

DEPARTAMENTO DE ÓPTICA – DEPARTAMENTO DE
FÍSICA APLICADA Y ELECTROMAGNETISMO

MODELIZACIÓN DE DISPOSITIVOS
OPTOELECTRÓNICOS MICROESTRUCTURADOS.
MÉTODOS MODALES.

JUAN ANTONIO MONSORIU SERRA

UNIVERSITAT DE VALENCIA
Servei de Publicacions
2003

Aquesta Tesi Doctoral va ser presentada a València el dia 01 de Desembre de 2003 davant un tribunal format per:

- D. Miguel Ángel Rebolledo Sanz
- D. Benito Gimeno Martínez
- D. Pedro Fernández de Córdoba Castellá
- D. Marco Guglielmi
- D. Javier Pelayo Zueco

Va ser dirigida per:

Dr. D. Enrique Silvestre Mora

Dr. D. Miguel V. Andrés Bou

©Copyright: Servei de Publicacions
Juan Antonio Monsoriu Serra

Depòsit legal:

I.S.B.N.:84-370-5887-2

Edita: Universitat de València
Servei de Publicacions
C/ Artes Gráficas, 13 bajo
46010 València
Spain
Telèfon: 963864115

VNIVERSITAT Æ VALÈNCIA

DEPARTAMENT D'ÒPTICA



MODELIZACIÓN DE DISPOSITIVOS
OPTOELECTRÓNICOS MICROESTRUCTURADOS.
MÉTODOS MODALES

TESIS DOCTORAL

JUAN ANTONIO MONSORIU SERRA

SEPTIEMBRE 2003

VNIVERSITAT Æ VALÈNCIA

DEPARTAMENT D'ÒPTICA



Modelización de dispositivos optoelectrónicos
microestructurados. Métodos modales

Memoria presentada por
JUAN ANTONIO MONSORIU SERRA
para optar al grado de
DOCTOR EN FÍSICA
Septiembre 2003

D. Miguel V. ANDRÉS BOU, Profesor Titular del Departamento de Física Aplicada y Electromagnetismo de la Universitat de València y D. Enrique SILVESTRE MORA, Profesor Titular de Escuela Universitaria del Departamento de Óptica de la Universitat de València

CERTIFICAN: que la presente memoria: “Modelización de dispositivos optoelectrónicos microestructurados. Métodos modales”, resume el trabajo de investigación realizado, bajo su dirección, por D. Juan Antonio MONSORIU SERRA y constituye su Tesis para optar al Grado de Doctor en Física.

Y para que conste y en cumplimiento de la legislación vigente, firman el presente certificado en Valencia, a cinco de septiembre de dos mil tres.

Fdo.: Dr. Miguel V. Andrés Bou

Fdo.: Dr. Enrique Silvestre Mora

A mis padres, Manolo y M^a Carmen,
y a mi hermano y su familia, Manolo,
Raquel y Carolina.

A María José.

Agradecimientos

Quisiera utilizar estas primeras líneas para expresar mi más sincera gratitud a los directores de este trabajo, Enrique Silvestre y Miguel V. Andrés, por toda su dedicación y la confianza que han depositado en mi. Sus ideas y consejos han sido fundamentales para la realización de este trabajo.

También he de realizar una mención especial a Pedro Andrés, por la atención que en todo momento me ha prestado. Sin su empeño no hubiera sido posible iniciar mi carrera docente e investigadora.

Tampoco quisiera olvidarme de mis compañeros del grupo de Óptica de Fourier, quienes me han respaldado a lo largo de todo este tiempo. Así como también agradecer a mis compañeros del Departamento de Física Aplicada de la Universidad Politécnica de Valencia, el haberme hecho tan fácil mi incorporación, acogiéndome como uno más desde el primer día y permitiéndome que me tomase ciertas licencias que han posibilitado la continuación y conclusión de este trabajo.

Además de las personas mencionadas, quiero manifestar mi más cordial reconocimiento a Albert Ferrando y Benito Gimeno, por todos los comentarios y sugerencias aportadas. Muchos de los problemas que han ido surgiendo en los trabajos aquí presentados fueron resueltos en conversaciones con ellos.

Finalmente, quiero dar las gracias a mi familia y amigos por todo el apoyo personal que me han ofrecido, y, en especial, a María José por estar siempre a mi lado y haber compartido juntos momentos especialmente inolvidables.

Este trabajo ha sido financiado fundamentalmente por el Ministerio de Ciencia y Tecnología (proyectos TIC2000-0591-C03-03 y TIC2002-04527-C02-02) y por la Conselleria de Cultura, Educació i Ciència (proyecto GV96-D-CN-05141). También se agradece al Ministerio de Educación y Cultura la beca del plan de Formación de Profesorado Universitario que disfruté durante los años 1999 y 2000.

Lista de Publicaciones

Esta tesis doctoral está basada en los siguientes artículos:

- I. J.A. Monsoriu, M.V. Andrés, E. Silvestre, A. Ferrando y B. Gimeno, “Analysis of dielectric-loaded cavities using an orthonormal-basis method”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **50**, pp. 2545-2552 (2002).
- II. J.A. Monsoriu, E. Silvestre, A. Ferrando, P. Andrés y M.V. Andrés, “Sloped-walls thin-film photonic crystal waveguides”, *Applied Physics Letters* (enviado).
- III. J.A. Monsoriu, A. Coves, B. Gimeno, M.V. Andrés y E. Silvestre, “A robust and efficient method for obtaining the complex modes in inhomogeneously filled waveguides”, *Microwave and Optical Technology Letters* **37**, pp. 218-222 (2003).
- IV. J.A. Monsoriu, E. Silvestre, A. Ferrando, P. Andrés y J.J. Miret, “High-index-core Bragg fibers: dispersion properties”, *Optics Express* **11**, pp. 1400-1405 (2003).
- V. J.A. Monsoriu, B. Gimeno, E. Silvestre y M.V. Andrés, “Analysis of inhomogeneously dielectric filled cavities coupled to dielectric-loaded waveguides: Application to the study of NRD-guide components”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* (enviado).

Índice

1	Introducción	1
2	Método modal tridimensional	7
2.1	Formulación general	8
2.2	Cavidades cerradas inhomogéneas	16
2.3	Láminas de cristal fotónico	23
3	Método modal bidimensional	39
3.1	Formulación general	40
3.2	Guías cerradas inhomogéneas	42
3.3	Fibras de Bragg	47
4	Transmisión y reflexión de dispositivos	55
4.1	Formulación general	56
4.2	Componentes integrados NRD	62
4.3	Transmisión de láminas de cristal fotónico	66
5	Conclusiones	71
	Referencias	75

Capítulo 1

Introducción

El estudio del espectro de modos de estructuras dieléctricas complejas es de vital importancia para el análisis y diseño de dispositivos optoelectrónicos y de microondas. Filtros, dispositivos dispersivos y microcavidades ópticas son algunos de estos componentes de alto interés tecnológico, que actualmente son temas de investigación por su importancia en el desarrollo, entre otros, de sistemas de comunicaciones más rápidos y eficientes. Por ello, todo desarrollo que suponga una modelización más precisa de estos sistemas permitirá un mejor diseño y una descripción más general que ponga de manifiesto nuevas propiedades de interés.

Podemos encontrar en la bibliografía estudios razonablemente completos de los diversos métodos disponibles para obtener el espectro de modos de cavidades y guías complejas (Conciauro *et al.* 2000, Collin 1991, Kurokawa 1969). El abanico de métodos abarca desde los métodos analíticos exactos y simples hasta los puramente numéricos y los perturbativos. Los primeros permiten abordar los sistemas de geometría y condiciones de contorno más simples y los otros permiten estudiar estructuras relativamente complejas.

Los métodos analíticos para obtener los modos de un sistema inhomogéneo se fundamentan en la resolución de las ecuaciones de onda en regiones cuyas soluciones analíticas sean conocidas, para entonces aplicar las condiciones de contorno adecuadas.

En el caso de que el empleo de soluciones sencillas no permita satisfacer adecuadamente las condiciones de contorno en las interfases entre los diferentes medios que formen la estructura —como es el caso, por ejemplo, de diversas cavidades resonantes en microondas (Rong y Zaki 1999, Wang *et al.* 1998, Liang y Zaki 1993,

Collin y Ksienski 1987) o de guías planas de cristal fotónico (Atkin *et al.* 1996, Silvestre *et al.* 1998*b* y 2000*b*)— se puede expresar el campo en cada una de las regiones como combinación lineal de una serie de funciones analíticas. La imposición de las condiciones de contorno a estas combinaciones de funciones en las interfases entre los diferentes medios da lugar a un sistema lineal de ecuaciones cuya resolución proporciona, para las frecuencias de resonancia y, en su caso, un pseudomomento dado, los modos buscados. A lo largo de esta memoria llamaremos método modal convencional a esta forma de abordar el cálculo de los modos. La determinación de las frecuencias y de las propias ecuaciones trascendentes involucradas, empleando este método, se convierte en una tarea difícil cuando el dispositivo tiene una estructura no trivial. Además, esta técnica exige replantear el problema cada vez que se modifica la estructura del resonador o de la guía.

Una forma alternativa de abordar el problema es mediante métodos puramente numéricos, como son los de elementos finitos (Mahmood *et al.* 1998, Noble *et al.* 1998, Coccioli *et al.* 1999) o los de diferencias finitas (Hadley 1998, Guan y Su 1997, Su y Guan 1994). Si además interesa estudiar la evolución en el tiempo de los campos, éste último puede extenderse para convertirse en el método de diferencias finitas en el dominio temporal (FDTD) (D'Urso *et al.* 1998, Painter *et al.* 1999*b* y 1999*c*, Coccioli *et al.* 1998, Pereda *et al.* 1998, Kaneda *et al.* 1997). Estos métodos pueden ser aplicados a estructuras muy diversas, y algunos de ellos incluso a cavidades o guías carentes de cualquier tipo de simetría.

Un caso aparte es el método de las ondas planas, especialmente desarrollado para el estudio de cristales fotónicos, es decir, de medios dieléctricos con variaciones periódicas del índice de refracción en una o varias direcciones del espacio —y, en general, homogéneos en las restantes direcciones—. En este caso, aplicando el teorema de Bloch-Floquet, los campos de los modos se pueden desarrollar en serie de Fourier. Para evitar la aparición de soluciones espúreas, que no cumplan las ecuaciones de Maxwell, ha de imponerse, además, que las exponenciales imaginarias de los desarrollos correspondan a ondas planas ‘elementales’ (Ho *et al.* 1990, Joannopoulos *et al.* 1995). El estudio de aquellos casos en los que la modulación del índice de refracción sea pequeña, como pueden ser filtros y sensores basados en redes de Bragg de fibra óptica, suele realizarse mediante métodos perturbativos (Russell y Archambault 1996). Con el método de las ondas planas también pueden estudiarse sistemas en los que la periodicidad esté rota por la presencia de un defecto. Esto se lleva a cabo replicando el defecto periódicamente de forma que se

crea una *superred* de defectos; esta *superred* es la que definirá la nueva *supercelda* unidad a desarrollar en serie de Fourier (Meade *et al.* 1993).

Este método de las ondas planas también se ha aplicado, en alguna ocasión, a sistemas abiertos y no periódicos —pero inhomogéneos— replicando el sistema completo en alguna dirección siempre y cuando esto fuera compatible con las condiciones de contorno (Villeneuve *et al.* 1995).

Los métodos de representación modal son ampliamente utilizados en electromagnetismo y otros campos de la física, como, por ejemplo, en mecánica cuántica. Dentro de la óptica, han sido muy utilizados en el estudio de la propagación de la luz en fibras y guías ópticas, aunque en la aproximación de guiado débil (Lee y Wang 1995) —es decir, cuando el problema puede tratarse en el marco de la teoría escalar—. Superando esta limitación, en la Universitat de València se ha desarrollado un método vectorial de representación modal de carácter general para el estudio de guías dieléctricas inhomogéneas, tanto abiertas como cerradas, que presenten simetría de traslación a lo largo del eje de propagación (Silvestre 1999, Silvestre *et al.* 1998a, Ferrando *et al.* 1999a, Monsoriu *et al.* 2001). Más recientemente, se ha iniciado el estudio modal de la propagación no lineal en fibras ópticas (Ferrando *et al.* 2003a, 2003b y 2003c).

En términos generales, los métodos de representación modal se basan en la utilización de los modos de un sistema auxiliar como base en la que representar cualquier función y cualquier operador mediante vectores y matrices, respectivamente. La dimensión de ese espacio vectorial es en general infinita y no numerable. En estos casos, será necesario introducir alguna aproximación que discretice el espectro de modos del sistema auxiliar, permitiendo así una descripción en términos de una base infinita, pero numerable. Además, la implementación de estos métodos requiere la utilización de un número finito de estos modos —para que el problema sea tratable numéricamente—, aunque lo suficientemente grande como para poder dar una aproximación adecuada de la solución buscada. De esta forma, la ecuación diferencial que determina los modos del sistema pasa a ser una ecuación algebraica que puede ser diagonalizada con las técnicas habituales. Cabe comentar que los métodos de representación modal, al mantener mejor la perspectiva física del problema, permiten con facilidad aprovechar las simetrías del problema planteado, lo que resulta más difícil en los métodos puramente numéricos. Además, la obtención de los modos del sistema, sus campos y frecuencias de resonancia, permite analizar bas-

tantes aspectos físicos de los dispositivos, lo que resulta difícil en el caso de emplear métodos puramente numéricos.

En esta memoria se presenta el desarrollo de un nuevo método de representación modal para el estudio de sistemas dieléctricos inhomogéneos con variaciones arbitrarias del índice de refracción en las tres direcciones del espacio. La principal ventaja de este nuevo método estriba en la posibilidad de elegir adecuadamente el sistema auxiliar en función de las características del sistema a estudiar. El nuevo método nos permite tanto el estudio de sistemas dieléctricos tridimensionales confinados en cavidades conductoras, como el de sistemas abiertos o periódicos. Cabe comentar que el método de las ondas planas puede ser reinterpretado, en el marco de esta tesis, como un método modal que emplea como base vectorial los modos de un sistema auxiliar definido por un índice de refracción homogéneo con condiciones de frontera periódicas —es decir, ondas planas de vectores de ondas discretizados—, siendo así un caso particular del método que aquí proponemos. Además, frente a otros métodos modales, nuestra propuesta se caracteriza por su generalidad, una formulación sencilla y una serie de ventajas numéricas importantes.

Hemos aplicado este método con notable éxito a diferentes estructuras dieléctricas tridimensionales, abarcando desde el rango óptico hasta la región de las microondas. En particular, nos ha resultado de especial interés el caso de las láminas de cristal fotónico. En su forma más sencilla, se podría definir una lámina de cristal fotónico como un corte fino, a modo de rodaja, de un cristal fotónico, situado sobre un cierto sustrato. La fabricación relativamente sencilla de este tipo de estructuras —en general, mediante litografía— y la posibilidad de su utilización en sistemas ópticos integrados, ha hecho que se focalicen en ellas muchos esfuerzos, que han dado lugar al diseño y fabricación de múltiples dispositivos. Así por ejemplo, la inclusión de algún defecto en la estructura periódica de la lámina, permite generar microcavidades láser (Painter *et al.* 1999b) y guías integradas con pérdidas en las curvas mucho menores que las que se producen empleando materiales homogéneos (Johnson *et al.* 2000, Chutinan y Noda 2000). La generalidad de nuestro método nos ha permitido calcular el espectro de modos de dispositivos realistas, teniendo en cuenta detalles de su geometría que constituyen desviaciones importantes respecto a los dispositivos ideales.

Después de esta introducción, en el capítulo 2, se expone la formulación general del método de representación modal tridimensional que hemos desarrollado (sección 2.1, Publicación I), así como su aplicación a algunos casos de interés en el ran-

go de las microondas (sección 2.2, Publicación I) con el objetivo de verificar su validez y mostrar la potencia del método. En este mismo capítulo (sección 2.3, Publicación II) se recoge también la adaptación y aplicación del método al caso de las láminas de cristal fotónico, analizando el comportamiento de los modos guiados en este tipo de sistemas para diferentes geometrías.

En el capítulo 3, sección 3.1, se aborda la particularización del método modal tridimensional formulado en el capítulo anterior al caso de sistemas bidimensionales, reobteniendo el método modal de las bases biortogonales previamente mencionado (Silvestre 1999). Con éste método se aborda el estudio de algunas guías inhomogéneas, tanto en el rango de las microondas (sección 3.2, Publicación III), como en el rango óptico (sección 3.3, Publicación IV). En el primer caso se estudia una guía de microondas cuyo espectro modal incluye *modos complejos*. Estos modos presentan una constante de propagación compleja incluso en sistemas sin pérdidas y su análisis con técnicas convencionales presenta serios problemas. En el segundo caso, se analizan las propiedades de los modos guiados en *fibras de Bragg*. Estas fibras se caracterizan por tener una envoltura periódica en la dirección radial y presentan características que las diferencian de las convencionales, como son la posibilidad de ser monomodo en un intervalo excepcionalmente amplio de longitudes de onda y la de poseer un comportamiento acromático para la dispersión de la velocidad de grupo en longitudes de onda cortas.

En el capítulo 4 se complementa el método modal tridimensional con una nueva técnica de *scattering* (sección 4.1, Publicación V), para obtener la transmisión y reflexión de dispositivos basados en cavidades inhomogéneas en el rango de las microondas (sección 4.2, Publicación V) y de microdispositivos ópticos que contengan subestructuras de cristal fotónico (sección 4.3). Para ello, el dispositivo a estudiar se reduce a un problema de acoplamiento de dos guías de ondas inhomogéneas a través de una cavidad, conectadas mediante las aberturas de entrada y salida correspondientes. Para poder calcular la matriz de *scattering* del sistema, se necesita tanto el espectro de modos de la cavidad como los de las guías, los cuales se obtienen con los métodos modales descritos en los capítulos 2 y 3, respectivamente.

Finalmente, en el capítulo 5, se resumen los logros alcanzados en este trabajo y se indican algunas de las vías de desarrollo previstas.

Capítulo 2

Método modal tridimensional

A lo largo de este capítulo se expone la formulación general de un nuevo método de representación modal para la determinación del campo electromagnético en sistemas con una variación arbitraria del índice de refracción en las tres direcciones del espacio (Publicación I). Para ello, se demuestra que las ecuaciones de ondas que determinan el comportamiento del campo electromagnético pueden escribirse en términos de unos operadores que resultan ser autoadjuntos si se definen adecuadamente los productos escalares. Como consecuencia de esto, sus vectores propios satisfacen unas relaciones de ortogonalidad, lo que facilita enormemente los desarrollos modales.

Nuestra propuesta se fundamenta, además, en la transformación de estos sistemas de ecuaciones diferenciales, que pueden incluir condiciones de contorno no triviales, en sistemas de ecuaciones algebraicas. Para ello, el operador definido por una de las ecuaciones diferenciales se representa matricialmente en la base proporcionada por los vectores propios de un operador auxiliar, es decir, en los modos de un sistema auxiliar conocido.

Para verificar el método y mostrar su versatilidad, se muestra su aplicación a una serie de sistemas de interés práctico (Publicaciones I y II). Algunos de ellos, poseen solución analítica conocida, lo que nos permite estudiar la convergencia y precisión del método.

2.1 Formulación general

La dinámica de los campos eléctrico y magnético viene determinada clásicamente por las ecuaciones de Maxwell. En medios estacionarios se puede escribir cualquier solución de estas ecuaciones como superposición de campos armónicos en el tiempo, es decir

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{x}) \exp(i\omega t), \quad (2.1.1)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{x}) \exp(i\omega t), \quad (2.1.2)$$

donde ω es la frecuencia angular. Si, además, nos restringimos a medios isótropos, no magnéticos y sin cargas ni corrientes, estas ecuaciones pueden escribirse para los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} de la forma (Snyder y Love 1983)

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = i\omega \varepsilon_0 n^2 \mathbf{E}, \quad (2.1.3)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -i\omega \mu_0 \mathbf{H}, \quad (2.1.4)$$

$$\nabla \mathbf{H} = 0, \quad (2.1.5)$$

$$\nabla (n^2 \mathbf{E}) = 0, \quad (2.1.6)$$

donde $n = n(\mathbf{x})$ es el índice de refracción del medio material, y ε_0 y μ_0 son, respectivamente, la permitividad dieléctrica y la permeabilidad magnética del vacío. Si combinamos adecuadamente estas ecuaciones, obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\left[\nabla \wedge \left(\frac{1}{n^2} \nabla \wedge \circ \right) \right] \mathbf{H} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}, \quad (2.1.7)$$

$$\frac{1}{n^2} [\nabla \wedge (\nabla \wedge \circ)] \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}, \quad (2.1.8)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío. Junto a estas ecuaciones, los campos \mathbf{H} y \mathbf{E} han de cumplir las ligaduras impuestas por las ecuaciones (2.1.5) y (2.1.6), respectivamente. Como veremos más adelante, esta última ecuación limita la posibilidad de realizar una expansión modal del campo eléctrico \mathbf{E} , por lo que formularemos el método en función del campo desplazamiento $\mathbf{D} = \varepsilon_0 n^2 \mathbf{E}$. Así pues, las ecuaciones que ha de cumplir el campo \mathbf{D} son

$$\left[\nabla \wedge \left(\nabla \wedge \frac{1}{n^2} \circ \right) \right] \mathbf{D} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{D}, \quad (2.1.9)$$

$$\nabla \mathbf{D} = 0 \quad (2.1.10)$$

y las ecuaciones de Maxwell que nos relacionan el campo \mathbf{H} y el campo \mathbf{D} son, pues,

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = i\omega \mathbf{D}, \quad (2.1.11)$$

$$\nabla \wedge \frac{\mathbf{D}}{n^2} = -i \frac{\omega}{c^2} \mathbf{H}. \quad (2.1.12)$$

En las ecuaciones (2.1.7) y (2.1.9) podemos identificar entre corchetes los operadores que determinan, respectivamente, el campo magnético, L_H , y el campo desplazamiento, L_D :

$$L_H = \nabla \wedge \left(\frac{1}{n^2} \nabla \wedge \circ \right), \quad (2.1.13)$$

$$L_D = \nabla \wedge \left(\nabla \wedge \frac{1}{n^2} \circ \right). \quad (2.1.14)$$

De esta manera, podemos reescribir las ecuaciones de forma compacta como

$$L_H \mathbf{H} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}, \quad (2.1.15)$$

$$L_D \mathbf{D} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{D}. \quad (2.1.16)$$

Diagonalizando cualquiera de estos dos operadores, L_H o L_D , junto con las condiciones de frontera adecuadas y las ligaduras que imponen las ecuaciones de Maxwell entre los campos magnético y desplazamiento, se obtiene la solución completa del problema.

Como se ha dicho anteriormente, nuestro método se basa en la transformación de estas ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas, representando matricialmente los operadores L_H o L_D en la base proporcionada por los vectores propios de un sistema auxiliar conocido.

Ahora bien, resulta que para sistemas con n^2 real, L_H es autoadjunto respecto del producto escalar ordinario $\langle \circ | \circ \rangle$ del espacio de las funciones complejas de cuadrado integrable, mientras que el operador L_D no lo es, es decir,

$$\langle \mathbf{H} | L_H \mathbf{H} \rangle = \langle L_H \mathbf{H} | \mathbf{H} \rangle, \quad (2.1.17)$$

pero

$$\langle \mathbf{D} | L_D \mathbf{D} \rangle \neq \langle L_D \mathbf{D} | \mathbf{D} \rangle. \quad (2.1.18)$$

Sin embargo, a continuación veremos que podemos definir un producto escalar adecuado respecto del cual el operador L_D sí será autoadjunto. Este producto escalar se fundamenta en las relaciones de ortogonalidad que podemos deducir del teorema de reciprocidad (Snyder y Love 1983). Consideremos, pues, dos modos identificados por los subíndices i y j , de frecuencias definidas ω_i y ω_j , y cuyos campos magnético y desplazamiento son $\mathbf{H}_{(i)}$ y $\mathbf{D}_{(i)}$, y $\mathbf{H}_{(j)}$ y $\mathbf{D}_{(j)}$, respectivamente, y definamos las siguientes funciones vectoriales:

$$\mathbf{F}_+ = \frac{\mathbf{D}_{(j)}}{n^2} \wedge \mathbf{H}_{(i)}^* + \frac{\mathbf{D}_{(i)}^*}{n^2} \wedge \mathbf{H}_{(j)}, \quad (2.1.19)$$

$$\mathbf{F}_- = \frac{\mathbf{D}_{(j)}}{n^2} \wedge \mathbf{H}_{(i)}^* - \frac{\mathbf{D}_{(i)}^*}{n^2} \wedge \mathbf{H}_{(j)}. \quad (2.1.20)$$

donde $*$ denota la conjugación compleja y donde supondremos, de momento, que n^2 es real. Teniendo en cuenta las ligaduras entre los campos \mathbf{H} y \mathbf{D} impuestas por las ecuaciones (2.1.11) y (2.1.12), y haciendo uso de la identidad vectorial $\nabla(\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) = \mathbf{B}(\nabla \wedge \mathbf{A}) - \mathbf{A}(\nabla \wedge \mathbf{B})$, se deduce que

$$\nabla \mathbf{F}_+ = i \frac{(\omega_i - \omega_j)}{c^2} \left[\mathbf{H}_{(i)}^* \mathbf{H}_{(j)} + c^2 \frac{\mathbf{D}_{(i)}^* \mathbf{D}_{(j)}}{n^2} \right], \quad (2.1.21)$$

$$\nabla \mathbf{F}_- = -i \frac{(\omega_i + \omega_j)}{c^2} \left[\mathbf{H}_{(i)}^* \mathbf{H}_{(j)} - c^2 \frac{\mathbf{D}_{(i)}^* \mathbf{D}_{(j)}}{n^2} \right]. \quad (2.1.22)$$

Por otra parte, el teorema de la divergencia para la función vectorial \mathbf{F}_\pm es

$$\int_V \nabla \mathbf{F}_\pm dV = \oint_S \mathbf{F}_\pm \hat{\mathbf{n}} dS, \quad (2.1.23)$$

donde V es el volumen encerrado por la superficie S , y $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector unitario normal a esa superficie en cada punto. En sistemas cerrados por paredes conductoras ideales, puesto que los campos magnético y desplazamiento se anulan en el conductor, resulta que

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{F}_{\pm} dV = 0. \quad (2.1.24)$$

Lo mismo sucede si el sistema presenta una modulación periódica del índice de refracción y tomamos un volumen que comprenda una o varias celdas unidad. En este caso, \mathbf{F}_{\pm} también será periódico como consecuencia del teorema de Bloch, de forma que el flujo neto a través de la superficie cerrada será nulo. Los sistemas con simetría de traslación continua pueden considerarse como un caso particular de los sistemas periódicos, con un periodo arbitrario. Por último, en sistemas abiertos y no periódicos, haciendo el límite cuando el volumen de integración tienda hacia infinito, llegamos de nuevo al mismo resultado siempre que al menos uno de los modos considerados no sea un modo de radiación y, en consecuencia, sus campos se atenuen con $r \rightarrow \infty$ más deprisa que r^{-1} .

Sustituyendo ahora las ecuaciones (2.1.21) y (2.1.22) en la ecuación (2.1.24), se obtienen las siguientes relaciones de ortogonalidad para los campos magnético y desplazamiento:

$$\int_V \mathbf{H}_{(i)}^* \mathbf{H}_{(j)} dV = \delta_{ij}, \quad (2.1.25)$$

$$c^2 \int_V \frac{\mathbf{D}_{(i)}^* \mathbf{D}_{(j)}}{n^2} dV = \delta_{ij}, \quad (2.1.26)$$

donde se ha supuesto que las amplitudes de los campos están adecuadamente normalizadas. Estas relaciones nos permiten definir los productos escalares que estamos buscando,

$$\langle \bar{\mathbf{H}} | \mathbf{H} \rangle_{\mathbf{H}} = \int_V \bar{\mathbf{H}}^* \mathbf{H} dV, \quad (2.1.27)$$

$$\langle \bar{\mathbf{D}} | \mathbf{D} \rangle_{\mathbf{D}} = c^2 \int_V \frac{\bar{\mathbf{D}}^* \mathbf{D}}{n^2} dV, \quad (2.1.28)$$

que se definen, respectivamente, para los campos magnéticos, \mathbf{H} y $\bar{\mathbf{H}}$, y \mathbf{D} y $\bar{\mathbf{D}}$. Respecto a estos productos escalares, los vectores propios de L_H y L_D , resultan ser ortogonales, es decir,

$$\langle \mathbf{H}_{(i)} | \mathbf{H}_{(j)} \rangle_H = \delta_{ij}, \quad (2.1.29)$$

$$\langle \mathbf{D}_{(i)} | \mathbf{D}_{(j)} \rangle_D = \delta_{ij}. \quad (2.1.30)$$

Podemos señalar que, para el campo magnético hemos reobtenido el producto escalar estándar, ya que el operador L_H es autoadjunto, como previamente habíamos indicado (ec. 2.1.17). En cambio, para el campo desplazamiento hemos definido un nuevo producto que involucra el índice de refracción del medio.

Ahora se puede demostrar fácilmente, integrando por partes, que ambos operadores L_H y L_D , dados por las ecs. (2.1.13) y (2.1.14), son autoadjuntos —respecto a sus correspondientes productos escalares—, es decir,

$$\langle \bar{\mathbf{H}} | L_H \mathbf{H} \rangle_H = \langle L_H \bar{\mathbf{H}} | \mathbf{H} \rangle_H, \quad (2.1.31)$$

$$\langle \bar{\mathbf{D}} | L_D \mathbf{D} \rangle_D = \langle L_D \bar{\mathbf{D}} | \mathbf{D} \rangle_D. \quad (2.1.32)$$

Lo expuesto anteriormente constituye los fundamentos del método de representación modal tridimensional que hemos desarrollado. El objetivo último es poder encontrar los modos de un sistema caracterizado por una distribución del índice de refracción $n = n(\mathbf{x})$, arbitraria en las tres direcciones del espacio. Como se ha indicado, los campos magnético y desplazamiento estarán determinados por las ecuaciones (2.1.15) y (2.1.16), respectivamente. Dados los operadores diferenciales, L_H y L_D , correspondientes al problema que queremos resolver, llamaremos $\mathbf{H}_{(i)}$ y $\mathbf{D}_{(i)}$ a los autovectores de L_H y L_D , respectivamente, y ω_i a la frecuencia de resonancia del i -ésimo modo. De esta forma, escribiremos las ecuaciones que hemos de resolver con la siguiente notación:

$$L_H \mathbf{H}_{(i)} = \frac{\omega_i^2}{c^2} \mathbf{H}_{(i)}, \quad (2.1.33)$$

$$L_D \mathbf{D}_{(i)} = \frac{\omega_i^2}{c^2} \mathbf{D}_{(i)}. \quad (2.1.34)$$

Para resolver estas ecuaciones, consideraremos un *sistema auxiliar* caracterizado por una distribución del índice de refracción $\tilde{n} = \tilde{n}(\mathbf{x})$, con \tilde{n}^2 real. Supondremos que sus vectores propios, $\tilde{\mathbf{H}}_{(p)}$ y $\tilde{\mathbf{D}}_{(p)}$, y sus respectivas frecuencias de resonancia, $\tilde{\omega}_p$, son conocidos. Las ecuaciones que describen el problema auxiliar son

$$\tilde{L}_H \tilde{\mathbf{H}}_{(p)} = \frac{\tilde{\omega}_p^2}{c^2} \tilde{\mathbf{H}}_{(p)}, \quad (2.1.35)$$

$$\tilde{L}_E \tilde{\mathbf{D}}_{(p)} = \frac{\tilde{\omega}_p^2}{c^2} \tilde{\mathbf{D}}_{(p)}, \quad (2.1.36)$$

$$\nabla \tilde{\mathbf{H}}_{(p)} = 0, \quad (2.1.37)$$

$$\nabla \tilde{\mathbf{D}}_{(p)} = 0, \quad (2.1.38)$$

y, por tanto, en un sistema cerrado, y en general en un sistema que cumpla las ecuaciones (2.1.25) y (2.1.26), los conjuntos de vectores propios $\tilde{\mathbf{H}}_{(p)}$ y $\tilde{\mathbf{D}}_{(p)}$, forman cada uno de ellos una base ortogonal, es decir,

$$\left\langle \tilde{\mathbf{H}}_{(p)} \left| \tilde{\mathbf{H}}_{(q)} \right\rangle_H = \int_V \tilde{\mathbf{H}}_{(p)}^* \tilde{\mathbf{H}}_{(q)} dV = \delta_{pq}, \quad (2.1.39)$$

$$\left\langle \tilde{\mathbf{D}}_{(p)} \left| \tilde{\mathbf{D}}_{(q)} \right\rangle_D = c^2 \int_V \frac{\tilde{\mathbf{D}}_{(p)}^* \tilde{\mathbf{D}}_{(q)}}{\tilde{n}^2} dV = \delta_{pq}. \quad (2.1.40)$$

de acuerdo con los productos escalares definidos en (2.1.27) y (2.1.28).

Emplearemos los modos del sistema auxiliar para representar matricialmente los operadores L_H y L_D . Expandiendo los vectores propios de L_H y L_D en términos de los vectores propios de \tilde{L}_H y \tilde{L}_D , respectivamente, escribiremos:

$$\mathbf{H}_{(i)} = \sum_p a_{(i)p}^H \tilde{\mathbf{H}}_{(p)}, \quad (2.1.41)$$

$$\mathbf{D}_{(i)} = \sum_p a_{(i)p}^D \tilde{\mathbf{D}}_{(p)}. \quad (2.1.42)$$

Con ello, obtendremos la representación matricial de las ecuaciones diferenciales (2.1.33) y (2.1.34):

$$\sum_q [L_H]_{pq} a_{(i)q}^H = \frac{\omega_i^2}{c^2} a_{(i)p}^H, \quad (2.1.43)$$

$$\sum_q [L_D]_{pq} a_{(i)q}^D = \frac{\omega_i^2}{c^2} a_{(i)p}^D. \quad (2.1.44)$$

Las expansiones modales definidas por las ecuaciones (2.1.41) y (2.1.42) nos garantizan que se cumplan las condiciones de ligadura impuestas por las ecuaciones (2.1.5) y (2.1.10), respectivamente. Ésta es la razón por la que hemos formulado el método en función del campo desplazamiento \mathbf{D} en lugar del campo eléctrico \mathbf{E} . En general, una expansión modal del campo eléctrico \mathbf{E} , en función de los modos auxiliares $\tilde{\mathbf{E}}$, no tendría por qué verificar la ecuación (2.1.6), pues en ella aparece de forma explícita el índice de refracción del sistema problema que sería distinto al del sistema auxiliar.

Cada uno de los elementos de las matrices de los operadores L_H y L_D se pueden calcular mediante las expresiones

$$[L_H]_{pq} = \langle \tilde{\mathbf{H}}_{(p)} | L_H \tilde{\mathbf{H}}_{(q)} \rangle_H = \frac{\tilde{\omega}_p^2}{c^2} \delta_{pq} + \langle \tilde{\mathbf{H}}_{(p)} | \Delta_H \tilde{\mathbf{H}}_{(q)} \rangle_H, \quad (2.1.45)$$

$$[L_D]_{pq} = \langle \tilde{\mathbf{D}}_{(p)} | L_D \tilde{\mathbf{D}}_{(q)} \rangle_D = \frac{\tilde{\omega}_p^2}{c^2} \delta_{pq} + \langle \tilde{\mathbf{D}}_{(p)} | \Delta_D \tilde{\mathbf{D}}_{(q)} \rangle_D, \quad (2.1.46)$$

donde se han descompuesto los operadores L_H y L_D en $L_H = \tilde{L}_H + \Delta_H$ y $L_D = \tilde{L}_D + \Delta_D$, respectivamente. Los operadores diferencia Δ_H y Δ_D vienen dados por

$$\Delta_H = \nabla \wedge \left[\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\tilde{n}^2} \right) \nabla \wedge \circ \right], \quad (2.1.47)$$

$$\Delta_D = \nabla \wedge \left[\nabla \wedge \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\tilde{n}^2} \right) \circ \right]. \quad (2.1.48)$$

Finalmente, si desarrollamos las expresiones (2.1.45) y (2.1.46) haciendo uso de las ecuaciones de Maxwell (2.1.11) y (2.1.12), e integramos por partes, queda

$$[L_H]_{pq} = \frac{\tilde{\omega}_p^2}{c^2} \delta_{pq} + \tilde{\omega}_p \tilde{\omega}_q \int_V \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\tilde{n}^2} \right) \tilde{\mathbf{D}}_{(p)}^* \tilde{\mathbf{D}}_{(q)} dV, \quad (2.1.49)$$

$$[L_D]_{pq} = \frac{\tilde{\omega}_p^2}{c^2} \delta_{pq} + \tilde{\omega}_p^2 \int_V \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\tilde{n}^2} \right) \tilde{\mathbf{D}}_{(p)}^* \tilde{\mathbf{D}}_{(q)} dV. \quad (2.1.50)$$

La solución de las ecuaciones (2.1.43) y (2.1.44) nos proporciona las frecuencias de resonancia, ω_i , del sistema y sus respectivos vectores propios. Como es lógico, las frecuencias de resonancia definidas por las dos ecuaciones son iguales, pues ambas están describiendo el mismo sistema. A su vez, los correspondientes vectores propios, $\mathbf{H}_{(i)}$ y $\mathbf{D}_{(i)}$, —para una misma frecuencia ω_i — están relacionados por las ecuaciones de Maxwell, por lo que sólo será necesario resolver uno de los sistemas de ecuaciones de valores y vectores propios. En concreto, la relación entre $\mathbf{H}_{(i)}$ y $\mathbf{D}_{(i)}$, puede expresarse de forma sencilla sustituyendo las ecuaciones (2.1.41) y (2.1.42) en la (2.1.11), resultando que

$$a_{(i)p}^D = \frac{\tilde{\omega}_p}{\omega_i} a_{(i)p}^H. \quad (2.1.51)$$

En resumen, la formulación presentada en este apartado constituye un nuevo método de representación modal para el estudio de sistemas inhomogéneos tridimensionales. La técnica se fundamenta en la representación matricial de las ecuaciones que determinan los campos magnético y desplazamiento en las bases ortogonales definidas por los modos de un sistema auxiliar. Los modos del sistema y sus frecuencias de resonancia se obtienen al diagonalizar las matrices correspondientes.

El método así formulado presenta una serie de características que permiten obtener ciertas ventajas numéricas a la hora de su implementación. La matriz que representa al operador L_H es hermitica y podemos conseguir que sea real y simétrica sin más que elegir los modos auxiliares tales que los productos $\tilde{\mathbf{D}}_{(p)}^* \tilde{\mathbf{D}}_{(q)}$ sean reales. Por el contrario, la matriz que representa al operador L_D no es hermitica. Por ello, conviene implementar el método resolviendo en primer lugar el problema para el campo magnético y luego, si se necesita, calcular el campo desplazamiento a partir de la ec. (2.1.51). De esta forma, puede conseguirse que la implementación del método conduzca a un problema estándar de diagonalización de una matriz real y simétrica, mientras que otros métodos similares tienen que resolver un problema de autovalores generalizados de matrices no hermiticas (Harrington 1993). Otra de

las ventajas que puede explotarse a la hora de implementar el método es la libertad de elección del sistema auxiliar. Como veremos con algunos ejemplos, es posible en muchos casos elegir un sistema auxiliar cuyos modos permitan obtener expresiones analíticas de los coeficientes de las matrices que representan al operador L_H , consiguiendo con ello que sólo el número de modos auxiliares elegido para la representación matricial limite, en principio, la precisión del método.

Cabe señalar que la formulación desarrollada permite el estudio de sistemas inhomogéneos incluso cuando estén constituidos por medios absorbentes. Si bien la formulación general que acabamos desarrollar considera que los medios no presentan pérdidas y en consecuencia la función n^2 es real, resulta que esta propiedad sólo es necesaria para los modos del sistema auxiliar. Mientras los modos del sistema auxiliar satisfagan las condiciones establecidas en la formulación general y definan una base ortogonal, se podrá obtener la representación matricial del sistema problema incluso en el supuesto de que sus medios materiales presenten absorción y, en consecuencia, sus índices de refracción sean complejos. En este caso, sin embargo, ningún de los operadores L_H y L_D será hermitico y algunas de las ventajas numéricas anteriores no podrán explotarse.

2.2 Cavidades cerradas inhomogéneas

Con el objetivo de demostrar la validez y versatilidad de la técnica propuesta, analizamos en esta sección diversas cavidades de microondas inhomogéneas que tienen solución analítica o cuya solución se conoce por haber sido estudiadas previamente por otros autores (Publicación I). Estos sistemas se caracterizan por estar blindados por paredes conductoras que se suponen ideales, es decir, están confinados por una frontera *física* y tener un tamaño finito, lo que hace que el espectro de modos del operador que describe el problema sea discreto. De esta forma, eligiendo un sistema auxiliar con las mismas condiciones de frontera, dispondremos de una base que, a su vez, será *discreta*, simplificando enormemente las expansiones modales.

En general, la matriz $[L_H]_{pq}$ es de dimensión infinita, por lo que, para poder desarrollar un método práctico, se ha de trabajar con un número finito de modos auxiliares, descartando los menos significativos. Los modos del sistema problema estarán mejor descritos cuanto mayor sea el número de modos auxiliares utilizados, por lo que el estudio de la convergencia del método en función del número de modos

auxiliares empleados será el punto clave de la aplicación del método. Además, si se emplea una base auxiliar que comparta las características más relevantes del sistema problema podrá obtenerse una convergencia del método más rápida.

Por último, si el sistema problema y el auxiliar poseen la misma simetría, el operador Δ_H no mezclará subespacios generados por modos del mismo orden respecto a esa simetría, o dicho con otras palabras, el acoplo entre modos de distinto orden será nulo, lo que puede comprobarse evaluando las integrales de volumen de la ecuación (2.1.49). De esta forma, ordenando adecuadamente los modos del sistema auxiliar de forma que queden contiguos los del mismo orden, la matriz $[L_H]_{pq}$ aparecerá estructurada en submatrices, dispuestas a lo largo de la diagonal, asociadas a cada uno de los ordenes de esa simetría, pudiéndose entonces diagonalizar cada una de ellas por separado.

Cabe comentar que la determinación precisa de las frecuencias de resonancia y los campos de cavidades inhomogéneas de microondas tiene interés por las múltiples aplicaciones que se vienen desarrollando, sobre todo como filtros de frecuencia y osciladores (Coccioli *et al.* 1999, Meng *et al.* 1995, Zhao *et al.* 1992).

