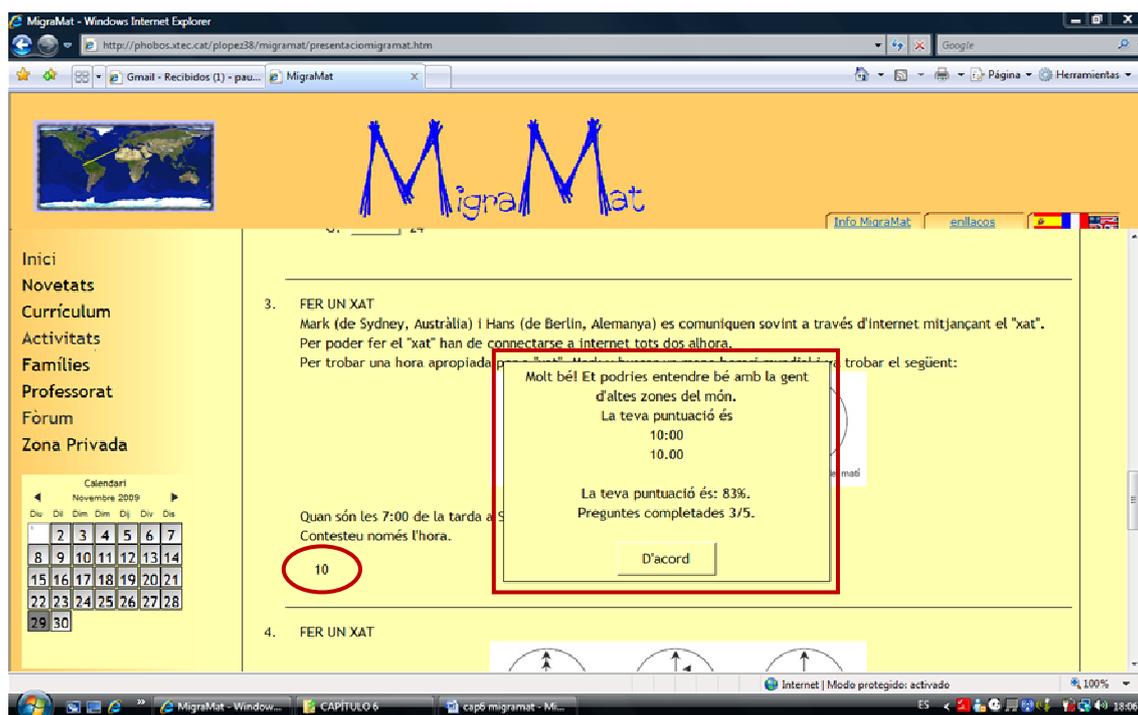


Imagen 6.15.a: Cuadro de texto que se obtiene cuando se da la respuesta correcta al problema de chatear (1)

La puntuación obtenida depende del número de intentos. También nos da información sobre el número de preguntas completadas con éxito.

En la segunda parte de este problema, cuando introducimos en intervalo de horas donde pueden chatear Mark y Hans, en caso de ser una respuesta incorrecta, nos devuelve el mensaje: *Lo sentimos pero tu respuesta es incorrecta, pruébalo de nuevo.* En caso que sea correcta, nos devuelve el mensaje: *Correcto, tu puntuación es %. Has acabado el ejercicio.* Pero en caso de que la respuesta sea parcialmente incorrecta, es decir, que hayamos acertado una de las dos horas o bien que nos hayamos equivocado entre mañana y tarde, el cuadro de diálogo que aparece nos muestra la parte que debemos corregir:

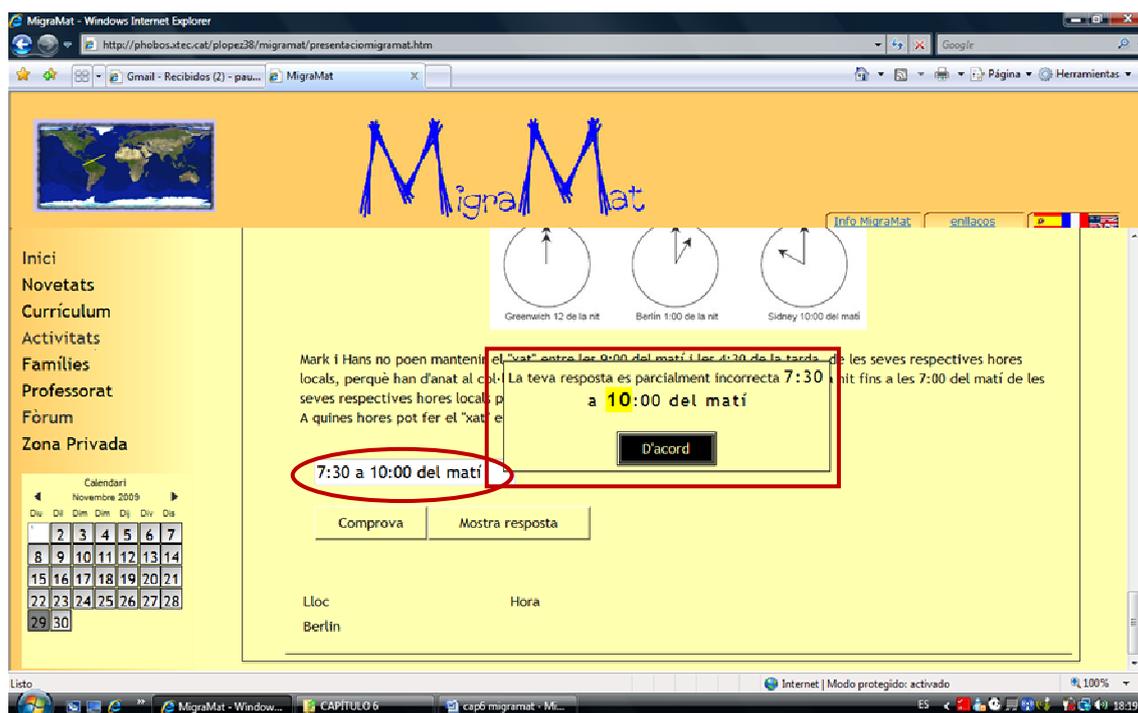


Imagen 6.15.b: Cuadro de texto que se obtiene cuando se da la respuesta parcialmente incorrecta en el problema de chatear (2)

Como muestra esta imagen, en este caso se ha dado bien la primera hora del intervalo pero no la segunda (debería ser las 9:00) por lo tanto, el cuadro de texto que se abre al introducir la respuesta nos marca en amarillo la parte incorrecta de nuestra respuesta (10:00).

Al finalizar todas las actividades de seguimiento se obtiene una puntuación total con el porcentaje de aciertos.

6.3.4. Evaluación final

La evaluación final consiste en la realización de un conjunto de problemas del proyecto PISA para comprobar el grado de éxito en los objetivos trabajados durante las actividades de preparación y seguimiento.

Para poder acceder a la evaluación final se necesita introducir una contraseña que facilitará el equipo de MigraMat.

Los problemas que se han incluido en la evaluación final y su clasificación según las categorías definidas por el proyecto PISA son:

		Subescala	Situación	Competencia	Dificultad
DADOS		Espacio y forma	Personal	Conexiones	nivel 2
ESTANTERIAS		Cantidad	Laboral	Conexiones	nivel 3
CRECER	P. parcial	Cambio y relaciones	Científica	Reproducción	nivel 1
	P.máxima	Cambio y relaciones	Científica	Reproducción	nivel 3
CARPINTERO		Espacio y forma	Educativa	Conexiones	nivel 6

			Subescala	Situación	Dificultad
IR AL CINE	(1)	P.Parcial	Toma de decisiones	Personal	nivel 1
		P.Máxima	Toma de decisiones	Personal	nivel 2
	(2)		Toma de decisiones	Personal	nivel 1

Tabla 6.3: Clasificación de los problemas de seguimiento del portal MigraMat

Como vemos, todos los problemas que se han escogido para la evaluación final, formaban parte de la prueba de resolución de problemas de la segunda etapa de la investigación con la finalidad de poder comparar los resultados obtenidos por los alumnos que han trabajado con el portal MigraMat y los resultados de los alumnos ecuatorianos que no han trabajado con el portal.

El modo en que se presentan los problemas de la evaluación final es en formato libro digital, igual que en la evaluación inicial.

6.4. Resumen

En este capítulo hemos presentado el diseño del portal MigraMat, mostrando y explicando las finalidades y los destinatarios de todas las secciones y apartados que lo conforman.

A continuación se han presentado los tres conjuntos de actividades, la metodología de trabajo para cada grupo de problemas y las ayudas específicas diseñadas para que los alumnos sean capaces de resolver los problemas planteados de forma autónoma y adquieran la competencia matemática.