Cavidad cilíndrica con cilindro dieléctrico coaxial

El método propuesto se ha aplicado, en primer lugar, a una cavidad cilíndrica conductora con un cilindro dieléctrico coaxial, cuya estructura se muestra en la figura 2.2.1(b). Este problema tiene la ventaja de tener solución analítica, lo que nos permite hacer un estudio de la convergencia del método con el número de modos de la base auxiliar que se tomen para realizar el desarrollo modal. En este caso se ha elegido como sistema auxiliar la propia cavidad vacía [véase Fig. 2.2.1(a)], cuyos modos, TE y TM, son conocidos y permiten calcular analíticamente los coeficientes $[L_H]_{pq}$. Además, esta estructura ha sido analizada con anterioridad por diversos autores utilizando diversas técnicas (por ejemplo, Taheri y Mirshekar-Syahkal [1989] —elementos finitos— y Harms *et al.* [1992] —diferencias finitas—), lo que nos permite comparar nuestra técnica con otras desarrolladas previamente.

En un primer paso, hemos calculado las frecuencias de resonancias de este sistema en función del número de modos auxiliares, M , lo que permite estudiar la convergencia de nuestros resultados. Así, en la figura 2.2.2 se muestra la evolución del error relativo de algunas de las frecuencias de resonancia de los modos de orden más bajo. Al aumentar el número de modos, mejoramos la resolución espacial de la

expansión modal que podemos cuantificar en términos del parámetro $M/(b/a)$ para cada orden de simetría dado.

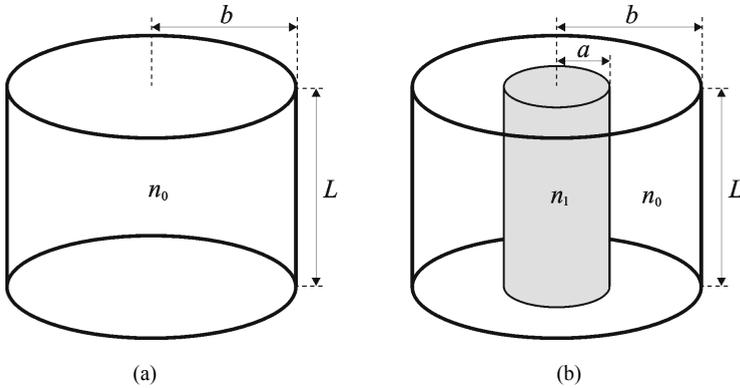


Figura 2.2.1. Cavidad cilíndrica vacía (a) y cavidad cilíndrica con cilindro dieléctrico coaxial (b). L es la longitud de la cavidad, y a y b , los radios del dieléctrico y de la cavidad, respectivamente. A lo largo de esta sección, $a = 0.864$ cm, $b = 1.269 a$, $L = 1.386 a$, $n_0 = 1$ y $n_1 = 6.13$ (Harms *et al.* 1992).

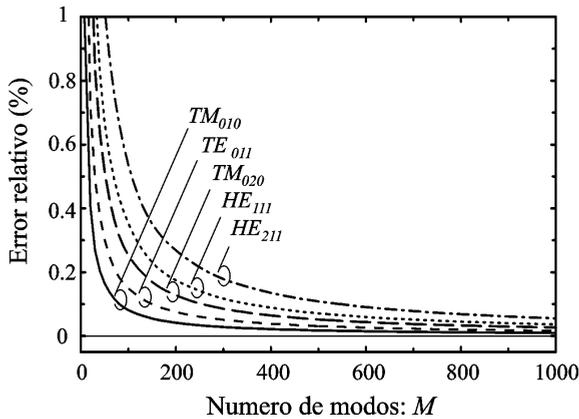


Figura 2.2.2. Error relativo de las frecuencias de resonancia de los modos de orden más bajo del sistema de la figura 2.2.1(b) en función del número de modos del sistema auxiliar, M .

El hecho de que la estructura estudiada y el sistema auxiliar compartan unas ciertas simetrías —angular y longitudinal—, nos ha permitido, por las razones ya comentadas, expresar los modos de nuestro sistema problema como combinación de modos del sistema auxiliar de los mismos órdenes de esas simetrías. Nótese que, en el caso estudiado, los modos TE o TM se obtienen como combinación únicamente de modos TE o TM del sistema auxiliar, respectivamente; mientras que los modos híbridos, HE, se obtienen como una combinación de ambos. Esto explica que la convergencia para los modos híbridos sea más lenta que para los TE o TM al ser la resolución espacial la mitad para un mismo número total de modos.

La tabla 2.2.1 compara nuestros resultados con los publicados por los autores mencionados anteriormente. Para este cálculo, hemos tomado 5000 modos en todos los casos, obteniéndose una discrepancia respecto al cálculo analítico mucho menor que la obtenida por las técnicas numéricas mencionadas (elementos finitos [Taheri y Mirshekar-Syahkal 1989] y diferencias finitas [Harms *et al.* 1992]). El tiempo de cómputo ha sido inferior a 15 minutos, para cada una de las submatrices, con un ordenador Origin 2000 de Cray-Silicon Graphics con procesadores MIPS R1200 a 300 MHz.

Modo	Taheri Mirshekar-Syahkal 1989	Harms <i>et al.</i> 1992	Método modal	Cálculo analítico	Discrepancia (%)
TM₀₁₀	1.50	1.47	1.49738	1.49732	0.004
TM₁₁₀	2.44	2.38	2.43344	2.43331	0.005
HE₁₁₁	2.50	2.48	2.50228	2.50206	0.009
TE₀₁₁	—	—	3.02701	3.02686	0.005
TM₂₁₀	—	—	3.32818	3.32795	0.007
TM₀₁₁	3.38	3.38	3.38960	3.38932	0.008
HE₂₁₁	3.38	3.38	3.42552	3.42508	0.013
TM₀₂₀	—	—	3.59215	3.59190	0.007
HE₁₂₁	3.83	3.79	3.81820	3.81776	0.012

Tabla 2.2.1. Comparación de las frecuencias de resonancia (en GHz) de la cavidad representada en la figura 2.2.1(b) obtenidas por diferentes métodos. La discrepancia se refiere a la diferencia relativa entre los resultados de nuestro método modal y los del cálculo analítico.

Otros casos

Con la idea de mostrar la generalidad del método expuesto en la sección 2.1, lo hemos aplicado al estudio de otras cavidades inhomogéneas que no presentan la simetría del caso anterior. Hemos estudiado dos casos diferentes: uno en el que se rompe la simetría longitudinal (figura 2.2.3) y otro en el que se rompe tanto la simetría longitudinal como la angular (figura 2.2.5). Estos dispositivos constituyen los componentes básicos de filtros de frecuencia de microondas (Wang *et al.* 1998), y entre sus múltiples aplicaciones podemos destacar su uso en satélites y sistemas de comunicaciones móviles (Kudzia *et al.* 1992).

Al igual que en el problema tratado en la sección anterior, se ha utilizado en ambos casos como sistema auxiliar la propia cavidad vacía. En el primer ejemplo, la simetría longitudinal del problema se rompe al no extenderse el cilindro dieléctrico a largo de toda la cavidad (figura 2.2.3), por lo que sólo podremos estructurar la matriz a diagonalizar en submatrices de orden angular definido; esto implica necesariamente un aumento del número de modos de la base auxiliar para poder llegar a una resolución tanto radial como longitudinal aceptable. En la figura 2.2.4 se muestra las frecuencias de resonancia normalizadas de los primeros modos del resonador en función del radio del dieléctrico, para lo que se han utilizado un total de 10000 modos auxiliares para cada orden de simetría angular.

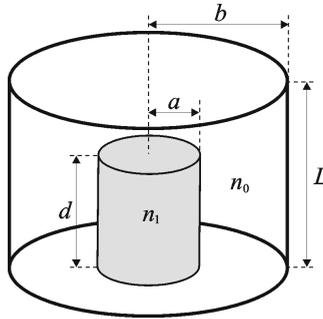


Figura 2.2.3. Resonador dieléctrico cilíndrico no uniforme longitudinalmente.

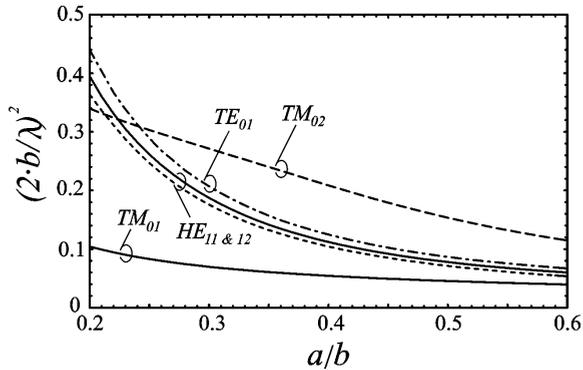


Figura 2.2.4. Frecuencias de resonancia normalizadas de los primeros modos del resonador representado en la figura 2.2.3 en función del radio del dieléctrico, donde λ es la longitud de onda de resonancia del sistema, $L = 2.4 b$, $d = 0.9 L$, $n_0 = 1$ y $n_1 = 6$.

La figura 2.2.4 permite una comprobación gráfica directa entre nuestros resultados y los publicados por Wang *et al.* (1998; Fig. 5), obtenidos mediante una técnica modal convencional. Las diferencias que podemos observar son inferiores al 2%, aunque por las pruebas de convergencia realizadas para esta estructura, y que no hemos incluido en este resumen por brevedad, sabemos que el error cometido en nuestros cálculos debe ser inferior al 0.05%.

Precisamente, hemos empleado este caso para demostrar la validez de la formulación desarrollada para tratar sistemas inhomogéneos con pérdidas por absorción en los dieléctricos. Al considerar un cilindro dieléctrico con una tangente de pérdidas distinta de cero, la matriz que representa al operador L_H es no hermitica y su diagonalización proporciona unos valores propios complejos a partir de los que se ha calculado el factor de calidad Q de la cavidad. Este cálculo se ha validado mediante un cálculo perturbativo convencional (Publicacion I).

En el segundo ejemplo (figura 2.2.5), además de no tener la simetría longitudinal, el sistema ha perdido la simetría cilíndrica. Esta cavidad tiene un interés práctico específico por facilitar la conexión en serie con guías y otras cavidades. El estudio de esta cavidad con técnicas convencionales es particularmente difícil al tenerse que compaginar las diferentes simetrías de la cavidad y de la pastilla dieléctrica insertada (Liang y Zaki 1993).

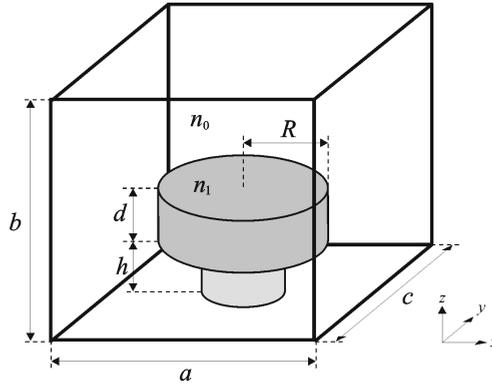


Figura 2.2.5. Configuración genérica de una cavidad rectangular con un disco dieléctrico sobre un soporte. Las dimensiones de la cavidad son a , b y c . El dieléctrico, de grosor d y radio R , está situado a una altura h sobre la base de la cavidad. Normalmente se considera que el índice de refracción del soporte es aproximadamente igual al de la cavidad, n_0 .

La versatilidad de nuestro método permite calcular nuevos sistemas con sólo introducir algunos cambios menores en las integrales involucradas para la evaluación de los elementos de matriz $[L_H]_{pq}$, o $[L_D]_{pq}$. En este caso, al tomar como sistema auxiliar la cavidad vacía, las integrales también tienen solución analítica.

En la figura 2.2.6 se muestra la variación de las frecuencias de resonancia de este sistema —para unos ciertos valores de sus parámetros geométricos— en función del valor de la constante dieléctrica de la pastilla dieléctrica que hay en su interior, para una cavidad rectangular y otra cilíndrica. Como era de esperar, para valores de n_1^2 grandes ambos tipos de cavidades dan resultados muy próximos. La discrepancia entre nuestros resultados, obtenidos con 20000 modos, y los calculados por Liang y Zaki (1993; Fig. 6) mediante un método modal convencional es inferior al 2%.

En este caso, la obtención de una precisión dada requiere un número mayor de modos del sistema auxiliar, en comparación con los casos anteriores. Empleando la máxima capacidad del ordenador Origin 2000, los cálculos han estado limitados a unos 20000 modos del sistema auxiliar, lo que requiere unas 23 horas para la diagonalización de la matriz. En estas circunstancias, el estudio de convergencia no ha podido completarse con todo el detalle y extensión necesarios. El estudio de esta cavidad está en el límite de lo abordable con el código actual.

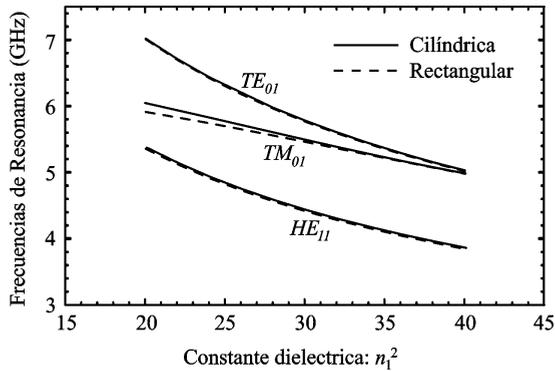


Figura 2.2.6. Frecuencias de resonancia de la estructura que se muestra en la figura 2.2.5 (línea discontinua) con $a = 2.54$ cm, $b = a/2$, $c = a$, $R = a/4$, $h = 0$ cm, $d = 0.4 b$ y $n_0 = 1$. En línea continua se representa las frecuencias de resonancia de la misma pastilla dieléctrica centrada en una cavidad cilíndrica de radio $a/2$ y altura b .

2.3 Láminas de cristal fotónico

Los cristales fotónicos han suscitado un gran interés en los últimos años por su potencial importancia en el desarrollo de nuevos dispositivos optoelectrónicos (Gurley 1994, Mekis *et al.* 1996, Painter *et al.* 1999a). La relevancia de estos nuevos materiales se deriva de la posibilidad que brindan de controlar la propagación de la luz de una manera totalmente nueva y con un campo de aplicaciones prácticas muy amplio. Estas estructuras dieléctricas poseen una modulación periódica del índice de refracción, siendo su periodo del orden de la longitud de onda del campo electromagnético en el rango óptico. Esta disposición periódica provoca un comportamiento de los fotones en su interior similar al de los electrones libres en la estructura cristalina de un semiconductor (Yablonovith 1993, Maradudin y McGurn 1994). Una de las propiedades más relevantes de los cristales fotónicos es la posibilidad de presentar bandas prohibidas —*photonic band gaps* (PBG)— (Ho *et al.* 1990, Meade *et al.* 1992, Villeneuve y Piché 1992), es decir, rangos de frecuencias en los que la propagación de la radiación electromagnética no está permitida. Su existencia conduce a un gran número de interesantes y útiles propiedades, incluyendo, por ejemplo, la localización de luz en los defectos (John 1987, Yablonovitch *et al.* 1991, Meade *et al.* 1991b, Winn *et al.* 1994) y la inhibición de la emisión espontánea de la luz (Yablonovitch 1987, Meade *et al.* 1991a). Otra de las propieda-

des más relevantes de estos materiales es su dispersión, lo que permite, por ejemplo, el diseño de materiales ‘superdispersivos’ (Kosaka *et al.* 1998).

Pensando en la integración de dispositivos basados en este nuevo tipo de estructuras, resulta muy interesante estudiar las *láminas de cristal fotónico*. Éstas son secciones de espesor finito de un cristal fotónico —de periodicidad unidimensional (Krauss y De La Rue 1996, Atkin *et al.* 1996, Monsoriu *et al.* 2001) o bidimensional (Krauss *et al.* 1996, Jonhson *et al.* 1999, Fan *et al.* 1997)— situadas entre dos materiales homogéneos de índice de refracción menor. A diferencia de los cristales fotónicos tridimensionales, estos dispositivos pueden fabricarse mediante sistemas de litografía con radiación ultravioleta o rayos X (Kaplan 1997). La introducción de algún defecto en la estructura periódica de estos cristales permite generar guías integradas (Johnson *et al.* 2000) y microcavidades láser (Fan *et al.* 1995, Krauss *et al.* 1997, Coccioli *et al.* 1998, Painter *et al.* 1999b y 1999c).

En esta sección nos vamos a centrar en la determinación del espectro de modos guiados de una lámina de cristal fotónico (Publicación II), y aunque la generalidad del método propuesto permite el estudio de láminas de cristal fotónico tanto unidimensionales como bidimensionales, en esta memoria sólo hemos considerado láminas unidimensionales, dejando para una fase posterior el estudio de las bidimensionales. En la actualidad se utilizan diversos métodos para realizar estos cálculos, como pueden ser los métodos modales convencionales (Atkin *et al.* 1996, Silvestre *et al.* 2000b) o el de las ondas planas (Johnson *et al.* 1999, Fan *et al.* 1997). En los métodos modales convencionales, el sistema se subdivide subsistemas con simetría de traslacional y la solución se escribe en cada subsistema como combinación de sus modos, para aplicar después las correspondientes condiciones de contorno entre los subsistemas. Por ello, sólo pueden utilizarse cuando las láminas son uniformes en la dirección perpendicular a su superficie. Además, en estos métodos, la estabilidad de las soluciones representa un serio problema. En cuanto al método de las ondas planas, para evitar la aparición de soluciones espurias, debería duplicarse transversalmente el volumen de la celda unidad incluyendo en ella la lámina en cuestión y una imagen especular de la misma, simetrizando así la celda unidad en esa dirección.

Adaptación del método para sistemas abiertos

A diferencia de las cavidades de microondas descritas en el apartado anterior, las láminas de cristal fotónico son sistemas *abiertos* —al suponerse ilimitados en la

dirección transversal, eje x (Fig. 2.3.1)—, lo que conlleva que el espectro de modos de estos sistemas tenga una parte continua. El tratamiento de la parte continua del espectro mediante un método de representación matricial es un problema. La solución que hemos adoptado es relativamente convencional (Silvestre *et al.* 1998a) y consiste en *cerrar* el sistema por medio de dos paredes conductoras paralelas a la lámina, es decir, introduciendo, en esa dirección, unas fronteras confinantes *artificiales* a distancia finita (Fig. 2.3.2). Claro está, los modos del sistema problema encerrado por estas paredes artificiales notarán, en general, el efecto de la frontera confinante a distancia finita. Sin embargo, la perturbación que sufrirán será tanto menor cuanto mayor sea la distancia entre las paredes conductoras, por lo que el sistema real estará representado más fielmente cuanto mayor sea dicha separación. Por el contrario, cuanto más grande sea esta distancia, más modos auxiliares hemos de utilizar para alcanzar una precisión deseada, por lo que necesitamos un compromiso entre estos dos parámetros para minimizar el tiempo de computo. En la Publicación I ya se empleó esta técnica para el estudio de un resonador dieléctrico de microondas, identificando alguno de los problemas que pueden aparecer en función del tamaño finito de la caja artificial añadida al sistema real. En el caso que ahora nos ocupa y en la dirección longitudinal —eje z — el sistema es periódico, por lo que, de manera *natural*, podemos definir condiciones de frontera (periódicas) a distancia finita. Esto, a su vez, hace que los modos guiados por la lámina sean ondas de Bloch con una cierta constante de propagación, k_z —seudomomento— en dicha dirección.

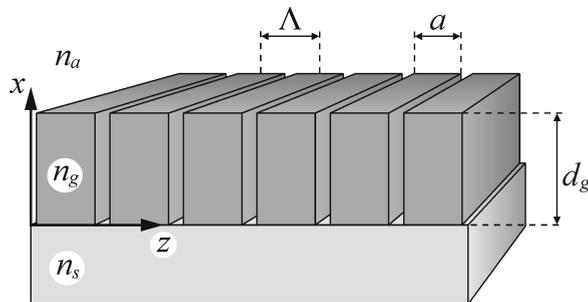


Figura 2.3.1. Lámina de cristal fotónico unidimensional formada por un núcleo de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ sobre un sustrato de $\text{Al}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ oxidado, siendo la cubierta de aire. El índice de refracción de la lámina, n_g , es mayor que el del sustrato, n_s , y que el de la cubierta y los surcos de la lámina, n_a . A lo largo de esta sección, $d_g = 1.5\Lambda$, $a = 0.8\Lambda$, $n_g = 3.45$, $n_s = 1.57$ y $n_a = 1$ (Atkin *et al.* 1996).

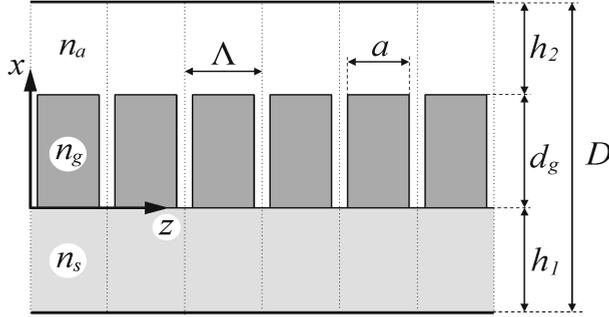


Figura 2.3.2. Esquema de la lámina de cristal fotónico unidimensional de la figura 2.3.1 encerrada entre paredes conductoras. Las líneas de puntos verticales delimitan las fronteras en las que el sistema se replica periódicamente según la dirección del eje z .

En primer lugar vamos a estudiar la convergencia del método analizando tanto el efecto del número de modos auxiliares en los desarrollos como el del volumen finito creado artificialmente por las paredes confinantes, lo que hemos realizado para un valor fijo del pseudomomento, $k_z = \pi/\Lambda$. Como sistema auxiliar se ha utilizado una guía de ondas homogénea con las mismas condiciones de frontera que el sistema problema y cuyos modos se dividen en transversales eléctricos y magnéticos, propiedad que se sigue preservando en la lamina fotónica dada su geometría. A lo largo de esta sección nos hemos centrado en los modos TE de la lámina.

La ventaja de utilizar este sistema auxiliar es que es invariante bajo traslaciones en el eje z , lo que resulta ser un hecho fundamental para poder encontrar expresiones analíticas compactas para los elementos de matriz del operador L_H . Un primer efecto asociado a la invarianza bajo traslaciones, al igual que sucede en el caso de los sistemas invariantes bajo rotaciones, es la aparición de soluciones degeneradas. En el caso que estamos tratando ahora, el sistema auxiliar es invariante a traslaciones según el eje z , por lo que habrá dos soluciones degeneradas para la dependencia de los campos con z . Las dos elecciones usuales para esta dependencia son senos y cosenos, o exponenciales imaginarias. Para satisfacer las condiciones de frontera periódicas, el periodo de estas funciones debe de ser un submúltiplo, p , de la dimensión de la caja, Λ . Es decir, el hecho de imponer condiciones de frontera periódicas y utilizar un medio auxiliar homogéneo, nos permite expresar el campo electromagnético en series de Fourier. De estas dos posibilidades, hemos elegido la de las exponenciales imaginarias, incluyendo además un factor $\exp(ik_z z)$ para todos

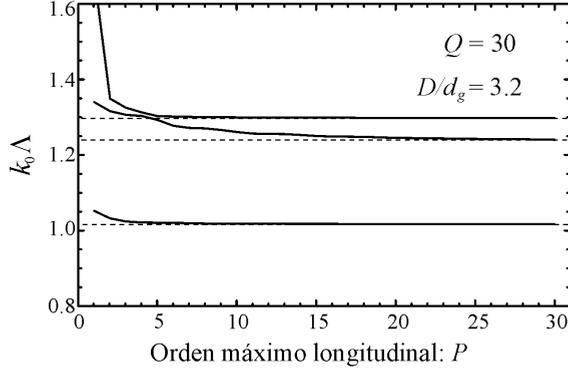


Figura 2.3.3. Frecuencias normalizadas de los modos guiados —con $k_z=\pi/\Lambda$ — en función del orden máximo de simetría longitudinal, P , de los modos de la base auxiliar, para unos valores fijos del orden máximo transversal, Q , y del tamaño de la caja, D .

los modos del sistema auxiliar asociado con el seudomomento, k_z , de las ondas de Bloch guiadas por el sistema problema. En la dirección transversal, la imposición de las condiciones de frontera de los campos en las paredes conductoras implica que los modos de la guía auxiliar tendrán una dependencia con x del tipo seno o coseno, donde ahora el periodo de estas funciones ha de ser un submúltiplo entero, q , del doble de la separación entre las paredes, D . De esta forma, podemos caracterizar a los modos de nuestra base auxiliar, TE_{pq} , con los subíndices p y q , indicando así los ordenes de simetría longitudinal y transversal, respectivamente, de cada modo.

A continuación, se presenta una discusión breve sobre la convergencia del método al calcular las relaciones de dispersión del sistema. Los parámetros físicos de la lámina son los utilizados por Atkin *et al.* [1996] (véase Fig. 2.3.1). Así, en la figura 2.3.3 se muestra la dependencia de las frecuencias normalizadas del sistema, $k_0\Lambda$, en función del orden máximo longitudinal, P , de los modos la base auxiliar, manteniendo fijos el orden máximo transversal, Q , y la distancia entre los planos conductoras que limitan al sistema, D . Debido a la asimetría transversal del sistema, si se quiere que ambas paredes conductoras afecten en igual medida a los resultados, éstas deben situarse a distancias diferentes de la lámina. Podemos razonar que, puesto que $n_a < n_s$, se deberá elegir $h_1 > h_2$. Realizando un cálculo preliminar de las frecuencias del sistema con el seudomomento que estamos considerando ahora, y

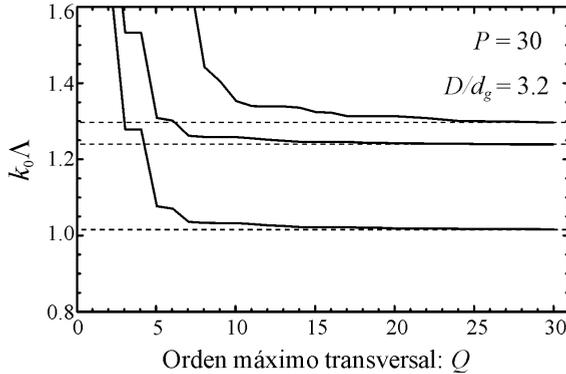


Figura 2.3.4. Frecuencias normalizadas de los modos guiados —con $k_z = \pi/\Lambda$ — en función del orden máximo de simetría transversal, Q , de los modos de la base auxiliar, para unos valores fijos del orden máximo longitudinal, P , considerado y del tamaño de la caja, D .

tomando un tamaño de caja y un número de modos suficientemente grandes, resulta que $h_1/h_2 \approx 1.2$ supone una influencia similar de ambas paredes. Por sencillez, vamos a mantener fija esa relación a lo largo de esta sección. De la misma forma, si variamos Q fijando P y D (Fig. 2.3.4) observamos que los valores propios se acercan rápidamente a un valor asintótico, al igual que en la figura 2.3.3.

Sin embargo, para un valor fijo del número total de modos, puede resultar que con una separación de las paredes relativamente pequeña se obtengan mejores resultados que con una mayor. Este hecho aparece ilustrado en la figura 2.3.5, donde se pone de manifiesto la importancia de la resolución espacial. En ella se muestra la evolución de las frecuencias con la distancia D , manteniendo esta vez el número de modos constante ($P = 30$, $Q = 30$). La curva presenta una variación decreciente hasta alcanzar un valor mínimo y a partir de ese punto se pierde precisión. Esto es debido a que al aumentar el tamaño del sistema sin incrementar simultáneamente el número de modos auxiliares, empobrecemos la precisión con la que describimos las estructuras espaciales del sistema en cuestión. Cuando una estructura espacial fundamental del problema no se describe adecuadamente, aparece una brusca pérdida de precisión. Para tratar este problema recurrimos al concepto de resolución espacial, ya introducido anteriormente, y que podemos cuantificar, por ejemplo, con el parámetro $Q/(D/d_g)$ para el caso de la resolución espacial en la dirección x .

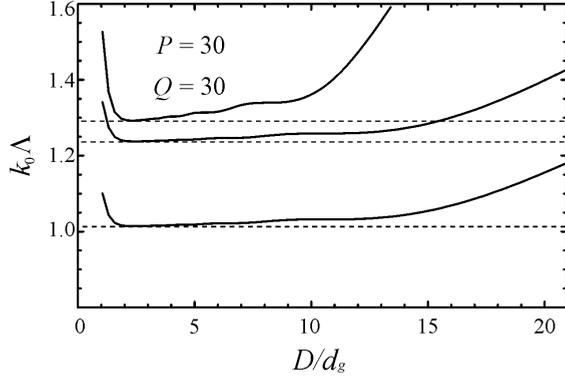


Figura 2.3.5. Frecuencias normalizadas de los modos guiados —con $k_z=\pi/\Lambda$ — en función de la separación entre las paredes conductoras, D , para un valor fijo del número de modos auxiliares.

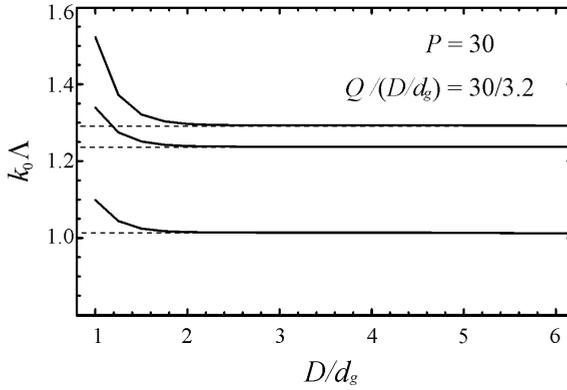


Figura 2.3.6. Frecuencias normalizadas de los modos guiados —con $k_z=\pi/\Lambda$ — en función de la separación entre las paredes conductoras, D , manteniendo fijas la resolución espacial transversal, $Q/(D/d_g)$, y el orden máximo longitudinal, P , de los modos de la base auxiliar.

En la figura 2.3.6 se muestra de nuevo la evolución de las frecuencias con la separación entre las paredes conductoras, D , pero manteniendo fija ahora la resolución espacial (transversal), elegida para describir adecuadamente el detalle más pequeño en la dirección x del perfil del índice de refracción del ejemplo.¹ Puesto que

¹ Téngase en cuenta que en la dirección longitudinal, debido a que la dimensión de la caja es fija, el efecto descrito no se presenta.

Punto	$k_z\Lambda/\pi$	Diferencias finitas	Método modal convencional	Método modal
<i>a</i>	1.00	1.27982	1.27553	1.28785
<i>b</i>	1.00	1.22394	1.22198	1.23020
<i>c</i>	1.00	1.01054	1.01003	1.01017
<i>d</i>	0.91	1.25958	1.25463	1.26738
<i>e</i>	0.91	1.25386	1.25141	1.25927
<i>f</i>	0.91	0.98018	0.97926	0.98042
<i>g</i>	0.75	1.16410	1.15261	1.16876
<i>h</i>	0.50	0.97575	0.94496	0.97122

Tabla 2.3.1. Comparación de las frecuencias normalizadas, $k_0\Lambda$, de los modos guiados para diferentes pseudomomentos, obtenidas por diferencias finitas y un método modal convencional (Atkin *et al.* 1996) y nuestro método modal.

del límite de la primera zona de Brillouin, reproduciendo los resultados publicados por Atkin *et al.* (1996). Las zonas superiores sombreadas corresponden a modos con un índice de refracción efectivo inferior al del sustrato (modos de radiación). Justo en el límite de la primera zona de Brillouin, $k_z\Lambda/\pi = 1$, los modos guiados presentan una velocidad de grupo nula (puntos *a*, *b* y *c*). Lo mismo sucede en los puntos de anticruce *d* y *e*. Este hecho se puede utilizar para intensificar la interacción entre la onda electromagnética y un medio activo que pudiera formar la lámina, consiguiendo así cavidades láser con un factor de calidad elevado.

Para poder apreciar la bondad de nuestros cálculos, en la tabla 2.3.1 mostramos los resultados que hemos obtenido para diferentes valores de k_z junto a los calculados por Atkin *et al.* (1996) utilizando dos métodos diferentes. De acuerdo con las pruebas de convergencia realizadas, nuestros resultados deberían ser correctos al menos en tres cifras significativas, para lo que ha sido necesario utilizar 1830 modos auxiliares.

Seguidamente y para terminar este capítulo, vamos a considerar el caso de una lámina de cristal fotónico con paredes inclinadas, como se muestra en la figura 2.3.8. Desde el punto de vista experimental, esta situación es más realista, pues al grabar los surcos en la lámina normalmente no se consigue que las paredes sean perfectamente verticales y, por otra parte, el ángulo de inclinación de las paredes puede controlarse dentro de ciertos límites, en función de la técnica de fabricación que se emplee. Mientras que con nuestro método, el estudio de un dispositivo con

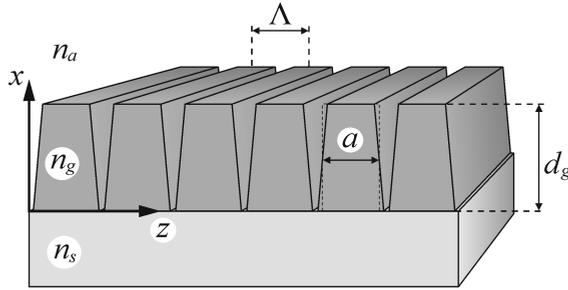


Figura 2.3.8. Lámina de cristal fotónico unidimensional con paredes inclinadas.

paredes inclinadas no significa una dificultad especial y no requiere cambios importantes del código de cálculo, ni un mayor esfuerzo computacional, respecto al caso de dispositivos con paredes verticales, resulta que cuando se emplean otros métodos esto no es así. Los métodos modales convencionales resultan inviables por la dificultad —a pesar de la simplicidad aparente de la estructura— en la imposición de las condiciones de frontera en las paredes inclinadas, y con técnicas puramente numéricas, como el método de diferencias finitas, necesitaríamos mallas especiales que reducirían considerablemente la velocidad de cálculo. De esta forma, los resultados que resumimos a continuación muestran de nuevo la versatilidad y eficiencia numérica de nuestro método.

En la figura 2.3.9(a) y 2.3.9(b) se muestra las relaciones de dispersión de los modos guiados por la lámina con y sin paredes inclinadas, para dos valores del parámetro a diferentes. Entre los cambios más importantes que se producen debidos a la inclinación de las paredes podemos destacar un apreciable ensanchamiento de la banda prohibida entorno a lo que eran los puntos de anticruce, d y e en la figura 2.3.9(a), además de una reducción de la curvatura de las relaciones de dispersión en los puntos a y b donde la velocidad de grupo es nula. Esta circunstancia supone a su vez, un aumento de la vida media de un pulso de luz que se genere en el interior de la lámina con las coordenadas (ω, k_z) de estos puntos, pudiéndose intensificar aún más, en comparación a la estructura anterior de paredes verticales, la interacción entre la onda electromagnética y un medio activo que estuviera en la lámina. Dicho con otras palabras, nuestros resultados muestran que se puede incrementar el factor de calidad Q de la lámina, al analizarla como una microcavidad vertical. Dicho factor Q está relacionado con la vida media del pulso, $\tau_{1/2}$, a través de la expresión (Siegman 1986)

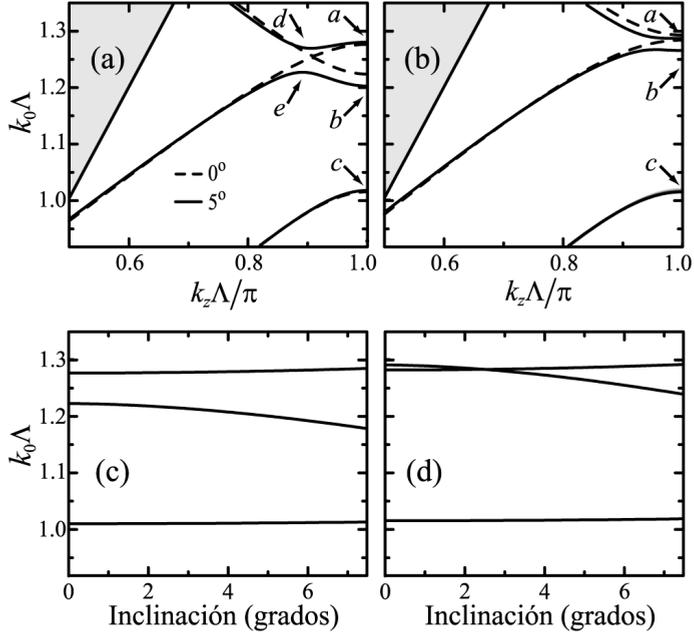


Figura 2.3.9. Relación de dispersión de los modos TE de la lámina de cristal fotónico unidimensional representada en la figura 2.3.8 con las paredes inclinadas 0° y 5° y con (a) $a = 0.8\Lambda$ y (b) $a = 0.75\Lambda$, manteniendo el resto de los parámetros igual que en la figura 2.3.1. En las dos figuras inferiores se muestra la dependencia de las frecuencias de resonancia del sistema con la inclinación de las paredes en el límite de la primera zona de Brillouin, $k_z\Lambda/\pi = 1$, para las dos configuraciones anteriores: (c) $a = 0.8\Lambda$ y (d) $a = 0.75\Lambda$.

$$Q = \frac{\omega_0 \tau_{1/2}}{\ln 2}, \quad (2.3.1)$$

donde ω_0 es la frecuencia de resonancia del sistema. Para una distribución inicial de la amplitud del campo $A_0(z)$ de tipo Lorentziana y asumiendo una dependencia cuadrática de la frecuencia ω con el pseudomomento k_z (Atkin *et al.* 1996) cerca de los puntos en los que la velocidad de grupo, v_g , es nula, resulta

$$Q = \frac{\omega_0 \pi b^2}{|\omega_2| \ln 2}, \quad (2.3.2)$$

donde b es la anchura espacial inicial del pulso y ω_2 es la curvatura de la relación de dispersión definida como

$$\omega_2 = \left. \frac{\partial v_g}{\partial k_z} \right|_{\omega=\omega_0} = \left. \frac{\partial^2 \omega}{\partial k_z^2} \right|_{\omega=\omega_0} . \quad (2.3.3)$$

En la tabla 2.3.2 se muestran los factores Q obtenidos con la expresión anterior para las resonancias marcadas en la figura 2.3.9(a). Especialmente interesante es el punto a en el que se obtiene el valor $Q = 26000$. Éste se puede incrementar todavía más, incluso en un orden de magnitud, si aumentamos el ancho de los surcos de aire. Así, en la figura 2.3.9(b) se muestra la relación de dispersión de las ondas de Bloch guiadas por la lámina mostrada en la figura 2.3.8 con $a = 0.75\Lambda$. En esta situación, se obtiene un valor de $Q = 304010$ para el punto equivalente al caso anterior (ver tabla 2.3.3).

Junto al análisis del efecto que produce la inclinación de las paredes de los surcos, hemos estudiado las consecuencias de tener en cuenta la dispersión de los materiales que constituyen la lámina, para lo cual, hemos incluido en el proceso iterativo de diagonalización de la matriz asociada al operador L_H , cuyos elementos vienen dados por la ecuación (2.1.45), la dependencia con la frecuencia del índice de refracción.

Punto	Paredes verticales	Paredes inclinadas 5°
a	18850	26000
b	12250	12900
c	10000	9600
d	1030	9010
e	1150	6850

Tabla 2.3.2. Factores Q de las resonancias marcadas en los puntos de la figura 2.3.9(a) con $\Lambda = 250$ nm y $a = 0.8\Lambda$.

Punto	Paredes verticales	Paredes inclinadas 5°
a	15870	304010
b	22720	34250
c	12380	11720

Tabla 2.3.3. Factores Q de las resonancias marcadas en los puntos de la figura 2.3.9(b) con $\Lambda = 250$ nm y $a = 0.75\Lambda$.

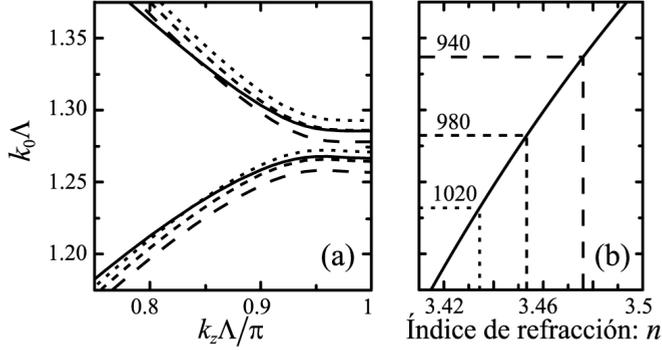


Figura 2.3.10. (a) Relación de dispersión de los modos TE de la lámina de cristal fotónico unidimensional representada en la figura 2.3.8 con los parámetros estructurales de la figura 2.3.9(b) y con una inclinación de las paredes de los surcos de aire de 5° . La línea continua representa los modos calculados incluyendo la dispersión del material de la lámina y las líneas discontinuas son las curvas de dispersión para tres índices de refracción constantes del núcleo de la lámina: 3.4760, 3.4533 y 3.4344. Estos valores corresponden al índice de refracción del $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$ para tres longitudes de onda diferentes: 940, 980 y 1020 nm, respectivamente. Para este cálculo hemos tomado $\Lambda = 200$ nm para situar el límite superior de la banda —punto *a* de la figura 2.3.9(b)— en 980 nm, aproximadamente. En este punto se obtiene una resonancia con un factor de calidad de $Q = 345900$. (b) Dispersión del índice de refracción del $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$.

Para estos cálculos hemos considerado únicamente la dispersión con la frecuencia del núcleo de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ —para $x = 0.12$ — obtenida a partir de las medidas experimentales de su índice de refracción (Casey *et al.* 1974) realizadas para diferentes frecuencias y composiciones x . Hemos realizado un ajuste de la dispersión de acuerdo con un modelo propuesto por Afromowitz (1974) y siguiendo el procedimiento sugerido por Djurišić *et al.* (1999). La figura 2.3.10(b) ilustra el resultado de dicho ajuste. Para el sustrato de $\text{Al}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ oxidado hemos tomado un índice de refracción fijo de 1.57 (Knopp *et al.* 1998) despreciando los efectos de su dispersión frente a los del núcleo, para el rango de longitudes de onda en el que estamos trabajando.

La figura 2.3.10(a) muestra la curva de dispersión de los modos TE calculados teniendo en cuenta la dispersión cromática de material que forma la lámina. En la misma figura se incluyen las curvas de dispersión que se obtienen cuando no se considera la dispersión cromática, para tres valores del índice de refracción, pudiendo ver con claridad la importancia que tienen los efectos de la dispersión cromática, por ejemplo en la posición y anchura de la banda prohibida de la lámina de cristal fotónico.

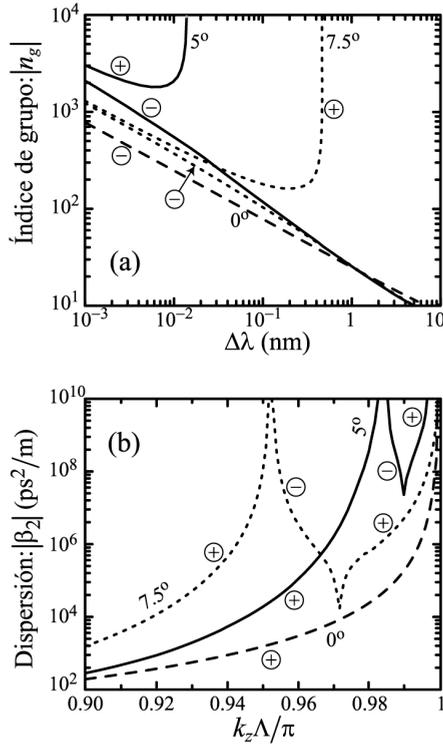


Figura 2.3.11. (a) Índice de grupo del modo TE superior de la figura 2.3.10(a) en función de la diferencia en longitud de onda respecto al límite superior de la banda prohibida y (b) coeficiente de dispersión de segundo orden del mismo modo en función de k_z . Los cálculos incluyen la dispersión del material. Se muestran las curvas para diferentes inclinaciones de las paredes de los surcos y se han señalado los signos de las magnitudes correspondientes, dados los ejes logarítmicos que se han empleado.

Finalmente, mostramos cómo la inclinación de las paredes permite ajustar tanto la velocidad de grupo o su inversa, el índice de grupo, $n_g = c/v_g$ [Fig. 2.3.11(a)] como la dispersión de la velocidad de grupo, $D = -2\pi c/\lambda^2 \beta_2$, donde el parámetro $\beta_2 = d^2 k_z / d\omega^2 = -\omega^2 / \omega_1^3$ es el coeficiente de dispersión de segundo orden [Fig. 2.3.11(b)]. Las divergencias producidas en los puntos de velocidad de grupo nula permiten obtener valores extremadamente grandes de la dispersión de la velocidad de grupo. Por ejemplo, próximos al límite de la primera zona de Brillouin, podemos obtener valores de β_2 —tanto normales ($\beta_2 > 0$) como anómalos ($\beta_2 < 0$)— dos ór-

denes de magnitud más grandes que los que se obtienen con paredes verticales. De esta forma, los efectos no lineales se pueden intensificar enormemente.

Como resumen de este apartado y de este capítulo, podemos decir que el método utilizado ha mostrado una alta versatilidad al permitir, con un mismo código, tratar problemas concretos muy distintos. En todos los casos considerados, las integrales que determinan los coeficientes de las matrices que representan al operador L_H se han calculado analíticamente, lo que proporciona una elevada fiabilidad y estabilidad numérica.

Capítulo 3

Método modal bidimensional

En este capítulo nos vamos a centrar en el estudio de la propagación del campo electromagnético en sistemas dieléctricos con simetría de traslación. Para ello, vamos a particularizar el método de representación modal tridimensional formulado en el capítulo anterior al caso de sistemas bidimensionales, reobteniendo así el método modal previamente desarrollado por Silvestre (1999) para el estudio de guías dieléctricas inhomogéneas, preservando en toda la formulación la naturaleza vectorial del campo electromagnético.

En el marco de este proyecto de tesis doctoral, la implementación del método modal bidimensional es necesaria para abordar, tal y como se hace en el capítulo 4, el caso general de transmitancia de dispositivos inhomogéneos insertados en guías inhomogéneas. Adicionalmente, hemos explotado esta implementación del método modal bidimensional para estudiar algunas guías inhomogéneas de interés.

Partiendo de las ecuaciones de onda tridimensionales que determinan los campos magnético, \mathbf{H} , y eléctrico, \mathbf{E} , y expresando la solución general como una combinación lineal de campos con una dependencia armónica en la dirección de simetría de traslación, obtendremos las ecuaciones de onda bidimensionales para las componentes transversales de los campos magnético, \mathbf{h} , y eléctrico, \mathbf{e} , respectivamente. La propiedad fundamental que diferencia el método modal bidimensional del tridimensional es que los operadores que determinan los campos \mathbf{h} y \mathbf{e} no son autoadjuntos, lo que impide que se pueda aplicar las mismas técnicas modales.

A continuación se expone la particularización del método modal tridimensional al caso de sistemas bidimensionales, desarrollando la formulación general, así como su aplicación a diferentes sistemas tanto en el rango óptico como en el de las mi-

croondas. En particular, analizaremos el comportamiento de los *modos complejos* en guías de onda inhomogéneas (Publicación III) y las propiedades de dispersión de un nuevo tipo de *fibras de Bragg* (Publicación IV).

3.1 Formulación general

En un medio invariante bajo traslaciones a lo largo de la dirección z , el índice de refracción, n , que nos determina los campos magnético, \mathbf{H} , y eléctrico, \mathbf{E} , tridimensionales, sólo depende de las coordenadas transversales $\mathbf{x}_t = (x, y)$. Podemos escribir la solución de las ecuaciones de onda (2.1.7) y (2.1.8) como una combinación lineal de campos con una dependencia armónica en z , los llamados modos de la guía, de la forma

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_t) \exp(-i\beta z) = [\mathbf{h}(\mathbf{x}_t) + h_z(\mathbf{x}_t)\hat{\mathbf{z}}] \exp(-i\beta z), \quad (3.1.1)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}(\mathbf{x}_t) \exp(-i\beta z) = [\mathbf{e}(\mathbf{x}_t) + e_z(\mathbf{x}_t)\hat{\mathbf{z}}] \exp(-i\beta z), \quad (3.1.2)$$

donde β es la constante o factor de propagación y $\mathbf{h}(\mathbf{x}_t)$ y $\mathbf{e}(\mathbf{x}_t)$ son unos campos vectoriales, que descompondremos en sus componentes transversales $\mathbf{h}(\mathbf{x}_t)$ y $\mathbf{e}(\mathbf{x}_t)$ y longitudinales $h_z(\mathbf{x}_t)$ y $e_z(\mathbf{x}_t)$. Lo mismo haremos con el operador ∇ que aparece en las ecuaciones de onda (2.1.7) y (2.1.8) descomponiéndolo en sus componentes transversal, ∇_t , y longitudinal, ∇_z , resultando

$$\nabla = \nabla_t + \nabla_z = \nabla_t - i\beta \hat{\mathbf{z}}, \quad (3.1.3)$$

donde hemos tomado en consideración la dependencia exponencial de nuestros campos con la variable z . En las anteriores ecuaciones, $\hat{\mathbf{z}}$ representa el vector unitario en la dirección z .

Sustituyendo las expresiones anteriores en las ecuaciones (2.1.7) y (2.1.8) y separando de forma explícita las componentes transversales de las longitudinales, llegamos a las ecuaciones de onda que satisfacen las componentes transversales de estos campos, $\mathbf{h} = (h_x, h_y)$ y $\mathbf{e} = (e_x, e_y)$,

$$\left[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2 + \left(\frac{\nabla_t n^2}{n^2} \right) \times (\nabla_t \times \circ) \right] \mathbf{h} = \beta^2 \mathbf{h}, \quad (3.1.4)$$

$$\left[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2 + \nabla_t \left(\left(\frac{\nabla_t n^2}{n^2} \right) \cdot \circ \right) \right] \mathbf{e} = \beta^2 \mathbf{e}, \quad (3.1.5)$$

siendo $k_0 = 2\pi/\lambda$ el número de ondas en el vacío. En estas ecuaciones podemos identificar entre corchetes el operador responsable de la evolución de las componentes transversales del campo electromagnético a lo largo del eje z . Estos operadores no son autoadjuntos, pero están directamente relacionados el uno con el otro y, de hecho, si el campo \mathbf{e} se reescribe de la forma $\bar{\mathbf{e}} = (e_y^*, -e_x^*)$, resulta que se pueden expresar de forma compacta como

$$L\mathbf{h} = \beta^2 \mathbf{h}, \quad (3.1.6)$$

$$L^\dagger \bar{\mathbf{e}} = \beta^2 \bar{\mathbf{e}}, \quad (3.1.7)$$

donde L^\dagger es el operador adjunto de L . La propiedad más relevante de estas ecuaciones es que constituyen un sistema de valores y vectores propios que satisfacen lo que se conoce como *relación de biortogonalidad* (Silvestre *et al.* 1998a):

$$\langle \bar{\mathbf{e}}_{(n)}, \mathbf{h}_{(m)} \rangle = \delta_{nm}. \quad (3.1.8)$$

donde $\langle \circ, \circ \rangle$ es el producto escalar convencional en el plano xy , y los subíndices n y m corresponden a dos modos distintos, no degenerados.

Si reescribimos este producto escalar en su forma integral resulta

$$\langle \bar{\mathbf{e}}_{(n)}, \mathbf{h}_{(m)} \rangle \equiv \int_S \bar{\mathbf{e}}_{(n)}^* \cdot \mathbf{h}_{(m)} dS \equiv \int_S (\mathbf{e}_{(n)} \times \mathbf{h}_{(m)}) \cdot \hat{\mathbf{z}} dS = \delta_{nm}, \quad (3.1.9)$$

donde S es la sección transversal a la guía. De esta forma, podemos reconocer que la relación de biortogonalidad es lo que tradicionalmente se conoce como la relación de “ortogonalidad” más general que cumplen los modos de una guía de ondas. Esta relación de biortogonalidad es la clave para superar la dificultad de que el operador L no sea autoadjunto y poder formular, incluso en este caso, un método modal de validez general.

Razonando de forma análoga a como lo hicimos en el caso tridimensional, el procedimiento a seguir para resolver un problema consiste en obtener una representación matricial de las ecs. (3.1.6) y (3.1.7) en la base definida por los modos de un sistema auxiliar caracterizado por una distribución de medios materiales descrita mediante el índice de refracción $\tilde{n} = \tilde{n}(\mathbf{x}_\perp)$. Las ecuaciones que describen al sistema auxiliar serán

$$\tilde{L}\tilde{\mathbf{h}} = \tilde{\beta}^2\tilde{\mathbf{h}}, \quad (3.1.10)$$

$$\tilde{L}^\dagger\tilde{\mathbf{e}} = \tilde{\beta}^{*2}\tilde{\mathbf{e}}. \quad (3.1.11)$$

Por supuesto, los vectores propios de \tilde{L} y \tilde{L}^\dagger satisfacen la relación de biortogonalidad,

$$\langle \tilde{\mathbf{e}}_{(n)}, \tilde{\mathbf{h}}_{(m)} \rangle = \delta_{nm}. \quad (3.1.12)$$

Bastará con expresar los modos del sistema problema como una combinación lineal de los modos del sistema auxiliar para obtener una representación matricial del operador L . Si expresamos el operador L como $L = \tilde{L} + \Delta$, cada elemento de matriz, L_{ij} , puede calcularse a través de la expresión

$$L_{ij} = \langle \tilde{\mathbf{e}}_{(i)}, L\tilde{\mathbf{h}}_{(j)} \rangle = \tilde{\beta}_i^2\delta_{ij} + \langle \tilde{\mathbf{e}}_{(i)}, \Delta\tilde{\mathbf{h}}_{(j)} \rangle, \quad (3.1.13)$$

y su diagonalización nos proporcionará sus autovalores, β^2 , y autovectores, \mathbf{h} , es decir, las constantes de propagación y las componentes transversales del campo magnético de los modos del sistema. El resto de componentes, tanto del campo magnético como del campo eléctrico, se pueden calcular a través de las relaciones que establecen las ecuaciones de Maxwell.

Por último decir que las consideraciones realizadas en el capítulo anterior sobre la discretización del espectro continuo de soluciones de la ecuación de ondas de sistemas abiertos, el número de modos de la base auxiliar necesarios para obtener una determinada resolución espacial y el aprovechamiento de las simetrías del sistema, son aplicables ahora al caso bidimensional. De hecho, en las dos secciones siguientes se analizan diversos ejemplos donde, de nuevo, se hace hincapié en algunos de estos aspectos.

3.2 Guías cerradas inhomogéneas

En primer lugar, abordamos el estudio de unas guías de microondas rellenas con elementos dieléctricos de permitividad dieléctrica relativamente alta (Publicación III). En particular, hemos analizado el espectro de *modos complejos* de guías inhomogéneas de diferentes geometrías. Estos modos, presentes en algunas guías sin pérdidas, siempre aparecen como dobletes conjugados (Omar *et al.* 1987) con una constante de propagación compleja que expresaremos como $\beta_c = \beta - i\alpha$, donde el pa-

rámetro α es el coeficiente de atenuación del modo. Aunque el flujo neto de energía que transportan cada uno de estos modos es nulo, su determinación precisa es necesaria para poder analizar adecuadamente los dispositivos de microondas basados en este tipo de estructuras (Chen y Zaki 1988 y Zaki *et al.* 1988). Sin embargo, la caracterización de los modos complejos mediante técnicas numéricas convencionales, como FDTD (Hernández-López y Quintillan 2000), presenta serias dificultades —la propia naturaleza de los modos complejos dificulta su detección ya que pueden ser enmascarados por otros modos propagantes—.

En la Publicación III se ha demostrado que el método modal bidimensional descrito anteriormente es una herramienta eficaz para la determinación del espectro completo de guías inhomogéneas cilíndricas y rectangulares. En ambos casos, hemos utilizado las propias guías vacías como sistema auxiliar, cuyos modos se pueden obtener analíticamente (Collin 1991). Puesto que estos sistemas están confinados transversalmente, el espectro de modos es discreto, facilitando enormemente las expansiones modales. Bajo estas circunstancias, cuando la guía problema está rellena con dieléctricos sin pérdidas, la matriz cuyos elementos vienen dados por la ecuación (3.1.13) es real y simétrica — n^2 es una función real—, por lo que todos sus autovalores también son reales o son dobletes conjugados —*modos complejos*—, ya que son los ceros de un polinomio con coeficientes reales. A lo largo de esta sección también analizaremos el comportamiento de estos modos complejos cuando incluimos las pérdidas en los dieléctricos.

Guía cilíndrica inhomogénea

El primer caso analizado consiste en una guía cilíndrica con un cilindro dieléctrico coaxial cuya estructura se muestra en la figura 3.2.1. Este sistema tiene solución analítica, lo que nos permitirá comprobar la precisión de nuestros resultados.

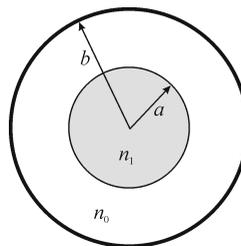


Figura 3.2.1. Guía cilíndrica rellena con un dieléctrico cilíndrico coaxial. A lo largo de esta sección, $a = 8.99$ mm, $b = 12.7$ mm, $n_0 = 1$ y $n_1 = 6.083$ (Zaki *et al.* 1988).

Modo	Solución analítica		Método modal		Discrepancia (%)
	βa	αa	βa	αa	
HE₁₁ -HE₁₂	0.776367	0.800281	0.776365	0.800283	0.0002
HE₁₃	—	3.202981	—	3.203952	0.0009
HE₁₄	—	4.816328	—	4.816231	0.0020
HE₁₅	—	5.694747	—	5.694650	0.0031

Tabla 3.2.1. Comparación de las constantes de propagación normalizadas de la guía representada en la figura 3.2.1 para una frecuencia de 2 GHz, obtenidas con el método modal bidimensional y de forma analítica.

Los modos que pueden existir en esta guía se pueden clasificar en transversales eléctricos, TE_{0m}, transversales magnéticos, TM_{0m}, e híbridos, HE_{nm} con $n \neq 0$. Como ya habíamos adelantado anteriormente, hemos tomado la propia guía cilíndrica vacía como sistema auxiliar, que comparte la simetría de revolución con el sistema problema. En consecuencia, los coeficientes de acoplo entre modos del sistema auxiliar de orden azimutal distinto serán nulos y, dicho con otras palabras, el operador Δ de la ec. (3.1.13) no mezclará subespacios generados por modos de distinto orden de simetría azimutal, n , lo que nos permite estudiar cada familia de modos de orden n por separado. Para los modos TE y TM no hemos obtenido ningún modo complejo lo que concuerda con los resultados obtenidos por Omar y Schünemann (1987). A continuación presentamos con detalle el caso particular de los modos híbridos de orden $n = 1$, HE_{1m}. En la tabla 3.2.1 se comparan las constantes de propagación obtenidas a la frecuencia de 2 GHz con sus respectivos valores analíticos (Zaki *et al.* 1988). A esta frecuencia sólo aparece un único doblete de modos complejos, HE₁₁–HE₁₂, y el resto del espectro de modos con esta simetría está formado por ondas evanescentes. Para estos cálculos hemos tomado 100 modos de la base auxiliar, obteniendo una discrepancia del 0.0002% para el factor de propagación del modo complejo, empleando un tiempo de cómputo inferior a 1 segundo.

En la figura 3.2.2 se muestran las curvas de dispersión de los primeros modos híbridos HE_{1m}. En línea continua se representa tanto la parte real de la constante de propagación normalizada de los modos guiados, βa , como el coeficiente de atenuación normalizado de los modos evanescentes, αa . En línea discontinua se muestran ambos parámetros para el doblete conjugado de los modos complejos, HE₁₁–HE₁₂. Estos modos aparecen a una frecuencia de 0.74 GHz y su existencia se extiende hasta los 2.29 GHz, frecuencia a la que se produce una bifurcación y el doblete de modos complejos se convierten en los modos guiados propagantes HE₁₁ y HE₁₂.

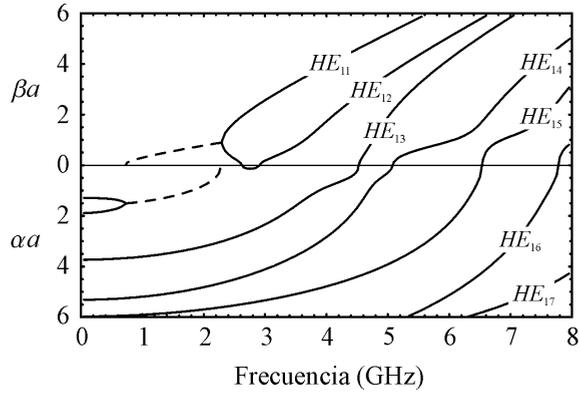


Figura 3.2.2. Relación de dispersión de los primeros modos híbridos, HE_{1m} , de la estructura representada en la figura 3.2.1.

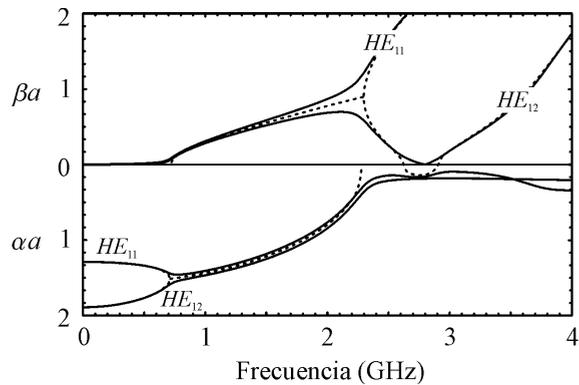


Figura 3.2.3. Relación de dispersión de los primeros modos híbridos, HE_{1m} , de la estructura representada en la figura 3.2.1 con pérdidas en el dieléctrico —línea continua— y sin ellas —línea discontinua—.

El método modal bidimensional permite tratar el caso de guías con pérdidas en los dieléctricos, lo que hemos aprovechado para estudiar el efecto de las pérdidas del dieléctrico en las relaciones de dispersión de los modos complejos. Para ello, consideraremos que la constante dieléctrica del cilindro central tiene una pequeña parte imaginaria, siendo la tangente de pérdidas del material —relación entre la parte imaginaria y parte real de su constante dieléctrica— de 0.04. De este modo, al

considerar las pérdidas, las curvas de dispersión se suavizan en todos los puntos críticos de transición entre modos propagantes, evanescentes y complejos y, en particular, la bifurcación anterior desaparece, y los dos modos complejos dejan de ser uno el conjugado del otro (véase Fig. 3.2.3).

Guía rectangular inhomogénea

El segundo sistema estudiado en la Publicación III consiste en una guía de microondas rectangular con un elemento dieléctrico en su interior (figura 3.2.4). De nuevo, en este sistema aparecen modos complejos para determinados rangos de frecuencias (véase Fig. 3.2.5) cuyo comportamiento es similar al de los modos complejos de la guía cilíndrica anteriormente analizada, por lo que en este resumen no haremos más comentarios en relación al análisis de estas curvas de dispersión.

Junto a las constantes de propagación, la técnica de representación modal bidimensional nos proporcionan la estructura del campo electromagnético de los modos de la guía. Utilizando estos campos, en la figura 3.2.6 se ha representado la parte real de la componente axial del vector de Poynting, $S_z = (\mathbf{e} \wedge \mathbf{h}^*) \cdot \hat{\mathbf{z}}$, para uno de los modos complejos del doblete conjugado que aparece en la guía de la figura 3.2.4 a la frecuencia de 14 GHz. Los valores positivos se muestran en color amarillo, mientras que los negativos se muestran en color azul, siendo nulo el flujo total del vector de Poynting en una sección de la guía.

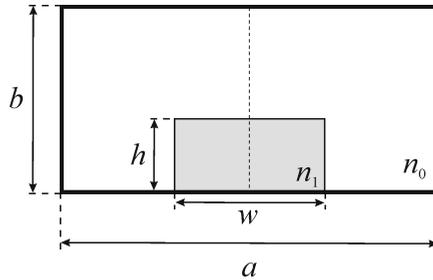


Figura 3.2.4. Guía rectangular rellena con un dieléctrico rectangular en su base. Los parámetros geométricos de la guía son: $a = 15.789$ mm, $b = 7.899$ mm, $w = 6.9$ mm, $h = 3.2$ mm, $n_0 = 1$ y $n_1 = 3$ (Strube y Arnt 1985).

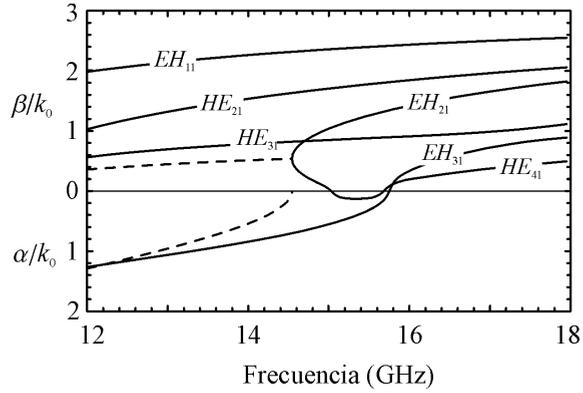


Figura 3.2.5. Relaciones de dispersión de los primeros modos de la estructura representada en la figura 3.2.4. En línea continua se representa tanto la parte real de la constante de propagación normalizada de los modos guiados, βa , como el coeficiente de atenuación normalizado de los modos evanescentes, αa . En línea discontinua se muestran ambos parámetros para el doblete conjugado de los modos complejos presentes en el intervalo de frecuencias considerado.

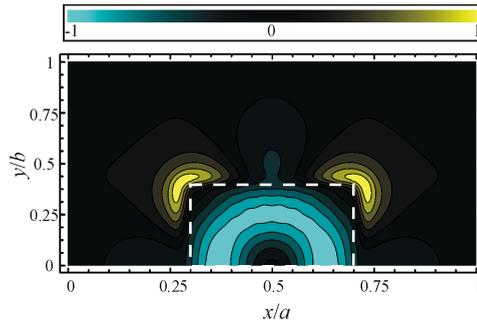


Figura 3.2.6. Componente axial del vector de Poynting de uno de los modos complejos del doblete conjugado que aparece en la guía mostrada en la figura 3.2.4 a la frecuencia de 14 GHz.

3.3 Fibras de Bragg

Las fibras ópticas microestructuradas basadas tanto en cristales fotónicos bidimensionales —*fibras de cristal fotónico*— (Knight *et al.* 1998) como en multicapas dieléctricas cilíndricas —*fibras de Bragg*— (Ibanescu *et al.* 2000) han suscitado un creciente interés en los últimos años por sus peculiares propiedades de guía-

do. Las fibras de cristal fotónico están formadas por una fibra delgada de sílice pura que presenta una distribución periódica de agujeros de aire, usualmente triangular, que se extienden a lo largo de toda su longitud. La periodicidad transversal está rota, en general, por la ausencia de uno de estos agujeros, lo que supone la aparición de un defecto. La presencia de este defecto genera, bajo iluminación paralela en eje, estados localizados, cuya propagación transversal está inhibida por la propia estructura periódica que lo rodea. Al igual que en una estructura cristalina tridimensional, este tipo de fibras posee una serie de bandas de frecuencia prohibidas. La introducción del defecto permite obtener estados localizados (guiados) cuyas frecuencias caen sobre una de las bandas prohibidas. Estas fibras microestructuradas presentan una serie de propiedades que las diferencian, y las hacen únicas, frente a las fibras ordinarias, como es la propagación monomodo en rangos excepcionalmente amplios de longitudes de onda (Ferrando *et al.* 1999a).

La dispersión de la velocidad de grupo, D , de este tipo de fibras y su control mediante los parámetros geométricos de la microestructura es uno de los temas que más interés ha despertado y que muestra con claridad las posibilidades que se abren con esta nueva tecnología de fibras ópticas. El cálculo de la dispersión de la velocidad de grupo requiere obtener la constante de propagación de los modos de forma muy precisa ya que implica determinar la segunda derivada del índice de refracción efectivo del modo, $n_{ef} = \beta/k_0$. En términos matemáticos,

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{ef}}{d\lambda^2}, \quad (3.3.1)$$

El método modal bidimensional proporciona la alta precisión requerida junto con la posibilidad de incluir de manera explícita la dependencia del índice de refracción del material con la frecuencia. Se han podido identificar fibras de cristal fotónico cuya curva de dispersión cromática posee un máximo —comportamiento acromático— (Ferrando *et al.* 1999b) y se ha completado un procedimiento, modificando exclusivamente los parámetros geométricos de la fibra, para diseñar fibras de cristal fotónico con dispersión ultraplana (Ferrando *et al.* 2000a). De esta forma, se han reconocido estructuras para las que la curva de dispersión exhibe dos extremos próximos entre sí —comportamiento apocromático— en torno al valor de dispersión nula, lo que permite conseguir una dispersión prácticamente cero en un rango muy amplio de longitudes de onda.

Avanzando más en esta dirección, hemos podido comprobar que este tipo de comportamiento acromático y apocromático de la dispersión de la velocidad de grupo, también se puede dar en determinadas *fibras de Bragg*, que han sido objeto de estudio en la Publicación IV de esta memoria.

En las propuestas originales, una fibra de Bragg estaba formada por un núcleo de índice refracción bajo, rodeado por una envoltura periódica en la dirección radial (Yeh *et al.* 1978, Ibanescu *et al.* 2000). La fibra de Bragg que nosotros proponemos (figura 3.3.1) está constituida únicamente por dos materiales, sílice (de índice de refracción n_I) y otro material con un índice de refracción, n_{II} , menor, siendo el núcleo de sílice y, por tanto, de índice de refracción alto. Una estructura similar ha sido recientemente fabricada utilizando un polímero en vez de sílice y donde unos agujeros de aire muy próximos entre si, dispuestos en forma de anillos, emulan el segundo material de índice de refracción menor (Argyros *et al.* 2001). A diferencia de las fibras de Bragg inicialmente propuestas, el guiado no se produce en un núcleo de índice de refracción bajo, sino en el núcleo de sílice, como en las fibras de cristal fotónico convencionales. De esta forma, utilizando las propiedades de dispersión asociadas a la geometría del sistema, podemos compensar adecuadamente la dispersión del material, correspondiente en nuestro caso a la sílice, obteniendo distribuciones acromáticas y apocromáticas, como a continuación veremos.

Modos guiados en fibras de Bragg

Utilizando la técnica de representación modal bidimensional expuesta en este capítulo hemos conseguido describir la propagación en fibras de Bragg con diferentes configuraciones geométricas. Los primeros resultados obtenidos han sido recogidos en la publicación IV, que vamos a resumir a continuación.

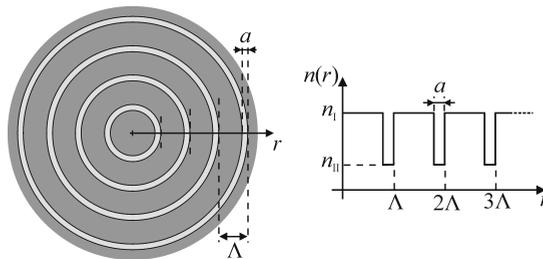


Figura 3.3.1. Representación esquemática de la fibra de Bragg propuesta.

Como sistema auxiliar, hemos tomado una guía de ondas cerrada homogénea y cilíndrica, que al compartir la simetría de revolución con la fibra de Bragg, nos permite trabajar con cada orden azimutal, n , por separado, tal y como hemos hecho con la guía cilíndrica inhomogénea de la sección anterior (figura 3.2.1). En términos prácticos, al aprovechar la simetría azimutal se reduce nuestro problema original bidimensional —campos en dos coordenadas transversales— a uno unidimensional —campos dependientes únicamente de la coordenada radial—. Con esto se consigue una precisión numérica relativamente grande para un número dado de modos de la base auxiliar, lo que nos ha permitido obtener la estructura de bandas del correspondiente orden azimutal con precisión.

En la figura 3.3.2 se muestran las bandas permitidas de los modos de radiación —zonas grises— junto a las curvas de dispersión modal —curvas negras— de las ondas guiadas, para una fibra de Bragg de sílice-aire ($n_H = 1$) y para los ordenes $n = 1$ y $n = 0$, incluyendo en este último caso, únicamente el espectro de los modos TE.

Esta fibra presenta modos guiados simultáneamente por encima y por debajo de la primera banda permitida de modos de radiación, como sucede en las fibras de cristal fotónico (Ferrando *et al.* 2000b). En particular, el modo guiado por encima de la primera banda para $n = 1$ es el modo fundamental de nuestra fibra de Bragg

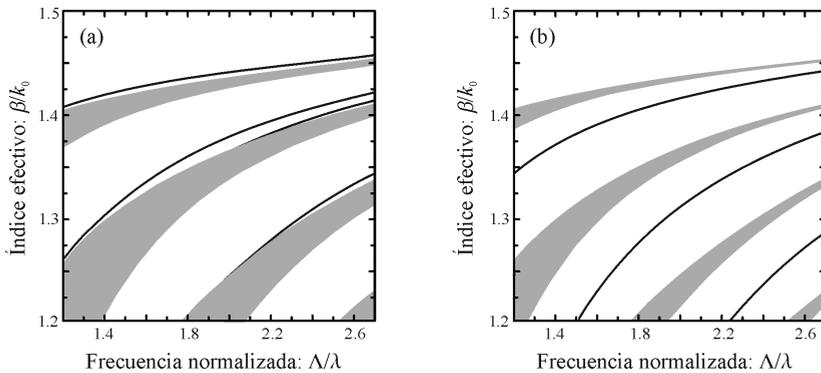


Figura 3.3.2. Estructura de bandas y curvas de dispersión de los modos guiados de la fibra de Bragg representada en la figura 3.3.1 ($\Lambda = 1190$ nm, $a = 248$ nm) para (a) $n = 1$ y (b) $n = 0$ (modos TE). Las zonas grises son las bandas permitidas.

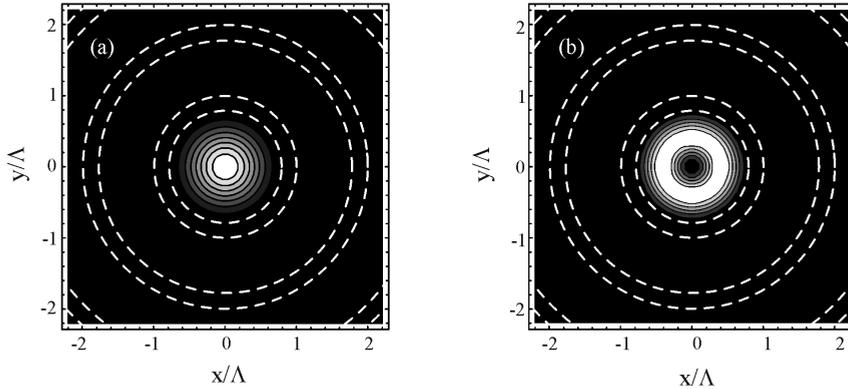


Figura 3.3.3. Distribución transversal de la intensidad para (a) el modo fundamental, HE_{11} , y (b) el primer modo intrabanda, TE_{01} ($\Lambda = 1190$ nm, $a = 248$ nm). En ambos casos $\lambda = 800$ nm.

que, debido a la simetría de rotación del sistema, corresponde a un doblete de polarización HE_{11} , según la notación estándar de las fibras ópticas (Snyder y Love 1983). La distribución transversal de la intensidad para una de las polarizaciones del modo fundamental, HE_{11} , y para el primer modo intrabanda, TE_{01} , se muestran en la figura 3.3.3(a) y 3.3.3(b), respectivamente, para $\lambda = 800$ nm.

Dispersión de la velocidad de grupo en fibras de Bragg

Junto al análisis de la estructura modal de las fibras de Bragg, en la Publicación IV hemos estudiado sus propiedades de dispersión de la velocidad de grupo, D , dada por la ecuación 3.3.1. Para poder realizar eficazmente este estudio se han separado, en una primera aproximación, las contribuciones a la dispersión del material y de la geometría de la fibra de Bragg. La manipulación por separado de estas contribuciones permite, de forma sencilla, analizar diferentes posibilidades y estimar los valores aproximados de los parámetros geométricos de la fibra de Bragg con propiedades de dispersión deseadas. Posteriormente, y para un cálculo ya exacto, se incluyen directamente en el cómputo la dependencia con la longitud de onda del índice de los materiales, para, a continuación, y mediante el cálculo de la segunda derivada respecto a la frecuencia, obtener las curvas de dispersión de la velocidad de grupo. Finalmente, las curvas de dispersión calculadas se ajustan a los valores deseados mediante pequeñas variaciones de los parámetros geométricos, a y Λ .

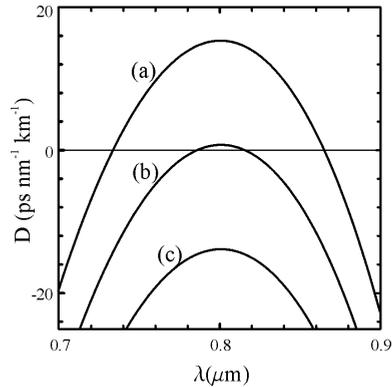


Figura 3.3.4. Curvas de dispersión plana acromática (a) positiva, (b) prácticamente cero y (c) negativa.

Hemos centrado nuestra atención en la primera ventana de comunicaciones ópticas entorno a los 800 nm y en la tercera ventana alrededor de los 1550 nm. En todos los casos mostrados a continuación hemos considerado siempre el modo fundamental HE_{11} de la fibra de Bragg representada en la figura 3.3.1 en la que n_I es el índice de refracción de la sílice y $n_{II} = 1$. En la figura 3.3.4 presentamos algunos ejemplos de dispersión plana acromática positiva ($\Lambda = 1170$ nm, $a = 266$ nm), aproximadamente cero ($\Lambda = 1190$ nm, $a = 248$ nm) y negativa ($\Lambda = 1210$ nm, $a = 232$ nm) a la longitud de onda de 800 nm. Las tres curvas presentan un punto de dispersión de tercer orden nula. Especialmente interesante es la posibilidad de obtener una ventana de dispersión positiva centrada alrededor de los 800 nm. Este comportamiento no es posible en fibras convencionales de salto de índice y puede facilitar la estabilización de la propagación no lineal de pulsos ultracortos generados en esta longitud de onda (por ejemplo con un láser de Ti-Za).

Finalmente, en la figura 3.3.5 presentamos tres configuraciones diferentes con dispersión ultraplana alrededor de los 1550 nm. Este comportamiento se preserva en varios cientos de nanómetros. La longitud de onda central —puntos de inflexión con dispersión de cuarto orden nula— corresponde a las longitudes de onda 1.7, 1.5 y 1.3 μm , aproximadamente, para las curvas de dispersión positiva ($\Lambda = 4900$ nm, $a = 115$ nm), prácticamente cero ($\Lambda = 4210$ nm, $a = 94$ nm) y negativa ($\Lambda = 3600$ nm, $a = 82$ nm), respectivamente.

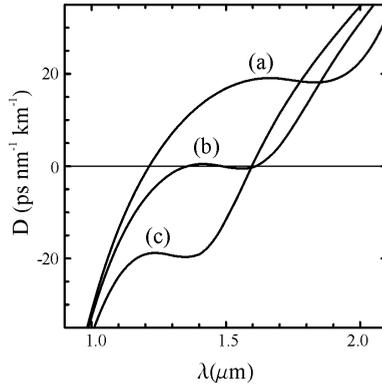


Figura 3.3.5. Curvas de dispersión ultraplana apocromática (a) positiva, (b) prácticamente cero y (c) negativa.

En resumen, hemos obtenido la estructura de bandas de un nuevo tipo de fibras de Bragg y hemos sido capaces de reconocer diferentes configuraciones con dispersión de la velocidad de grupo plana e incluso ultraplana, positiva, negativa o nula, en intervalos relativamente amplios de longitudes de onda. Con ello demostramos que las fibras de Bragg al igual que las fibras de cristal fotónico son especialmente idóneas para el diseño de guías ópticas con propiedades de dispersión especiales.

Capítulo 4

Transmisión y reflexión de dispositivos

El objetivo último de esta tesis doctoral es la modelización rigurosa de las propiedades de transmisión y reflexión de dispositivos inhomogéneos insertados en guías inhomogéneas. Este sería el caso, por ejemplo, de sistemas de guías ópticas integradas que contengan subestructuras de cristal fotónico. Nuestra forma de abordar el problema se basa en una nueva técnica modal en la que el dispositivo bajo estudio se reduce conceptualmente al acoplamiento de dos guías inhomogéneas a través de un cavidad, mediante una abertura de entrada y otra de salida. Para poder calcular la matriz de *scattering* del sistema, se necesita, por un lado, el espectro de modos de la cavidad y, por otro, los de las guías. Para ello, utilizaremos las técnicas de representación modal tridimensional y bidimensional descritas en los capítulos 2 y 3, respectivamente, debidamente adaptadas.

En las siguientes secciones se recogen, junto a las bases teóricas de la técnica de *scattering* propuesta (Publicación V), unos ejemplos de su aplicación en el campo de los circuitos integrados de microondas y los primeros resultados obtenidos en la caracterización de las propiedades de transmisión de láminas de cristal fotónico unidimensionales.

4.1 Formulación general

El acoplamiento de dos guías de ondas a través de una cavidad inhomogénea ha sido objeto de estudio en los últimos años por su aplicación en el diseño, entre otros dispositivos, de filtros de frecuencia para sistemas de telecomunicaciones móviles. Podemos encontrar en la bibliografía diferentes técnicas de análisis para resolver este problema (por ejemplo, Baillargeat *et al.* [1998] —elementos finitos—, Weiley y Mohan [2001] —diferencias finitas— y El Sabbagh *et al.* [2002] —método modal convencional—).

En la Publicación V hemos desarrollado una nueva técnica de cálculo modal basada en la expansión del campo electromagnético en el conjunto de los modos de la cavidad. Sustituyendo estas expansiones en las ecuaciones de Maxwell —siguiendo el procedimiento estándar propuesto por Kurokawa (1969)— e imponiendo las condiciones de frontera adecuadas entre el campo electromagnético de la cavidad y el de las guías de entrada y salida, llegamos a un sistema de ecuaciones lineal que nos permitirá obtener directamente la matriz de *scattering* del sistema. Si las guías fuesen homogéneas, este acoplamiento se puede expresar en función de la denominada *matriz de admitancias* (Conciauro *et al.* 2000). Sin embargo, en el caso general de guías inhomogéneas con modos híbridos (ver, por ejemplo, Publicación III) no es posible definir la admitancia de estos modos y, por tanto, no se podría construir dicha matriz. Con la técnica propuesta hemos conseguido solventar esta limitación.

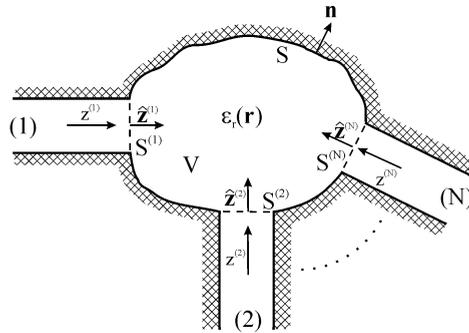


Figura 4.1.1. Cavidad inhomogénea conectada a N guías inhomogéneas.

Así pues, para el desarrollo de la formulación general consideraremos una cavidad conductora inhomogénea de forma arbitraria, tal y como se muestra en la figura 4.1.1, donde \mathbf{n} representa el vector unitario normal a las paredes de la cavidad de superficie S que encierra un volumen V . Nos vamos a restringir a cavidades rellenas con dieléctricos no magnéticos — $\mu = \mu_0$ —. La cavidad estará a su vez conectada a N guías inhomogéneas que podrán soportar modos híbridos.

Expansión del campo electromagnético en los modos de la cavidad con fuentes

El campo electromagnético dentro de una cavidad se puede expresar como combinación lineal de dos familias de modos: los solenoidales —de divergencia nula— y los irrotacionales —de rotacional nulo— (Kurokawa 1969 y Van Bladel 1985). Los primeros son modos físicos, es decir, cada uno de ellos satisface directamente las ecuaciones Maxwell, mientras que los irrotacionales son soluciones de las ecuaciones de onda, que aunque por si mismas no satisfacen las ecuaciones de Maxwell, son necesarias para tener una base completa de modos en la que poder realizar una expansión del campo electromagnético dentro de una cavidad con puertos de entrada y salida. Las ecuaciones diferenciales que gobiernan a los modos solenoidales magnéticos, $\mathbf{H}_{(i)}$, y eléctricos, $\mathbf{E}_{(i)}$, respectivamente, vienen dadas por

$$\nabla \wedge \left(\frac{1}{n^2} \nabla \wedge \mathbf{H}_{(i)} \right) = k_i^2 \mathbf{H}_{(i)} \quad \text{y} \quad \nabla \cdot \mathbf{H}_{(i)} = 0, \quad (4.1.1)$$

$$\nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{E}_{(i)}) = k_i^2 n^2 \mathbf{E}_{(i)} \quad \text{y} \quad \nabla \cdot (n^2 \mathbf{E}_{(i)}) = 0, \quad (4.1.2)$$

donde $k_i = \omega_i \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$. Por otro lado, las ecuaciones que describen a los modos irrotacionales magnéticos, $\mathbf{G}_{(i)}$, y eléctricos, $\mathbf{F}_{(i)}$, respectivamente, son

$$\nabla (\nabla \mathbf{G}_{(i)}) = -p_i^2 \mathbf{G}_{(i)} \quad \text{y} \quad \nabla \wedge \mathbf{G}_{(i)} = 0, \quad (4.1.3)$$

$$\nabla [\nabla (n^2 \mathbf{F}_{(i)})] = -l_i^2 \mathbf{F}_{(i)} \quad \text{y} \quad \nabla \wedge \mathbf{F}_{(i)} = 0, \quad (4.1.4)$$

donde ahora los autovalores vienen dados por los coeficientes p_i y l_i . Junto a estas ecuaciones, se han de verificar las siguientes condiciones de frontera sobre la superficie S de la cavidad:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_{(i)} = 0, \quad \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}_{(i)} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{G}_{(i)} = 0, \quad \mathbf{n} \wedge \mathbf{F}_{(i)} = 0. \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

Además, este conjunto de modos satisface las siguientes relaciones de ortogonalidad:

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{H}_{(i)}, \mathbf{H}_{(j)} \rangle &= \langle \mathbf{G}_{(i)}, \mathbf{G}_{(j)} \rangle = \delta_{ij}, & \langle \mathbf{H}_{(i)}, \mathbf{G}_{(j)} \rangle &= 0, \\ \langle \mathbf{E}_{(i)}, n^2 \mathbf{E}_{(j)} \rangle &= \langle \mathbf{F}_{(i)}, n^2 \mathbf{F}_{(j)} \rangle = \delta_{ij}, & \langle \mathbf{E}_{(i)}, n^2 \mathbf{F}_{(j)} \rangle &= 0,\end{aligned}\quad (4.1.6)$$

donde $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = \int_V \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} dV$ y δ_{ij} es la delta de Kronecker.

Utilizando estas relaciones de ortogonalidad podemos expresar el campo electromagnético dentro de la cavidad en términos de sus modos solenoidales e irrotacionales

$$\mathbf{E} = \sum_i E_i \mathbf{E}_{(i)} + \sum_i F_i \mathbf{F}_{(i)}, \quad (4.1.7a)$$

$$\mathbf{H} = \sum_i H_i \mathbf{H}_{(i)} + \sum_i G_i \mathbf{G}_{(i)}, \quad (4.1.7b)$$

donde E_i, F_i, H_i y G_i son los coeficientes de la expansión modal determinados por

$$\begin{aligned}E_i &= \langle \mathbf{E}, n^2 \mathbf{E}_{(i)} \rangle, & F_i &= \langle \mathbf{E}, n^2 \mathbf{F}_{(i)} \rangle, \\ H_i &= \langle \mathbf{H}, \mathbf{H}_{(i)} \rangle, & G_i &= \langle \mathbf{H}, \mathbf{G}_{(i)} \rangle.\end{aligned}\quad (4.1.8)$$

Planteemos ahora las ecuaciones de Maxwell en presencia de densidades de corriente eléctrica, $\mathbf{J}_{(e)}$, y magnética, $\mathbf{J}_{(m)}$,

$$\begin{aligned}\nabla \wedge \mathbf{E} &= -i\omega\mu_0 \mathbf{H} - \mathbf{J}_{(m)}, \\ \nabla \wedge \mathbf{H} &= i\omega_0 \varepsilon_0 n^2 \mathbf{E} + \mathbf{J}_{(e)}.\end{aligned}\quad (4.1.9)$$

Estas densidades de corriente juegan un papel importante a lo hora de poder excitar el campo en una cavidad. En nuestro caso son densidades de corrientes equivalentes localizadas en las superficies de los puertos de excitación y que vienen dadas por las componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético sobre la superficie de cada puerto, $\mathbf{J}_{(m)} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{E}_t$ y $\mathbf{J}_{(e)} = -\mathbf{n} \wedge \mathbf{H}_t$, respectivamente.

Sustituyendo las expansiones modales (4.1.7) en las ecuaciones de Maxwell (4.1.9) obtenemos la relación entre los coeficientes de la expansión y el campo eléctrico tangencial en las aberturas de la cavidad,

$$\begin{aligned}
E_i &= \sum_{v=1}^N \frac{k_i}{k_0^2 - k_i^2} \int_{S^{(v)}} (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}_t) \cdot \mathbf{H}_{(i)} dS , \\
F_i &= 0 , \\
H_i &= \frac{i\omega\epsilon_0}{k_i} E_i \\
G_i &= \sum_{v=1}^N \frac{i}{\omega\mu_0} \int_{S^{(v)}} (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}_t) \cdot \mathbf{G}_{(i)} dS , \tag{4.1.10}
\end{aligned}$$

donde la integral de superficie se extiende a los puertos de entrada y salida, $S^{(v)}$. Nótese que los coeficientes asociados a los modos irrotacionales eléctricos son nulos y que la ecuación diferencial (4.1.3) que gobierna a los modos irrotacionales magnéticos no depende de la distribución de medios materiales, lo que permite resolverla de forma analítica en la mayoría de los casos de interés.

Matriz de *scattering* de la cavidad

El objetivo de esta subsección es establecer una formulación de validez general que permita la determinación de los parámetros de *scattering* de la cavidad para el caso en el que las N guías conectadas a la misma sean inhomogéneas, por lo que no puede fundamentarse en la matriz de admitancias, tal y como suele formularse en los procedimientos estándar. Para ello, vamos a expresar las componentes transversales del campo eléctrico y magnético en cada uno de los puertos de excitación en términos de los modos de la guía que esté conectada a dicho puerto, es decir,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_t^{(v)} &= \sum_q \left(a_q^{(v)+} e^{-i\beta_q^{(v)} z^{(v)}} + a_q^{(v)-} e^{+i\beta_q^{(v)} z^{(v)}} \right) \mathbf{e}_{(q)}^{(v)} , \\
\mathbf{H}_t^{(v)} &= \sum_q \left(a_q^{(v)+} e^{-i\beta_q^{(v)} z^{(v)}} - a_q^{(v)-} e^{+i\beta_q^{(v)} z^{(v)}} \right) \mathbf{h}_{(q)}^{(v)} , \tag{4.1.11}
\end{aligned}$$

siendo $z^{(v)}$ la coordenada axial a lo largo de la guía v -ésima, $\mathbf{e}_{(q)}^{(v)}$ y $\mathbf{h}_{(q)}^{(v)}$ las componentes transversales de su modo q -ésimo, y los coeficientes $a_q^{(v)+}$ y $a_q^{(v)-}$ las amplitudes modales de los campos entrantes y salientes a la cavidad, respectivamente.

Para la determinación de los campos $\mathbf{e}_{(q)}^{(\nu)}$ y $\mathbf{h}_{(q)}^{(\nu)}$ podremos utilizar el método modal bidimensional del capítulo 3 de esta memoria.

Por otro lado, los modos de cada guía verifican la relación de biortogonalidad

$$\langle \mathbf{e}_{(p)}^{(\nu)}, \mathbf{h}_{(q)}^{(\nu)} \rangle^{(\nu)} = \int_{S^{(\nu)}} (\mathbf{e}_{(p)}^{(\nu)} \wedge \mathbf{h}_{(q)}^{(\nu)}) \hat{\mathbf{z}}^{(\nu)} dS = \delta_{pq}, \quad (4.1.12)$$

donde $\hat{\mathbf{z}}^{(\nu)}$ es el vector unitario normal a la sección transversal de la guía.

Para determinar la matriz de *scattering* del sistema, consideraremos que el plano de referencia de cada guía está situado sobre el correspondiente puerto de excitación de la cavidad, $z^{(\nu)} = 0$, resultando

$$\mathbf{E}_t^{(\nu)} = \sum_q b_q^{(\nu)} \mathbf{e}_{(q)}^{(\nu)}, \quad (4.1.13a)$$

$$\mathbf{H}_t^{(\nu)} = \sum_q c_q^{(\nu)} \mathbf{h}_{(q)}^{(\nu)}, \quad (4.1.13b)$$

donde los coeficientes $b_q^{(\nu)}$ y $c_q^{(\nu)}$ son

$$\begin{aligned} b_q^{(\nu)} &\equiv a_q^{(\nu)+} + a_q^{(\nu)-}, \\ c_q^{(\nu)} &\equiv a_q^{(\nu)+} - a_q^{(\nu)-}. \end{aligned} \quad (4.1.14)$$

El siguiente paso en nuestra formulación es sustituir las componentes transversales del campo eléctrico en cada puerto dadas por (4.1.13a) en las expansiones modales (4.1.10), obteniendo las siguientes expresiones,

$$\begin{aligned} E_i &= \sum_{\nu=1}^N \frac{k_i}{k_0^2 - k_i^2} \sum_q b_q^{(\nu)} \alpha_{i,q}^{(\nu)}, \\ F_i &= 0, \\ H_i &= \frac{i\omega\epsilon_0}{k_i} E_i \\ G_i &= \sum_{\nu=1}^N \frac{i}{\omega\mu_0} \sum_q b_q^{(\nu)} \sigma_{i,q}^{(\nu)}, \end{aligned} \quad (4.1.15)$$

donde $\alpha_{i,q}^{(\nu)}$ y $\sigma_{i,q}^{(\nu)}$ representan los coeficientes de acoplo entre los modos de la cavidad y los modos de las guías conectadas en cada puerto,

$$\begin{aligned}\alpha_{i,q}^{(\nu)} &\equiv -\left\langle \mathbf{e}_{(q)}^{(\nu)}, \mathbf{H}_{(i)} \right\rangle^{(\nu)}, \\ \sigma_{i,q}^{(\nu)} &\equiv -\left\langle \mathbf{e}_{(q)}^{(\nu)}, \mathbf{G}_{(i)} \right\rangle^{(\nu)}.\end{aligned}\quad (4.1.16)$$

A continuación, hemos de aplicar las condiciones de contorno de las componentes transversales del campo magnético en la interfase de cada puerto,

$$\mathbf{H}|_{S^{(\nu)}} = \mathbf{H}_t^{(\nu)}. \quad (4.1.17)$$

Sustituyendo en la expresión anterior las ecuaciones (4.1.7b) y (4.1.13b) obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones,

$$\sum_i H_i \mathbf{H}_{(i)} + \sum_i G_i \mathbf{G}_{(i)} = \sum_q c_q^{(\nu)} \mathbf{h}_{(q)}^{(\nu)}, \quad (4.1.18)$$

y multiplicando escalarmente por el modo $\mathbf{e}_{(p)}^{(\nu)}$, por la izquierda, de acuerdo con la definición 3.1.9, resulta

$$\left\langle \mathbf{e}_{(p)}^{(\nu)}, \sum_i H_i \mathbf{H}_{(i)} + \sum_i G_i \mathbf{G}_{(i)} \right\rangle^{(\nu)} = \left\langle \mathbf{e}_{(p)}^{(\nu)}, \sum_q c_q^{(\nu)} \mathbf{h}_{(q)}^{(\nu)} \right\rangle^{(\nu)}. \quad (4.1.19)$$

Teniendo en cuenta las relaciones de biortogonalidad (4.1.12) que verifican los modos de cada guía, el segundo término de la igualdad (4.1.19) es directamente el coeficiente $c_p^{(\nu)}$, mientras que el primer término lo podemos desarrollar en función de los coeficientes H_i y G_i dados por (4.1.15), transformando nuestro problema en un sistema de ecuaciones lineales; de forma que

$$\sum_{\mu=1}^N \sum_{q=1}^{Q(\mu)} P_{p,q}^{(\nu,\mu)} b_p^{(\mu)} = c_p^{(\nu)}, \quad (4.1.20)$$

donde $Q(\mu)$ es el número de modos excitados —tanto propagantes como evanescentes— en la guía μ . Cada uno de los elementos de matriz $P_{p,q}^{(\nu,\mu)}$ se calcula mediante la expresión

$$P_{p,q}^{(v,\mu)} = \sum_i \frac{-i\omega\varepsilon_0}{k_0^2 - k_i^2} \alpha_{i,p}^{(v)} \alpha_{i,q}^{(\mu)} + \frac{-i}{\omega\mu_0} \sum_i \sigma_{i,p}^{(v)} \sigma_{i,q}^{(\mu)}. \quad (4.1.21)$$

Finalmente, para resolver el sistema de ecuaciones (4.1.20) lo vamos a reescribir en forma matricial como

$$\begin{pmatrix} P^{(1,1)} & P^{(1,2)} & \dots & P^{(1,N)} \\ P^{(2,1)} & P^{(2,2)} & \dots & P^{(2,N)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P^{(N,1)} & P^{(N,2)} & \dots & P^{(N,N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b^{(1)} \\ b^{(2)} \\ \vdots \\ b^{(N)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^{(1)} \\ c^{(2)} \\ \vdots \\ c^{(N)} \end{pmatrix} \rightarrow P \cdot b = c, \quad (4.1.22)$$

donde la matriz P está constituida por las submatrices $P^{(v,\mu)}$ —cuyos elementos vienen dados por (4.1.21)— y, de forma análoga, los elementos de los vectores b y c son a su vez los vectores $b^{(\mu)}$ y $c^{(v)}$, respectivamente —dados, a su vez, por (4.1.14)—. Haciendo uso de la ecuación (4.1.14) se deduce fácilmente que

$$(P + I) \cdot (a^+ + a^-) = 2a^+, \quad (4.1.23)$$

donde I es la matriz identidad de orden $Q_T = Q(1) + Q(2) + \dots + Q(N)$. Tomando como dato inicial el vector a^+ , es decir, la amplitud de los campos entrantes en la cavidad, la solución numérica de (4.1.23) nos proporcionará la amplitud de las ondas reflejadas caracterizada por el vector a^- y, por tanto, los parámetros de *scattering* del sistema.

4.2 Componentes integrados NRD

Siguiendo un esquema análogo a los dos capítulos anteriores, hemos aplicado la técnica de *scattering* propuesta a la caracterización tanto de dispositivos ópticos como de microondas. Así, en la Publicación V hemos analizado diversos componentes integrados de microondas basados en guías NRD —*non-radiative dielectric waveguides*—. En el trabajo se demuestra cómo, en todos ellos, nuestro método proporciona la precisión requerida para reproducir los resultados publicados por otros autores, en nuestro caso con unos requerimientos de cálculo muy reducidos. A modo de ejemplo, se muestran a continuación los resultados obtenidos para un filtro pasa-banda, un adaptador y un filtro elimina-banda.

Filtro NRD pasa-banda

El filtro NRD pasa-banda (figura 4.2.1), que hemos considerado, está constituido por dos guías dieléctricas de entrada y salida situadas entre dos planos conductores cuya separación es inferior a la mitad de la longitud de onda de trabajo, por lo que no hay modos de radiación —de ahí su nombre—; solo existen ondas guiadas en torno al dieléctrico y el resto del espectro de modos está formado por ondas evanescentes. Entre las dos guías NRD se colocan tres postes dieléctricos, tal y como se muestra en la figura 4.2.1. Variando el tamaño de los postes y las distancias entre ellos se puede diseñar un filtro pasa-banda centrado en la frecuencia deseada.

Siguiendo la técnica de análisis propuesta, hemos planteado el problema como el acoplamiento de dos guías NRD a través de una cavidad en cuyo interior estarían los tres postes dieléctricos. Tanto los modos de las guías como los modos solenoidales de la cavidad se han determinado con las técnicas de representación modal estudiadas previamente, mientras que los modos irrotacionales magnéticos de la cavidad se han obtenido de forma analítica.

En la figura 4.2.2 se muestra la variación de la potencia transmitida con la frecuencia, para el sistema de la figura 4.2.1 con $a = 2.7$ mm, $b = 3.5$ mm, $l_1 = l_2 = l_3 = 2.72$ mm, $d_1 = d_4 = 1.6$ mm, $d_2 = d_3 = 3.5$ mm y una constante dieléctrica $\epsilon_r = 2.04$, correspondiente al teflón. La línea continua representa los resultados obtenidos con nuestra técnica de cálculo, mientras que los puntos son las medidas experimentales obtenidas por Yoneyama *et al.* (1981). Con esta configuración el filtro pasa-banda está centrado en una frecuencia de 49.5 GHz y tiene un ancho de banda de 1 GHz, aproximadamente.

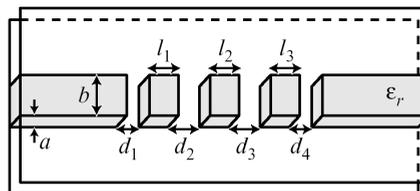


Figura 4.2.1. Esquema de un filtro NRD pasa-banda constituido por tres postes dieléctricos.

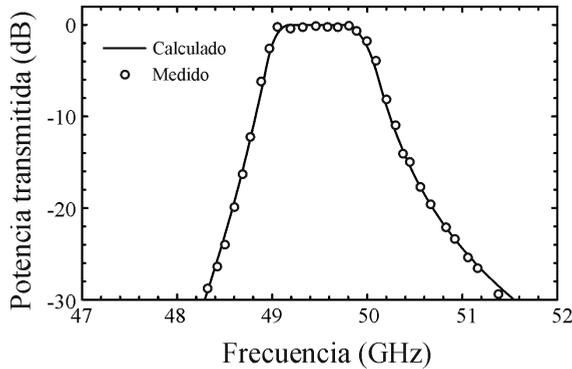


Figura 4.2.2. Potencia transmitida en el filtro NRD pasa-banda representado en la figura 4.2.1.

Este sistema ha sido estudiado con anterioridad por otros autores (Xu *et al.* 1994 y Yoneyama *et al.* 1981) analizando el sistema como una serie de secciones finitas de guías NRD y de guías homogéneas acopladas en cascada. En general, esta técnica se podrá aplicar siempre y cuando el sistema pueda descomponerse en secciones con simetría de traslación, lo que no siempre es posible —por ejemplo, cuando las paredes del dieléctrico no son paralelas como es el caso que veremos a continuación—. Con nuestro método de cálculo hemos conseguido superar esta limitación.

Adaptador NRD lineal

El esquema básico de un adaptador lineal de guías NRD se muestra en la figura 4.2.3. Consiste, básicamente, en la unión de dos guías NRD de ancho b_1 y b_2 , respectivamente, a través de un trapecoide dieléctrico de longitud d y del mismo índice de refracción que el de las guías de entrada y salida. Puesto que las paredes del dieléctrico no son paralelas, sólo se puede aplicar la técnica convencional anteriormente citada recurriendo a la aproximación *staircase*, comúnmente utilizada para el análisis de perfiles irregulares (Xu *et al.* 1998). Esta aproximación se basa en la sustitución del perfil del índice de refracción que une las dos guías por medio de pequeños escalones, siendo tanto más precisa cuantos más escalones se pongan. Por otra parte, cuantos más escalones se incluyan, mayor será el número de secciones de guías a considerar en la simulación, lo que se traduce en un mayor coste computacional.

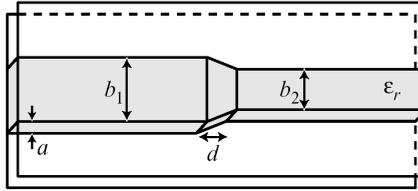


Figura 4.2.3. Esquema de un adaptador lineal de guías NRD.

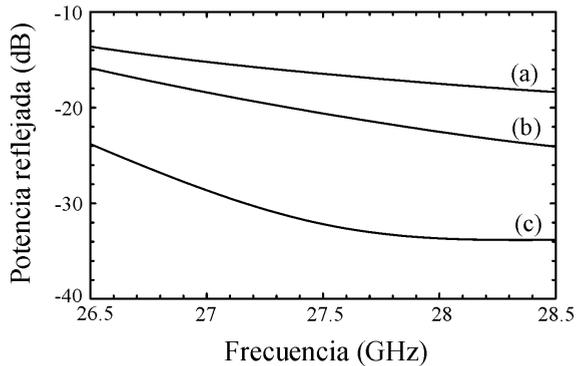


Figura 4.2.4. Potencia reflejada en el adaptador lineal de guías NRD de la figura 4.2.3: (a) $d = 0$, (b) $d = b_2$ y (c) $d = 2b_2$

Con nuestra técnica de cálculo no es necesario realizar ninguna aproximación en el perfil del índice. Basta con introducir el trapecioide dieléctrico en una cavidad y utilizar los modos de la propia cavidad vacía como base en la que poder representar los modos de la cavidad inhomogénea, que incluye el dieléctrico trapecoidal. A continuación procedemos de forma análoga al caso anterior, analizando el acoplamiento de la guías de entrada y salida a través de la cavidad. Así, en la figura 4.2.4 se muestra la potencia reflejada para tres longitudes del adaptador. Para el caso en el que $d = 2b_2$ se produce una fuerte reducción del coeficiente de reflexión —inferior a -24 dB— en comparación a la unión directa de los dos guías, caso $d = 0$.

Filtro NRD elimina-banda

Por último, se presenta un filtro NRD elimina-banda. Este sistema se basa en el concepto de *banda prohibida* que puede exhibir toda estructura periódica. En particular, el filtro elimina-banda que hemos presentado en la Publicación V está cons-

tituido por dos guías NRD entre las que se ha insertado una red periódica tal y como se muestra en la figura 4.2.5. Variando los parámetros geométricos de la red podemos diseñar un filtro elimina-banda centrado en una frecuencia dada. En la figura 4.2.6 se muestra la variación de la potencia transmitida por el sistema de la figura 4.2.5, con $a = 5$ mm, $b = 3.556$ mm, $l = d = b$, $t = 1.5 b$ y una constante dieléctrica $\epsilon_r = 2.56$, en función del número de periodos de la estructura.

Este filtro fue propuesto por Bonne y Wu (2000), quienes calcularon la relación de dispersión de las ondas de Bloch guiadas por la estructura periódica infinita y localizaron su banda prohibida entre 27.3 y 28.4 GHz. Nosotros hemos ido más allá, determinado el espectro de transmisión del sistema para un número finito (N) de periodos de la red, comprobando que son necesarios al menos 15 periodos para obtener un filtro con una atenuación superior a 20 dB en dicho intervalo de frecuencias.

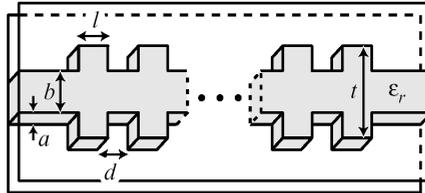


Figura 4.2.5. Filtro elimina-banda basado en guías NRD.

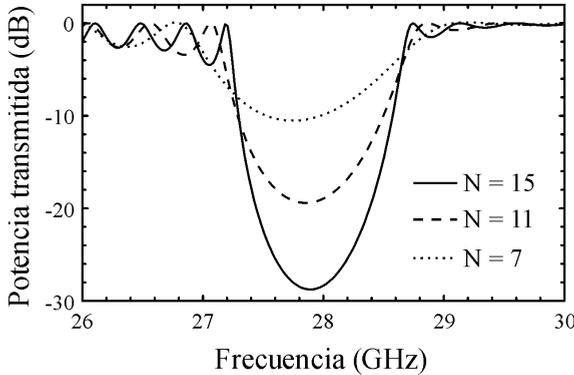


Figura 4.2.6. Espectro de transmisión del filtro elimina-banda mostrado en la figura 4.2.5 para $a = 5$ mm, $b = 3.556$ mm, $l = d = b$, $t = 1.5 b$ y $\epsilon_r = 2.56$, en función del número de periodos, N.

4.3 Transmisión de láminas de cristal fotónico.

En esta sección vamos a resumir los resultados obtenidos en el estudio de la transmisión y reflexión de láminas cristal fotónico unidimensionales. Previamente, en el capítulo 2 —utilizando la técnica de representación modal tridimensional— hemos determinado la relación de dispersión de las ondas de Bloch guiadas por una lámina de cristal fotónico unidimensional con un número infinito de periodos.

Ahora bien, en una estructura realista, no podemos suponer un número infinito de periodos de la red, por lo que el primer ejemplo que presentamos a continuación consiste en la determinación de la transmitancia de una lámina fotónica unidimensional en función del número de periodos de la red, de forma análoga a como hicimos con el filtro NRD elimina-banda.

Láminas de cristal fotónico finitas

El esquema del dispositivo considerado es una lámina de cristal fotónico unidimensional integrada entre dos guías de ondas (figura 4.3.1). En la definición de los parámetros geométricos de la red se ha seguido la misma nomenclatura que en la sección 2.3, pero ahora vamos a considerar un número finito, N , de periodos.

Puesto que la estructura está abierta transversalmente, para poder discretizar el espectro de modos de radiación del sistema, vamos a confinarlo entre dos paredes conductoras paralelas a la lámina. La separación de estas paredes, D , ha de ser lo suficientemente grande como para que no modifique la respuesta del sistema. Cuando determinábamos en la sección 2.3 las ondas de Bloch guiadas por la estructura *infinita*, vimos que con una separación $D \approx 3.2d$ prácticamente no se modificaban las curvas de dispersión, ya que el campo de estos modos estaba muy confinado en la lámina central del sistema que contiene la microestructura. Ahora bien, si lo que nos interesa es el espectro de transmisión de la lámina para un número

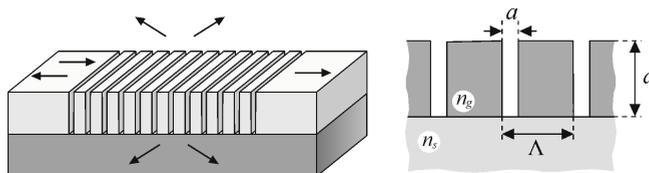


Figura 4.3.1. Lámina de cristal fotónico unidimensional integrada.

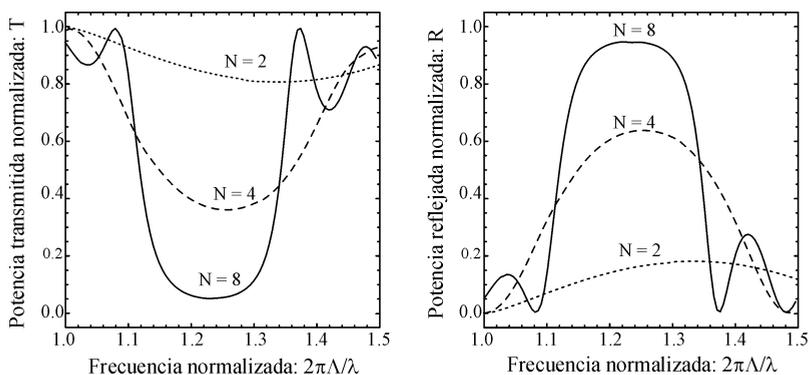


Figura 4.3.2. Espectro de transmisión y reflexión de la lámina de cristal fotónico mostrada en la figura 4.3.1 para diferentes valores del número de periodos de la red.

finito de periodos, hay que tener en cuenta que el sistema radiará energía hacia el sustrato, principalmente, y hacia la cubierta de aire. Si esta energía radiada incide sobre las paredes conductoras que hemos añadido para la simulación, entonces se reflejará dirigiéndose de nuevo hacia el núcleo modificando la respuesta del dispositivo. Para subsanar este problema, hay que separar todavía más las paredes conductoras evitando que las ondas radiadas se reflejen y se superpongan con la onda guiada en el puerto de salida del sistema. Por este motivo, cuantos más periodos pongamos en la red, mayor ha de ser la separación entre las paredes conductoras. Otra posibilidad es la utilización de *paredes absorbentes*. En su forma más sencilla, estas paredes presentan una parte imaginaria del índice de refracción que hace que se atenúe exponencialmente la onda radiada conforme penetra en ella (Lalanne y Silberstein 2000). Aunque nuestra técnica de análisis permite la utilización de paredes absorbentes, hemos dejado para una fase posterior del trabajo su inclusión.

En la figura 4.3.2 se muestra el espectro de transmisión y reflexión de la lámina de cristal fotónico mostrada en la figura 4.3.1. $-d = 0.8\Lambda$, $a = 0.15\Lambda$, $n_g = 3.37$ (GaAs) y $n_s = 1.61$ (Al_xO_y)— para diferentes valores del número de periodos de la red, N . Analizando previamente las curvas de dispersión de las ondas de Bloch guiadas por la correspondiente estructura infinita podemos localizar su PBG entre las frecuencias normalizadas, $2\pi\Lambda/\lambda$, de 1.155 y 1.327. Los espectros mostrados en la figura 4.3.2 muestra cómo conforme vamos aumentando el número de periodos se va formando el PBG disminuyendo el mínimo de la potencia transmitida en este intervalo de frecuencias pasando del 36% para $N = 4$ al 5% para $N = 8$. A diferencia

del filtro NRD elimina-banda analizado en la sección anterior, en el que no hay pérdidas por radiación, ahora la suma de los factores de transmisión, T , y de reflexión, R , no es la unidad —por este motivo se han representado en la figura 4.3.2 las dos magnitudes—. De hecho, podemos determinar las pérdidas por radiación como $1-T-R$, siendo inferiores al 3% para $N = 8$.

Defectos en láminas de cristal fotónico

Los dispositivos basados en láminas de cristal fotónico más característicos son aquellos en los que se introducen defectos en el cristal. Se podrían distinguir dos tipos: puntuales y lineales. En los primeros, la luz queda confinada por el cristal, de manera que el defecto funciona como una cavidad (Krauss *et al.* 1997). El volumen efectivo de las cavidades así formadas puede ser mucho menor que los que se consiguen con materiales convencionales.

En los segundos, la luz se propaga a lo largo de una línea de defectos generados en una lámina de cristal fotónico bidimensional (Chutinan y Noda 2000). Con estas *guías de defectos*, se pueden fabricar circuitos con pérdidas en las curvas mucho menores que las que se producen empleando materiales homogéneos. No obstante, debe tenerse en cuenta la estructura tridimensional del sistema, ya que la microestructura puede evitar las pérdidas por radiación en el plano de la lámina, pero no evita que radie hacia la cubierta o el sustrato.

Aunque de momento no hemos abordado el estudio de láminas con defectos lineales, ya disponemos de resultados preliminares en relación a las propiedades de transmisión y reflexión de láminas de cristal fotónico unidimensionales con defectos puntuales.

Nos hemos centrado en la configuración (véase Fig. 4.3.1) formada por una lámina de GaAs de espesor $d = 280$ nm e índice de refracción $n_g = 3.37$ sobre un sustrato de Al_xO_y , cuyo índice de refracción es $n_s = 1.61$, siendo la cubierta de aire. En la lámina se han considerado un total de 12 surcos de aire de anchura $a = 60$ nm. El espectro de transmisión del sistema se muestra en la figura 4.3.3 en línea discontinua, siendo prácticamente nulo en la región de su PBG, desde 1400 hasta 1700 nm. Si ahora generamos un defecto en la red aumentando la separación entre los dos surcos centrales hasta un valor de 355 nm se obtiene una microcavidad óptica con una resonancia centrada en 1550 nm —línea continua de la figura 4.3.3— y un

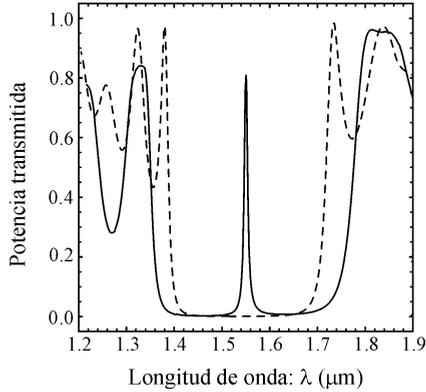


Figura 4.3.3. Espectro de transmisión de la lámina de cristal fotónico mostrada en la figura 4.3.1 (línea discontinua) y espectro de transmisión con un defecto central (línea continua).

factor de calidad $Q = 200$, calculado mediante la expresión $Q = \lambda_r / \Delta\lambda$ (Yariv 1991), donde λ_r es la longitud de onda de la resonancia y $\Delta\lambda$ es el ancho del pico de resonancia a la mitad de su altura. Si quisiéramos aumentar esta magnitud, bastaría con considerar un número mayor de períodos de la red a ambos lados del defecto central.

Una línea de trabajo que parece interesante abordar es el estudio de láminas de cristal fotónico fractales, es decir, láminas con una serie de defectos puntuales distribuidos según un patrón fractal. El interés en este tema se fundamenta en algunos resultados recientes obtenidos en el estudio de la propagación de la luz en el espacio libre, analizando el campo transmitido por algunos objetos difractivos (Furlan *et al.* 2001, 2002, 2003a y 2003c). En particular, se ha comprobado que el campo transmitido por objetos fractales bidimensionales presenta una estructura fractal a lo largo del eje óptico (Saavedra *et al.* 2003 y Furlan *et al.* 2003b). Así mismo, existen algunos resultados interesantes en relación a sistemas multicapa unidimensionales fractales, para el diseño de nuevos resonadores Fabry-Perot (Bertolotti *et al.* 1994).

Capítulo 5

Conclusiones

En esta tesis se ha desarrollado un método de representación modal tridimensional para la obtención del espectro de modos de cavidades inhomogéneas. El método se fundamenta en el hecho de que los modos de una cavidad inhomogénea son solución de una ecuación de valores propios, cuyos operadores son autoadjuntos con la definición adecuada del producto escalar. Con ello, la solución de un problema auxiliar sencillo nos puede proporcionar una base ortogonal para representar matricialmente las ecuaciones diferenciales de otros problemas de mayor complejidad. La obtención de los modos, sus campos y sus frecuencias de resonancia, se reduce a la solución de un problema algebraico de valores propios.

El método propuesto permite calcular los modos de sistemas inhomogéneos formados por materiales dieléctricos que den lugar a distribuciones arbitrarias del índice de refracción. Estos sistemas pueden ser abiertos o cerrados, incluso pueden incluir medios absorbentes cuyos índices de refracción sean complejos.

La validez del método se ha comprobado analizando diferentes sistemas, tanto en el rango óptico (láminas de cristal fotónico) como en el de las microondas (cavidades inhomogéneas), y comparando nuestros resultados con los publicados anteriormente por diferentes autores. Esto nos ha servido para tratar las cuestiones prácticas que surgen en la implementación del método, como son el efecto de una frontera artificial en el estudio de sistemas abiertos y el efecto del número finito de modos de la base auxiliar.

El método desarrollado se caracteriza por su generalidad y una alta versatilidad para tratar problemas no convencionales, lo que hemos aprovechado para estudiar láminas de cristal fotónico en las que las paredes de los surcos están inclinadas,

sistema que no puede ser simulado —o es prácticamente inviable su análisis— mediante otras técnicas más convencionales.

En una segunda parte, nos hemos centrado en el estudio de sistemas dieléctricos con simetría de traslación, particularizando el método modal tridimensional al caso bidimensional y reobteniendo el método modal de las bases biortogonales desarrollado con anterioridad en la Universitat de València. Este método modal bidimensional se ha empleado para estudiar algunas guías que soportan los llamados modos complejos, cuyas constantes de propagación presentan una parte imaginaria aunque no hayan pérdidas en los materiales. Con este método se han obtenido, también, los modos de estructuras guidoras complejas como son las fibras de Bragg, identificando diferentes diseños para los que la dispersión de la velocidad de grupo de estas fibras posee un comportamiento acromático o apocromático, con dispersión positiva, negativa o nula, en diferentes ventanas de longitudes de ondas.

Finalmente, se ha abordado lo que podemos identificar como el objetivo final de la tesis doctoral, esto es, el estudio de las propiedades de transmisión y reflexión de dispositivos inhomogéneos con guías de entrada y salida también inhomogéneas. Para ello, hemos combinado adecuadamente los métodos de representación modal tridimensional y bidimensional con el desarrollo de una nueva técnica para la determinación de los parámetros de *scattering* de los dispositivos. Como aplicación inmediata de esta técnica, hemos analizado, por un lado, el comportamiento de algunos filtros y adaptadores basados en guías NRD de microondas, y por otro, la respuesta de filtros ópticos y microcavidades construidos con láminas de cristal fotónico unidimensionales de tamaño finito y con defectos.

En términos generales, podemos concluir que los métodos modales desarrollados junto a la técnica de *scattering* forman en su conjunto una herramienta de análisis y diseño muy potente. Por ello, esta tesis abre las puertas a múltiples desarrollos y trabajos que, a continuación, paso, muy brevemente, a comentar.

En primer lugar, el estudio de las láminas de cristal fotónico podría extenderse al caso bidimensional, prestando especial atención al efecto que sobre las propiedades de guiado producen las desviaciones en tamaño y forma de los agujeros rellenos de aire. En esta misma dirección, será de gran interés el incluir las pérdidas por radiación en sistemas abiertos mediante la utilización de paredes absorbentes, con la idea de estudiar con la técnica de *scattering* el espectro de transmisión de microca-

vidades y otros dispositivos construidos con láminas de cristal fotónico bidimensionales con uno o varios defectos.

Respecto a las fibras de Bragg y desde un punto de vista práctico, será de gran importancia el estudio de la atenuación de los modos guiados debida a la extensión finita de la envoltura periódica, así como el efecto de las irregularidades en la forma de las coronas coaxiales y en su distribución.

Tanto para el caso de las láminas fotónicas como para el de las fibras de Bragg, y con el objetivo de estudiar el efecto de las imperfecciones de fabricación, como son las irregularidades geométricas en la estructura del sistema, parece muy interesante plantear, en el marco de las técnicas modales aquí desarrolladas, el cálculo de correcciones perturbativas de orden superior.

Finalmente, las técnicas de análisis presentadas nos permitirán desarrollar herramientas de diseño de nuevos filtros de frecuencias en el rango de las microondas formados, básicamente, por varias cavidades inhomogéneas conectadas entre sí.

Referencias

- AFROMOWITZ, M.A. (1974) "Refractive index of $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ ". *Solid State Communications* **15**, 59-63.
- ARGYROS, A., I.M. BASSETT, M.A. VAN ELIJKELNBORG, M.C.J. LARGE y J. ZAGARI (2001). "Ring structures in microstructured polymer optical fibres". *Optics Express* **9**, 813-820.
- ATKIN, D.M., P.St.J. RUSSELL, T.A. BIRKS y P.J. ROBERTS (1996). "Photonic band structure of guided Bloch modes in high index films fully etched through with periodic microstructure". *Journal Modern Optics* **43**, 1035-1053.
- BAILLARGEAT, D., S. VERDEYME, M. AUBOURG y P. GUILLON (1998). "CAD applying the finite-element method for dielectric-resonator filters". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **46**, 10-17.
- BERTOLOTTI, M., P. MASCIULLI y C. SIBILIA (1994). "Spectral transmission properties of a self-similar optical Fabry-Perot resonator". *Optics Letters* **19**, 777-779.
- BOONE, F. y K. WU (2000). "Mode conversion and design consideration of integrated nonradiative dielectric (NRD) waveguide". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **48**, 482-492.
- CASEY, H.C., D.D. SELL y M.B. PANICH (1974). "Refractive index of $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ between 1.2 and 1.8 eV". *Applied Physics Letters* **24**, 63-65.
- CHEN, S. y K.A. ZAKI (1988). "Resonant frequencies of dielectric resonators containing guided complex modes". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **36**, 1455-1457.
- CHUTINAN, A. y S. NODA (2000). "Waveguides and waveguide bends in two-dimensional photonic crystal slabs". *Physical Review B* **62**, 4488-4492.

- COCCIOLI, R., M. BORODITSKY, K.W. KIM, Y. RAHMAT-SAMII, y E. YABLONOVITCH (1998). "Smallest possible electromagnetic mode volume in a dielectric cavity". *IEE Proceedings on Optoelectronics* **145**, 391-397.
- COCCIOLI, R., G. PELOSI y S. SELLERI (1999). "Characterization of Dielectric Materials with the Finite-Element Method". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **47**, 1106-1112.
- COLLIN, R.E. y D.A. KSIENSKI (1987). "Boundary element method for dielectric resonators and waveguides". *Radio Science* **22**, 1155-1167.
- COLLIN, R.E. (1991). *Field theory of guided waves*. IEEE Press.
- CONCIAURO, G., M. GUGLIELMI, y R. SORRENTINO (2000). *Advanced modal analysis*. John Wiley & Sons.
- DJURIŠIĆ, A.B., A.D. RAKIĆ, P.C.K. KWOK, E.H. LI, M.L. MAJEWSKI y J.M. ELAZAR (1999). "Modeling the optical constants of $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ alloys". *Journal of Applied Physics* **86**, 445-451.
- D'URSO, B., O. PAINTER, J. O'BRIEN, T. TOMBRELLO, A. YARIV y A. SCHERER (1998). "Modal reflectivity in finite-depth two-dimensional photonic-crystal microcavities". *Journal of the Optical Society of America B* **15**, 1155-1159.
- EL SABBAGH, M., K.A. ZAKI, H.-W. YAO y M. YU (2001). "Full-wave analysis of coupling between combline resonators and its applications to combline filters with canonical configurations". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **49**, 2384-2393.
- FAN, S., J.N. WINN, A. DEVENYI, J.C. CHEN, R.D. MEADE y J.D. JOANNOPOULOS (1995). "Guided and defect modes in periodic dielectric waveguide". *Journal of the Optical Society of America B* **12**, 1267-1272.
- FAN, S., P.R. VILLENEUVE y J.D. JOANNOPOULOS (1997). "High extraction efficiency of spontaneous emission from slabs of photonic crystals". *Physical Review Letters* **78**, 3294-3297.
- FERRANDO, A., E. SILVESTRE, J.J. MIRET, P. ANDRÉS y M.V. ANDRÉS (1999a). "Full vector analysis of a realistic photonic crystal fiber". *Optics Letters* **24**, 276-278.

- FERRANDO, A., E. SILVESTRE, J.J. MIRET, J.A. MONSORIU, M.V. ANDRÉS y P.ST.J. RUSSELL (1999b). "Designing a photonic crystal fibre with flattened chromatic dispersion". *Electronics Letters* **35**, 325-327.
- FERRANDO, A., E. SILVESTRE, J.J. MIRET y P. ANDRÉS (2000a). "Nearly zero ultraflattened dispersion in photonic crystal fibers". *Optics Letters* **25**, 790-792.
- FERRANDO, A., E. SILVESTRE, J.J. MIRET, P. ANDRÉS y M.V. ANDRÉS (2000b). "Donor and acceptor guided modes in photonic crystal fibers". *Optics Letters* **25**, 1328-1330.
- FERRANDO, A., M. ZACARÉS, P. FERNÁNDEZ DE CÓRDOBA, D. BINOSI y J.A. MONSORIU (2003a). "Spatial solitons formulation in photonic crystal fibers". *Optics Express* **11**(5), 452-459.
- FERRANDO, A., M. ZACARÉS, P. FERNÁNDEZ DE CÓRDOBA, D. BINOSI y J.A. MONSORIU (2003b). "Continuous optical vortices with discrete symmetry". *Physical Review Letters* (en redacción).
- FERRANDO, A., M. ZACARÉS, P. FERNÁNDEZ DE CÓRDOBA, F. GIMÉNEZ, J.A. MONSORIU, D. BINOSI y A. MONTERO (2003c). "A comparative between Fourier and finite difference methods for the study of nonlinear effects in photonic crystal fibers". *Computer Physics Communications* (en redacción).
- FURLAN, W.D., G. SAAVEDRA, J.A. MONSORIU, J.D. PATRIGNANI y E. SILVESTRE (2001). "Axial irradiance computation using the Wigner distribution function: Assessment of the method". *Proceedings of SPIE* **4419**, 321-325.
- FURLAN, W.D., G. SAAVEDRA, J.A. MONSORIU y J.D. PATRIGNANI (2002). "Axial behavior of Cantor rings diffractals". *Proceedings of SPIE* **4829**, 351-352.
- FURLAN, W.D., G. SAAVEDRA, E. SILVESTRE, J.A. MONSORIU y J.D. PATRIGNANI (2003a). "Assesment of a Wigner-distribution-function-based method to computed the polychromatic axial response given by an aberrated optical system". *Optical Engineering* **42**(3), 753-758.
- FURLAN, W.D., G. SAAVEDRA, J.A. MONSORIU y J.D. PATRIGNANI (2003b). "Axial behaviour of Cantor ring diffractals". *Journal of Optics A* **5**, S361-S364.
- FURLAN, W.D., G. SAAVEDRA, y J.A. MONSORIU (2003c). "Fractal zone plates with variable lacunarity". *Applied Optics* (en redacción).

- GOURLEY, P.L. (1994). "Microstructured semiconductor lasers for high-speed information processing". *Nature* **371**, 571-577.
- GUAN, J.-M. y C.-C. SU (1997). "Resonant frequencies and field distributions for the shielded uniaxially anisotropic dielectric resonator by the FD-SIC method". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **45**, 1767-1777.
- HADLEY, G.R. (1998). "Low-truncation-error finite difference equations for photonics simulation II: vertical-cavity surface-emitting lasers". *Journal of Lightwave Technology* **16**, 142-161.
- HARMS, P.H., J.-F. LEE y R. MITTRA (1992). "A study of the nonorthogonal FDTD method versus the conventional FDTD technique for computing resonant frequencies of cylindrical cavities". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **40**, 741-746. Correcciones en *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **40**, 2115-2116 (1992).
- HARRINGTON, R.F. (1993). *Field computation by moment methods*. Piscataway, NJ: IEEE Press.
- HERNÁNDEZ-LÓPEZ, M.A. y M. QUINTILLAN (2000) "Propagation characteristics of modes in some rectangular waveguides using the finite-difference time-domain method". *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* **14**, 1707-1722.
- HO, K.M., C.T. CHAN y C.M. SOUKOULIS (1990). "Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures". *Physical Review Letters* **65**, 3152-3155.
- IBANESCU, M., Y. FINK, S. FAN, E.L. THOMAS y J.D. JOANNOPOULOS (1999). "An all-dielectric coaxial waveguide". *Science* **289**, 415-419.
- JOANNOPOULOS, J.D., R.D. MEADE y J.N. WINN (1995). *Photonic Crystals: Molding the flow of light*. Princeton University Press.
- JOHN, S. (1987). "Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices". *Physical Review Letters* **58**, 2486-2489.
- JOHNSON, S.G., S. FAN, P.R. VILLENEUVE y J.D. JOANNOPOULOS (1999). "Guided modes in photonic crystal slabs". *Physical Review B* **60**, 5751-5758.
- JOHNSON, S.G., P.R. VILLENEUVE, S. FAN y J.D. JOANNOPOULOS (2000). "Linear waveguides in photonic-crystal slabs". *Physical Review B* **62**, 8212-8222.

- KANEDA, N., B. HOUSHMAND y T. ITOH (1997). "FDTD analysis of dielectric resonators with curved surfaces". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **45**, 1645-1649.
- KAPLAN, H. (1997, Agosto). "Semiconductors: Wafers grow, features shrink". *Photonics Spectra*, 94-97.
- KNIGHT, J.C., J. BROENG, T.A. BIRKS y P.ST.J. RUSSELL (1998). "Photonic band gap guidance in optical fibers". *Science* **282**, 1476-1478.
- KNOOP, K.J. R.P. MIRIN, D.H. CHRISTENSEN, K.A. BERTNESS, A. ROSHKO y R.A. SYNOWICKI (1998). "Optical constants of $(Al_{0.98}Ga_{0.02})_xO_y$ native oxides". *Applied Physics Letters* **73**, 3512-3514.
- KOSAKA, H., T. KAWASHIMA, A. TOMITA, M. NOTOMI, T. TAMAMURA, T. SATO y S. KAWAKAMI (1998). "Superprism phenomena in photonic crystals". *Physical Review B* **58**, R10096-R10099.
- KRAUSS, T.F. y R.M. DE LA RUE (1996). "Optical characterization of waveguide based photonic microstructures". *Applied Physics Letters* **68**, 1613-1614.
- KRAUSS, T.F., R.M. DE LA RUE y S. BRAND (1996). "Two dimensional photonic-bandgap structures operating at near-infrared wavelengths". *Nature* **238**, 699-702.
- KRAUSS, T.F., B.VÖGELE, C.R. STANLEY y R.M. DE LA RUE (1997). "Waveguide Microcavity Based on Photonic Microstructures". *IEEE Photonics Technology Letters* **9**, 176-178.
- KUDSIA, C.M., R. CAMERON y W.-C. TANG (1992). "Innovations in microwave filters and multiplexing networks for communications satellite systems". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **40**, 1133-1149.
- KUROKAWA, K. (1969). *An introduction to the theory of microwave circuits*. Academic Press.
- LALANNE, P. y E. SILBERSTEIN (2000). "Fourier-modal methods applied to waveguide computational problems". *Optics Letters* **25**, 1092-1094.
- LEE, W.-Y. y S.-Y. WANG (1995). "Guided-wave characteristics of optical graded-index planar wave-guides with metal cladding: A simple analysis method". *Journal of Lightwave Technology* **13**, 416-421.

- LIANG, X.-P. y K. A. ZAKI (1993). "Modeling of Cylindrical Dielectric Resonators in Rectangular Waveguides and Cavities". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **41**, 2174-2181.
- MAHMOOD, N., B.M. AZIZUR y K.T.V. GRATTAN (1998). "Accurate three-dimensional modal solutions for optical resonators with periodic layered structure by using the finite element method". *Journal of Lightwave Technology* **16**, 156-161.
- MARADUDIN, A.A. y A.R. MCGURN (1994). "Out of plane propagation of electromagnetic waves in a two-dimensional periodic dielectric medium". *Journal of Modern Optics* **41**, 275-284.
- MEADE, R.D., K.D. BROMMER, A.M. RAPPE y J.D. JOANNOPOULOS (1991a). "Electromagnetic Bloch waves at the surface of a photonic crystal". *Physical Review B* **44**, 13772-13774.
- MEADE, R.D., K.D. BROMMER, A.M. RAPPE y J.D. JOANNOPOULOS (1991b). "Photonic bound states in periodic dielectric materials". *Physical Review B* **44**, 10961-10964.
- MEADE, R.D., K.D. BROMMER, A.M. RAPPE y J.D. JOANNOPOULOS (1992). "Existence of a photonic band gap in two dimensions". *Applied Physics Letters* **61**, 845-497.
- MEADE, R.D., A.M. RAPPE, K.D. BROMMER, J.D. JOANNOPOULOS y O.L. ALERHAND (1993). "Accurate theoretical analysis of photonic band-gaps materials". *Physical Review B* **48**, 8434-8437.
- MEKIS, A., J.C. CHEN, I. KURLAND, S. FAN, P.R. VILLENEUVE y J.D. JOANNOPOULOS (1996). "High transmission through sharp bends in photonic crystal waveguides". *Physical Review Letters* **77** 3787-3790.
- MENG, B., J. BOOSKE y R. COOPER (1995). "Extended cavity perturbation technique to determinate the complex permittivity of dielectric material". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **43**, 2633-2636.
- MONSORIU, J.A., E. SILVESTRE, A. FERRANDO, M.V. ANDRÉS y P. ANDRÉS (2001). "Analysis of three-dimensional dielectric structures using an orthonormal-basis method: Thin-film photonic crystal waveguides". *Proceedings of SPIE* **4419**, 478-481.

- MONSORIU, J.A., E. SILVESTRE, A. FERRANDO y P. ANDRÉS (2002). "Dispersion compensated high-index-core Bragg fibers". *Proceedings of SPIE* **4829**, 733-734.
- NOBLE, M.J., J.P. LOEHR, y J.A. LOTT (1998). "Quasi-exact optical analysis of oxide apertured microcavity VCSEL's using finite element". *IEEE Journal of Quantum Electronics* **34**, 2327-2339.
- OMAR, A.S. y K.F. SCHÜNEMANN (1987). "Complex, and backward-modes in inhomogeneously and anisotropically filled waveguides". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **35**, 268-275.
- PAINTER, O.J., A. HUSAIN, A. SCHERER, J.D. O'BRIEN, I. KIM y P.D. DAPKUS (1999a). "Room temperature photonic crystal defect lasers at near-infrared wavelengths in InGaAsP". *Journal of Lightwave Technology* **17**, 2082-2088.
- PAINTER, O., R.K. LEE, A. SCHERER, A. YARIV, J.D. O'BRIEN, P.D. DAPKUS y I. KIM (1999b). "Two-dimensional photonic band-gap defect mode laser". *Science* **284**, 1819-1821.
- PAINTER, O., J. VUCKOVIC y A. SCHERER (1999c). "Defect modes of a two-dimensional photonic crystal in an optically thin dielectric slab". *Journal of the Optical Society of America B* **16**, 275-285.
- PEREDA, J.A., J.E. FERNÁNDEZ DEL RÍO, F. WYSOCKA-SCHILLAK, A. PRIETO y A. VEGAS (1998). "On the use of linear-prediction techniques to improve the computational efficiency of the FDTD method for the analysis of resonant structures". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **46**, 1027-1031.
- RUSSELL, P.St.J. y J.L. ARCHAMBAULT (1996). *Optical Fiber Sensors Components and Subsystems*. Artech House.
- RONG, Y. y K.A. ZAKI (1999). "Full-wave analysis of coupling between Cylindrical combline resonators". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **47**, 1721-1729.
- SAAVEDRA, G., W.D. FURLAN y J.A. MONSORIU (2003). "Fractal zone plates". *Optics Letters* **28**(12), 971-973.
- SIEGMAN, A.E. (1986). *Lasers*. University Science Books.

- SILVESTRE, E., M.V. ANDRÉS y P. ANDRÉS (1998a). “Biorthonormal-basis method for the vector description of optical-fiber modes”. *Journal of Lightwave Technology* **16**, 923-928.
- SILVESTRE, E., P.S.J. RUSSELL, T.A. BIRKS y J.C. KNIGHT (1998b). “Analysis and design of an endlessly single-mode finned dielectric waveguide”. *Journal of The Optical Society of America A* **15**, 3067-3075.
- SILVESTRE, E. (1999). *Método modal vectorial para guías de ondas: Teoría y aplicaciones*. Tesis Doctoral, Universitat de València.
- SILVESTRE, E., M.A. ABIAN, B. GIMENO, A. FERRANDO, M.V. ANDRÉS y V. BORJA (2000a). “Analysis of inhomogeneously filled waveguides using a biorthonormal-basis method”. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **48**, 589-596.
- SILVESTRE, E., J.M. POTTAGE, P.St.J. RUSSELL y P.J. ROBERTS (2000b). “Design of thin-film photonic crystal waveguides”. *Applied Physics Letters* **77**, 942-944.
- SNYDER, A.W. y J.D. LOVE (1983). *Optical Waveguide Theory*. Chapman and Hall.
- STRUBE, J. y F. ARNT (1985). “Rigorous hybrid-mode analysis of the transition from rectangular waveguide to shielded dielectric image guide”. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **33**, 391-401.
- SU, C.-C. y J.-M. GUAN (1994). “Finite difference analysis of dielectric loaded cavities using the simultaneous iteration of the power method with the Chebyshev acceleration technique”. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **42**, 1998-2006.
- TAHERI, M.M. y D. MIRDHEKAR-SYAHKAL (1989). “Accurate determination of modes in dielectric-loaded cylindrical cavities using a one-dimensional finite element method”. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **37**, 1536-1541.
- VAID, J.K., A. PARKASH y A. MANSINGH (1979). “Measurement of dielectric parameters at microwave frequencies by cavity perturbation technique”. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **27**, 791-795.
- VAN BLADEL, J. (1985). *Electromagnetic Fields*. Hemisphere, Washington.

- VILLENEUVE, P.R., S. FAN, J.D. JOANNOPOULOS, K.-Y. LIM, G.S. PETRICH, L.A. KOLODZIEJSKI y R. REIF (1995). "Air-bridge microcavities". *Applied Physics Letters* **62**, 167-169.
- VILLENEUVE, P.R. y M. PICHÉ (1992). "Photonic band gaps in two-dimensional square and hexagonal lattices". *Physical Review B* **46**, 4969-4972.
- WANG, C., K.A. ZAKI, A.E. ATIA y T. DOLAN (1998). "Dielectric combine resonators and filters". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **46**, 2051-2056.
- WEILY, A.R. y A.S. MOHAM (2001). "Microwave filters with improved spurious performance based on sandwiched conductor dielectric resonators". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **49**, 1501-1507.
- WINN, J.N., R.D. MEADE y J.D. JOANNOPOULOS (1994). "Two-dimensional photonic band-gap materials". *Journal of Modern Optics* **41**, 257-273.
- XU, S., X. WU y T. YONEYAMA (1994). "Scattering properties of discontinuities in NRD guide". *IEE Proceedings-Microwaves Antennas and Propagation* **141**, 205-210.
- XU, S.J., X.-Y. ZENG, K. WU y K.-M. LUK (1998). "Characteristics and design consideration of leaky-wave NRD-guides for use as millimeter-wave antenna". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **46**, 2450-2456.
- YABLONOVITCH, E. (1987). "Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics". *Physical Review Letters* **58**, 2059-2062.
- YABLONOVITCH, E., T.J. GMITTER, R.D. MEADE, A.M. RAPPE, K.D. BROMMER y J.D. JOANNOPOULOS (1991). "Donor and acceptor modes in photonic band structures". *Physical Review Letters* **67**, 3380-3383.
- YABLONOVITCH, E. (1993). "Photonic band-gap structures". *Journal of the Optical Society of America B* **10**, 283-295.
- YARIV, A. (1991). *Optical Electronics*. Philadelphia, PA: HRW Saunders.
- YEH, P., A. YARIV y E. MAROM (1978). "Theory of Bragg fiber". *Journal of the Optical Society of America* **68**, 1196-1201.

- YONEYAMA, T., F. KUROKI y S. NICHIDA (1984). "Design of nonradiative dielectric waveguide". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **32**, 1659-1662.
- ZAKI, K.A., S. CHEN y C. CHEN (1988). "Modelling discontinuities in dielectric-loaded waveguides". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **36**, 1804-1810.
- ZHAO, X., C. LIU y L.C. SHEN (1992). "Numerical analysis of a TM_{010} cavity for dielectric measurement". *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **40**, 1951-1959.

Anexo

Publicaciones

Publicación I

Analysis of Dielectric-Loaded Cavities Using an Orthonormal- Basis Method

IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques **50**, pp.
2545-2552 (2002)

Analysis of Dielectric-Loaded Cavities Using an Orthonormal-Basis Method

Juan A. Monsoriu, Miguel V. Andrés, *Member, IEEE*, Enrique Silvestre, Albert Ferrando, and Benito Gimeno, *Member, IEEE*

Abstract—An orthonormal-basis method to analyze dielectric-loaded cavities is proposed. Resonant frequencies and fields are obtained by solving an eigenvalue problem in which the modes of an auxiliary problem define the orthonormal-basis that is used to expand the fields of the original problem. The merit of our approach is to take advantage of some mathematical properties to develop a computationally efficient and versatile method. The accuracy of the method is demonstrated by comparing our results with other results available in the literature.

Index Terms—Dielectric resonators, moment methods.

I. INTRODUCTION

IN THIS PAPER, we develop an orthonormal-basis method specifically well suited for dielectric-loaded cavities. Once Maxwell's equations are written to obtain the frequencies and fields of inhomogeneous cavities by solving an eigenvalue problem, we take the modes of an auxiliary problem as an orthonormal basis to expand the fields of the original problem. Combining such an expansion with the method of moments, we obtain a matrix representation of the differential equation whose eigenvalues and eigenfunctions are the frequencies and the fields of the cavity modes, respectively. Our approach takes advantage of some mathematical properties and leads to a computationally efficient and versatile method as a function of the appropriate choice of the auxiliary problem. Here, we focus on isotropic and nonmagnetic media, but the method could be extended to cover anisotropic and magnetic media as well.

The orthonormal-basis method developed here shows a clear formal parallelism with the bi-orthonormal-basis method previously developed to analyze inhomogeneous waveguides [1], [2].

Dielectric-loaded cavities find increasing applications as microwave filters in satellite and mobile communications because of their small size, low loss, and temperature stability. The tools that are being used to simulate such cavities are basically finite-element techniques [3], finite-difference techniques [4], [5], and moment methods [6]–[9]. Among the moment-method techniques, the main differences arise from the integral or differential equation to be solved and the basis functions that are used for the expansion of the fields. In our case, the formulation of the problem is rather compact and

leads to a standard eigenvalue equation. As we will show, the peculiarities of our approach may give some advantages at specific cases and provide high numerical precision, which is a requirement to model high- Q resonators.

First, we present the theoretical formulation of our method and we discuss some considerations to implement the method and the numerical advantages that can be obtained. We then focus on different examples to compare our results with others reported in the literature.

II. THEORETICAL FORMULATION

From Maxwell's equations, harmonic magnetic and electric fields \mathbf{H} and \mathbf{E} in an inhomogeneously dielectric-filled cavity satisfy the differential equations

$$\left\{ \nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \nabla \times \circ \right] \right\} \mathbf{H} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H} \quad (1)$$

$$\left\{ \frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \nabla \times [\nabla \times \circ] \right\} \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} \quad (2)$$

where an isotropic and nonmagnetic medium is assumed, enclosed by a perfect conductor, whose relative dielectric permittivity is $\varepsilon_r(\mathbf{r})$, and where c and ω are the velocity of light and the angular frequency, respectively.

In addition to (1) and (2), the fields \mathbf{H} and \mathbf{E} have to satisfy the equations

$$\nabla H = 0 \quad (3)$$

$$\nabla[\varepsilon_r(\mathbf{r})\mathbf{E}] = 0. \quad (4)$$

Since our interest is in inhomogeneous cavities and (4) limits the formulation of straightforward field expansions, it is worthwhile to use the displacement field \mathbf{D} to formulate the problem. The differential equations that D has to satisfy are

$$\left\{ \nabla \times \left[\nabla \times \frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \circ \right] \right\} \mathbf{D} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{D} \quad (5)$$

$$\nabla \mathbf{D} = 0 \quad (6)$$

For cavities bounded by perfect electric conductors and filled with a nonabsorbent medium, i.e., $\varepsilon_r(\mathbf{r})$ is a real function, we can define two inner products for the magnetic and displacement fields in the form

$$\langle \mathbf{H}_i | \mathbf{H}_j \rangle_{\mathbf{H}} = \int_V \mathbf{H}_i^* \mathbf{H}_j dV \quad (7)$$

$$\langle \mathbf{D}_i | \mathbf{D}_j \rangle_{\mathbf{D}} = c^2 \int_V \frac{\mathbf{D}_i^* \mathbf{D}_j}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} dV \quad (8)$$

Manuscript received July 5, 2001. This work was supported by the Ministerio de Ciencia y Tecnología under Grant TIC2000-0591-C03-01.

J. A. Monsoriu, M. V. Andrés, and B. Gimeno are with the Departamento de Física Aplicada, Institut de Ciència dels Materials, Universitat de València, E-46100 Burjassot, Spain.

E. Silvestre and A. Ferrando are with the Departamento de D'Òptica, Universitat de València, E-46100 Burjassot, Spain.

Digital Object Identifier 10.1109/TMTT.2002.804648

where $*$ denotes the complex conjugated, Z_0 is the vacuum impedance, and V is the volume of the cavity. Although, at this moment, we consider the specific case of a nonabsorbent medium, we shall see later that our method can be used to obtain the resonances of cavities filled with absorbent media. In this paper, we consider nonmagnetic materials and, for this reason, we can chose the definition of the inner product for the magnetic field equal to the ordinary scalar product. The different definition of the inner products for the displacement and magnetic fields is not arbitrary, but particularly useful because, in this way, if we express (1) and (5) in operator form as follows:

$$\begin{aligned} L_{\mathbf{H}}\mathbf{H} &= \frac{\omega^2}{c^2}\mathbf{H} \\ L_{\mathbf{H}} &\equiv \nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})}\nabla \times \circ \right] \\ L_{\mathbf{D}}\mathbf{D} &= \frac{\omega^2}{c^2}\mathbf{D} \\ L_{\mathbf{D}} &\equiv \nabla \times \left[\nabla \times \frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})}\circ \right] \end{aligned} \quad (9)$$

then we find that the linear operators $L_{\mathbf{H}}$ and $L_{\mathbf{D}}$ are self-adjoint, with respect to their corresponding inner products, and that their eigenfunctions \mathbf{H}_i and \mathbf{D}_i define two orthonormal-basis equations as follows:

$$\langle \mathbf{H}_i | L_{\mathbf{H}}\mathbf{H}_j \rangle_{\mathbf{H}} = \langle L_{\mathbf{H}}\mathbf{H}_i | \mathbf{H}_j \rangle_{\mathbf{H}} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{H}_i | \mathbf{H}_j \rangle_{\mathbf{H}} &= \delta_{ij} \\ \langle \mathbf{D}_i | L_{\mathbf{D}}\mathbf{D}_j \rangle_{\mathbf{D}} &= \langle L_{\mathbf{D}}\mathbf{D}_i | \mathbf{D}_j \rangle_{\mathbf{D}} \\ \langle \mathbf{D}_i | \mathbf{D}_j \rangle_{\mathbf{D}} &= \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (11)$$

In consequence, the eigenvalues $(\omega/c)^2$ will be real and the eigenfunctions can be chosen to be real without loss of generality.

The above basic equations provide the framework of the orthonormal-basis method that we have developed to obtain the frequencies and fields of inhomogeneous cavities. If we provide a matrix representation of the above operators, then the problem is reduced to a standard diagonalization process of the self-adjoint operators $L_{\mathbf{H}}$ and $L_{\mathbf{D}}$. Thus, if we want to solve a problem defined by a cavity of volume V bounded by a perfect electric conductor and filled with an inhomogeneous medium defined by $\varepsilon_r(\mathbf{r})$, all that we need to know is the solution for the same cavity when it is filled with a medium characterized by $\tilde{\varepsilon}_r(\mathbf{r})$. We will refer to this second cavity as the auxiliary system, which may correspond to an empty cavity, a homogeneous cavity, or an inhomogeneous cavity. The auxiliary system will be defined by the operators $\tilde{L}_{\mathbf{H}}$ and $\tilde{L}_{\mathbf{D}}$ and their eigenfunctions define the orthogonal-basis equations $\{\tilde{\mathbf{H}}_i\}_{i=1}^{\infty}$ and $\{\tilde{\mathbf{D}}_i\}_{i=1}^{\infty}$ as follows:

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{\mathbf{H}} &= \nabla \times \left[\frac{1}{\tilde{\varepsilon}_r(\mathbf{r})}\nabla \times \circ \right] \\ \tilde{L}_{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}_i &= \frac{\tilde{\omega}_i^2}{c^2}\tilde{\mathbf{H}}_i \\ \langle \tilde{\mathbf{H}}_i | \tilde{\mathbf{H}}_j \rangle_{\tilde{\mathbf{H}}} &= \delta_{ij} \\ \nabla \tilde{\mathbf{H}}_i &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{\mathbf{D}} &\equiv \nabla \times \left[\nabla \times \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_r(\mathbf{r})}\circ \right] \\ \tilde{L}_{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{D}}_i &= \frac{\tilde{\omega}_i^2}{c^2}\tilde{\mathbf{D}}_i \\ \langle \tilde{\mathbf{D}}_i | \tilde{\mathbf{D}}_j \rangle_{\tilde{\mathbf{D}}} &= \delta_{ij} \\ \nabla \tilde{\mathbf{D}}_i &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

where $(\tilde{\omega}_i/c)^2$ are the corresponding eigenvalues, i.e., the resonant frequencies of the auxiliary system. This auxiliary orthonormal-basis equation will be used to obtain a matrix representation of the problem under consideration. First, we use the auxiliary modes $\tilde{\mathbf{H}}_i$ and $\tilde{\mathbf{D}}_i$ as the basis functions to expand the fields \mathbf{H}_i and \mathbf{D}_i of our problem and let

$$\mathbf{H}_i = \sum_k a_{ik}^{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{H}}_k \quad (14)$$

$$\mathbf{D}_i = \sum_k a_{ik}^{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{D}}_k \quad (15)$$

where $a_{ik}^{\mathbf{H}}$ and $a_{ik}^{\mathbf{D}}$ are the coefficients of the expansion. These expansions insure that \mathbf{H}_i and \mathbf{D}_i satisfy the outer boundary conditions and (3) and (6). Second, we substitute (15) and (16) in (9) and (10) and, following a standard Galerkin moment method, we use the same auxiliary basis functions as testing functions and we take the inner products as defined in (7) and (8). This results in

$$\sum_k L_{\mathbf{H}jk} a_{ik}^{\mathbf{H}} = \frac{\omega_i^2}{c^2} a_{ij}^{\mathbf{H}} \quad (16)$$

$$L_{\mathbf{H}jk} = \langle \tilde{\mathbf{H}}_j | L_{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}_k \rangle_{\tilde{\mathbf{H}}} \quad (17)$$

$$\sum_k L_{\mathbf{D}jk} a_{ik}^{\mathbf{D}} = \frac{\omega_i^2}{c^2} a_{ij}^{\mathbf{D}} \quad (18)$$

$$L_{\mathbf{D}jk} = \langle \tilde{\mathbf{D}}_j | L_{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{D}}_k \rangle_{\tilde{\mathbf{D}}}. \quad (19)$$

$j = 1, 2, 3 \dots$, which can be written in matrix form as follows:

$$[L_{\mathbf{H}}][a^{\mathbf{H}}] = \frac{\omega^2}{c^2}[a^{\mathbf{H}}] \quad (20)$$

$$[L_{\mathbf{D}}][a^{\mathbf{D}}] = \frac{\omega^2}{c^2}[a^{\mathbf{D}}]. \quad (21)$$

$L_{\mathbf{H}jk}$ and $L_{\mathbf{D}jk}$ are the elements that define the matrices $[L_{\mathbf{H}}]$ and $[L_{\mathbf{D}}]$, respectively, and where $a_{ik}^{\mathbf{H}}$ and $a_{ik}^{\mathbf{D}}$ are the elements of the column matrices $[a^{\mathbf{H}}]$ and $[a^{\mathbf{D}}]$. These matrices $[L_{\mathbf{H}}]$, $[L_{\mathbf{D}}]$, $[a^{\mathbf{H}}]$, and $[a^{\mathbf{D}}]$ represent the differential operators $L_{\mathbf{H}}$, $L_{\mathbf{D}}$ and the eigenfunctions \mathbf{H} and \mathbf{D} , respectively. Thus, (19) and (20) are a linear matrix representation of the differential equations (1) and (5). By solving the algebraic eigenvalue problem defined by (19) and (20), we obtain the frequencies and the fields of the cavity modes. In fact, we do not need to solve both equations. As we shall see later, the best option for the type of problem we are considering here is to start by solving (19). The diagonalization of (19) provides the resonant frequencies ω_i and the magnetic fields \mathbf{H}_i in terms of the expansion coefficients $a_{ik}^{\mathbf{H}}$. Using Maxwell's equations, we can

then obtain the expansion coefficients $a_{ij}^{\mathbf{D}}$ of the displacement fields \mathbf{D}_i

$$a_{ij}^{\mathbf{D}} = \frac{\tilde{\omega}_j}{\omega_i} a_{ij}^{\mathbf{H}} \quad (21)$$

with no need of solving (20) to obtain \mathbf{D}_i and the corresponding electric fields \mathbf{E}_i .

III. IMPLEMENTATION OF THE METHOD

In order to implement the method, we need to calculate the elements $L_{\mathbf{H}jk}$ and $L_{\mathbf{D}jk}$ to proceed later to the diagonalization of the matrices. Although (17) and (18) give formal expressions for these elements, we need to develop such expressions in terms of $\varepsilon_r(\mathbf{r})$ and $\tilde{\varepsilon}_r(\mathbf{r})$ that define the problem and auxiliary system. If we consider the operators $F_{\mathbf{H}} \equiv L_{\mathbf{H}} - \tilde{L}_{\mathbf{H}}$ and $F_{\mathbf{D}} \equiv L_{\mathbf{D}} - \tilde{L}_{\mathbf{D}}$

$$F_{\mathbf{H}} \equiv \nabla \times \left[\left(\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} - \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_r(\mathbf{r})} \right) \nabla \times \circ \right] \quad (22)$$

$$F_{\mathbf{D}} \equiv \nabla \times \left[\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} - \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_r(\mathbf{r})} \right) \circ \right] \quad (23)$$

we find that

$$L_{\mathbf{H}jk} = \frac{\tilde{\omega}_j^2}{c^2} \delta_{jk} + \langle \tilde{\mathbf{H}}_j | F_{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{H}}_k \rangle_{\tilde{\mathbf{H}}} \quad (24)$$

$$L_{\mathbf{D}jk} = \frac{\tilde{\omega}_j^2}{c^2} \delta_{jk} + \langle \tilde{\mathbf{D}}_j | F_{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{D}}_k \rangle_{\tilde{\mathbf{D}}} \quad (25)$$

and substituting (22) and (23) into (24) and (25), we obtain

$$L_{\mathbf{H}jk} = \frac{\tilde{\omega}_j^2}{c^2} \delta_{jk} + \tilde{\omega}_j \tilde{\omega}_k \int_V \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_r} \right) \tilde{\mathbf{D}}_j^* \tilde{\mathbf{D}}_k dV \quad (26)$$

$$L_{\mathbf{D}jk} = \frac{\tilde{\omega}_j^2}{c^2} \delta_{jk} + \tilde{\omega}_j^2 \int_V \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_r} \right) \tilde{\mathbf{D}}_j^* \tilde{\mathbf{D}}_k dV. \quad (27)$$

Equations (26) and (27) permit a calculation of the elements $L_{\mathbf{H}jk}$ and $L_{\mathbf{D}jk}$ in terms of the frequencies and the electric fields of the modes of the auxiliary system. The key contributions are the second terms, which can be regarded as coupling coefficients between modes of the auxiliary basis. Such a coupling exists because of the differences between the dielectric function of the problem and that of the auxiliary system, i.e., the factor $(\varepsilon_r^{-1} - \tilde{\varepsilon}_r^{-1})$. These equations show with clarity some important properties. On the one hand, $[L_{\mathbf{H}}]$ is a Hermitian matrix since $L_{\mathbf{H}jk} = (L_{\mathbf{H}kj})^*$. In addition, the eigenfunctions of the auxiliary system can be chosen to be real to insure that all the products $\tilde{\mathbf{D}}_j^* \tilde{\mathbf{D}}_k$ are real as well. Thus, the $[L_{\mathbf{H}}]$ matrix will be real and symmetric. On the other hand, $[L_{\mathbf{D}}]$ is not a Hermitian matrix. For this reason, if we want to implement the method efficiently, the best option is to start solving the problem for the magnetic field. This option permits to take advantage of the properties of the $[L_{\mathbf{H}}]$ matrix. Later, we can compute the displacement and electric fields using (21).

The way in which we implement the method leads to a standard algebraic linear eigenvalue problem where the matrix representation of the operator is real and symmetric. This is a clear

advantage with respect other modal methods in which a generalized eigenvalue equation has to be solved with non-Hermitian matrices [6]. The computing time difference between solving a standard eigenvalue problem and solving a generalized eigenvalue problem is around 15% less. If we consider the amount of available memory in the computer, e.g., 1.6 GB, the use of a real and symmetric matrix permits to diagonalize a matrix of the order of $20\,723 \times 20\,723$, while if the matrix is real, but nonsymmetric, the maximum order would be $14\,654 \times 14\,654$ and, in addition, the diagonalization of the first matrix takes less than 50% time than what is required by the second matrix. Therefore, the implementation of the orthonormal-basis method that we present in this paper combines the possibility of using a larger number of basic functions with less computing time requirements than other similar modal methods.

The choice of the auxiliary basis is an important point for an efficient implementation of the method. On the one hand, one has to consider the number of basis functions that may be required to achieve a given accuracy of the solution and the size of the matrix that can be diagonalized. On the other hand, one has to consider as well the interest of an easy and accurate evaluation of the matrix elements. If the memory available in the computer is of the order of 1 GB, it appears worthwhile to focus on an easy and analytical evaluation of the matrix elements, and then the accuracy will be determined by the number of basis functions used to expand the fields.

Although we have considered up to now the case of cavities filled with nonabsorbent materials, it is possible to obtain, as well, the resonances of lossy cavities using the modal method developed here. The key point is to realize that all what is needed to obtain a matrix representation of the operator of a given problem is the right choice of the auxiliary system. If the modes of the auxiliary system defines an orthonormal basis, then the expansion of the fields in terms of the auxiliary modes and the application of the Galerkin moment method permit to obtain a matrix representation of the operator, even for the case of a lossy cavity. Now, none of the differential operators $L_{\mathbf{H}}$ and $L_{\mathbf{D}}$ will be Hermitian and some of the previously referred numerical properties, which appeared as specific advantages of our approach, will not apply. However, the problem to be solved is still a standard linear eigenvalue system. In any case, we can always carry out most of the simulation and the design work by neglecting the cavity losses. The losses can be taken into account in the final part of the calculation, either following the above approach or a perturbative method [10].

IV. NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSION

A. Cylindrical Cavity Loaded With a Dielectric Rod

The first case that we want to consider in order to test the method and to discuss its implementation is a cylindrical cavity loaded with a dielectric rod that extends along the cavity length [see Fig. 1(a)]. This is an inhomogeneous cavity with an analytical solution, thus providing us with the possibility of an accurate evaluation of the precision of the method.

We have chosen the modes of an empty cylindrical cavity as the auxiliary basis to implement the method. These auxiliary modes are denoted typically as $\text{TE}_{\text{nm}p}$ and $\text{TM}_{\text{nm}p}$ [11].

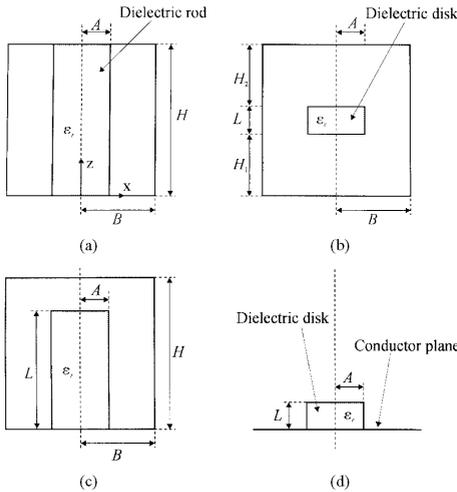


Fig. 1. Configuration of different dielectric resonators. (a) Cylindrical cavity loaded with a dielectric rod. (b) Cylindrical cavity loaded with a dielectric disk. (c) Dielectric combine resonator with a cylindrical enclosure. (d) Dielectric disk resonator on a conductor plane.

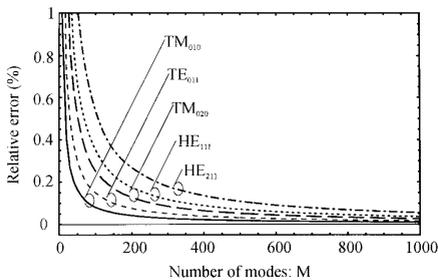


Fig. 2. Relative error of the resonant frequencies of a cylindrical cavity loaded with a dielectric rod as a function of the number of modes of the auxiliary system.

We consider each azimuthal and longitudinal orders n and p separately since the coupling between modes of different azimuthal and longitudinal orders is zero. In addition, we take the dependence of the modes on the azimuthal angle in the form $\exp(\pm jn\phi)$. Although this choice makes the auxiliary modes to be complex, the $L_{\mathbf{H}}$ operator will remain real and symmetric because of the specific form of (26).

The choice of this auxiliary system permits an analytical evaluation of the elements of the matrix that represents the $L_{\mathbf{H}}$ operator. Thus, the precision of the method will be determined by the number of auxiliary modes used for the expansion of the fields. Fig. 2 shows the convergence of the solution as a function of the number of auxiliary modes at a constant azimuthal order n for five modes of different azimuthal and radial symmetries.

We can see in Fig. 2 that a relative error smaller than 1% is achieved with less than 100 auxiliary modes, which is a practically instantaneous calculation in a Cray-Silicon Graphics Origin-2000 machine. Even with such a small number of aux-

TABLE I
COMPARISON OF THE LOWER ORDER RESONANT FREQUENCIES (IN GIGAHERTZ) FOR THE CYLINDRICAL CAVITY LOADED WITH A DIELECTRIC ROD ($\epsilon_r = 37.6$, $A = 1.00076$ cm, $B = 1.27$ cm, $H = 1.397$ cm)

Mode	Analytical solution	Present Technique		Other method [12]
		Absolute value	Relative error (%)	
TM_{010}	1.49732	1.49738	0.004	1.47
TM_{110}	2.43331	2.43344	0.005	2.38
HE_{111}	2.50206	2.50228	0.009	2.48
TE_{011}	3.02686	3.02701	0.005	—
TM_{210}	3.32795	3.32818	0.007	—
TM_{011}	3.38932	3.38960	0.008	3.38
HE_{211}	3.42508	3.42552	0.013	3.38
TM_{020}	3.59190	3.59215	0.007	—
HE_{121}	3.81776	3.81820	0.012	3.79

iliary modes, our results are better than others reported in the literature obtained with a finite-difference time-domain method [12], [13] or with a finite-element method [14]. However, by increasing the number of auxiliary modes, the errors decrease further, beyond 0.1% when 1000 auxiliary modes are used. In this case, the calculations take several seconds. Table I compares the nine lower resonant frequencies obtained with our orthonormal-basis method with the analytical solution obtained with a standard boundary value method. We can see that the difference is always smaller than 0.02% when 5000 auxiliary modes are used to expand the fields. Now it takes 15 min to solve each azimuthal order. We include in Table I the values reported in [12] and [13].

Since the method provides the modal fields in addition to the frequencies of resonance, we have included in Fig. 3 some of them as an example. In this case, we show the magnetic and electric fields of the HE_{111} resonant mode. This is a hybrid mode whose fields are a combination of TE and TM modes of the auxiliary basis of azimuthal and longitudinal orders $n = 1$ and $p = 1$, respectively. Fig. 3 includes two plots to illustrate the right behavior of the fields around the boundaries. In Fig. 3(e), we can see a case in which the x -component of the electric field is normal to the dielectric surface and it exhibits a discontinuity. In Fig. 3(f), we can see a case in which it is parallel to the boundary and the field is continuous, although a Gibbs effect shows up.

B. Cylindrical Cavity Loaded With a Dielectric Disk

The second structure that we analyze is shown in Fig. 1(b) and consists of a cylindrical cavity symmetrically loaded with a dielectric disk. In this case, we use the same auxiliary basis than in the previous case, i.e., the modes of the empty cavity. This option again leads to analytical expressions for the elements of the matrix $L_{\mathbf{H}}$.

This inhomogeneous cavity has been extensively used to test and compare different methods of analysis. We can compare our results with others obtained with a mode-matching method [15], a finite-element method [14], a finite-difference time-domain method [12], [13], and a frequency-domain finite-difference method [16]. Table II presents a list of all these results. In

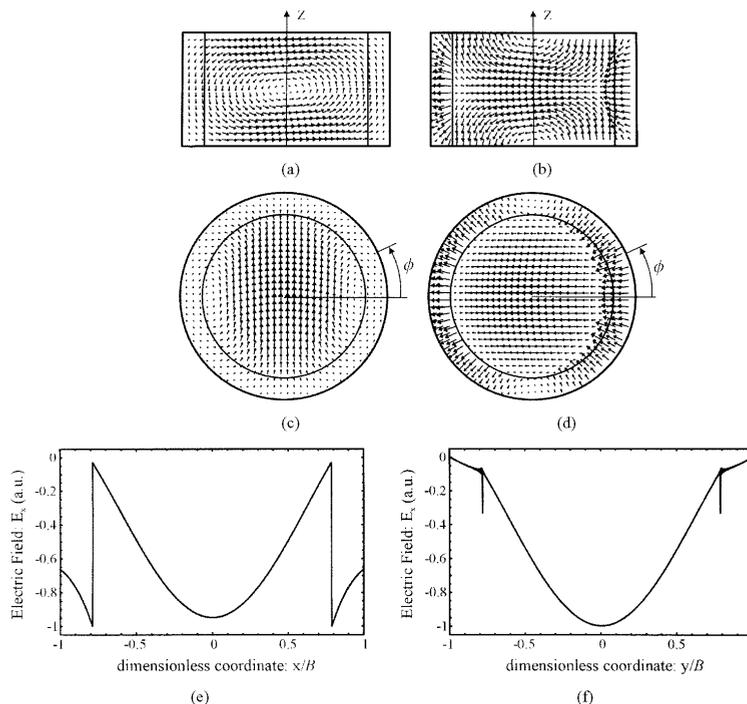


Fig. 3. Field distribution of the HE_{111} mode of a cylindrical cavity loaded with a dielectric rod. (a) Magnetic field at $\phi = \pi/2$. (b) Electric field at $\phi = 0$. (c) Magnetic field at $z = 0$. (d) Electric field at $z = H/2$. (e) x -component of the electric field along the x -axis at $z = H/2$. (f) x -component of the electric field along the y -axis at $z = H/2$.

the fourth column, we include the relative difference between our results and the results provided in [16]. In [16], an iterative method is used to solve the system of equations and the convergence with the number of iterations is insured, although there are other approximations in the method, such as the size of the grid, that may be responsible for the differences that we find in Table II with respect to our method. In the case of our method, all the figures of the numerical results shown in Table II should be virtually correct since the integral have been computed analytically and the convergence with the number of auxiliary modes has been insured. Our results have been computed with 10 000 auxiliary modes, which takes 140 min per azimuthal order.

At this point, it is worthwhile to discuss some characteristics of the orthonormal-basis method that we present here. We find that the method works with the same efficiency both when the fields of the resonances have TE or TM structures and when they are hybrid modes, and that there is no specific difficulty to deal with geometrical singularities at dielectric corners and, therefore, there is no need to smooth the corners to model a dielectric resonator. In addition, our method is free of spurious modes.

C. Dielectric Comblin Resonator

The third example that we consider is a dielectric comblin resonator defined by a dielectric rod, mounted in a longer cylin-

drical enclosure $H > L$, as shown in Fig. 1(c). In this case, we have chosen the same auxiliary modes as in previous examples.

We find a good agreement between our results and those obtained with a rigorous mode-matching method [17]. Following the notation of [17], Fig. 4 gives the frequencies of resonance of the TM_{01} , TM_{02} , TE_{01} , HE_{11} , and HE_{12} modes as a function of the radius of the dielectric rod, which is in good agreement with [17].

The evaluation of losses in dielectric loaded resonators is an important point because, in general, dielectric loaded resonators have very low loss. It is precisely this property that is the most appealing feature of dielectric comblin resonators when compared to conventional comblin resonators. As was mentioned in Section III, the orthonormal-basis method that we present here can be applied to cavities loaded with lossy dielectrics, i.e., dielectrics with a loss tangent $\tan \delta$ different from zero. In order to illustrate this feature, we have computed the complex eigenvalues of the non-Hermitian operator L_H corresponding to a dielectric comblin resonator with a lossy dielectric rod ($\epsilon_r = 36.0$, $\tan \delta = 4.0 \times 10^{-5}$, $H = 32.00$ mm, $B = 19.05$ mm, $L = 30.48$ mm, $A = 7.112$ mm). A complex eigenvalue gives rise to a complex frequency of resonance $\omega = \omega' + j\omega''$, whose imaginary part determines the Q factor $Q = \omega' / (2\omega'')$. In this example, we compute $Q = 45\,460$ for the fundamental resonance ($\omega' = 1.879$ GHz). Since the cavity is a low-loss system,

TABLE II
COMPARISON OF THE LOWER ORDER RESONANT FREQUENCIES (IN GIGAHERTZ) FOR THE CYLINDRICAL CAVITY LOADED WITH A DIELECTRIC DISK ($\epsilon_r = 35.74$, $A = 0.8636$ cm, $B = 1.295$ cm, $L = 0.762$ cm, $H_1 = H_2 = 0.381$ cm)

Mode	[15]	Present Technique		Other methods		
		Absolute value	Relative difference (%)	[13]	[12]	[14]
TE ₀₁	3.429	3.444	0.44	3.435	3.53	3.428
TE ₀₂	5.412	5.458	0.85	5.493	—	5.462
TE ₀₃	5.908	5.944	0.61	—	—	5.93
TE ₀₄	7.497	7.568	0.94	—	—	—
TE ₀₅	8.015	8.100	1.05	—	—	—
TE ₀₆	8.581	8.649	0.79	—	—	—
TM ₀₁	4.542	4.568	0.57	4.601	4.53	4.551
TM ₀₂	6.361	6.384	0.36	—	—	—
TM ₀₅	7.254	7.323	0.95	—	—	7.26
TM ₀₄	7.641	7.685	0.57	—	—	—
TM ₀₅	9.093	9.169	0.83	—	—	—
TM ₀₆	9.942	10.031	0.89	—	—	—
HE ₁₁	4.205	4.251	1.09	4.271	3.90	4.224
HE ₁₂	4.310	4.358	1.11	4.373	4.17	4.326
HE ₁₃	5.662	5.753	1.59	—	—	5.74
HE ₁₄	5.924	5.986	1.04	—	—	5.94
HE ₁₅	6.331	6.397	1.04	—	—	6.36
HE ₁₆	7.213	7.269	0.77	—	—	—
HE ₂₁	4.992	5.041	0.98	—	—	5.00
HE ₂₂	5.311	5.353	0.78	—	—	5.33
HE ₂₃	6.943	7.015	1.03	—	—	—
HE ₂₄	7.285	7.402	1.59	—	—	—
HE ₂₅	7.355	7.423	0.92	—	—	—
HE ₂₆	8.208	8.280	0.87	—	—	—
HE ₃₁	5.843	5.896	0.90	—	—	5.85
HE ₃₂	6.386	6.432	0.72	—	—	6.40
HE ₃₃	7.901	7.981	1.01	—	—	—
HE ₃₄	8.098	8.212	1.40	—	—	—
HE ₃₅	8.453	8.525	0.85	—	—	—
HE ₃₆	9.365	9.440	0.80	—	—	—

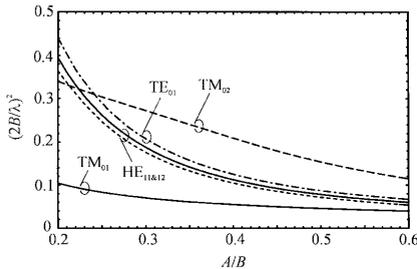


Fig. 4. Normalized resonant frequencies of a dielectric combine resonator as a function of the normalized radius of the dielectric rod.

we can validate this result with a standard perturbative calculation, using the fields of the ideal cavity to compute the losses in the dielectric. Thus, we obtain $Q = 45\,440$, which is in good agreement with our previous calculation.

D. Dielectric Disk Resonator on a Conductor Plane

The resonant frequencies of a dielectric disk placed on a conductor plate [see Fig. 1(d)] can be found with the present method by adding a metallic enclosure to define a finite cavity. In some cases, such an enclosure has no real existence and we will be interested in being able to insure that it has no significant effect on the true disk resonances. In other cases, the enclosure can be a physical shield by being part of the system. However,

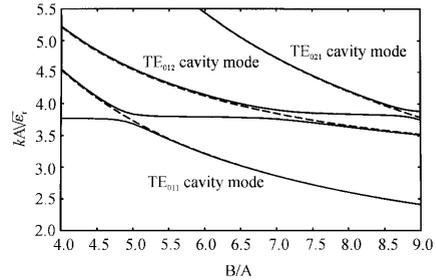


Fig. 5. Normalized resonant wavenumbers of a shielded dielectric disk as a function of the normalized radius of the enclosure.

the enclosure introduces always its cavity modes as additional resonances, which may exhibit a strong coupling with the resonances of the dielectric disk when they are close. In consequence, in both situations, one needs to control the effects of such a coupling either to know which geometries may modify substantially the properties of the disk as a resonator or to know when we may wrongly compute the resonances of the ideal unshielded disk. The dependence of the resonant modes on the size of the enclosure is specifically important in this case.

In order to formulate the method, a shielded dielectric disk can be regarded as a dielectric combine resonator described in Fig. 1(c). Now H and B will be larger than L and A . Fig. 5 presents the normalized wavenumber of the resonances of the system as a function of the normalized radius of the enclosure. The present method gives the resonances of the disk and cavity, and shows the strong coupling that some of them exhibit. We can identify in Fig. 5 the resonances of the disk as those that are virtually independent of the enclosure radius. Fig. 5 includes the resonances of an empty enclosure (dashed lines) for an easy identification of the empty cavity modes. Our results show a good agreement with those obtained with a boundary-element method [18].

E. Rectangular Cavity Loaded With a Dielectric Disk

The last example that we want to include is the case of a rectangular cavity loaded with a dielectric disk (see Fig. 6). This case is closely related to the cylindrical cavity loaded with a dielectric disk that has been previously discussed. The use of a rectangular enclosure instead of a coaxial cylinder makes an accurate simulation rather more difficult. However, the rectangular enclosure has a specific interest when coupling several cavities to design high-order filters because of the modeling of the coupling slots and good mechanical stability.

To model this case, we have chosen the modes of an empty rectangular cavity as the auxiliary basis, i.e., the well-known TE_{tmp} and TM_{tmp} modes [19]. As before, this choice permits an analytical evaluation of the elements of the matrix L_{H} .

Using the present technique, no staircasing procedure is required to simulate curved dielectric surfaces. The implementation of the method for this case has an important difference with respect to previous cases. Now, the modes of the problem and the auxiliary modes do not share a given symmetry and, as a consequence, the diagonalization of the matrix cannot be reduced

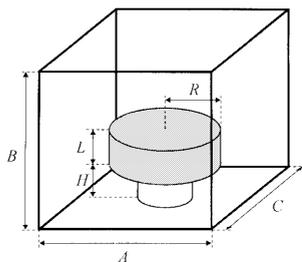


Fig. 6. Configuration of a dielectric disk resonator in a rectangular cavity.

TABLE III
COMPARISON OF THE RESONANT FREQUENCY (IN GIGAHERTZ) OF THE $HEM_{11\delta}$ MODE FOR DIFFERENT DIELECTRIC DISKS IN A RECTANGULAR ENCLOSURE ($A = B = 2.54$ cm, $C = 2.377$ cm, $H = 0.699$ cm, $\epsilon_r = 38$)

Disk size		Theoretical simulations				Experimental
R (cm)	L (cm)	Present Technique	[5]	[19]	[20]	[20]
0.831	0.554	4.391	4.388	4.40	4.388	4.382
0.875	0.584	4.168	4.163	4.17	4.161	4.153
0.961	0.643	3.762	3.725	3.78	3.721	3.777

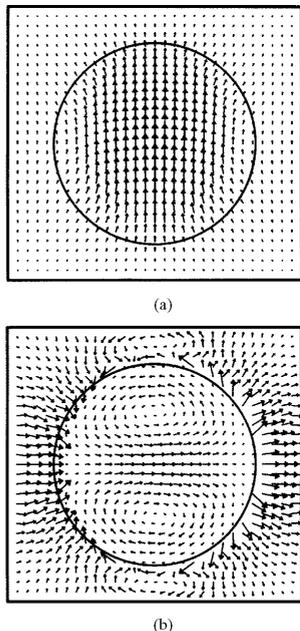


Fig. 7. Modal field distribution for the $HEM_{11\delta}$ mode of a dielectric disk resonator in a rectangular cavity, at the central cross section of the disk with $A = B = 2.54$ cm, $C = 2.377$ cm, $H = 0.699$ cm, $\epsilon_r = 38$, $R = 0.875$ cm, and $L = 0.584$ cm. (a) Magnetic field. (b) Electric field.

to the diagonalization of a series of submatrices, as we did in the previous cases considering each azimuthal order separately. Thus, to achieve a given numerical accuracy, we need a relatively higher number of modes than in previous cases.

We have used 20 000 auxiliary modes to compute the results that we present in Table III. Table III is a comparison between our results and the data obtained with a finite-difference time-domain method [5], [20] and a mode-matching method [21], as well as with the experimental values reported in [21]. A very good agreement is shown in Table III. In our simulation, we have assumed that the support of the dielectric disk has $\epsilon_r = 1$, as in the simulations we use for comparison. Fig. 7 gives the modal field distribution for the first $HEM_{11\delta}$ mode, which agrees with the results reported in [20] and [21].

V. CONCLUSION

The orthonormal-basis method that has been formulated in this paper is an efficient method to analyze inhomogeneous cavities. The method has been verified by comparing the results with theoretical and experimental data available in the literature for both cylindrical and rectangular enclosures filled with dielectric rods. Our theoretical approach has not been limited to lossless dielectrics and we have provided an example to demonstrate the capability of the method to include the dielectric losses directly in its formulation. The method is free of spurious modes and uses no staircase approximation to deal with curved surfaces of the dielectrics. In fact, in most cases, such as in the examples that have been provided in this paper, the method can be formulated analytically, insuring a high numerical accuracy; the finite number of modes used for the expansion of the fields being the only numerical approximation.

REFERENCES

- [1] E. Silvestre, M. V. Andrés, and P. Andrés, "Biorthonormal-basis method for the vector description of optical-fiber modes," *J. Lightwave Technol.*, vol. 16, pp. 923–928, May 1998.
- [2] E. Silvestre, M. A. Abiá, B. Gimeno, A. Ferrando, M. V. Andrés, and V. E. Boria, "Analysis of inhomogeneously filled waveguides using a bi-orthonormal-basis method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 589–596, Apr. 2000.
- [3] D. Baillargeat, S. Verdeyme, M. Aubourg, and P. Guillon, "CAD applying the finite-element method for dielectric-resonator filters," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, pp. 10–17, Jan. 1998.
- [4] J. M. Guan and C. C. Su, "Resonant frequencies and field distributions for the shielded uniaxially anisotropic dielectric resonator by the FD-SIC method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, pp. 1767–1777, Oct. 1997.
- [5] W. Yu and R. Mittra, "Resonant frequencies and field distributions for the shielded uniaxially anisotropic dielectric resonator by the FD-SIC method," *IEEE Microwave Wireless Comp. Lett.*, vol. 11, pp. 25–27, Jan. 2001.
- [6] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1993, pp. 172–188.
- [7] J. Krupta, "Resonant modes in shielded cylindrical ferrite and single-crystal dielectric resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 37, pp. 691–697, Apr. 1989.
- [8] S. L. Lin and G. W. Hanson, "An efficient full-wave method for analysis of dielectric resonators possessing separable geometries immersed in inhomogeneous environments," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 84–82, Jan. 2000.
- [9] C. Wang and K. A. Zaki, "Generalized multilayer anisotropic dielectric resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 60–66, Jan. 2000.
- [10] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2nd ed. New York: Wiley, 1975, pp. 356–360.
- [11] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. New York: Wiley, 1989, pp. 352–394.

- [12] P. H. Harms, J. F. Lee, and R. Mittra, "A study of the nonorthogonal FDTD method versus the conventional FDTD technique for computing resonant frequencies of cylindrical cavities," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, pp. 741–746, Apr. 1992.
- [13] —, "Corrections to 'A study of the nonorthogonal FDTD method versus the conventional FDTD technique for computing resonant frequencies of cylindrical cavities,'" *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, pp. 2215–2216, Apr. 1992.
- [14] M. M. Thaheri and D. Mirshekar-Syahkal, "Accurate determination of modes in dielectric loaded cylindrical cavities using a one-dimensional finite element method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 37, pp. 1536–1540, Oct. 1989.
- [15] K. A. Zaki and C. Chen, "New results in dielectric-loaded resonator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-34, pp. 815–824, Jan. 1986.
- [16] C. C. Su and J. M. Guan, "Finite-difference analysis of dielectric-loaded cavities using the simultaneous iteration of the power method with the Chebyshev acceleration technique," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, pp. 1998–2006, Oct. 1994.
- [17] C. Wang, K. A. Zaki, A. E. Atia, and T. G. Dolan, "Dielectric combine resonators and filters," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, pp. 2501–2506, Dec. 1998.
- [18] R. E. Collin and D. A. Ksienki, "Boundary element method for dielectric resonators and waveguides," *Radio Sci.*, vol. 22, pp. 1155–1167, Dec. 1987.
- [19] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. New York: Wiley, 1989, pp. 470–499.
- [20] N. Kaneda, B. Houshmand, and T. Itoh, "FDTD analysis of dielectric resonators with curved surfaces," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, pp. 1645–1649, Sept. 1997.
- [21] X. P. Liang and K. A. Zaki, "Modeling of cylindrical dielectric resonators in rectangular waveguides and cavities," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 41, pp. 2174–2181, Dec. 1993.



Juan A. Monsoriu was born in València, Spain, in 1975. He received the Licenciado degree in physics and Master's degree in optics from the Universidad de València (UV), Burjassot, Spain, in 1998 and 2000, respectively, and is currently working toward the Ph.D. degree in physics at UV.

Since 2000, he has been an Assistant Professor with the Departamento de Física Aplicada, Universidad Politécnica de València. His research interests are modal methods for the design of inhomogeneous waveguides and dielectric resonators.



Miguel V. Andrés (M'91) was born in València, Spain, in 1957. He received the Licenciado en Física degree and Doctor en Física (Ph.D.) degree from the Universidad de València, Burjassot, Spain, in 1979 and 1985, respectively.

Since 1983, he has served successively as an Assistant Professor and Lecturer in the Departamento de Física Aplicada, Universidad de València. From 1984 to 1987, he was with the Department of Physics, University of Surrey, U.K., as a Visiting Research Fellow. Until 1984, he was engaged in research on microwave surface waveguides. His current research interests include optical fiber components based on tapers, Bragg gratings and photonic crystal fibers and their applications for signal processing, microwave photonics and sensors, and waveguide theory.

Dr. Andrés is a member of the Optical Society of America (OSA) and the Institute of Physics (IOP).

Enrique Silvestre was born in València, Spain, in 1962. He received the Licenciado degree in physics, M.Sc. degree in theoretical physics, M.Sc. degree in optics, and Ph.D. degree in optics from the Universidad de València (UV), Burjassot, Spain, in 1986, 1989, 1997, and 1999, respectively.

In 1997, he was an Assistant Professor with the Departamento de D'Óptica, UV. From 1999 to 2000, he was with the Department of Physics, University of Bath, Bath, U.K., where he was a Research Officer. Since 2001, he has been an Associate Professor with UV. His research interests are modal techniques for electromagnetic-wave propagation in nonsymmetrical structures and photonic crystals.

Albert Ferrando was born in València, Spain, in 1963. He received the Licenciado en Física and M.Sc. and Ph.D. degrees in theoretical physics from the Universidad de València (UV), Burjassot, Spain, in 1985, 1986 and 1991, respectively.

His professional affiliations have included UV, the Universidad Autónoma de Madrid (1990–1991), Madrid, Spain, where he was an Assistant Professor, and the University of Bern (1991–1993), Bern, Switzerland, where he was a Post-Doctoral Fellow. He was also a Visiting Scientist with the Niels Borh Institute (1988), Copenhagen, Denmark, and the Massachusetts Institute of Technology (1995, 1996, 1998, 1999, and 2001), Cambridge. In 1996, he joined the Departamento de D'Óptica, UV, as an Assistant Professor and became an Associate Professor in 2001. His research interests are electromagnetic propagation in optical waveguides and fiber devices, as well as nonlinear and quantum effects in optical fibers.

Benito Gimeno (M'01) was born in València, Spain, on January 29, 1964. He received the Licenciado degree in physics and Ph.D. degree from the Universidad de València, Burjassot, Spain, in 1987 and 1992, respectively.

From 1987 to 1990, he was a Fellow with the Universidad de València. Since 1990, he has been an Assistant Professor with the Departamento de Física Aplicada, Universidad de València, where he became Associate Professor in 1997. From 1994 to 1995, he was a Research Fellow with the European Space Research and Technology Centre of the European Space Agency (ESTEC). His current research interests include the areas of computer-aided techniques for analysis of microwave passive components, waveguide structures including dielectric resonators, and photonic crystals.

Publicación II

II

Sloped-walls thin-film photonic crystal waveguides

Applied Physics Letters (enviado)

Sloped-walls thin-film photonic crystal waveguides

Juan A. Monsoriu

Departamento de Física Aplicada. Universidad Politécnica de Valencia. E-46022 Valencia, Spain

Enrique Silvestre¹, Albert Ferrando and Pedro Andrés

Departamento de Óptica. Universidad de Valencia. E-46100 Burjassot, Spain

Miguel V. Andrés

Instituto de Ciencia de los Materiales. Universidad de Valencia. E-46100 Burjassot, Spain

The effect of the slope of the groove walls in thin-film one-dimensional photonic crystal waveguides is extensively studied, and the influence that it has on the band-gap structure and the dispersion relations is demonstrated. This fact can be exploited to use the wall slope as a new design parameter. By suitably choosing the value of this parameter, sloped-walls photonic crystal waveguides with high quality factors or high group velocity dispersions can be obtained. The inaccuracy in the calculation of the band-gap edges when material dispersion is ignored is also shown. The extreme importance of both the wall slope and the material dispersion in the analysis and design of realistic photonic crystal devices is emphasized.

There is a great deal of interest in the properties of photonic crystals fabricated in the form of thin films, commonly called photonic crystal waveguides.^{1,2} Like bulk photonic crystals, these structures are being designed to control the emission and propagation of light, mostly for increasing the functionality of electro-optic and telecommunication devices, such as small microlasers³ or dispersion compensators.^{4,5} Nowadays fabrication techniques are good enough —high fidelity and repeatability— to require very accurate and reliable designing tools.⁶ However, some systematic deviations between the geometry of the real device and that of the ideal one can be observed. Specifically, vertical walls tend to be tilted,⁷ materials are dispersive, and interfaces exhibit some degree of roughness.

In this letter, we describe the effect of sloped walls in thin-film one-dimensional (1D) photonic crystal waveguides, together with material dispersion. Analyzing these effects we make clear that an accurate description of such structures is very important and consequently it is mandatory to emulate realistic devices. Perhaps the main consequence is the deviations one obtains when the limits of the photonic band gaps are evaluated. In the case of two-dimensional photonic crystals of infinitely long circular rods, the effects of lateral size fluctuations on the band gaps have been previously studied.⁸

In our case, we demonstrate that the wall tilt could be used as a new design parameter changing, for instance, the position and width of the band gap. In the same direction, we also show the effect of the wall tilt on both the group velocity dispersion of the waveguide and the quality factor of the photonic thin film working as a vertical cavity.

To illustrate these facts, first we have analyzed the wave guiding structure depicted in Fig. 1, which consists of a thin film of $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, of refractive index 3.45, and a substrate of oxidized $\text{Al}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$ of index 1.57 —consistent with current literature⁹—, air being the cover. The film of thickness d is etched with a 1D lattice of grooves of period $\Lambda = 2d/3$ and air-filling fraction f . We have considered tilts of the groove walls between 0 and

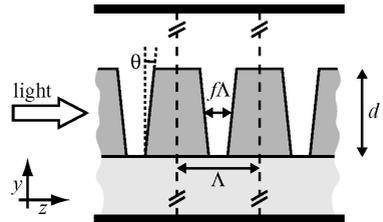


Figure 1: Schematic diagram of the 1D photonic crystal waveguide under consideration, in which guided light propagates along z axis. The walls of the grooves etched in the high-index film are tilted an angle θ . The two dashed lines together with the metallic plates, inserted for computational purposes, bound the integration domain.

7.5 degrees. Furthermore, we have included in some numerical calculations the dispersion characteristics of the $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$.

The technique used for calculating the guided modes of this kind of structure is based on a modal algorithm that allows us to simulate arbitrary three-dimensional (3D) dielectric systems.¹⁰ The key of this method consists in expanding the 3D wave equation for the magnetic field in a certain domain in terms of the modes of an auxiliary system properly chosen to provide a suitable basis.

In the present case, the system is periodic along the propagation direction (z axis), and therefore we must select periodic boundary conditions in such a direction, whereas we permit the boundary be confining in the direction perpendicular to the film plane (y axis). That implies that, for computational purposes, the photonic crystal waveguide is placed between two parallel perfectly-conducting metallic plates (see Fig. 1). Accordingly, the auxiliary system we choose is a 1D homogeneous air-filled metallic waveguide, whose modes are well known. Since we are only interested here in analyzing guided modes, it is not necessary to include, for instance, absorbing layers next to the conducting plates to deal with the continuous part of the spectrum. It suffices to locate the bounding metallic plates far enough from the photonic crystal film.

It would be also possible to impose periodic boundary

¹Electronic mail: enrique.silvestre@uv.es.

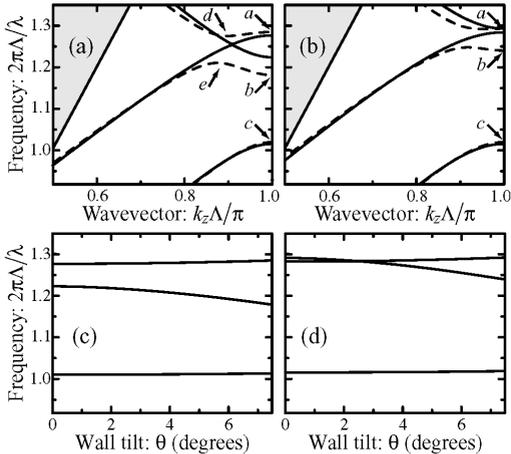


Figure 2: TE Brillouin diagrams for two air-filling fractions: (a) $f = 0.20$, and (b) $f = 0.25$. In each one of these figures we plot the results for vertical walls (solid lines) and for sloped walls with $\theta = 7.5$ degrees (dashed lines). Additionally, the frequency of the guided modes versus wall tilt, at the edge of the first Brillouin zone, i.e., $k_z = \pi/\Lambda$, is also plotted for (c) $f = 0.20$, and (d) $f = 0.25$.

conditions along the y axis,¹¹ although we have found that our approach may be more suitable for modeling finite devices based on structures of that type. It is worthwhile to point out here that the staircase approximation used in other approaches, such as in scattering and coupled wave methods, could provide wrong results, as it has been already proved for arbitrary-shaped diffraction gratings.¹²

Figures 2(a) and 2(b) show the TE Brillouin diagram for the structure drawn in Fig. 1 and two different air-filling fractions, $f = 0.20$ and 0.25 , respectively, and two wall tilts. The case for $f = 0.20$ and vertical wall grooves was previously published by Atkin *et al.*² The upper left shaded regions correspond to radiation modes. Inspection of Figs. 2(a) and 2(b) reveals that tilted walls generate important changes at the photonic band-gap limits. In order to point out this fact, we show in Figs. 2(c) and 2(d) the mode frequency as a function of θ at the edge of the first Brillouin zone. We infer that it is crucial to carry out an accurate description of the device geometry when studying realistic systems.

In addition to the remarkable widening of the band gap, a significant reduction of the curvature of the dispersion curves at the band edge is also produced. This fact involves an increase in the quality factor Q of the film operating as a vertical microcavity,² intensifying—in comparison with the structure with vertical walls—the interaction between the electromagnetic wave and an active medium that could be inserted in the film. The Q factor corresponding to the resonance points labeled in Fig. 2 are shown in Table I. These values have been obtained assuming both a Lorentzian distribution of width δ for the initial spatial amplitude, $a_0(z) = 1/(1 + (z/\delta)^2)$, and a quadratic dependence of the frequency ω , on the wavevector k_z , close to the points marked in Fig. 2, in which the group velocity, $v_g = \omega_1 \equiv d\omega/dk_z$, is zero.² Taking into

Table I: Q -factor values for the resonance points indicated in Fig. 2.

$f = 0.20$	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 5^\circ$	$f = 0.25$	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 5^\circ$
a	18850	26000	a	15870	304010
b	12250	12900	b	22720	34250
c	10000	9600	c	12380	11720
d	1030	9010			
e	1150	6850			

account the definition of the Q parameter for a cavity,¹³ it is straightforward to estimate the quality factor as

$$Q = \frac{\omega\tau_{1/2}}{\ln 2} = \frac{\omega\pi\delta^2}{|\omega_2|\ln 2},$$

where ω_2 denotes the second derivative of ω with respect to k_z and $\tau_{1/2}$ stands for the half-life time of a stationary pulse centered at the point at issue. So, the flatter the dispersion relation is, the higher the Q factor and $\tau_{1/2}$ are. We note that the maximum value of Q for $f = 0.20$ in Table I is achieved at the point labeled a . This value can be increased by tuning the air-filling fraction. For instance, Table I shows that $Q = 304010$ for $f = 0.25$ and $\theta = 5^\circ$. It is worthwhile to notice that, in the non-dispersive-material calculations carried out up to now, only the normalized quantities Λ/λ , Λk_z and Λ/d are relevant.

In addition to the analysis of the effects of considering sloped walls, in a second phase we have also paid attention to the chromatic dispersion of the thin-film material dispersion by inserting the frequency dependency of its refractive index in the diagonalization process of our modal method by means of a self-consistency iterative procedure.

Figure 3(a) shows in detail the effect of the material dispersion in the two upper modes plotted in Fig. 2(b) when the thin film is made of $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$. The material dispersion values have been obtained by fitting experimental data of the refractive index¹⁴ following the procedure proposed in Ref. 15, and are shown in Fig. 3(b). Solid lines in Fig. 3(a) represent the modes calculated including the material dispersion of the thin film, while broken lines are the results that one can obtain assuming a non-dispersive material of a different refractive index for the photonic thin-film. In the above calculations, $\Lambda = 200$ nm and $f = 0.25$, in such a way that the band gap is located about 980 nm. At the edge of the Brillouin zone, —point a in Fig. 2(b)— Q changes because of the material dispersion and now has a value of 345900. The above results demonstrate that if the material dispersion is neglected, the computed band gap may exhibit a considerable shift with respect to its actual value.

Conversely, the modification of the slope of the groove walls in photonic crystal waveguides permits to control, within certain limits, the group velocity, its inverse, i.e., the group index $n_g = c/v_g$, and the group velocity dispersion, $D = -2\pi c\beta_2/\lambda^2$, where $\beta_2 \equiv d^2k_z/d\omega^2 = -\omega_2/\omega_1^3$ is the second-ordered dispersion coefficient.¹⁶ These plots are shown in Fig. 4. Consistently with the divergences that can be observed at the points of zero group velocity,^{17,18} we have obtained, for the structure analyzed in

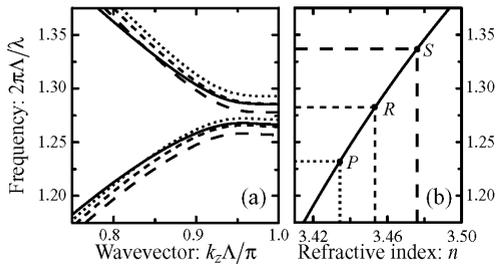


Figure 3: (a) Detail of the TE Brillouin diagram shown in Fig. 2(b), for $\theta = 5^\circ$, $\Lambda = 200$ nm, and $f = 0.25$. The solid lines represent the guided modes calculated including the material dispersion of the thin film, plotted in (b). In contrast, dotted, short-dashed, and long-dashed curves were calculated assuming a constant refractive index equals to 3.434, 3.453, and 3.476, respectively, which correspond to the points with label P (1020 nm), R (980 nm), and S (940 nm) in (b).

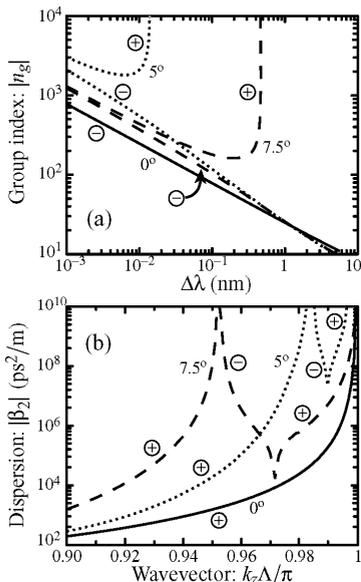


Figure 4: (a) Group index versus wavelength increment with respect to its band-edge wavelength, and (b) second-ordered dispersion coefficient versus normalized wavevector. Solid, dotted, and dashed curves correspond to $\theta = 0^\circ$, 5° , and 7.5° , respectively. Both figures correspond to the upper mode in Fig. 3(a) and in all cases the material dispersion is included. The regions of normal and anomalous dispersion and the positive and negative sign of the group index are marked with \oplus and \ominus , respectively.

Fig. 3 (sloped walls and dispersive thin-film material), extremely large group-velocity dispersions. Tuning the wall slope, the new resonances of both n_g and β_2 , change in position and strength. For instance, in the neighborhood of the Brillouin-zone boundary, the values of β_2 —both normal and anomalous ($\beta_2 < 0$)¹⁶—are more than two orders of magnitude larger than the values that one can compute for the same structure with vertical walls. In this way, nonlinear effects could be dramatically strengthened.⁵

In conclusion, we have demonstrated that the slope of

the groove walls has a strong influence on both the dispersion relations and the band-gap structure in 1D photonic crystal waveguides. Therefore, this parameter must be taken into account when designing thin-film photonic crystal devices and it could be exploited as a new design parameter. Sloped-walls photonic crystal waveguides can have quality factors and group-velocity dispersions several orders of magnitude larger than the corresponding to the structure with vertical walls. We have also showed that material dispersion should not be ignored. Both the wall tilt and the material dispersion are crucial to analyze and design realistic photonic crystal devices.

This work was supported by the Ministerio de Ciencia y Tecnología, Spain (grant TIC2002-04527-C02-02).

References

- [1] T. F. Krauss, R. M. De la Rue, and S. Brand, *Nature (London)* **383**, 699 (1996).
- [2] D. M. Atkin, P. St. J. Russell, T. A. Birks, and P. J. Roberts, *J. Mod. Opt.* **43**, 1035 (1996).
- [3] O. Painter, R. K. Lee, A. Scherer, A. Yariv, J. D. O'Brien, P. D. Dapkus, and I. Kim, *Science* **284**, 1819 (1999).
- [4] C. J. Brooks, G. L. Vossler, and K. A. Winick, *Opt. Lett.* **20**, 368 (1995).
- [5] B. J. Eggleton, R. E. Slusher, C. M. de Sterke, P. A. Krug, and J. E. Spie, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1627 (1996).
- [6] D. W. Prather, *Optics & Photonics News* **13** (6), 16 (2002).
- [7] O. J. Painter, A. Husain, A. Scherer, J. D. O'Brien, I. Kim, and P. D. Dapkus, *J. Lightwave Technol.* **17**, 2082 (1999).
- [8] H.-Y. Ryu, J.-K. Hwang, and Y.-H. Lee, *Phys. Rev. B* **59**, 5463 (1999).
- [9] F. Sfigakis, P. Paddon, V. Pacradouni, M. Adamcyk, C. Nicoll, A. R. Cowan, T. Tiedje, and J. F. Young, *J. Lightwave Technol.* **18**, 199 (2000).
- [10] J. A. Monsoriu, M. V. Andrés, E. Silvestre, A. Ferrando, and B. Gimeno, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **50**, 2545 (2002).
- [11] S. G. Johnson, S. Fan, P. R. Villeneuve, and J. D. Joannopoulos, *Phys. Rev. B* **60**, 5751 (1999).
- [12] E. Popov, M. Noeuvre, B. Gralak, and G. Tayeb, *J. Opt. Soc. Am. A* **19**, 33 (2002).
- [13] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, 1986).
- [14] M. A. Afromowitz, *Solid State Commun.* **15**, 59 (1974).
- [15] A. B. Djurišić, A. D. Rakić, P. C. Kwok, E. H. Li, M. L. Majewski, and J. M. Elazar, *J. Appl. Phys.* **86**, 445 (1999).
- [16] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (Academic, 1995).
- [17] V. N. Astratov, R. M. Stevenson, I. S. Culshaw, D. M. Whittaker, M. S. Skolnick, T. F. Krauss, and R. M. De La Rue, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 178 (2000).
- [18] M. Notomi, K. Yamada, A. Shinya, J. Takahashi, C. Takahashi, and I. Yokohama, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 253902 (2001).

Publicación III

**A robust and efficient method
for obtaining the complex modes
in inhomogeneously filled
waveguides**

III

Microwave and Optical Technology Letters **37**, pp. 218-222 (2003)

A ROBUST AND EFFICIENT METHOD FOR OBTAINING THE COMPLEX MODES IN INHOMOGENEOUSLY FILLED WAVEGUIDES

Juan A. Monsoriu,¹ Angela Coves,² Benito Gimeno,³ Miguel V. Andres,³ and Enrique Silvestre⁴

¹ Departamento de Física Aplicada
Universidad Politécnica de Valencia
E-46022 Valencia, Spain

² Departamento de Física y Arquitectura de los Computadores
Universidad Miguel Hernández de Elche
E-03300 Orihuela, Spain

³ Departamento de Física Aplicada
ICMUV

E-46100 Burjassot, Spain

⁴ Departamento de Óptica
Universidad de Valencia
E-46100 Burjassot, Spain

Received 24 October 2002

ABSTRACT: *In this paper, we present a computational simulation of the complex wave propagation in inhomogeneously filled waveguides with lossless and lossy dielectrics. We use a biorthonormal-basis method as a numerical technique. The behavior of complex modes in different waveguides whose characterization with other methods involves some difficulties is analyzed.* © 2003 Wiley Periodicals, Inc. *Microwave Opt Technol Lett* 37: 218–222, 2003; Published online in Wiley InterScience (www.interscience.wiley.com). DOI 10.1002/mop.10875

Key words: *dielectric waveguides; complex modes; image guide; Galerkin method*

1. INTRODUCTION

Complex modes in lossless waveguides are guided waves with complex propagation constants. Due to the lossless nature of the structure supporting such modes, they always exist in pairs with complex conjugate propagation constants of opposite sign, so that

both have the same attenuation constant [1]. Each one of these complex modes has a total power flow equal to zero, with one sign inside the dielectric region and the opposite sign outside. For the corresponding conjugate mode, these signs are the opposite ones. Complex modes in a circular waveguide containing a coaxial dielectric rod were first predicted in [2] and experimental results were reported in [3]. Investigations have shown that the complex waves have to be included in the field expansion used in field matching procedures for the analysis of discontinuity problems in cylindrical dielectric-loaded waveguides [4], cylindrical resonators [5], and other waveguide structures, such as finlines [6] or shielded microstrips [7]. Their omission leads to erroneous results. Complex modes in a shielded rectangular dielectric image guide, which can be considered as a rectangular waveguide with a rectangular dielectric insert, have been studied, for instance, in [8, 9].

Because complex waves constitute an unavoidable part of the spectrum of the operator describing electromagnetic field propagation in inhomogeneously dielectric-filled waveguides, it is important to have a robust method of analysis in order to deal with these modes to ensure accurate and efficient computational modelling. However, the characterization of complex modes with conventional methods, such as FDTD [9], presents some difficulties (the nature of complex modes makes their detection difficult, while other propagating modes could mask them). In this paper we present numerical calculations of the spectra of shielded dielectric image guides and dielectric-loaded cylindrical waveguides—showing their dependence on frequency, their power transmission, and their behavior in presence of losses—by using our biorthonormal-basis method [10, 11]. It is a straightforward and spurious mode-free method that is able to obtain the complex modal spectrum in inhomogeneously filled waveguides with lossy dielectric of arbitrary profiles. The key is to transform the differential vector wave equations into a linear matrix eigenvalue problem by means of the Galerkin procedure. From a computational point of view this method is very efficient, because the integrals involved in the matrix elements are, in general, frequency independent; thus they have to be evaluated only once to obtain the dispersion curves. The present method has been successfully applied to the analysis of rectangular waveguides filled with dielectric slabs [11], and open guides as optical fibers [10]. Comparisons between numerical results for ordinary and complex propagation in inhomogeneous cylindrical and rectangular waveguides show excellent agreement with existing data available in the literature, which indicates the capability of the presented technique.

2. THEORETICAL FORMULATION

Guided modes in an inhomogeneously dielectric-filled waveguide, which are uniform in the propagation direction z , characterized by a complex relative dielectric permittivity $\epsilon_r(x, y)$, and with no magnetic properties $\mu = \mu_0$, verify a set of dimensionally reduced differential equations exclusively involving the transverse coordinates x and y . We obtain this set of equations from Maxwell's equations by assuming that the electromagnetic field possess a harmonic dependence $e^{i\omega t - \gamma z}$ with γ the modal propagation constant ($\gamma = \alpha + j\beta$) and ω the angular frequency. In terms of the transverse components of the magnetic and electric fields, $\mathbf{h}_t = (h_x, h_y)$ and $\mathbf{e}_t = (e_x, e_y)$, these equations can be rewritten as [11]:

$$L\mathbf{h}_t = -\gamma^2\mathbf{h}_t, \quad L^\dagger\mathbf{e}_t = -\gamma^{*2}\mathbf{e}_t, \quad (1)$$

where $\mathbf{e}_t = (e_x^*, -e_y^*)$, L^\dagger is the adjoint operator of L , and $*$ denotes the complex-conjugate operation. The most relevant property of the above equations is that they constitute a system of

eigenvalues equations for the L operator and its adjoint L^\dagger . Because \mathbf{h}_t and \mathbf{e}_t are the eigenfunctions of the L and L^\dagger operators, respectively, they are closely related. In fact, they verify what is called the "biorthogonality" relationship, $\langle \mathbf{e}_{t(n)}, \mathbf{h}_{t(m)} \rangle = \delta_{nm}$. Despite its apparently formal character, this relation has a very clear physical meaning if we rewrite the inner product in its integral form

$$\langle \mathbf{e}_{t(n)}, \mathbf{h}_{t(m)} \rangle \equiv \int_S \mathbf{e}_{t(n)}^* \cdot \mathbf{h}_{t(m)} dS \equiv \int_S (\mathbf{e}_{t(n)} \times \mathbf{h}_{t(m)}) \cdot \hat{z} dS = \delta_{nm}, \quad (2)$$

where \hat{z} represents the unitary vector along the z direction, and S is the cross section of the waveguide. In the above equation, we can recognize the biorthogonality relation as the well-known "orthogonality" relationship that is satisfied by all the modes in conventional closed waveguides, that is, both the noncomplex [12] and complex [1, 4] ones.

The key of this method is to obtain a matrix representation of the vector wave in Eq. (1) on a basis that is defined by the modes of an auxiliary system. The biorthogonality relationship allows us to obtain efficiently the coefficients of the modal expansions in terms of the eigenvectors as well as the propagation constants by means of the eigenvalues. Once a matrix representation is provided, we shall obtain the whole spectrum (or a subset) of the guided modes of the system by means of the numerical diagonalization of such operator matrix representation using a standard iterative technique.

With this aim, we need an appropriate auxiliary system characterized by a permittivity $\tilde{\epsilon}(x, y)$ (with the same boundary conditions as the waveguide problem) that provides the auxiliary basis

$$\tilde{L}\tilde{\mathbf{h}}_t = -\tilde{\gamma}^2\tilde{\mathbf{h}}_t, \quad \tilde{L}^\dagger\tilde{\mathbf{e}}_t = -\tilde{\gamma}^{*2}\tilde{\mathbf{e}}_t. \quad (3)$$

Hence, the eigenvectors of \tilde{L} and \tilde{L}^\dagger satisfy the biorthogonality relation $\langle \tilde{\mathbf{e}}_{t(n)}, \tilde{\mathbf{h}}_{t(m)} \rangle = \delta_{nm}$. By breaking down the problem under consideration to $L = \tilde{L} + \Delta$, and expanding the eigenvectors of L and L^\dagger in terms of the auxiliary eigenvectors, we can represent the vector wave in Eq. (1) in a matrix form. Each element, L_{ij} of the matrix can be calculated by means of the expansion

$$L_{ij} = \langle \tilde{\mathbf{e}}_{t(i)}, L\tilde{\mathbf{h}}_{t(j)} \rangle = -\tilde{\gamma}_i^2\delta_{ij} + \langle \tilde{\mathbf{e}}_{t(i)}, \Delta\tilde{\mathbf{h}}_{t(j)} \rangle, \quad (4)$$

and its diagonalization provides the eigenvalues $-\gamma^2$ and the eigenvectors \mathbf{h}_t , that is, the propagation constants and transverse magnetic amplitudes of the modes. Then both the axial component of the magnetic field and the transverse and axial components of the electric field can be calculated from \mathbf{h}_t through constraints given by Maxwell's equations [12].

The present formulation is valid for the general case of waveguides with arbitrarily shaped cross section and arbitrary inhomogeneity of the dielectric-filling medium. In this work, we have applied this case to investigate the complex spectrum of dielectric-slab-loaded rectangular waveguides and dielectric-rod-loaded circular waveguides. As an auxiliary system, we have chosen a homogeneously filled rectangular waveguide in the first case, and a cylindrical one in the second case, whose modes are analytically known [12, 13]. Under these considerations, the matrix given by Eq. (4) is real and nonsymmetric when the waveguide problem is filled with a lossless medium—with $\epsilon_r(x, y)$ a real function—so that its eigenvalues $-\gamma^2$ are either real or complex conjugate pairs, because they are zeros of a polynomial with real coefficients. Complex conjugate pairs of γ^2 characterize the so-

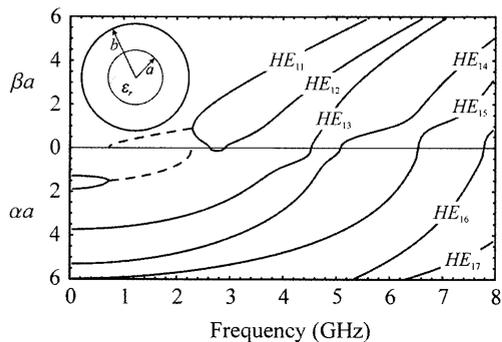


Figure 1 Normalized propagation constant of the first $HE_{1,m}$ modes in a dielectric-rod-loaded waveguide ($a = 8.99$ mm, $b = 12.7$ mm, and $\epsilon_r = 37$) vs. frequency

called complex modes. When the waveguide is filled with lossy dielectrics—with $\epsilon_r(x, y)$ a complex function—the matrix of Eq. (4) is complex and nonhermitian, so that all the modes are complex and cease to be conjugates of each other.

3. NUMERICAL RESULTS

The present method was successfully applied in [11] to analyze standard dispersion behavior of rectangular waveguides loaded with lossless dielectrics of low permittivity. We will now focus on complex propagation in closed waveguides of different geometry loaded with moderate and high permittivity dielectrics.

The first case is an inhomogeneously filled cylindrical waveguide of radius $b = 12.7$ mm, axially loaded with a concentric dielectric rod of radius $a = 8.99$ mm and relative permittivity $\epsilon_r = 37$ (see Fig. 1). This case is particularly interesting because an analytical solution does exist [4, 14]. The electromagnetic fields that can exist within this structure are both transversal (TE_{0m} and TM_{0m}) and hybrid modes (HE_{nm} , $n \neq 0$). To solve this case, we have taken the normalized vector mode functions of an empty cylindrical guide (written in terms of Bessel functions) [13] as the auxiliary basis functions. The choice of this auxiliary system permits an analytical evaluation of the elements of the matrix that represents the L operator. Thus, the precision of the method will be determined by the number of auxiliary modes used for the expansion of the fields.

We consider separately each azimuthal order n , since the coupling between modes of different azimuthal order is zero. We have not obtained any complex mode in this waveguide without

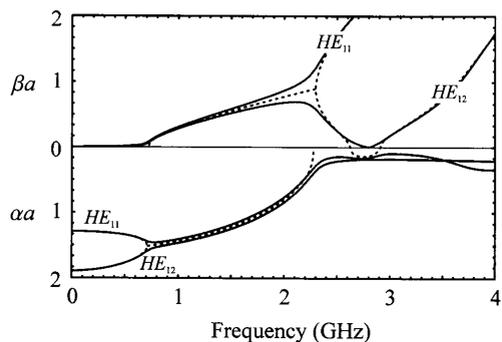


Figure 2 Behavior of the complex modes HE_{11} - HE_{12} shown in Fig. 1(a) with (solid curve) and without (dotted curve) losses ($\tan \delta = 0.04$)

azimuthal dependence (TE_{0m} and TM_{0m} modes), thus confirming what has been previously achieved in [1] by using a different approach. Next, we present the particular case of the hybrid modes with $n = 1$, HE_{1m} . In Table 1 we compare our results with the analytical solution obtained by solving the characteristic equation for the propagation constants [4, 14] for working frequencies at 2 GHz and 6 GHz. We can see that, for the first hybrid modes, the relative error is smaller than 0.01% when only 100 auxiliary modes are used to expand the fields. It only takes 1 s to solve each azimuthal order using a Silicon Graphics Origin-2000 machine.

In Figure 1, we present the complex dispersion curves for the first hybrid modes HE_{1m} , also obtaining very good agreement with previous results [4]. In this figure, the propagation constants are plotted vs. frequency. The solid curve is either the normalized real attenuation constant αa or the normalized imaginary propagation constant βa . The dashed curves are the complex propagation constant γa . Complex propagation occurs in the frequency ranges $0.74 \text{ GHz} \leq f \leq 2.29 \text{ GHz}$ for the hybrid modes HE_{11} - HE_{12} . Next, we show the effect of the losses in the dielectric rod ($\tan \delta = 0.04$) in the dispersion curves of the complex modes. In Figure 2, the normalized propagation constant is plotted as a function of the frequency for the HE_{11} and HE_{12} modes. The corresponding “lossless” waves are shown with dotted lines for comparison. The conjugate complex modes appear at frequency of 0.74 GHz as a combination of the evanescent HE_{11} and HE_{12} modes and exist up to 2.29 GHz, before giving way to the propagating- HE_{11} and backward- HE_{12} modes. In the presence of losses these bifurcations disappear, and the two complex modes are not conjugate of each other, thus their degeneracy is broken.

TABLE 1 Normalized Propagation Constants for $HE_{1,m}$ Modes of a Circular Guide with a Dielectric Rod ($a = 8.99$ mm, $b = 12.7$ mm, $\epsilon_r = 37$)

Freq. (GHz)	Mode	Analytical Solution [6, 31]		Present Method		Relative Error (%)
		βa	αa	βa	αa	
2	HE_{11} - HE_{12}	0.776367	0.800281	0.776365	0.800283	0.0002
	HE_{13}	—	3.202981	—	3.202952	0.0009
	HE_{14}	—	4.816328	—	4.816231	0.0020
	HE_{15}	—	5.694747	—	5.694650	0.0031
	HE_{16}	—	—	—	—	—
6	HE_{11}	6.410728	—	6.410742	—	0.0002
	HE_{12}	5.067247	—	5.067325	—	0.0015
	HE_{13}	4.186134	—	4.186489	—	0.0085
	HE_{14}	0.900286	—	0.900371	—	0.0094
	HE_{15}	—	2.283621	—	2.283385	0.0103

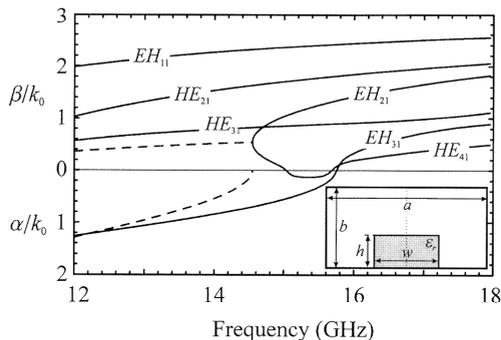


Figure 3 Normalized propagation constant vs. frequency in a the image guide with $a = 15.789$ mm, $b = 7.899$ mm, $w = 6.9$ mm, $h = 3.2$ mm, and $\epsilon_r = 9$

The second modeled system (see Fig. 3) is a dielectric image guide shielded with a standard rectangular waveguide. This kind of structure is widely used in the design of devices in the millimeter-wave frequency range. We have taken the vector-mode functions of an empty rectangular guide as the auxiliary basis system [13]. Again, we will focus on complex propagation in this image guide. The modes of propagation of such waveguides are not TM or TE modes, but hybrid modes, for which the designation of [15] is used. In Figure 3, we present the normalized propagation constant vs. the frequency (k_0 represents the free-space wave number) for the first six modes, including complex modes (dashed lines), for a dielectric shielded image guide with parameters $a = 15.789$ mm, $b = 7.899$ mm, $w = 6.9$ mm, $h = 3.2$ mm, and $\epsilon_r = 9$. Complex propagation occurs below a frequency of 14.57 GHz, then gives way to the propagating- EH_{12} and backward- HE_{41} modes. This behavior is similar to that described for the complex conjugated modes HE_{11} - HE_{12} in an inhomogeneously filled cylindrical waveguide (Figs. 1 and 2).

The number of basis functions employed in this system is 2000, and the computation time required is 58 s per frequency point on a Silicon Graphics Origin-2000 machine. We found very good agreement with similar results presented by Strube and Arndt [8], confirming the efficiency of our method compared to other techniques [9].

In addition to the propagation constants, the present method can provide the field patterns of the modes, including complex modes. Using these fields we can obtain the power flow for these modes. As an example, in Figure 4 we show the real part of the Poynting vector (z component) for one of the complex conjugate modes shown in Figure 3 at 14 GHz. It is negative in the dielectric region and positive outside, and vice versa for the other one, with the total power transmitted by each complex mode through the total cross section of the shielded dielectric image-guide equal to zero. For comparison, we have also plotted the power distribution of the propagative EH_{11} , HE_{21} , and HE_{31} modes at the same frequency. The total transmitted power is now different from zero, being positive for the three propagative modes. The EH_{11} and HE_{21} modes focus the energy inside the dielectric region, whereas the energy is distributed outside the dielectric region for the HE_{31} mode. A similar result is presented in [16] with other structural parameters for the first two propagative modes using the finite-element method.

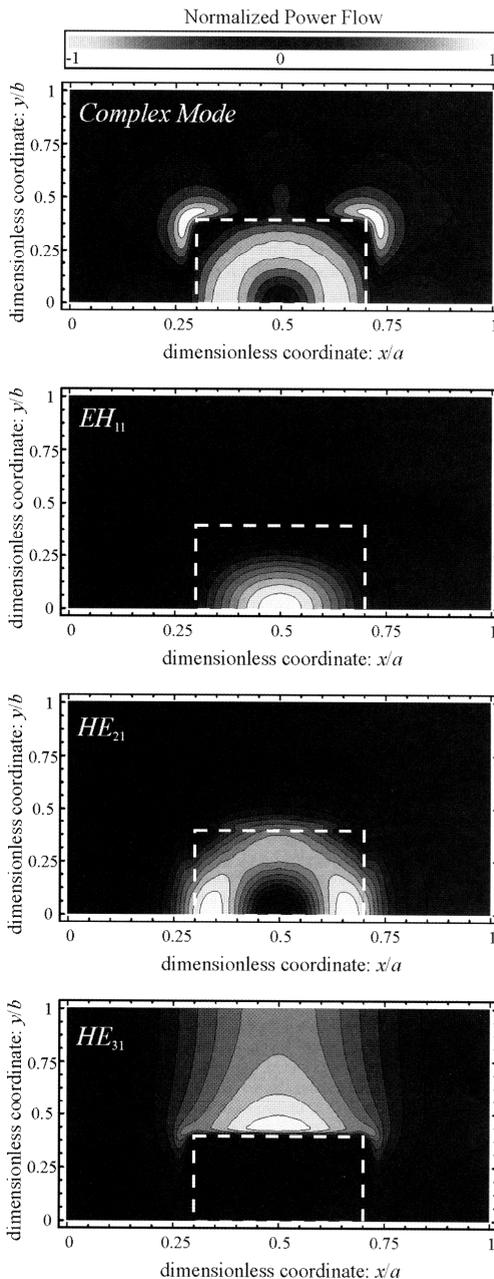


Figure 4 Real part of the Poynting vector (z component) for the complex mode and propagative EH_{11} , HE_{21} , and HE_{31} modes shown in Fig. 3 at 14 GHz. [Color figure can be viewed in the online issue, which is available at www.interscience.wiley.com.]

4. CONCLUSION

In this paper, the biorthonormal-basis method has been used to model the complex wave-propagation constant and the transverse-field pattern in inhomogeneously filled waveguides with lossless and lossy dielectrics. The differential operator governing the transverse fields is transformed into a linear-matrix eigenvalue problem, using the eigenvectors of an auxiliary problem to expand the modes of the original problem. This method has been applied to the calculation of the complex modes in dielectric-rod-loaded circular waveguides and dielectric-slab-loaded rectangular waveguides, which provides an example demonstrating the capability of the method to include the dielectric losses directly in its formulation. The method is free of spurious modes and, in most cases (as in the systems shown in this paper), the integrals involved in the matrix elements can be obtained analytically, and the only numerical approximation is the finite number of modes used for the expansion of the fields. The high accuracy necessary to obtain complex modes is fully achieved by our method. On the contrary, other methods involve serious difficulties.

ACKNOWLEDGEMENT

This work was financially supported by the Ministerio de Ciencia y Tecnología (grant TIC2000-0591-C03-03), Spain.

REFERENCES

1. A.S. Omar and K.F. Schünemann, Complex and backward-wave modes in inhomogeneously and anisotropically filled waveguides, *IEEE Trans Microwave Theory Techn MTT-35* (1987), 268–274.
2. P.J.B. Clarricoats and B.C. Taylor, Evanescent and propagating modes in dielectric loaded circular waveguide, *Proc Inst Elec Eng* 111 (1964), 1951–1956.
3. V.A. Kalmyk, S.B. Rayevskiy, and V.P. Ygyumov, An Experimental verification of existence of complex waves in a two-layer, circular, shielded waveguide, *Radio Eng Electron Phys* 23 (1978), 17–19.
4. K.A. Zaki, S. Chen, and C. Chen, Modelling discontinuities in dielectric-loaded waveguides, *IEEE Trans Microwave Theory Techn* 36 (1988), 1804–1810.
5. C. Chen and K.A. Zaki, Resonant frequencies of dielectric resonators containing guided complex modes, *IEEE Trans Microwave Theory Techn* 36 (1988), 1455–1457.
6. T. Rozzi, L. Pierantoni, and M. Farina, Eigenvalue approach to the efficient determination of the hybrid and complex spectrum of inhomogeneously closed waveguide, *IEEE Trans Microwave Theory Techn* 45 (1997), 345–353.
7. W. Huang and T. Itoh, Complex modes in lossless shielded microstrip lines, *IEEE Trans Microwave Theory Techn* 36 (1988), 163–164.
8. J. Strube and F. Arndt, Rigorous hybrid-mode analysis of the transition from rectangular waveguide to shielded dielectric image guide, *IEEE Trans Microwave Theory Techn MTT-33* (1985), 391–401.
9. M.A. Hernández-López and M. Quintillan, Propagation characteristics of modes in some rectangular waveguides using the finite-difference time-domain method, *J Electromagn Waves Appl* 14 (2000), 1707–1722.
10. E. Silvestre, M.V. Andrés, and P. Andrés, Biorthonormal-basis method for vector description of optical-fiber modes, *J Lightwave Technol* 16 (1998), 923–928.
11. E. Silvestre, M.A. Abian, B. Gimeno, A. Ferrando, M.V. Andrés, and V. Boria, Analysis of inhomogeneously filled waveguides using a biorthonormal-basis method, *IEEE Trans Microwave Theory Techn* 48 (2000), 589–596.
12. R.E. Collin, *Field theory of guided waves*, 2nd ed. IEEE Press, New York, 1991.
13. N. Marcuvitz, *Waveguide handbook*, Peter Peregrinus Ltd., London, 1986.
14. K.A. Zaki and A.E. Atia, Modes in dielectric-loaded waveguides and resonators, *IEEE Trans Microwave Theory Techn MTT-31* (1983), 1039–1044.
15. K. Solbach and I. Wolff, The electromagnetic fields and the phase constants of dielectric image lines, *IEEE Trans Microwave Theory Techn MTT-26* (1978), 266–274.
16. J.-F. Lee, D.-K. Sun, and Z.J. Cendes, Full-wave analysis of dielectric waveguides using tangential vector finite elements, *IEEE Trans Microwave Theory Techn* 39 (1991), 1262–1271.

© 2003 Wiley Periodicals, Inc.

Publicación IV

**High-index-core Bragg fibers:
dispersion properties**

Optics Express **11**, pp. 1400-1405 (2003)

IV

High-index-core Bragg fibers: dispersion properties

Juan A. Monsoriu

Departamento de Física Aplicada, Universidad Politécnica de Valencia, 46022 Valencia, Spain
jmonsori@fis.upv.es

Enrique Silvestre, Albert Ferrando and Pedro Andrés

Departamento de Óptica, Universitat de València, 46100 Burjassot, Spain

Juan J. Miret

Departamento de Óptica, Universitat d'Alacant, 03080 Alacant, Spain

Abstract: We study the group-velocity-dispersion properties of a novel type of Bragg fibers. These new structures are cylindrically symmetric microstructured fibers having a high-index core (silica in our case), like in conventional photonic crystal fibers, surrounded by a multilayered cladding, which is formed by a set of alternating layers of silica and a lower refractive-index dielectric. The combination of the unusual geometric dispersion behavior shown by the multilayered structure and the material dispersion corresponding to the silica core allows us to design nearly-constant chromatic dispersion profiles. In this work we focus our attention on flattened dispersion fibers in the 0.8 μm wavelength window and even on ultraflattened dispersion structures about the 1.55 μm point. We include configurations owning positive, negative, and nearly-zero dispersion in both wavelength ranges.

©2003 Optical Society of America

OCIS codes: (060.2270) fiber characterization; (060.2280) fiber design and fabrication; (060.2430) fibers, single mode

References and Links

1. J.C. Knight, J. Broeng, T.A. Birks, and P.St.J. Russell, "Photonic band gap guidance in optical fibers," *Science* **282**, 1476-1478 (1998).
2. A. Ferrando, E. Silvestre, J.J. Miret, P. Andrés, and M.V. Andrés, "Donor and acceptor guided modes in photonic crystal fibers," *Opt. Lett.* **25**, 1328-1330 (2000).
3. P. Yeh, A. Yariv, and E. Marom, "Theory of Bragg fiber," *J. Opt. Soc. Am.* **68**, 1196-1201 (1978).
4. Y. Xu, G.X. Ouyang, R.K. Lee, and A. Yariv, "Asymptotic Matrix Theory of Bragg Fibers," *J. Lightwave Technol.* **20**, 428-440 (2002).
5. M. Ibanescu, Y. Fink, S. Fan, E.L. Thomas, and J.D. Joannopoulos, "An all-dielectric coaxial waveguide," *Science* **289**, 415-419 (2000).
6. S.G. Johnson, M. Ibanescu, M. Skorobogatiy, O. Weisberg, T.D. Engness, M. Soljacic, S.A. Jacobs, J.D. Joannopoulos, and Y. Fink, "Low-loss asymptotically single-mode propagation in large-core OmniGuide fibers," *Opt. Express* **9**, 748-779 (2001), <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-9-13-748>
7. J. Xu, J. Song, C. Li, and K. Ueda, "Cylindrically symmetrical hollow fiber," *Opt. Commun.* **182**, 343-348 (2000).
8. A. Argros, I. Bassett, M. van Eijkelenborg, M.C.J. Large, J. Zagari, N.A.P. Nicorovici, R.C. McPhedran, and C.M. de Sterke, "Ring structures in microstructured polymer optical fibres," *Opt. Express* **9**, 813-820 (2001), <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-9-13-813>
9. A. Ferrando, E. Silvestre, J.J. Miret, and P. Andrés, "Nearly zero ultraflattened dispersion in photonic crystal fibers," *Opt. Lett.* **25**, pp. 790-792 (2000).
10. W.H. Reeves, J.C. Knight, P.St.J. Russell, and P.J. Roberts, "Demonstration of ultra-flattened dispersion in photonic crystal fibers," *Opt. Express* **10**, 609-613 (2002), <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-14-609>
11. K. Saitoh, M. Koshiba, H. University; T. Hasegawa, and E. Sasaoka, "Chromatic dispersion control in photonic crystal fibers: application to ultra-flattened dispersion," *Opt. Express* **11**, 843-852 (2003), <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-11-8-843>

12. A. Ferrando, E. Silvestre, P. Andrés, J.J. Miret, and M.V. Andrés, "Designing the properties of dispersion flattened photonic crystal fibers," *Opt. Express* **9**, 687-697 (2001), <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-9-13-687>
 13. F. Brechet, P. Roy, J. Marceau, and D. Pagnoux, "Single propagation into depressed-core-index photonic bandgap fibre designed for zero-dispersion propagation at short wavelengths," *Elec. Lett.* **36**, 514-515 (2000).
 14. G. Ouyang, Y. Xu, and A. Yariv, "Comparative study of air-core and coaxial Bragg fibers: singlemode transmission and dispersion characteristics," *Opt. Express* **9**, 733-747 (2001), <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-9-13-733>
 15. G. Ouyang, Y. Xu, and A. Yariv, "Theoretical study on dispersion compensation in air-core Bragg fibers," *Opt. Express* **10**, 899-908 (2002), <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-17-899>
 16. E. Silvestre, M.V. Andrés, and P. Andrés, "Biorthonormal-basis method for the vector description of optical-fiber mode," *J. Lightwave Technol.* **16**, 923-928 (1998).
 17. A.W. Snyder and J.D. Love, *Optical Waveguide Theory* (Chapman & Hall, 1983), p. 248.
 18. D. Davidson, *Optical-Fiber Transmission* (E.E. Bert Basch, ed., Howard W. Sams & Co, 1987), pp. 27-64.
-

1. Introduction

The introduction of new concepts of guidance in optical fibers has had an immediate impact in the development of new fiber designs. Specifically, fibers that show photonic band gaps present unusual guiding properties with high technological interest. Two main classes of these fibers have recently emerged. On the one hand, we have the fibers based on two-dimensional (2D) photonic crystals, the so-called photonic crystal fibers (PCF's) [1, 2]. The transverse section of a PCF is a 2D silica-air photonic crystal with an irregularity of the refractive index, thus generating a defect in the otherwise regular structure. Guidance occurs in the region where the defect is located and is attributed to the inhibition of transverse radiation produced by the photonic-crystal cladding. As the second class we consider the Bragg fibers [3, 4], that are formed by a low-index core surrounded by an alternating cladding of high- and low-refractive-index layers. The light is confined to the core by cylindrical Bragg reflection off the alternating layers. One variant of the latest fibers is the coaxial Bragg fiber [5, 6], also named OmniGuide fiber, which tries to emulate the properties of conventional coaxial cables for optical frequencies. In this case, the cladding reproduces the behavior of an omnidirectional dielectric mirror. In the above context, we would like also to mention the cylindrically symmetrical hollow fiber [7, 8], a kind of PCF where the air holes lie on circular rings, that can be considered as an admixture of the two previous classes of band-gap structures.

The presence of a periodic, or almost periodic, structure as a cladding in such microstructured fibers determines the existence of photonic band gaps in the visible or in the near infrared region for some specific configurations. The dispersion relations of the guided modes lie on the forbidden (band gap) regions and, of course, are affected by the microstructure of the cladding.

The above photonic-band-gap guiding principle results in a wide variety of appealing features that clearly surpass that of traditional step-refractive-index fibers. In this paper we focus our attention on the group-velocity-dispersion properties of a particular type of these structures. The characteristics of the dispersion relations of the guided modes in fibers using photonic band gaps are explicitly reflected on the qualitatively different behavior of the chromatic dispersion, D . In this way, a suitable design of the geometric parameters in PCF's leads to nearly-zero ultraflattened dispersion [9-11] or results in new tunable flattened dispersion properties [12]. Likewise, a zero-dispersion wavelength [13, 14] or very large negative dispersion values [15] can be achieved in single-mode cylindrically symmetric layered fibers.

Our interest in this work is to propose a new cylindrical multilayered fiber that can be regarded as a high-index-core Bragg fiber. It is a cylindrically symmetric microstructured fiber having a high-index core (silica in our case) surrounded by a multilayered cladding made of alternating layers of silica and a lower refractive-index dielectric. In contrast to standard

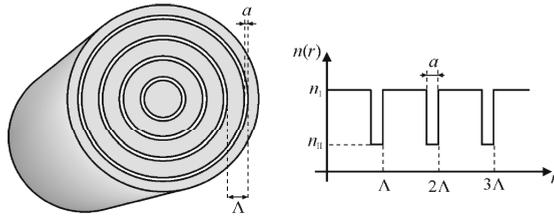


Fig. 1. Schematic diagram of a high-index-core Bragg fiber.

Bragg fibers, guidance is not given in the low-index core, but in the silica core like in central-hole-missing PCF's. Because the dispersion produced by the fiber geometry exists in all cases (even guiding light in air), the aim of our scheme is to compensate for the geometric fiber dispersion by means of the material dispersion corresponding to the material where the mode is propagating (silica in our case). Accordingly, using the remarkable dispersion properties due to the Bragg fiber geometry, we can properly compensate the material dispersion of the silica and, then, to achieve a very nice control of the dispersion behavior.

2. The high-index-core Bragg fiber

The multilayered structure geometry is characterized by the radial multilayer period, Λ , and the low-index-layer thickness, a , as illustrated in Fig. 1. The refractive indices are alternately n_i and n_{ii} , where $n_{ii} < n_i$. In fact, we have selected the refractive indices of silica and air as n_i and n_{ii} , respectively. Of course, our treatment can be easily adapted to other materials. Needless to say that, in order to provide structural support to the fiber, air should be replaced by some dielectric with a low refractive index, but the main results of this work would still apply. We have simulated different fiber configurations. For simplicity we restrict ourselves to vary only two independent structural parameters that define the Bragg geometry, Λ and a . Note that with this selection the core radius coincides with the thickness of the high index layer of the cladding. In any case, the structure is, strictly speaking, not periodic.

Our numerical calculations are performed with a 2D full-vector modal method developed by our own group that permits to incorporate the material dispersion in a natural way [16], combined with shield boundary conditions. According to general waveguide theory, guided modes, and also radiation modes, in a circularly symmetric waveguide can be labeled according to their azimuthal or angular symmetry order [17]. We have taken advantage of this fact to solve the different angular orders, v , separately. In practical terms, the use of rotational symmetry reduces the original 2D problem (fields depending on the two transverse coordinates) into a 1D one (fields depending on the radial coordinate only). This provides not only a higher accuracy for a given number of auxiliary modes, but also the different band structures for every angular order.

Figure 2 shows the two different band-gap structures and the modal dispersion curves for the guided modes in a silica-air, high-index-core Bragg fiber for $v = 1$ and $v = 0$, including in the latter case the spectrum of TE modes and omitting TM modes as they are very similar. As in the original Bragg fiber, guided modes appear in the forbidden band gaps at their corresponding angular order v . We point out that this structure exhibits guided modes simultaneously above and below the first conduction band, as in PCF's [2]. In particular, the single guided mode shown in the upper forbidden band for $v = 1$ is the fundamental mode of the Bragg fiber, which, due to the rotational symmetry of the index profile, corresponds to a polarization doublet HE_{11} , as denoted in standard waveguide theory. No other higher-order modes of any angular sector appear in this band for the selection of the geometric parameters fixed in Fig. 2. The transverse intensity distribution for any of the two polarizations of the fundamental mode, HE_{11} , and the first intraband guided mode, TE_{01} , in Fig. 2 are visualized in Figs. 3(a) and 3(b), respectively, for $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$.

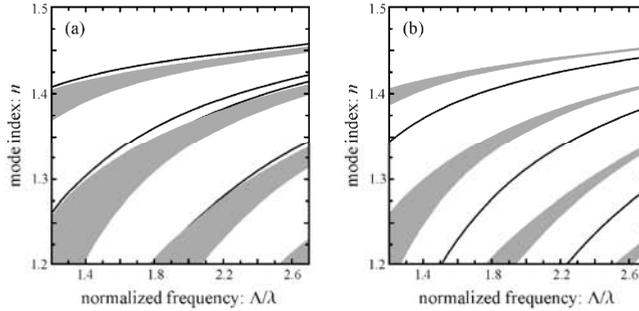


Fig. 2. Band-gap structure and modal dispersion relation curves for two angular sectors: (a) $v = 1$ (HE modes), and (b) $v = 0$ (only TE modes). In both cases, $\Lambda = 1.190 \mu\text{m}$ and $a = 0.248 \mu\text{m}$. Conduction bands are represented by the shaded regions.

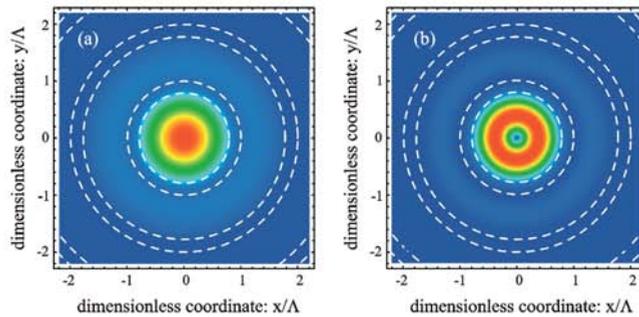


Fig. 3. Transverse intensity distribution for: (a) the fundamental guided mode HE_{11} in Fig. 2, and (b) the first intraband guided mode TE_{01} in Fig. 2. In both cases, $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$.

3. Dispersion results

We have extensively studied the dispersion properties of different high-index-core Bragg-fiber designs. We expect to tailor the chromatic dispersion of such fibers by manipulating the geometry of the multilayered cladding. The total dispersion, D , can be given, as a first approximation, in terms of the material dispersion, D_m , and the geometric waveguide dispersion, D_g , using the approximate expression $D \approx D_m + D_g$ [18]. The material dispersion (silica in this case) is an input of the problem. The geometric dispersion of the fiber is given in terms of the geometric modal effective refractive index, n_g , as

$$D_g(\lambda) = -(\lambda/c)d^2n_g/d\lambda^2. \quad (1)$$

The evaluation of n_g is carried out by considering that the material refractive indices are wavelength independent. Therefore, its dependence on the wavelength arises from the fiber geometry exclusively. The interplay between the fixed silica dispersion and the tunable geometric dispersion allows us to control the dispersion properties of this new structure. For this reason we have systematically studied the dependence of D_g in terms of the geometric parameters, Λ and a . Following a design procedure similar to that described in Ref. [12], which is based on the above approximate expression for D , one can obtain approximate values for Λ and a providing a desired constant dispersion profile. This part defines the design phase. Of course, we can evaluate D in an exact manner, including the material dispersion, as

$$D(\lambda) = -(\lambda/c)d^2n/d\lambda^2, \quad (2)$$

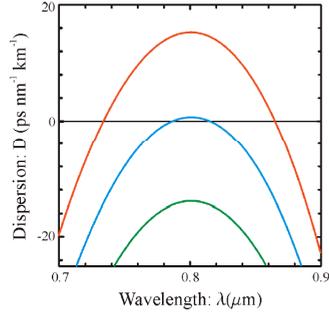


Fig. 4. **Positive** ($\Lambda = 1.170 \mu\text{m}$ and $a = 0.266 \mu\text{m}$), **nearly-zero** ($\Lambda = 1.190 \mu\text{m}$ and $a = 0.248 \mu\text{m}$), and **negative** ($\Lambda = 1.210 \mu\text{m}$ and $a = 0.232 \mu\text{m}$) flattened dispersion curves near $0.8 \mu\text{m}$.

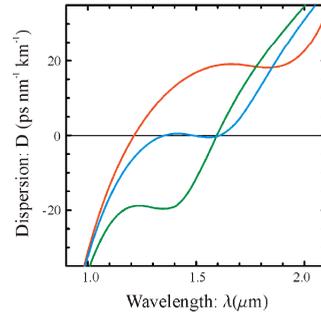


Fig. 5. **Positive** ($\Lambda = 4.900 \mu\text{m}$ and $a = 0.115 \mu\text{m}$), **nearly-zero** ($\Lambda = 4.210 \mu\text{m}$ and $a = 0.094 \mu\text{m}$), and **negative** ($\Lambda = 3.600 \mu\text{m}$ and $a = 0.082 \mu\text{m}$) ultraflattened dispersion curves near $1.55 \mu\text{m}$.

and, then, starting from the approximate values for Λ and a , we can fine tune these parameters to obtain the expected dispersion behavior.

Using this procedure, we have studied the dispersion properties of different silica-air fiber designs in two different wavelength windows, the first one located around $0.8 \mu\text{m}$ and the second one in the vicinity of the optical communication window (around $1.55 \mu\text{m}$). We would like to emphasize that all results refer to the fundamental mode of a single-mode structure in the upper forbidden band that corresponds to a polarization doublet HE_{11} . It should be stressed as well that the high accuracy required to calculate D is fully provided by our modal method.

In Fig. 4 we present some examples of positive (anomalous), nearly-zero, and negative (normal) flattened dispersion designs at $0.8 \mu\text{m}$. All of them show a zero third-ordered dispersion point. Note that the geometric parameters of the blue curve in Fig. 4 just correspond to that of the plots in Figs. 2 and 3. It is pretty clear the tunability of the structure, even in the region well below the critical silica zero-dispersion wavelength ($1.3 \mu\text{m}$). It is specially remarkable the possibility of obtaining a flattened positive dispersion profile centered around $0.8 \mu\text{m}$ (red curve) that can facilitate the stabilization of ultrashort soliton pulses generated at this wavelength (for example with a Ti:Sapphire laser) by a more effective suppression of higher-order dispersion terms.

High-index-core Bragg fibers can also be designed to achieve an ultraflattened dispersion behavior around $1.55 \mu\text{m}$. Figure 5 shows the curves for the dispersion coefficient D corresponding to three different Bragg configurations. Note that this ultraflattened behavior is preserved in a large wavelength window that extends over several hundreds of nanometers

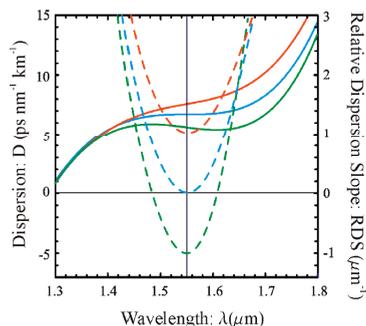


Fig. 6. Dispersion (solid curves) and relative dispersion slope (broken curves), defined as $RDS = (dD/d\lambda)/D$, corresponding to three different selections of the structural parameters to achieve zero four-ordered dispersion at $1.55 \mu\text{m}$: **red curve** ($\Lambda = 4.710 \mu\text{m}$ and $a = 0.090 \mu\text{m}$), **blue curve** ($\Lambda = 4.570 \mu\text{m}$ and $a = 0.094 \mu\text{m}$), and **green curve** ($\Lambda = 4.465 \mu\text{m}$ and $a = 0.096 \mu\text{m}$).

and, unlike flattened dispersion, permits to obtain a point with zero fourth-order dispersion. The tunability of the structure is also clearly demonstrated by the fact that these designs own positive, negative, and zero D .

If we go one step further, we can also recognize diverse intermediate situations in which D has a low value and at the same time the four-ordered dispersion coefficient is null at $1.55 \mu\text{m}$. Some solutions for such a challenging task are plotted in Fig. 6. In particular, we would like to point out that the examination of the blue curves in Fig. 6 reveals a fiber design with an ultraflattened dispersion regime and a low dispersion value around $1.55 \mu\text{m}$ presenting a point of zero third- and fourth-ordered dispersion at this wavelength simultaneously. This is a fascinating result. However, one has to take into account that in our approach light is guided in silica, not in air, and consequently, in principle, it suffers from residual absorption loss and nonlinear effects as four-wave mixing. The performances of our optical proposal finally depend on the particular application.

4. Conclusions

In this paper we have discussed the dispersion properties of high-index-core Bragg fibers. We have numerically demonstrated the ability of these structures to show, for some specific designs, a flattened dispersion behavior (one point of zero third-order dispersion) around $0.8 \mu\text{m}$ and even an ultraflattened behavior (one point of zero fourth-order dispersion) around $1.55 \mu\text{m}$. Moreover, we have recognized some configurations exhibiting positive, negative, or nearly-zero constant dispersion in both wavelength windows. Finally, a noteworthy fiber design that combines low and nearly-constant chromatic dispersion about $1.55 \mu\text{m}$ with zero third- and fourth-order dispersion at $1.55 \mu\text{m}$ has been identified.

Acknowledgements

This work was financially sponsored by the Plan Nacional I+D+I (grant TIC2002-04527-C02-02), Ministerio de Ciencia y Tecnología, Spain. A part of this economic support comes from FEDER funds. J.A. Monsoriu gratefully acknowledges a grant, AP98-44503492, from Ministerio de Educación y Cultura, Spain. The authors would like to acknowledge M.V. Andrés of the University of Valencia, Spain, for useful discussions.

Publicación V

**Analysis of inhomogeneously
dielectric filled cavities coupled
to dielectric loaded waveguides:
application to the study of NRD-
guide components**

IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques (enviado)

V

Analysis of Inhomogeneously Dielectric Filled Cavities Coupled to Dielectric-Loaded Waveguides: Application to the Study of NRD-Guide Components

J. A. Monsoriu*, B. Gimeno[†], E. Silvestre[‡] and M. V. Andrés[†]

*Departamento de Física Aplicada, Universidad Politécnica de Valencia, 46022 Valencia, Spain

[†]Departamento de Física Aplicada – I.C.M.U.V., Universidad de Valencia, 46100 Burjassot (Valencia), Spain

[‡]Departamento de Óptica, Universidad de Valencia, 46100 Burjassot (Valencia), Spain

Abstract—In this work we present two contributions. First, we develop a computationally efficient technique for the full-wave characterization of inhomogeneously dielectric-filled cavities connected to inhomogeneously dielectric-loaded waveguides. This method is based on the expansion of the electromagnetic field within the cavity in terms of their solenoidal and irrotational modes. The presented formulation allows the treatment of hybrid modes in the waveguide ports, where it is not possible the definition of a characteristic modal impedance or admittance. The multimode scattering matrix of the structure is computed throughout an efficient implementation of the Orthonormal-Basis method for the calculation of the cavity modes. Secondly, we have employed the present technique for the analysis and design of non-radiative dielectric (NRD) guide components and discontinuities. Moreover, the application of the Bi-Orthonormal-Basis method for the calculation of the full-spectrum of NRD guides demonstrates to be a very efficient approach for the rigorous treatment of such guides. Next, an efficient CAD tool has been developed for the analysis of complex NRD-guide circuits. We have compared our simulations with theoretical and experimental results available in the technical literature, fully validating our software. This code has been employed for the specific analysis of a linear continuous taper to match two NRD guides with different widths, demonstrating a considerable reduction of the return losses over a wide frequency band. Finally, a stop-band and a band-pass NRD-guide filters based on Electromagnetic Band-Gap concept are presented.

Index Terms—Dielectric-Loaded Cavity, Non-Radiative Dielectric Guide, Orthonormality Relationship, Bi-Orthonormality Relationship, Galerkin Method, Electromagnetic Band-Gap

I. INTRODUCTION

IN many applications of electromagnetic field theory, the rigorous analysis of microwave cavities is a crucial point. The study of the junction between a central cavity to the adjacent connected waveguides has been analyzed during last years by several authors [1]–[6]. In particular, the Boundary Integral-Resonant Mode Expansion (BI-RME) technique has been efficiently applied to the analysis of cavities with arbitrary geometry involving metallic obstacles [7]–[9]. The analyzed structures in the referred works did not include the presence of dielectric inhomogeneities. However, the study of dielectric-loaded cavities has deserved the attention of many research groups during the last decades, due mainly to the applications

of dielectric resonators as microwave filters in satellite and mobile telecommunications, because of their small size, low loss and temperature stability. Thus, a large number of papers are found in the technical literature dedicated to the numerical calculations of the eigenmodes and eigenvectors of canonical metallic cavities loaded with dielectric resonators [10]–[21]. The study in detail of the problem of the junction between a dielectric-loaded cavity and their input and output waveguide ports attracts the attention of many researchers due to the applications of such subsystems in microwave dielectric resonator filters. Several techniques as mode-matching [22]–[24], Finite-Elements Method (FEM) [25]–[28], and Finite Differences in Time Domain (FDTD) procedure [29] have been employed to deal with this problem.

Within this demanding scenario, the numerical modeling of dielectric-loaded cavities connected to inhomogeneously dielectric-filled waveguides is the main objective of this work. In this sense, we have developed a rigorous and computationally efficient technique based on the expansion of the electromagnetic field with respect to the complete set of modes of the closed cavity. Substituting these expansions into the Maxwell's equations in the presence of virtual driving currents — following the standard procedure proposed in [30] and [31] — the expansion coefficients of the electromagnetic field inside the cavity are expressed in terms of the waveguide fields, since these assumed currents are, in their turn, induced by the total fields in the waveguides at the cavity ports. In this way, the expansion coefficients of the cavity modes can be eliminated, obtaining a linear system of equations relating the modal coefficients of the waveguide modes, which allows to lead directly to the computation of the multimode scattering matrix.

On the other hand, in order to produce a versatile algorithm valid for the analysis of complex structures, we have considered dielectric-loaded guides as input and output waveguide ports. As it is well known, the modal spectrum supported by dielectric-loaded waveguides consists of TE, TM and hybrid modes [31]. In the case of the TE and TM modes is possible to define — at least formally — a characteristic modal impedance. For instance, the characteristic modal impedances

of a rectangular-dielectric-slab-loaded rectangular waveguide are given by (see [31], Chapter 6)

$$Z^{\text{TE}^x}_{r,s} = \frac{k^2 - (r\pi/a)^2}{\omega\epsilon\beta_{r,s}}, \quad Z^{\text{TM}^x}_{r,s} = \frac{\omega\mu\beta_{r,s}}{k^2 - (r\pi/a)^2}. \quad (1)$$

for the TE^x and for the TM^x modes (also denoted as LSE and LSM, respectively). It can be observed in these expressions that the modal impedance of the TM^x modes is completely well defined, whereas the corresponding one to the modes TE^x depends on the point since the dielectric permittivity is spatially dependent. In this sense, the TE^x modal impedance is a function of the position. Consequently, the standard mode-matching techniques based on the definition of characteristic modal impedances or admittances [3]–[9], [22] can not be directly applied when inhomogeneous dielectric waveguides are involved. Moreover, for the general case of hybrid modes the definition of a modal characteristic impedance or admittance is not always possible (see, for instance, the image dielectric guide [32]). The merit of the present method is to provide an efficient and rigorous algorithm suitable for the treatment of the hybrid modes present in dielectric-loaded guides.

As a practical application, we have used our technique for the analysis of integrated non-radiative dielectric (NRD) components. The NRD guide is recognized as the first dielectric waveguide that has been found practically meaningful in the low-cost circuit design for millimeter and sub-millimeter bands; in the last decades, numerous publications can be found in the bibliography for the analysis and design of NRD integrated circuits [33]–[37]. Modeling and characterization of NRD-guide components is an important task for the correct design and optimization of complex circuits based on NRD guides. To this end, we have employed the Orthonormal-Basis technique [21] for the calculations of the eigenmodes and eigenvectors of the dielectric-loaded cavities. Moreover, the Bi-Orthonormal-Basis method [38], [39] has been successfully used for the evaluation of the full-modal spectrum of the NRD waveguides. Finally, we propose a novel design of stop-band and band-pass NRD filters based on the Electromagnetic Band-Gap (EBG) concept.

The paper is organized as follows. In Section II we present the theoretical formalism. In Section III we compare our results with those theoretical and experimental presented by other authors to fully validate the theory. Next, we tackle the analysis of a novel transition between two NRD guides and the design of EBG filters in NRD technology. Finally, we summarize the conclusions in Section IV.

II. THEORY

Let us consider an inhomogeneously dielectric filled cavity of arbitrary shape and perfectly conducting boundaries, as shown in Fig. 1, where \mathbf{n} is the unit vector directed outwards normal to the wall surface of the cavity. The dielectric filling medium is assumed to be lossless ($\epsilon_r = \epsilon_r(\mathbf{r})$ is a real function) and non magnetic ($\mu_r = 1$). The cavity presented in Fig. 1 is connected to N inhomogeneously dielectric filled waveguides of uniform transverse cross-section. As it is well known, the full set of modes supported by these guides involve, in the most general case, hybrid modes. Thus, the developed

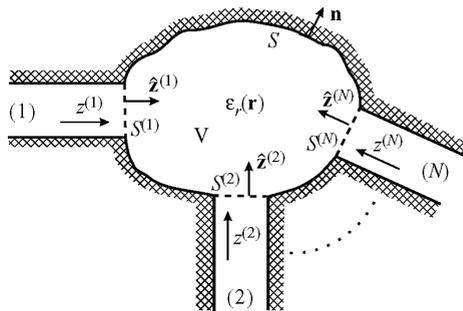


Fig. 1. Inhomogeneously dielectric-filled cavity connected to N dielectric-loaded waveguide ports.

theory presented in this paper is not only restricted to the conventional TE and TM modes (or LSE and LSM modes), being also applicable to the most general case of hybrid modes. We assume that the time dependence is always implicit and has a harmonic form $e^{j\omega t}$.

A. Eigenmode expansion in an inhomogeneously dielectric filled closed cavity with sources

The electric and magnetic fields inside a closed cavity containing inhomogeneous dielectric media can be expanded in terms of two kinds of modes, the solenoidal and the irrotational modes [30], [31], [40]. The differential equations governing the solenoidal magnetic and electric modes, \mathbf{h}_n and \mathbf{e}_n , respectively, are given by

$$\nabla \times \frac{1}{\epsilon_r} \nabla \times \mathbf{h}_n = k_n^2 \mathbf{h}_n \quad \text{and} \quad \nabla \cdot \mathbf{h}_n = 0, \quad (2)$$

and

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{e}_n = k_n^2 \epsilon_r \mathbf{e}_n \quad \text{and} \quad \nabla \cdot \epsilon_r \mathbf{e}_n = 0, \quad (3)$$

where $k_n^2 = \omega_n^2 \epsilon_0 \mu_0$ is the corresponding eigenvalue. Whereas the irrotational magnetic and electric modes, \mathbf{g}_n and \mathbf{f}_n , respectively, are described by the following eigenvalue problems:

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{g}_n = -p_n^2 \mathbf{g}_n \quad \text{and} \quad \nabla \times \mathbf{g}_n = 0, \quad (4)$$

and

$$\nabla \nabla \cdot \epsilon_r \mathbf{f}_n = -l_n^2 \mathbf{f}_n \quad \text{and} \quad \nabla \times \mathbf{f}_n = 0, \quad (5)$$

where p_n^2 and l_n^2 are their corresponding eigenvalues [31]. The fields in (2)–(5) have to fulfill the proper boundary conditions on the surface S :

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot \mathbf{h}_n &= 0, & \mathbf{n} \times \mathbf{e}_n &= 0, \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{g}_n &= 0, & \mathbf{n} \times \mathbf{f}_n &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

These modes satisfy the following orthonormality relationships:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{h}_m, \mathbf{h}_n \rangle &= \langle \mathbf{g}_m, \mathbf{g}_n \rangle = \delta_{m,n}, & \langle \mathbf{h}_m, \mathbf{g}_n \rangle &= 0, \\ \langle \mathbf{e}_m, \epsilon_r \mathbf{e}_n \rangle &= \langle \mathbf{f}_m, \epsilon_r \mathbf{f}_n \rangle = \delta_{m,n}, & \langle \mathbf{e}_m, \epsilon_r \mathbf{f}_n \rangle &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

where $\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = \int_V \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} dV$ is the standard inner product for real fields in the cavity, V , and $\delta_{m,n}$ is the Kronecker delta.

Furthermore, each solenoidal eigenfunction can be selected so as to make a pair \mathbf{h}_n and \mathbf{e}_n satisfying

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{h}_n &= k_n \varepsilon_r \mathbf{e}_n, \\ \nabla \times \mathbf{e}_n &= k_n \mathbf{h}_n.\end{aligned}\quad (8)$$

Thus, by using relations (7), the electromagnetic field inside the cavity can be expanded in terms of the cavity modes,

$$\mathbf{E} = \sum_n E_n \mathbf{e}_n + \sum_n F_n \mathbf{f}_n, \quad (9a)$$

$$\mathbf{H} = \sum_n H_n \mathbf{h}_n + \sum_n G_n \mathbf{g}_n, \quad (9b)$$

where E_n , F_n , H_n and G_n are the modal expansions coefficients given by

$$\begin{aligned}H_n &= \langle \mathbf{H}, \mathbf{h}_n \rangle, & E_n &= \langle \mathbf{E}, \varepsilon_r \mathbf{e}_n \rangle, \\ G_n &= \langle \mathbf{H}, \mathbf{g}_n \rangle, & F_n &= \langle \mathbf{E}, \varepsilon_r \mathbf{f}_n \rangle.\end{aligned}\quad (10)$$

To proceed, we write Maxwell's equations in the presence of electric and magnetic current density distributions, \mathbf{J}_e and \mathbf{J}_m , respectively,

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -j\omega\mu_0 \mathbf{H} - \mathbf{J}_m, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= j\omega\varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} + \mathbf{J}_e.\end{aligned}\quad (11)$$

Those current densities play the role of driving currents, capable of supplying power to the cavity [40]. In our problem, they are fictitious surface currents restricted to the N connecting port surfaces, $S^{(\nu)}$ (see Fig. 1), given by the tangential electric and magnetic components over the waveguide port surface, $\mathbf{J}_m = \mathbf{n} \times \mathbf{E}_T$ and $\mathbf{J}_e = -\mathbf{n} \times \mathbf{H}_T$, respectively, as it will be expound in the next section.

By expanding the \mathbf{H} -like function $\nabla \times \mathbf{E}$ in terms of both kinds of magnetic modes, and the \mathbf{E} -like function $\varepsilon_r^{-1} \nabla \times \mathbf{H}$ in terms of the electric ones [31], and after some algebraic manipulations, we obtain the expansion coefficients in terms of the equivalent magnetic current density:

$$\begin{aligned}E_n &= \sum_{\nu=1}^N \frac{k_n}{k_0^2 - k_n^2} \int_{S^{(\nu)}} (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_T) \cdot \mathbf{h}_n dS, \\ F_n &= 0, \\ H_n &= \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_n} E_n, \\ G_n &= \sum_{\nu=1}^N \frac{j}{\omega\mu_0} \int_{S^{(\nu)}} (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_T) \cdot \mathbf{g}_n dS,\end{aligned}\quad (12)$$

where $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ is the wavenumber of the free-space.

B. Scattering matrix of an inhomogeneously dielectric filled cavity

The objective of this subsection is to obtain an alternative procedure, always based on the theory of cavities as described in detail in the previous subsection, to develop a multimode scattering matrix for the arbitrary cavity depicted in Fig. 1, connected to N ports.

To set up the formulation, we define the following inner products for the fields in the waveguide ports connected to the cavity:

$$\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle^{(\nu)} \equiv \int_{S^{(\nu)}} (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) \cdot \hat{\mathbf{z}}^{(\nu)} dS, \quad (13)$$

where \mathbf{v} and \mathbf{w} are arbitrary complex vectors defined on the transverse cross-section of the ν -th waveguide, and $\hat{\mathbf{z}}^{(\nu)}$ is the unitary vector normal to the cross-section of each uniform guide, directed inside the cavity (see Fig. 1). These inner products are obviously based in the well known orthonormality relationship of the electromagnetic field in a waveguide (see, for instance, [31]), in such a manner that

$$\langle \mathbf{e}_p^{(\nu)}, \mathbf{h}_q^{(\nu)} \rangle^{(\nu)} = \delta_{p,q}, \quad (14)$$

where $\mathbf{e}_p^{(\nu)}$ and $\mathbf{h}_q^{(\nu)}$ are the normalized transverse electric and magnetic modal vectors of the ν -th waveguide. Thus, the transverse electric and magnetic fields in the waveguide can be expressed as series of the normalized modal vectors.

In order to calculate the multimode scattering matrix of the structure, let us consider that some modes of certain guides are incident on their corresponding cavity ports with non-zero amplitudes, $a_q^{(\nu)+}$. Consequently, the electromagnetic field will be excited in the cavity, and a substantial amount of power will leak out to the other ports with amplitudes $a_q^{(\nu)-}$. Thus, considering that the reference planes of all guides coincide with their corresponding cavity ports ($z^{(\nu)} = 0$), the tangential field in the connecting waveguide ports ($\nu = 1, 2, \dots, N$) can be expressed as follows:

$$\mathbf{E}_T^{(\nu)} = \sum_{q=1}^{Q(\nu)} b_q^{(\nu)} \mathbf{e}_q^{(\nu)}, \quad (15a)$$

$$\mathbf{H}_T^{(\nu)} = \sum_{q=1}^{Q(\nu)} c_q^{(\nu)} \mathbf{h}_q^{(\nu)}, \quad (15b)$$

where $Q(\nu)$ is the number of modes considered (both propagative and evanescent) in the ν -th port, and $b_q^{(\nu)}$ and $c_q^{(\nu)}$ are coefficients given, in terms of the incoming and outgoing amplitudes, by

$$b_q^{(\nu)} = a_q^{(\nu)+} + a_q^{(\nu)-}, \quad c_q^{(\nu)} = a_q^{(\nu)+} - a_q^{(\nu)-}. \quad (16)$$

To continue, we introduce the total tangential electric field at the connecting ports (15a) into the cavity modal expansion coefficients (12), just obtaining the following expressions:

$$\begin{aligned}E_n &= \sum_{\nu=1}^N \frac{k_n}{k_0^2 - k_n^2} \sum_{q=1}^{Q(\nu)} b_q^{(\nu)} \alpha_{n,q}^{(\nu)}, \\ F_n &= 0, \\ H_n &= \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_n} E_n, \\ G_n &= \sum_{\nu=1}^N \frac{j}{\omega\mu_0} \sum_{q=1}^{Q(\nu)} b_q^{(\nu)} \sigma_{n,q}^{(\nu)},\end{aligned}\quad (17)$$

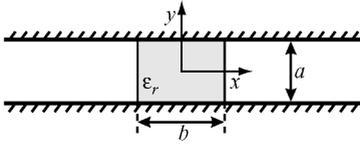


Fig. 2. Transversal cross-section view of a conventional NRD guide. The spacing between the two metallic plates is a , the dielectric thickness is b , and the relative dielectric permittivity is ε_r .

where $\alpha_{n,q}^{(\nu)}$ and $\sigma_{n,q}^{(\nu)}$ represent the coupling coefficients between the cavity modes and the guided modes of the ports,

$$\begin{aligned}\alpha_{n,q}^{(\nu)} &\equiv -\langle \mathbf{e}_q^{(\nu)}, \mathbf{h}_n \rangle^{(\nu)}, \\ \sigma_{n,q}^{(\nu)} &\equiv -\langle \mathbf{e}_q^{(\nu)}, \mathbf{g}_n \rangle^{(\nu)}.\end{aligned}\quad (18)$$

To conclude the formulation, we apply the boundary condition of the magnetic field on the apertures,

$$\mathbf{H}|_{S^{(\nu)}} = \mathbf{H}_T^{(\nu)}. \quad (19)$$

By inserting into this expression (9b) and (15b), we obtain the following set of equations,

$$\sum_n H_n \mathbf{h}_n|_{S^{(\nu)}} + \sum_n G_n \mathbf{g}_n|_{S^{(\nu)}} = \sum_{q=1}^{Q(\nu)} c_q^{(\nu)} \mathbf{h}_q^{(\nu)}, \quad (20)$$

which can be exploited by applying the Galerkin's procedure, just integrating in the surface of each waveguide port, and where ν range all the waveguides ($1, \dots, N$):

$$\langle \mathbf{e}_p^{(\nu)}, \sum_n H_n \mathbf{h}_n + \sum_n G_n \mathbf{g}_n \rangle^{(\nu)} = \langle \mathbf{e}_p^{(\nu)}, \sum_q c_q^{(\nu)} \mathbf{h}_q^{(\nu)} \rangle^{(\nu)}. \quad (21)$$

Making use of the orthonormality property of the waveguide modes (14), the second term of (21) is directly evaluated, being equal to the modal coefficient $c_p^{(\nu)}$, whereas the first term can be developed by means of the coefficients given in (17), just transforming our problem into a set of linear equations as

$$\sum_{\mu=1}^N \sum_{q=1}^{Q(\mu)} P_{p,q}^{(\nu,\mu)} b_q^{(\mu)} = c_p^{(\nu)}, \quad (22)$$

where the elements of the matrix $P_{p,q}^{(\nu,\mu)}$ turn out to be defined as

$$P_{p,q}^{(\nu,\mu)} \equiv \sum_n \frac{-j\omega\varepsilon_0}{k_0^2 - k_n^2} \alpha_{n,p}^{(\nu)} \alpha_{n,q}^{(\mu)} + \frac{-j}{\omega\mu_0} \sum_n \sigma_{n,p}^{(\nu)} \sigma_{n,q}^{(\mu)}. \quad (23)$$

Equation (22) can be rewritten in matrix form as

$$\begin{pmatrix} P^{(1,1)} & P^{(1,2)} & \dots & P^{(1,N)} \\ P^{(2,1)} & P^{(2,2)} & \dots & P^{(2,N)} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ P^{(N,1)} & P^{(N,2)} & \dots & P^{(N,N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b^{(1)} \\ b^{(2)} \\ \vdots \\ b^{(N)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^{(1)} \\ c^{(2)} \\ \vdots \\ c^{(N)} \end{pmatrix},$$

where each $P^{(\nu,\mu)}$ represents a submatrix containing the elements defined in (23), and $b^{(\nu)}$ and $c^{(\nu)}$ are vectors composed by the modal coefficients given in (16), all of them for fixed values of μ and ν . It is worthwhile to mention that the order of this linear system is $Q_T = Q(1) + Q(2) + \dots + Q(N)$.

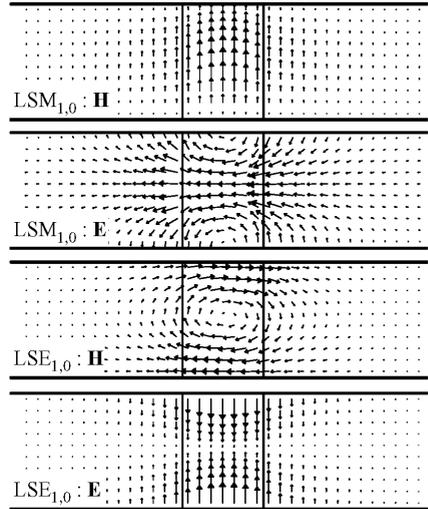


Fig. 3. Transverse electric and magnetic field patterns of LSM_{1,0} and LSE_{1,0} modes of a conventional NRD guide at a frequency of 28 GHz ($a = 5$ mm, $b = 3.556$ mm, $\varepsilon_r = 2.56$).

Finally, in order to obtain the multimode scattering matrix of the junction, the previous linear system is transformed into

$$(P + I)(a^+ + a^-) = 2a^+, \quad (24)$$

where I is the unitary matrix of order Q_T , P is the matrix containing the submatrices $P^{(\nu,\mu)}$, and a^+ and a^- represent column vectors containing the corresponding coefficients defined in (16). The numerical solution of (24) automatically leads to the computation of the scattering matrix elements of the cavity junction.

III. NUMERICAL RESULTS

A. Full Modal Analysis of NRD Guides by means of the Bi-Orthogonal Basis Method

In order to calculate the modes of the NRD guides (see Fig. 2), the Bi-Orthogonal-Basis method has been employed [38]. This novel technique has demonstrated to be computationally efficient to obtain the full modal spectrum of dielectric-loaded guides with canonical geometries [39]. For simulation purposes, two equidistant perfect electric walls parallel to the Y -axis are placed far enough from the dielectric central block. This technique uses the modes of an auxiliary system to expand the modes of the problem. In our case, the auxiliary system is the homogeneous waveguide that one obtains when there is no dielectric. First, in Fig. 3 we show the modal distribution of the two first modes LSM_{1,0} and LSE_{1,0} of a conventional NRD guide. To validate the procedure developed here, a comparison of the dispersion curve of the fundamental mode between our calculations and the analytical ones obtained with the Multimodal Transverse Resonance technique [37] is showed in Fig. 4, finding a very good agreement. For such calculation, 200 auxiliary modes

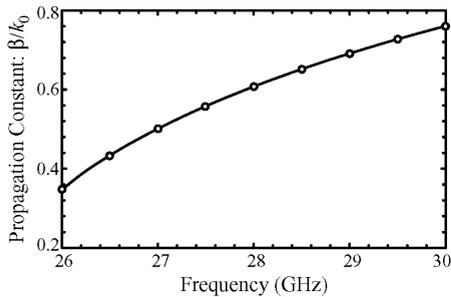


Fig. 4. Normalized propagation constant of the $\text{LSM}_{1,0}$ mode of a conventional NRD guide (solid line) in comparison with the analytical results presented in [37] (plotted points) ($a = 5$ mm, $b = 3.556$ mm, $\epsilon_r = 2.56$).

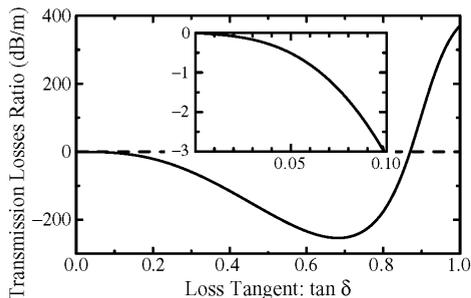


Fig. 5. Transmission losses ratio between our simulations and the results presented in [36], for the $\text{LSM}_{1,0}$ mode of a conventional NRD guide at frequency 28 GHz, as a function of the loss tangent ($a = 5$ mm, $b = 3.556$ mm, $\epsilon_r = 2.56$). The inset shows a detail around the origin.

have been used to expand each NRD-guide mode. The CPU time has been about 0.6 seconds per frequency point in a Pentium III at 1000 MHz.

The present method allows to consider the presence of lossy dielectric materials in a rigorous form [41], instead of employing a conventional perturbative approach. Thus, in Fig. 5 we plot the ratio between the transmission losses for the $\text{LSM}_{1,0}$ mode of a conventional NRD guide calculated with our method and the values given by Dallaire and Wu in [36], that have been obtained using a perturbative method, as a function of the loss tangent. For low values of $\tan \delta$, the perturbative solution approaches monotonously to our rigorous solution, thus showing up the validity region of the perturbative approach commonly employed for the calculation of the attenuation constant associated to the dielectric losses.

B. Analysis of discontinuities between NRD guides

Next, an aligned air-gap discontinuity between two identical NRD guides has been analyzed by means of the algorithm described in Section II (see Fig. 6a). In this example, an empty rectangular cavity connected to two NRD guides has allowed to simulate the system. For this simple case, the analytically-obtained cavity modes of an empty rectangular metallic box (for instance, [31]) has been employed for the

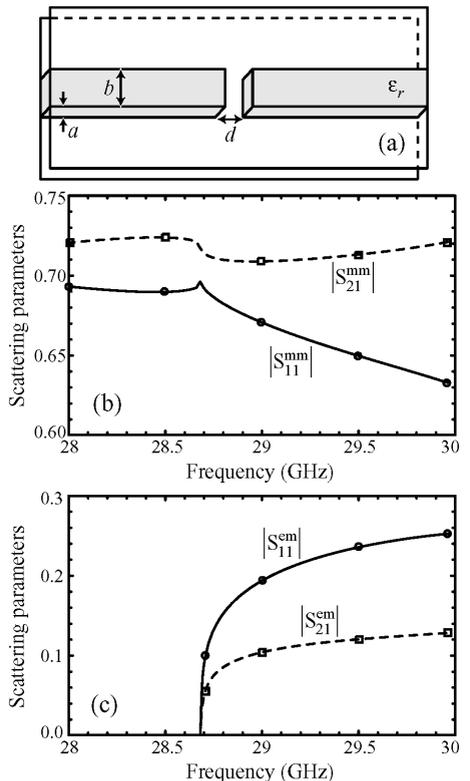


Fig. 6. Analysis of an air-gap discontinuity between two identical NRD guides ($a = 5$ mm, $b = 3.556$ mm, $\epsilon_r = 2.56$, $d = 0.5b$). Comparison between our results (solid line) and those presented in [37] (plotted points). (a) Scheme of the structure. (b) Reflection and transmission coefficients of the $\text{LSM}_{1,0}$ mode under $\text{LSM}_{1,0}$ incidence. (c) Reflection and transmission coefficients of the $\text{LSE}_{1,1}$ mode under $\text{LSM}_{1,0}$ incidence.

electromagnetic field expansion within the cavity [Eq. (9a) and (9b)]. In Figs. 6b and 6c, the reflection and transmission coefficients under $\text{LSM}_{1,0}$ mode excitation are plotted together with the theoretical results presented in [37], finding a very good agreement. Note that the $\text{LSE}_{1,1}$ mode is evanescent below 28.688 GHz. The intermode coupling between LSM and LSE modes has been taken into account in all simulations.

The following example is devoted to the performance of an air-gap discontinuity between two NRD guides with different widths showed in Fig. 7a. The modeling of this structure is similar to the previous one. The scattering parameters under $\text{LSM}_{1,0}$ incident mode are displayed in Figs. 7b and 7c, demonstrating the appearance of the intermode coupling between the propagative modes above 28.688 GHz. It is worthwhile to mention the significant loss of transmitted power appreciated for the case $d = 0.5b_1$ (see Fig. 7b) with respect to the case when the air gap disappears, that is, $d = 0$ (see Fig. 7c). This phenomenon is a physical consequence of the existing air-gap discontinuity between the NRD-guides, in connection with the appreciable difference of the widths.

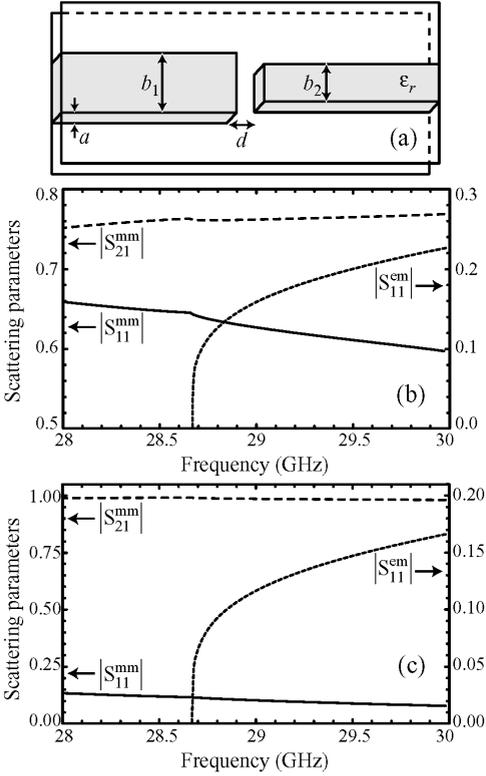


Fig. 7. Analysis of an air-gap discontinuity between two NRD guides with different widths ($a = 5$ mm, $b_1 = 5$ mm, $b_2 = 3.556$ mm, $\epsilon_r = 2.56$). (a) Configuration of the structure. Reflection and transmission coefficients of the $LSM_{1,0}$ and $LSE_{1,1}$ modes under $LSM_{1,0}$ incidence for (b) $d = 0.5b_1$ and (c) $d = 0$.

In order to reduce this loss of transmitted power, we propose to match both guides by means of a simple linear continuous taper. This novel matching structure, which consists in the direct junction of both NRD guides through a trapezoidal dielectric central block with the same dielectric permittivity than the input and output waveguides, is showed in Fig. 8a. To model this structure, the cavity formed by a dielectric trapezoid immersed into an empty cavity has been employed. It is worth pointing out here that our technique avoids the use of the staircase approximation, commonly used for the analysis of irregular shapes [44]. In Fig. 8b we present the reflection coefficient under $LSM_{1,0}$ incident mode for different separation lengths between guides. For the case $d = 2b_2$, a dramatic reduction of the reflection coefficient over a considerable bandwidth compared to the abrupt junction, $d = 0$, can be noticed, which is a consequence of the presence of the matching structure.

C. Design of a NRD-Guide Filter based on EBG concept

In this subsection we are interested in the design of NRD-guide band-pass and stop-band filters employing the Electro-

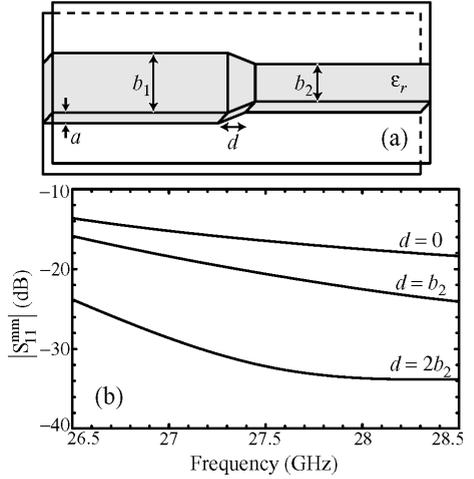


Fig. 8. Analysis of a linear continuous taper between two NRD guides with different widths ($a = 5$ mm, $b_1 = 5$ mm, $b_2 = 3.556$ mm, $\epsilon_r = 2.56$). (a) Configuration of the structure. (b) Reflection coefficient of the $LSM_{1,0}$ mode under $LSM_{1,0}$ excitation for $d = 0$, $d = b_2$ and $d = 2b_2$.

magnetic Band-Gap (EBG) concept. To proceed, a versatile and accurate Fortran code has been written oriented to the rigorous analysis of complex NRD-guide circuits. To validate this software, we first compare our simulations with the experimental results presented in [34] for the three-poles band-pass filter showed in Fig. 9a. For simulation purposes, the central cavity is formed by the three dielectric blocks (resonators) separated by the corresponding air gaps (inverters). A good agreement has been achieved in Fig. 9b. Very good agreement is also found with other numerical results obtained in [35], fully validating our software. The CPU time requested to simulate this filter on a PC at 1000 MHz is 51 minutes for the numerical calculation of the first 1000 solenoidal resonant modes (the auxiliary basis is formed by 5000 modes of the empty cavity), and 1.9 seconds per frequency point to compute the scattering parameters.

The EBG concept in periodic dielectric structures has been widely extended during last years for applications in both microwave and optical ranges [42], [43]. In such a way that the band structure concepts of Solid-State Physics are applied to electromagnetic theory. Thus, infinite periodic-grating NRD-guide structures are found useful for filter design. The prediction of forbidden and allowed bands is the fundamental piece for such purposes. Following the results presented by Boone and Wu in [37], we have employed the EBG structure proposed by those authors for designing realistic stop-band and band-pass EBG NRD-guide filters. The mentioned structure consists in an *infinite* series of dielectric stubs inserted into a NRD guide, as showed in Fig. 10a. The period of the grating is $d+l$, where d is the distance between each stub and the next, and l is the stub width; the stub length is denoted as t . In our calculations, the central resonant cavity is now formed by M periods of the stub grating connected through the input and

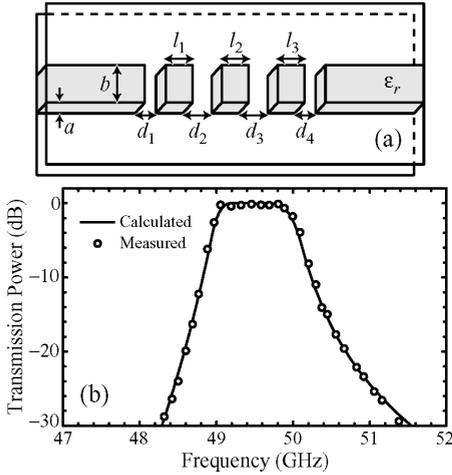


Fig. 9. Analysis of a three-pole band-pass NRD-filter ($a = 2.7$ mm, $b = 3.5$ mm, $\epsilon_r = 2.04$ (Teflon), $d_1 = d_4 = 1.6$ mm, $d_2 = d_3 = 3.5$ mm, $l_1 = l_2 = l_3 = 2.72$ mm). (a) Configuration of the filter. (b) Comparison between our theoretical results and the experimental ones presented in [34].

output NRD-guide ports.

The first analyzed structure is a stop-band EBG NRD-filter based on the forbidden band-gap predicted through the Brillouin diagram in [37, Fig. 13]. The band-gap in that figure, for the case $d = l = b$ (see Fig. 10a), is roughly in the frequency interval from 27.3 to 28.4 GHz. For a realistic implementation of such filter, the number of stubs has to be *finite*. Thus, we present the EBG stop-band filter in Fig. 10a, plotting the transmittance response under $LSM_{1,0}$ excitation mode for several number of periods (see Fig. 10b). As a consequence, we need to consider at least $M = 15$ periods to obtain a good filter performance enhancing the EBG behavior. The bandwidth and the central frequency of this kind of filter is mainly controlled by the geometrical parameters d , l and t . It should be noted that, in the covered frequency interval, only the $LSM_{1,0}$ is propagative, being the remainder modes evanescent. Other configurations could be provided for a specific application.

Finally, we have designed a band-pass EBG NRD-guide filter based on the concept of *localized mode at defects*, commonly used in the design of EBGs components. For such purpose, we have modified the width of the central stub, maintaining constant the distance between stubs. Consequently, a defect is created in the otherwise periodic structure. It is well-known that defects may permit localized modes to exist with resonant frequencies inside band-gaps [42], [43]. In Fig. 11b we present the frequency response of the band-pass filter based on this kind of cavity, for the case in which the modified width of the central stub $l' = 1.8l$. It can be observed the presence of a transmission peak near 28.15 GHz, the only frequency in the band gap that corresponds to a cavity mode localized around the central defect. The magnetic energy density ($\|\mathbf{H}(\mathbf{r})\|^2$) of this resonant mode of the closed cavity is depicted in Fig. 11a.

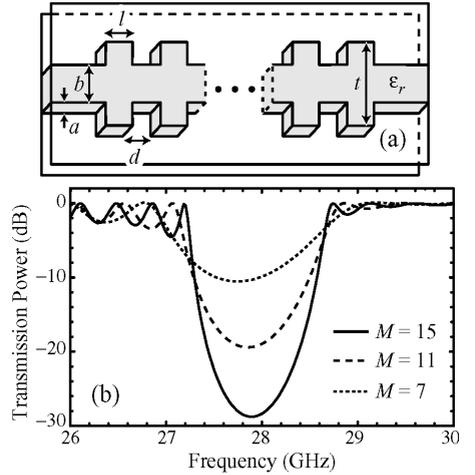


Fig. 10. Analysis of EBG NRD-guide filters ($a = 5$ mm, $b = 3.556$ mm, $\epsilon_r = 2.56$, $d = l = b$, $t = 1.5b$). (a) Configuration of the EBG structure. (b) Transmitted power of a stop-band filter under $LSM_{1,0}$ incidence for different number of periods.

IV. CONCLUSIONS

This paper presents a rigorous and computationally efficient technique for modeling inhomogeneously dielectric-filled cavities connected to inhomogeneously dielectric-loaded waveguides. This method is based on the expansion of the electromagnetic field within the closed cavity in terms of their solenoidal and irrotational modes, which, in their turn, have been evaluated throughout an efficient implementation of the Orthonormal-Basis method. The presented formulation allows the treatment of hybrid modes in the waveguide ports. Moreover, the application of the Bi-Orthonormal-Basis method for the calculation of the full-spectrum of NRD guides demonstrates to be a very efficient approach for the rigorous treatment of such guides. The employment of equivalent surface magnetic currents, determined by the transversal electric field at the waveguide ports, allows to compute efficiently the multimode scattering matrix of the structure. With the presented technique, we have analyzed NRD-guide components and discontinuities. In particular, we have tackled the analysis and design of a linear continuous taper to match two NRD guides with different widths, demonstrating a considerable reduction of the return losses over a wide frequency band. Finally, a stop-band and a band-pass NRD-guide filters based on EBG concept are presented, proving the need for modeling realistic — finite — EBG devices.

ACKNOWLEDGEMENT

This work has been supported by Ministerio de Ciencia y Tecnología, Spanish Government, under research projects Ref. TIC2000-0591-C03 and Ref. TIC2002-04527-C02-02.

REFERENCES

- [1] A. Jöstingmeier, C. Rieckmann, and A. S. Omar, "Computation of the irrotational magnetic eigenfunctions belonging to complex cavities",

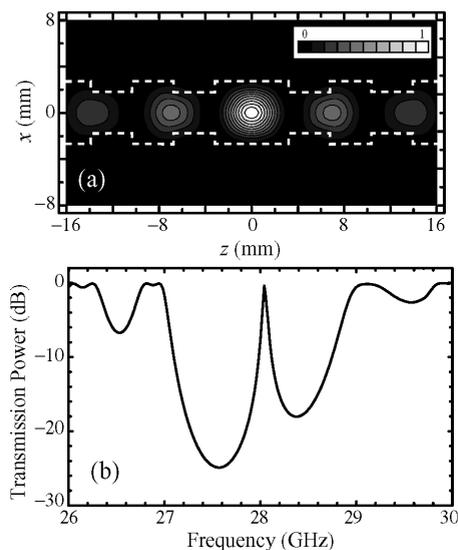


Fig. 11. (a) Normalized magnetic energy density of the resonant mode at 28.15 GHz, with $M = 15$ periods and when a defect is introduced by increasing the central stub width (see Fig. 10a), $l' = 1.8l$. The localized mode can be clearly visualized around the defect. (b) Transmitted power of the structure under $LSM_{1,0}$ incidence showing its band-pass filter response associated to the localized mode at the central defect.

- IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no. 12, pp. 2285–2293, Dec. 1994.
- [2] N. A. Golias, T. V. Yioultsis, and T. D. Tsiboukis, "Vector complex eigenmode analysis of microwave cavities", *IEE Proceedings on Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 142, no. 6, pp. 457–461, Dec. 1995.
 - [3] V. Kasibhotla and A. H. McCurdy, "A mode-matching technique for mode coupling in a gyrotron cavity", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, no. 2, pp. 225–232, Febr. 1996.
 - [4] V. E. Boria, S. Cogollos, H. Esteban, M. Guglielmi, and B. Gimeno, "Efficient analysis of a cubic junction of rectangular waveguides using the admittance-matrix representation", *IEE Proceedings on Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 147, no. 6, pp. 417–422, Dec. 2000.
 - [5] S. Cogollos, V. E. Boria, H. Esteban, B. Gimeno, and M. Guglielmi, "Efficient analysis of general waveguide multi-port junctions using a segmentation technique and hybrid matrix formulations", *Ann. Télécommun.*, vol. 56, no. 1–2, pp. 94–103, 2001.
 - [6] M. Mattes, A. Álvarez-Melcón, M. Guglielmi, and J. R. Mosig, "Impedance representation of waveguide junctions based on the integral equation approach", 30th European Microwave Conference, Paris, France, October 3–5, 2000, Proc. Vol. 1, pp. 63–66.
 - [7] P. Arcioni, M. Bozzi, M. Bressan, G. Conciauro, and L. Perregrini, "Frequency/Time-Domain Modelling of 3D Waveguide Structures by a BI-RME Approach", *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 15, no. 1, pp. 3–21, Jan. 2002.
 - [8] G. Conciauro, M. Guglielmi, and R. Sorrentino, *Advanced Modal Analysis*, Wiley and Son, Chichester, UK, 2000.
 - [9] M. Bressan, F. Mira, G. Conciauro, V. Boria, and B. Gimeno, "S-domain modeling of conducting post in rectangular waveguides by the BI-RME method", 32th European Microwave Conference, Milano, Italy, September, 23–27, 2002.
 - [10] D. Kajfež, A. W. Glisson, and J. James, "Computed modal field distributions for isolated dielectric resonators", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 32, no. 12, pp. 1609–1616, Dec. 1984.
 - [11] J. Krupka "Resonant modes in shielded cylindrical ferrite and single-crystal dielectric resonators", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 37, no. 4, pp. 691–697, April 1989.
 - [12] J. A. Pereda, L. A. Vielva, A. Vegas, and A. Prieto, "Computation of resonant frequencies and quality factors of open dielectric resonators by a combination of the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) and Prony's methods", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 2, no. 11, pp. 431–433, Nov. 1992.
 - [13] A. Navarro and M. J. Nuñez, "FDTD method coupled with FFT: A generalization to open cylindrical devices", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no. 5, pp. 870–874, May 1994.
 - [14] N. Kaneda, B. Houshmand, and T. Itoh, "FDTD analysis of dielectric resonators with curved surfaces", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 9, pp. 1645–1649, Sep. 1997.
 - [15] J.-M. Guan and C.-C. Su, "Resonant frequencies and field distributions for the shielded uniaxially anisotropic dielectric resonator by the FD-SIC method", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 10, pp. 1767–1777, Oct. 1997.
 - [16] D. Kremer and R. Pregla, "The method of lines for the hybrid analysis of multilayered cylindrical resonator structures", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 12, pp. 2152–2155, Dec. 1997.
 - [17] C. Wang and K. A. Zaki, "Generalized multilayer anisotropic dielectric resonators", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 1, pp. 60–66, Jan. 2000.
 - [18] W. Yu and R. Mittra, "A conformal finite difference time domain technique for modeling curved dielectric surfaces", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 11, no. 1, pp. 25–27, Jan. 2001.
 - [19] Y. M. Poplavko, Y. V. Prokopenko, V. I. Molchanov, and A. Dogan, "Frequency-tunable microwave dielectric resonator", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, no. 6, pp. 1020–1026, June 2001.
 - [20] S. Shi, L. Yang, and D. W. Prather, "Numerical study of axiymmetric dielectric resonators", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, no. 9, pp. 1614–1619, Sep. 2001.
 - [21] J. A. Monsoriu, M. V. Andrés, E. Silvestre, A. Ferrando, and B. Gimeno, "Analysis of dielectric-loaded cavities using an orthonormal-basis method", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 11, pp. 2545–2552, Nov. 2002.
 - [22] A. Jöstingmeier and A. S. Omar, "Analysis of inhomogeneously filled cavities coupled to waveguides using the VIE formulation", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 41, no. 6/7, pp. 1207–1214, June/July 1993.
 - [23] M. El Sabbagh, K. A. Zaki, H.-W. Yao, and M. Yu, "Full-wave analysis of coupling between combine resonators and its application to combine filters with canonical configurations", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 29, no. 12, pp. 2384–2393, Dec. 2001.
 - [24] H. Esteban, S. Cogollos, V. E. Boria, A. San Blas, and M. Ferrando, "A new hybrid mode-matching/numerical method for the analysis of arbitrarily shaped inductive obstacles and discontinuities in rectangular waveguides", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 4, pp. 1219–1224, April 2002.
 - [25] J. R. Brauer and G. C. Lizalek, "Microwave filter analysis using a new 3-D finite-element modal frequency method", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 5, pp. 810–818, May 1997.
 - [26] D. Baillargeat, S. Verdeyme, M. Aubourg, and P. Guillon, "CAD applying the finite-element method for dielectric-resonator filters", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 1, pp. 10–17, Jan. 1998.
 - [27] I. C. Hunter, J. D. Rhodes, and V. Dassonville, "Dual-mode filters with conductors-loaded dielectric resonators", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, no. 12, pp. 2304–2311, Dec. 1999.
 - [28] G. Macchiarella, M. Fumagalli, and S. C. d'Oro, "A new coupling structure for dual mode dielectric resonators", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 10, no. 12, pp. 523–525, Dec. 2000.
 - [29] A. R. Weily and A. S. Mohan, "Microwave filters with improved spurious performance based on sandwiched conductor dielectric resonators", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, no. 8, pp. 1501–1507, Aug. 2001.
 - [30] K. Kurokawa, *An introduction to the theory of microwave circuits*, Academic Press, New York and London, 1969.
 - [31] R. E. Collin, *Field theory of guided waves*, 2nd ed. New York: IEEE Press, 1991.

- [32] P. Przybyszewski, J. Mielewski, and M. Mrozowski, "A fast technique for analysis of waveguides", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 8, no. 3, pp. 109–111, March 1998.
- [33] T. Yoneyama and S. Nishida, "Nonradiative dielectric waveguide for millimeter wave integrated circuits", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 29, no. 11, pp. 1188–1192, Nov. 1981.
- [34] T. Yoneyama, F. Kuroki, and S. Nishida, "Design of nonradiative dielectric waveguide filters", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 32, no. 12, pp. 1659–1662, Dec. 1984.
- [35] S. Xu, X. Wu, and T. Yoneyama, "Scattering properties of discontinuities in NRD guide", *IEE Proceedings Microwave Antennas and Propagation*, vol. 141, no. 3, pp. 205–210, June 1994.
- [36] J. Dallaire and K. Wu, "Complete characterization of transmission losses in generalized nonradiative dielectric (NRD) waveguide", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 1, pp. 121–125, Jan. 2000.
- [37] F. Boone and K. Wu, "Mode conversion and design consideration of integrated nonradiative dielectric (NRD) components and discontinuities", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 4, pp. 482–492, April 2000.
- [38] E. Silvestre, M. V. Andres, and P. Andrés, "Biorthonormal-Basis method for the vector description of optical-fiber modes", *Journal of Lightwave Technol.*, vol. 16, no. 5, pp. 923–928, May 1998.
- [39] E. Silvestre, M. A. Abian, B. Gimeno, A. Ferrando, M. V. Andrés, and V. E. Boria, "Analysis of Inhomogeneously Filled Waveguides Using a Bi-Orthonormal-Basis Method", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 4, pp. 589–596, Apr. 2000.
- [40] J. Van Bladel, *Electromagnetic Fields*, Hemisphere, Washington, 1985.
- [41] J. A. Monsoriu, A. Coves, B. Gimeno, M. V. Andrés, and E. Silvestre, "A robust and efficient method for obtaining the complex modes in inhomogeneously filled waveguides", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 37, no. 3, pp. 218–222, May 2003.
- [42] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic Crystals: Molding the flow of light*, Princeton University Press, 1995.
- [43] A. L. Reynolds, U. Peschel, F. Lederer, P. J. Roberts, T. F. Krauss, and P. J. I. de Maagt, "Coupled defects in photonic crystals", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, no. 10, pp. 1860–1867, Oct. 2001.
- [44] S. J. Xu, X.-Y. Zeng, K. Wu, and K.-M. Luk, "Characteristics and design consideration of leaky-wave NRD-guides for use as millimeter-wave antenna", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 12, pp. 2450–2456, Dec. 1998.

